回溯、搜索

0017 电话号码的字母组合

链接：https://leetcode-cn.com/problems/letter-combinations-of-a-phone-number/

标签：回溯，深搜

精选题解

- https://leetcode-cn.com/problems/letter-combinations-of-a-phone-number/solution/dian-hua-hao-ma-de-zi-mu-zu-he-by-leetcode-solutio/563076

关键思路

利用字符串 vector 简化索引，并将输入 digits 的数字字符映射到其在 board 中的索引。

```
1   vector<string> board = {"", "", "abc", "def", "ghi", "jkl", "mno", "pqrs",
    "tuv", "wxyz"};
2   …
3       int board_idx = digits[digit_idx] - '0';
```

复杂度

- 时间复杂度：$O(3^k \times 4^{n-k})$。n 为输入的字符串长度，k 为对应 3 个字母的字符个数。
- 空间复杂度：SO(n)。递归深度为 O(n)；临时数组大小为 n。

代码

0017 电话号码的字母组合.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138862517/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<string> res;
4       string temp;
5       vector<string> board = {"", "", "abc", "def", "ghi", "jkl", "mno", "pqrs",
    "tuv", "wxyz"};
6
7       void dfs(int digit_idx, string& digits) {
8           if (digit_idx == digits.size()) {
9               res.push_back(temp);
10              return ;
11          }
```

0017 电话号码的字母组合.cpp

```
12
13          int board_idx = digits[digit_idx] - '0';
14          for (int i=0; i<board[board_idx].size(); ++i) {
15              temp.push_back(board[board_idx][i]);
16              dfs(digit_idx+1, digits);
17              temp.pop_back();
18          }
19      }
20
21      vector<string> letterCombinations(string digits) {
22          if (digits.size() == 0)
23              return res;
24          dfs(0, digits);
25          return res;
26      }
27  };
28
```

0022 括号生成

链接：https://leetcode-cn.com/problems/generate-parentheses/

标签：字符串

精选题解

- 官方题解 - 括号生成
  - https://leetcode-cn.com/problems/generate-parentheses/solution/gua-hao-sheng-cheng-by-leetcode-solution/

关键思路

- 终止条件：temp.size() == 2*n。其中 n 表示生成的括号对数。
- 如果左括号个数小于 n，就增加一个左括号并递归。
- 如果右括号个数小于左括号个数，就增加一个右括号并递归。

复杂度

代码

0022 括号生成.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138867187/

0022 括号生成.cpp

```cpp
class Solution {
public:
    vector<string> res;
    string temp;

    void dfs(int n, int left, int right) {
        if (temp.size() == 2*n) {
            res.push_back(temp);
            return ;
        }

        if (left < n) {
            temp.push_back('(');
            dfs(n, left+1, right);
            temp.pop_back();
        }
        if (right < left) {
            temp.push_back(')');
            dfs(n, left, right+1);
            temp.pop_back();
        }
    }

    vector<string> generateParenthesis(int n) {
        dfs(n, 0, 0);
        return res;
    }
};

```

0039 组合总和

链接：https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum/

标签：回溯

精选题解

- 官方题解 - 组合总和
  - https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum/solution/zu-he-zong-he-by-leetcode-solution/

关键思路

几个终止条件（必须保证先后顺序）：

（1） idx 表示当前指向数字的索引，索引到达最后；

（2） 和恰好为 target，此时需将 temp 加入结果数组；

（3） 后面的数都比剩余的 target 大，要利用此条件需要在主函数中将 candidates 排序。

```
if (idx==candidates.size())
    return ;
if (target==0) {
    res.push_back(temp);
    return ;
}

// This part must be after the previous part
if (target - candidates[idx] < 0) {
    return ;
}
```

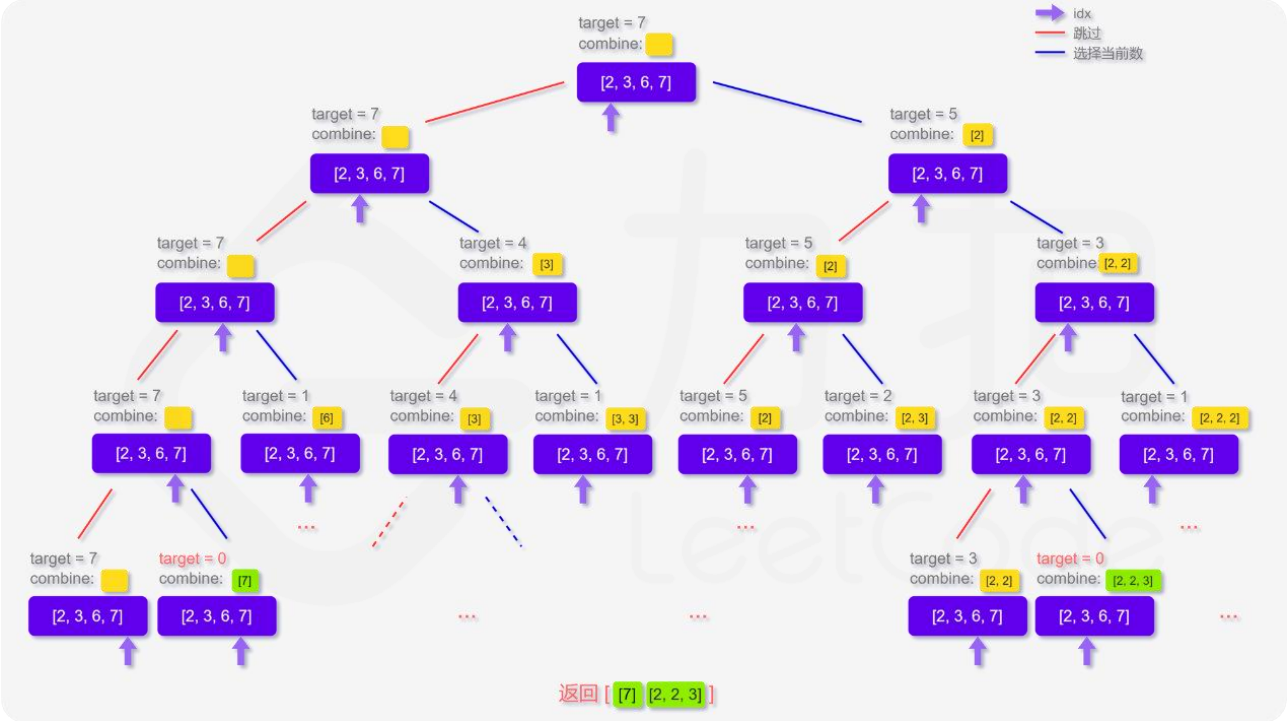
无非是取或不取当前数。区别有两点：

（1）是否出栈入栈（棕色部分）；

（2）dfs 的参数变化（红色部分）。

```
// do not choose candidates[idx]
dfs(candidates, target, idx+1);

// choose candidates[idx]
temp.push_back(candidates[idx]);
dfs(candidates, target-candidates[idx], idx);
temp.pop_back();
```



复杂度

- 时间复杂度：O($n \times 2^n$)。n 为数组中的元素个数，此处为一个松上界，因为存在大量提前返回和剪枝，因此实际情况远小于该复杂度。
- 空间复杂度：SO(target/min(candidates))。递归层数和临时数组空间最多均为 target/min(canditates)。

代码

0039 组合总和.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138434940/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<vector<int>> res;
4       vector<int> temp;
5
6       void dfs(vector<int> & candidates, int target, int idx) {
7           if (idx==candidates.size())
8               return ;
9           if (target==0) {
10              res.push_back(temp);
11              return ;
12          }
13
14          // This part must be after the previous part
```

0039 组合总和.cpp

```
15          if (target - candidates[idx] < 0) {
16              return ;
17          }
18
19          // do not choose candidates[idx]
20          dfs(candidates, target, idx+1);
21
22          // choose candidates[idx]
23          temp.push_back(candidates[idx]);
24          dfs(candidates, target-candidates[idx], idx);
25          temp.pop_back();
26      }
27
28      vector<vector<int>> combinationSum(vector<int>& candidates, int target) {
29          sort(candidates.begin(), candidates.end());
30          dfs(candidates, target, 0);
31          return res;
32      }
33  };
34
```

0040 组合总和 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum-ii/

标签：回溯

精选题解

- 回溯算法 + 剪枝（Java、Python）
  - https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum-ii/solution/hui-su-suan-fa-jian-zhi-python-dai-ma-java-dai-m-3/
  - https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum-ii/solution/hui-su-suan-fa-jian-zhi-python-dai-ma-java-dai-m-3/225211

关键思路

最重要的是保证选取的数不重复，和“0090 子集 II”中的思路类似，同一树层上不应有相同的数（[1,2] 和 [1,2] 不被允许），同一树枝上可以（[1,2,2] 允许）。

需要注意的是，在“0090 子集 II”的代码 1 中使用了 used 数组，判断条件多了!used[i]，因此代码 2 对这个剪枝方法进行了改进，采用了本题下面的做法。

我们发现，在递归中，**同一个 for 循环里面的数都是在同一树层中的**，因此在同一个 for 循环中每个数只能使用一次。

使用 candidates[i]==canditates[i-1] 的含义是，将所有相同的数都跳过。

在大多数情况下，上面这条都是够的，只有当 i==idx 时，有可能出现这两个相同的数是在同一树枝，而不是同一树层，因为 idx 是循环起点，所以 candidates[idx-1] 在本层递归的 for 循环，而 canditates[idx-1] 必然在上层递归的 for 循环。所以加了一句 i>idx 的判断条件，用于排除这个例外情况。

```
1   for (int i=idx; i<candidates.size(); ++i) {
2       if (target - candidates[idx] < 0)
3           break;
4       if (i>idx && candidates[i] == candidates[i-1])
5           continue;
6       temp.push_back(candidates[i]);
7       dfs(candidates, target-candidates[i], i+1);
8       temp.pop_back();
9   }
```

复杂度

- 时间复杂度：O($2^n \times n$)。n 为 candidates 数组长度。递归时每个数都有选或不选两种可能，故有 O(2^n)的可能；每次复制符合条件的数组则需要 O(n)的时间。当然，这里是一个宽松的上界，因为在实际递归中，有很多提前返回和剪枝，因此要远小于该复杂度上界。
- 空间复杂度：SO(n)。递归深度最多为 n；temp 数组最多 n 个数。

代码

0040 组合总和 II.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138838782/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<vector<int>> res;
4       vector<int> temp;
5
6       void dfs(vector<int>& candidates, int target, int idx) {
7           if (target==0) {
8               res.push_back(temp);
9               return ;
10          }
11
```

0040 组合总和 II.cpp

```
12          for (int i=idx; i<candidates.size(); ++i) {
13              if (target - candidates[idx] < 0)
14                  break;
15              if (i>idx && candidates[i] == candidates[i-1])
16                  continue;
17              temp.push_back(candidates[i]);
18              dfs(candidates, target-candidates[i], i+1);
19              temp.pop_back();
20          }
21      }
22
23      vector<vector<int>> combinationSum2(vector<int>& candidates, int target) {
24          sort(candidates.begin(), candidates.end());
25          dfs(candidates, target, 0);
26          return res;
27      }
28  };
29
```

0216 组合总和 III

链接：https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum-iii/

标签：回溯

精选题解

- 官方题解 - 组合总和 III
  - https://leetcode-cn.com/problems/combination-sum-iii/solution/zu-he-zong-he-iii-by-leetcode-solution/

关键思路

该题可以视为，从 9 个数中取出 k 个数使之和为 n。同“0077 组合”类似，只需满足个数为 k 且和为 n 即可。官方题解用了 accumulate 求和，实际上没有利用好递归的特性。

剪枝：temp 数组个数大于 k，或可取数组中个数加起来也不足 k。

无非是选和不选当前数这两种情况。

复杂度

时间复杂度：$O(C_9^k \times k)$。从 9 个数中取 k 个数；复制每个符合条件的数组需 O(k)。

空间复杂度：O(k)。递归层数最多为 k；临时数组大小为 k。

代码

0216 组合总和 III.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138857702/

```cpp
class Solution {
public:
    vector<vector<int>> res;
    vector<int> temp;

    void dfs(int k, int target, int cur) {
        if ( (temp.size() + (9-cur+1) < k) || temp.size() > k)
            return ;
        if (temp.size() == k && target == 0) {
            res.push_back(temp);
            return ;
        }

        // not choose cur
        dfs(k, target, cur+1);

        // choose cur
        temp.push_back(cur);
        dfs(k, target-cur, cur+1);
        temp.pop_back();
    }

    vector<vector<int>> combinationSum3(int k, int n) {
        dfs(k, n, 1);
        return res;
    }
};

```

0046 全排列

链接：https://leetcode-cn.com/problems/permutations/

标签：回溯

精选题解

- 回溯算法入门级详解 + 练习（持续更新）

- https://leetcode-cn.com/problems/permutations/solution/hui-su-suan-fa-python-dai-ma-java-dai-ma-by-liweiw/

- 官方题解
  - https://leetcode-cn.com/problems/permutations/solution/quan-pai-lie-by-leetcode-solution-2/
- ※ **C++ 回溯法/交换法/stl 简洁易懂的全排列**
  - https://leetcode-cn.com/problems/permutations/solution/c-hui-su-fa-jiao-huan-fa-stl-jian-ji-yi-dong-by-sm/
- 精选代码
  - https://leetcode-cn.com/problems/permutations/solution/quan-pai-lie-by-leetcode-solution-2/532710/

复杂度

- 时间复杂度：O(n*n!)。回溯复杂度 O(n!)；每次新的生成数组需要复制 n 个元素。
- 空间复杂度：SO(n)。长度为 n 的标记数组；递归时深度最大为 n。

代码 1：标记数组

0046 全排列.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/127476452/

```cpp
class Solution {
public:
    vector<vector<int>> res;

    void backtrack(vector<int> &nums, vector<int> &current, vector<bool> &flags) {
        if (current.size() == flags.size()) {
            res.push_back(current);
        } else {
            for (int i=0; i<nums.size(); ++i) {
                if (not flags[i]) { // nums[i] not in current
                    current.push_back(nums[i]);
                    flags[i] = true;
                    backtrack(nums, current, flags);
                    current.pop_back();
                    flags[i] = false;
                }
            }
        }
    }

```

0046 全排列.cpp

```
21      vector<vector<int>> permute(vector<int>& nums) {
22          if (nums.empty()) {
23              return {};
24          }
25          vector<bool> flags(nums.size(), false); // true: in current; false:
    not in current
26          vector<int> current;
27          backtrack(nums, current, flags);
28          return res;
29      }
30  };
31
```

代码 2：交换元素

0046 全排列 - swap.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/127482585/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<vector<int>> res;
4
5       void backtrack(vector<int> &nums, int start, int end) {
6           if (start == end) {
7               res.push_back(nums);
8           } else {
9               for (int i=start; i<=end; ++i) {
10                  swap(nums[i], nums[start]);
11                  backtrack(nums, start+1, end);
12                  swap(nums[i], nums[start]);
13              }
14          }
15      }
16
17      vector<vector<int>> permute(vector<int>& nums) {
18          if (nums.empty()) {
19              return {};
20          } else {
21              backtrack(nums, 0, nums.size()-1);
22              return res;
23          }
24      }
25  };
```

0046 全排列 - swap.cpp
26

0047 全排列 II

题目：https://leetcode-cn.com/problems/permutations-ii/

标签：回溯

精选题解

- 官方题解
  - https://leetcode-cn.com/problems/permutations-ii/solution/quan-pai-lie-ii-by-leetcode-solution/

关键思路

定义一个标记数组 visited 来标记已经填过的数。若 visited[i] 为 true，表示第 i 个数已经使用了；若 visited[i] 为 false，表示第 i 个数尚未使用。

要解决重复问题，只需保证在填第 i 个数时，重复数字只被填入一次。方法：**对原数组排序，保证相同数字都相邻，然后每次填入的数一定是这个数所在重复数集合中「从左往右第一个未被填过的数字」，即如下的判断条件：**

```
1   if (i > 0 && nums[i] == nums[i-1] && !visited[i-1]) {
2       continue;
3   }
```

假如排完序后的完整数组 nums 中有三个连续的数，那么一定只有如下 4 种状态：[×, ×, ×]，[√, ×, ×]，[√, √, ×]，[√, √, √]。（√ 表示已在生成的数组中，× 表示未在生成的数组中。）

复杂度

详见官方题解。

- 时间复杂度：O(n*n!)。回溯复杂度 O(n!)；每次新的生成数组需要复制 n 个元素。
- 空间复杂度：SO(n)。长度为 n 的标记数组；递归时深度最大为 n。

代码

0047 全排列 II.cpp
https://leetcode-cn.com/problems/permutations-ii/submissions/

```
1   class Solution {
2       vector<int> visited;
```

0047 全排列 II.cpp

```
3   public:
4       void backtrack(vector<int> &nums, vector<vector<int>> &res, int idx,
    vector<int> &current) {
5           if (idx==nums.size()) {
6               res.emplace_back(current);
7               // * C++ STL vector 添加元素（push_back()和 emplace_back()）详解
8               //   * http://c.biancheng.net/view/6826.html
9               // push_back() 向容器尾部添加元素时，首先会创建这个元素，然后再将这个元
    素拷贝或者移动到容器中（如果是拷贝的话，事后会自行销毁先前创建的这个元素）；
10              // 而 emplace_back() 在实现时，则是直接在容器尾部创建这个元素，省去了拷
    贝或移动元素的过程。
11              return ;
12          }
13
14          for (int i=0; i<nums.size(); ++i) {
15              // 哪些情况不取当前的元素：
16              // 1. 已经访问过/在当前路径数组中
17              // 2. 和前一个数相等，且前一个数未被填过（表明该数不是第一个未填的数，故
    仍然跳过）
18              //    反过来理解，如果前一个相等的数已经被填过，那么此时就可以插入这后一
    个相等的数了，
19              //    因为我们在上一层嵌套中，已经保证前一个数当时是第一个未被填过的数了
20              //    此时意味着我们在当前路径数组中存在多个相等的数了
21              if (visited[i] || (i>0 && nums[i]==nums[i-1] && !visited[i-1]))
22                  continue;
23              current.emplace_back(nums[i]);
24              visited[i] = true;
25              backtrack(nums, res, idx+1, current);
26              visited[i] = false;
27              current.pop_back();
28          }
29      }
30
31      vector<vector<int>> permuteUnique(vector<int>& nums) {
32          vector<vector<int>> res;
33          vector<int> current;
34          visited.resize(nums.size());
35          sort(nums.begin(), nums.end());
36          backtrack(nums, res, 0, current);
37          return res;
38      }
39  };
```

0047 全排列 II.cpp
40

0077 组合

链接：https://leetcode-cn.com/problems/combinations/

标签：回溯

精选题解

- ※ 官方题解 - 组合
  - https://leetcode-cn.com/problems/combinations/solution/zu-he-by-leetcode-solution/
- 回溯算法 + 剪枝（Java） - 组合
  - https://leetcode-cn.com/problems/combinations/solution/hui-su-suan-fa-jian-zhi-python-dai-ma-java-dai-ma-/

关键思路

合理剪枝：剩余个数是否足够；个数正好则加入并返回。

```
1   if (temp.size() + (n - cur + 1) < k)
2       return ;
```

选取当前数，需要考虑入栈出栈；不选取，则跳到下一个。

```
1   // choose cur
2   temp.push_back(cur);
3   dfs(cur+1, n, k);
4   temp.pop_back();
5
6   // do not choose cur
7   dfs(cur+1, n, k);
```

复杂度

- 时间复杂度：O($C_n^k \times k$)。其中C_n^k表示从 n 个数中取出 k 个数的组合数目，k 表示每次需要复制 k 个数。
- 空间复杂度：O(n+k)=O(n)。递归最大层数 n；临时数组空间 k。

代码

0077 组合.cpp
https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138357287/

0077 组合.cpp

```cpp
class Solution {
public:
    vector<vector<int>> res;   // result 2d vector
    vector<int> temp;          // temp vector path

    void dfs(int cur, int n, int k) {
    // cur: current element index, choose or not
        if (temp.size() + (n - cur + 1) < k)
            return ;
        if (temp.size() == k) {
            res.push_back(temp);
            return ;
        }

        // choose cur
        temp.push_back(cur);
        dfs(cur+1, n, k);
        temp.pop_back();

        // do not choose cur
        dfs(cur+1, n, k);
    }

    vector<vector<int>> combine(int n, int k) {
        dfs(1, n, k);
        return res;
    }
};

```

0078 子集

链接：https://leetcode-cn.com/problems/subsets/

标签：回溯，位运算

精选题解

- 官方题解 - 子集
  - https://leetcode-cn.com/problems/subsets/solution/zi-ji-by-leetcode-solution/

关键思路

每个位置有两种情况，选或者不选，所以类似“0077 组合”(p14)的思路。最后索引到达 n 就退出。

```
// choose nums[cur]
temp.push_back(nums[cur]);
dfs(cur+1, nums);
temp.pop_back();

// not choose nums[cur]
dfs(cur+1, nums);
```

复杂度

- 时间复杂度：O($n \times 2^n$)。一共2^n个子集，每个子集需要 O(n)的时间来构造。
- 空间复杂度：SO(n)。递归栈空间 O(n)；临时数组空间 O(n)。

