

Задание 1. Фильтрация изображений с периодичностью.

Скачайте одно из изображений с [этого гугл-диска](#) и выполните следующие шаги:

- Загрузите изображение в MATLAB с помощью команды `imread("File_Path")`.
- Преобразуйте полученный массив к вещественному типу (команда `double`) и поделите все значения на 255 – максимальное значение яркости цвета.
- Найдите двумерный Фурье-образ массива и сдвиньте его в центр с помощью команд `fftshift(fft2(your_image))`. Если изображение цветное, то данная команда выполнит преобразование каждого из цветовых каналов.
- Разделите полученный образ на массивы модулей и аргументов с помощью функций `abs` и `angle`.
- Для удобства работы, найдите логарифм от массива модулей и нормализуйте его значения в диапазон от 0 до 1. Чтобы избежать неопределённости в логарифме, предварительно прибавьте ко всем значениям 1.
- Сохраните полученный массив (нормализованный логарифм модуля Фурье-образа) как изображение командой `imwrite`.
- Проанализируйте полученное на предыдущем шаге изображение. Найдите пики, соответствующие периодичности на исходной картинке.
- В удобной для вас программе для обработки изображений отредактируйте полученный Фурье-образ: сгладьте все ненужные цветовые пики, отвечающие за гармоники, от которых мы хотим избавиться.
- Восстановите картинку из отредактированного образа, проделав обратные шаги.

Ожидаемые результаты:

- Приведено исходное изображение, с которым вы собираетесь работать.
- Приведено изображение логарифма модуля образа исходной картинке.
- Выделены положения исправленных пиков и приведено изображение логарифма модуля образа отфильтрованной картинке.
- Приведено отфильтрованное изображение. Для большей наглядности, стоит расположить исходное и фильтрованное рядом друг с другом.
- Написаны выводы по заданию.

Задание 2. Исследование свёртки.

Найдите изображение, желательно достаточно малого размера, например, pixel-art, в интернете или выберите своё и выполните следующие шаги:

- Загрузите изображение в MATLAB и преобразуйте его в черно-белое (команда `im2gray`).
- Выбраны ядра свертки:

- Ядра размытия *по Гауссу* для трех показательных нечётных значения $N \geq 3$:

$$\sigma = \frac{N-1}{6}, \quad A_{ij} = \exp\left(-\frac{(i - \frac{N+1}{2})^2 + (j - \frac{N+1}{2})^2}{2\sigma^2}\right), \quad i, j \in \{1, \dots, N\},$$

$$K_\sigma = \frac{A}{\sum_{i,j} A_{i,j}}, \quad \text{где } A - \text{вся матрица.}$$

- Ядра *блочного размытия* для тех же значений N :

$$A_{ij} = 1, \quad i, j \in \{1, \dots, N\}, \quad K_\square = \frac{A}{\sum_{i,j} A_{i,j}}.$$

- Ядро *увеличения резкости*:

$$K_* = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Ядро *выделения краёв*:

$$K_\nabla = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- Ядро, которое на ваш взгляд дает интересный результат и не похоже на предыдущие.

- Последовательно для каждого ядра выполните свёртку исходного изображения командой `conv2`.
- Проанализируйте полученные изображения. **Результаты должны быть заметны.** В случае выделения краёв, значения могут получиться отрицательные, поэтому рекомендуется использовать команду `imshow(your_image, [])`.
- Найдите Фурье-образ от исходного изображения и от каждого из ядер, заполнив пропуски нулями. Для этого можно использовать дополнительные параметры функции `fft2(your_image, h+k-1, w+l-1)`, где h и w – высота и ширина исходного изображения, а k и l – высота и ширина ядра.

- Поэлементно перемножьте Фурье-образ изображения с Фурье-образами каждого из ядер.
- Выполните обратное преобразование Фурье от полученных произведений.
- Сравните изображения, полученные с помощью свёртки и Фурье-преобразования.
- Отдельно сравните качество блочного и гауссовского размытия.

Ожидаемые результаты:

- Приведено черно-белое исходное изображение, с которым вы собираетесь работать.
- Приведено изображение логарифма модуля образа исходной картинки.
- Приведено фильтрованное изображение. Для большей наглядности, стоит расположить исходное и фильтрованное рядом друг с другом.
- Приведено изображение логарифма модуля образа каждого ядра.
- Приведено изображение логарифма модуля образа фильтрованного изображения.
- Приведено отфильтрованное изображение с помощью преобразования Фурье. Для большей наглядности, стоит расположить фильтрованные изображения, найденные двумя способом, рядом друг с другом.
- Проанализированы полученные результаты.
- Написаны выводы по заданию.

Контрольные вопросы для подготовки к защите:

1. Что такое многомерная функция? Как найти от нее образ? Какие виды преобразования Фурье вам известны?
2. Свойства многомерное преобразования Фурье.
3. Что такое преобразование Ханкеля?
4. За что отвечают пики на образе исходного изображения?
5. Теорема о свёртке для дискретного случая. Её формула.
6. Какая разница между циклической и обычной свёрткой?