

6.9 利用chernoff方法证明: 设 X_1, X_2, \dots, X_k 是 k 个独立的随机变量, 且 $X_i \sim N(0, 1)$, 则有

$$\Pr \left(\sum_{i=1}^k X_i^2 \geq (1 + \epsilon)k \right) \leq \exp(-k(\epsilon^2 - \epsilon^3)/4)$$

6.10 证明 Bennet 不等式.

6.11 证明 Bernstein 不等式.

6.12 已知 Bernstein 不等式

$$P \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) \geq \epsilon \right] \leq \exp \left(\frac{-n\epsilon^2}{2\sigma^2 + 2b\epsilon} \right),$$

给出其等价 $1 - \delta$ 描述。

6.13 已知独立同分布随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 满足 $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, 给出 $E[\max_{i \in [n]} \{X_i\}]$ 的上界, 并给出严格证明。