

结构风压和风振计算

张相庭编著

同济大学出版社

μ_F : 测点压力系数。
 μ_S : 风载体型系数。
 μ_{w0} : 基本风压换算系数。
 μ_Z : 风压高度变化系数。
 ν : 动粘性; 阻尼系数(复阻尼理论)。
 ξ : 动力系数。
 ρ : 相关性系数; 密度。
 σ : 根方差。
 τ : 风速时距。
 φ : 振型函数; 多管压力计的倾斜度; 挡风系数。
 ψ : 平均风的保证系数; 指定函数。
 ω : 圆频率。
 ω' : 有阻尼的圆频率。
 ω_s : 漩涡脱落圆频率。

内 容 提 要

风荷载是各种结构特别是高耸结构、高层建筑和大跨度桥梁等的主要设计荷载。由于风的作用,结构承受了风压并产生了风振,遂形成了一门崭新的风工程学科。本书系统地叙述了结构风压和风振计算的基本理论和分析方法。在顺风向,在充分叙述平均风的基础上,着重阐明了脉动风引起的风振计算。在横风向,分析了多种因素引起的振动。对几个风工程中特殊问题也作了论述。

本书结合最新修订的“荷载规范”(1985年出版)内容,提供了较多的实例和图表,以便应用。本书可作为有关高等院校理工科学生和研究生结构风压和风振教材或参考书,也是结构设计和研究人员进行抗风计算的主要参考书。

责任编辑 方 芳
封面设计 徐 繁

结 构 风 压 和 风 振 计 算

张相庭 编 著

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 10.5 字数: 269千字

1985年5月第1版 1985年5月第1次印刷

印数: 1—20,000 科技新书目: 104—269

统一书号: 15335·015 定价: 2.30元

前 言

风荷载是结构的重要设计荷载,特别对于高耸结构(例如电视塔、烟囱、石油化工塔等)、高层建筑结构和大跨度桥梁等,有时甚至起着决定性的作用。

当风以一定的速度向前运动遇到结构阻碍时,结构承受了风压。在顺风向,风压常分成平均风压和脉动风压,前者作用相当于静力,后者则引起结构振动。在横风向,由于旋涡规则或不规则脱落等原因,产生了横风向振动,偏心时还产生扭转振动。因此结构风压和风振的理论和计算,是从事结构抗风设计、计算和研究必须掌握的一门学科。

本书现分九章讲述。第一至第四章,以讲授平均风压为主。结合风压计算,阐述了概率论的基本原理;结合最大风速数理统计的分析,讲述了高斯曲线、皮尔逊Ⅲ型曲线和极值分布曲线;结合结构风压的计算,讲述了风洞试验以及有关参数,俾使在只具有平均风速原始资料或条件改变时也能进行计算和分析。第五至第七章,以讲授顺风向风振为主。结合脉动风压是随机荷载的情况,阐述了随机振动理论的基本原理及其应用。对顺风向振动中可能出现的各种问题,都加以详细的叙述或讨论。第八章则叙述了横风向振动中常遇的几个主要问题。结合该章学习的需要,还简单介绍了空气动力学中几个重要现象和参数。第九章则着重讨论和分析风振计算中几个特殊问题。

在编写本书时,力求系统地完整地叙述基本理论和分析方法。结合“荷载规范”的修订(1985年出版),全面叙述了有关风荷载条文制订的原理、图表及必要说明,以便读者对风工程的内容、理论和应用能得到完整而彻底的了解。又为使读者不需查阅其它专门学科的书籍而能融会贯通地掌握理论和方法,本书结合风资料特性阐述了概率论、随机振动理论以及空气动力学中一些基本概念、原理和方法。为了便于理解应用,在有关章节中提供了足够的计算例题。为了便于阅读对照,开头还编排了符号说明。本书采用最新的有关建筑结构设计通用符号、计量单位和基本术语的国家标准。本书综合应用了国内外有关风工程的科研成果,其中包括笔者近几年在国内外学术会议和刊物上发表的论文,以及笔者参加的“荷载规范”修订组同志们提供的资料和数据。希望通过本书所介绍的理论和方法,能达到掌握风工程的基本理论和方法的目的;并通过它,也能有助于对生产实践中可能遇到的风工程问题作出具体分析和解决。

结构风压和风振计算,涉及多门学科的知识。特别是随机风振的研究,国外从五十年代开始才有重要论文发表,例如 M. Ф. Барштейн 和 A. G. Davenport 的论文。笔者曾在 1984 年第三届国际高层建筑会议上与 Davenport 先生交换过风振有关问题的一些看法,这些看法,一并反映在本书的有关章节中。国内对随机风振发表文章为数甚少,研究尚不充分,特别是其中涉及的许多参数,都是根据现有的有限实测资料得出的,有待于进一步完善和改进。

本书在写作过程中得到很多同志的支持和帮助,朱振德教授对本书作了审阅,还提供了多种参考资料;荷载规范修订组徐传衡、田浦等工程师在风压和体型系数等方面提供了部分资料数据;黄本才、王聪同志参加了部分计算工作,方芳同志参加本书全部制图和出版工作,特比致谢。书中涉及的面较广,限于笔者水平,谬误之处在所难免,敬希读者指正。

张 相 庭

1984年12月24日

主要符号说明

\bar{x} 、 \bar{v} 、 \bar{w} ……：字母上一横，表示平均值。

K^* 、 M^* 、 P^* ……：字母右上角带“*”号，表示广义值。

\tilde{y} 、 \tilde{M} 、 \tilde{P} ……：字母上加“~”，表示综合值

*

*

*

a ：加速度；高斯曲线的数学期望；普氏压力计上动压液柱高度，指定长度。

a_0 ：普氏压力计上静压液柱高度。

A ：截面积。

A_j ：第 j 个振型的响应函数。

B ：结构的参考尺度。

c ：与结构外形有关的系数。

C ：粘滞阻尼系数；协方差函数；不同地面粗糙度的修正系数，指定系数。

C' ：折算粘滞阻尼系数。

C_t ：与转动相对应的阻尼系数。

C_m ：与移动相对应的阻尼系数。

C_s ：偏差系数。

C_v ：离差系数。

d ：两点间的距离；平均值与众值之间的距离；动力的符号。

D ：方差；直径。

e ：外形尺寸参数。

E ：弹性模量；数学期望。

E_s ：普氏压力计系数。

f ：脉动风的符号。

$f(t)$ ：峰值为 1 的脉动风压时间函数。

$f(x)$ ：概率密度函数。

$f_1(x)$ ：极值概率密度函数。

$F(t)$ ：有限自由度体系单位（广义）质量的（广义）外干扰。

$F(x)$ ：概率分布函数。

$F_1(D)$ ：极值概率分布函数。

$h(t)$ ：脉动响应函数。

H ：建筑物总高度。

$H_j(i\omega)$ ：第 j 振型频率响应（传递函数）。

H_T ：梯度风高度。

H_z ：赫兹。

i : 点或楼层的序号。
 I : 惯性矩。
 I_r : 极惯性矩。
 j : 振型序号。
 k : 单元刚度矩阵系数; 振型序号; 修正系数。
 K : 总刚度; 表示地面粗糙度的系数。
 l : 跨度。
 l_x : 建筑物迎风面水平长度。
 l_y : 建筑物的深度。
 L : 表示相关性的参数; 湍流的长度尺度; 系统拉格朗日函数。
 m : 单元质量矩阵系数; 线质量; 米。
 M : 总质量; 弯矩; 扭矩; 力矩。
 n : 频率; 自由度数; 质点数; 统计资料数; 楼层数。
 n_s : 旋涡脱落频率。
 p : 线荷载。
 p_0 : 不考虑空间相关性时的线荷载。
 p_d : 脉动风引起的线等效静力或风振力。
 p_D : 线阻力。
 p_L : 线升力。
 p_s : 线平均风压的设计最大值。
 P : 点荷载; 力; 概率; 大气压。
 $P_{ii'}(\omega)$: 二点脉动风压积函数。
 q_i : 第 i 点水平方向的线荷载。
 $q_i(t)$: 响应分解后第 j 振型的广义坐标 (时间函数)。
 Q : 剪力; 广义力。
 r_j : 第 j 振型位置系数。
 R : 相关函数; 力的通称; 响应通称。
 R_d : 脉动风引起的响应。
 R_s : 雷诺数。
 R_s : 平均风引起的响应。
 s : 秒; 静力的符号。
 S : 功率谱密度; 面矩。
 S_i : 斯脱罗哈数。
 t : 时间; 温度; 变量。
 T : 周期; 动能; 扭矩。
 T_0 : 重现期 (年); 时间区间。
 u_i : 第 j 振型影响系数。
 v : 风速。
 v_c : 临界速度。

v_f : 脉动风速。
 v_{fp} : 设计最大脉动风速。
 v_i : 瞬时风速。
 v_P : 设计最大风速。
 v_r : 实际作用方向的风速。
 V : 势能。
 $w(x, z)$: 点 (x, z) 处的面荷载。
 w : 作用在建筑物表面的单位面积的风压。
 w_0 : 单位面积上的基本风压 (标准风压)。
 w_f : 单位面积上的脉动风压。
 x : 沿建筑物迎风面水平长度的变量; 随机变量; 指定函数。
 x_p : 设计最大值。
 $X(i\omega)$: $x(t)$ 的傅立叶变换。
 y : y 向的水平位移。
 y_0 : 截面上某一点的 y 向座标。
 y_0' : 位移后截面上某一点 y 向的绝对座标。
 z : 沿建筑物高度的变量。
 z_0 : 地面粗糙度。
 z_0' : 位移后截面上某一点 z 向的绝对座标。

* * *

α : 地面粗糙度系数; 风速的迎角; 屋面坡度; 倾斜度; 指定系数。
 β : 风振系数。
 γ : 容重; 阻尼系数 (复阻尼理论); 指定系数。
 γ_K : 比重。
 δ : 单元柔度矩阵系数; 单位力作用下产生的位移; 考虑尺寸影响的横向风力折减系数。
 Δ : 荷载作用下产生的位移; 偏差; 区段长度。
 e : 指定函数。
 ε_K : 风速管系数。
 ξ : 阻尼比。
 η : 风压空间相关性折算系数; 指定系数。
 θ : 干扰圆频率; 扭转角; 修正系数。
 λ_i : 沿高度无变化结构的第 i 振型影响系数。
 μ : 脉动风的保证系数 (峰因子); 粘性; 指定系数。
 μ_D : 阻力系数。
 μ_{DL} : 由 μ_D 和 μ_L 组成的系数。
 μ_f : 脉动系数。
 μ_L : 升力系数。
 μ_M : 扭矩系数。

