

4月23日前,以实验报告形式提交。软件工程专业发到 lizhl9@mail2.sysu.edu.cn, 信息安全、国防生、智能科学专业发到 yuht4@outlook.com。

Write programs (using Matlab or other software) to finish the exercises below.

$$\text{For } f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 + \cos(t)], & 0 \leq |t| \leq \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases},$$

- (1) Plot this signal and its frequency spectrum;
- (2) When the sampling period satisfies $T=1$, $T=\pi/2$, $T=2$, respectively, please plot the sampling signal $f_p(n)$ and its frequency spectrum, respectively. Please give explanation of these results;
- (3) Using lowpass filter with cutting frequency $\omega_c=2.4$ to reconstruct signal $f_r(t)$ from $f_p(n)$. When the sampling period satisfies $T=1$, $T=2$, respectively, please plot the reconstructed signal $f_r(t)$, and plot the absolute error between the reconstructed signal $f_r(t)$ and the original signal $f(t)$. Please analyze these results.

Matlab functions potentially used:

plot; subplot; axis; exp; cos; sinc; ones; length; stem; abs

参考材料:

连续时间信号傅立叶变换的数值计算

为了更好地体会 MATLAB 的数值计算功能,这里给出连续信号傅立叶变换的数值计算方法。方法的理论依据为:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\tau)e^{-j\omega n\tau} \tau \quad (1)$$

对于一大类信号,当取 τ 足够小时,上式的近似情况可以满足实际需要。若信号 $f(t)$ 是时限的,或当 $|t|$ 大于某个给定值时, $f(t)$ 的值已经衰减得很厉害,可以近似地看成时限信号,则式(1)中的 n 取值就是有限的,设为 N ,有:

$$F(k) = \tau \sum_{n=-\infty}^{N-1} f(n\tau)e^{-j\omega_k n\tau}, 0 \leq k \leq N-1 \quad (2)$$

上式是对式(1)中的频率 ω 进行取样,通常:

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N\tau} k \quad (3)$$

采用 MATLAB 实现式(2)时,其要点是要正确生成 $f(t)$ 的 N 个样本 $f(n\tau)$ 的向量 f 及向量 $e^{-j\omega_k n\tau}$, 两向量的内积(即两矩阵相乘)的结果即完成式(2)的计算。

此外,还要注意取样间隔 τ 的确定。其依据是 τ 需小于奈奎斯特取样间隔。如果对于某个信号 $f(t)$, 它不是严格的带限信号,则可根据实际计算的精度要求来确定一个适当的频率 ω_0 为信号的带宽。