代码

0078 子集.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138375047/

```
class Solution {
public:
    vector<vector<int>> res;
    vector<int> temp;

    void dfs(int cur, vector<int> &nums) {
        if (cur == nums.size()) {
            res.push_back(temp);
            return ;
        }

        // choose nums[cur]
        temp.push_back(nums[cur]);
        dfs(cur+1, nums);
        temp.pop_back();

        // not choose nums[cur]
        dfs(cur+1, nums);
    }

    vector<vector<int>> subsets(vector<int>& nums) {
        dfs(0, nums);
```

0078 子集.cpp

```
23          return res;
24      }
25  };
26
```

0090 子集 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/subsets-ii/

标签：回溯

精选题解

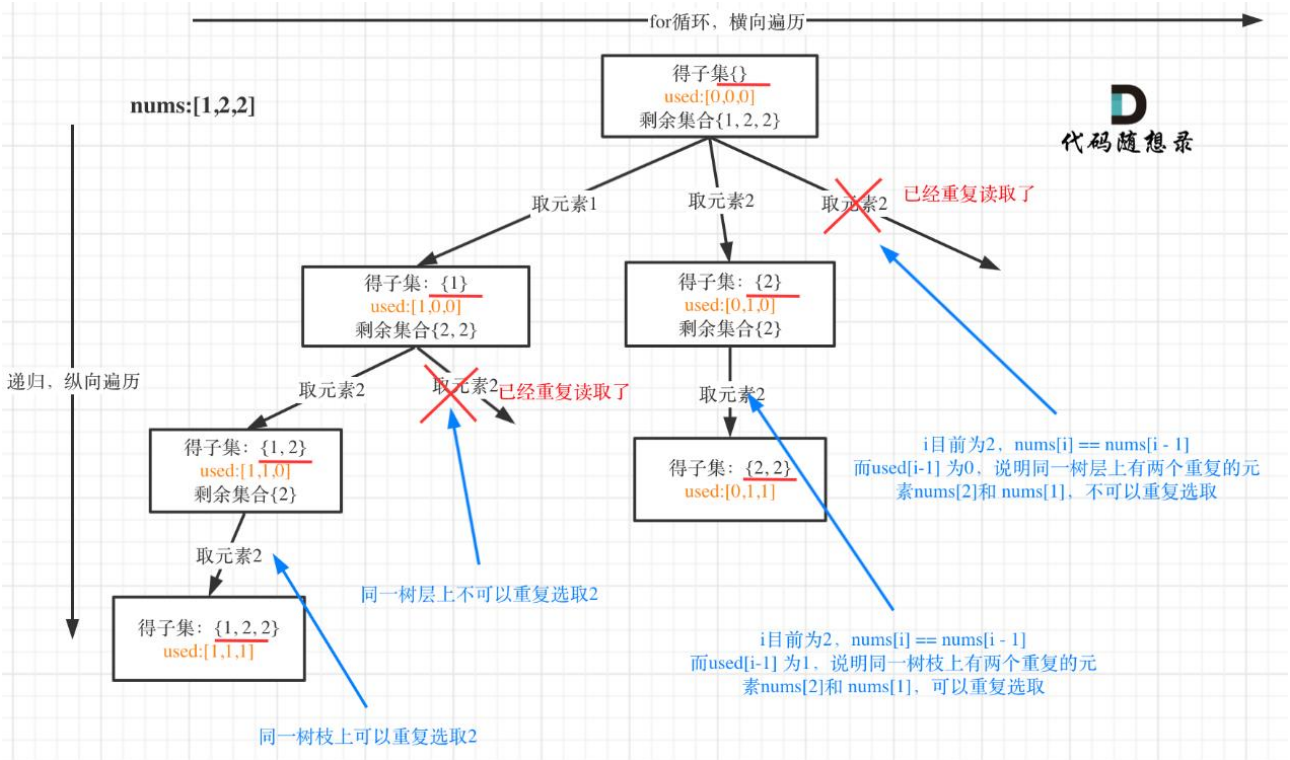
- 90. 子集 II:【彻底理解子集问题如何去重】详解 - 子集 II
  - https://leetcode-cn.com/problems/subsets-ii/solution/90-zi-ji-iiche-di-li-jie-zi-ji-wen-ti-ru-he-qu-zho/

关键思路

最重要的是理解 used[i-1] 的含义：

（1） true：同一**树枝**上选取过值相等的元素，可以重复选取

（2） false：同一**树层**上选取过值相等的元素，不可重复选取



类似“0047 全排列 II”，但有几点不同：

（1） 循环遍历的起点是 cur 而不是 0。因此，也就不需要判断 used[i] 是否为 true，因为这时肯定是 false。

（2） 可直接将 temp 加入 res，视为不选取 nums[cur]。

```
1   // not choose nums[cur]
2   res.push_back(temp);
3
4   // maybe choose nums[cur]
5   for (int i=cur; i<nums.size(); ++i) {
6       if (i>0 && nums[i]==nums[i-1] && !used[i-1])
7           continue;
8       temp.push_back(nums[i]);
9       used[i] = true;
10      backtrack(i+1, nums, used);
11      used[i] = false;
12      temp.pop_back();
13  }
```

事实上，还可以对上面的剪枝进行优化，不需要使用 used 数组，可以参考“0040 组合总和 II”的题解，重点是下面第 2 行的蓝色语句。代码 2 就是采用了该剪枝方法的优化解法。

```
1   for (int i=cur; i<nums.size(); ++i) {
2       if (i>cur && nums[i]==nums[i-1])
3           continue;
4       temp.push_back(nums[i]);
5       backtrack(i+1, nums);
6       temp.pop_back();
7   }
```

复杂度

时间复杂度：$O(2^n \times n)$。子集最多有2^n个（元素均不重复）；构造每个子集需要 O(n)的时间。

空间复杂度：SO(n)。递归栈空间 O(n)；临时数组空间 O(n)。

代码 1

0090 子集 II

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138389158/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<vector<int>> res;
4       vector<int> temp;
5
```

0090 子集 II

```
6       void backtrack(int cur, vector<int> &nums, vector<bool> &used) {
7           // not choose nums[cur]
8           res.push_back(temp);
9
10          // maybe choose nums[cur]
11          for (int i=cur; i<nums.size(); ++i) {
12              if (i>0 && nums[i]==nums[i-1] && !used[i-1])
13                  continue;
14              temp.push_back(nums[i]);
15              used[i] = true;
16              backtrack(i+1, nums, used);
17              used[i] = false;
18              temp.pop_back();
19          }
20      }
21
22      vector<vector<int>> subsetsWithDup(vector<int>& nums) {
23          vector<bool> used(nums.size(), false);
24          sort(nums.begin(), nums.end());
25          backtrack(0, nums, used);
26          return res;
27      }
28  };
29
```

代码 2：不使用 used 数组的剪枝

0090 子集 II -v2.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138841714/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<vector<int>> res;
4       vector<int> temp;
5
6       void backtrack(int cur, vector<int> &nums) {
7           // not choose nums[cur]
8           res.push_back(temp);
9
10          // maybe choose nums[cur]
11          for (int i=cur; i<nums.size(); ++i) {
12              if (i>cur && nums[i]==nums[i-1])
```

0090 子集 II -v2.cpp

```
13                 continue;
14             temp.push_back(nums[i]);
15             backtrack(i+1, nums);
16             temp.pop_back();
17         }
18     }
19
20     vector<vector<int>> subsetsWithDup(vector<int>& nums) {
21         sort(nums.begin(), nums.end());
22         backtrack(0, nums);
23         return res;
24     }
25 };
26
```

0079 单词搜索 + 剑指 12 矩阵中的路径

链接：https://leetcode-cn.com/problems/word-search/

标签：回溯

精选题解

- ※ 官方题解 - 单词搜索
  - https://leetcode-cn.com/problems/word-search/solution/dan-ci-sou-suo-by-leetcode-solution/
- 在二维平面上使用回溯法（Python 代码、Java 代码） - 单词搜索
  - https://leetcode-cn.com/problems/word-search/solution/zai-er-wei-ping-mian-shang-shi-yong-hui-su-fa-pyth/

关键思路

- check(i,j,k,…) 表示是否存在一条从 board[i][j] 出发的路径与单词子集 word[k:]匹配。对 k=0，遍历所有的 i 和 j，即可得到二维网格中是否包含整个单词。
- 对不同方向的搜索，可以建立一个 vector<pair<int,int>> 表示四个方向。
- 终止条件：board[i][j] != word[k]，返回 false；board[i][j] == word[k] && k == word.length()-1，返回 true。
- 访问 board[i][j] 时将其置为 true，递归返回时不要忘记将其置为 false。

复杂度

详见官方题解。

- 时间复杂度：O($M \times N \times 3^L$)。M 表示 board 的行数，N 表示 board 的列数，L 表示字符串长度。需要进行$M \times N$次检查；每个后继字符至多有 3 个方向（除了第 2 个字符有 4 个方向），因此每次检查至多有3^L种分支；事实上由于提前返回和剪枝的存在，实际时间复杂度远低于这个理论上界。
- 空间复杂度：SO($M \times N$)。visited 数组的空间为$M \times N$；栈的深度至多为min $(L, M \times N)$。

代码

0079 单词搜索.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/138405047/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<pair<int,int>> directions{{0,1},{0,-1},{1,0},{-1,0}};
4       // check(i,j,k,...): is exist a path starts from board[i][j] matches
    word[k:]
5       bool check(int i, int j, int k, vector<vector<char>> &board,
    vector<vector<bool>> &visited, string &word) {
6           if (board[i][j] != word[k])
7               return false;
8           else if (k==word.length()-1)
9               return true;
10
11          visited[i][j] = true;
12          for (const auto& d: directions) {
13              int i_new = i + d.first;
14              int j_new = j + d.second;
15              if (i_new>=0 && i_new<board.size() && j_new>=0 &&
    j_new<board[0].size()) {
16                  if (visited[i_new][j_new])
17                      continue;
18                  if (check(i_new, j_new, k+1, board, visited, word)) {
19                      visited[i][j] = false;
20                      return true;
21                  }
22              }
23          }
24          visited[i][j] = false;
25          return false;
26      }
27
28      bool exist(vector<vector<char>>& board, string word) {
29          int row_num = board.size();
```

0079 单词搜索.cpp

```
30          if (row_num<=0)
31              return false;
32          int col_num = board[0].size();
33          bool flag = false;
34          vector<vector<bool>> visited(row_num, vector<bool>(col_num));
35          for (int i=0; i<row_num; ++i) {
36              for (int j=0; j<col_num; ++j) {
37                  flag = check(i, j, 0, board, visited, word);
38                  if (flag)
39                      return true;
40              }
41          }
42          return false;
43      }
44  };
45
```

链接：https://leetcode-cn.com/problems/ju-zhen-zhong-de-lu-jing-lcof/

标签：深搜

精选题解

- 面试题 12. 矩阵中的路径（ DFS + 剪枝 ，清晰图解） - 矩阵中的路径
  - https://leetcode-cn.com/problems/ju-zhen-zhong-de-lu-jing-lcof/solution/mian-shi-ti-12-ju-zhen-zhong-de-lu-jing-shen-du-yo/

关键思路

同“0079 单词搜索”。

复杂度

代码

剑指 13 机器人的运动范围

链接：https://leetcode-cn.com/problems/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-lcof/

标签：回溯

精选题解

- 官方题解 - 机器人的运动范围
  - https://leetcode-cn.com/problems/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-lcof/solution/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-by-leetcode-solution/
- 面试题 13. 机器人的运动范围（ 回溯算法，DFS / BFS ，清晰图解）
  - https://leetcode-cn.com/problems/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-lcof/solution/mian-shi-ti-13-ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-dfs-b/
- DFS 和 BFS 两种解决方式 - 机器人的运动范围
  - https://leetcode-cn.com/problems/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-lcof/solution/dfshe-bfsliang-chong-jie-jue-fang-shi-by-sdwwld/
- 图解 BFS + DFS - 机器人的运动范围
  - https://leetcode-cn.com/problems/ji-qi-ren-de-yun-dong-fan-wei-lcof/solution/bfs-by-z1m/

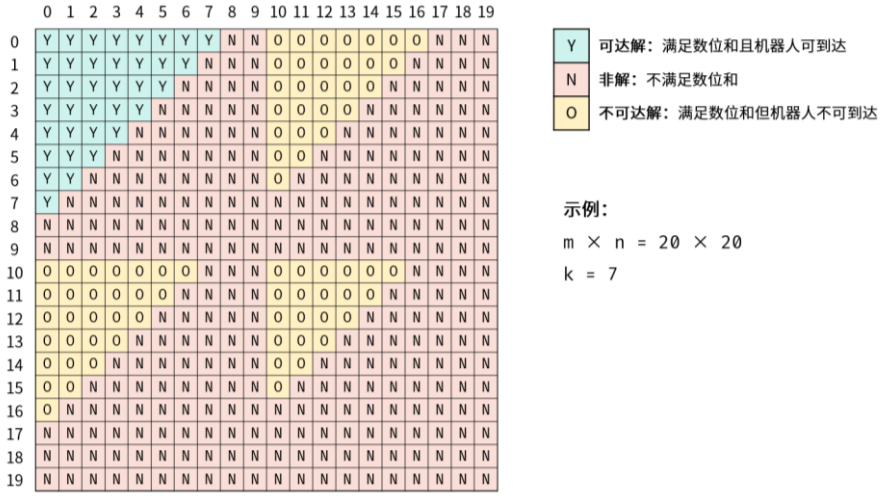
关键思路

审题！审题！审题！

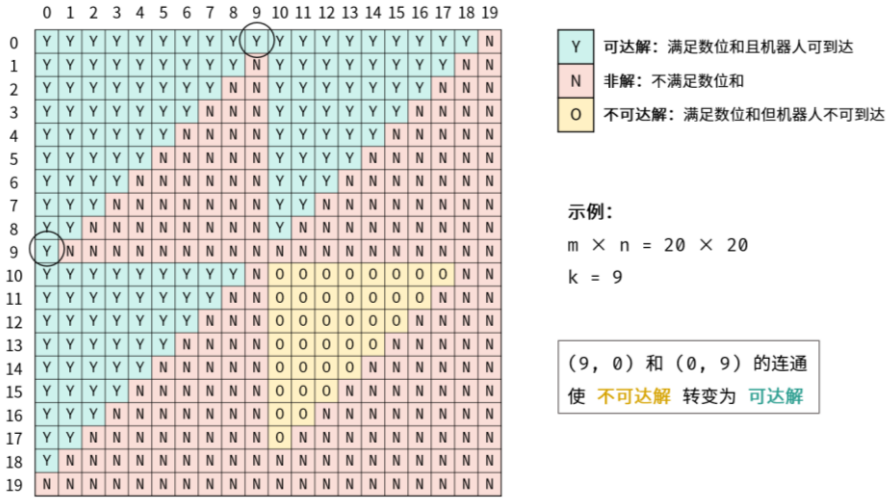
- 这里的 k 并不是指移动 k 步，而仅仅是对行坐标和列坐标数位之和的一个人为限定
- 如果看不懂解法中的某个奇怪的做法，一般都是因为对题意理解有误

第一种思路是经典回溯，可用深搜，只需将“行列数位和是否大于 k”加入到搜索终止条件中（代码 1）。

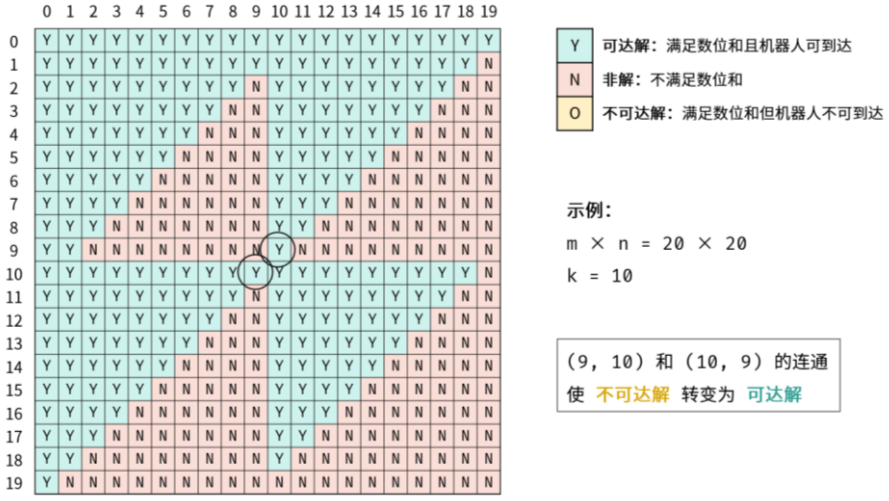
- 尽管机器人在运动时有如下三种情形，但是使用 dfs 向右向下可以保证覆盖完整：



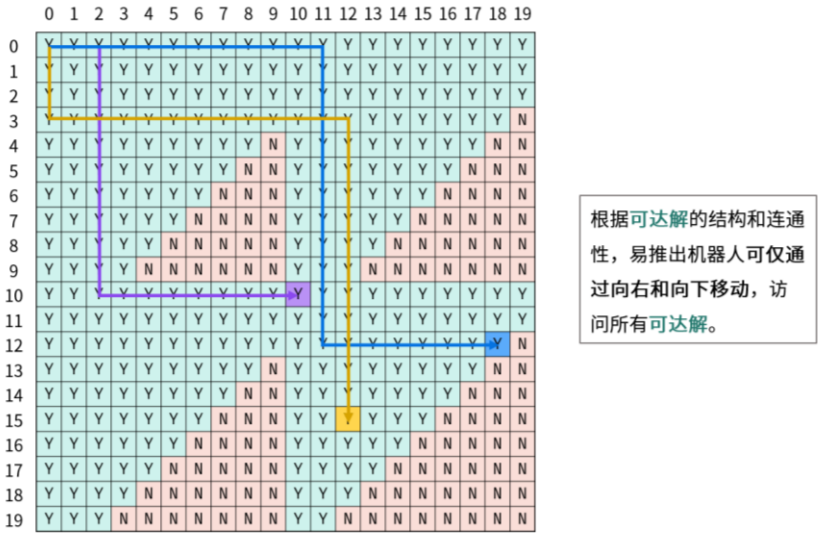
（a）未连通



（b）部分连通

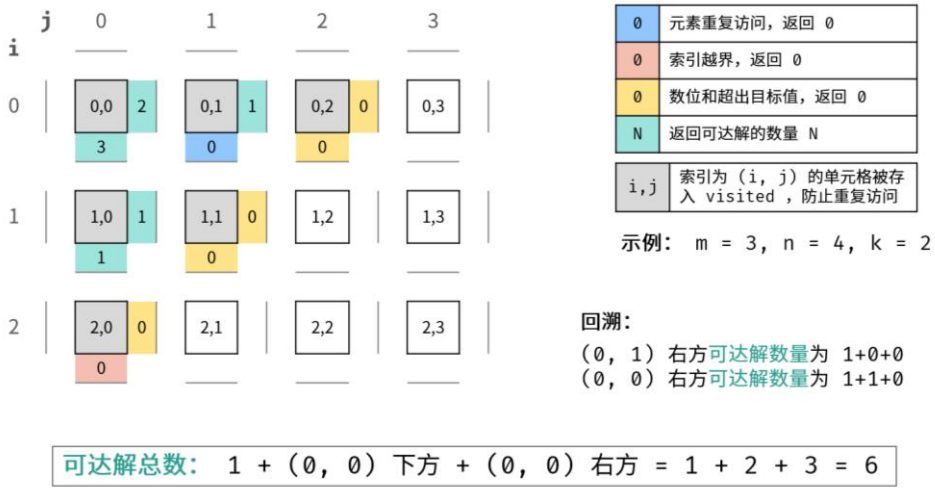


（c）全连通



只需向右向下即可保证覆盖所有可达解

- dfs 的返回值含义为：当前分支有多少可达的格子。递推公式为：
  - dfs(i, j) = 1 + dfs(i+1, j) + dfs(i, j+1)



- 还需使用 visited 数组记录访问过的数组，若该格子被访问过，则终止搜索，比如上图中坐标 (1,1) 就可以同时由 (1,0) 向右或者 (0,1) 向下得到。

第二种思路是直接迭代递推（代码 2）。

- 使用数组 reachable，表示格子是否可以到达
- 若当前格子的左方格子或上方格子可达，则当前格子可达，对其标记并为计数加 1

复杂度

时间复杂度：O($m \times n$)。遍历所有格子。

空间复杂度：O($m \times n$)。dfs 中的 visited，或是递推中的 reachable。

代码 1 – DFS

JZ-13 机器人的运动范围 - dfs.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142175514/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int digitSum(int x) {
4           int sum = 0;
5           while (x!=0) {
6               sum += x % 10;
7               x /= 10;
8           }
9           return sum;
10      }
11
12      int dfs(int m, int n, int k, int i, int j, vector<vector<bool>>& visited)
    {
```