目 录

主要符号说明	(I)
第一章 风力的组成	(1)
第一节 风的区分	(1)
第二节 风速风压关系公式	(8)
第三节 风对结构作用的计算	(5)
第二章 概率论基础	(8)
第一节 概率及概率分布函数	(8)
第二节 概率密度函数	(9)
第三节 统计数字特征	(11)
第三章 平均风的概率计算——基本风速和基本风压	(16)
第一节 基本风速和基本风压的标准	(16)
第二节 最大风速的数理统计	(20)
第三节 非标准情况下的风速或风压的换算	(26)
第四章 结构上的平均风压	(31)
第一节 风载体型系数	(31)
第二节 风压高度变化系数	(34)
第三节 结构上平均风压计算公式	(38)
第五章 随机振动理论基础	(40)
第一节 随机振动的基本概念	(40)
第二节 常用的随机过程	(41)
第三节 相关及相关系数、相关函数	(42)
第四节 功率谱密度	(46)
第五节 单自由度体系的随机振动	(49)
第六节 多自由度和无限自由度体系的随机振动	(54)
第六章 脉动风的概率特性	(60)
第一节 脉动风的概率分布	(60)
第二节 脉动风功率谱	(62)
第三节 脉动系数	(68)
第四节 脉动风的空间相关性	(69)

第七章 结构顺风向随机风振响应	(73)
第一节 顺风向随机风振响应基本公式.....	(73)
第二节 风振力和风振系数.....	(76)
第三节 沿高度无变化结构的风振计算.....	(79)
第四节 沿高度有变化结构的风振计算.....	(84)
第五节 不同地面粗糙度对风振影响的分析.....	(94)
第六节 高振型对风振影响的分析.....	(97)
第七节 有规则变化结构的风振简化计算.....	(99)
第八章 结构横风向平移和扭转风振响应	(104)
第一节 经细长物体流动而产生的力	(104)
第二节 旋涡脱落响应分析	(108)
第三节 横风向驰振	(113)
第四节 扭转发散振动	(116)
第五节 平移和扭转耦合振动的稳定性	(117)
第九章 风振计算中几个特殊问题	(120)
第一节 上下不同材料组成的结构的风振响应	(120)
第二节 高层结构平移和扭转耦合振动	(126)
附录一 全国基本风压标准值	(132)
附录二 风载体型系数	(136)
附录三 〈工业与民用建筑结构荷载规范〉(1985年送审稿)第五章风荷载条文 ...	(152)
主要参考文献	(157)

第一章 风力的组成

大气从来没有静止过。大气是物质,自然有重量,从地表面一直向上的整个大气柱对它下面的地表面和物体便有压力,单位面积上承受的这种压力,叫做**气压**。各个地方大气压有高有低,例如一个地方上面的空气冷,密度就大,气压也就大些;另一个地方上面的空气暖,密度小些,气压也就小些,这样,空气就从气压大的地方向气压小的地方流动,空气的这种流动,就是风。

风是空气的流动,必然就有速度。气流在建筑物前,由于受阻雍塞,形成高压气幕。速度愈大,对建筑物的压力也愈大。这层高压气幕对后来的气流起着缓冲作用,使得流速降低,建筑物所受压力因而也随之减小。当流速减小到一定程度时,后面接踵而至的气流又继续加强使建筑物前的流速获得新的较大的速度,从而又在建筑物前形成高压气幕。流速一大一小连续不断地变化,使建筑物的压力即风压也因之发生变化,从而使建筑物产生了较大的偏移,并围绕偏移位置作较大的振动。

远在十七世纪,就有人开始研究风压,但到了十九世纪末,由于1879年特(Tay)桥事故,才引起人们的注意和重视。由于不注意风压及风振,引起结构风灾的事故屡见不鲜。1969年3月19日,在英国约克郡埃姆莱摩尔地方的高386米的钢管电视桅杆被风吹坏即其一例。

风是建筑物的侧向荷载之一,它与地震荷载一起是建筑物常遇的侧向荷载。对于较高较长的建筑物例如电视塔、烟囱、高层房屋、桥梁等,侧向荷载引起的响应在总荷载中占有相当大的比重,甚至于起着决定性的作用,因而风力特别是风振的研究与高耸结构、高层建筑、大桥梁的分析常常是相互联系的。

专门研究风力作用下结构的反应是五十年代后期逐渐形成的一门新学科。国际上自1963年起以每隔四年的间隔召开了六次有关风对房屋及结构作用的国际性学术讨论会。我国在静力风压上曾作了较多的研究,但对风振还研究得不多,到现在为止公开发表出版的论文只有几篇。

本章对风的组成作了阐述,介绍了风的区分,风速与风压的关系以及结构抗风的计算方法。

第一节 风的区分

为了区分风的大小,以便了解风可能引起的危害和影响程度,常将风划分为13个等级。早期人们还没有仪器来测定风速时,就按照风对海上船只和陆上地面物体的影响程度及其所引起的现象来进行划分。风压的大小和风的速度有着直接的关系,当后来人们可以用仪器测定风速时,就把每级风力加上相当的风速数值,使划分既具体又清楚。风的十三个等级如表1—1所示。这些等级就是我们日常在气象广播中听到的风的等级。

风 的 等 级 表

表 1—1

风力等级	海面状况		海岸渔船征象	陆地地面物征象	相 当 风 速		
	浪高 (m)				公里/时	哩/时	米/秒
	一般	最高					
0	—	—	静	静、烟直上	<1	<1	0—0.2
1	0.1	0.1	寻常渔船略觉摇动	烟能表示风向, 但风向标不能转动	1—5	1—3	0.3—1.5
2	0.2	0.3	渔船张帆时, 可随风移行 每小时2—3公里	人面感觉有风, 树叶有微响, 风向标能转动	6—11	4—6	1.6—3.3
3	0.6	1.0	渔船渐觉摇动, 随风移行 每小时5—6公里	树叶及微枝摇动不息, 渔旗展开	12—19	7—10	3.4—5.4
4	1.0	1.5	渔船满帆时倾于一方	能吹起地面灰尘和纸张, 树的小枝摇动	20—28	11—16	5.5—7.9
5	2.0	2.5	渔船缩帆 (即收去帆之一部)	有叶的小树摇摆, 内陆的水面有小波	29—38	17—21	8.0—10.7
6	3.0	4.0	渔船加倍缩帆, 捕鱼须注意风险	大树枝摇动, 电线呼呼有声, 举伞困难	39—49	22—27	10.8—13.8
7	4.0	5.5	渔船停息港中, 在海者下锚	全树摇动, 迎风步行感觉不便	50—61	28—33	13.9—17.1
8	5.5	7.5	近港的渔船皆停留不出	微枝折毁, 人向前行, 感觉阻力甚大	62—74	30—40	17.2—20.7
9	7.0	10.0	汽船航行困难	烟囱顶部及平瓦移动, 小屋有损	75—88	41—47	20.8—24.4
10	9.0	12.5	汽船航行颇危险	陆上少见, 见时可使树木拔起或将建筑物吹毁	89—102	48—55	24.5—28.4
11	11.5	16.0	汽船遇之极危险	陆上很少, 有时必有重大损毁	103—117	56—63	28.5—32.6
12	14.0	—	海浪滔天	陆上绝少, 其摧毁力极大	>117	>63	>32.6

但是, 对于设计一个受风作用的建筑物来说, 由于风的一个等级对应的风速有段范围, 而且没有区分建筑物有关的外形、高度等因素的影响, 这样宽的划分范围对确定风速来说确是太粗了, 因而从结构计算角度来说, 还需要更细一些, 换句话说, 要根据每一具体地区具体建筑物附近的地貌、建筑物的外形及讨论的位置 (高度), 来确定具体的风速, 然后再来确定风压的大小。它们都是一个确定的数值, 而不是对应一个数值范围。

根据大量风的实测资料可以看出, 在风的顺风向时程曲线中, 包含两种成份: 一种是长周期部份, 其值常在 10 分钟以上; 另一种是短周期部份, 常只有几秒左右^[90]。图 1—1 是风的一个时程曲线示意图。根据上述两种成份, 实用上常把风分为平均风 (即稳定风) 和脉动风 (常称阵风脉动) 来加以分析。平均风是在给定的时间间隔内, 把风对建筑物的作用力的速度、方向以及其他物理量都看成不随时间而改变的量。考虑到风的长周期大大地大于一般结构的自振周期, 因而其作用性质相当于静力。脉动风是由于风的不规则性引起的, 它的强度是随时间按随机规律变化的。由于它周期较短, 因而其作用性质是动力的, 引起结构的振动。

除顺风向振动以外, 在横风向, 由于升力的作用, 也会引起横向风振, 同时外扭矩还

将引起扭转振动。因而风对结构的作用，在受力方向、作用性质等等都是多方面的，也是十分复杂的。

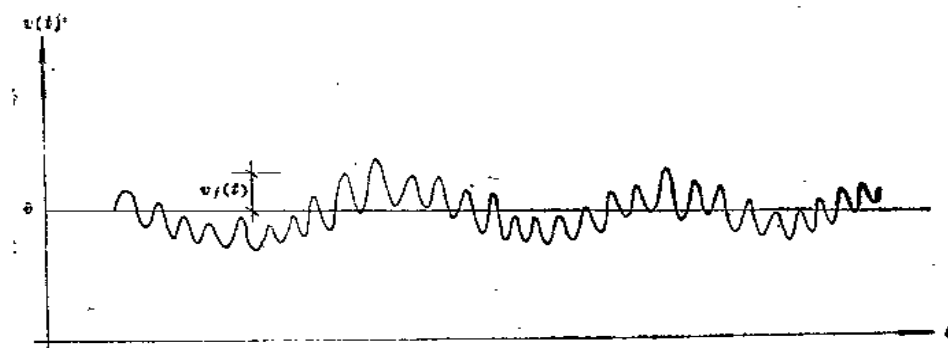


图 1—1 平均风速 \bar{v} 和脉动风速 v_f

一般来说，建筑物愈高，振动的程度也愈厉害。由于建筑物的振动也改变着风的本身结构，引起建筑物表面风压的变化，而风压的变化又反过来影响着建筑物的振动。因而风力和建筑物有着一定的耦合作用，具有相互影响的关系，从而使问题的复杂性大大地增加。

