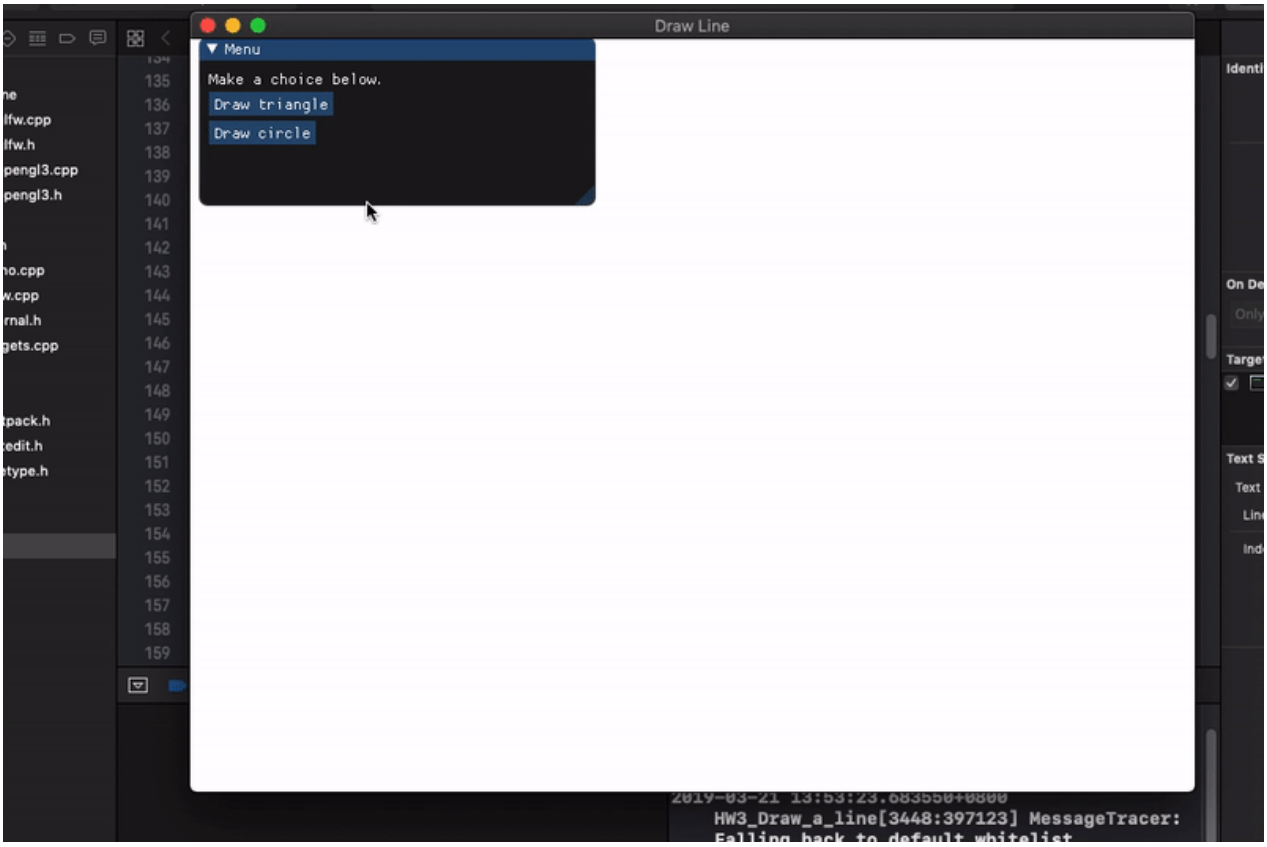
