

Teorema

Hanns Silva

Institución

Abril 2025

1 Regla del Producto

Regla del Producto - Teorema

Sean f y g funciones derivables en x_0 . La derivada del producto de dichas funciones es:

$$(fg)'(x_0) = g(x_0)f'(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$$

Regla del Producto - Teorema

Sean f y g funciones derivables en x_0 . La derivada del producto de dichas funciones es:

$$(fg)'(x_0) = g(x_0)f'(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$$

Teorema

La derivada del producto de dos funciones derivables es igual a la suma de:

- El producto de la derivada de la primera función por la segunda función.
- El producto de la primera función por la derivada de la segunda función.

Demostración

Partimos de la definición de derivada:

$$\frac{(fg)(x_0 + h) - (fg)(x_0)}{h} = \frac{f(x_0 + h)g(x_0 + h) - f(x_0)g(x_0)}{h}$$

Demostración

Partimos de la definición de derivada:

$$\frac{(fg)(x_0 + h) - (fg)(x_0)}{h} = \frac{f(x_0 + h)g(x_0 + h) - f(x_0)g(x_0)}{h}$$

Súmele y réstese $g(x_0)f(x_0 + h)$ en el numerador:

$$= \frac{f(x_0 + h)[g(x_0 + h) - g(x_0)]}{h} + \frac{g(x_0)[f(x_0 + h) - f(x_0)]}{h}$$

Demostración

Partimos de la definición de derivada:

$$\frac{(fg)(x_0 + h) - (fg)(x_0)}{h} = \frac{f(x_0 + h)g(x_0 + h) - f(x_0)g(x_0)}{h}$$

Súmele y réstese $g(x_0)f(x_0 + h)$ en el numerador:

$$= \frac{f(x_0 + h)[g(x_0 + h) - g(x_0)]}{h} + \frac{g(x_0)[f(x_0 + h) - f(x_0)]}{h}$$

Tomando el límite cuando $h \rightarrow 0$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x_0 + h)[g(x_0 + h) - g(x_0)]}{h} + \frac{g(x_0)[f(x_0 + h) - f(x_0)]}{h} \right)$$

Demostración

Partimos de la definición de derivada:

$$\frac{(fg)(x_0 + h) - (fg)(x_0)}{h} = \frac{f(x_0 + h)g(x_0 + h) - f(x_0)g(x_0)}{h}$$

Súmele y réstese $g(x_0)f(x_0 + h)$ en el numerador:

$$= \frac{f(x_0 + h)[g(x_0 + h) - g(x_0)]}{h} + \frac{g(x_0)[f(x_0 + h) - f(x_0)]}{h}$$

Tomando el límite cuando $h \rightarrow 0$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x_0 + h)[g(x_0 + h) - g(x_0)]}{h} + \frac{g(x_0)[f(x_0 + h) - f(x_0)]}{h} \right)$$

Como f y g son derivables, se obtiene:

$$(fg)'(x_0) = g(x_0)f'(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$$

Resumen

La regla del producto establece que:

$$(fg)'(x_0) = g(x_0)f'(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$$

Esta regla es fundamental en cálculo diferencial y se utiliza ampliamente en aplicaciones prácticas.