第二节 风速风压关系公式

当风以一定的速度向前运动遇到阻塞时，将对阻塞物产生压力。风压是在最大风速时，垂直于风向的平面上所受到的压力，单位是千牛顿/平方米或 kN/m^2 。

当速度为 v 的一定截面的气流冲击面积较大的建筑物时，由于受阻雍塞，形成高压气幕，使气流外围部份改向，冲击面扩大，因此建筑物承受的压力是不均匀的，而以中心一束所产生的压力强度为最大，我们令它为风压 w ，如图 1—2 a 所示。如果气流原先的压力强度为 w_1 ，在冲击建筑物的瞬间，速度逐渐减小，当中心一束速度消失等于零时，产生最大压力 w_m 。则建筑物受气流冲击的净压力 $w_m - w_1$ ，即为所求的风压 w 。

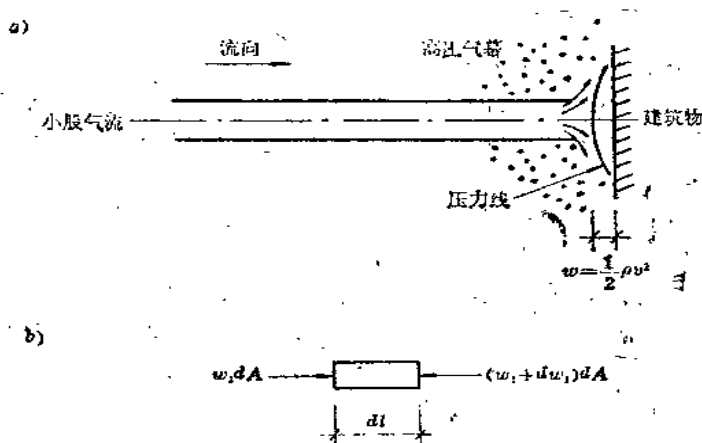


图 1—2 风 速 与 风 压

为了求得 w 与 v 的关系, 设气流每点的物理量不变, 略去微小的位势差影响, 取流线中任一小段 dl , 如图 1—2 b 所示。设 w_1 为作用于小段左端的压力, 则作用于小段右端近高压气幕的压力为 $w_1 + dw_1$ 。

以顺流向的压力为正, 作用于小段 dl 上的合力为:

$$w_1 dA - (w_1 + dw_1) dA = -dw_1 dA$$

它等于小段 dl 的气流质量 M 与顺流向加速度 $a(x)$ 的乘积, 即:

$$-dw_1 dA = Ma(x) = \rho dA dl \frac{dv(x)}{dt}$$

$$\therefore -dw_1 = \rho dl \frac{dv(x)}{dt}$$

式中 ρ 为空气质量密度, 它等于 $\frac{\gamma}{g}$, γ 为空气重力密度 (容重), g 为重力加速度。

$$\therefore d\ell = v(x) dt$$

代入上式得:

$$dw_1 = -\rho v(x) dv(x)$$

$$\therefore w_1 = -\frac{1}{2} \rho v^2(x) + c \quad (1-1)$$

式中 c 为常数, 这个方程称为 **伯努利方程**。可以看出, 气流在运动过程中, 它的压力将随流速变化而变化, 流速加快, 则压力减小, 流速减缓, 则压力增大。这就是伯努利方程的一个特性。

当 $v(x) = 0$, 则 $w_1 = w_m$, 代入上式得:

$$c = w_m$$

当 $v(x) = v$, $w_1 = w_b$, 则 (1-1) 变成:

$$w_b = -\frac{1}{2} \rho v^2 + w_m$$

$$\begin{aligned} \therefore w = w_m - w_b &= \frac{1}{2} \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} v^2 \end{aligned} \quad (1-2)$$

这即为普遍应用的**风速风压关系公式**。

设气压为 76 厘米水银柱、常温 15℃ 和绝对干燥的情形下, $\gamma = 0.012018 \text{ kN/m}^3$, 在纬度 45° 处, 海平面上的重力加速度为 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 代入 (1-2) 式得到

$$w = \frac{\gamma}{2g} v^2 = \frac{0.012018}{2 \times 9.8} v^2 \approx \frac{v^2}{1630} \quad (1-3)$$

上式是在标准大气情况下, 满足上述条件后求得的。但由于各地地理位置不同, 因而 γ 和 g 值也就不同。在自转的地球上, 重力加速度 g 不仅随高度的增加而递减, 且随纬度的变化而变化。而空气容重又是气压、气温和湿度的函数。上海地区处于北纬 30°11', 海拔 5m, 重力加速度实测值为 9.7944 m/s^2 ; 气压、气温和湿度与上面标准值亦有差异, 其平均空气容重约为 $\gamma = 0.011248 \text{ kN/m}^3$ 。代入 (1-2) 式得:

$$w = \frac{0.011248}{2 \times 9.7944} v^2 \approx \frac{v^2}{1740} \quad (1-4)$$

对于不同地区的地理环境和气候条件, 根据式 (1-2) 可以得到简化的适合当地的风速风压关系公式, 各地风压系数 $\frac{\gamma}{2g}$ 如表 1—2 所示^[1]。从表中可以看出, 大致是东南沿海约为 $\frac{1}{1700}$ 左右, 内陆是随高度而减小, 一般地区, 系数约在 $\frac{1}{1600}$ 左右, 高原和高山地区, 要取得小些, 可减至 $\frac{1}{2600}$ 左右。

风 压 系 数 $\left(\frac{p}{2} = \frac{\gamma}{2g}\right)$ 之 值

表 1—2

地 区	地 点	海拔高度	$\gamma/2g$	地 区	地 点	海拔高度	$\gamma/2g$
东南沿海	青 岛	77.0	1/1710	内	承 德	375.2	1/1650
	南 京	61.5	1/1690		西 安	416.0	1/1630
	上 海	5.0	1/1740		成 都	505.9	1/1670
	杭 州	7.2	1/1740		伊 宁	664.0	1/1750
	温 州	6.0	1/1750		张 家 口	712.3	1/1770
	福 州	88.4	1/1770		遵 义	843.9	1/1820
	永 安	208.3	1/1780		乌 鲁 木 齐	850.5	1/1800
	广 州	6.3	1/1740		贵 阳	1071.2	1/1900
	韶 关	68.7	1/1760		安 顺	1392.9	1/1930
	海 口	17.6	1/1740		酒 泉	1478.2	1/1890
	柳 州	97.6	1/1750		毕 节	1510.6	1/1950
	南 宁	123.2	1/1750		昆 明	1891.3	1/2040
内 陆	天 津	16.0	1/1670	陆	大 华	1990.5	1/2070
	汉 口	22.8	1/1610		五 台 山	2064.9	1/2070
	徐 州	34.3	1/1650		五 茶 卡	2895.8	1/2140
	沈 阳	41.6	1/1640		昌 都	3087.6	1/2250
	北 京	52.3	1/1620		拉 萨	3176.4*	1/2550
	济 南	55.1	1/1610		日 喀 则	3658.0	1/2600
	哈 尔 滨	145.1	1/1630		五 道 梁	3800.0*	1/2650
	长 春	167.1	1/1630			4612.2*	1/2620
		215.7	1/1630				

* 非实测高度

第三节 风对结构作用的计算

顺风向风力分为平均风和脉动风。平均风亦称稳定风, 它对结构作用相当于是静力的, 只要知道平均风的数值, 可按结构力学方法进行结构计算。脉动风亦称阵风脉动, 它对结构作用是动力的, 在脉动风作用下结构将产生振动, 常简称为结构风振。对于结构抗风的计算, 存在着不同的计算方法和从过于简化到较能反映结构实际情况计算的发展过程。

把风荷载作为确定性的荷载, 并简化后进行计算的方法, 是本学科发展初期所用的方法。E. Baush, 在 1933 年曾对风荷载作过研究, 其研究是以荷兰 Bilt 气象研究所的规范所

作的假定为基础的。风力与时间的关系假定为：开始时突然增加风压直至峰值，在其后保持为常数^[6]，其荷载图式假定如图 1—3 所示。

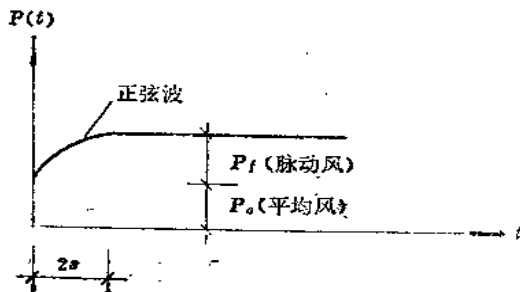


图 1—3

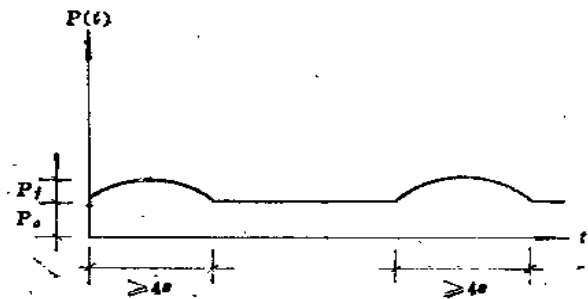


图 1—4

根据结构动力学的分析，动力系数通常在 1~2 之间，并与结构固有频率有关，其值为：

$$\xi = 1 + \psi = 1 + \frac{a}{|a^2 - 1|} \sqrt{1 + a^2 - 2a \sin \frac{\pi}{2a}} \quad (1-5)$$

式中 $a = \frac{\omega}{\omega_1}$ ， ω 为风力频率， ω_1 为固有频率。当风力作用增加比较缓慢以及当建筑物固有频率较高的情况下， $a = 0$ ， $\therefore \psi = 0$ ，所以风力作用缓慢而结构较刚时，其作用相当于静力的，动力系数 $\xi = 1$ ；而当风力作用是阵发性的，房屋的固有频率又是非常低时， $a = \infty$ ， $\therefore \psi = 1$ ，因而动力系数 $\xi = 2$ ；风力阵发性而结构较柔时，动力系数可达最大值。在具体计算时，疾风的周期常取 8sec，假定到达风力峰值的时间为 $\frac{T_0}{4}$ ，即为 2 秒，如图 1—3 所注明。