JZ-13 机器人的运动范围 - dfs.cpp

```
13          if (i>=m || j>=n || visited[i][j] || digitSum(i)+digitSum(j)>k)
14              return 0;
15          visited[i][j] = true;
16          return 1 + dfs(m, n, k, i+1, j, visited) + dfs(m, n, k, i, j+1,
    visited);
17      }
18
19      int movingCount(int m, int n, int k) {
20          vector<vector<bool>> visited(m, vector<bool>(n, false));
21          return dfs(m, n, k, 0, 0, visited);
22      }
23  };
24
```

代码 2 – 迭代递推

JZ-13 机器人的运动范围 - iterative.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142178886/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int digitSum(int x) {
4           int sum = 0;
5           while (x!=0) {
6               sum += x % 10;
7               x /= 10;
8           }
9           return sum;
10      }
11
12      int movingCount(int m, int n, int k) {
13          if (k==0)
14              return 1;
15          int res = 1;
16          vector<vector<int>> reachable(m, vector<int>(n, 0));
17          reachable[0][0] = 1;
18          for (int i=0; i<m; ++i) {
19              for (int j=0; j<n; ++j) {
20                  if ( (i==0 && j==0) || digitSum(i)+digitSum(j)>k)
21                      continue;
22                  if (i>=1)
23                      reachable[i][j] |= reachable[i-1][j];
24                  if (j>=1)
```

JZ-13 机器人的运动范围 - iterative.cpp

```
                    reachable[i][j] |= reachable[i][j-1];
                res += reachable[i][j];
            }
        }
        return res;
    }
};

```

剑指 38 字符串的排列

链接：https://leetcode-cn.com/problems/zi-fu-chuan-de-pai-lie-lcof/

标签：回溯

精选题解

- 面试题 38. 字符串的排列（回溯法，清晰图解）
  - https://leetcode-cn.com/problems/zi-fu-chuan-de-pai-lie-lcof/solution/mian-shi-ti-38-zi-fu-chuan-de-pai-lie-hui-su-fa-by/
- ※ 回溯法_面试题 38. 字符串的排列
  - https://leetcode-cn.com/problems/zi-fu-chuan-de-pai-lie-lcof/solution/hui-su-fa-by-luo-jing-yu-yu/

关键思路

类似“0047 全排列 II”。当然，还有一种通过交换数组元素+set 去重的方法，此处略。

复杂度

- 时间复杂度：O(n!)。其中 n 为字符串长度，n 个字符均不相同时，全排列最多有 n!种可能。
- 空间复杂度：SO(n)。递归层数为 n；visited 数组大小为 n；temp 数组大小为 n。

代码

JZ-38 字符串的排列.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/139043826/

```
class Solution {
public:
    vector<string> res;
```

JZ-38 字符串的排列.cpp

```
36      string temp;
37
38      void dfs(string& s, int cnt, vector<bool>& visited) {
39          if (cnt==s.size()) {
40              res.push_back(temp);
41              return ;
42          }
43          for (int i=0; i<s.size(); ++i) {
44              if (visited[i] || i>0 && s[i]==s[i-1] && !visited[i-1])
45                  continue;
46              temp.push_back(s[i]);
47              visited[i] = true;
48              dfs(s, cnt+1, visited);
49              visited[i] = false;
50              temp.pop_back();
51          }
52      }
53
54      vector<string> permutation(string s) {
55          if (s.empty())
56              return res;
57          sort(s.begin(), s.end());
58          vector<bool> visited(s.size(), false);
59          dfs(s, 0, visited);
60          return res;
61      }
62  };
63
```

二分查找

0074 搜索二维矩阵

链接：https://leetcode-cn.com/problems/search-a-2d-matrix/

标签：搜索，二分查找

精选题解

- 搜索二维矩阵 - 搜索二维矩阵

- https://leetcode-cn.com/problems/search-a-2d-matrix/solution/sou-suo-er-wei-ju-zhen-by-leetcode/

关键思路

将二维数组的行列索引映射到一维的索引，然后使用二分查找。

二维行列到一维索引的映射关系为：r = mid / col_num；c = mid % col_num。

- **注意：分母是列数 col_num，而不是行数 row_num（在这个地方吃过两次亏了）**

关于二分查找的实现细节，可以参考本人“后台面经整理.docx”中“C++代码实现”的“二分查找”。

复杂度

- 时间复杂度：O(logn)。二分查找的复杂度。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0074 搜索二维矩阵.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148665982/

```cpp
class Solution {
public:
    bool searchMatrix(vector<vector<int>>& matrix, int target) {
        int row_num = matrix.size();
        if (row_num == 0)
            return false;
        int col_num = matrix[0].size();

        int left = 0, right = row_num * col_num, mid;
        int idx, r, c, val;
        while (left < right) {
            mid = left + (right-left) / 2;
            r = mid / col_num;
            c = mid % col_num;
            val = matrix[r][c];
            if (val == target)
                return true;
            else if (val<target)
                left = mid + 1;
            else
                right = mid;
        }
        return false;
```

0074 搜索二维矩阵.cpp

```
    }
};

```

0240 搜索二维矩阵 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/search-a-2d-matrix-ii/

标签：

精选题解

- 思路清晰 - 折线搜索 - 搜索二维矩阵 II
  - https://leetcode-cn.com/problems/search-a-2d-matrix-ii/solution/si-lu-qing-xi-zhe-xian-sou-suo-by-eloise-kisj/
- 折线搜索 - 搜索二维矩阵 II
  - https://leetcode-cn.com/problems/search-a-2d-matrix-ii/solution/zhe-xian-sou-suo-by-jason-2-6gk1/

关键思路

从左到右、从上到下分别升序，可从**左下**往**右上**（反向也可）搜索，每次剔除一行或一列。

- 当前数大于 target 则往上，当前数小于 target 则往右。
- 注意终止条件和边界条件

复杂度

- 时间复杂度：O(m+n)。其中 m 为数组行数，n 为列数。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0240 搜索二维矩阵 II.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148676177/

```
class Solution {
public:
    bool searchMatrix(vector<vector<int>>& matrix, int target) {
        int row_num = matrix.size();
        if (row_num==0)
            return false;
        int col_num = matrix[0].size();

```

0240 搜索二维矩阵 II.cpp

```
9           int r = row_num-1, c = 0;
10          int val;
11          while (r>=0 && c<col_num) {
12              val = matrix[r][c];
13              if (val == target)
14                  return true;
15              else if (val < target)
16                  ++c;
17              else
18                  --r;
19          }
20          return false;
21      }
22  };
23
```

数学

0007 整数反转

链接：https://leetcode-cn.com/problems/reverse-integer/

标签：数学

精选题解

- 官方题解 - 整数反转
  - https://leetcode-cn.com/problems/reverse-integer/solution/zheng-shu-fan-zhuan-by-leetcode/
  - https://leetcode-cn.com/problems/reverse-integer/solution/zheng-shu-fan-zhuan-by-leetcode/82512

关键思路

- 每次对 x 模 10，得到最低位数字 pop，利用公式 res=res*10+pop 得到反转后的整数。
- 需要考虑溢出。也即需要判断结果 res 是否在 res*10+pop 后溢出，以正整数为例，当 res > INT_MAX/10，或者 res == INT_MAX/10 且 pop > INT_MAX%10 时，结果会溢出（代码第 8 行）；负整数类似（代码第 10 行）。
- 事实上，对于 32 位有符号整数，最大值 INT_MAX 为 2,147,483,647（2^{31}-1），最小值 INT_MIN 为-2,147,483,648（-2^{31}），故 INT_MAX%10 的值为 7，INT_MIN%10 的值为-8，因此有些解答也直接使用这两个硬编码的数。

复杂度

- 时间复杂度：O(log(x))。x 中数字个数为 $\log_{10} x$。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0007 整数反转.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/139089583/

```cpp
class Solution {
public:
    int reverse(int x) {
        int res = 0;
        while (x != 0) {
            int pop = x % 10;
            x = x / 10;
            if (res>INT_MAX/10 || (res==INT_MAX/10 && pop > INT_MAX%10))
                return 0;
            if (res<INT_MIN/10 || (res==INT_MIN/10 && pop < INT_MIN%10))
                return 0;
            res = res * 10 + pop;
        }
        return res;
    }
};

```

0009 回文数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/palindrome-number/

标签：数学

精选题解

- 官方题解 - 回文数
  - https://leetcode-cn.com/problems/palindrome-number/solution/hui-wen-shu-by-leetcode-solution/

关键思路

- 如果对整个数进行反转，判断是否与原数相等，可能会发生溢出的问题。
- 因此考虑反转数字的后一半，如果反转后的数和前一半相等，则为回文数。

- 需要考虑位数是奇数还是偶数。
- 剪枝：x 为负，或者个位为 0 且自身非 0。

复杂度

- 时间复杂度：O(logn)。循环次数为 x 的位数（除以二）。
- 空间复杂度：SO(1)。

代码

0009 回文数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140135642/

```
class Solution {
public:
    bool isPalindrome(int x) {
        if (x<0 || (x%10==0 && x!=0))
            return false;
        int rev = 0;
        while (rev < x) {
            rev = rev * 10 + x % 10;
            x = x / 10;
        }

        return (x == rev || x == rev/10);
    }
};

```

0050 Pow(x, n)

链接：https://leetcode-cn.com/problems/powx-n/

标签：数学，二分，位运算

精选题解

- 官方题解 - Pow(x, n)
  - https://leetcode-cn.com/problems/powx-n/solution/powx-n-by-leetcode-solution/
- 50. Pow(x, n) （快速幂，清晰图解） - Pow(x, n)
  - https://leetcode-cn.com/problems/powx-n/solution/50-powx-n-kuai-su-mi-qing-xi-tu-jie-by-jyd/

关键思路

实际上就是快速幂。有两种理解角度，一种是对 n 进行二进制表示，另一种是对乘法进行分治。分治方法可以结合递归的写法。本文则从二进制角度思考，采用迭代写法。

- 假设 n 的二进制表示为 $b_{m-1}\cdots b_1b_0$，那么 n 的十进制表示为 $2^{m-1}\cdot b_{m-1}+\cdots+2^1\cdot b_1+2^0\cdot b_0$，则 x^n 的十进制表示为 $x^{2^{m-1}\cdot b_{m-1}+\cdots+2^1\cdot b_1+2^0\cdot b_0}$，更进一步地，只保留 b_i 中值为 1 的项，也即 $x^n=x^{\sum_{b_i=1}2^i}=\prod_{b_i=1}x^{2^i}$，其中 $0\le i\le m-1$。
- 所以只需要求解两个子问题：
  - 计算 2^i 的值，其中 $0\le i\le m-1$
    - 循环执行 x = x * x 即可
  - 获取 b_i 的值，其中 $0\le i\le m-1$：
    - 通过 n&1 判断 n 的二进制表示中最后一位是否为 1，若为 1 则将 res 乘上此时的 x
    - 通过 n>>1 不断向右移位，找到为 1 的二进制位。
- 如果 n 为负，则计算 $x^{-(-n)}$ 也即 $\left(\frac{1}{x}\right)^{-n}$ 即可。
  - 由于 INT_MIN 的绝对值比 INT_MAX 大 1，因此需要单独处理，也即$\left(\frac{1}{x}\right)^{-(n-1)}\cdot x$。

$$
\begin{aligned}
n &= 9\\
&= 1001_b\\
&= 1\times 1+0\times 2+0\times 4+1\times 8\\
&\quad (b_1\times 2^0+b_2\times 2^1+b_3\times 2^2+b_4\times 2^3)
\end{aligned}
$$

$$x^n=x^9=x^{1\times 1}x^{0\times 2}x^{0\times 4}x^{1\times 8}$$

1 蓝色数字代表 b_i

1 橙色数字代表 2^{i-1}

循环	$x^n\times(res)$
第 0 轮	$3^5\times(1)$
第 1 轮	$9^2\times(1\times 3)$
第 2 轮	$81^1\times(1\times 3)$
第 3 轮	$6561^0\times(1\times 3\times 81)$
返回	$1\times 3\times 81$

```
while n:
  if n & 1:        (即 n % 2 == 1)
    res *= x
  x *= x           (即 x = x ^ 2)
  n >>= 1          (即 n //= 2)
```

复杂度

- 时间复杂度：O(logn)。n 的二进制位数。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0050 pow(x,n).cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140385874/

```
1  class Solution {
2  public:
```

0050 pow(x,n).cpp

```cpp
    double myPow(double x, int n) {
        if (x==0)
            return 0;
        double res=1;
        if (n<0) {
            if (n==INT_MIN) { // 最小的负数会溢出
                return myPow(x,n+1) * x;
            } else {
                x = 1/x;
                n = -n;
            }
        }
        while (n) {
            if (n&1) { // 如果该位为 1，则将 res 乘上此时的 x
                res *= x;
            }
            x *= x;
            n >>= 1;
        }
        return res;
    }
};

```

0069 x 的平方根

链接：https://leetcode-cn.com/problems/sqrtx/

标签：数学，二分

精选题解

- 官方题解 - x 的平方根 - 力扣（LeetCode）
  - https://leetcode-cn.com/problems/sqrtx/solution/x-de-ping-fang-gen-by-leetcode-solution/

关键思路

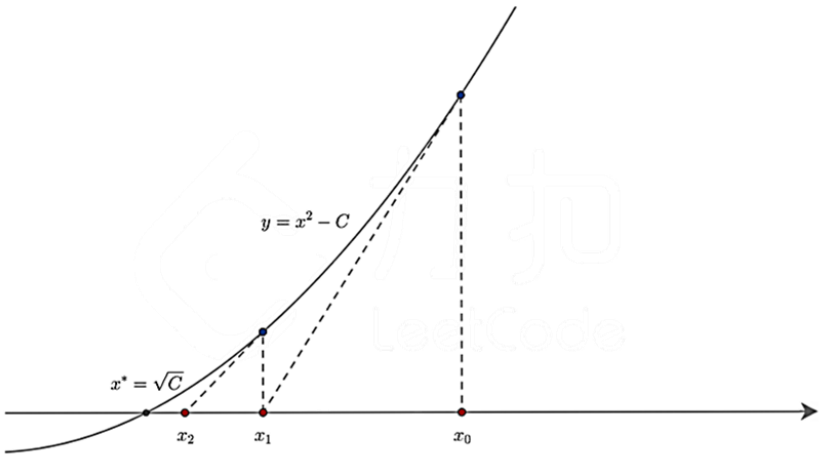
二分法和牛顿迭代法。

二分法：

- 下界 low 为 0，上界 high 为 x，计算 mid*mid 是否比 x 大
- 由于 mid*mid 可能会溢出，因此在做乘法时需要事先将 mid 转换成 long long，也即

```
1   (long long) mid * mid <= x
```

牛顿迭代法：（更详尽的过程可见官方题解）



- 令 C 为传入的参数 x（不是后面函数中的 x），那么 C 的平方根就是函数 $y = f(x) = x^2 - C$ 的零点。
- 牛顿法的核心思路：利用泰勒级数，从初值向零点快速逼近。
  - 用图形语言来讲，就是从函数曲线上的点 $(x_i, f(x_i))$ 作切线与 x 轴相交于 x_{i+1}。
  - 新的交点 x_{i+1} 比旧的交点 x_i 离零点更近。
  - 经过多次迭代就能得到一个无比接近零点的交点，通常认为其与零点的插值小于 $\epsilon = 10^{-7}$ 就足够了。
- 选取迭代初值 $x_0 = C$。
  - 已知 $y = f(x) = x^2 - C$ 的两个零点分别为 $-\sqrt{C}$ 和 $\sqrt{C}$。
  - 该函数为下凸函数，不断逼近零点且不会越过零点，为取到正根，初值取 C。
- 设前一次迭代的零点为 x_i，则函数上该点为 $(x_i, x_i^2 - C)$，切线斜率为 $2x_i$，切线方程为 $y = 2x_i(x - x_i) + x_i^2 - C = 2x_i x - (x_i^2 + C)$，得新零点 $x_{i+1} = \frac{1}{2}(x_i + \frac{C}{x_i})$。

复杂度

- 时间复杂度：O(logx)。二分法的迭代次数。牛顿迭代法也是这个时间复杂度，但是由于是二次收敛，因此比二分法更快。
- 空间复杂度：O(1)。

代码 1 – 二分法

0069 x 的平方根.cpp
https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140390739/

```
1   class Solution {
2   public:
```

0069 x 的平方根.cpp

```
3       int mySqrt(int x) {
4           int res = 0;
5           int low = 0, high = x;
6           while (low <= high) {
7               int mid = low + (high-low)/2;
8               if ((long long) mid*mid <= x) { // 防止整型溢出，做乘法时转成 long
    long
9                   res = mid;
10                  low = mid + 1;
11              } else {
12                  high = mid - 1;
13              }
14          }
15          return res;
16      }
17  };
18
```

代码 2 – 牛顿迭代法

0069 x 的平方根 - 牛顿迭代法.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140579199/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int mySqrt(int x) {
4           if (x == 0)
5               return 0;
6           double C = x, x_old = x, x_new;
7           while (1) {
8               x_new = 0.5 * (x_old + C/x_old);
9               if (fabs(x_new - x_old) < 1e-7)
10                  break;
11              x_old = x_new;
12          }
13          return int(x_old);
14      }
15  };
16
```

0171 Excel 表列序号

链接：https://leetcode-cn.com/problems/excel-sheet-column-number/

标签：数学

精选题解

略。

关键思路

略。

复杂度

略。

代码

0171 Excel 表列序号.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140581112/

```cpp
class Solution {
public:
    int titleToNumber(string s) {
        int res = 0;
        for (auto &ch: s) {
            res = res*26 + (ch-'A'+1);
        }
        return res;
    }
};

```

0172 阶乘后的零

精选题解

- 详细通俗的思路分析 - 阶乘后的零
  - https://leetcode-cn.com/problems/factorial-trailing-zeroes/solution/xiang-xi-tong-su-de-si-lu-fen-xi-by-windliang-3/

关键思路

- 数字中 0 的个数取决于 2*5 的对数，而因子 2 的个数远大于因子 5 的个数，故只需求因子 5 的个数。
- 5，5^2，5^3，…，5^k 分别包含 1，2，……，k 个因子 5，也即每隔 5 个数有 1 个因子 5，每隔 5^2 个数有 2 个因子 5，每隔 5^k 个数有 k 个因子 5。
- 只需不断对 n 除以 5，并累加上除的结果，就能知道因子 5 的总个数（代码 5 ~ 7 行）。

复杂度

- 时间复杂度：O(logn)。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0172 阶乘后的零.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140584272/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int trailingZeroes(int n) {
4           int res = 0;
5           while (n>0) {
6               res += n/5;
7               n /= 5;
8           }
9           return res;
10      }
11  };
12
```

0202 快乐数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/happy-number/

标签：哈希表，数学，双指针

精选题解

- 官方题解 - 快乐数
  - https://leetcode-cn.com/problems/happy-number/solution/kuai-le-shu-by-leetcode-solution/
- 使用“快慢指针”思想找出循环，不要使用集合或递归！！ - 快乐数

- https://leetcode-cn.com/problems/happy-number/solution/shi-yong-kuai-man-zhi-zhen-si-xiang-zhao-chu-xun-h/

- 202. 快乐数:【set 在哈希法中的应用】详解 - 快乐数
  - https://leetcode-cn.com/problems/happy-number/solution/202-kuai-le-shu-setzai-ha-xi-fa-zhong-de-ying-yong/

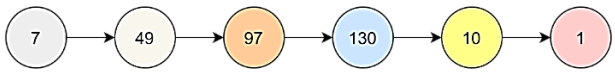
关键思路

两种方法：

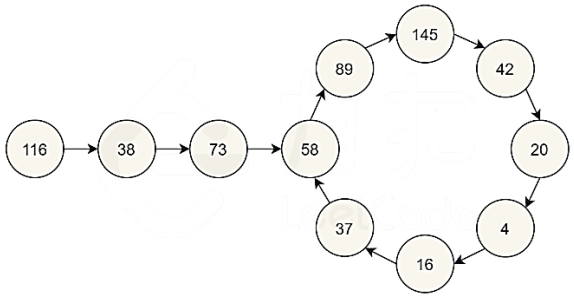
1. 哈希表。
   - 用哈希表 unordered_set<int> set 记录出现过的数（代码 1 第 13 行）。
   - 如果该数为 1，则返回 true（代码 1 第 15 ~ 16 行）；
   - 如果新产生的数在 set（不含 1）中，则表明存在循环，否则将其加入 set 中（代码 1 第 18 ~ 21 行）。
2. 快慢指针。将每个计算得到的数视为链表上的节点，该题则转化为检测链表是否有环。
   - 如果 n 是快乐数，即最终会落到 1，那么快指针会比慢指针先到 1；
   - 如果 n 不是快乐数，那么快指针和慢指针会在环中的某个数上相遇。
   - 也即 Floyd 算法（代码 2 第 15 ~ 17 行），可参考“0141 环形链表”。

每次计算各位数的平方和作为下一个数，最终会有三种情况：

1. 落到 1。这种情况为快乐数。



2. 进入循环，永远不会到 1。



3. 值越来越大，达到无穷大。这种情况不存在。3 位数不超过 243，4 位或 4 位以上的数每次计算后都会减少，一直减少到 3 位数为止。所以无论如何，值都不会变到无穷大。

位数	该位数下最大数	各位平方和
1	9	81

2	99	162
3	999	243
4	9999	324
13	9999999999999	1053

复杂度

详细可看官方题解。

- 时间复杂度：O(logn)。
  - 计算一个 n 位数各位平方和的时间成本为 O(logn)，也即和其位数线性相关。
  - 当位数小于 3 时，可以确定一定是常数复杂度的；位数大于 3 时，每一次新的计算都是在外面再嵌套一层 log，这些个 log 嵌套后，总复杂度还是 log，也即 O(243·3+logn+loglogn+logloglogn)... = O(log n)O(logn)。
  - 快慢指针法约为哈希表法的 3 倍，因为每次循环要计算 3 次各位平方和。
- 空间复杂度：
  - 哈希表法为 O(logn)。当 n 足够大时，主要取决于 n；当 n 较小时，位数最终都不超过 3 位，因此循环的次数有限，退化成 O(1)。
  - 快慢指针法为 O(1)。保存快慢指针。

代码 1 – 哈希表

0202 快乐数 - 哈希表.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140605079/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int squareSum(int x) {
4           int sum = 0;
5           while (x>0) {
6               sum += (x%10) * (x%10); // 注意加上括号，运算优先级
7               x /= 10;
8           }
9           return sum;
10      }
11
12      bool isHappy(int n) {
13          unordered_set<int> set;
14          while (1) {
15              if (n==1)
16                  return true;
17              n = squareSum(n);
```

