
Автор: Смирнов Алексей Владимирович ИСУ: 409578 Группа: R3242

Лабораторная работа №3: Жёсткая филь- трация

Содержание

1. Задание 1. Жёсткие фильтры	1
1.1. Фильтр низких частот	1
1.2. Фильтр специфических частот	3
1.3. Фильтр высоких частот	6
2. Задание 2. Фильтрация звука	8
2.1. Низкочастотный шум	9
2.2. Высокочастотный шум	9
2.3. Результат	10
3. Приложение	10

1. Задание 1. Жёсткие фильтры

Рассмотрим функцию g :

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2] \\ 0, & t \notin [t_1, t_2] \end{cases}$$

выбрав конкретные значения параметров

$$\begin{aligned} a &= 1, \\ t_1 &= -\frac{1}{2} \\ t_2 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

а также зашумленную версию функции g :

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(\omega t)$$

где $\xi(t) \sim \mathcal{U}[-1, 1]$ - равномерное распределение представляющее собой белый шум, а значения b, c, ω .

Выполним жёсткую фильтрацию сигнала

1. Найдем Фурье-образ функции $u(t)$
2. Обнулим его значения на некоторых диапазонах
3. Восстановим сигнала обратным преобразованием.

1.1. Фильтр низких частот

Применим $c = 0$. И обнулим значения Фурье-образа функции за пределами некоторого диапазона $[-\nu_0, \nu_0]$.

Построим графики функции до и после фильтра, а также их Фурье-Образы. На графиках указаны значения параметров b и ν_0 .