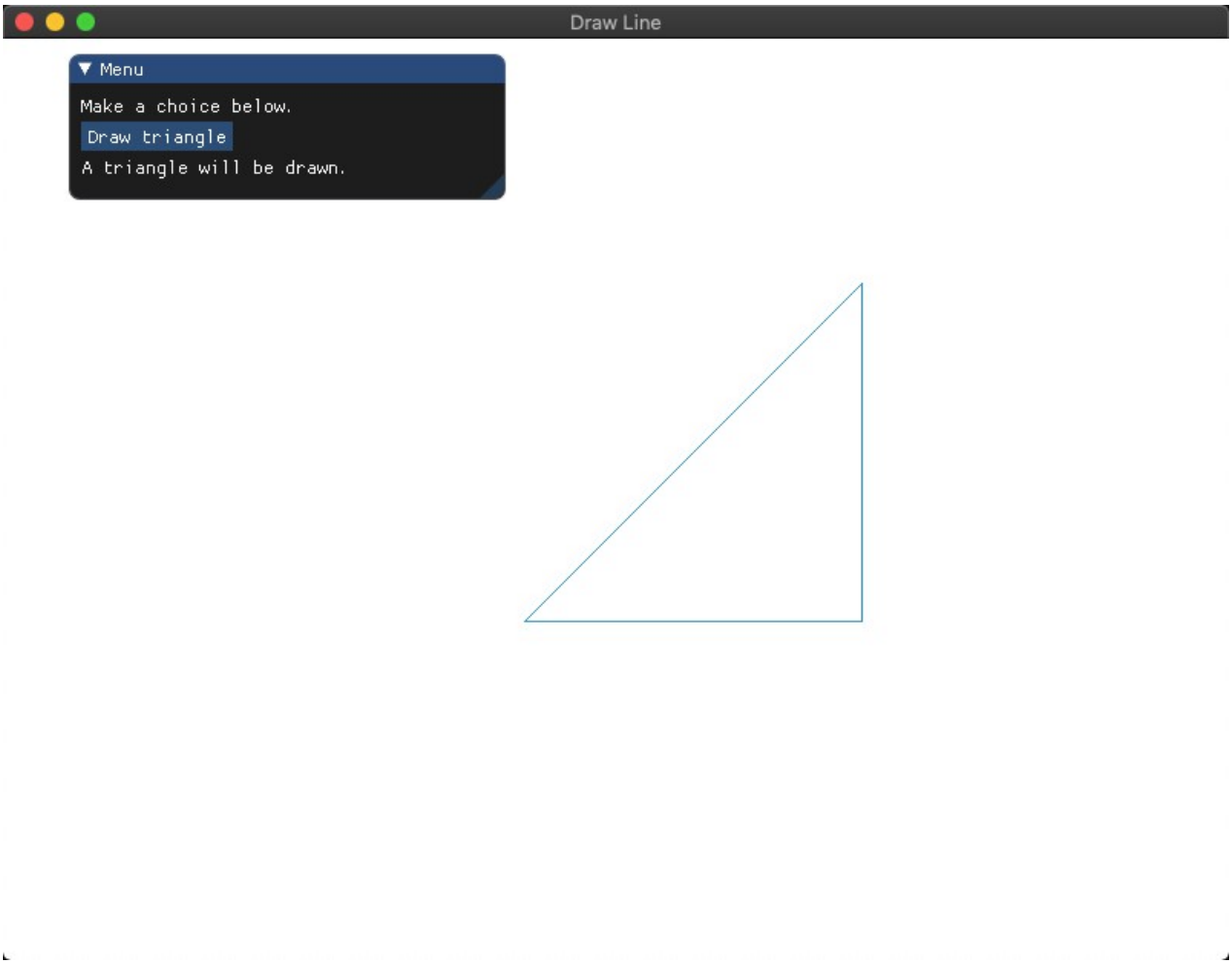
Homework 3 - Draw line