0202 快乐数 - 哈希表.cpp

```
18              if (set.find(n) != set.end()) {
19                  return false;
20              } else {
21                  set.insert(n);
22              }
23          }
24      }
25  };
26
```

代码 2 – 快慢指针

0202 快乐数 - 快慢指针.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/140599733/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int squareSum(int x) {
4           int sum = 0;
5           while (x>0) {
6               sum += (x%10) * (x%10); // 注意加上括号，运算优先级
7               x /= 10;
8           }
9           return sum;
10      }
11
12      bool isHappy(int n) {
13          int slow = n, fast = n;
14          do {
15              slow = squareSum(slow);
16              fast = squareSum(squareSum(fast));
17          } while (slow != fast);
18          return slow == 1;
19      }
20  };
21
```

0231 2 的幂

链接：https://leetcode-cn.com/problems/power-of-two/

标签：数学，位运算

精选题解

- 2 的幂 （位运算，极简解法+图表解析） - 2 的幂
  - https://leetcode-cn.com/problems/power-of-two/solution/power-of-two-er-jin-zhi-ji-jian-by-jyd/
  - https://leetcode-cn.com/problems/power-of-two/solution/power-of-two-er-jin-zhi-ji-jian-by-jyd/251869

关键思路

满足 n&(n-1)==0 的数即为 2 的幂。

- 充分性：n & n-1 把 n 最低位的 1 变 0，若 n & n-1 == 0，说明 n 只有一个 1，也即 n 为 2 的幂。
- 必要性：若 n 为 2 的幂，则 n 的最高位为 1、其余位为 0，n-1 的最高位为 0，其余位为 1，则 n&(n-1)==0。

复杂度

- 时间复杂度：O(1)。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0231 2 的幂.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142118868/

```cpp
class Solution {
public:
    bool isPowerOfTwo(int n) {
        return n>0 && (n&(n-1))==0;
    }
};

```

0326 3 的幂

链接：https://leetcode-cn.com/problems/power-of-three/

标签：数学

精选题解

- 官方题解 - 3 的幂
  - https://leetcode-cn.com/problems/power-of-three/solution/3de-mi-by-leetcode/

关键思路

- n>=3 时，当余数模 3 为 0 时一直除以 3，到终止时，只有 n==1 返回 true，其余情况都是 false。
- n < 3（包含负数）时，只有 n==1 是 3 的幂。所以边界条件简化成 n<1 则返回 false。

复杂度

- 时间复杂度：O（logn）。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0326 3 的幂.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142115739/

```cpp
class Solution {
public:
    bool isPowerOfThree(int n) {
        if (n < 1)
            return false;
        while (n % 3 == 0) {
            n /= 3;
        }

        return n == 1;
    }
};

```

0258 各位相加

链接：https://leetcode-cn.com/problems/add-digits/

标签：数学

精选题解

- 详细通俗的思路分析，多解法 - 各位相加
  - https://leetcode-cn.com/problems/add-digits/solution/xiang-xi-tong-su-de-si-lu-fen-xi-duo-jie-fa-by-5-7/
- 如何证明一个数的数根(digital root)就是它对 9 的余数？ - 知乎
  - https://www.zhihu.com/question/30972581

关键思路

一种是暴力解法。两层 while 循环，外循环记录内循环各位相加的结果，内循环不断对 10 取模相加，最终外循环得到小于 10 的数，即为此题结果。
另一种是数学公式。题中所求的通常称为数根。先列一些数找规律：

原数:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
数根:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2

可以看到，num 的树根为 (num - 1) % 9 + 1。这种先减 1 再加 1 的写法是为了照顾各种边界情况。也就是说，一个数模 9，和它的各位之和模 9，结果相同。
证明可以看上面的知乎回答链接，这里简要写一下：将该数表示为 $x = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 10^i$，其中 a_i 表示每一位上的数字，又 $10^i \equiv (9+1)^i \equiv 1 \ mod\ 9$，所以 $x \equiv \sum_{i=0}^{n-1} a_i \ mod\ 9$。

复杂度

- 时间复杂度：O(logn)/O(1)。暴力法的复杂度为 O(logn+log(logn)+⋯) = O(logn)。公式法的复杂度为 O(1)。
- 空间复杂度：O(1)。

代码 1 – 暴力解法

0258 各位相加 – 暴力.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141361715/

```cpp
class Solution {
public:
    int addDigits(int num) {
        while (num >= 10) {
            int next = 0;
            while (num > 0) {
                next += num % 10;
                num = num / 10;
            }
            num = next;
        }
```

0258 各位相加 – 暴力.cpp

```
12          return num;
13      }
14  };
15
```

代码 2 – 公式法

0258 各位相加 – 公式.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141362718/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int addDigits(int num) {
4           return (num-1) % 9 + 1;
5       }
6   };
7
```

0268 丢失的数字

链接：https://leetcode-cn.com/problems/missing-number/

标签：数学，位运算

精选题解

- 官方题解 - 丢失的数字
  - https://leetcode-cn.com/problems/missing-number/solution/que-shi-shu-zi-by-leetcode/

关键思路

两种比较好的方法。

- 一种是利用求和公式 $\frac{n(n+1)}{2}$，先算出和，再逐个减掉数组中的数。
- 另一种是位运算，一个数异或两次得到全 0。这里有个小技巧，设 res 初值为 n，则将 res 不断异或上 i^nums[i]，其中 i 从 0 到 n-1。这样相当于异或了(n+1)+n 个数，最后只异或了一次的就是丢失的数字。代码使用了这个方法。

复杂度

- 时间复杂度：O(n)。无论是求和公式还是位运算，都要遍历 n 个数。

- 空间复杂度：O(1)。

代码

0268 丢失的数字.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141433837/

```cpp
class Solution {
public:
    int missingNumber(vector<int>& nums) {
        int res = nums.size();
        for (int i=0; i<nums.size(); ++i) {
            res ^= i ^ nums[i];
        }
        return res;
    }
};

```

0728 自除数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/self-dividing-numbers/

标签：数学

精选题解

- 官方题解 - 自除数
  - https://leetcode-cn.com/problems/self-dividing-numbers/solution/zi-chu-shu-by-leetcode/
  - https://leetcode-cn.com/problems/self-dividing-numbers/solution/zi-chu-shu-by-leetcode/744077

关键思路

见代码。

复杂度

- 时间复杂度：O(nlogn)。区间内共有 n 个数，每个数至多除 logn 次。
- 空间复杂度：O(n)。结果数组大小。

代码

0728 自除数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142134166/

```cpp
class Solution {
public:
    vector<int> selfDividingNumbers(int left, int right) {
        vector<int> res;
        for (int num=left; num<=right; ++num) {
            int tmp = num;
            int mod = 0;
            while (tmp!=0) {
                mod = tmp % 10;
                if (mod==0 || num%mod!=0)
                    break;
                tmp /= 10;
            }
            if (tmp==0)
                res.push_back(num);
        }
        return res;
    }
};

```

链表

0002 两数相加

链接：https://leetcode-cn.com/problems/add-two-numbers/

标签：链表，递归，数学

精选题解

- 官方题解 - 两数相加
  - https://leetcode-cn.com/problems/add-two-numbers/solution/liang-shu-xiang-jia-by-leetcode-solution/

- 两数相加 – 两种解法
  - https://leetcode-cn.com/problems/add-two-numbers/solution/liang-shu-xiang-jia-by-gpe3dbjds1/

关键思路

当 l1 和 l2 至少一个非空时，就不停地将和保存到 new 出来的新节点，并将 l1 和 l2 的指针指向后一个节点。
注意每次都需要加上进位，并计算新的进位。
还需要检查最后一次求和是否产生进位，如果产生了，还需 new 一个新结点存放进位 1。
使用哑结点可以避免边界条件：

```
1   ListNode *dummy = new ListNode(-1);
```

复杂度

- 时间复杂度：O(max(n1,n2))。其中 n1 和 n2 分别为两个链表中的节点个数。
- 空间复杂度：SO(max(n1,n2))。作为结果返回的链表的结点个数。

代码

0002 两数相加.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/139058623/

```
1   /**
2    * Definition for singly-linked list.
3    * struct ListNode {
4    *     int val;
5    *     ListNode *next;
6    *     ListNode() : val(0), next(nullptr) {}
7    *     ListNode(int x) : val(x), next(nullptr) {}
8    *     ListNode(int x, ListNode *next) : val(x), next(next) {}
9    * };
10   */
11  class Solution {
12  public:
13      ListNode* addTwoNumbers(ListNode* l1, ListNode* l2) {
14          ListNode *dummy = new ListNode(-1);
15          ListNode *p = dummy;
16          int sum = 0;
17          int carry = 0;
18          while (l1 || l2) {
19              sum = 0;
20              if (l1) {
```

0002 两数相加.cpp

```
21                 sum += l1->val;
22                 l1 = l1->next;
23             }
24             if (l2) {
25                 sum += l2->val;
26                 l2 = l2->next;
27             }
28             sum += carry;
29             carry = sum / 10;
30             p->next = new ListNode(sum % 10);
31             p = p->next;
32         }
33         if (carry>0)
34             p->next = new ListNode(1);
35         return dummy->next;
36     }
37 };
38
```

0206 反转链表

链接：https://leetcode-cn.com/problems/reverse-linked-list/

标签：链表

精选题解

略。

关键思路

初始条件：

- mid 指向 head
- left 指向 nullptr，这是为了让原链表的头节点在反转后指向 nullptr
- right 无需赋初值，而是在下面的反转步骤中更新

反转步骤：（注意循环赋值的模式，已用颜色标注出来）

① 由于后续要修改 mid 和 left，因此首先通过 mid 保存 right

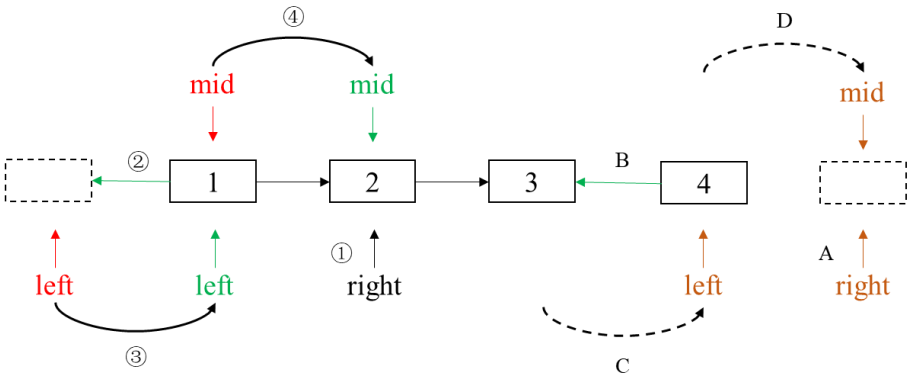
② 反转 left 和 mid 之间的指针方向，也即修改 mid->next

③ 将 left 右移到 mid 位置

④ 将 mid 右移到 right 位置

终止条件：

- 由于最后一次，mid 指向 nullptr，因此以 while(mid) 作为终止判断条件
- 此时 left 指向原链表的最后一个节点，也是新链表的头节点，故返回 left
- 这种方式无需判断各种边界条件（空节点或仅有一个节点）




```
    ListNode* left=nullptr, *mid=head, *right;
    while (mid) {
A ①     right = mid->next;
B ②     mid->next = left;
C ③     left = mid;
D ④     mid = right;
    }
    return left;
```

复杂度

- 时间复杂度：O(n)。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0206 翻转链表.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/149299253/

```
1   class Solution {
2   public:
3       ListNode* reverseList(ListNode* head) {
4           ListNode* left=nullptr, *mid=head, *right;
5           while (mid) {
6               right = mid->next;
7               mid->next = left;
8               left = mid;
9               mid = right;
10          }
11          return left;
12      }
13  };
```

0206 翻转链表.cpp
14

0025 K 个一组翻转链表

链接：https://leetcode-cn.com/problems/reverse-nodes-in-k-group/

标签：链表

精选题解

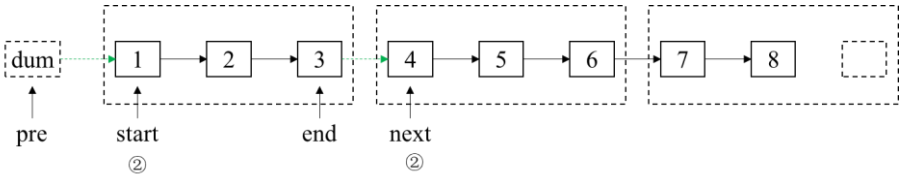
- 官方题解 - K 个一组翻转链表
  - https://leetcode-cn.com/problems/reverse-nodes-in-k-group/solution/k-ge-yi-zu-fan-zhuan-lian-biao-by-leetcode-solutio/

关键思路

首先 new 一个哑结点 dum，其 next 指向 head，用于最后返回结果。（代码第 15 ~ 16 行）

使用四个指针：（代码第 17 ~ 18 行）

- start 和 end 用于表示 k 个一组的节点的头尾节点
  - end 初始时指向 dum
- pre 和 next 表示 start 的前一个节点和 end 的下一个节点
  - pre 初始时指向 dum



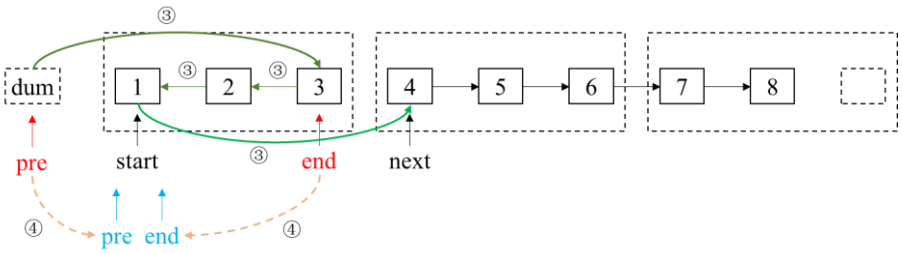
start 和 end，pre 和 next

分为如下几步：

1. end 右移 k 次（代码第 20 ~ 21 行）
   - 右移 k 次后，end 应当指向 k 元节点组的最后一个节点，因此如果 end 为 nullptr，表明该组节点数不足 k，直接终止循环（代码第 23 行）
2. 由于 pre 和 end 已有初值，因此更新 next 和 start（代码第 25 ~ 27 行）
   - 更新 start 为 pre->next
   - 更新 next 为 end->next
   - 将 end 的 next 指向 nullptr，也即断开当前 k 元节点组和下一个 k 元节点组的联系
3. 反转 k 元节点组，并将其与前后连接（代码第 29 ~ 30 行）
   - pre->next 指向反转后的 k 元节点组的头节点
   - start->next 指向 next

4. 更新 pre 和 end

- pre 和 end 都指向 start，注意，此时 start 已经是前一个 k 元节点组的尾节点



复杂度

- 时间复杂度：O(n)。遍历所有节点。
- 空间复杂度：O(1)。

代码

0025 K 个一组翻转链表.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/149355630/

```
1   class Solution {
2   public:
3       ListNode* reverseLinkedList(ListNode* head) {
4           ListNode* left=nullptr, *mid=head, *right;
5           while (mid) {
6               right = mid->next;
7               mid->next = left;
8               left = mid;
9               mid = right;
10          }
11          return left;
12      }
13
14      ListNode* reverseKGroup(ListNode* head, int k) {
15          ListNode *dum = new ListNode(0);
16          dum->next = head;
17          ListNode *start, *end=dum;  // first and last of k-group
18          ListNode *pre=dum, *next;   // pre of start, next of end
19          while (end->next) {
20              for (int i=0; i<k && end; ++i)
21                  end = end->next;
22              // not reach k nodes
23              if (!end) break;
24              // break current k-group from whole linked list
25              start = pre->next;
```

0025 K 个一组翻转链表.cpp

```
26              next = end->next;
27              end->next = nullptr;
28              // reverse k-group and connect to
29              pre->next = reverseLinkedList(start);
30              start->next = next;
31              // connect current (reversed) k-group with pre and next
32              pre = start;
33              end = start;
34          }
35          return dum->next;
36      }
37  };
38
```

0445 两数相加 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/add-two-numbers-ii/

精选题解

5. 官方题解 - 两数相加 II
6. https://leetcode-cn.com/problems/add-two-numbers-ii/solution/liang-shu-xiang-jia-ii-by-leetcode-solution/

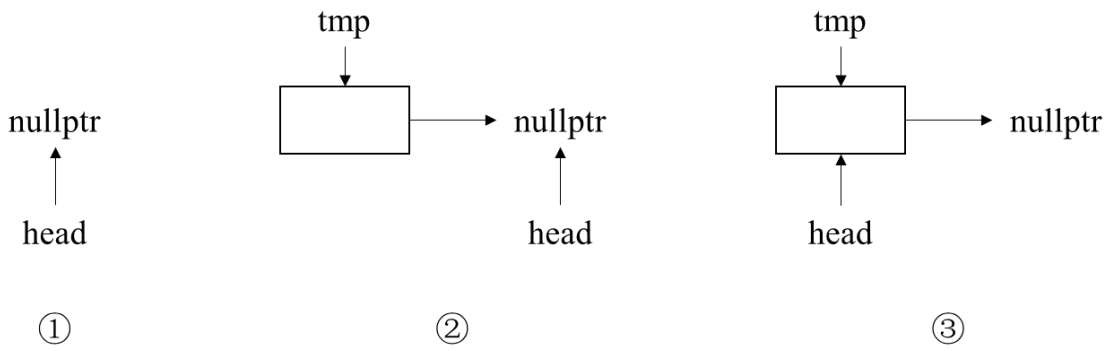
关键思路

与“0002 两数相加”基本类似，只是如下几点不同：

（1） 由于头结点存储的是最高位的值，因此需要使用栈这种数据结构，先将列表入栈，再求和（代码第 12 ~ 20 行）；

（2） 在求和时是从低位到高位，而生成的结果链表还应该是高位为头、低位为尾，因此结点需要反方向连接，如图①②③顺序所示（代码第 36 ~ 38 行）

（3） 对循环进行了优化，将 carry>0 的判断条件也加上了，这样在循环结束后，就无需额外写判断 carry 值并新增结点的操作（代码第 24 行）；



复杂度

7. 时间复杂度：O(max(n1,n2))。其中 n1 和 n2 分别为两个链表中的节点个数。
8. 空间复杂度：SO(n1+n2)。作为结果返回的链表的结点个数为 O(max(n1,n2))；栈空间 O(n1+n2)。

代码

0445 两数相加 II.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/139069295/

```cpp
class Solution {
public:
    ListNode* addTwoNumbers(ListNode* l1, ListNode* l2) {
        stack<int> s1, s2;
        while (l1) {
            s1.push(l1->val);
            l1 = l1->next;
        }
        while (l2) {
            s2.push(l2->val);
            l2 = l2->next;
        }
        ListNode *head = nullptr;
        int sum = 0;
        int carry = 0;
        while (!s1.empty() || !s2.empty() || carry>0) {
            sum = 0;
            if (!s1.empty()) {
                sum += s1.top();
                s1.pop();
            }
            if (!s2.empty()) {
                sum += s2.top();
                s2.pop();
```

0445 两数相加 II.cpp

```
            }
            sum += carry;
            carry = sum / 10;
            auto tmp = new ListNode(sum%10);
            tmp->next = head;
            head = tmp;
        }
        return head;
    }
};

```

树

剑指 33 二叉搜索树的后序遍历序列

链接：https://leetcode-cn.com/problems/er-cha-sou-suo-shu-de-hou-xu-bian-li-xu-lie-lcof/