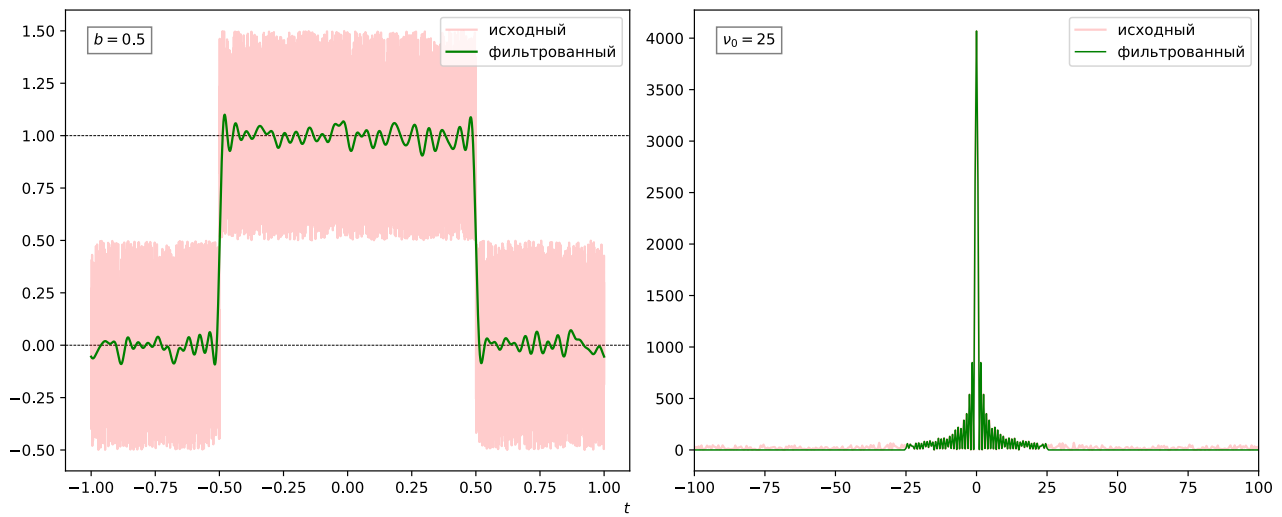


Рис. 1. Пример фильтра низких частот №1

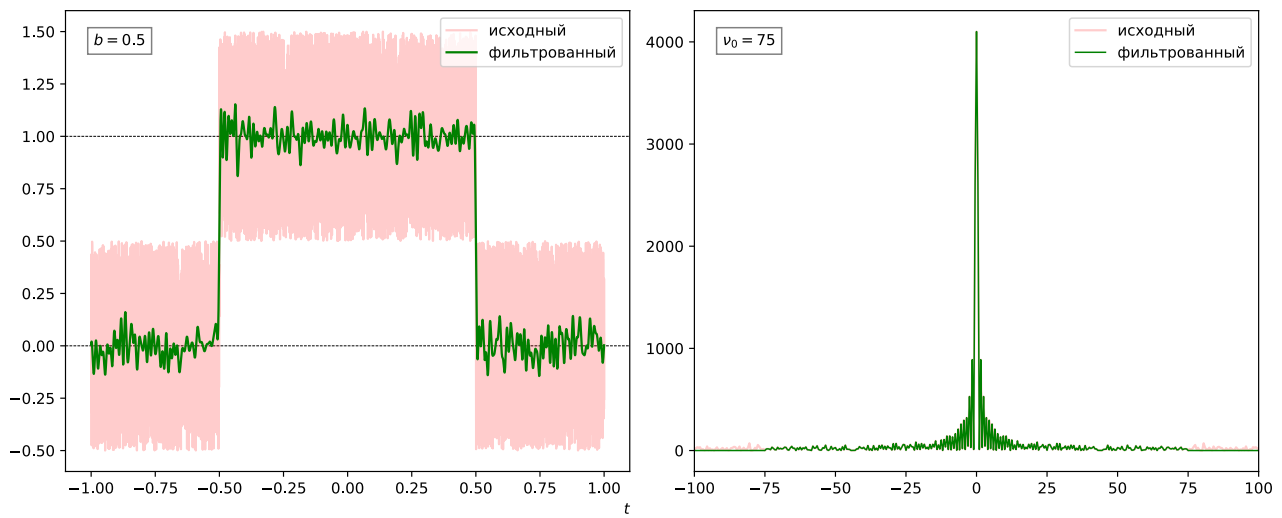


Рис. 2. Пример фильтра низких частот №2

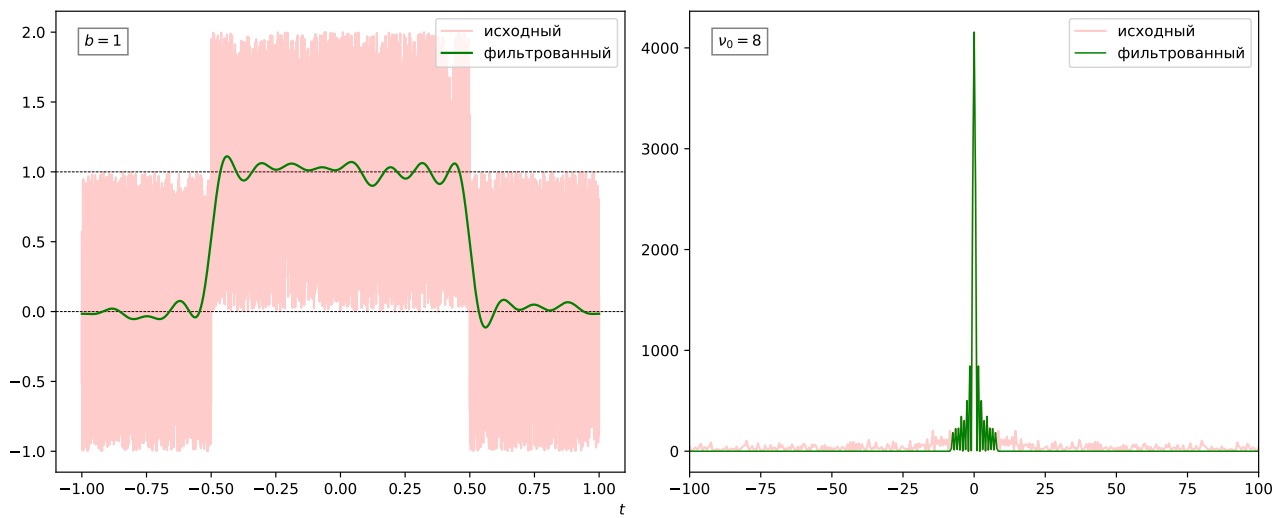


Рис. 3. Пример фильтра низких частот №3

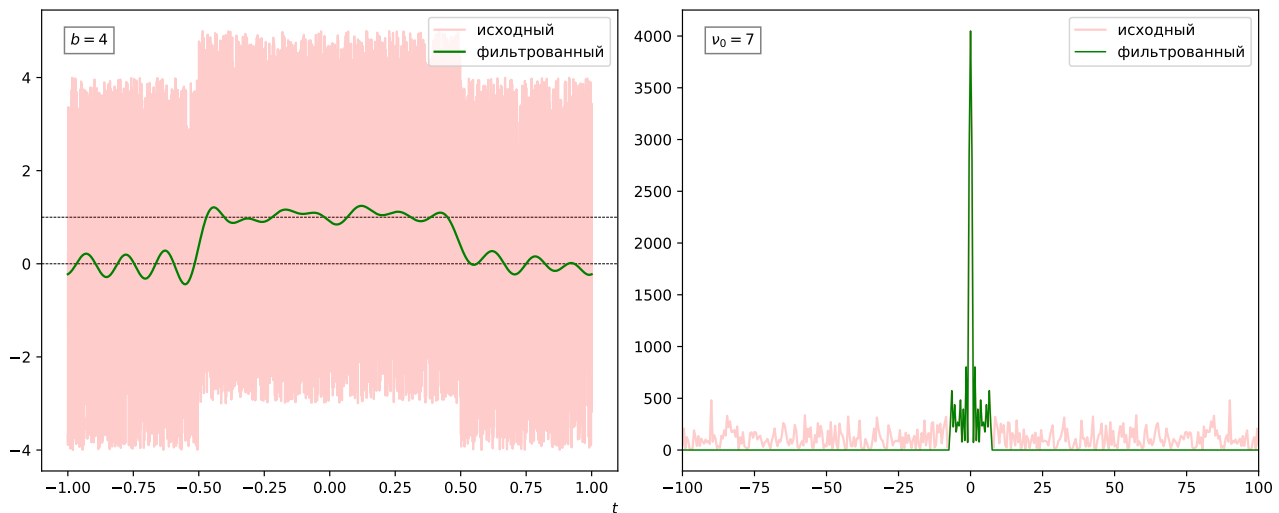


Рис. 4. Пример фильтра низких частот №4

Сравнив графики с разными значениями параметров, можем прийти к следующим выводам о их влиянии на результат:

- Добавленный белый шум к функции добавляет белый шум её Фурье-Образу на всем диапазоне частот.
- Амплитуда b шума функции влияет на амплитуду шума у Фурье-образа.
- Чем меньше нетронутый интервал $[-\nu_0, \nu_0]$, тем более гладкой получается фильтрованная функция.
- Чем больше параметр b — амплитуда шума, тем сложнее избавиться от него: приходится выбирать такой интервал, где образ функции $g(t)$ больше образа добавленного шума.

1.2. Фильтр специфических частот

В этом пункте будем обнулять значения Фурье-образа на специфических частотах.

Рассмотрим разные случаи:

1.2.0.1. Случай $b = 0$

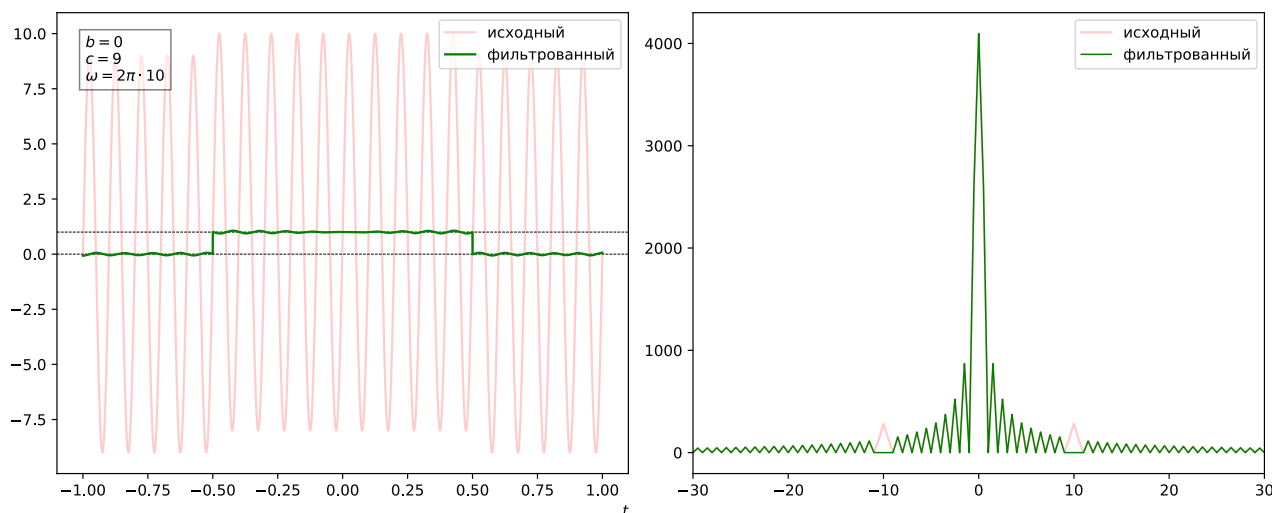


Рис. 5. Фильтр специфических частот №1

Видно, что слагаемое $c \sin(\omega t)$ добавляет Фурье-Образу функции два пика в $\nu = \pm\omega$ от которых можем легко избавиться обнулив значение Фурье-образа в их окрестности.

Для остальных случаев будем принимать $b \neq 0$ и комбинацию фильтра низких и специфических частот.