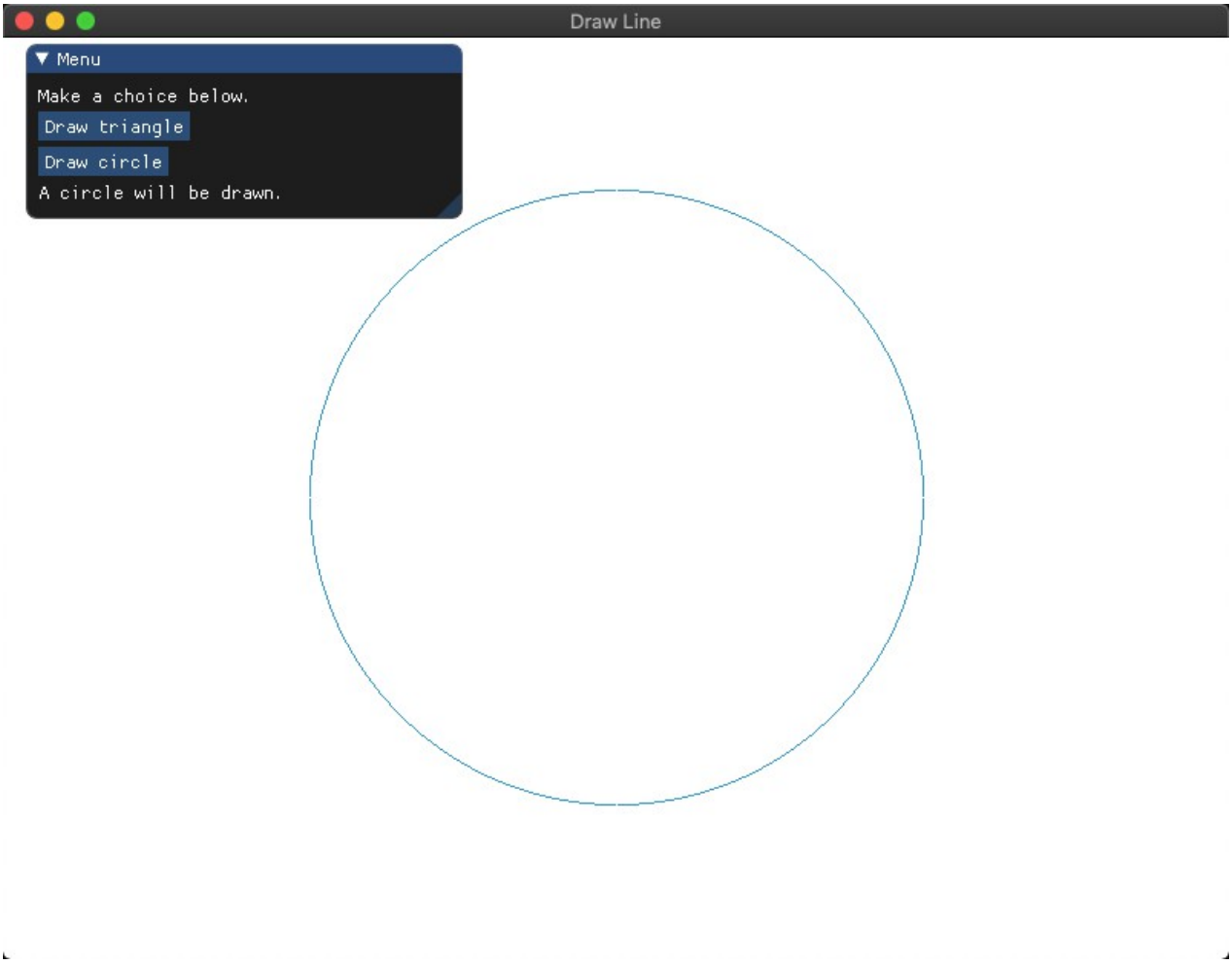
演示结果见 /doc 中的 demo.gif

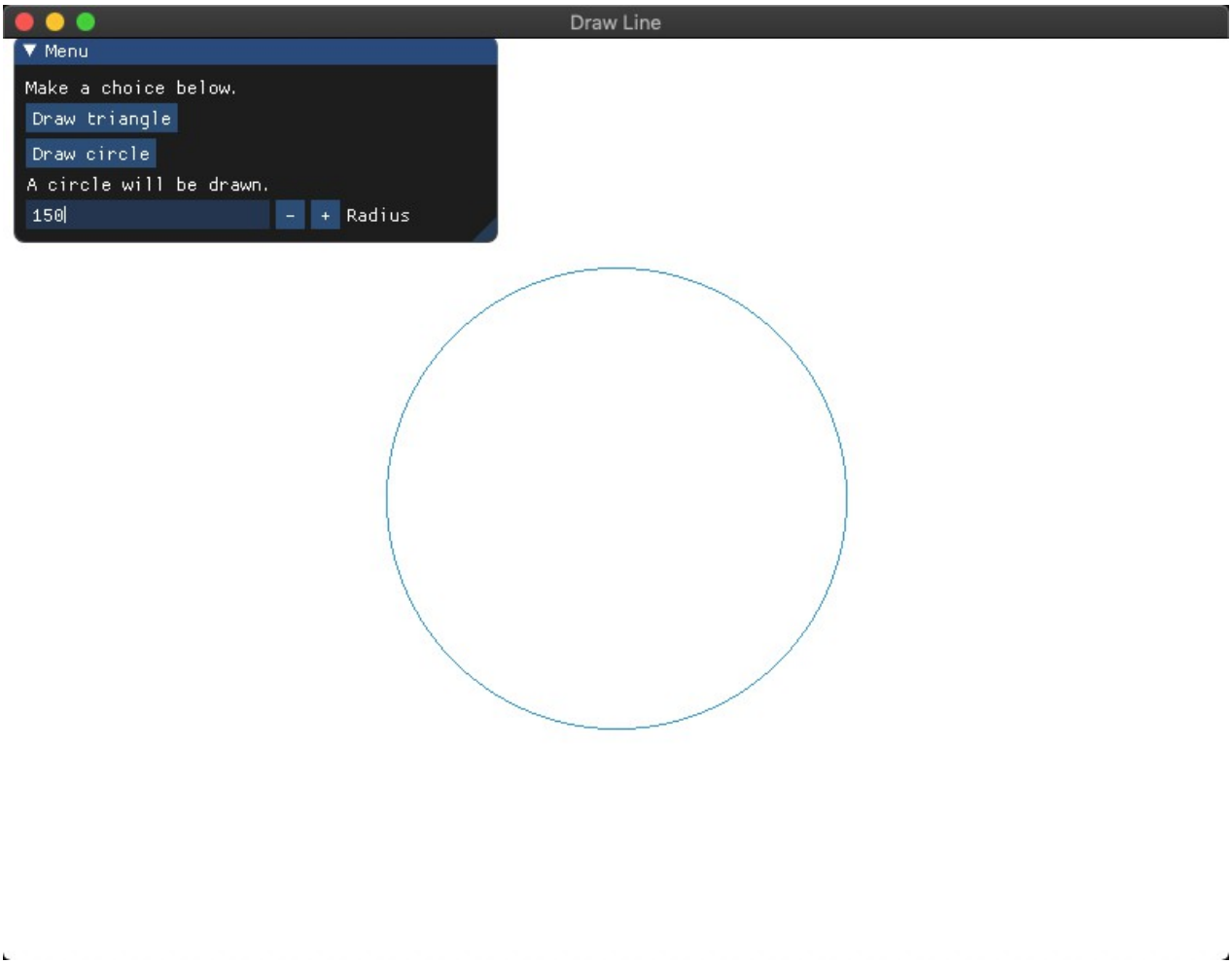


Basic

效果图


Draw Line
Menu
Make a choice below.
Draw triangle
A triangle will be drawn.


Draw Line
Menu
Make a choice below.
Draw triangle
Draw circle
A circle will be drawn.



实现步骤

一、使用Bresenham算法(只使用integer arithmetic)画一个三角形边框：input为三个2D点；output三条直线（要求图元只能用 GL_POINTS，不能使用其他，比如 GL_LINES 等）。

1. 编译配置和有关 GUI 的代码框架已经在上次项目中搭建好，此次实验只需根据输入的三角形顶点坐标，然后使用 Bresenham 算法生成组成 line 的所有像素点的整数坐标，最后使用 GL_POINT 进行渲染即可。
