20 [redacted] [redacted]

Klausuraufgaben

Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen

6. Juli 2011

Zur Lösung der nachfolgenden Aufgaben haben Sie **90 Minuten** Zeit inklusive Abgabe, nach Ausgabe der Aufgabenblätter. Es sind keine Hilfsmittel zugelassen! Tipp's finden Sie in der Klausur am Ende der jeweiligen Aufgabe, d.h. nach einem Tipp kann es noch weitere Aufgaben geben.

- Für alle Aufgaben ist der **Lösungsweg** und die Lösung **nachvollziehbar** anzugeben, d.h. Sie müssen mich von Ihrer Lösung mittels dem Lösungsweg überzeugen! Antworten ohne Begründung, d.h. ohne Lösungsweg, oder zu schlechte Handschrift, d.h. für mich nicht lesbarer Schrift, werden nicht bewertet!
- Bitte schreiben Sie zuerst **Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** zumindest auf das erste Blatt und auf alle weiteren (losen) Blätter zumindest die Matrikelnummer!

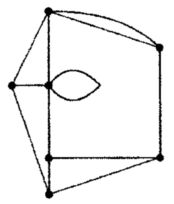
Die Aufgaben sind nicht nach dem Schwierigkeitsgrad geordnet!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\sum$
	Grund-lagen	Optimale Wege	Bäume	Fluß-probleme	Touren-probleme	Petri-Netze	Summe
mögliche Punkte	14	15	27	17	27	13	113
erreichte Punkte							

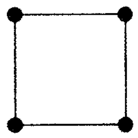
Erreichte Bewertung:

Aufgabe 1 (Grundlagen) *(14P)*

1. **Zusammenhangskomponente** *(3 Punkte)*
   Zeigen Sie, dass der nachfolgende Graph zu einem stark zusammenhängenden Digraphen gemacht werden kann, indem Sie allen Kanten geeignete Richtungen geben. Weisen Sie nach, dass Ihr Graph stark zusammenhängend ist!



2. **Isomorphie** *(3 Punkte)*
   Wie viele nicht isomorphe Digraphen gehören zu einem Quadrat (siehe nachfolgenden Graphen) ? Die Bezeichnung der Ecken spielt keine Rolle.



3. **Eckengrad** *(3 Punkte)*
   Zeichnen Sie einen Graphen mit vier Ecken, die die Grade 1, 2, 3 und 4 haben.

   Warum gibt es keinen einfachen Graphen mit dieser Eigenschaft ?

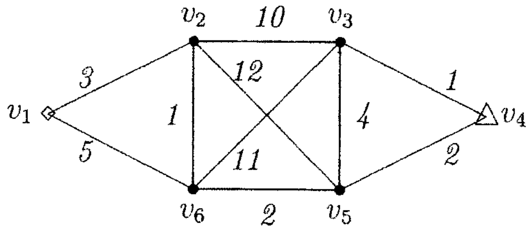
4. **Wege** *(5 Punkte)*
   Fünf verschiedene Duschmittel wurden von einigen Personen im direkten Vergleich getestet. Soft&Fresh war besser als Niagara, Ohwiesanft und Tropischer Regen; Niagara war besser als Jauchz; Tropischer Regen wurde gegenüber Niagara bevorzugt; Ohwiesanft schnitt besser als Tropischer Regen, Jauchz und Niagara ab; und Jauchz gefiel den Testpersonen besser als Tropischer Regen und Soft&Fresh.

   (a) *Beschreiben Sie das Testergebnis durch einen Digraphen.*
   (b) *Geben Sie eine (lineare) Rangordnung für die Beliebtheit möglichst aller Duschmittel an.*
   (c) *Kann jedes beliebige Duschmittel das Beste sein, d.h. an der Spitze einer (einzigen) Rangordnung stehen ?*

Aufgabe 2 (Optimale Wege) *(15P)*

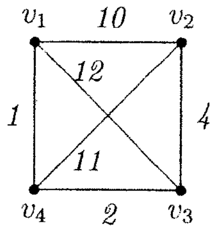
1. **Algorithmus von Dijkstra** *(7 Punkte)* 7

   Führen Sie den Algorithmus von Dijkstra mit nachfolgendem Graphen durch (bis zum Abbruch!). Wählen Sie als Aussgangspunkt die Ecke v_1. Fertigen Sie eine Dokumentation an, aus der der Ablauf deutlich wird.