1.2.0.2. Вариация ω

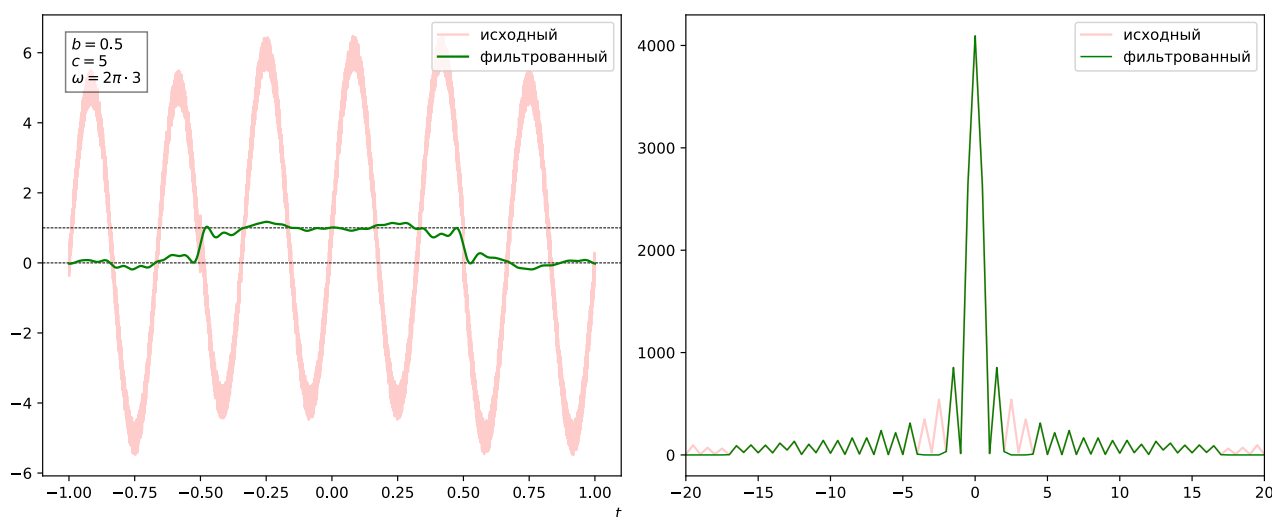


Рис. 6. Пример фильтра специфических частот №2

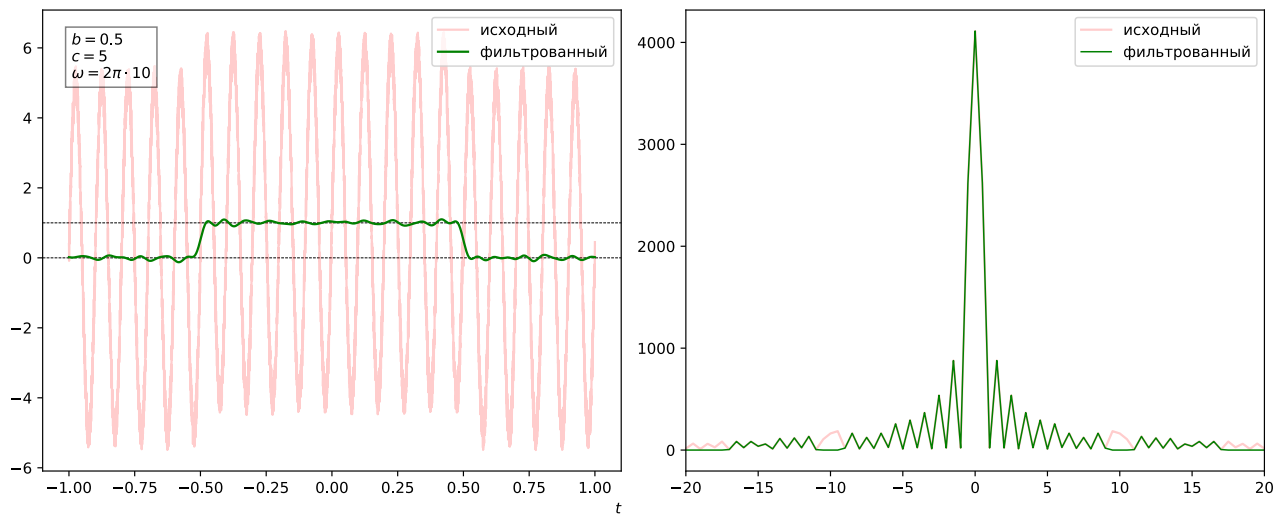


Рис. 7. Пример фильтра специфических частот №3

1.2.0.3. Вариация c

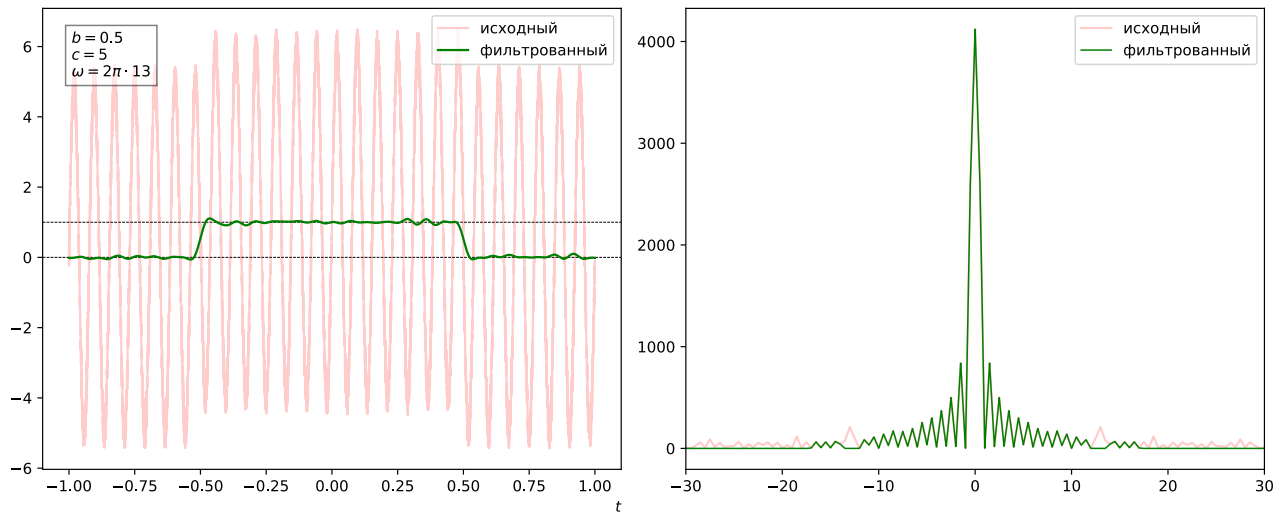


Рис. 8. Пример фильтра специфических частот №4

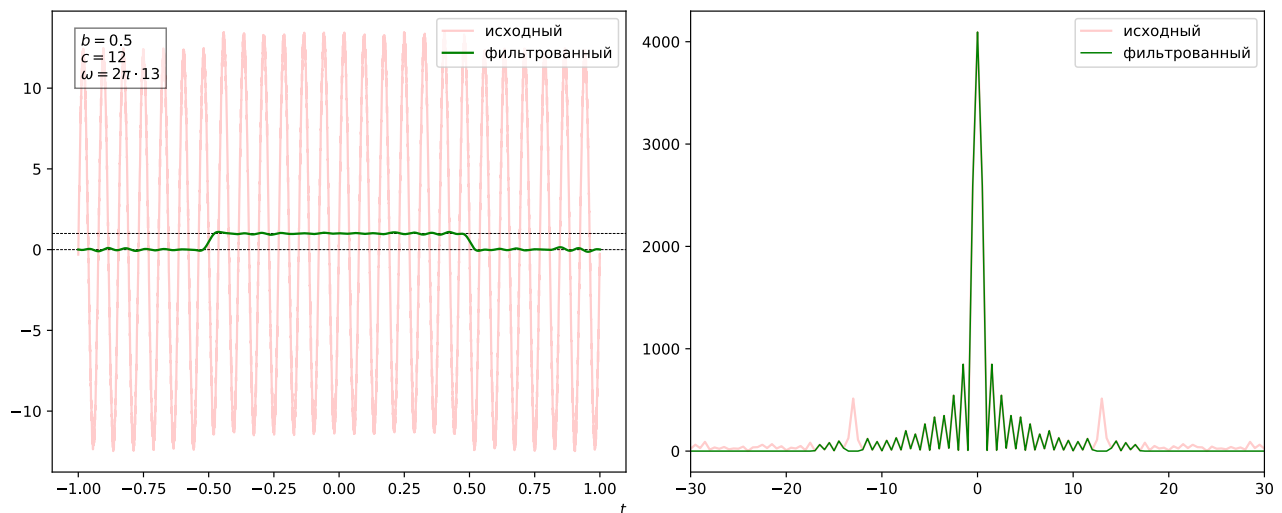