2. 对于任意两点 v0 和 v1，直线 v0v1 的斜率范围为 （-∞，+∞），课件中的算法过程如下，但其前提条件为直线的斜率在 [0,1]。

Summary of Bresenham Algorithm

- **draw** (x_0, y_0)
- **Calculate** $\Delta x, \Delta y, 2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x, p_0 = 2\Delta y - \Delta x$
- **If** $p_i \le 0$ **draw** $(x_{i+1}, \bar{y}_{i+1}) = (x_i + 1, \bar{y}_i)$

  and compute $p_{i+1} = p_i + 2\Delta y$
- **If** $p_i > 0$ **draw** $(x_{i+1}, \bar{y}_{i+1}) = (x_i + 1, \bar{y}_i + 1)$

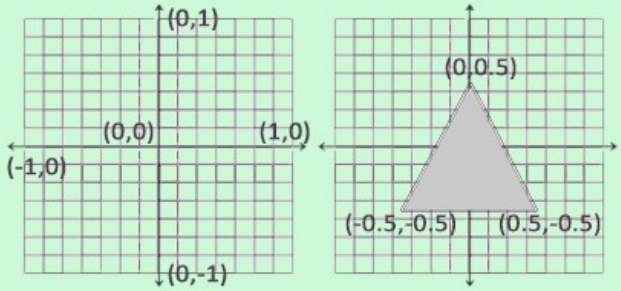
  and compute $p_{i+1} = p_i + 2\Delta y - 2\Delta x$
- **Repeat the last two steps**

