1.12 设任意两女生不相邻为事件A

$$P(A)=\frac{n!\times(n+1)\times n\times\cdots\times(n-m)}{(m+n)!}$$

$$=\frac{n!(n+1)!}{(m+n)!(n-m-1)!}$$

设排成圆环时任意两女生不相邻为事件B

$$P(B)=\frac{\frac{n!}{n}\times n\times(n-1)\times\cdots\times(n-m-1)}{\frac{(m+n)!}{m+n}}$$

$$=\frac{(n-1)!(n)_m}{(m+n-1)!}$$

设k次取出红球为事件A

1.13. ① 若是相同的白球和相同的红球

$$P(A)=\frac{\binom{m}{k-1}\binom{n}{1}+\binom{m}{k-2}\binom{n}{2}+\cdots+\binom{m}{0}\binom{n}{k}}{\binom{m}{k}\binom{n}{0}+\binom{m}{k-1}\binom{n}{1}+\cdots+\binom{m}{0}\binom{n}{k}}=\binom{m+n}{k}$$

② 不同的红球和不同的白球

$$P(B)=\frac{(m)_{k-1}(n)_1+(m)_{k-2}(n)_2+\cdots+(m)_0(n)_k}{(m+n)_k}$$

③ 相同的白球和不同的红球

$$P(A)=\frac{\binom{m}{k-1}(n)_1+\binom{m}{k-2}(n)_2+\cdots+\binom{m}{0}(n)_k}{\binom{m}{k}+\binom{m}{k-1}(n)_1+\cdots+\binom{m}{0}(n)_k}$$

④ 不同的白球和相同的红球

$$P(A)=\frac{(m)_{k-1}\binom{n}{1}+(m)_{k-2}\binom{n}{2}+\cdots+(m)_0\binom{n}{k}}{(m)_k\binom{n}{0}+(m)_{k-1}\binom{n}{1}+\cdots+(m)_0\binom{n}{k}}$$

1.14 设最大为1为事件A

$$P(A)=\frac{(4)_3}{4^3}=\frac{4\times3\times2}{64}=\frac{3}{8}.$$

设最大为2为事件B

$$P(B)=\cancel{\frac{(4)_1\times\binom{3}{2}}{4^3}}\ \frac{(4)_2\times\binom{3}{2}}{4^3}=\frac{9}{16}$$

设最大为3为事件C.

$$P(C)=\frac{(4)_1\times}{4^3}=\frac{1}{16}$$

1.15. ① 设第i个人取出红球的~~概率~~为事件A

$$P(A)=\cancel{\frac{}{(a+b+k+b)}}$$

$$=\frac{(a)_{i-1}(b)_1+(a)_{i-2}(b)_2+(a)_{i-3}(b)_3+\cdots+(b)_i}{(a+b)_i}$$

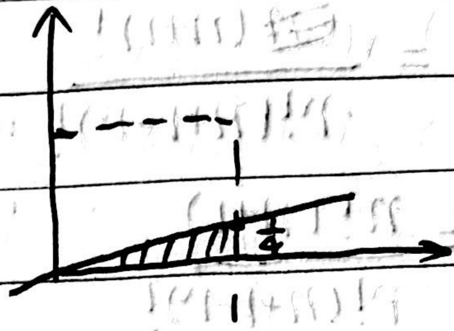
② 设在放回的情况下第i个人取出红球为事件B

$$P(B)=\frac{a^{i-1}b+a^{i-2}b^2+a^{i-3}b^3+\cdots+b^i}{(a+b)^i}$$

1.16 设任意一对夫妻不相邻为事件A

$$P(A) = \frac{(n-1)!(n-1)!}{(2n-1)!}$$

1.17. ~~设~~ $P(A) = \frac{1}{8}$



1.18. ~~设~~

```
nA ← 0
for i : N
    a ← random(0,1)
    b ← random(0,1)
    c ← random(0,1)
    d ← random(0,1)
    if  a^2+sin(b)+a*e^c ≤ d
        nA ← nA+1
EndIf
return nA/N.
```

$p = 0.09379$

No.