Рис. 9. Пример фильтра специфических частот №5

1.2.0.4. Вариация b

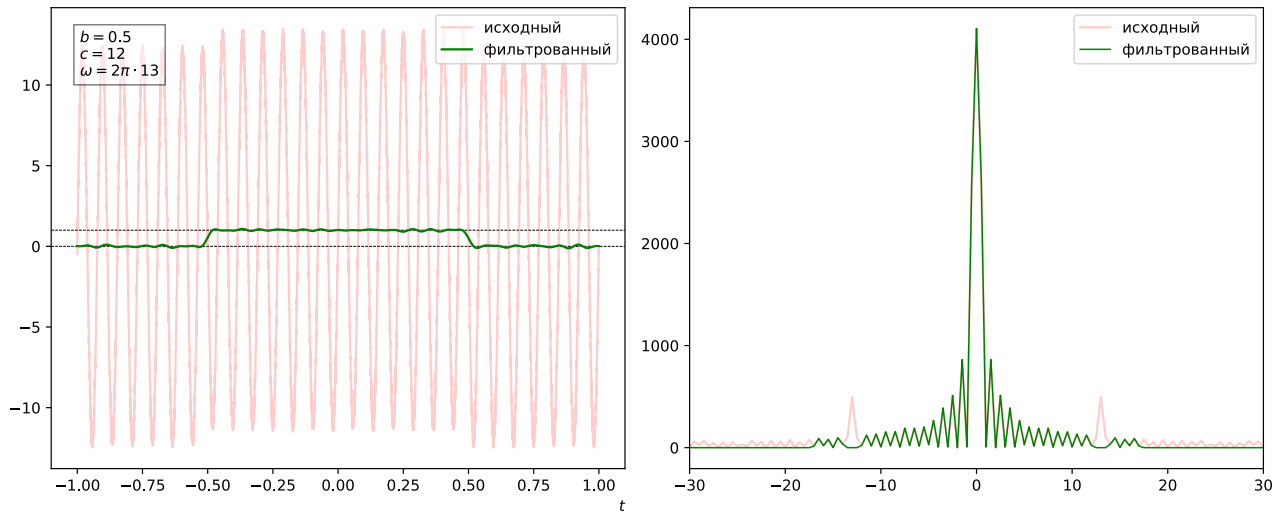


Рис. 10. Пример фильтра специфических частот №6

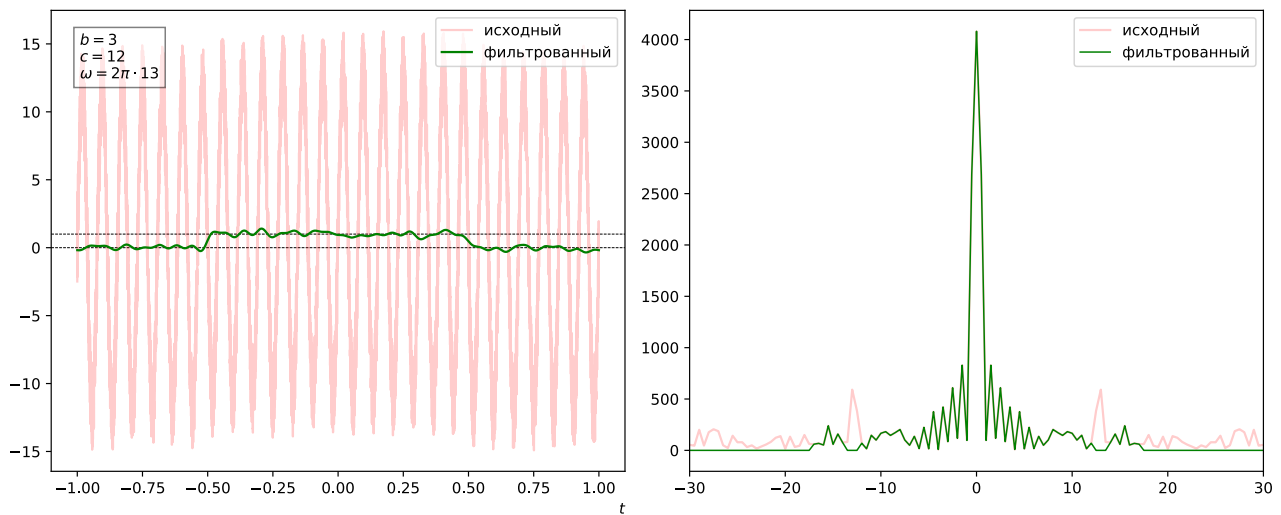


Рис. 11. Пример фильтра специфических частот №7

1.3. Фильтр высоких частот

Попробуем обнулить симметричный интервал $[-\nu_0, \nu_0]$.

Для данной функции $u(t)$ возможны 3 различных случая:

1.3.0.1. Остается только белый шум

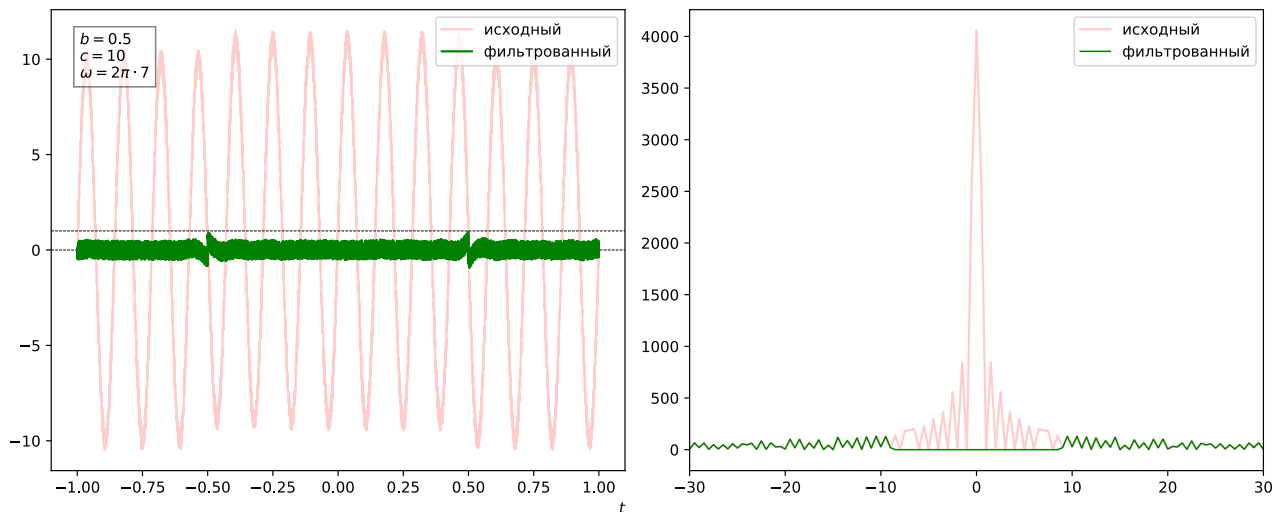


Рис. 12. Пример фильтра высоких частот №1

1.3.0.2. Убираются основные частоты незашумленного сигнала

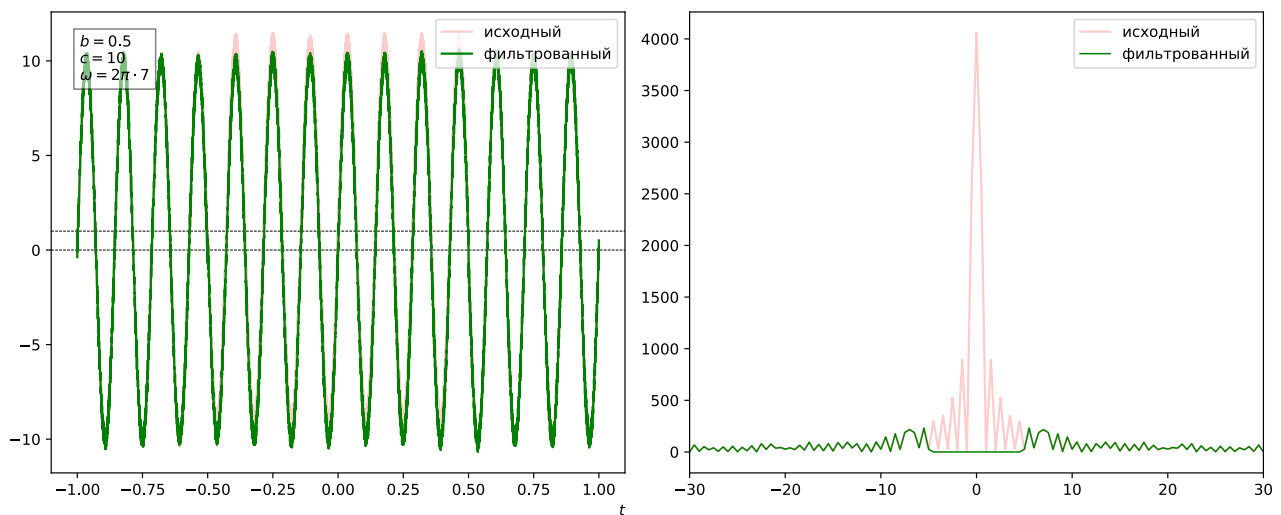


Рис. 13. Пример фильтра высоких частот №2

1.3.0.3. Часть основных частот незашумленного сигнала попадает в фильтр

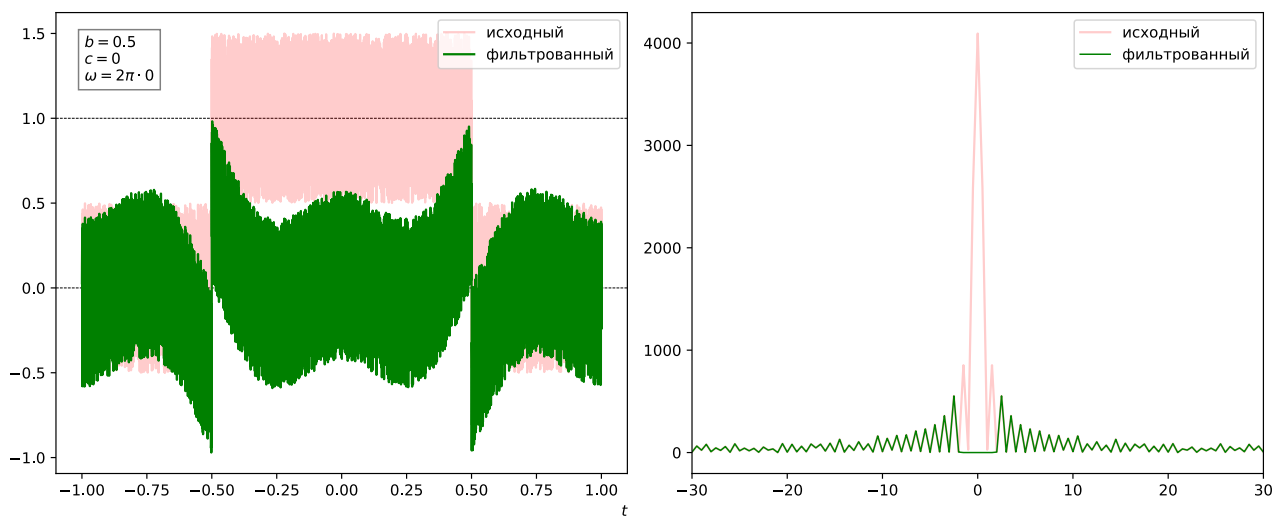


Рис. 14. Пример фильтра высоких частот №3

2. Задание 2. Фильтрация звука

В этом задании воспользуемся этими тремя фильтрами чтобы избавиться от шумов в аудио-сигнале, сохранив при этом речь.