3. 对于其他情况，可以先将坐标通过对称变换转换到上述情况下，再进行绘制，最后将线上所有点的坐标进行逆变换。注意要先保证 v0 的横坐标小于等于 v1 的横坐标，即 dx >= 0。
   - 当斜率在 （1,+∞）时，即 dy > dx，且 dy > 0 时，将顶点坐标关于 y = x 进行对称变换
   - 当斜率在 [-1,0）时，即 dy < dx，且 dy < 0 时，将顶点坐标关于 y = v0.y 进行对称变换
   - 当斜率在 （-∞,1）时，即 dy > dx，且 dy < 0 时，将顶点坐标关于 y = v0.y 进行对称变换，转到第一种情况，然后再关于 y = x 进行变换，两次变换可以调换顺序。

```
 if (v0.x > v1.x) {
  swap(v0, v1);
 }
 bool isFlipXY = false;
 bool isFlipX = false;

// slope greater than 1 or less than -1
if (abs(v0.x - v1.x) < abs(v0.y - v1.y)) {
  flipXY(v0);
  flipXY(v1);
  isFlipXY = true;
}

if (v0.x > v1.x) {
  swap(v0, v1);
}

// slope between -1 and 0
if (v0.y > v1.y) {
```

```
    flipX(v0, v1);
    isFlipX = true;
}
```

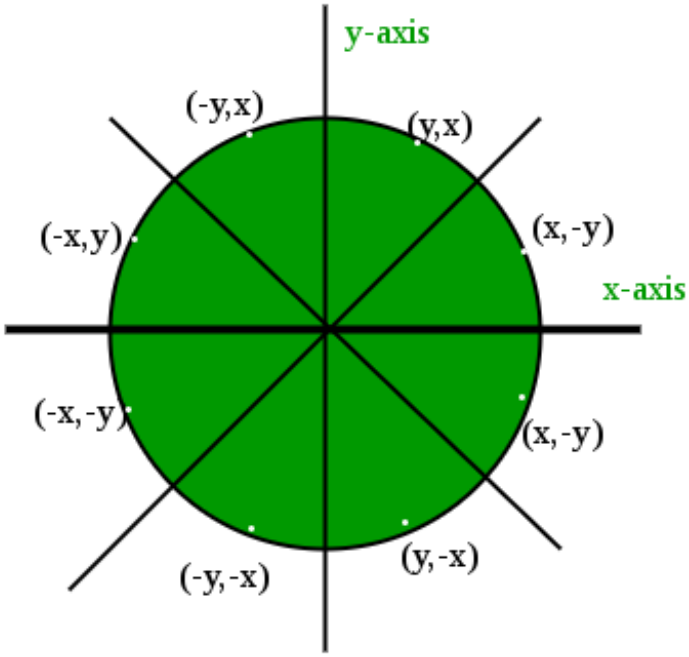
4. OpenGL 仅当3D坐标在3个轴（x、y和z）上都为-1.0到1.0的范围内时才处理它。所有在所谓的标准化设备坐标(Normalized Device Coordinates)范围内的坐标才会最终呈现在屏幕上（在这个范围以外的坐标都不会显示）。而由于算法处理的坐标为屏幕空间上的像素坐标，需要除以窗口的维度进行标准化，然后再绑定到 VAO 和 VBO中供 Shader 渲染。

> **标准化设备坐标(Normalized Device Coordinates, NDC)**
> 一旦你的顶点坐标已经在顶点着色器中处理过，它们就应该是**标准化设备坐标**了，标准化设备坐标是一个x、y和z值在-1.0到1.0的一小段空间。任何落在范围外的坐标都会被丢弃/裁剪，不会显示在你的屏幕上。下面你会看到我们定义的在标准化设备坐标中的三角形(忽略z轴)：
>
> 
>
>
> 与通常的屏幕坐标不同，y轴正方向为向上，(0,0)坐标是这个图像的中心，而不是左上角。最终你希望所有(变换过的)坐标都在这个坐标空间中，否则它们就不可见了。
> 你的标准化设备坐标接着会变换为**屏幕空间坐标**(Screen-space Coordinates)，这是使用你通过`glViewport`函数提供的数据，进行**视口变换**(Viewport Transform)完成的。所得的屏幕空间坐标又会被变换为片段输入到片段着色器中。