2. **Floyd-Warshall Algorithmus** *(8 Punkte)* 7

   Führen Sie den Algorithmus von Floyd-Warshall mit nachfolgendem Graphen durch (bis zum Abbruch!). Fertigen Sie eine Dokumentation an, aus der der Ablauf deutlich wird.



Tipp:

- ***Algorithmus 0.1 (Dijkstra)*** **Vorbereitung** l_{ij} : *die Länge der Kante* v_iv_j. *Falls es keine Kante* v_iv_j *gibt gilt* $l_{ij} := \infty$ *Für jede Ecke* $v_i \in V$ *werden drei Variable angelegt:*
  (a) *Entf*$_i$ *gibt die bisher festgestellte kürzeste Entfernung von* v_1 *nach* v_i *an. Der Startwert ist 0 für* $i = 1$ *und* ∞ *sonst.*
  (b) *Vorg*$_i$ *gibt den Vorgänger von* v_i *auf dem bisher kürzesten Weg von* v_1 *nach* v_i *an. Der Startwert ist* v_1 *für* $i = 1$ *und undefiniert sonst.*
  (c) OK_i *gibt an, ob die kürzeste Entfernung von* v_1 *nach* v_i *schon bekannt ist. Der Startwert für alle ist false.*

  Iteration *Wiederhole* (i, j *Laufvariablen,* h *ein fester Wert)*
  - *Suche unter den Ecken* v_i *mit* OK_i = *false eine Ecke* v_h *mit dem kleinsten Wert von Entf*$_i$.
  - *Setze* OK_h := *true.*
  - *Für alle Ecken* v_j *mit* OK_j = *false, für die die Kante* v_hv_j *existiert:*
    * *Falls* $Entf_j > Entf_h + l_{hj}$ *dann*
      · *Setze* $Entf_j := Entf_h + l_{hj}$
      · *Setze* $Vorg_j := h$

  solange es noch Ecken v_i *mit* OK_i = *false gibt.*

- ***Algorithmus 0.2 (Floyd-Warshall)*** *Setze*

$$d_{ij} := \begin{cases} l_{ij} & \text{für } v_iv_j \in E \text{ und } i \neq j \\ 0 & \text{für } i = j \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$
$$t_{ij} := 0$$

  Für $j = 1, \ldots, |V|$:
  - *Für* $i = 1, \ldots, |V|$; $i \neq j$:
    * *Für* $k = 1, \ldots, |V|$; $k \neq j$:
      · *Setze* $d_{ik} := \min\{d_{ik}, d_{ij} + d_{jk}\}$.
      · *Falls* d_{ik} *verändert wurde, setze* $t_{ik} := j$.
    * *Falls* $d_{ii} < 0$ *ist, brich den Algorithmus vorzeitig ab. (Es wurde ein Kreis negativer Länge gefunden.)*

Aufgabe 3 (Bäume) *(27P)*

1. **Acht Ecken** *(7 Punkte)*
   Zeichnen Sie alle Bäume mit jeweils acht Ecken, von denen genau eine Ecke den Grad fünf hat. Begründen Sie, warum es nicht noch mehr Bäume gibt. Isomorphe Bäume gelten als eine Lösung!

2. **Gerüste** *(5 Punkte)*
   Zeichnen Sie den K_4. Entfernen Sie Kanten, aber keine Ecken, so dass ein Baum übrig bleibt. Wie viele nicht isomorphe Bäume können Sie auf diese Weise erzeugen ?