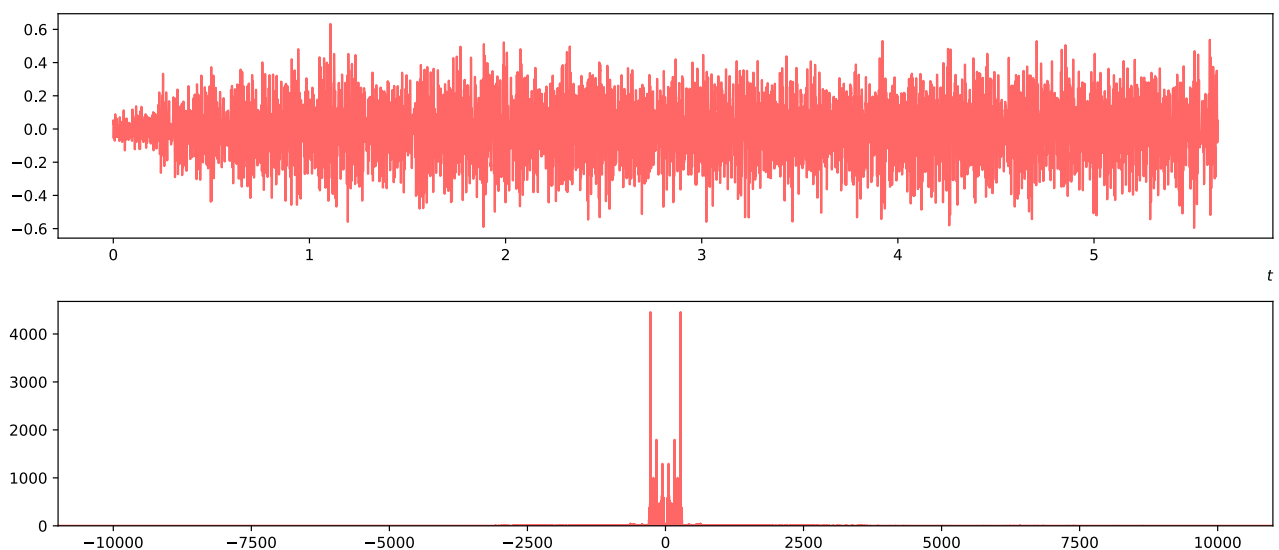
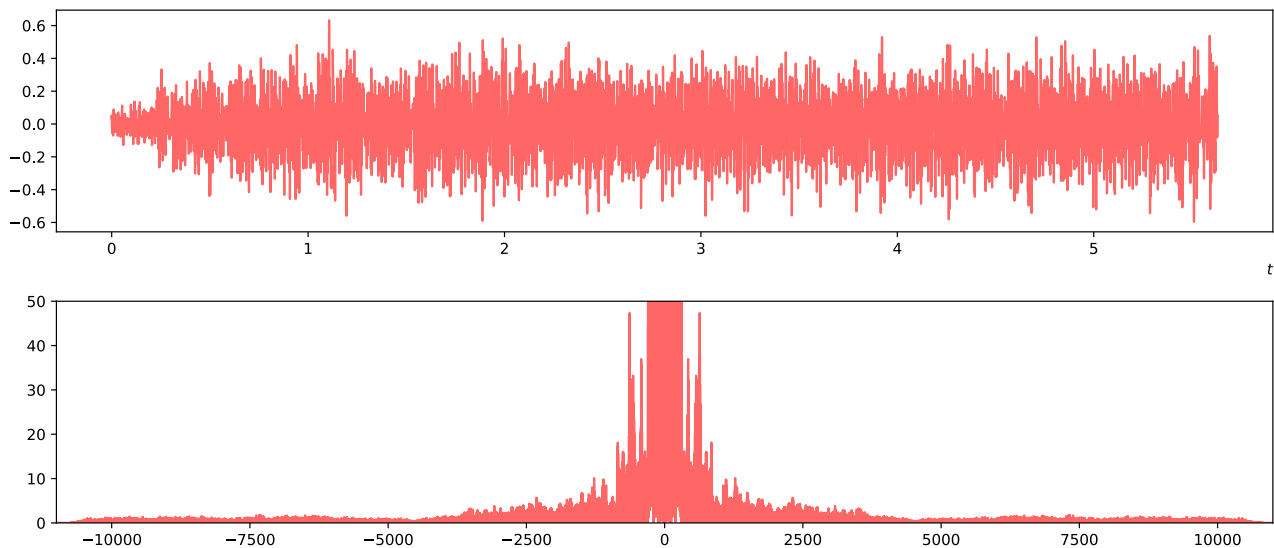


Рис. 15. Визуализация исходного аудио-сигнала

В исходном сигнале присутствует громкий низкочастотный шум, это также подтверждает наличие пиков на низких частотах у Фурье-Образа исходного сигнала.

Чтобы лучше увидеть остальные частоты на образе сигнала изменим масштаб:



2.1. Низкочастотный шум

Подобрали такой фильтр высоких частот, чтобы избавиться от основного шума в сигнале. Ему соответствовал диапазон частот 0 — 300 Гц.

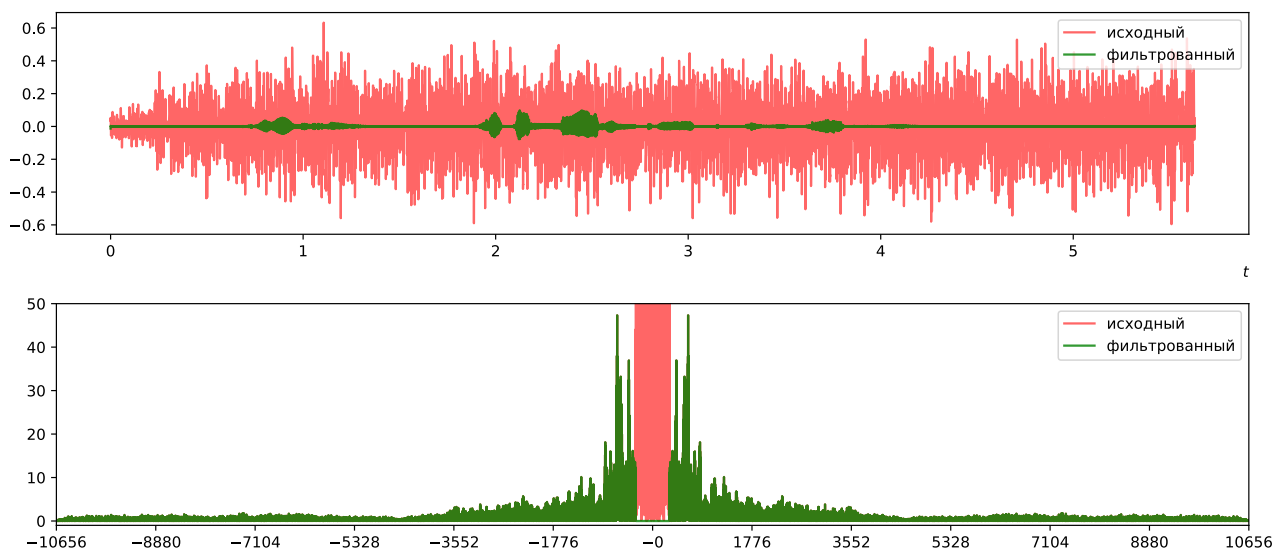


Рис. 17. Сигнал после удаления диапазона частот 0 — 300 Гц

2.2. Высокочастотный шум

На этом этапе уже можно отчётливо разобрать речь, но всё ещё присутствуют другой шум — пульсирующий шум высокой частоты. Чтобы избавиться от него применим фильтр низких частот. Этот шум присутствует на диапазоне, начинающемся на частоте примерно 6100 Гц и вплоть до максимальной частоты, которую можем получить при данной частоте дискретизации.

Применим фильтр нижних частот с порогом 6100 Гц чтобы избавиться от него.

