

习题

1.1 简述: 频率与概率的关系, 随机现象中的二重性, 对立与互不相容事件的关系.

1.2 i) 对任意事件 A 和 B , 简化 $(A - AB) \cup B$ 和 $\overline{(\bar{A} \cup B)}$;

ii) 若事件 A, B, C 两两互不相容, 简化 $(A \cup B) - C$.

1.3 班级有 n 个同学参加考试, 用 A_i 表示第 i 个同学通过考试的事件, 用他们表示以下事件:

i) 只有第一位同学未通过考试; ii) 至少有一位同学未通过考试;

iii) 恰好有一位同学未通过考试; iv) 至少有两位同学未通过考试;

v) 至多有两位同学未通过考试; vi) 所有同学通过了考试.

1.4 证明 n 个事件的对偶律, 即对任意 n 个事件 A_1, A_2, \dots, A_n 有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i \quad \text{和} \quad \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i.$$

1.5 已知事件 A, B, C 满足 $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/5$, $P(C) = 1/6$, $P(AB) = 1/20$, $P(AC) = 1/20$, $P(BC) = 1/60$ 和 $P(ABC) = 1/100$, 求 $\bar{A}\bar{B}$, $\bar{A} \cup \bar{B}$, $A \cup B \cup C$, $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$, $\bar{A}\bar{B}C$ 和 $(\bar{A}\bar{B}) \cup C$.

1.6 若事件 A, B 的概率分别为 $P(A) = 0.6$ 和 $P(B) = 0.9$, 求 $P(AB)$ 的最大值和最小值, 并说明在怎样的情形下取得?

1.7 若事件 A 和 B 满足 $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ 且概率 $P(B) = 1/4$, 求概率 $P(A)$.

1.8 若事件 A 和 B 满足 $P(A) = 0.1$ 和 $P(\bar{A}\bar{B}) = 0.7$, 求概率 $P(B - A)$.

1.9 证明: 对任意 n 个事件 A_1, A_2, \dots, A_n 有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1, A_2, \dots, A_n).$$