标签：树，递归，栈

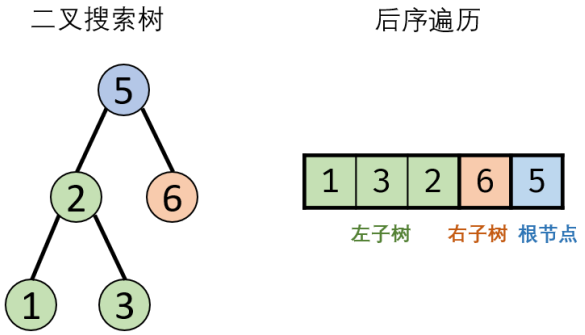
精选题解

9. 面试题 33. 二叉搜索树的后序遍历序列（递归分治 / 单调栈，清晰图解）
   a) https://leetcode-cn.com/problems/er-cha-sou-suo-shu-de-hou-xu-bian-li-xu-lie-lcof/solution/mian-shi-ti-33-er-cha-sou-suo-shu-de-hou-xu-bian-6/
10. 递归和栈两种方式解决，最好的击败了 100%的用户 - 二叉搜索树的后序遍历序列
    a) https://leetcode-cn.com/problems/er-cha-sou-suo-shu-de-hou-xu-bian-li-xu-lie-lcof/solution/di-gui-he-zhan-liang-chong-fang-shi-jie-jue-zui-ha/

关键思路

有几个重要的基本事实，对于一个二叉搜索树以及对应的正确的后序遍历数组来说：

11. 树的一个子树对应着数组中一段连续的子数组
12. 二叉搜索树左子树的结点值都比根结点小，右子树的结点值都比根结点大
13. 后序遍历汇总，子数组最后一个元素对应子树的根结点
14. 从子数组左边界开始，第一个比根结点大的数，其左侧的数都在左子树，右侧的数（包含自身）都在右子树



1、递归

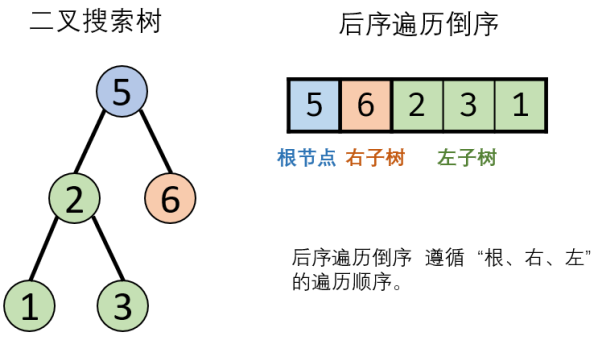
15. 设数组索引的左右边界为 left 和 right，其中 postorder[right] 对应根结点的值。
    a) 如果 left>=right，表明只有一个或是没有子结点，必为正确的后序遍历，返回 true
16. 从左到右找到第一个比根结点大的数，也即左右子树的分界点
    a) 左边的数肯定都是小于根结点的值的，因此只需判断右边的数
    b) 如果右边的数存在比根结点小的，说明不在右子树上却被划为右子树的结点，这表明不是正确的后序遍历，返回 false
17. 递归判断上面分割得到的左右子树各自是否对应正确的后序遍历数组
18. 注意代码 1 第 13 行在循环中使用 tmp++的简洁写法

2、单调栈

这个方法理解起来有点困难，建议拿纸笔画一画。

为什么想到要用单调栈呢？（参考评论区“失火的夏天”老哥）

19. 通过前序遍历数组构造二叉搜索树时（参考“1008 前序遍历构造二叉搜索树”），很容易想到单调栈，这里就想到后序遍历是否也能用
    a) 前序遍历数组：左→右→根
    b) 后序遍历数组：根→左→右
20. 所以为了能用到前序构造的方法，将后序遍历数组反转
    a) 后序遍历数组反转：根→右←左



我们的终止条件（反例）是：

21. 如果**某个左子树上的结点比其根结点大**，那么就违反了二叉搜索树的特性，返回 false。

对于反转的后序遍历数组，有如下两种情况：

1、如果递增，也即 $n_i < n_{i+1}$，比如上图中 ⑤ < ⑥，则 ⑥ 必为 ⑤ 的右子结点。理由：

a) 比当前结点大的数必然在其右侧（指的是二叉搜索树上的右，不是数组中的右）

b) 而反转后的遍历数组顺序为“根→右→左”，因此只有“根→右”这一种可能

c) 也即 n_{i+1} 必为 n_i 的右子结点，且由于最先遍历根结点，因此 n_{i+1} 还必定是 n_i 紧邻的右子结点

2、如果递减，也即 $n_i > n_{i+1}$，比如上图中 ③ > ①，则 ① 必为其左边某个节点 root 的左子结点，且 root 的值是 ① 左边结点（⑤⑥②③）中最小的，也即 ②。理由：

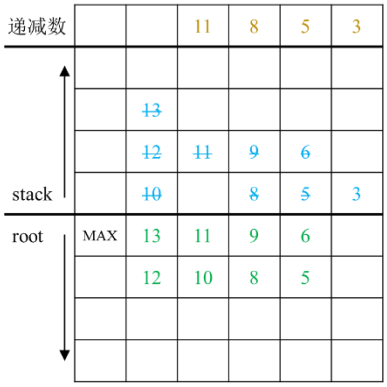
d) 比当前结点小的数必然在其左侧（指的是二叉搜索树上的左，不是数组中的左）

e) 而反转后的遍历数组顺序为“根→右→左”，因此有“根→左”和“右→左”这两种可能

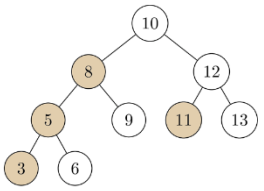
f) 所以和上面一种情况有微妙差别，出现这种情况时，左侧所有结点都必然比 n_{i+1} 大，因此上面说的“左侧”，其实也可以指数组中的左侧

g) 这里的“右”肯定是大于“根”的，所以为了找到 n_{i+1} 的根结点（以进行终止条件的判断），我们就需要找到左边结点中数值最小的那个结点

那么如何利用上面的基本事实，结合单调栈来使用呢？

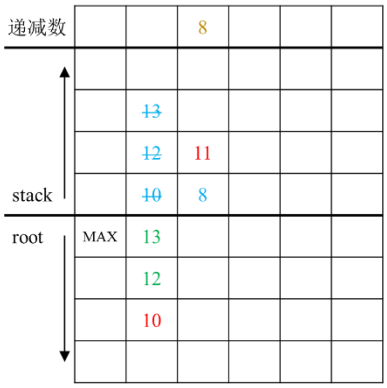


[10, 12, 13, 11, 8, 9, 5, 6, 3]
反转的后序遍历数组
根→右→左

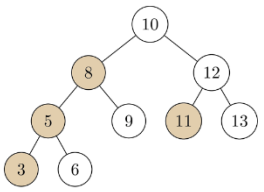



```
stack<int> stk;
int root = INT_MAX;
for (int i=postorder.size()-1; i>=0; --i) {
    int cur = postorder[i];
    while (!stk.empty() && cur<stk.top()) {
        root = stk.top();
        stk.pop();
    }
    if (cur>root) {
        return false;
    }
    stk.push(cur);
}
return true;
```

正确的后序遍历数组



[10, 12, 13, 8, 11, 9, 5, 6, 3]
反转的后序遍历数组
根→右→左




```
stack<int> stk;
int root = INT_MAX;
for (int i=postorder.size()-1; i>=0; --i) {
    int cur = postorder[i];
    while (!stk.empty() && cur<stk.top()) {
        root = stk.top();
        stk.pop();
    }
    if (cur>root) {
        return false;
    }
    stk.push(cur);
}
return true;
```

错误的后序遍历数组

22. 首先顾名思义，单调栈肯定是单调的

23. 既然我们选择将“某个左子树上的结点比其根结点大”作为终止条件，那么就不用管情况 1，因而遇到递增的数就不断入栈

24. 初始的 root 值设为 INT_MAX，也即原来的整棵树视为该无限大值结点的左子树，这样就可以复用题中的终止条件，不必做额外的复杂的边界条件判断
25. 当遇到情况 2 时，新的结点肯定是栈中某个结点的左子结点，不断更新 root 值为栈顶结点值（也即栈中最大值）并出栈，重复该过程直到当前结点值大于等于栈顶值（也即变成情况 1）
    a) 同时一个隐含的变化是，这里出栈的都是最终找到的根结点的右子树结点
    b) 完成 while 循环中的出栈操作之后，该根结点右边的子结点都已经被剔除掉了
26. 由上一点可知，当前根结点右边的子结点都已经被剔除，如果新的结点大于当前根结点值，那么必然是不合法的，因此返回 false

复杂度

递归：

27. 时间复杂度：O(n^2)/O(nlogn)。最坏情况下退化成链表，遍历 n 个节点，每个节点递归 O(n)次。平均情况下为 O(nlogn)，该复杂度计算相对复杂，可参考算法导论相应章节。
28. 空间复杂度：O(n)/O(logn)。最坏情况下递归深度为 n，递归栈大小为 O(n)；平均情况下为 O(logn)。

单调栈：

29. 时间复杂度：O(n)。遍历树上全部结点，每个结点最多入栈和出栈一次。
30. 空间复杂度：O(n)。栈空间。

代码 1 - 递归

JZ-33 二叉搜索树的后序遍历序列 - recursion.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142222224/

```
1   class Solution {
2   public:
3       bool recur(vector<int>& postorder, int left, int right) {
4           if (left >= right)
5               return true;
6           int mid = left;
7           int root = postorder[right];
8           while (postorder[mid] < root) {
9               ++mid;
10          }
11          int tmp = mid;
12          while (tmp < right) {
13              if (postorder[tmp++] < root) {
14                  return false;
15              }
```

JZ-33 二叉搜索树的后序遍历序列 - recursion.cpp

```
16          }
17          return recur(postorder, left, mid-1) && recur(postorder, mid, right-
    1);
18      }
19      bool verifyPostorder(vector<int>& postorder) {
20          return recur(postorder, 0, postorder.size()-1);
21      }
22  };
23
```

代码 2 – 单调栈

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142355016/

```
1   class Solution {
2   public:
3       bool verifyPostorder(vector<int>& postorder) {
4           stack<int> stk;
5           int root = INT_MAX;
6           for (int i=postorder.size()-1; i>=0; --i) {
7               int cur = postorder[i];
8               while (!stk.empty() && cur<stk.top()) {
9                   root = stk.top();
10                  stk.pop();
11              }
12              if (cur>root) {
13                  return false;
14              }
15              stk.push(cur);
16          }
17
18          return true;
19      }
20  };
21
```

1008 前序遍历构造二叉搜索树

链接：https://leetcode-cn.com/problems/construct-binary-search-tree-from-preorder-traversal/

标签：树

精选题解

31. 官方题解 - 前序遍历构造二叉搜索树
    a) https://leetcode-cn.com/problems/construct-binary-search-tree-from-preorder-traversal/solution/jian-kong-er-cha-shu-by-leetcode/
32. C++ 中规中矩的 4ms 解法（dfs 时间 O(n)） - 前序遍历构造二叉搜索树
    a) https://leetcode-cn.com/problems/construct-binary-search-tree-from-preorder-traversal/solution/c-zhong-gui-zhong-ju-de-4msjie-fa-dfs-by-gary_co-5/

关键思路

有两种思路，一种是递归，另一种是迭代。**该题理解起来并不简单，建议两种思路都拿纸笔画一画。**

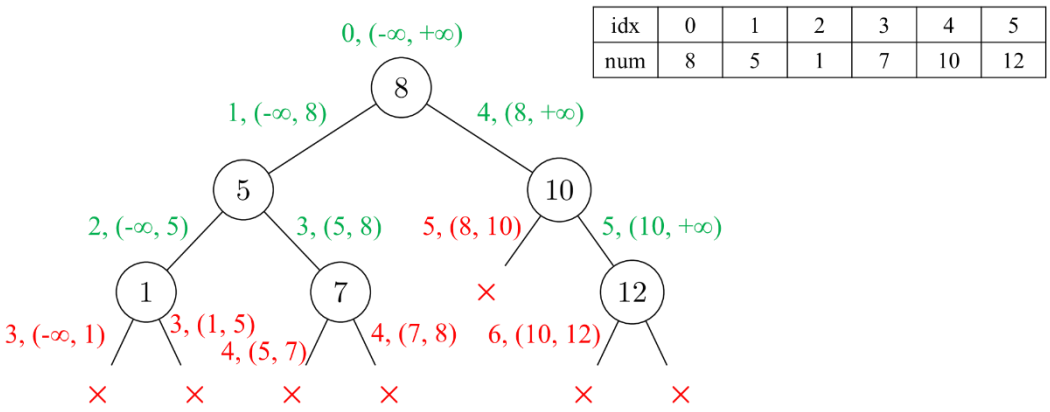
1、递归

由于题中所给是二叉**搜索树**，因此仅给出前序遍历数组即可唯一确定该树结构。

该思路实际上是分治思想。使用一个指针 idx 顺序指向前序遍历数组，根据当前打算填入的位置的结点值上下界 (left, right)，判断是否进行插入。

以下图为例：

33. 初始时 idx=0，(left, right)=(INT_MIN, INT_MAX)
34. 终止条件：idx 达到数组长度，或指向的值不在将要填入位置的允许范围内，返回 nullptr
35. 以 idx 当前指向的数组元素生成结点 root，并将 idx 加 1（代码 1 第 7 行）
    a) 为了写法简便，将 idx 声明为 public 变量
    b) 注意 idx++ 的简洁写法
36. 接着调用递归，生成 root 的左右子结点（代码 1 第 8 ~ 9 行）
    a) 左右子节点和当前结点的不同仅在于：允许的结点值上下界不同
    b) 先调用左子结点的递归，再调用右子结点的递归，也即遵循“根→左→右”的顺序



2、迭代

该思路和“剑指 33 二叉搜索树的后序遍历序列”类似，只不过单调栈从递增变成了递减。

37. 上题中后序遍历反转是 “根→右→左”
38. 本题中前序遍历是“根→左→右”

该思路如下：

39. 初始化：以数组第一个元素生成根结点 root，并入栈
40. 顺序遍历数组的每个元素
    a) 以当前元素生成结点 cur，将栈顶结点赋给 top
    b) 如果 cur 的值小于 top 的值，表明 cur 在 top 的左边，二者关系只能为“根→左”，并且由于前序遍历的特性，cur 必为 top 紧邻的左子子结点，故直接将 cur 插入为 top 的左子结点
    c) 如果 cur 的值大于 top 的值，表明 cur 在 top 的右边，二者关系可能为“根→右”或“左→右”，此时我们需要找到 cur 对应的根结点（以将 cur 插入该根中）
        i. 该根结点是“比 cur 小的结点”中最大的那个节点，由于 stk 从底向上是单调递减的，因此不断将栈顶元素赋给 top 并出栈，直到栈顶的值比 cur 大
        ii. 此时满足：栈顶元素 > cur > top，故 top 即为 cur 的根结点，将 cur 插入为 top 的右子节点
    d) 将 cur 入栈

注意本题中代码 2 中第 9 行，与“剑指 33 二叉搜索树的后序遍历序列”代码 2 中的第 5 行，二者位置有所不同

41. 本题中需要在每个 for 循环开始都将栈顶元素赋值给 top，这是为了保证能够正常处理“cur 为 top 的左子结点”的情况
42. 而“剑指 33”题中并不需要构造二叉搜索树，所以只需记录当前 cur 和 root 的大小关系是否合法，不必每次循环都给 root 赋值（以将 cur 插入为其子节点）

复杂度

代码 1 – 递归

1008 前序遍历构造二叉搜索树 - recursion.cpp
https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142581774/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int idx = 0;
4       TreeNode* helper(vector<int>& preorder, int left, int right) {
5           if (idx == preorder.size() || preorder[idx] < left || preorder[idx] >
    right)
6               return nullptr;
```

1008 前序遍历构造二叉搜索树 - recursion.cpp

```
7           TreeNode* root = new TreeNode(preorder[idx++]);
8           root->left = helper(preorder, left, root->val);
9           root->right = helper(preorder, root->val, right);
10          return root;
11      }
12      TreeNode* bstFromPreorder(vector<int>& preorder) {
13          return helper(preorder, INT_MIN, INT_MAX);
14      }
15  };
16
```

代码 2 – 迭代

1008 前序遍历构造二叉搜索树 – iterative.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142618703/

```
1   class Solution {
2   public:
3       TreeNode* bstFromPreorder(vector<int>& preorder) {
4           stack<TreeNode*> stk;
5           TreeNode* root = new TreeNode(preorder[0]);
6           stk.emplace(root);
7           for (int i=1; i<preorder.size(); ++i) {
8               TreeNode* cur = new TreeNode(preorder[i]);
9               TreeNode* top = stk.top();
10              while (!stk.empty() && cur->val > stk.top()->val) {
11                  top = stk.top();
12                  stk.pop();
13              }
14              if (cur->val > top->val)
15                  top->right = cur;
16              else
17                  top->left = cur;
18              stk.emplace(cur);
19          }
20          return root;
21      }
22  };
23
```

双指针

0003 无重复字符的最长子串

链接：https://leetcode-cn.com/problems/longest-substring-without-repeating-characters/

标签：哈希表，双指针，滑动窗口

精选题解

43. 官方题解 - 无重复字符的最长子串
    a) https://leetcode-cn.com/problems/longest-substring-without-repeating-characters/solution/wu-zhong-fu-zi-fu-de-zui-chang-zi-chuan-by-leetc-2/
44. 滑动窗口 - 无重复字符的最长子串
    a) https://leetcode-cn.com/problems/longest-substring-without-repeating-characters/solution/hua-dong-chuang-kou-by-powcai/

关键思路

双指针。

核心：假如 s[L,R] 是一个无重复字符子串，那么 s[L+1, R] 肯定也是一个无重复子串。

1. 右边界 R 只需要在前一次的位置继续向右增长就可以，不需要重新从 L 处开始遍历。

45. 每次都将新的 s[R] 插入哈希表中。

2. 关于左指针，当每次得到以 s[L] 开头的最长的无重复子串（也即 s[R] 对应的字符已在哈希表中）后，就计算该子串长度，并将 L 加一，并从哈希表中删去 s[L]，进入下一次扫描（也即重复步骤 1）。

这里相比官方解答有两个小优化：

46. 当我们的 R 到达字符串末尾时就停止遍历，也即左指针不需要遍历所有的字符。
47. L 和 R 的初值和边界条件更简单清晰，不容易出错。

	0	1	2	3	4	5			
	p	w	w	k	e	w		长度	max
	↑ ↑								
1	↑		↑					2	2
2		↑	↑					1	2
3			↑			↑		3	3

复杂度

48. 时间复杂度：O(n)。左右指针至多遍历全部字符。
49. 空间复杂度：O(k)。哈希表中最多存储字符集中的全部字符，k 为字符总数。

代码

0003 无重复字符的最长子串.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/149269570/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int lengthOfLongestSubstring(string s) {
4           unordered_set<char> us;
5           int n = s.size();
6           if (n==0) return 0;
7           int res=0;
8           int L=0, R=0;
9           while (R<n) {
10              while (R<n && !us.count(s[R]))
11                  us.insert(s[R++]);
12              res = max(res, R-L);
13              us.erase(s[L++]);
14          }
15          return res;
16      }
17  };
18
```

0151 翻转字符串里的单词 + 剑指 58-1 翻转单词顺序

链接：https://leetcode-cn.com/problems/reverse-words-in-a-string/

https://leetcode-cn.com/problems/fan-zhuan-dan-ci-shun-xu-lcof/

标签：双指针

精选题解

50. 官方题解 - 翻转字符串里的单词

a) https://leetcode-cn.com/problems/reverse-words-in-a-string/solution/fan-zhuan-zi-fu-chuan-li-de-dan-ci-by-leetcode-sol/