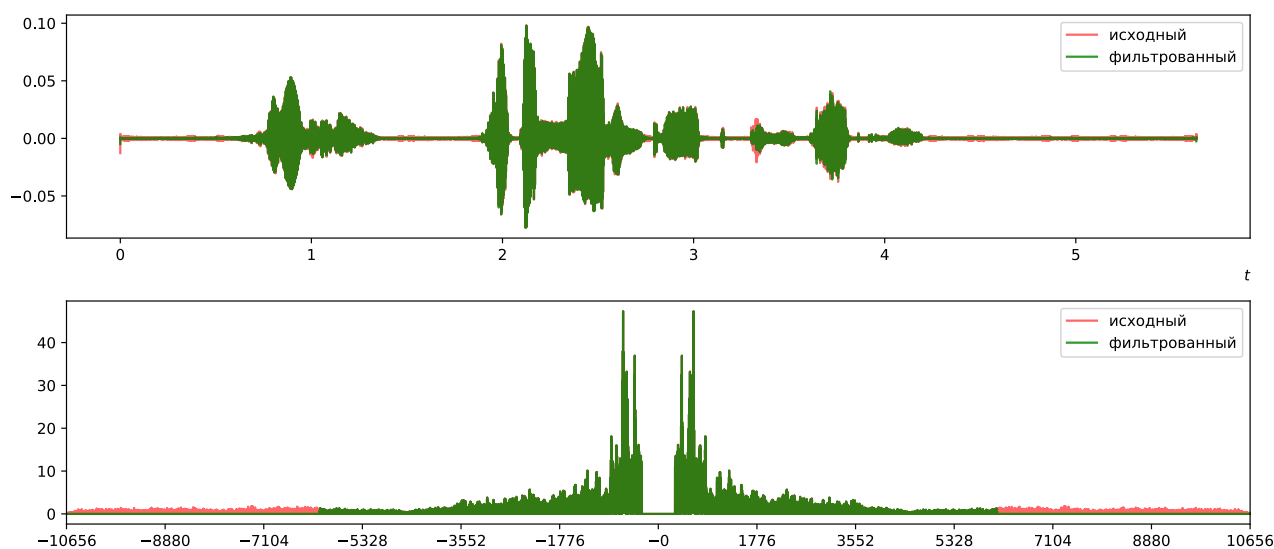


Рис. 18. Сигнал после удаления частот выше 6100 Гц

После применения этих двух фильтров в сигнале нет явных шумов, речь отчётливо слышна. Дальнейшая фильтрация нецелесообразна, так как удаление частот приведёт к ухудшению качества речи.

2.3. Результат

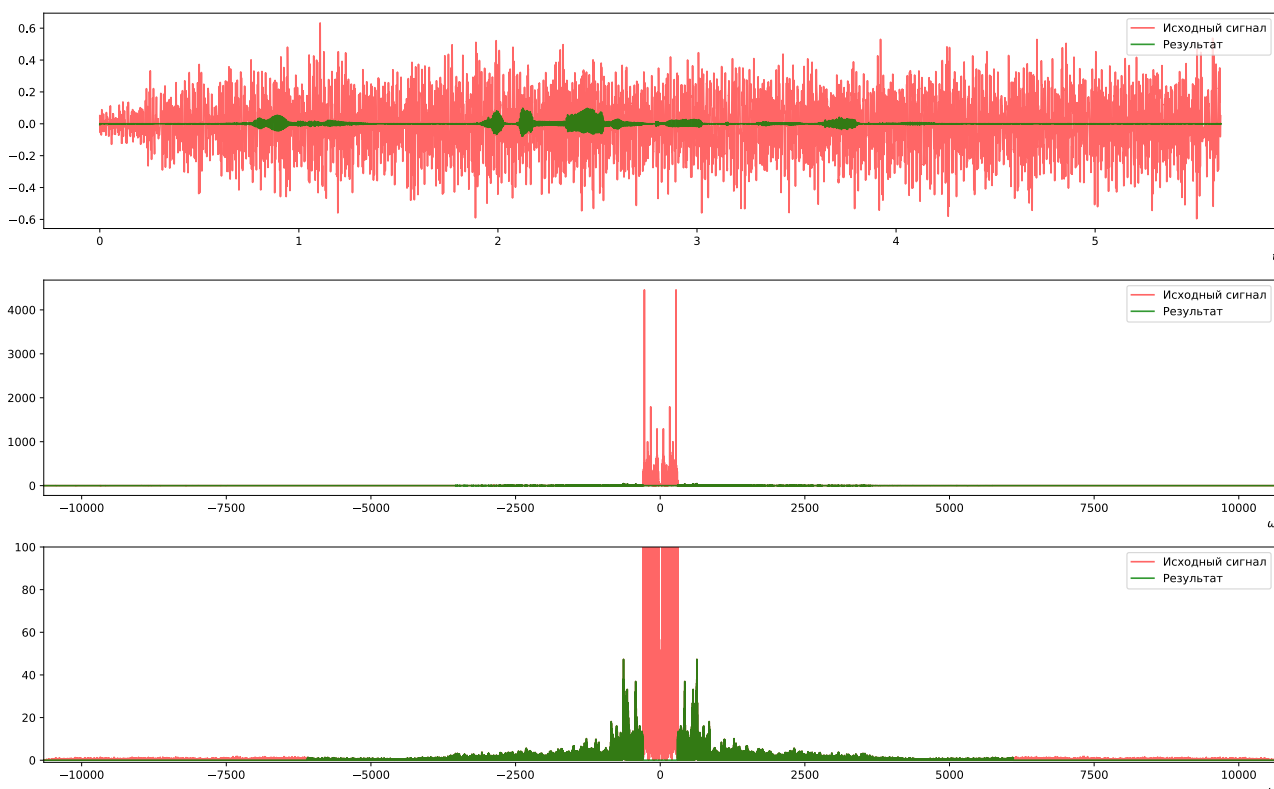


Рис. 19. Сравнение исходного сигнала с результатом

3. Приложение

Исходные коды программ, изображения и аудиофайлы можно найти в Git-Репозитории по адресу:

<https://github.com/Hanqnero/typst/tree/master/FrequencyMethods/L3>