3. **AVL-Baum** *(8 Punkte)*
   Fügen Sie folgende Zahlen **in der vorgegebenen Reihenfolge** *in einen leeren AVL-Baum ein:* $(4, 5, 8, 6, 9, 7, 1, 0, 2, 3)$. *Geben Sie die Anzahl der durchgeführten Rechts- und Linksrotationen an. Geben Sie am Ende den Baum in Inorder als eine Zeile aus.*

4. **Vollständige Induktion** *(7 Punkte)*
   Wir betrachten einen balancierten binären Baum der Höhe k. Der **Abstand** *zwischen zwei seiner Blätter l_1 und l_2 wird als die Anzahl der Kanten auf dem Weg von l_1 nach l_2 definiert.*

   Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion (Induktionsanfang, -behauptung und -schritt), dass die Summe aller Abstände $(k-1) * 2^{2k} + 2^k$ *für* $k \geq 0$ *ist.*
   Beachten Sie: Der Abstand zwischen zwei Blättern l_1 und l_2 wird nur einmal gezählt; Ein binärer balancierter Baum der Höhe k hat 2^k Blätter; und bei einem Beweis per vollständiger Induktion hat sich bei Bäumen bewährt, den Induktionsschritt durch das Zusammenhängen zweier Teilbäume zu realisieren.

Tipp:

- **AVL-Bedingungen** *für Rotationen (Siehe Abbildung 1 (Seite 6)):*
  (a) **Rechtsrotation**: *Die Höhe des Teilbaums* R1 *ist um 2 niedriger, als die Höhe des Teilbaums mit Wurzel* B. *Der Unterschied sei durch den Teilbaum* L *begründet. Auf dem Teilbaum mit Wurzel* A *wird eine Rechtsrotation durchgeführt.*
  (b) **Linksrotation**: *analog der Rechtsrotation*
  (c) **Problemsituation links**: *(Doppelte Linksrotation) Die Höhe des Teilbaums* L1 *ist um 2 niedriger, als die Höhe des Teilbaums mit Wurzel* B. *Der Unterschied sei durch den Teilbaum* L2 *begründet. Auf dem Teilbaum mit Wurzel* B *wird eine Rechtsrotation durchgeführt und dann wird auf dem Baum mit Wurzel* A *eine Linksrotation durchgeführt.*
  (d) **Problemsituation rechts**: *(Doppelte Rechtsrotation) analog der Problemsituation links.*

Die Balance kann in eine Zahl kodiert werden, die sich wie folgt berechnet: Balance = Höhe rechter Teilbaum - Höhe linker Teilbaum. Zulässige Werte sind also $-1, 0, 1$. *Bei anderen Werten muss eine Balancierung vorgenommen werden.*

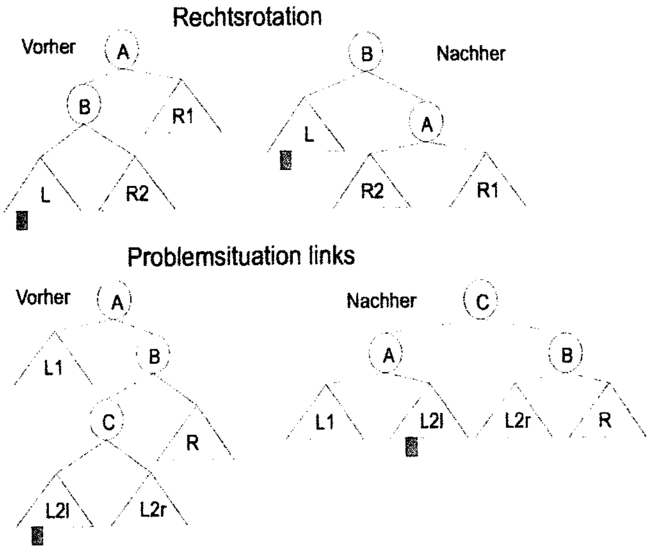


Abbildung 1: Rotationsarten eines AVL-Baumes

Aufgabe 4 (Flußprobleme) *(17P)*

1. **Minimaler Schnitt** *(12 Punkte)*
   Betrachten Sie den Graphen in Abbildung 2 (Seite 7). Die Bewertungen der Kanten geben die Kapazität und den Fluß an.