关键思路

C++可以修改字符串，因此可以使用 in-place 的算法。

51. 使用三个指针

a) idx：指向 string 当前写入字符的位置

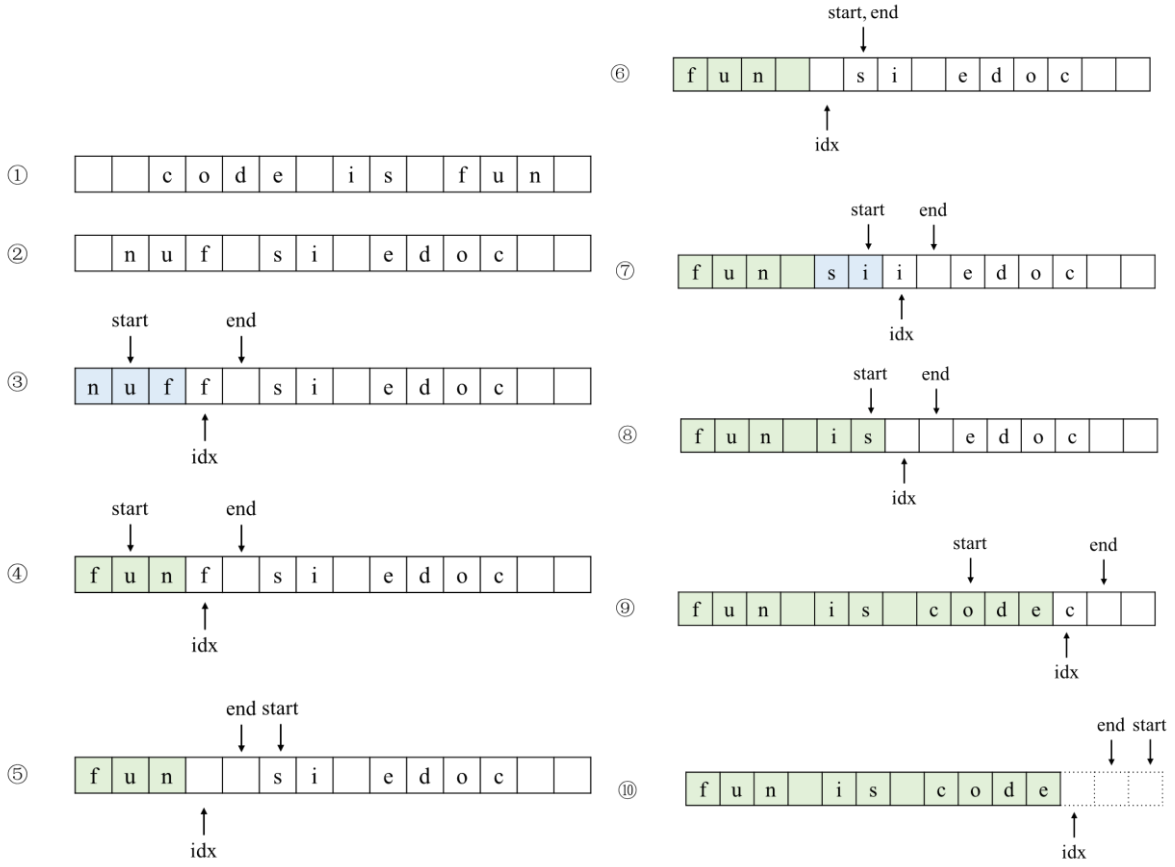
b) start：当前扫描单词的开头

c) end：当前扫描单词的最右字符

流程如下：

1. 翻转整个字符串
2. 扫描字符串，使 start 指向第一个非空字符，并将 end 从 start 开始
3. 扫描后续字符，直到末尾或空格，同时将读到的字符写入索引 idx 处
4. 将从 idx 向前长度 end - start 的子字符串翻转
5. 将 start 指向 end 的位置
6. 重复 2~5，直到扫描到字符串末尾
7. 将字符串中从 idx 开始到末尾的空间抹除

```
for (start=0; start<s.size(); ++start) {
    if (s[start] == ' ')
⑤       continue;
    if (idx != 0)
        s[idx++] = ' ';
⑥   end = start;
    while (end<s.size() && s[end]!=' ')
        s[idx++] = s[end++];
⑦ ③ reverse(s.begin()+idx-(end-start), s.begin()+idx);
⑨ ⑧ ④ start = end;
}
⑩ s.erase(s.begin()+idx, s.end());
```



复杂度

8. 时间复杂度：O(n)。遍历整个字符串。
9. 空间复杂度：O(1)。

代码

0151 翻转字符串里的单词 + JZ-58-1 翻转单词顺序.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/147737931/

```
1   class Solution {
2   public:
3       string reverseWords(string s) {
4           reverse(s.begin(), s.end());
5           int idx = 0;    // offset of pointer to string s
6           int start = 0;  // start of current word
7           int end = 0;    // end of current word
8           for (start=0; start<s.size(); ++start) {
9               if (s[start] == ' ')
10                  continue;
11              if (idx != 0) // add space between two words
12                  s[idx++] = ' ';
13
14              end = start;
15              while (end<s.size() && s[end]!=' ')
16                  s[idx++] = s[end++];
17
18              reverse(s.begin()+idx-(end-start), s.begin()+idx);
19              start = end;
20          }
21          // erase uesless space of string
22          s.erase(s.begin()+idx, s.end());
23          return s;
24      }
25  };
26
```

剑指 21 调整数组顺序使奇数位于偶数前面

链接：https://leetcode-cn.com/problems/diao-zheng-shu-zu-shun-xu-shi-qi-shu-wei-yu-ou-shu-qian-mian-lcof/

标签：双指针

精选题解

10. 首尾双指针，快慢双指针 - 调整数组顺序使奇数位于偶数前面
    a) https://leetcode-cn.com/problems/diao-zheng-shu-zu-shun-xu-shi-qi-shu-wei-yu-ou-shu-qian-mian-lcof/solution/ti-jie-shou-wei-shuang-zhi-zhen-kuai-man-shuang-zh/

关键思路

双指针。

11. 当 left<right 时，left 从左往右，遇到偶数则停下，right 从右往左，遇到奇数则停下
12. 当 left 和 right 都停下时，交换二者指向的元素，并且 left++和 right--
    a) ++和--是因为交换过的两个数肯定是正确的位置，无须重复判断
13. 重复上面的流程直到 left>=right
14. 判断奇数和偶数时，如果使用 (nums[left]&1)==1 的写法，需要在&运算符的两侧加上括号，因为其运算优先级较低，不加括号会优先运算 1==1。
    a) 所以通常还是建议使用 nums[left]%2==1 的写法，既直观也不容易出错
15. 代码中有几个细节和技巧值得记住
    a) 第 5~13 行中 while、if 和 continue 配合使用的技巧，有效避免了更复杂的判断逻辑
    b) 第 14 行中 left++和 right--的简洁写法

复杂度

16. 时间复杂度：O(n)。遍历整个数组。
17. 空间复杂度：O(1)。两个整型“指针”。

代码

JZ-21 调整数组顺序使奇数位于偶数前面.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142187503/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<int> exchange(vector<int>& nums) {
4           int left = 0, right = nums.size()-1;
5           while (left<right) {
6               if (nums[left] % 2 == 1) {
7                   ++left;
8                   continue;
9               }
10              if (nums[right] % 2 == 0) {
11                  --right;
12                  continue;
```

JZ-21 调整数组顺序使奇数位于偶数前面.cpp

```
            }
            swap(nums[left++], nums[right--]);
        }
        return nums;
    }
};

```

剑指 57-1 和为 s 的两个数字

链接：https://leetcode-cn.com/problems/he-wei-sde-liang-ge-shu-zi-lcof/

标签：双指针，哈希表

精选题解

18. 面试题 57. 和为 s 的两个数字（双指针 + 证明，清晰图解） - 和为 s 的两个数字
    a) https://leetcode-cn.com/problems/he-wei-sde-liang-ge-shu-zi-lcof/solution/mian-shi-ti-57-he-wei-s-de-liang-ge-shu-zi-shuang-/

关键思路

两个指针 left 和 right 指向两个数，从数组的两端开始，比 target 小则 left 加 1，比 target 小则 right 减 1。该题的关键是如何证明一定能覆盖正确的解？

证明思路：假设 (i,j) 是两个符合要求的左右指针对，则必从 (i-1, j) 或 (i, j+1) 而来，以此递推，必然能从 (0, nums.size()-1) 得来。

复杂度

19. 时间复杂度：O(n)。最差情况下遍历整个数组。
20. 空间复杂度：O(1)。

代码

JZ-57-1 和为 s 的两个数字.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143553837/

```
class Solution {
public:
    vector<int> twoSum(vector<int>& nums, int target) {
        int left = 0, right = nums.size()-1;
        int sum = 0;
        while (left < right) {
```

JZ-57-1 和为 s 的两个数字.cpp

```
7               sum = nums[left] + nums[right];
8               if (sum == target)
9                   return vector<int>{nums[left], nums[right]};
10              else if (sum < target)
11                  ++left;
12              else
13                  --right;
14          }
15          return {};
16      }
17  };
18
```

剑指 57-2 和为 s 的连续正数序列

链接：https://leetcode-cn.com/problems/he-wei-sde-lian-xu-zheng-shu-xu-lie-lcof/

标签：双指针，滑动窗口

精选题解

21. 什么是滑动窗口，以及如何用滑动窗口解这道题（C++/Java/Python） - 和为 s 的连续正数序列
    a) https://leetcode-cn.com/problems/he-wei-sde-lian-xu-zheng-shu-xu-lie-lcof/solution/shi-yao-shi-hua-dong-chuang-kou-yi-ji-ru-he-yong-h/

关键思路

本题实际上就是求数组 [1, 2, …, n] 中满足和为 s 的连续子数列。采用滑动窗口。

要解决两个问题：（1）递推；（2）覆盖全部解。

先解决递推方式。设左右指针分别为 i 和 j，则

22. 每次只++i 或++j，即只将左右边界右移，这样可以保证 O(n) 时间复杂度，若允许左移，则为回溯，时间复杂度太高。
23. 若 sum==targt，则将 [i, j] 加入结果数组，同时这表明以 i 开头的数组不再有满足条件的，故 sum-=i，并++i
24. 若 sum<target，则++j，并 sum+=j
    a) 注意这里要先给 j 加 1，再将其加到 sum 上
25. 若 sum>target，表明以 i 开头的数组没有满足条件的，故 sum-=i，并++i

复杂度

26. 时间复杂度：O(target)。左指针的上界为 target/2，故加起来最多遍历 target 个数。
27. 空间复杂度：O(1)。

代码

JZ-57-2 和为 s 的连续正数序列.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143560485/

```cpp
class Solution {
public:
    vector<vector<int>> findContinuousSequence(int target) {
        int i=1, j=1;
        int sum=1;
        vector<vector<int>> res;

        while (i<=target/2) {
            if (sum == target) {
                vector<int> tmp;
                for (int k=i; k<=j; ++k) {
                    tmp.push_back(k);
                }
                res.push_back(tmp);
                sum -= i;
                ++i;
            } else if (sum<target) {
                ++j;
                sum += j;
            } else if (sum>target) {
                sum -= i;
                ++i;
```

JZ-57-2 和为 s 的连续正数序列.cpp

```
23              }
24          }
25          return res;
26      }
27  };
28
```

栈、堆、队列

0215 数组中的第 K 个最大元素

链接：https://leetcode-cn.com/problems/kth-largest-element-in-an-array/

标签：堆，分治

精选题解

- 官方题解- 数组中的第 K 个最大元素
  - https://leetcode-cn.com/problems/kth-largest-element-in-an-array/solution/shu-zu-zhong-de-di-kge-zui-da-yuan-su-by-leetcode-/
- 超详细！详解一道高频算法题：数组中的第 K 个最大元素-五分钟学算法
  - https://www.cxyxiaowu.com/3024.html
- 堆树（最大堆、最小堆）详解
  - https://blog.csdn.net/guoweimelon/article/details/50904346
- 【数组中的第 K 个最大元素】堆的使用和实现 - 数组中的第 K 个最大元素
  - https://leetcode-cn.com/problems/kth-largest-element-in-an-array/solution/215-by-ikaruga/

关键思路 1：快速选择

核心思路：比基准数字小的数放左边，比它大的放右边，这样基准数字的位置就是正确的位置。

实现起来有很多细节需要注意。建议拿纸笔画一画，理解起来更清晰。

1. 划分操作：返回随机选取的基准数在原数组中的正确索引，同时保证其左边的数都比它小，右边的数都比它大

- 为了保证线性的时间复杂度，我们每次选取基准数字的索引 pivot 时，需要随机选取
  - 在 C++中，rand() 函数的返回值是 [0, INT_MAX]，因此需要模上 (R-L+1) 再加 L（代码第 5 行）

    - 设随机选择的基准索引为 pivot，交换 a[pivot] 和 a[R]，目的是便于后面遍历，同时记录该基准值 a[pivot]（代码第 6 ~ 7 行）
- 从 L 遍历到 R-1（因为 R 处已经保存了基准数），用 i 记录当前所有比基准数小的数的索引，也即在索引 i 左边的数都比基准数小。具体操作是，递增 j，遇到 a[j] 比基准数小的，就将 a[j] 和 a[i] 交换，同时将 i 加 1，这样就将所有比基准数小的数都移到了索引 i 左边，如果理解困难可以拿纸笔画一画（代码第 9 ~ 13 行）
- 结束后交换 a[i] 和 a[R]，这样就保证了基准数在数组正确的位置上（代码第 15 行）
- 返回 i，这里的 i 是基准数在数组中的索引（也即从 0 开始）

2. 分治解决：递归搜索目标值，并对数组进行处理（代码第 19 ~ 29 行）

- 首先调用划分操作得到划分的基准索引，然后对索引左右的区间进行递归
- 返回的是（排序后的）数组中索引应为 idx 的数的值

3. 找到第 k 大的数

- 这里有个细节，第 k 大的数，在排序后的数组中的索引应为 nums.size()-k，比如说，第 1 大的数，其索引为 nums.size()-1。注意大小顺序和索引的区别。
- 快速选择得到的数的索引，实际上是从小到大的

复杂度 1：快速选择

- 时间复杂度：O(n)。严谨的证明比较复杂，可以参考《算法导论》（中文第三版）“第 7 章 快速排序”“7.3 快速排序的随机化版本”和“第 9 章 中位数和顺序统计量”“9.2 期望为线性时间的选择算法”。
- 空间复杂度：O(logn)。递归的最大深度。

代码 1：快速选择

0215 数组中的第 K 个最大元素.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/149477642/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int rand_partition(vector<int> & a, int L, int R) {
4           // choose random num in [L,R] as pivot
5           int pivot = rand()%(R-L+1)+L;
6           swap(a[pivot], a[R]); // put a[pivot] to last
7           int last = a[R];
8           // search correct order-index of a[pivot] from L
9           int i = L; // i: the correct index of a[pivot]
10          for (int j=L; j<R; ++j)
11              if (a[j] < last)
12                  // increment i to mark num of elements smaller than a[pivot]
13                  swap(a[j], a[i++]);
```

0215 数组中的第 K 个最大元素.cpp

```
14          // put a[pivot] to a[i]
15          swap(a[i], a[R]);
16          return i;
17      }
18
19      int quick_select(vector<int>& a, int L, int R, int idx) {
20          int q = rand_partition(a, L, R);
21          if (q == idx)
22              return a[q];
23          else {
24              if (q < idx)
25                  return quick_select(a, q+1, R, idx);
26              else
27                  return quick_select(a, L, q-1, idx);
28          }
29      }
30
31      int findKthLargest(vector<int>& nums, int k) {
32          time_t t;
33          srand((unsigned) time(&t));
34          return quick_select(nums, 0, nums.size()-1, nums.size()-k);
35      }
36  };
37
```

关键思路 2：堆排序

建立一个 k 元小根堆，遍历数组中的元素并插入堆中，最后得到的堆顶元素即为第 K 个最大元素。

- 在小根堆中，堆顶元素是堆中最小元素，也即剩下的元素都比堆顶大
- 如果堆的大小已经为 k，那么遇到新的数时：
  - 若比堆顶元素小，则跳过该步，因为我们只想保留数组中前 k 个最大的元素
  - 若比堆顶元素大，则弹出栈顶元素，将新数插入堆中，这样就能保证堆中元素一定是目前遍历过的数组中前 k 个最大的元素，同时插入新元素
- 如果堆的大小未达到 k，则直接插入该新数

在 C++中，priority_queue<int> 默认是最大堆，其比较函数为 less<int>。若需要最小堆，则比较函数应为 greater<int>。

0227 基本计算器 II + 0224 基本计算器

链接：https://leetcode-cn.com/problems/basic-calculator-ii/solution/

https://leetcode-cn.com/problems/basic-calculator/solution/

标签：栈，字符串

精选题解

28. 拆解复杂问题：实现一个完整计算器 - 基本计算器 II
    a) https://leetcode-cn.com/problems/basic-calculator-ii/solution/chai-jie-fu-za-wen-ti-shi-xian-yi-ge-wan-zheng-ji-/
    b) https://leetcode-cn.com/problems/basic-calculator-ii/solution/chai-jie-fu-za-wen-ti-shi-xian-yi-ge-wan-zheng-ji-/330884

关键思路

此题建议拿纸笔模拟一下出栈入栈和括号递归的过程，就容易理解了。下面是一个典型的输入例子。

```
(1 + (3 - 2) * 5 + 8 / 4)
```

基本思路如下：

29. 运算符 op 初始设为加号'+'，之后遇到**新的运算符、右括号或字符串末尾**，就将当前的数入栈（加减号），或者将旧的运算符和当前的数运算后再入栈（乘除号），并更新运算符 op，重置数字 num。**遇到右括号或字符串末尾，则将栈清空。**
    a) 清空栈实质上就是将其中的数累加，换句话说，栈中只保留经过运算符“运算”后的数。
    b) 很多题解都单独考虑忽视空格，这是因为他们的方法在判断是否更新运算符时，采用了(s[i]<'0' || s[i]>'9') 这种写法（代码第 20 行），实际上这样做并不严谨。
    c) 应当采取的做法是，只考虑有可能更新运算符的情况，也即遇到运算符、右括号和字符串末尾（代码第 21 行），这样其他的字符就自动被忽略。

以上式为例，简述流程：

30. 1 后面遇到加号+，此时初始运算符为+，则将 +1 入栈，更新运算符为 +；
31. ……（处理括号的部分下面单独写）
32. 8 后面遇到除号 /，此时暂存运算符为 +，则将 +8 入栈，更新运算符为 /；
33. 遇到 4 后面的右括号，此时暂存运算符为 /，故将运算得到的 num 也即 4，和栈顶的 +8 结合运算，+8/4=+2，将其入栈。
34. 此时已到末尾，将栈中数字累加

如何处理括号：括号本质上就是下一层递归。

35. 遇到左括号 (：进入递归。注意在进入下一层递归时，字符串索引应当以引用传递，索引需要 ++i；回到本层递归时，也需要 ++i（代码第 17 行），这样可以直接继续处理其匹配的右括号后面一个字符。

36. 遇到右括号)：右括号是本层递归的终止标志。一方面，和遇到其他运算符相似，需要将当前数作运算，然后入栈出栈（代码第 21 行）；另一方面，和遇到字符串末尾相似，需要跳出循环（代码第 43 ~ 45 行），将栈中数字累加清空（代码第 49 ~ 53 行），最终跳出本层递归。
37. 注意，每次新的递归层中，申请的栈都只属于该层，因此最后清空栈时得到的就是本层的计算结果，所以最后只需返回一个数就行。

如何结合数字，很简单，直接 num = num*10+(s[i]-‘0’)。

38. 注意后面必须加括号，否则类型转换会出错（代码第 12 ~ 14 行）。

复杂度

39. 时间复杂度：O(n)。其中 n 表示字符串长度。遍历所有字符，对 k 个字符，伴随的操作时间都不超过 O(k)。
    a) 空间复杂度：O(n)。申请的变量栈 stk 空间最多 O(n/2)个数；递归最多有 O(n/2)的栈空间。

代码

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141344102/

```
1   class Solution {
2   public:
3       vector<char> op_v = {'+','-','*','/'};
4
5       int helper(string &s, int &i) {
6           char op = '+';
7           stack<int> stk;
8           int num = 0;
9           int res = 0;
10          int top = 0;
11          for (i; i<s.size(); ++i) {
12              if (s[i]>='0' && s[i]<='9') { // 计算数字
13                  num = num * 10 + (s[i]-'0');
14              }
15              if (s[i]=='(') { // 左括号进入递归，在新的递归中，stk 和 op 都被重置
16                  num = helper(s, ++i);
17                  ++i; // 出了右括号，将指针右移一位
18              }
19
20              // if (i >= s.size()-1 || ((s[i]<'0' || s[i]>'9') && s[i] != ' '))
    {
```

```
21              if (i>=s.size()-1 || find(op_v.begin(), op_v.end(), s[i]) !=
    op_v.end() || s[i]==')') {
22              // 遇到新的运算符、右括号和字符串末尾，则出栈入栈，这一写法无需考虑其他特
    殊字符（比如空格）
23                  if (op=='+') {
24                      stk.push(num);
25                  }
26                  if (op=='-') {
27                      stk.push(-num);
28                  }
29                  if (op=='*') {
30                      top = stk.top();
31                      stk.pop();
32                      stk.push(top*num);
33                  }
34                  if (op=='/') {
35                      top = stk.top();
36                      stk.pop();
37                      stk.push(top/num);
38                  }
39                  op = s[i]; // 更新下一次的运算符，注意必须写在处理完运算符的步骤后面
40                  num = 0;
41              }
42
43              if (s[i]==')') { // 右括号跳出循环，执行末尾的清栈步骤，然后回到上一层
    递归
44                  break;
45              }
46          }
47
48          // 计算栈中数字之和
49          while (!stk.empty()) {
50              res += stk.top();
51              stk.pop();
52          }
53          return res;
54      }
55
56      int calculate(string s) {
57          int i = 0;
58          return helper(s, i);
59      }
60  };
```

61

0946 验证栈序列 + 剑指 31 栈的压入、弹出序列

链接：https://leetcode-cn.com/problems/zhan-de-ya-ru-dan-chu-xu-lie-lcof/

标签：栈

精选题解

40. 面试题 31. 栈的压入、弹出序列（模拟，清晰图解） - 栈的压入、弹出序列
    a) https://leetcode-cn.com/problems/zhan-de-ya-ru-dan-chu-xu-lie-lcof/solution/mian-shi-ti-31-zhan-de-ya-ru-dan-chu-xu-lie-mo-n-2/

关键思路

41. 使用一个栈 s 来模拟入栈过程，依次将 pushed 中的元素入栈，用 i 指向 popped 中的元素
42. 当 s 非空且 s.top()==popped[i] 时，弹出 s 栈顶并将 i 加 1，重复该判断直到二者不等

