

Вариант №3

Смирнов Алексей Владимирович R3242

## Дано

$$m_1, m_2, m_3$$

$$R_1, i_1$$

$$r_2, R_2, i_2$$

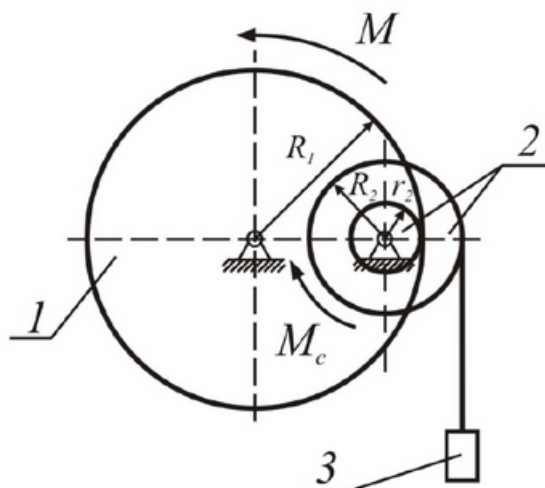
$$M = \text{const}$$

$$M_C = \text{const}$$

$$T_0 = 0$$

$$s$$

$$v_3 = ?$$



## Решение

Напишем теорему об изменении кинетической энергии:

$$T - \underbrace{T_0}_{=0} = \sum_{k=1}^n A_k^{\text{внеш}} \quad (1)$$

Распишем кинетическую энергию системы в конечный момент времени

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= m_1 i_1^2 \\ I_2 &= m_2 i_2^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Выражая  $\omega_1$  и  $\omega_2$  через  $v_3$ :

$$\begin{cases} \omega_1 R_1 = \omega_2 r_2 \\ \omega_2 R_2 = v_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \omega_2 &= \frac{v_3}{R_2} \\ \omega_1 &= \omega_2 \frac{r_2}{R_1} = \frac{v_3 r_2}{R_1 R_2} \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим в выражение (2) для  $T$

$$T = \frac{1}{2} v_3 \underbrace{\left[ \left( \frac{i_1 r_2}{R_1 R_2} \right)^2 + \left( \frac{i_2}{R_2} \right)^2 + m_3 \right]}_{\text{Приведенная масса системы } m_{\text{пр}}} \quad (5)$$

Рассмотрим работы сил системы

$$\sum_{k=1}^n A_k^{\text{внеш}} = A(M) + A(M_c) + A(m_3 g) = M\varphi_1 - M_c\varphi_2 - m_3 g s \quad (6)$$

Выражая  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  через  $s$ :

$$\begin{aligned} \omega_1 = \frac{r_2 v_3}{R_1 R_2} = \dot{\varphi}_1 \Rightarrow \varphi_1 &= \int \frac{r_2}{R_1 R_2} \underbrace{v_3 dt}_{ds} = \frac{r_2 s}{R_1 R_2} \\ \omega_2 = \dot{\varphi}_2 \Rightarrow \varphi_2 &= \frac{s}{R_1} \end{aligned} \quad (7)$$

подставим в (6)

$$A = \underbrace{\left[ M \frac{r_2}{R_1 R_2} - M_c \frac{1}{R_2} - m_3 g \right] s}_{\text{приведенная сила системы } Q_{\text{пр}}} \quad (8)$$

Подставим приведенные массу и силу системы в (1)

$$\frac{1}{2} m_{\text{пр}} v_3^2 = Q_{\text{пр}} s \quad (9)$$

Отсюда

$$v_3 = \sqrt{\frac{2Q_{\text{пр}} s}{m_{\text{пр}}}} = \sqrt{\frac{2s \left( M \frac{r_2}{R_1 R_2} - M_c \frac{1}{R_2} - m_3 g \right)}{\left( \frac{i_1 r_2}{R_1 R_2} \right)^2 + \left( \frac{i_2}{R_2} \right)^2 + m_3}} \quad (10)$$

**Ответ**

$$v_3 = \sqrt{\frac{2s \left( M \frac{r_2}{R_1 R_2} - M_c \frac{1}{R_2} - m_3 g \right)}{\left( \frac{i_1 r_2}{R_1 R_2} \right)^2 + \left( \frac{i_2}{R_2} \right)^2 + m_3}} \quad (11)$$