Date

1.19. $\cancel{\binom{9}{3} \times \binom{6}{4} \times \binom{2}{2} = 1260}$ $\binom{9}{3,4,2} = 1260.$

1.20. $\cancel{\binom{n+1}{r} = \frac{(n+1)(n)\cdots(n-r+2)}{r!}}$

$\cancel{= \frac{1}{r(n-1)!}}$

$$\binom{n+1}{r} = \frac{(n+1)!}{r!(n+1-r)!}$$

$$= \frac{n!(n+1)}{r!(n+1-r)!}$$

$$= \frac{n!(n-r+1+r)}{r!(n+1-r)!}$$

$$= \frac{n!(n+1-r)}{r!(n+1-r)!} + \frac{(n!)\times r}{r!(n+1-r)!}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}$$

$$= \binom{n}{r} + \binom{n}{r-1}$$

$\binom{m+n}{r}$ = 取一个等式

~~$(x+1)^{m+n}=$~~

$(x+1)^{m+n}=(x+1)^m(x+1)^n$

展开右边形式得 x^r 项的系数为

$(C_m^0C_n^r+C_m^1C_n^{r-1}+\cdots+C_m^rC_n^0)$

$=\sum_{i=0}^{r}\binom{m}{i}\cdot\binom{n}{r-i}$

而左边 x^r 项的系数为 $\binom{m+n}{r}$

故 $\binom{m+n}{r}=\sum_{i=0}^{r}\binom{m}{i}\cdot\binom{n}{r-i}$

取 $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(1+x)^n$

$(1+x)^n=C_n^0t^0+C_n^1t^1+\cdots+C_n^nt^n$

$C_n^kt^k\times C_n^{n-k}t^{n-k}=(C_n^k)^2\times t^n$

在右边式子中 t^n 的系数为 $(C_n^0)^2+\cdots+(C_n^n)^2$

在左边式子中 t^n 的系数为 C_{2n}^n

故 $\binom{2n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}^2$

Date

1.21. ① 无放回：

$(m)_r$

有放回.

$m^r \times r!$

② 无放回

$\binom{m}{r}$

有放回

m^r

1.22 非负整数解 $\sum_{i=1}^{n} \binom{i+m-1}{i}$

正整数解 $\sum_{i=1}^{n} \binom{i-1}{m-1}$

非负整数

1.23 ~~正整数解~~：$\sum_{i=1}^{n-1}\binom{i+m-1}{i}$

正整数解：$\sum_{i=1}^{n-1}\binom{i-1}{m-1}$

递推关系.

14. $S(n,k)=kS(n-1,k)+S(n-1,k-1)$

用归纳法

当$n=1,k=1$时 $S(1,1)=1$ 显然成立

假设当$n=p,k=q$时结论成立

即有 $S(p,q)=\frac{1}{q!}\sum_{i=0}^{q}(-1)^i\binom{q}{i}(q-i)^{p-1}$

当$n=p-1,k=q-1$时也成立

即 $S(p-1,q-1)=\frac{1}{(q-1)!}\sum_{i=0}^{q-1}(-1)^i\binom{q-1}{i}(q-1-i)^{p-1}$

那么当$n=p,k=q$时

有$S(p,q)=qS(p-1,q)+S(p-1,q-1)$

$=\frac{1}{(q-1)!}\cancel{(-1)}\,q\sum_{i=0}^{q-1}\left[(-1)^i\binom{q}{i}(q-i)^{p-1}+(-1)^i\binom{q-1}{i}(q-1\right.$ P

$=\frac{1}{(q-1)!}\times\frac{\sum_{i=0}^{q}(-1)^i\binom{q}{i}(q-i)^P}{q}=\frac{1}{q!}\sum_{i=0}^{q}(-1)^i\binom{q}{i}(q-i)$