复杂度

43. 时间复杂度：O(n)。遍历所有元素，以及出栈入栈操作。
44. 空间复杂度：O(n)。申请的栈空间大小。

代码

0946 验证栈序列 + JZ-31 栈的压入、弹出序列.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142195251/

```cpp
class Solution {
public:
    bool validateStackSequences(vector<int>& pushed, vector<int>& popped) {
        stack<int> s;
        int i = 0;
        for (auto num: pushed) {
            s.push(num);
            while (!s.empty() && s.top() == popped[i]) {
                s.pop();
                ++i;
            }
        }
        return s.empty();
```

0946 验证栈序列 + JZ-31 栈的压入、弹出序列.cpp
14 } 15 }; 16

动态规划

0238 除自身以外数组的乘积 + 剑指 66 构建乘积数组

链接：https://leetcode-cn.com/problems/product-of-array-except-self/

https://leetcode-cn.com/problems/gou-jian-cheng-ji-shu-zu-lcof/

标签：动态规划

精选题解

45. 面试题 66. 构建乘积数组（表格分区，清晰图解） - 构建乘积数组
    a) https://leetcode-cn.com/problems/gou-jian-cheng-ji-shu-zu-lcof/solution/mian-shi-ti-66-gou-jian-cheng-ji-shu-zu-biao-ge-fe/
    b) https://leetcode-cn.com/problems/gou-jian-cheng-ji-shu-zu-lcof/solution/mian-shi-ti-66-gou-jian-cheng-ji-shu-zu-biao-ge-fe/447760
46. 对称遍历 - 构建乘积数组
    a) https://leetcode-cn.com/problems/gou-jian-cheng-ji-shu-zu-lcof/solution/gou-jian-cheng-ji-shu-zu-dui-cheng-bian-li-by-huwt/

关键思路

不能使用除法。对于 nums[i]，就是将 0 ~ i-1 和 i+1 ~ n-1 索引处的数相乘。

两趟遍历（可以压缩成一次，但没必要），先将 i 左边的数都乘上，再将 i 右边的数都乘上。拿纸笔画一下，就更好理解了。

$B[0]=$	1	$A[1]$	$A[2]$	$\cdots$	$A[n-1]$	$A[n]$
$B[1]=$	$A[0]$	1	$A[2]$	$\cdots$	$A[n-1]$	$A[n]$
$B[2]=$	$A[0]$	$A[1]$	1	$\cdots$	$A[n-1]$	$A[n]$
$\ldots=$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$B[N-1]=$	$A[0]$	$A[1]$	$A[2]$	$\cdots$	1	$A[n]$
$B[N]=$	$A[0]$	$A[1]$	$A[2]$	$\cdots$	$A[n-1]$	1

解法

通过两轮循环，分别计算 下三角 和 上三角 的乘积，
即可在不使用除法的前提下获得结果。

对于 res[i] 来说：

47. 乘左边的数时（绿色），索引为 i-1（代码第 9 行）
48. 乘右边的数时（橙色），从右向左遍历，需要使用一个中间变量 R，来记录右边所有数的乘积（代码第 13 ~ 15 行）

复杂度

49. 时间复杂度：O(n)。两次线性遍历。
50. 空间复杂度：O(1)。只用了中间变量 R。结果必须返回的 res 不计入空间复杂度。

代码

0238 除自身以外数组的乘积 + JZ-66 构建乘积数组.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148638299/

```cpp
class Solution {
public:
    vector<int> productExceptSelf(vector<int>& nums) {
        int n = nums.size();
        if (n==0) return {};
        vector<int> res(n, 1);
        // multiply numsll elements left of current idx
        for (int i=1; i<n; ++i) {
            res[i] = res[i-1] * nums[i-1];
        }
        // multiply numsll elements right of current idx
        int R = 1;
        for (int i=n-1; i>=0; --i) {
            res[i] *= R;
            R *= nums[i];
        }
        return res;
    }
};

```

0263 丑数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/ugly-number/

标签：数学

精选题解

51. C 语言简单解决 263.丑数 - 丑数

a) https://leetcode-cn.com/problems/ugly-number/solution/cyu-yan-jian-dan-jie-jue-263chou-shu-by-t4gpd/

关键思路

很简单，直接看代码。

复杂度

52. 时间复杂度：O(logn)。最多除 $\log_2 num$ 次。

53. 空间复杂度：O(1)。

代码

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141431329/

```
class Solution {
public:
    bool isUgly(int num) {
        if (num<=0)
            return false;

        while (num != 1) {
            if (num%2==0)
                num /= 2;
            else if (num%3==0)
                num /= 3;
            else if (num%5==0)
                num /= 5;
            else
                return false;
        }

        return true;
    }
};

```

0264 丑数 II + 剑指 49 丑数 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/chou-shu-lcof/

https://leetcode-cn.com/problems/ugly-number-ii

标签：数学，动态规划

精选题解

54. 丑数 II， 合并 3 个有序数组， 清晰的推导思路 - 丑数

a) https://leetcode-cn.com/problems/chou-shu-lcof/solution/chou-shu-ii-qing-xi-de-tui-dao-si-lu-by-mrsate/

55. 面试题 49. 丑数（动态规划，清晰图解） - 丑数

a) https://leetcode-cn.com/problems/chou-shu-lcof/solution/mian-shi-ti-49-chou-shu-dong-tai-gui-hua-qing-xi-t/

关键思路

相当于合并 3 个有序数组，nums2、nums3 和 nums5，分别储存每个丑数只乘 2、3、5 得到的数。任何一个丑数乘上 2、3、5 之后都必定落在这这三个数组之一，因此将这三个数组合并之后就得到真正的丑数数组，设为 dp，不过由于这三个数组存在重合，因此需要去重。

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
dp[i]	1	2	3	4	5	6	8	9	
nums2	1	1*2	2*2	3*2	4*2	5*2	6*2	8*2	9*2
nums3	1	1*3	2*3	3*3	4*3	5*3	6*3	8*3	9*3
nums5	1	1*5	2*5	3*5	4*5	5*5	6*5	8*5	9*5

p2、p3、p5 的含义有点不好理解。p*k* 的含义是，最新添加进 dp 并且包含因子 *k* 的数，在数组 nums*k* 中的索引。这里的最新不是指最新的 dp[i]，而是指包含因子 *k* 的数中最新添加的。

以下表中 i=3 一列为例。此时 dp[i]=4，p2=2，p3=1，p5=0，也即，包含因子 2 的最新的丑数为 nums2[p2] =4，包含因子 3 的最新的丑数为 nums3[p1]=3，包含因子 5 的最新的丑数为 nums5[p5]=1。其中 dp[p2]=4 与当前的 dp[i]吻合。

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
dp[i]	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	15	16	18
p2	0	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	8
p3	0	0	1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6
p5	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	3	3	3
dp[p2]*2	2	4	4	6	6	8	10	10	12	16	16	18	
dp[p3]*3	3	3	6	6	6	9	9	12	12	15	18	18	

dp[p5]*5	5	5	5	5	10	10	10	10	15	15	20	20	

那么如何得到当前丑数的下一个丑数呢？只需要计算出三个 nums*k* 的数组的下一个数，其中最小的就是下一个丑数。如果这个新的丑数和 nums*k* 中的最新的数相等，则表明该丑数包含在该数组中，则将对应的 p*k* 加 1。

所以我们的代码需要做两件事：

（1）得到三个数组中下一个最小值，作为合并后数组的下一个值（代码第 8 行）；

（2）通过移动三个数组索引来保证去重（代码第 9 ~ 11 行），并且由于可能在多个数组中出现，因此每个 if 是独立的。

复杂度

56. 时间复杂度：O(n)。遍历 n 个数。
57. 空间复杂度：O(n)。dp 数组大小。

代码

JZ-49 0264 丑数 II.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141425392/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int nthUglyNumber(int n) {
4           vector<int> dp(n,1);
5           dp[0] = 1;
6           int p2=0, p3=0, p5=0;
7           for (int i=1; i<n; ++i) {
8               dp[i] = min(min(dp[p2]*2, dp[p3]*3), dp[p5]*5);
9               if (dp[i]==dp[p2]*2) ++p2;
10              if (dp[i]==dp[p3]*3) ++p3;
11              if (dp[i]==dp[p5]*5) ++p5;
12          }
13          return dp[n-1];
14      }
15  };
16
```

0279 完全平方数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/perfect-squares/

标签：数学，动态规划

精选题解

58. 画解算法：279. 完全平方数 - 完全平方数
    a) https://leetcode-cn.com/problems/perfect-squares/solution/hua-jie-suan-fa-279-wan-quan-ping-fang-shu-by-guan/
59. 官方题解 - 完全平方数
    a) https://leetcode-cn.com/problems/perfect-squares/solution/wan-quan-ping-fang-shu-by-leetcode/

关键思路

一种是动态规划，一种是数学定理。

1、动态规划

60. 用 dp[i] 表示将和为 i 的完全平方数的最小个数，初值为 i（组成的数全为 1）
61. 则 dp[i] = min(dp[i], dp[i-j*j])，for j from 1 to $\sqrt{i}$，for i from 1 to n
62. 返回 dp[n]

2、数学定理

63. 四平方和定理：每个自然数都可以表示为四个整数的平方和，因此题中每个输入的结果最多为 4。
    a) 若 $n = 4^p(8q + 7)$，返回 4
    b) 若 n 本身的完全平方数，返回 1
    c) 若 n 能由两个完全平方数表示，返回 2
    d) 其余情况返回 3
64. 上面之所以用这样的判断顺序，主要是为了降低时间复杂度，毕竟判断是否是平方数代价较大，尽可能早地判断其他情形了。

复杂度

动态规划：

65. 时间复杂度：O($n\sqrt{n}$)。外层遍历 n 个数，内层遍历 $\sqrt{n}$ 个数。
66. 空间复杂度：O(n)。dp 数组的大小。

数学定理：

67. 时间复杂度：O($\sqrt{n}$)。判断能否用两个完全平方数表示时，需要遍历 $\sqrt{n}$ 个数。
68. 空间复杂度：O(1)。

代码 1 – 动态规划

0279 完全平方数 – 动态规划.cpp
https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141556794/

0279 完全平方数 – 动态规划.cpp

```cpp
class Solution {
public:
    int numSquares(int n) {
        vector<int> dp(n+1,0);
        for (int i=1; i<=n; ++i) {
            dp[i] = i;
            for (int j=1; i-j*j>=0; ++j) {
                dp[i] = min(dp[i], dp[i-j*j]+1);
            }
        }
        return dp[n];
    }
};

```

代码 2 – 数学定理

0279 完全平方数 – 公式.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141560552/

```cpp
class Solution {
public:
    bool isSquare(int x) {
        int sq = int(sqrt(x));
        return sq*sq==x;
    }
    int numSquares(int n) {
        while (n%4==0)
            n>>=2;
        if (n%8==7)
            return 4;
        if (isSquare(n))
            return 1;
        for (int i=1; i<=int(sqrt(n)); ++i){
            if (isSquare(n-i*i))
                return 2;
        }
        return 3;
    }
};
```

0279 完全平方数 – 公式.cpp

```
21
```

0313 超级丑数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/super-ugly-number/

标签：数学，堆

精选题解

关键思路

动态规划，思路和“剑指 49 / 0264 丑数 II”基本一致，只不过数组 nums*k* 从原来的 3 个变成了 primes.size() 个了。注意 dp 初始值应当用 INT_MAX 填充。

复杂度

代码

0313 超级丑数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/141979048/

```
class Solution {
public:
    int nthSuperUglyNumber(int n, vector<int>& primes) {
        vector<int> dp(n, INT_MAX);
        dp[0] = 1;
        vector<int> ps(primes.size(), 0);
        for (int i=1; i<n; ++i) {
            for (int j=0; j<primes.size(); ++j) {
                dp[i] = min(dp[i], dp[ps[j]] * primes[j]);
            }
            for (int j=0; j<primes.size(); ++j) {
                if (dp[i] == dp[ps[j]] * primes[j]) {
                    ++ps[j];
                }
            }
        }
        return dp[n-1];

    }
};

```

0647 回文子串

链接：https://leetcode-cn.com/problems/palindromic-substrings/

标签：动态规划

精选题解

69. 官方题解 - 回文子串
    a) https://leetcode-cn.com/problems/palindromic-substrings/solution/hui-wen-zi-chuan-by-leetcode-solution/
    b) https://leetcode-cn.com/problems/palindromic-substrings/solution/hui-wen-zi-chuan-by-leetcode-solution/553051

关键思路

有两种思路，中心扩展法和 Manacher 算法。

中心扩展法：

70. 遍历每个字符，以该字符为中心，向两边扩展，如果扩展到的字符串相同，则+1
71. 中心点可能是一个或两个字符，所以代码 1 中第 7 ~ 9 行用了一个小技巧，也即使用 j 来区分中心点的字符个数，并且确定了初始的字符位置

Manacher 算法：

复杂度

中心扩展法：

72. 时间复杂度：O(n^2)。两层循环。
73. 空间复杂度：O(1)。

Manacher 算法：

代码 1 – 中心扩展法

0647 回文子串.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148686433/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int countSubstrings(string s) {
4           int n = s.size();
5           int num = 0;
6           for (int i=0; i<n; ++i) {
```

0647 回文子串.cpp

```
7               for (int j=0; j<=1; ++j) {
8                   int L = i;
9                   int R = i+j;
10                  while (L>=0 && R<n && s[L--]==s[R++])
11                      ++num;
12              }
13          }
14          return num;
15      }
16  };
17
```

代码 2 – Manacher 算法

剑指 46 把数字翻译成字符串

链接：https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-lcof/

标签：动态规划

精选题解

74. 面试题 46. 把数字翻译成字符串（动态规划，清晰图解） - 把数字翻译成字符串
    a) https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-lcof/solution/mian-shi-ti-46-ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chua-6/
75. 官方题解 - 把数字翻译成字符串
    a) https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-lcof/solution/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-by-leetcode-sol/
    b) https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-lcof/solution/ba-shu-zi-fan-yi-cheng-zi-fu-chuan-by-leetcode-sol/434965

关键思路

动态规划。先写一下常规思路。

将 num 转换成字符串 s，也即 $s_0s_1\cdots s_{n-1}$。新增一个字符 s_i，其能否新增翻译方法同时取决于 s_{i-1} 和 s_i。

当且仅当如下情况时，$s_{i-1}s_i$ 有两种解释方法：

76. $s_{i-1}s_i$ 对应的数字在 10 ~ 25 之间，也即 s[i-1]==’1’ || (s[i-1]==’2’ && s[i] <=5)
77. 对于其他情形，$s_{i-1}s_i$ 都只有一种翻译方法。

动态规划数组的含义如下：

78. dp[i+1] 表示以字符 s[i] 结尾的字符串的翻译方法总数
79. 这里用 dp[i+1]，是因为我们需要用到 dp[i]=dp[i-1]+dp[i-2] 的递推式，而对于字符串来说，我们从 s[1] 开始就应当进行动态规划递推，此时需要判断 s[i] 和 s[i-1] 的值，为了保证 dp[i-2] 索引合法，故令 dp 数组开头多了一个数组，这样就变成 dp[i+1]=dp[i]+dp[i-1]。当然也可以将 dp[0] 视为空字符串对应的翻译方法。

空间复杂度可以优化，因为只涉及到两个递推数，所以用两个变量记录即可。

还有一种不需要转换成字符串的方法，从末尾数字开始递归，判断原理类似，见代码 2。

复杂度

80. 时间复杂度：O(n)。数字转换成字符串；遍历字符串。
81. 空间复杂度：O(n)。dp 数组。

代码 1 – 转换成字符串，动态规划

JZ-46 把数字翻译成字符串 - dp.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143075117/

```cpp
class Solution {
public:
    int translateNum(int num) {
        string s = to_string(num);
        vector<int> dp(s.size()+1,0);
        dp[0] = 1;
        dp[1] = 1;
        for (int i=1; i<s.size(); ++i) {
            if (s[i-1]=='1' || (s[i-1]=='2' && s[i]<='5'))
                dp[i+1] = dp[i] + dp[i-1];
            else
                dp[i+1] = dp[i];
        }
        return dp[s.size()];
    }
};

```

代码 2 – 不转换成字符串，递归

JZ-46 把数字翻译成字符串 - recursion.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143071925/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int translateNum(int num) {
4           if (num<10)
5               return 1;
6           if (num%100<26 && num%100>9)
7               return translateNum(num/10) + translateNum(num/100);
8           else
9               return translateNum(num/10);
10      }
11  };
12
```

剑指 60 n 个骰子的点数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/nge-tou-zi-de-dian-shu-lcof/

标签：数学，动态规划

精选题解

82. 详解动态规划及其优化方式 - n 个骰子的点数
    a) https://leetcode-cn.com/problems/nge-tou-zi-de-dian-shu-lcof/solution/nge-tou-zi-de-dian-shu-dong-tai-gui-hua-ji-qi-yo-3/
83. 概率论乘法公式+动态规划 - n 个骰子的点数
    a) https://leetcode-cn.com/problems/nge-tou-zi-de-dian-shu-lcof/solution/gai-lu-lun-cheng-fa-gong-shi-dong-tai-gu-77ts/

关键思路

n 个骰子共有 6^n 种可能，点数之和共有 6n-(n-1)=5n+1 种可能。

设 n 个骰子掷出点数和为 i 的次数为 $dp[n][i]$，计算其概率则只需除以 6^n。

最终的结果是一个数组，每个数组元素为 $dp[n][i]$，其中 $n \le i \le 6n$。

状态转移方程为：

$$dp[n][i] = \sum_{k=1}^{6} dp[n-1][i-k], \qquad n \le i \le 6n$$

具体来说，$dp[n][i]$ 表示 n 个骰子，其由 n-1 个骰子的情况而来。要从 n-1 个骰子得到第 n 个骰子，且和为 i，那么：

84. 第 n 个骰子的值为 1 时，前 n-1 个骰子点数和应为 i-1
85. 第 n 个骰子的值为 2 时，前 n-1 个骰子点数和应为 i-2
86. ……
87. 第 n 个骰子的值为 k 时，前 n-1 个骰子点数和应为 i-k

图形化表示如下，也即下一行的值是上一行左边连续 6 个数之和：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	1	1	1	1	1													
2	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1							
3	0	0	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1	

二维数组 dp 的内容

注意各个循环中的边界条件，最好画个图，这样不容易错。

88. 为了计算方便，行列索引都从 1 开始。
89. 代码第 13 行的 j-k >= i-1：
    a) 以上图中坐标 (3,5) 处绿色的 6 为例，其合法的累加范围应为上一行格子中的 1、2、3，其列索引为 2、3、4
    b) 此时 i 的值为 3，j 的值为 5，j-k 的合法索引范围取决于上一行中的最左边的值，也就坐标 (2,2) 处的 1，故 j-k 的最小值为 2，也即 i-1

当然，算法还可以在如下两方面提升：

90. 空间优化：dp 数组不需要二维，只需要一维，因为计算当前值只需要上一行左边格子的值，不会用到下方或右边的格子值。
    a) 注意此时需要从右向左遍历，否则会覆盖掉原本是“上一行”的格子值
    b) 最后返回的时候需要注意将每个数都除以6^n，并且截掉最后一行中前后为 0 的部分，只保留上图中红色框的内容。erase() 操作可以满足要求，但是容易出错，不如新开一个数组，直接存储结果所需的值。
91. 时间优化：以上图中黄色和蓝色为例，从黄色到蓝色的格子，二者相差仅在于黄色最左边的 2 和蓝色最右边的 4，因此无需重新累加 6 个数，而是在 25 的基础上加上 4-2 即可得到 27。当然，这个优化降低了代码的可读性，可以不采用。

复杂度

92. 时间复杂度：O(n^2)。计算 dp 数组中每个元素（格子）的值（累加 6 个数）都需要常数时间 O(1)，一共有 6+11+16+…+(5n+1) 个数，也即 $\sum_{i=1}^{n}(5i+1)=\frac{1}{2}n(5n+7)$ 个数，故时间复杂度为 O(n^2)。
93. 空间复杂度：O(n)。使用空间优化了的一维 dp 数组，最多需要容纳 3n 个数。

代码

JZ-60 n 个骰子的点数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148455768/