按上述计算图式，反映不出阵风的屡次作用，因而 J. Schlaich 在 1966 年作了新的假定，每次阵风作用为一半正弦波，阵风周期 T_0 仍为 8 sec，即半周为 4 sec，而第一次阵风与第二次阵风间隔时间为 180 秒钟，在二个大风阵间隔间建筑物处于自振状态，同时对二个阵风之间实际发生的小阵风的可能，不予考虑。它们荷载图式如图 1—4 所示。

根据上述的荷载图式，按结构动力学，又可得到另一个动力系数公式。

上面的这种假定风荷载的方法，显然不能完善地反映风的实际情况，因而逐步过渡到采用实际风力记录来进行计算的方法。这个方法是将记录下来的强风风力，或者将许多记录下来的强风风力经过分析后得到的设计风力，作为动力荷载，进行动力分析。这种方法看起来要比假定风载方法合理些，但是实际强风作用过程的记录极少，即使按某一次强风记录作为设计依据，由于实际结构阻尼的作用反应较为缓慢，实际到达不了计算最大值而风力即已急剧衰减，因而计算所得的值一般偏大。加上这种计算相当复杂，计算的结果也只是针对个别的强风，对一般强风能否适用还不明显。

上述不论那一种方法，实际上都不能反映风荷载的本质。在工程上，荷载有两种类型。一种是确定性荷载，在不同次的作用时荷载的大小和性质都是相同的，另一种是随机荷载，即使在完全相同条件下，在不同次作用时决不会或很难重现原来的荷载的大小和性质的。风荷载并不是确定性的荷载，这次强风规律并不反映过去和将来某次强风的规律，重复性的机会是很小的。因而用上述确定性荷载分析结构得出来的结果不能保证将来结构所具有的安全度。既然风荷载是一随机荷载，因此应该用概率统计法则来分析它的数据，其动力部分应采

用随机振动理论而不是用一般确定性的结构动力分析方法来分析脉动风对结构的动力作用。从五十年代开始，加拿大、苏联等国文献及规范都以随机振动理论和概率统计法则为依据来分析脉动风的动力作用，因而结构风振的计算研究应该以随机振动理论为基础来进行。

在横风向，风流经过结构产生旋涡，并以一个相当明确的频率作周期性的脱落。随着雷诺数的增大，这种周期性脱落变成随机无规则的状况。当雷诺数增大到 3.5×10^5 以上，涡道又重新建立，振动又变成有规则的了。因而在横风向，根据各个范围的不同，有周期性振动，也有随机振动。反映在荷载上，它可能是周期性荷载，可能是随机荷载，根据雷诺数的大小而确定。

综上所述，风对结构作用的计算有三个不同的方面。对于顺风向平均风，采用静力计算方法；对于顺风向的脉动风或横风向的脉动风，则应按随机振动理论计算；对于横风向周期性的风力，或引起扭转振动的外扭矩，通常作为确定性荷载对结构进行动力计算。

第二章 概 率 论 基 础

风荷载是一随机荷载,每时每刻都在不断地变化着。如果以年最大值(如年最大风速)为依据,则每一年的统计值也不相同。它的数值随机变化,不重复出现,而且不能事先知道,因而可作为随机变量来看待。当年最大值统计得足够多时,分布就开始呈现一些规律性。统计数愈多,规律性就愈清楚。因此,个别的随机现象虽然似乎是无规律可循的,但对同类现象作大量统计后却是有统计规律性的。概率论就是一门从数量方面研究随机现象统计规律的科学。风荷载既然是一随机荷载,因此它的变化规律性是受概率法则来支配的

本章结合风荷载来阐述概率论几个最基本的内容:概率分布函数、概率密度函数及统计数字特征,以作为学习以后几章的基础。一些更详细甚至更严密的说明可参阅概率论的书籍。

第一节 概率及概率分布函数

在某一个随机变量 100 个抽样数据中,符合某一条件的数据有 90 个,不符合的有 10 个,则从这 100 个数据中,任取一个,则该数据符合于这一条件的可能性或频率为 90/100,而不符合的可能性或频率为 10/100。推而广之,如果把随机变量用 x 表示,条件以 x 不大于某值 x_1 来表示,则在 n 个统计数据中,满足该条件的有 n_1 个,则频率可表示为 $\frac{n_1}{n}$ 。当统计数据足够多时,这一分式可作为满足该条件的概率的近似值。当数据无限增多时,该值即为**概率**。在实用上,常把多个资料所得的 $\frac{n_1}{n}$ 作为概率来看待。即

$$F(x_1) = P[x \leq x_1] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_1}{n} \approx \frac{n_1}{n} \quad (2-1)$$

我们以北京 20 年的 10 米高 10 分钟平均最大风速资料(表 2—1)为例来说明。

北 京 1951—1970 年 年 最 大 风 速

表 2—1

年 份	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
年最大风速 (米/秒)	22.9	17.1	19.7	23.8	23.0	18.0	16.7	16.3	20.3	20.0

年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
年最大风速 (米/秒)	17.3	15.0	21.3	15.5	19.3	19.6	16.2	18.6	21.5	18.0

我们依次求得各个 x 不大于某值的概率为：

$$F(14) = P[x \leq 14] = 0$$

$$F(15) = P[x \leq 15] = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$F(16) = P[x \leq 16] = \frac{2}{20} = 0.10$$

$$F(17) = P[x \leq 17] = \frac{5}{20} = 0.25$$

$$F(18) = P[x \leq 18] = \frac{9}{20} = 0.45$$

$$F(19) = P[x \leq 19] = \frac{10}{20} = 0.50$$

$$F(20) = P[x \leq 20] = \frac{14}{20} = 0.70$$

$$F(21) = P[x \leq 21] = \frac{15}{20} = 0.75$$

$$F(22) = P[x \leq 22] = \frac{17}{20} = 0.85$$

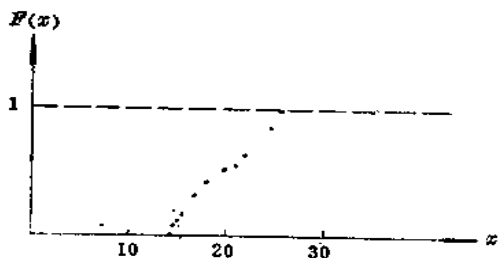
$$F(23) = P[x \leq 23] = \frac{19}{20} = 0.95$$

$$F(24) = P[x \leq 24] = \frac{20}{20} = 1$$

根据上面计算结果，可以绘出 $F(x)$ 与 x 的关系曲线，如图 2—1 a 所示；它反映了实际出现 x 不大于各个值的概率分布。在工程上，这个图式常用理想化的函数来描述，这个函数常称为**概率分布函数**，如图 2—1 b 所示。

概率分布函数最小值为零，而最大值等于 1。

a)



b)

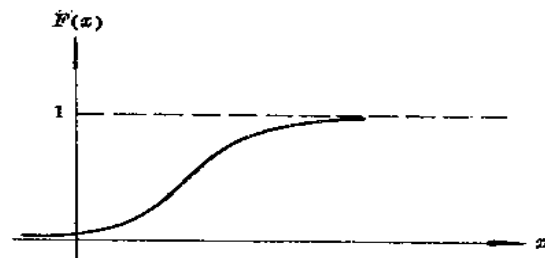


图 2—1 概率分布函数

第二节 概率密度函数

概率分布函数能反映 x 不大于各个值的概率，但还未能直接反映 x 在某一区间内出现的

概率。由表 2—1 可以看出, x 值在 17~19 米/秒区间内出现机会最多, 而在 $x \leq 14$ 及 $x \geq 24$ 几乎没有, 因而有必要研究概率的密度。

取值在单位区间内的概率称为概率密度 $f(x)$ 。它与概率分布函数的关系应为:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (2-2)$$

当区间分得较大为 Δx 时, 上式变成:

$$f(x) = \frac{\Delta F(x)}{\Delta x} \quad (2-2a)$$

上面两式中的 $dF(x)$ 或 $\Delta F(x)$ 为取值于该区间内的概率。

对于表 2—1 的北京最大风速资料, 可求得各区间 (以 $\Delta x = 2$ 为例) 的概率密度如下:

$$f(x) \rightarrow \frac{P[14 < x \leq 16]}{2} = \frac{\frac{2}{20}}{2} = 0.05$$

$$f(x) \rightarrow \frac{P[16 < x \leq 18]}{2} = \frac{\frac{7}{20}}{2} = 0.175$$

$$f(x) \rightarrow \frac{P[18 < x \leq 20]}{2} = \frac{\frac{5}{20}}{2} = 0.125$$

$$f(x) \rightarrow \frac{P[20 < x \leq 22]}{2} = \frac{\frac{3}{20}}{2} = 0.075$$

$$f(x) \rightarrow \frac{P[22 < x \leq 24]}{2} = \frac{\frac{3}{20}}{2} = 0.075$$

将上列数值绘得概率密度变化图形如图 2—2a 所示。在工程上, 常常用理想化的数学函数来描述概率密度的变化, 称为**概率密度函数**, 如图 2—2b 所示。

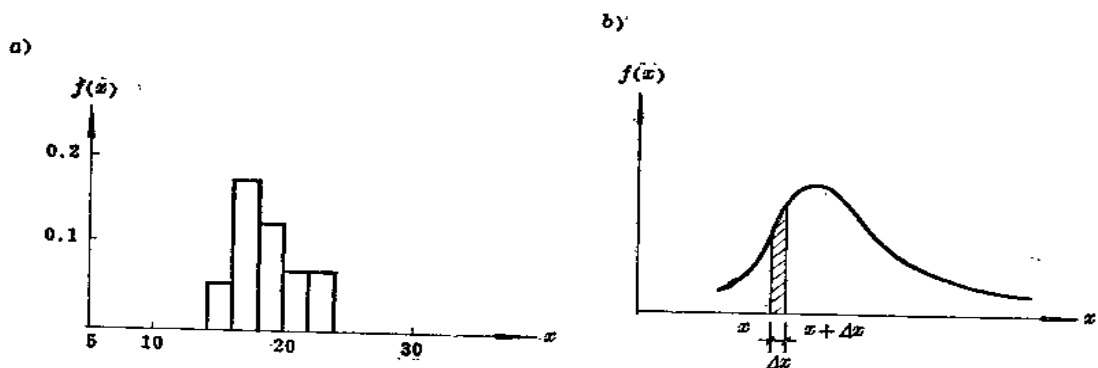


图 2—2 概率密度函数

所取用的概率密度函数, 应具有两个重要的特征:

1. 根据概率的含义, $f(x) \geq 0$ 。
2. 概率密度曲线的总面积应等于 1。

运用公式 (2—2) 或 (2—2a) 可以得到;

$$\Delta F(x) = f(x) \Delta x$$

它表示 $f(x)$ 图形在 Δx 区域内的面积即为取值为该区域内的概率，如图 2—2b 所示。由此类推，取值于任意二点 x_1 、 x_2 之间的概率应为：

$$P[x_1 < x < x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (2-3)$$

当取值在 $x_1 = -\infty$ 、 $x_2 = \infty$ 时，它所有的值均已包括在内，因而其概率为 1，即有 100% 的可能性，其表达式为：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (2-4)$$

上式表明，概率密度曲线下面的总面积应等于 1。

由式 (2-2) 可以知道，有了概率分布函数，即可确定概率密度函数，反之亦然。关于风工程中常用的函数（或称线型），我们将在下一章作详细的叙述。

第三节 统计数字特征

概率密度函数与全部随机变数 x 有关。在实际问题中，通常并不需要用全部的随机变数的分布来描述，而只需要用随机变数的几个主要特征就够了。就拿标准风速来谈，我们最关心的是风速平均值以及各个资料数据的分散程度。因而我们可用少数特征值来描述已知随机变数的主要特点。

1. 数学期望及平均值

大量观察数据中，平均值是最关心的一个数值。可有各种不同含义的平均法。最常用的一种平均就是以随机变数取各个值的概率为相应的值的加权数的加权平均，这种可以期望该变数所取得的平均值，通常称为随机变数的**数学期望**。为了更好地理解数学期望的定义，我们先从一个实例讨论着手。

甲乙二射手得分的分布如下：

甲：得分	1	2	3	乙：得分	1	2	3
得分概率	0.4	0.1	0.5	得分概率	0.1	0.6	0.3

在这里射手甲比乙获得 3 分的机会大得多，而获 1 分的机会也比乙多，所以在一系列的射击中究竟那一位射手取胜就不明显了。但是根据概率的统计性质，则不难加以判断。在 100 次射击中，从上表可以看出：

甲约有 40 次得 1 分，10 次得 2 分，50 次得 3 分，共得：

$$1 \times 40 + 2 \times 10 + 3 \times 50 = 210 \text{ 分，}$$

$$\begin{aligned} \text{平均每次得分} &= \frac{210}{100} = 1 \times \frac{40}{100} + 2 \times \frac{10}{100} + 3 \times \frac{50}{100} \\ &= 1 \times 0.4 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.5 = 2.1 \text{ 分} \end{aligned}$$

而乙约有 10 次得 1 分，60 次得 2 分，30 次得 3 分，共得：

$$1 \times 10 + 2 \times 60 + 3 \times 30 = 220 \text{ 分，}$$

$$\begin{aligned}\text{平均每次得分} &= \frac{220}{100} = 1 \times \frac{10}{100} + 2 \times \frac{60}{100} + 3 \times \frac{30}{100} \\ &= 1 \times 0.1 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.3 = 2.2 \text{ 分}.\end{aligned}$$

于是平均看来,即通过甲乙两射手得分的平均数可知乙将取胜。所以随机变数的加权平均数即数学期望是反映随机现象的重要指标。

根据上面所述,对于离散随机变数的数学期望,一般地可写成:

$$Ex = \frac{\sum_{i=1}^n x_i P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i P_i}{1} = \sum_{i=1}^n x_i P_i \quad (2-5)$$

当各次随机变数的概率 P_i 均相同,上式就成为常用的**算术平均值**,上式可写成:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2-6)$$

对于连续随机变数,式(2-5)可推广写成:

$$Ex = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (2-7)$$

由上可见,数学期望是用概率密度函数的一次矩所表达,在图形上它等于概率密度函数曲线的面积形心的座标,反映了随机变数 x 值的集中位置的数学特征。

下面扼要综述概率论中已述的数学期望的若干性质:

(1) 常数 C 的数学期望等于它自己:

$$EC = C \quad (2-8)$$

(2) n 个随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n 之和的数学期望等于这 n 个随机变量的数学期望之和:

$$E(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = Ex_1 + Ex_2 + \dots + Ex_n \quad (2-9)$$

(3) 两个独立的随机变量 x_1 和 x_2 之积的数学期望等于该两变量数学期望之积,即:

$$E[x_1 \cdot x_2] = Ex_1 \cdot Ex_2 \quad (2-10)$$

(4) 常数 C 与随机变量 x 的乘积的数学期望等于该常数与变量的数学期望的乘积:

$$E[Cx] = C \cdot Ex \quad (2-11)$$

2. 离散度

在许多概率分布问题中,除了利用上述数学期望来考虑它们的平均性质以外,还需要考虑它们所取得的诸可能值与平均值间的差异程度,这个差异希望愈小愈好。例如长度为 30 单位的部件,用两种方法来测量,结果得到两种分布:

方法 1: 测量长度	28	29	30	31	32
概 率	0.1	0.15	0.5	0.15	0.1
方法 2: 测量长度	28	29	30	31	32
概 率	0.13	0.17	0.4	0.17	0.13

现在来比较两个方法的优劣,由于它们的数学期望经计算都等于 30,分辨不出优劣,

所以要研究它们的离散程度。

(1) 方差

如果将上列数据用离差绝对值来分析：

方法 1 的离差绝对值	0	1	2
	0.5	0.3	0.2
方法 2 的离差绝对值	0	1	2
	0.4	0.34	0.26

则其平均值（简称平均绝对离差）为：

对于方法 1： $0 \times 0.5 + 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 = 0.7$

对于方法 2： $0 \times 0.4 + 1 \times 0.34 + 2 \times 0.26 = 0.86$

由此可见方法 1 绝对离差平均值要小一些，这就表示在测得的数据中，接近真值的数据要比较多一些，也就是带有较小误差程度的数据要来得多一些，方法 1 优于方法 2。因此，测量中平均绝对离差完全具有给出误差综合指标的作用。

围绕平均值的误差问题是平均值外的重要问题，除了平均绝对离差以外，还可按离差平方的均值作为随机变量分布的差异指标，此时：

对于方法 1：

$$\begin{aligned} & (-2)^2 \times 0.1 + (-1)^2 \times 0.15 + 0 \times 0.5 + 1^2 \times 0.15 + 2^2 \times 0.1 \\ & = 0.4 + 0.15 + 0.15 + 0.4 = 1.1 \end{aligned}$$

对于方法 2：

$$\begin{aligned} & (-2)^2 \times 0.13 + (-1)^2 \times 0.17 + 0 \times 0.4 + 1^2 \times 0.17 + 2^2 \times 0.13 \\ & = 0.52 + 0.17 + 0.17 + 0.52 = 1.38 \end{aligned}$$

可以看出，方法 1 优于方法 2，这与使用平均绝对离差的结论的功效是相同的。

因为平均绝对离差在计算上较麻烦，而用离差平方的均值（称为**方差**）较为方便，所以实用上常用方差进行计算。

综上所述，方差是表示 x 对它的数学期望 Ex 分散程度离差的平方的一个指标。对于离散型随机变数，它的一般表达式可为：

$$Dx = E[(x - Ex)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - Ex)^2 P_i \quad (2-12)$$

当各次 P_i 均相同时，上式变成：

$$Dx = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2-13)$$

上式常称为**均方差值**。

将式 (2-12) 推广至连续型随机变数，则为：

$$\begin{aligned} Dx &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - Ex)^2 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2x \cdot Ex + Ex \cdot Ex) f(x) dx \\ &= Ex^2 - 2(Ex)^2 + (Ex)^2 \\ &= Ex^2 - (Ex)^2 \end{aligned} \quad (2-14)$$

上式中 Ex^2 为概率密度函数的二次矩，常称为**均方值**，其式为：

$$Ex^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (2-15)$$

下面扼要归纳概率论中已述的方差的若干性质：

1) 常数的方差等于零，即：

$$DC = 0 \quad (2-16)$$

2) n 个各自独立的随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n 之和的方差等于各变量方差之和，即：

$$D[x_1 + x_2 + \dots + x_n] = Dx_1 + Dx_2 + \dots + Dx_n \quad (2-17)$$

3) 常数 C 与随机变量 x 之积的方差等于 C^2 与 x 的方差之积：

$$D(Cx) = C^2 \cdot Dx \quad (2-18)$$

(2) 根方差

由于方差的单位是 x 的单位的平方，为了使偏差大小与 x 单位一致，还经常使用方差的算术平方根来表示随机变量的分散程度。方差算术平方根称为**标准离差**或**根方差**，即：

$$\sigma_x = \sqrt{Dx} \quad (2-19)$$

对于离散型随机变数，如果各次随机变数的概率 P_i 均属相同，则将式 (2-12) 代入上式，得到：

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (2-20)$$

在工程实践上，当只有有限数样本时，常用下式来计算根方差：

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-20a)$$

这个公式称为**根方差的数学期望值**，在很多实践中表明上式比式 (2-20) 来得好。

(3) 离差系数。

用根方差来说明变数离散度的大小，不仅要受变数变动的影响，而且也与均值有关。虽则两个系列的根方差一样，但它们的离散度不一定相同。例如甲、乙两种数据：

甲：	995	1000	1005
乙：	5	10	15

它们的根方差都是 5，但甲数据 $\bar{x}_甲 = 1000$ ，而乙数据只有 $\bar{x}_乙 = 10$ 。所以只有平均值，没有方差或根方差不能反映离散度，而仅有方差而不同时计及均值亦不能作出反映。这样，我们不能用根方差一个绝对量来比较两个不同数据，而必须用根方差与均值的比值（即相对值）来作比较。这个比值，称为**离差系数**，用符号 C_v 表示，即：

$$C_v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n-1}}, \quad K_i = \frac{x_i}{\bar{x}} \quad (2-21)$$