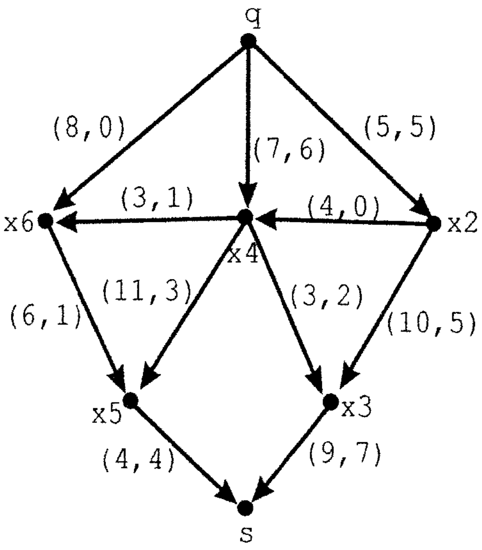


Abbildung 2: Flußnetzwerk

(a) *Bestimmen Sie den Wert des aktuellen Flußes in dem Graphen. Erklären Sie kurz, wie Sie die Berechnung vornehmen.*

(b) *Finden Sie einen vergrößernden Weg und bestimmen Sie ggf. den erhöhten Fluß mittels dem Algorithmus von Ford und Fulkerson. Fertigen Sie eine Dokumentation an, aus der der Ablauf deutlich wird.*

(c) *Bestimmen Sie einen minimalen Schnitt. Erklären Sie, wie Sie die Bestimmung vornehmen.*

(d) *Geben Sie einen maximalen Fluß für diesen Graphen an. Erklären Sie kurz, wie Sie die Berechnung vornehmen.*

2. **Residualnetzwerk** *(5 Punkte)*

Es sei ein Flußnetzwerk $F = (V, E, f, c)$ *mit einem schwach zusammenhängenden, schlichtem, gerichteten Graphen* $G = (V, E)$, *dem zugehörigen Fluß* f *und der zugehörigen Kapazität* c *gegeben.*

Wir definieren ein **Residualnetzwerk** $R_F := (V', E', r)$ *des Flußnetzwerkes* $F = (V, E, f, c)$ *wie folgt:*

- $V' = V$, *d.h. die Menge der Ecken ist gleich.*
- *Die Residualfunktion* r *ordnet jeder Kante* $e'_{ij} \in E'$ *eine positive rationale Zahl* (> 0) *zu.*
- $\forall (v_i, v_j) = e_{ij} \in E$ *ist*
  - $e'_{ij} \in E'$, *falls* $c(e_{ij}) - f(e_{ij}) > 0$, *mit* $r(e'_{ij}) := c(e_{ij}) - f(e_{ij})$
  - $e'_{ji} \in E'$, *falls* $f(e_{ij}) > 0$, *mit* $r(e'_{ij}) := f(e_{ij})$.

Zeichnen Sie zu dem Flußnetzwerk aus Abbildung 2 (Seite 7) das zugehörige Residualnetzwerk, in dem die Kanten e'_{ij} *mit dem Wert* $r(e'_{ij})$ *beschriftet werden.*

Tipp:

- ***Algorithmus 0.3 (Ford und Fulkerson)*** *$G = (V, E)$, ein schwach zusammenhängender, schlichter Digraph, Kapazitätsfunktion c, Fluß f.*
  - (a) *(Initialisierung)*
    Weise allen Kanten $f(e_{ij})$ als einen (initialen) Wert zu, der die Nebenbedingungen erfüllt. Markiere q mit (undefiniert, ∞).
  - (b) *(Inspektion und Markierung)*
    - i. *Falls alle markierten Ecken inspiziert wurden, gehe nach 4.*
    - ii. *Wähle eine beliebige markierte, aber noch nicht inspizierte Ecke v_i und inspiziere sie wie folgt*
      - *(Vorwärtskante) Für jede Kante $e_{ij} \in O(v_i)$ mit unmarkierter Ecke v_j und $f(e_{ij}) < c(e_{ij})$ markiere v_j mit $(+v_i, \delta_j)$, wobei δ_j die kleinere der beiden Zahlen $c(e_{ij}) - f(e_{ij})$ und δ_i ist.*
      - *(Rückwärtskante) Für jede Kante $e_{ji} \in I(v_i)$ mit unmarkierter Ecke v_j und $f(e_{ji}) > 0$ markiere v_j mit $(-v_i, \delta_j)$, wobei δ_j die kleinere der beiden Zahlen $f(e_{ij})$ und δ_i ist.*
    - iii. *Falls s markiert ist, gehe zu 3., sonst zu 2.(a).*
  - (c) *(Vergrößerung der Flußstärke)*
    Für jede Vorwärtskante wird $f(e_{ij})$ um δ_s erhöht, und für jede Rückwärtskante wird $f(e_{ji})$ um δ_s vermindert. Anschließend werden bei allen Ecken mit Ausnahme von q die Markierungen entfernt. Gehe zu 2.
  - (d) *Es gibt keinen vergrößernden Weg. Der jetzige Wert von d ist optimal. Ein Schnitt $A(X, \overline{X})$ mit $c(X, \overline{X}) = d$ wird gebildet von genau denjenigen Kanten, bei denen entweder die Anfangsecke oder die Endecke markiert ist.*