```
1  class Solution {
2  public:
3      vector<double> dicesProbability(int n) {
4          vector<int> dp(6*n+1, 0);
5          for (int i=1; i<=6; ++i) {
6              dp[i] = 1;
7          }
8
9          // i: row num; j: col idx; k: 1~6(max)
10         for (int i=2; i<=n; ++i) {
11             for (int j=6*i; j>=i; --j) {
12                 dp[j]=0;
13                 for (int k=1; k<=6 && j-k>=i-1; ++k) {
14                     dp[j] += dp[j-k];
15                 }
16             }
17         }
18
19         double div = pow(6,n);
20         vector<double> res;
21         for (int i=n; i<=6*n; ++i) {
22             res.push_back(dp[i]*1.0 / div);
23         }
24
25         return res;
26     }
27 };
28
```

剑指 62 圆圈中最后剩下的数字

链接：https://leetcode-cn.com/problems/yuan-quan-zhong-zui-hou-sheng-xia-de-shu-zi-lcof/
标签：数学，动态规划

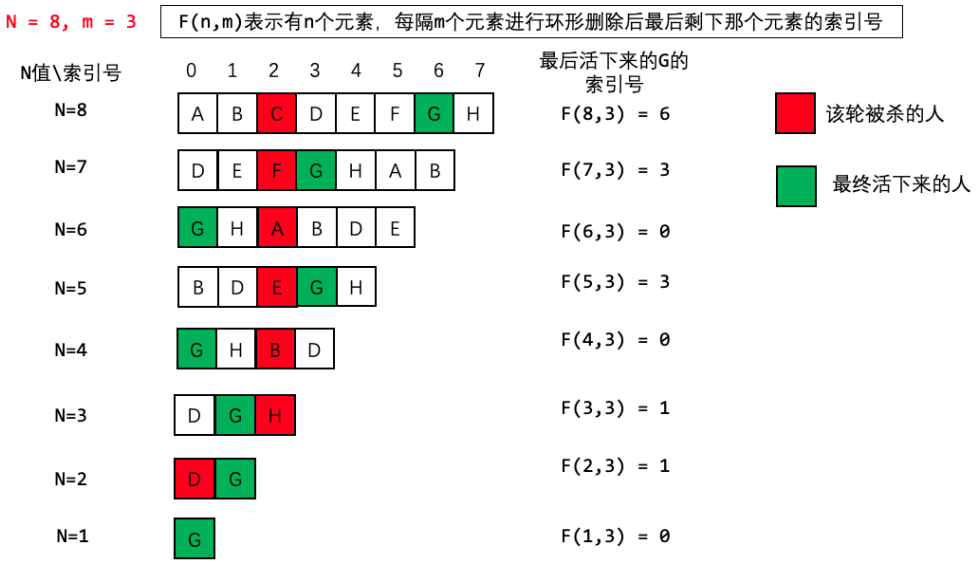
精选题解

94. 换个角度举例解决约瑟夫环 - 圆圈中最后剩下的数字

a) https://leetcode-cn.com/problems/yuan-quan-zhong-zui-hou-sheng-xia-de-shu-zi-lcof/solution/huan-ge-jiao-du-ju-li-jie-jue-yue-se-fu-huan-by-as/

关键思路

约瑟夫环。核心：只关心最终活着那个人的序号变化。
下面两张图胜过千言万语。第一张展示了正向的算法流程，n=8，m=3。

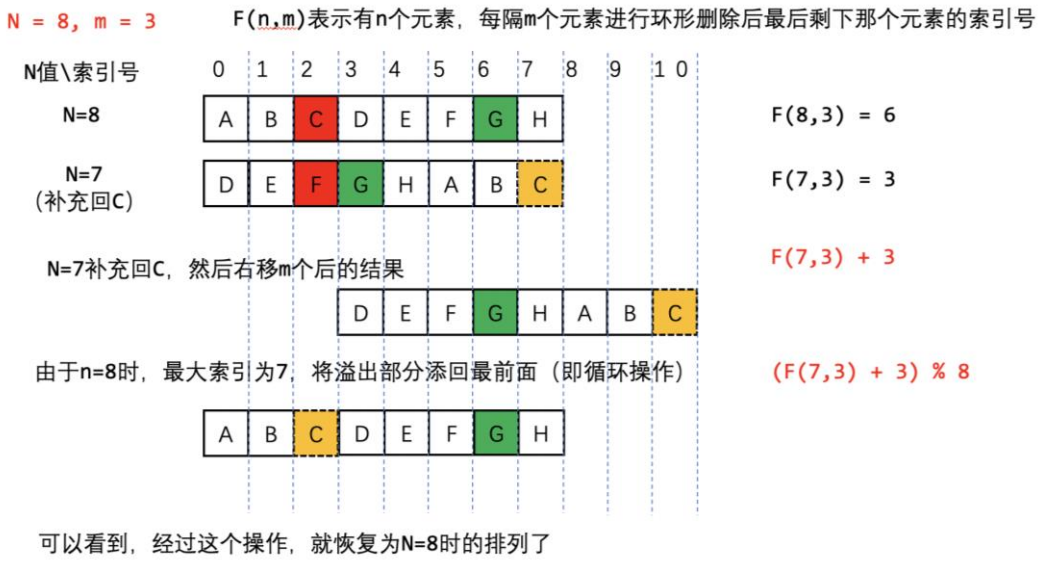


正向的算法流程

假如最后剩下的数字为 G，我们关注的是，其在数组中的索引变化情况。如上图所示，易知最后一次（n=1）G 的索引必然为 0，我们想知道的是，其在第一次（n=8）的索引。
下图展示了如何从 n=7 的情况变换到 n=8 的情况，实际上也就建立了从 n=i-1 到 n=i 的递推关系（证明从略）：

$$f(i) = (f(i-1) + m) \bmod i$$

其中，$f(i)$ 表示最终被删掉的那个数在当前数组中的索引，当前数组的元素个数为 i。
i 的范围为 1~n，当 i=1 时，f(i)=0，也即数组中只剩下了那个元素。



如何从 f(i-1) 到 f(i)

复杂度

95. 时间复杂度：O(n)。
96. 空间复杂度：O(1)。

代码

JZ-62 圆圈中最后剩下的数字.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148507661/

```cpp
class Solution {
public:
    int lastRemaining(int n, int m) {
        int pos = 0;
        for (int i=2; i<=n; ++i) {
            pos = (pos + m) % i;
        }
        return pos;
    }
};

```

排序

剑指 45 把数组排成最小的数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zu-pai-cheng-zui-xiao-de-shu-lcof/
标签：排序，字符串

精选题解

97. C++ 先转换成字符串再组合 - 把数组排成最小的数
    a) https://leetcode-cn.com/problems/ba-shu-zu-pai-cheng-zui-xiao-de-shu-lcof/solution/c-xian-zhuan-huan-cheng-zi-fu-chuan-zai-zu-he-by-y/

关键思路

把数字转成字符串，依照字符串的字典序排序。
以三个数字为例：3、5、30，其字符串的排序应为“30”<“3”<“5”。
如何正确排序判断“30”和“3”这种呢？
方法是向 sort 传入自定义的比较函数。
98. 注意到“303”<“330”，也即“30”+“3”<“3”+“30”
99. 故使用 lambda 函数传入 sort，返回 s1+s2 < s2+s1 的符号（代码第 12 行）
    a) sort 中比较函数的含义是，若返回值为 true，则 s1<s2

复杂度

100. 时间复杂度：O(nlogn)。其中 n 为总的字符数，sort 内部使用快排实现，平均时间复杂度为 O(nlogn)。
101. 空间复杂度：O(n)。字符串 vector 和字符串 string。

代码

JZ-45 把数组排成最小的数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/142628451/

```
1  class Solution {
2  public:
3      string minNumber(vector<int>& nums) {
4          vector<string> vs;
5          string res;
6          for (auto const &n: nums) {
7              vs.push_back(to_string(n));
8          }
```

JZ-45 把数组排成最小的数.cpp

```
9
10          sort(vs.begin(), vs.end(),
11              [](string& s1, string& s2) {
12                  return s1+s2 < s2+s1;  // if condition is true, then s1 < s2
13              }
14          );
15
16          for (auto const &s: vs) {
17              res += s;
18          }
19          return res;
20      }
21  };
22
```

剑指 51 数组中的逆序对

链接：https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-de-ni-xu-dui-lcof/

标签：归并排序，分治，递归

精选题解

102. 官方题解 - 数组中的逆序对
   a) https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-de-ni-xu-dui-lcof/solution/shu-zu-zhong-de-ni-xu-dui-by-leetcode-solution/
103. 暴力解法、分治思想、树状数组 - 数组中的逆序对
   a) https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-de-ni-xu-dui-lcof/solution/bao-li-jie-fa-fen-zhi-si-xiang-shu-zhuang-shu-zu-b/
104. 【算法】排序算法之归并排序 - 知乎
   a) https://zhuanlan.zhihu.com/p/124356219
105. 归并排序 - 维基百科，自由的百科全书
   a) https://zh.wikipedia.org/wiki/归并排序

关键思路

这题理解起来略复杂，需要熟悉归并排序的思路，参考上面的链接，同时还需要挑个具体的例子画一画，这样才能理解得更透彻。

归并排序事实上分成三步：

106. **分割：**分成左右两个子数组

107. **解决：**递归地归并排序子数组

108. **合并：**将排序好的两个子数组按照正确的顺序合并

本题妙用归并排序的地方在第三步，因为只有在合并时才会出现对逆序的处理。

b1	[b1]	b2	[b2]		cnt+
0	1	4	3	b1++	
1	2	4	3	b1++	
2	6	4	3	b2++	2
2	6	5	4	b2++	2
2	6	6	5	b2++	2
2	6	7	7	b1++	
3	8	7	7	b2++	1
3	8	8	9	b1++	
4	×	9	10	b2++	
		10	×		

i	0	1	2	3	
	1	2	6	8	
b1	↑				
		↑			
			↑		
			↑		
			↑		
			↑		
				↑	
				↑	
					↑

i	4	5	6	7	8	9	
	3	4	5	7	9	10	
b2	↑						
	↑						
	↑						
		↑					
			↑				
				↑			
				↑			
					↑		
						↑	
							↑

```
while (b1<=e1 && b2<=e2) {
    if (arr[b1] <= arr[b2])
        tmp[i++] = arr[b1++];
    else {
        tmp[i++] = arr[b2++];
        inv_cnt += ((e1+1)-b1);
    }
}
while (b1<=e1)
    tmp[i++] = arr[b1++];
while (b2<=e2)
    tmp[i++] = arr[b2++];
```

那么怎样才能计入这些逆序对呢？有两种方法，第一种是在 arr[b1] <= arr[b2] 的时候计数，另一种是在 arr[b1] > arr[b2] 的时候计数。第二种方法更容易理解，简述如下：

109. 先移动 b1，碰到逆序后，再移动 b2

a) 采取第二种方法有个好处，就是移动 b1 和 b2 的先后顺序不会对计数造成影响

110. 每当出现逆序，也即 arr[b1] > arr[b2] 时，就统计左边数组中比 arr[b2] 大的数的个数，该个数很好计算，也就是左边数组从索引 b1 往后的所有数的个数，也即 (e1+1)-b1。

a) 注意 arr[b1] <= arr[b2]，必须是 <=，不能是 <，因为其补集必须为 arr[b1] > arr[b2]

b) 事实上，在代码第 12 ~ 18 行中先处理 arr[b1] > arr[b2] 的情况也是正确的，其实更推荐这种写法，因为可以避免上一行中提到的 <= 和 < 的问题。

复杂度

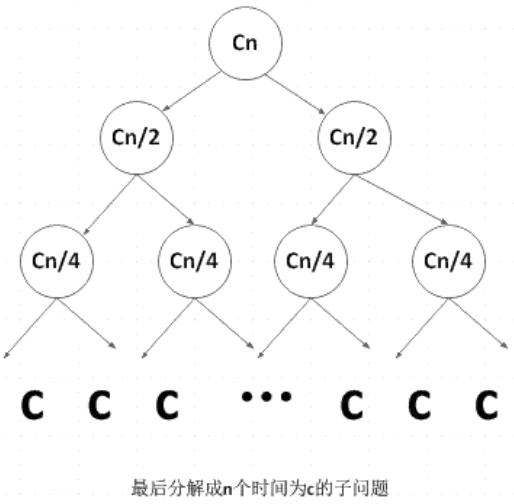
111. 时间复杂度：O(nlogn)。归并排序的时间复杂度。计算起来略复杂。

a) 总时间的递归式为 T(n)=2T(n/2)+O(n)，可用递归树解得 O(nlogn)。

i. 参考：https://blog.csdn.net/touch_2011/article/details/6785881

ii. 假设最后的子问题用时为常数 c，对于 n 个待排序子问题来说，最后分解为 n 个时间为 c 的子问题，则整个问题的规模为 cn。

iii. 第一层时间代价为 cn，第二层时间代价为 cn/2+cn/2=cn，……可知每层代价都是 cn，共有 (logn+1) 层。所以总的时间代价为 cn*(logn+1)，也即 O(nlogn)。



b) 在最坏、最佳、平均情况下归并排序时间复杂度均为 O(nlogn)。

c) 从合并过程中可以看出合并排序稳定。

112. 空间复杂度：O(n)。辅助数组 tmp。

代码

JZ-51 数组中的逆序对.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143187625/

```
1   class Solution {
2   public:
3       int merge_sort_sub(vector<int>& arr, vector<int>&tmp, int b, int e) {
4           if (b>=e) return 0;
5           // 分治并排序
6           int b1 = b, e1 = b + (e-b)/2;
7           int b2 = e1+1, e2 = e;
8           int inv_cnt = merge_sort_sub(arr, tmp, b1, e1) + merge_sort_sub(arr,
    tmp, b2, e2);
9           // 归并
10          int i = b;
11          while (b1<=e1 && b2<=e2) {
12              if (arr[b1] <= arr[b2])
13              // 必须用 <= 而非 <，因为要计入逆序必须满足 arr[b1] > arr[b2-1]，故取
    补集
14                  tmp[i++] = arr[b1++];
15              else {
16                  tmp[i++] = arr[b2++];
17                  inv_cnt += ((e1+1)-b1); // 计入逆序对数
18              }
19          }
20          while (b1<=e1)
21              tmp[i++] = arr[b1++];
```

JZ-51 数组中的逆序对.cpp

```
22          while (b2<=e2)
23              tmp[i++] = arr[b2++];
24          copy(tmp.begin()+b, tmp.begin()+e+1, arr.begin()+b);
25          return inv_cnt;
26      }
27
28      int merge_sort(vector<int>& arr) {
29          vector<int> tmp(arr.size(), 0);
30          return merge_sort_sub(arr, tmp, 0, arr.size()-1);
31      }
32
33      int reversePairs(vector<int>& nums) {
34          return merge_sort(nums);
35      }
36  };
37
```

位运算

0136 只出现一次的数字

链接：https://leetcode-cn.com/problems/single-number/

标签：位运算

精选题解

略。

关键思路

一个数异或两次得 0，要找到只出现一次的数，只需将所有数异或一遍即可。

复杂度

时间复杂度：O(n)。遍历数组所有数

空间复杂度：O(1)。

代码

0136 只出现一次的数字.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143271854/

0136 只出现一次的数字.cpp

```cpp
class Solution {
public:
    int singleNumber(vector<int>& nums) {
        int res = 0;
        for (auto const& ele: nums)
            res ^= ele;
        return res;
    }
};

```

0137 只出现一次的数字 II + 剑指 56-2 数组中数字出现的次数 II

链接：https://leetcode-cn.com/problems/single-number-ii/

https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-ii-lcof/

标签：位运算

精选题解

113. 哈希表和位运算两种解法 - 数组中数字出现的次数 II

a) https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-ii-lcof/solution/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-ii-ha-xi-bi/

关键思路

在 C++中，每个整数有 32 位，对每一位进行计数

114. 若 nums 中某数 n 的第 i 位为 1，也即 n & (1<<i) 为 true，则将计数器 cnt++

115. 若 cnt%3==1，表明只出现一次的那个数在第 i 位为 1，将其写入结果，也即 res |= (1<<i)

此方法对出现任意次的情形都适用。

复杂度

时间复杂度：O(n)。遍历数组所有元素。

空间复杂度：O(1)。

代码

0137 只出现一次的数字 II + JZ-56-2 数组中出现的次数 II.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143466762/

0137 只出现一次的数字 II + JZ-56-2 数组中出现的次数 II.cpp

```cpp
class Solution {
public:
    int singleNumber(vector<int>& nums) {
        int res = 0;
        for (int i=0; i<32; ++i) {
            int cnt=0;
            for (auto const &n: nums) // count number of 1 at i-th bit
                if (n & (1<<i)) // i-th bit of n is 1
                    ++cnt;
            if (cnt % 3 == 1)  // set i-th bit to 1
                res |= (1<<i);
        }
        return res;
    }
};

```

剑指 56-1 数组中数字出现的次数

链接：https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-lcof/

标签：位运算

精选题解

116. 官方题解 - 数组中数字出现的次数

a) https://leetcode-cn.com/problems/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-lcof/solution/shu-zu-zhong-shu-zi-chu-xian-de-ci-shu-by-leetcode/

关键思路

设两个仅出现一次的数为 a 和 b，对所有数异或一次，得到的值为 a^b。

核心问题是如何将 a 和 b 分开。方法是对数组中的数进行分组：

117. 既然 a 和 b 不相等，那么 a^b 肯定非 0。

118. a^b 的二进制表示中，为 1 的位表明二者不同。

119. 只需要找到 a^b 中任意为 1 的位，以该位是否为 1 来分割数组，一定能将 a 和 b 分开

120. 对于其他的数，都出现了两次，因此同一个数必然分到同一组，那么独立地对两个组中的数进行异或操作，依旧能将相同的数消去，这样就分别得到了 a 和 b

复杂度

121. 时间复杂度：O(n)。两次遍历操作。

122. 空间复杂度：O(1)。

代码

JZ-56-1 数组中数字出现的次数.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/143523927/

```
1  class Solution {
2  public:
3      vector<int> singleNumbers(vector<int>& nums) {
4          int tmp = 0;
5          for (auto n: nums)
6              tmp ^= n;
7          int sep = 1;
8          while ((sep & tmp) == 0)
9              sep <<= 1;
10         int a = 0, b = 0;
11         for (auto n: nums)
12             if (sep & n)
13                 a ^= n;
14             else
15                 b ^= n;
16         return vector<int>{a, b};
17     }
18 };
19
```

集合

剑指 61 扑克牌中的顺子

链接：https://leetcode-cn.com/problems/bu-ke-pai-zhong-de-shun-zi-lcof/

标签：数组，排序，集合

精选题解

123. 面试题 61. 扑克牌中的顺子（集合 Set / 排序，清晰图解） - 扑克牌中的顺子

a) https://leetcode-cn.com/problems/bu-ke-pai-zhong-de-shun-zi-lcof/solution/mian-shi-ti-61-bu-ke-pai-zhong-de-shun-zi-ji-he-se/

124. set - C++ Reference

a) https://www.cplusplus.com/reference/set/set/

关键思路

5 张牌是顺子的充要条件：

125. 除大小王外，所有牌无重复

126. 除大小王外，设最大的牌为 max，最小的牌为 min，须 $max - min < 5$

a) 若 5 个数中没有大小王，则无重复已经保证了$max - min = 4$，而只有连续的 5 个数才能满足这一要求，故必然是顺子

b) 若 5 个数中有大小王，由于大小王可以充当任意数，故必然能填充其他数构成的“空隙”形成顺子

既然是充要条件，也即满足上述条件必然是顺子，不满足的则不是。

有两种思路：

127. 先排序，再遍历，根据是否存在相同的相邻数，判断有无重复；最大最小值也即首尾两个数

128. 直接遍历，使用集合来判断有无重复；使用两个变量来记录最大最小值

a) 事实上，C++中的 set 使用红黑树实现，因此自动排序，所以全部插入后，直接就能得到最大值（*s.rbegin()）和最小值（*s.begin()）

b) 为了不让大小王影响集合的情况，碰到元素值为 0 的，直接 continue

两个思路都很好写，这里为了熟悉集合的用法，采用第二种方法。

复杂度

排序：

129. 时间复杂度：O(nlogn)=O(5log5)=O(1)。sort 使用快排，复杂度为 O(nlogn)。

130. 空间复杂度：O(1)。

集合：

131. 时间复杂度：O(n)=O(5)=O(1)。一遍扫描。

132. 空间复杂度：O(n)=O(5)=O(1)。集合的空间为 O(n)；两个记录最大最小值的中间变量。

代码

JZ-61 扑克牌中的顺子.cpp
https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148524009/
`1  class Solution {`

JZ-61 扑克牌中的顺子.cpp

```
2   public:
3       bool isStraight(vector<int>& nums) {
4           set<int> s;
5           for (auto const & ele: nums) {
6               if (ele==0)
7                   continue;
8               if (s.count(ele))
9                   return false;
10              s.insert(ele);
11          }
12          if (*s.rbegin()-*s.begin()>=5)
13              return false;
14          return true;
15      }
16  };
17
```

其他

剑指 59-2 左旋转字符串

链接：https://leetcode-cn.com/problems/zuo-xuan-zhuan-zi-fu-chuan-lcof/

标签：字符串

精选题解

133. 一行击败 100%，使用 C++ 标准库 rotate（附带底层实现详解） - 左旋转字符串

a) https://leetcode-cn.com/problems/zuo-xuan-zhuan-zi-fu-chuan-lcof/solution/shi-yong-c-biao-zhun-ku-rotatefu-dai-di-lf1e9/

关键思路

详见我在“后台面经整理.docx”中的“C++代码实现”“rotate 的实现”。

复杂度

134. 时间复杂度：O(n)。

135. 空间复杂度：O(1)。

代码

JZ-58-2 左旋转字符串.cpp

https://leetcode-cn.com/submissions/detail/148034194/

```
1  class Solution {
2  public:
3      string reverseLeftWords(string s, int n) {
4          rotate(s.begin(), s.begin()+n, s.end());
5          return s;
6      }
7  };
8
```