上例中，甲数据的 $C_{v甲} = 0.05$ ，而乙数据的 $C_{v乙} = 0.5$ ，可见 $C_{v甲}$ 远小于 $C_{v乙}$ ，很清楚地说明了该数据间离散度大小的关系。

3. 偏度

均值等表征随机变数的集中特征，离散度说明离散程度，但对数据的对称或不对称还是不能表示，故需以另一种度量来测定它们，这就是**偏度**。

测定偏度常用三阶中心距，为了比较方便起见，常用同次方即三次方的根方差去除，所得的值，常称为**偏差系数**，用符号 C_s 来表示：

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\frac{n}{\sigma^3}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n\bar{x}^3 C_v^3} = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{nC_v^3} \quad (2-22)$$

显然，当数据对称时， $C_s = 0$ 。上式所给的偏差系数公式，对于 n 趋于无限是适合的，对于有限个的样本，应采用下式：^[3]

$$C_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \frac{(K_i - 1)^3}{C_v^3} \quad (2-22a)$$

当 n 较大时，上式可近似等于：

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{(n-3)C_v^3} \quad (2-22b)$$

第三章 平均风的概率计算——基本风速和基本风压

平均风是风力中的一部份，由于它是随机的，因而必须按概率法则进行计算。

计算平均风时必须涉及风速或风压的样本的选取，样本标准不同，计算结果自然不同。本章先就基本风速或基本风压的标准问题加以阐述。在详细介绍高斯曲线、皮尔逊Ⅲ型曲线和极值分布曲线三种线型的基础上，通过保证率的概念，用概率方法计算所需的设计最大风速或设计最大风压，从而确定了基本风速或基本风压的值。对于非标准条件下获得的资料，本章第三节对可能遇到的几种情况作了分析和换算。

第一节 基本风速和基本风压的标准

风是大气中气团运动形成的，受到地面上各种障碍物（山、河、湖、海、树木、房屋、构筑物等）的影响，邻近地表一定高度的流动风就显得格外紊乱。只有远离地面一定高度之后，才不受这些地面障碍物的影响，这个高度称为**梯度风高度**，它约在300~500m之间。靠近地面的流动风，常称为**近地面层风**或简称为**近地风**。由于大部份建筑物都在这个范围内，因而近地风的研究有着十分重要的意义。

在近地风范围内，离开地面高度不同，风速应有所不同。图3—1是Davenport^[1] 1967年提供的位于500呎桅杆上三个不同高度处的风速记录曲线。可以看到在一定的时间间隔内，各位置上风速的平均值几乎是不变的，但随高度增加而增大。平均风速是风的一个重要统计特征，对确定风力大小具有决定性的意义。

由于平均风速随高度不同而不同，且随建筑物所在地区的地貌而变化，因此有必要对于某一规定高度处，并在一定条件下分析平均风速或风压，这一规定高度处按上述要求确定的

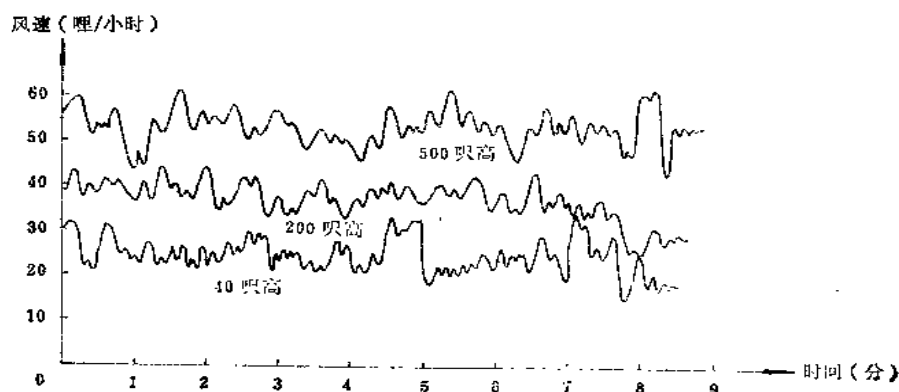


图 3—1 500 呎桅杆上三个不同高度处的风速记录
(1 呎=0.3048 米, 1 哩=1.609 公里)

风速或风压，常称为**基本风速**或**基本风压**（亦称**标准风速**或**标准风压**）。

基本风速或基本风压涉及以下几个方面：

1. 标准高度的规定

风速是随高度而变化，离地面愈近，由于摩擦能量消耗较大，因而速度较小，离地愈高，能量消耗逐渐减少，因而风速愈来愈大，在到达梯度风高度后趋近于常值。因而标准高度的规定对平均风速有很大的影响。

一个国家在确定标准高度时考虑到多方面的原因。我国气象台记录风速仪高度大都安装在8~12米之间，而且目前大部分房屋在10米左右较多（相当于3~4层高度）。因而我国规范确定以10米高为标准高度，这样使用较为方便。目前世界上规定10米为标准高度的占大多数，例如美国、苏联、加拿大、澳大利亚、丹麦等国，日本采用离地15米高为标准高度，瑞士为5~20米，挪威、巴西为20米等等。

实际上不同高度的规定在技术上是影响不大的，因为可以根据风压高度变化系数进行换算。我国在1970年以前就是规定离地20米高为标准高度，1970年以后才改为10米高。变动的主要原因是由于在我国风速资料按台站风仪，其标准高度已改用10米。

2. 地貌的规定

地表愈粗糙，能量消耗也愈厉害，因而平均风速也就愈低。由于地表的粗糙，影响着风速的取值，因此有必要为平均风速或风压规定一个共同的标准。

目前风速仪大都安装在气象台，它一般离开城市中心一段距离，且一般周围空旷平坦地区居多，因而规范规定标准风速或风压是针对一般空旷平坦地面的。海洋或城市中心等不同地貌除了实测统计外，也可通过空旷地区的值经过换算而求得。

3. 平均风速的（平均）时距

平均风速的数值与平均时距（即求平均风速的时间间隔）的取值很有关系。不同的平均

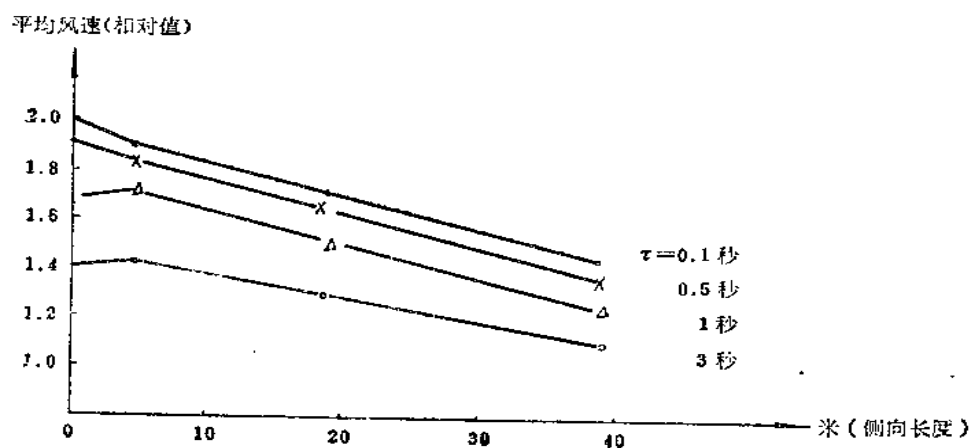


图 3-2 平均风速随时距增大和侧向长度增大而降低

时距取值可以得到不同的平均风速。从图 3—1 可以看出, 如果取极短的时距 (例如 1 秒钟), 则一般只能反映较高的风速影响, 对于较低风速在平均风速中起的调节作用则得不到反映, 因而一般数值偏高, 真实性较差。如果取较短的时距 (例如 1 分钟), 虽然比前真实性有所提高, 但是在各个所取的同一时距区段中平均风速亦可以根本不同, 因而也难作出统一合适的标准。一般言之, 时距愈长, 平均风速也就愈小, 如图 3—2 所示。通常认为, 在 10 分钟至 1 小时内的平均风速, 基本上是一稳定值, 这从图 3—1 也可以觉察到, 也较少受到起始点选择的影响。

在一个定点, 某时刻 t_0 的平均风速为

$$\bar{v} = \frac{1}{\tau} \int_{t_0 - \frac{1}{2}\tau}^{t_0 + \frac{1}{2}\tau} v dt \quad (3-1)$$

式中 τ 为以 t_0 为中心的平均风速时距。显然, τ 取得愈长, 平均风速就愈小。当 τ 取得较长时, 为简单起见, 平均风速也可由取几个峰值对应取几个凹值, 然后求平均值来确定。即:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_{\max i} + \sum_{i=1}^n v_{\min i}}{2n} \quad (3-1a)$$

我国规范规定以 10 分钟为取值标准。首先, 这是考虑到建筑物的物体除了个别构件以外, 对于整体建筑物而言, 一般质量比较大, 因而它的阻力也较大, 故风压对于建筑物产生不利的影响, 历时就需要长些, 才能反映出动力性能, 因此不能取较短时距甚至瞬时极大风速作为标准。我们以一个实例来说明, 塘沽在 1966 年 8 月 28 日自记瞬时风速达到 48.7 米/秒, 风向为北, 没有造成风灾事故。相反的在 1967 年 7 月 15 日自记瞬时风速为 37.8 米/秒, 比前者小得多, 却造成了比较严重的风灾。其原因主要是前者相应 10 分钟平均风速为 15.0 米/秒, 而后者却达 21.0 米/秒。又如汕头 1970 年 9 月 14 日 11 号台风在惠东登陆, 汕头瞬时风速曾达 33.3 米/秒, 没有造成灾害, 可是 1967 年 6 月 30 日 2 号台风, 在汕头附近登陆, 当时瞬时风速仅为 30.6 米/秒, 却造成较大的风灾。这也是由于前者 10 分钟平均风速为 16.5 米/秒, 后者却达 21.5 米/秒之故。但这两次台风造成灾害差异是否与台风登陆地点有关呢? 同样在惠东附近登陆的台风, 如 1968 年 9 月 24 日 14 号台风, 汕头瞬时风速为 31.3 米/秒, 但 10 分钟平均风速却达 22.0 米/秒。这次台风灾害也较 1970 年 11 号台风严重。由此可见, 受灾程度不同与登陆地点无关。从全国来说, 不少地方曾出现过大于 35.0 米/秒的瞬时风速, 但是破坏力都不大, 然而若同时 10 分钟平均最大风速 ≥ 23.0 米/秒时, 都出现不同程度的风灾事故。这就说明了仅利用瞬时风速或极短时距平均风速来计算风压, 而不考虑较长时间的时距是不够合理的。[8]