二、使用Bresenham算法(只使用integer arithmetic)画一个圆：input为一个2D点(圆心)、一个integer半径； output为一个圆。

参考

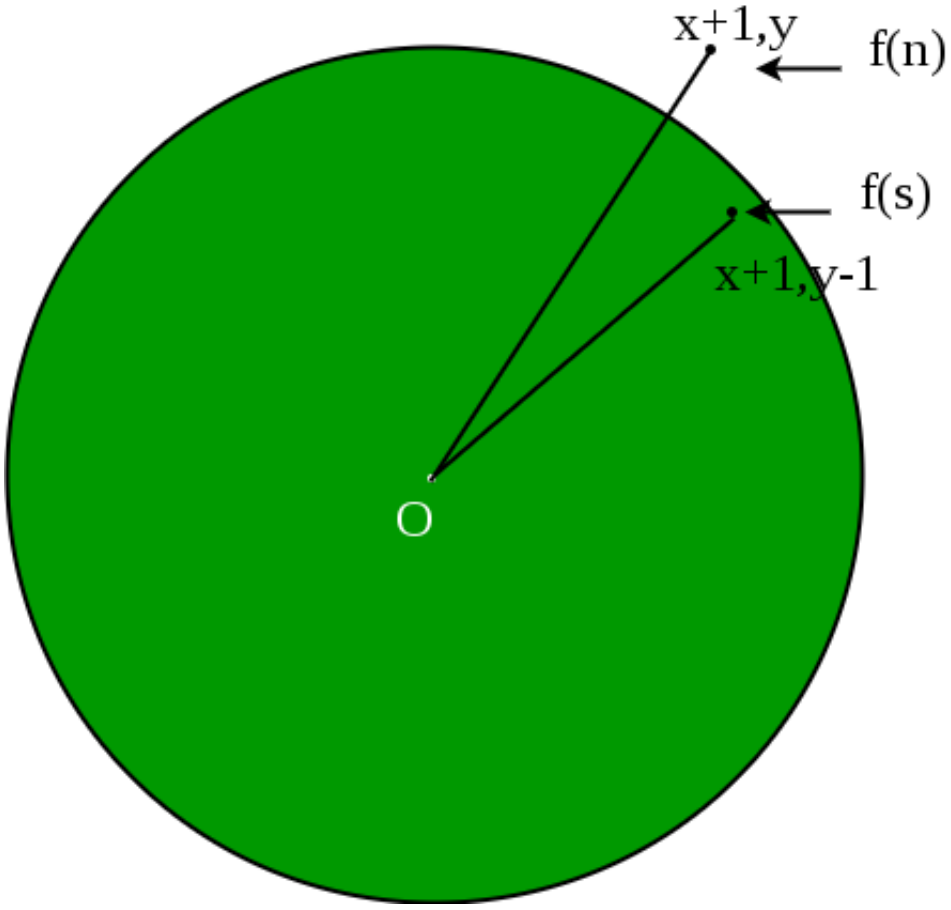
1. 由于 circle 的对称性，只需画 1/8 个圆，其他圆弧上的点可以对称得到



For a pixel (x,y) all possible pixels in 8 octants.

```
void addCirclePoints(vector<Point>& pv,const Point& centre,const int& x,const
int& y){
    vector<Point> eightPoints = {
        Point(centre.x + x, centre.y + y),
        Point(centre.x - x, centre.y + y),
        Point(centre.x + x, centre.y - y),
        Point(centre.x - x, centre.y - y),
        Point(centre.x + y, centre.y + x),
        Point(centre.x - y, centre.y + x),
        Point(centre.x + y, centre.y - x),
        Point(centre.x - y, centre.y - x)
    };
    pv.insert(pv.end(), eightPoints.begin(), eightPoints.end());
}
```

2. 画圆弧的具体思想和之前画 line 相同，初始化 decision parameter d = 3 - (2 * radius)，然后每次根据 d 的大小选择 （x+1,y）或者（x+1,y-1）




```
vector<Point> pv;
int x = 0,y = radius,d = 3 - (2*radius);
addCirclePoints(pv,centre,x,y);

while(x < y){
  if(d < 0){
    d = d + 4 * x + 6;
  }
  else{
    d = d + 4 * (x - y) + 10;
    y--;
  }
  x++;
  addCirclePoints(pv,centre,x,y);
}
```

