Лабораторная работа № 5.
связь непрерывного и дискретного преобразования Фурье

Выполнил: Смирнов Алексей Владимирович — R3242
409578

г. Санкт-Петербург, 2025

Содержание

1 Задание 1

2 Задание 2. Семплирование

В этом задании проверим теорему Найквиста-Шеннона-Котельникова о восстановлении семлированного сигнала. Формулировка теоремы:

> Ограниченно-полосовой сигнал с максимальной частотой в спектре f_m можно восстановить из семплированного сигнала, если частота дискретизации $f_d \geq 2f_m = B$.

Рассмотрим 2 функции

$$y_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + a_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \tag{1}$$

$$y_2(t) = \operatorname{sinc}(bt) \tag{2}$$

Определим знаечение параметра B для функций y_1 и y_2:

$$\hat{y}_1 = \frac{a_1}{2i}\left[\delta\left(\nu - \frac{\omega_1}{2\pi}\right) - \delta\left(\nu + \frac{\omega_1}{2\pi}\right)\right] + \frac{a_2}{2i}\left[\delta\left(\nu - \frac{\omega_2}{2\pi}\right) - \delta\left(\nu + \frac{\omega_2}{2\pi}\right)\right] \tag{3}$$

Получаем 2 пика на значениях частот $\pm f_i = \pm\omega_i/2\pi$. Тогда $B = \max(f_1, f_2)$.

$$\begin{gathered}\hat{y}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi bt)}{\pi b} = \frac{1}{|b|}\Pi\left(\frac{\nu}{b}\right) \\ \Pi(\nu) = \begin{cases} 1, & |\nu| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |\nu| > \frac{1}{2} \end{cases}\end{gathered} \tag{4}$$

Прямоугольная фукнция шириной b, тогда $B = \frac{1}{2}b$.

Зададим параметры функий

$$a_1 = 1, a_2 = 3, \omega_1 = 20\pi, \omega_2 = 30\pi, \varphi_1 = 2, \varphi_2 = 5, b = 10 \tag{5}$$

Рассмотрим различные пары параметров T и $\mathrm{d}t$ и как при них восстанавливается исходный сигнал.

2.1 Графики