其次, 一般建筑物总有一定的侧向长度的, 而最大瞬时风速不可能同时作用在全部长度上, 图 3—2 也已说明了这一点。当某一点到达瞬时最大值时, 较远的点就变小些, 因而建筑物侧向长度愈长, 其平均风速也就愈小, 这也说明采用瞬时风速的不合理。采用一定时间的时距, 反映瞬时最大值和较低值之间的平均关系, 才能反映实际情况。

再者, 正如上面已经说明的, 10 分钟至 1 小时的平均风速基本上是一个稳定值, 太短了, 则易突出峰值的作用, 包括了脉动的最大部份, 风速值也不稳定, 真实性较差; 若取的过长, 则风速的变化将大大平滑, 故一般认为 10 分钟时间求平均风速是合理的稳定值, 且它不受时间稍微移动即起迄的影响。

国际上各个国家的时距取值变化较大。日本采用的是瞬时极大风速。美国的时距取值为变值，根据年最大风速（哩/小时）而定，可按下式进行计算：

$$\text{时距 } \tau = \frac{3000}{v} \text{ (秒)}$$

其值约在半分钟至1分钟之间。苏联采用2分钟平均时距。英国、澳大利亚为3秒钟，加拿大采用1小时，丹麦采用10分钟。

4. 最大风速的样本

根据以上三点，我们可知平均风速系以10米高、一般空旷平坦地面的10分钟平均风速。但是风速的统计样本如何选取呢？虽然，应该选取的平均风速是平均最大风速，但最大风速的取样是有不同取值的，它可以有日最大风速，月最大风速，年最大风速，甚至若干年最大风速等等。

一年之中，只有一次风速是最大的，它应在统计场中占有重要地位。如果采用日最大风速，则每年最大风速仅在整个数列中占1/365的权，因而最大风速的重要性大大降低了，在统计数值上也大大偏低。如果采用月最大风速，则每年最大风速在整个数列中也只占1/12的权，也降低了年最大风速在决定风压中的重要性，所得结果也是偏低的。对于建筑物，应该承受任何日子、任何月份的极大风速，因此应该考虑年最大风速。最大风速还有它的自然周期，每年重复一次，东南沿海最大风速多在夏季半年，西北内陆多在冬季半年，所以采用年最大风速作为统计样本，也是较合适的。但是，如果改取几年中一个极值，就不能反映这种最大风速的自然出现周期，而且从统计上说，从几年资料中选取一个极值，放弃若干年最大值，实际上也就造成资料的浪费。所以实用上，常取年最大风速，即一年中仅出现一次的最大风速作为统计的样本。

5. 最大风速的重现期

在抗风设计中，我们并不是选取实际风的平均值作为设计依据，而是选取比平均值大得多的某个值来进行设计。在长期的气象观察中发现，大于该值的极大风速并不是经常出现，而需间隔一定的时期后再出现，这个间隔时期，称为**重现期**。重现期不同，设计风速也不同。因而在概率意义上体现了**结构的安全度**，或不超过该值的**保证率**。换句话说，结构的安全度和不超过该值的保证率，可用重现期的长短来体现。

由于最大风速的样本是以年最大风速为标准，因而重现期 T_0 通常亦以年为单位。因此不超过设计最大风速的概率或保证率应为：

$$P = 1 - \frac{1}{T_0} \quad (3-2^*)$$

例如以30年或50年为重现期，则保证率分别应为

$$P = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30} = 96.67\%$$

$$P = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50} = 98\%$$

* 在一些资料中，也有取 $\frac{1}{T_0}$ 作为保证率的定义。

我国 74 年版“荷载规范”，重现期取 30 年。85 年出版的“荷载规范”（修订版），重现期一般结构为 30 年，但根据结构重要性，可取 50 年或 100 年。世界各国规范规定的重现期亦各不相同。日本、英国、澳大利亚、丹麦均取 50 年，苏联新规范^[34]及 1981 年的修订版取 5 年。美国根据建筑物的重要程度取 100 年、50 年和 25 年，一般建筑物取 50 年。加拿大规范对主体结构取 30 年，围护结构取 10 年，而重要主体结构取 100 年。

第二节 最大风速的数理统计

根据基本风速的标准，按概率密度函数曲线，即可确定最大风速。因此分析各种可能选取的统计曲线的性质，选取最符合最大风速出现规律的曲线线型，就显得十分必要。为此我们对应用广泛的几种类型曲线作详细的分析。

1. 高斯 (Gauss) 曲线

高斯曲线是在随机数据分析中得到广泛应用的一种统计曲线，它的概率密度函数符合以下关系式：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (3-3)$$

运用微积分知识，可以知道高斯曲线有一特点，即曲线关于 $x=a$ 对称，并在 $x=a \pm \sigma$ 处有两个拐点，如图 3—3 所示。

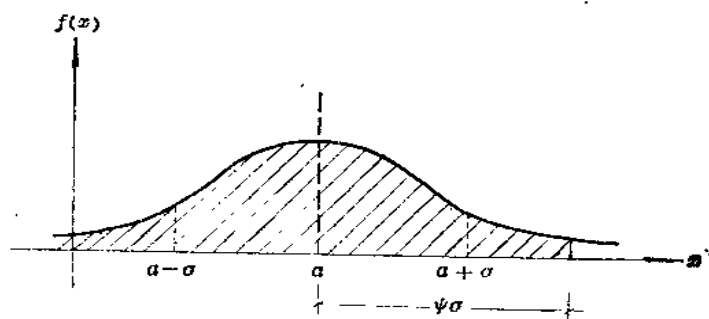


图 3—3 高 斯 曲 线

根据第二章概率论知识，其数学期望、根方差可按式 (2—7)、(2—19) 求得：

$$Ex = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-(x-a)^2/2\sigma^2] dx = a, \quad (3-4)$$

$$\sigma_x = \sqrt{Dx} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-(x-a)^2/2\sigma^2] dx} = \sigma \quad (3-5)$$

因而高斯曲线方程 (3—3) 中， a 即为数学期望（在离散型随机变数中即为算术平均值）， σ 即为根方差。

从高斯曲线关于 $x=a$ 对称来看，它没有偏度。这从偏差系数公式 (2—22) 也可看出，因而它是一种**正态分布曲线**。显然，对于偏度 $C_s=0$ ， $-\infty < x < \infty$ 的各种资料，高斯曲线（或称**正态分布曲线**）是很适用的。

一般正态分布可通过变换化为 $a=0$, $\sigma=1$ 的标准正态分布。
设取变换:

$$t = \frac{x-a}{\sigma} \quad (3-6)$$

则

$$Et = E\frac{x-a}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} Ex - \frac{a}{\sigma} = 0$$

$$\sigma_t = \sqrt{E(t-Et)^2} = 1$$

此时正态分布概率密度函数变成:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2) \quad (3-7)$$

根据保证率是 $f(x)$ 或 $f(t)$ 图形从左端到 x 区间内面积的概念 (图 3-3 的影线面积), 则得:

$$P[x \leq x_p] = \int_{-\infty}^{x_p} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-(x-a)^2/2\sigma^2] dx$$

$$\text{正态分布 } P[x \leq x_p] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\psi} \exp(-t^2/2) dt \text{ 的数值表} \quad \text{表 3-1}$$

ψ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76425	0.76733	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88494	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92649	0.92786	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98124	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99620	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99865	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[-(t^2)/2] dt \quad (3-8)$$

为了便于应用, P 与 ψ 的关系已作成函数表, 如表 3—1 所示。如已知 P , 则由表即可查出 ψ , 则所需的 x_P 值即可求得为:

$$x_P = a + \psi\sigma \quad (3-9)$$

现以表 2—1 所示北京 20 年的年最大风速值为例来求设计最大风速 x_P 。其平均值 a 及根方差 σ 由式 (2—6)、(2—20) 求得为:

$$a = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{20} \times 380.1 = 19.0 \text{ 米/秒}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{126.747}{20}} = 2.518 \text{ 米/秒}$$

如取重现期为 30 年, 则保证率 $P = 0.9667$, 由表 3—1 查得 $\psi = 1.83$, 因而由式 (3—9) 得最大风速为:

$$x_P = a + \psi\sigma = 19 + 1.83 \times 2.518 = 23.607 \text{ 米/秒}$$

但是, 最大风速分布曲线, 根据图 2—2 及全国各地资料, 发现偏差系数 c , 并不为零, 有的甚至接近为 2, 显然并非正态。其次按物理性质来看, 风速都是正值, 不可能出现小于零的风速, 其变量应控制在 $0 \sim \infty$ 之间, 因此高斯曲线不能很好反映最大风速出现的规律性。

2. 皮尔逊 III 型曲线

英国生物学家皮尔逊于 1895 年创始了一种概括性曲线, 共有十三型, 其中有一型是对称的分布, 与正态分布曲线相同, 其他都是非正态的, **皮尔逊 III 型曲线**是皮尔逊线族中的一种。

概率分布曲线通常有两个特点: 单峰形, 一端或两端很远处以横轴为渐近线趋于相切。从这两点出发, 在峰顶即众值的地方, 切线斜率为零, 在曲线两端或一端, 在纵标为零处切线斜率亦为零。