Aufgabe 3 (Tourenprobleme) *(27P)*

1. **Domino-Aufgabe** *(4 Punkte)*
   In dieser Aufgabe betrachten wir eine Verallgemeinerung der Domino-Aufgabe: Auf den Spielsteinen stehen die Zahlen 0 *bis* k *(*$k \in \mathbb{N}$*) und es gibt für jedes Zahlenpaar einen Spielstein, also* $0/0, 0/1, 0/2 \ldots k/(k-1), k/k$.

   (a) *Begründen Sie, dass die Aufgabe, sämtliche Steine in einer geschlossenen Kette unterzubringen, nur für gerade Zahlen* k *lösbar ist.*

   (b) *Wenn* k *ungerade ist, werden die Steine* $0/1, 2/3, 4/5, \ldots, (k-1)/k$ *aus dem Dominospiel entfernt. Begründen Sie, dass die Domino-Aufgabe dennoch lösbar ist.*

2. **Graphen und Digraphen** *(9 Punkte)*
   Zeichnen Sie

   (a) *einen Digraphen, der nicht eulersch ist, obwohl der zugrunde liegende Graph eulersch ist.*

   (b) *einen Digraphen, der nicht Hamiltonsch ist, obwohl der zugrunde liegende Graph Hamiltonsch ist.*

   (c) *einen stark zusammenhängenden Digraphen, der nicht eulersch ist.*

   (d) *einen stark zusammenhängenden Digraphen, der nicht Hamiltonsch ist.*

   Begründen Sie jeweils, warum die Forderung erfüllt wird.

3. **einfache Graphen** *(8 Punkte)*
   Zeichnen Sie alle (bis auf Isomorphie gleiche) einfachen ungerichteten hamiltonschen Graphen

   (a) *mit drei Ecken.*

   (b) *mit vier Ecken.*

   (c) *Warum ist der Zusatz „einfach" in dieser Aufgabe wichtig ?.*

   Begründen Sie, warum es jeweils keine anderen Graphen gibt, die die geforderte Bedingung erfüllen!

4. **Diplomatie** *(6 Punkte)*
Diplomaten aus 6 Ländern sollen zu einer Konferenz an einem runden Tisch Platz nehmen. Das ist ziemlich schwierig, da es Konflikte unter ihnen gibt, und zwar zwischen den Ländern A und B, zwischen B und C, zwischen B und E, zwischen C und D sowie zwischen E und F, und deshalb sollen ihre Vertreter nicht direkt nebeneinander sitzen. Kann der Protokollchef die Diplomaten so platzieren, dass diese Bedingung erfüllt ist ?

Lösen Sie die Aufgabe, indem Sie das Problem in einem Graphen darstellen und auf das Problem zurück führen, dort einen Hamiltonschen Kreis zu finden. Geben Sie dann alle möglichen Hamiltonschen Kreise an.

Aufgabe 6 (Petri-Netze) *(13P)*

1. **Modellierung** *(4 Punkte)*
   Bilden Sie den folgenden Ablauf in einer Kantine in einem Bedingung-Ereignis-System ab!