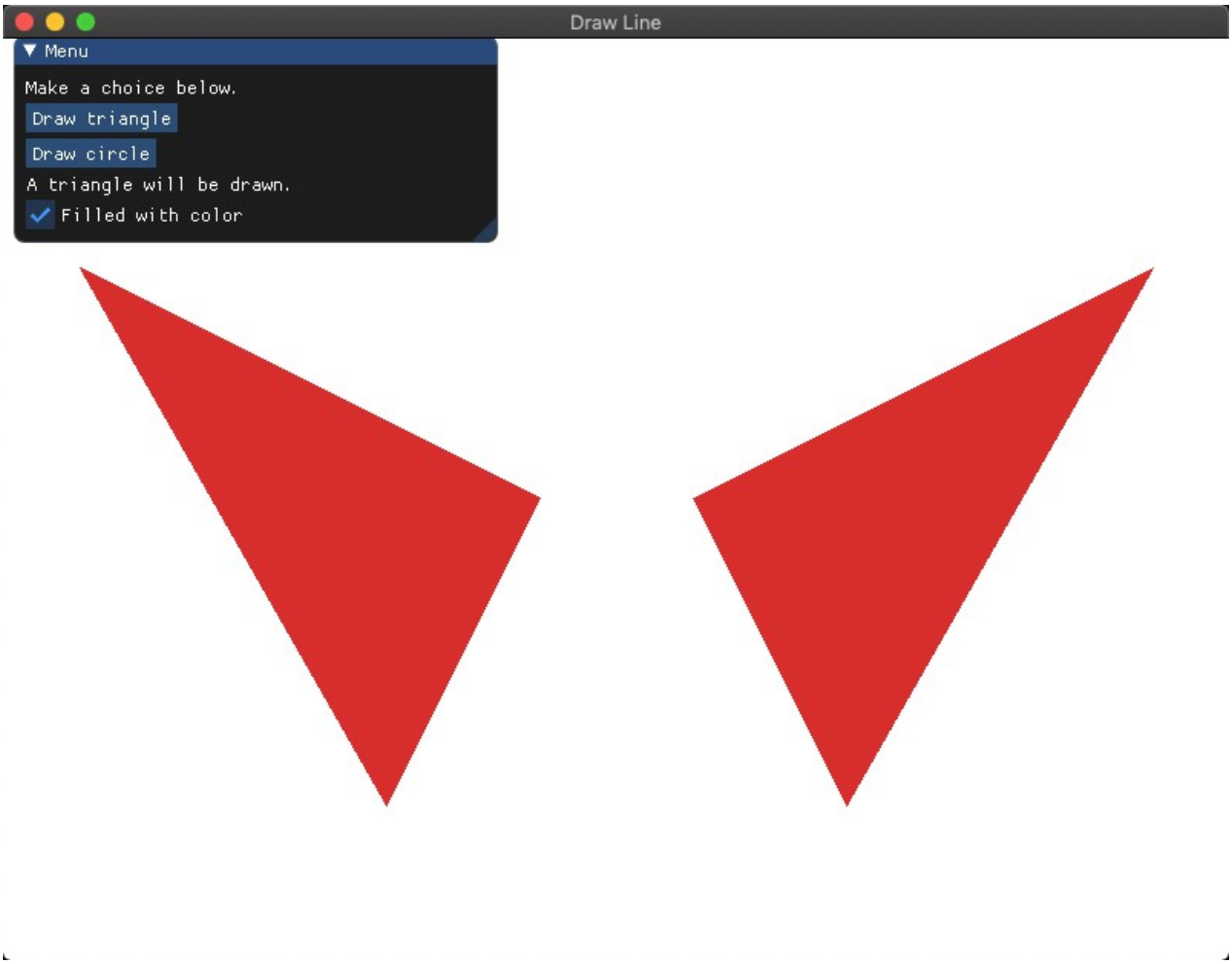
三、在GUI在添加菜单栏，可以选择是三角形边框还是圆，以及能调整圆的大小(圆心固定即可)。