   - *Neue Kunden kommen durch eine Eingangstür (Systemgrenze, die als markenerzeugende Transition abgebildet werden kann).*
   - *Die Kunden entscheiden sich für eines von zwei Gerichten, für die jeweils eine eigene Warteschlange existiert.*
   - *Die zwei Ausgaben für die Gerichte werden durch Bedienstete betreut, die je nach Andrang an den einzelnen Ausgaben tätig werden.*
   - *Nach Empfang des Hauptgerichts reihen sich die Kunden in eine einzige Kassenwarteschlange ein.*
   - *Nach der Kasse nehmen die Kunden ihre Mahlzeit in einem Essensraum ein.*
   - *Nach Essen verlassen sie die Kantine (Systemgrenze, wie Eingang).*

2. **Modellierung** *(3 Punkte)*
   Transformieren Sie das Bedingung-Ereignis-Netz aus der vorangegangenen Aufgabe in ein Stellen-Transitions-System mit folgenden Einschränkungen:

   - *Die Warteschlangen für die Gerichte umfassen je maximal 10 Kunden.*
   - *Es gibt nur eine Bedienstete.*
   - *Die Kassenwarteschlange besitzt eine Kapazität von 15 Kunden.*
   - *Im Essensraum gibt es 150 Plätze.*

3. **Modellierung** *(6 Punkte)*
   Im nachfolgenden werden Definitionen von Petri-Netzklassen aufgeführt. Ordnen Sie die Netzwerke aus den Abbildungen 3 (Seite 13) und 4 (Seite 13) diesen Definitionen zu. Erläutern Sie warum ggf. dass Netz zu der Klasse dazu gehört bzw. warum es nicht dazu gehört.

   (a) *Zustandsmaschinen (ZM) haben ausschließlich unverzweigte Transitionen, die außerdem nicht am absoluten Rand liegen: Eine* **Zustandsmaschine** *ist ein Netz, bei dem jede Transition der Vorbereich und der Nachbereich nur genau eine Stelle beinhalten.*

   (b) *Synchronisationsgraphen (SG) haben ausschließlich unverzweigte Stellen, die außerdem nicht am absoluten Rand liegen: Ein* **Synchronisationsgraph** *ist ein Netz, bei dem jede Stelle der Vorbereich und der Nachbereich nur genau eine Transition beinhalten.*

(c) *Bei verallgemeinerten Zustandsmaschinen (VZM) bzw. Synchronisationsgraphen (VSG) sind absolute Randknoten beider Arten zugelassen: Eine* **verallgemeinerte Zustandsmaschine** *ist ein Netz, bei dem jede Transition der Vorbereich und der Nachbereich maximal eine Stelle beinhalten.*

(d) *Ein* **verallgemeinerter Synchronisationsgraph** *ist ein Netz, bei dem jede Stelle der Vorbereich und der Nachbereich maximal eine Transition beinhalten.*

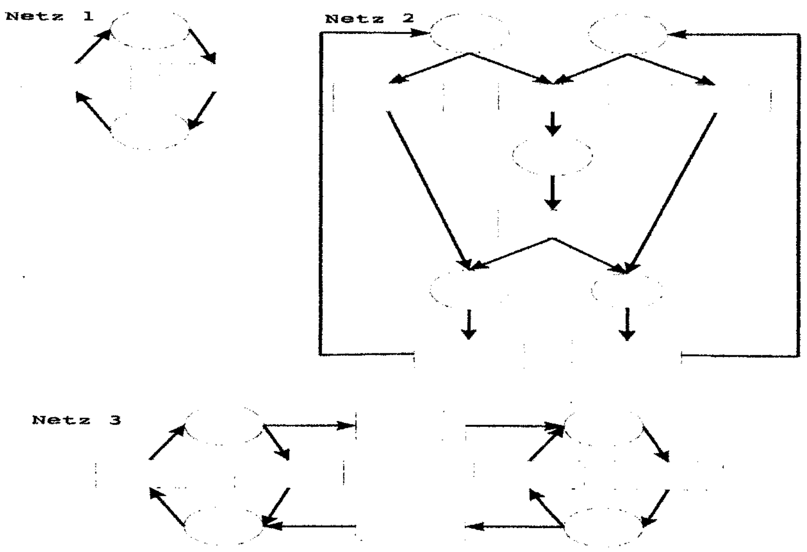


Abbildung 3: Trennende Beispiele für Petri-Netzklassen I

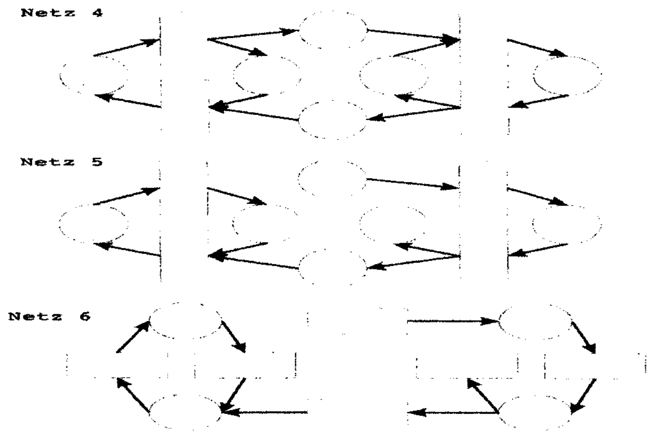


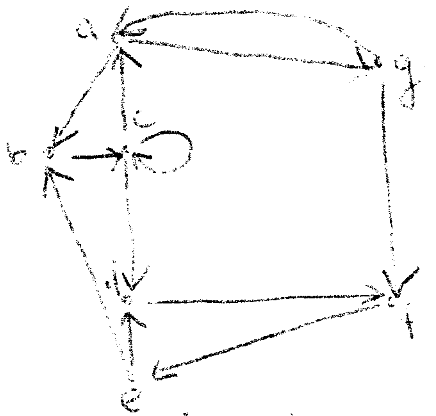
Abbildung 4: Trennende Beispiele für Petri-Netzklassen II

Aufgabe 1

[redacted]

i

1.

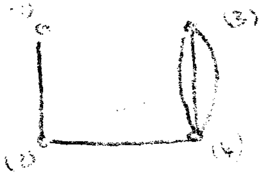


-> man gelangt von jeder beliebigen Ecke zu jeder anderen im Graph

zB von d zu c über f, e und b

von e zu g über b, c, a,

3



Der Eckengrad 4 bei einem Graphen mit 4 Ecken ist nur zu erreichen, wenn an dieser Ecke eine Schlinge ist oder eine Mehrfachkante zu einer anderen Ecke existiert und somit ist dieser nicht schlicht

[redacted]

k = 1

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 12 & 1 \\ 10 & 0 & 4 & 11 \\ 12 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

→ keine Änderung

k = 2

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 12 & 1 \\ 10 & 0 & 4 & 11 \\ 12 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

→ keine Änderung

k = 3

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 12 & 1 \\ 10 & 0 & 4 & 6 \\ 12 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

→ Änderung bei v_2 nach 4 und umgekehrt

→ $|v_2 \to v_3| + |v_3 \to v_4|$ → 4 + 2 → 6 (statt 11)

k = 4

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 1 \\ 7 & 0 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

→ Änderung bei v_1 nach v_2 und umgekehrt

→ $|v_1 \to v_4| + |v_4 \to v_2|$ → 1 + 6 → 7 (statt 10)

→ Änderung bei v_1 nach v_3 und umgekehrt

→ $|v_1 \to v_4| + |v_4 \to v_3|$ → 1 + 2 → 3 (statt 12)

[redacted]

Aufgabe 4

1(a) $q - x_4 - x_6 - x_5 - s \quad \delta = 1$

$q - x_4 - x_5 - s \quad \delta + 3 = 4$

$q - x_4 - x_3 - s \quad \delta + 2 = 6$

$q - x_2 - x_3 - s \quad \delta + 5 = 11$

$\rightarrow$ aktueller Fluss $\delta = 11$

(3)