1. 选择菜单在上次实验中已经实现，具体就是绑定多个 VAO 和 VBO，在渲染循环中根据用户选择来渲染不同 VAO 中的点的图元。注意每次渲染后需要解绑。
2. 在画圆菜单中添加 ImGui::InputInt 并绑定到 curr_radius 变量，当发现 curr_radius 和当前的 radius 不同时，重新绘制新的点并绑定到 VAO 中，然后更新 radius。

```
case 2:
  ImGui::Text("A circle will be drawn.");
  ImGui::InputInt("Radius", &curr_radius);
  if(curr_radius != radius){
    circleData.clear();
    circleData = genCirclePositions(centre,curr_radius);
    radius = curr_radius;
    for (int i = 0; i < circleData.size(); i = i + 3) {
     circleData[i] = 2 * circleData[i] / SCR_WIDTH;
     circleData[i + 1] = 2 * circleData[i + 1] / SCR_HEIGHT;
  }
  // bind the VAO, VBO with points
  PointsBindVAO(VAO[1],VBO[1],circleData);
  }
  break;
```

Bonus

效果图



实现步骤

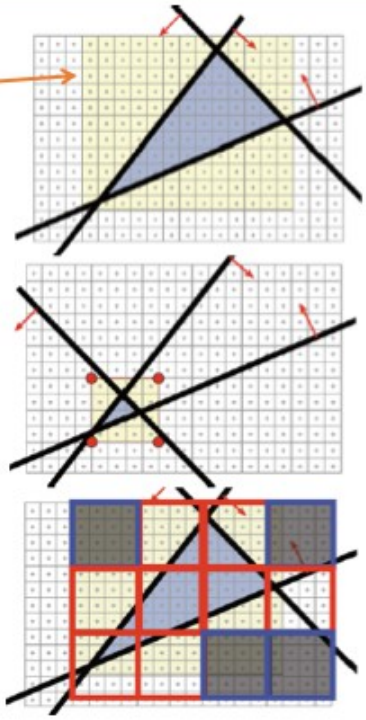
一、使用三角形光栅转换算法，用和背景不同的颜色，填充你的三角形。

1. Edge Equations 算法

Edge Equations

Can we reduce #pixels tested?

1. compute a bounding box:
   x_{min}, y_{min}, x_{max}, y_{max} of triangle
2. compute edge equations from vertices
   - orient edge equations: let negative halfspaces be on the triangle's exterior (multiply by -1 if necessary)
   - can be done incrementally per scan line
3. scan through *each* pixel in bounding box and evaluate against all edge equations
4. set pixel if all three edge equations > 0

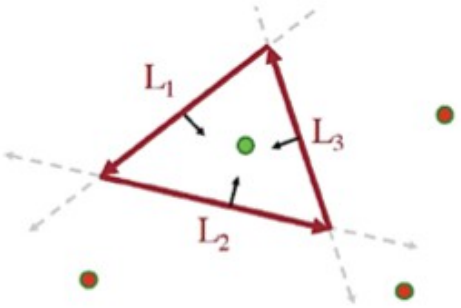


Hierarchical bounding boxes

- how to quickly exclude a bounding box?

Edge Equations

```
void edge_equations(vertices T[3])
{
  bbox b = bound(T);
  foreach pixel(x, y) in b {
    inside = true;
    foreach edge line L_i of Tri {
      if (L_i.A*x+L_i.B*y+L_i.C < 0) {
        inside = false;
      }
    }
    if (inside) {
      set_pixel(x, y);
    }
  }
}
```



2. [通过两点计算直线一般式]

You can find the linear equation of the line that passes through those points in the form:

$Ax + By + C = 0$

in one step by simply using the formula:

$(y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y + (x_1y_2 - x_2y_1) = 0$

3. 设置 flag，保证 negative halfspace 在三角形的外部

```
float deterValue(const vector<float>& line,const Point& p){
  return line[0] * p.x + line[1] * p.y + line[2];
}
// orient edge equations
// let negative halfspaces be on the triangle's exterior
int flags[3];
// determine the value of v2 on line v0v1
flags[0] = (deterValue(lines[0], v2) > 0)? 1 : -1;
// determine the value of v1 on line v0v2
flags[1] = (deterValue(lines[1], v1) > 0)? 1 : -1;
// determine the value of v0 on line v1v2
flags[2] = (deterValue(lines[2], v0) > 0)? 1 : -1;
```