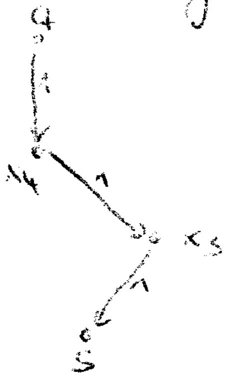
20M	AI 3	GKA	KLC

FSR - Klausurensammlung

(b)

markierte Ecke	q^*	x_4^*	x_6	x_3^*	x_6	x_5	s
Markierung	(undef, ∞)	$(+q,1)$	$(+q,8)$	$(+x_4,1)$	$(+x_4,1)$	$(+x_4,1)$	$(+x_3,1)$

vergrößernder Weg



$\rightarrow$ Fluss um 1 erhöhen

$\hookrightarrow \delta + 1 = 12$

markierte Ecke	q^*	x_6^*	x_5	x_4
Markierung	(undef, ∞)	$(+q,8)$	$(+x_6,8)$	$(-x_5,2)$

$x_5 \rightarrow s$ ist voll

$x_5 \rightarrow x_4 (-x_5, 8)$

Abbruch

$\rightarrow$ kein weiterer vergrößernder Weg

(c) minimaler Schnitt, wenn $\underset{A(X,\bar{X})}{d} = f(x,\bar{x}) - f(\bar{x},x)$

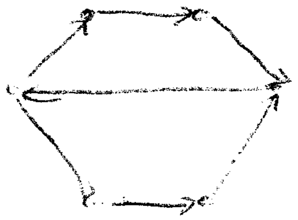
gilt

$A(\{q, x_4, x_5, x_6\}, \{x_2, x_3, s\})$

(d) in (b) ist die Erreichung des maximalen Flusses aufgezeigt

Der maximale Fluss $\delta = 12$

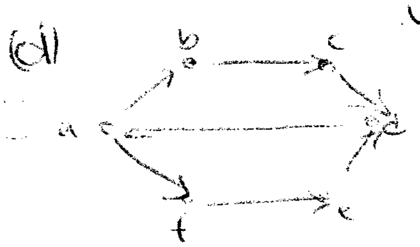
(c)



dieser Graph besitzt ~~Eulertour~~ Eulerpfad, aber keine Eulertour und ist somit nicht eulersch

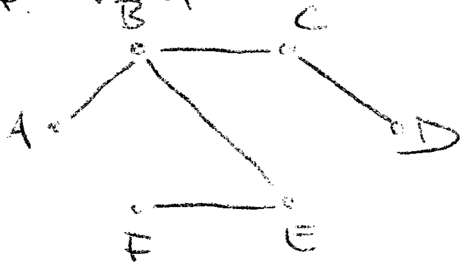
6

(d)

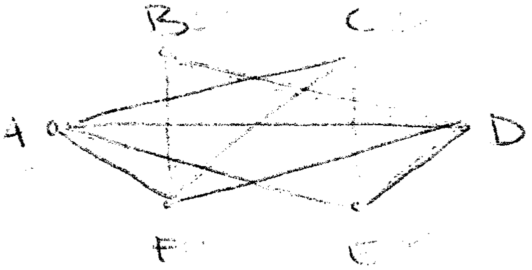


dieser Graph besitzt weder Hamiltonkreis noch pfad, ~~da z.B.~~ [illegible] nur der grundliegende ungerichtete Graph besitzt Hamiltonkreis

4. Konflikte:



→ Komplement bilden



→ in diesem Graph nun Hamiltonkreis finden

A - C - F - B - D - E - A

<u>Aufgabe 6</u>

5. (a) Netz 1, Netz 3

Netze 2, 4 & 5 haben z.T. mehrere Stellen in •t

Netz 6 hat an eine Transition keine Stelle in •t

(b) Netz 1, Netz 4

Netze 2, 3 & 6 haben z.T. mehrere Transitionen in •t & t

Netz 5 ~~Transition~~ hat an eine Stelle keine Transition in •s

(c) Netz 1, Netz 3 & Netz 6

Netze 2, 4 und 5 haben z.T. mehrere Stellen in •t & t•

(d) Netz 1, Netz 4 & Netz 5

Netze 2, 3 & 6 haben z.T. mehrere Transitionen in •t & t•