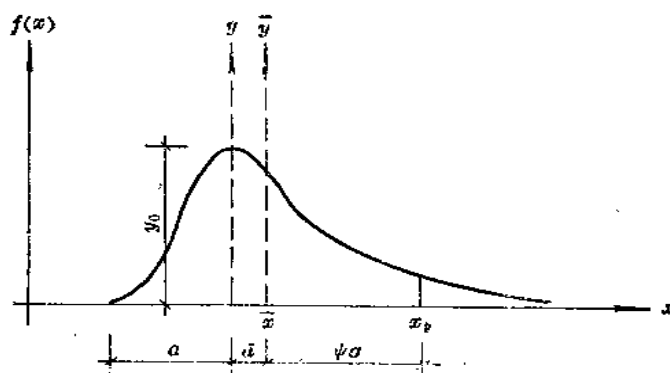


图 3—4 皮尔逊 III 型曲线

为了满足以上两点, 如取坐标原点在均值的位置即图 3—4 中 \bar{x} 处, 则皮尔逊线族方程式可表示为:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = \frac{\bar{y}(x+d)}{g(x)} \quad (3-10)$$

式中 $g(x)$ 为一选择函数, 设 $g(x)$ 可展开为一收敛升幂级数, 则:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = \frac{\bar{y}(x+d)}{b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n + \dots}$$

为了与实测资料符合得更好, $g(x)$ 应取无穷多项。但在实用上, 只取前三项, 即得皮尔逊族曲线一般通式为:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = \frac{\bar{y}(x+d)}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad (3-11)$$

当 $b_2 = 0$, 上式就成为皮尔逊Ⅲ型曲线:

$$\frac{d\bar{y}}{dx} = \frac{\bar{y}(x+d)}{b_0 + b_1x} \quad (3-12)$$

将坐标轴由均值 \bar{x} 移至众值即峰顶处, 需以 $x-d$ 代替上式中的 x , 故得:

$$\frac{dy}{y} = \frac{x}{b_1\left(x + \frac{b_0}{b_1} - d\right)} dx$$

两端积分得到:

$$y = c\left(x + \frac{b_0}{b_1} - d\right)^{(b_0/b_1 - d)/d} \exp(-x/d)$$

由 $x = -a$, $y = 0$; $x = 0$, $y = y_0$, 得到 $\frac{b_0}{b_1} - d = a$, $c = y_0 a^{-a/d}$, 代入上式得到皮尔逊Ⅲ型曲线方程式为:

$$y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\frac{a}{d}} \exp(-x/d) \quad (3-13)$$

皮尔逊Ⅲ型曲线形式(图3-4)可由均值 \bar{x} 及 a 、 d 数值决定, 而 a 、 d 又取决于离差系数 C_v 和偏差系数 C_s , 其关系式为^[3]:

$$a = \frac{C_v(4 - C_s^2)}{2C_s} \bar{x} \quad (3-14)$$

$$d = \frac{2C_v}{C_s} \bar{x} - a \quad (3-15)$$

已知 \bar{x} 和 C_v 、 C_s 之值, 曲线方程式即可确定。由图3-4, 保证率 P 与保证系数 ψ 等的关系即可确定, 它可表示为 $P = f(\psi, C_s)$ 。为了便于应用, P 与 ψ 及 C_s 的关系已列成表, 见表3-2。

在保证率 P 下, 所需 x_P 值由类似式(3-9)可得

$$x_P = \bar{x} + \psi\sigma = \bar{x} + \psi C_v \bar{x} = \bar{x}(1 + \psi C_v) \quad (3-16)$$

我们仍以表2-1所列北京20年年最大风速值, 来求最大风速的数理统计值 x_P 。由式(2-6)、(2-21)、(2-22b)得到:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 19.0 \text{ 米/秒}$$

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.3511}{19}} = 0.136$$

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{(n-3)C_v^3} = \frac{0.0132}{17 \times 0.136^3} = 0.311$$

查表 3—2 得 $\psi = 1.955$

$$\therefore x_p = \bar{x}(1 + \psi C_v) = 19(1 + 1.955 \times 0.136) = 24.052 \text{ 米/秒}$$

皮尔逊 III 型曲线的保证系数 ψ 值表

表 3—2

C_s	P												
	0.9999	0.999	0.998	0.995	0.99	0.98	0.97	0.95	0.90	0.80	0.75	0.50	0.25
0.0	3.72	3.09	2.88	2.58	2.33	2.05	1.88	1.64	1.28	0.84	0.67	0.00	-0.67
0.1	3.94	3.23	3.00	2.67	2.40	2.11	1.92	1.67	1.29	0.84	0.66	-0.02	-0.68
0.2	4.16	3.33	3.12	2.76	2.47	2.16	1.96	1.70	1.30	0.83	0.65	-0.03	-0.69
0.3	4.38	3.52	3.24	2.86	2.54	2.21	2.00	1.73	1.31	0.82	0.64	-0.05	-0.70
0.4	4.61	3.67	3.36	2.95	2.62	2.26	2.04	1.75	1.32	0.82	0.63	-0.07	-0.71
0.5	4.83	3.81	3.48	3.04	2.68	2.31	2.08	1.77	1.32	0.81	0.62	-0.08	-0.71
0.6	5.05	3.96	3.60	3.13	2.75	2.35	2.12	1.80	1.33	0.80	0.61	-0.10	-0.72
0.7	5.28	4.10	3.72	3.22	2.82	2.40	2.15	1.82	1.33	0.79	0.59	-0.12	-0.73
0.8	5.50	4.24	3.85	3.31	2.89	2.45	2.18	1.84	1.34	0.78	0.58	-0.13	-0.73
0.9	5.73	4.39	3.97	3.40	2.96	2.50	2.22	1.86	1.34	0.77	0.57	-0.15	-0.73
1.0	5.96	4.53	4.09	3.49	3.02	2.54	2.25	1.88	1.34	0.76	0.55	-0.16	-0.73
1.1	6.18	4.67	4.20	3.58	3.09	2.58	2.28	1.89	1.34	0.74	0.54	-0.18	-0.74
1.2	6.41	4.81	4.32	3.66	3.15	2.62	2.31	1.91	1.34	0.73	0.52	-0.19	-0.74
1.3	6.64	4.95	4.44	3.74	3.21	2.67	2.34	1.92	1.34	0.72	0.51	-0.21	-0.74
1.4	6.87	5.09	4.56	3.83	3.27	2.71	2.37	1.94	1.33	0.71	0.40	-0.22	-0.73
1.5	7.09	5.23	4.68	3.91	3.33	2.74	2.39	1.95	1.33	0.69	0.47	-0.24	-0.73
1.6	7.31	5.37	4.80	3.99	3.39	2.78	2.42	1.96	1.33	0.68	0.46	-0.25	-0.73
1.7	7.54	5.50	4.91	4.07	3.44	2.82	2.44	1.97	1.32	0.66	0.44	-0.27	-0.72
1.8	7.76	5.64	5.01	4.15	3.50	2.85	2.46	1.98	1.32	0.64	0.42	-0.28	-0.72
1.9	7.98	5.77	5.12	4.23	3.55	2.88	2.49	1.99	1.31	0.63	0.40	-0.29	-0.72
2.0	8.21	5.91	5.22	4.30	3.61	2.91	2.51	2.00	1.30	0.61	0.39	-0.31	-0.71

皮尔逊 III 型曲线只适用于 $2C_v \leq C_s \leq 2$ 的范围^[3,8]，这是它在实际应用中的局限性。由于确定 ψ 值与 C_s 有关，如果资料年代不长，该值计算误差大，从而精度不高。

3. 极值分布曲线

设在某确定时间内一个随机过程有 n 个独立响应的极值，每个极值的概率分布为 $F(x)$ ，则所有 n 个极值均不超过 x 的概率，即极值的概率应为：

$$F_1(x) = [F(x)]^n \quad (3-17)$$

根据随机振动理论^[9,10]研究表明， $F(x)$ 服从于指数规律，其分布属于瑞雷分布，因而极值的概率分布也应属于指数分布的类型。

目前常用极值分布有两种：

(1) 极值 I 型分布（或称耿贝尔 (Gumbel) 分布）

极值 I 型分布的表达式为：

$$F_I(x) = \exp\{-\exp[-\alpha(x-\mu)]\} \quad (3-18)$$

(2) 极值 I 型分布 (或称广义费来却德 (Frechet) 分布

极值 II 型分布的表达式为:

$$F_{II}(x) = \exp\{-\alpha(x-\mu)^{-\tau}\} \quad (3-19)$$

根据年最大风速资料, 经统计假设检验, 目前国内外资料大都认为概率分布较服从极值 I 型。^[15, 35] 即将出版的“荷载规范”也将以极值 I 型为计算基础。下面就极值 I 型加以分析。利用资料来估计 α 和 μ 两个参数, 常有不同方法。但以耿贝尔的矩法较为普遍, 故一些资料中亦称该分布为耿贝尔分布^[33]。

耿贝尔根据数学期望 Ex 和标准离差 σ 公式, 求出 α 和 μ 值。

由式 (2-7)(2-2):

$$Ex = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x d e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}}$$

令 $\tau = \alpha(x-\mu)$

则上式变成:

$$\begin{aligned} Ex &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\tau}{\alpha} + \mu \right) d e^{-e^{-\tau}} \\ &= \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \tau d e^{-e^{-\tau}} + \mu \int_{-\infty}^{\infty} d e^{-e^{-\tau}} \\ &= \frac{0.57722}{\alpha} + \mu \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - Ex)^2 d e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \frac{0.57722}{\alpha} - \mu \right)^2 d e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\tau - 0.57722}{\alpha} \right)^2 d e^{-e^{-\tau}} = \frac{\pi^2}{6\alpha^2} \end{aligned}$$

或

$$\sigma = \frac{1.28255}{\alpha} \quad (b)$$

由 (a)(b) 两式得:

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sigma} = \frac{1.28255}{\sigma} \quad (3-20)$$

$$\mu = Ex - 0.45005\sigma \quad (3-21)$$

由于风速资料是离散性的, 因而上式可改写成:

$$\mu = \bar{x} - 0.45005\sigma \quad (3-21a)$$

为了求出 P 与 ϕ 的关系, 对 (3-18) 进行化算, 并注意到 $P = F_I(x)$, 得到:

$$\alpha(x-\mu) = -\ln(-\ln P)$$

将式 (3-20)(3-21a) 代入上式, 得到:

$$x = \bar{x} - \frac{\sqrt{6}}{\pi} [0.57722 + \ln(-\ln P)]\sigma \quad (3-22)$$

将此式与式 (3-9) 或 (3-16) 相比较, 即可得到;

$$\psi = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} [0.57722 + \ln(-\ln P)] \quad (3-23)$$

由此得到 P 与 ψ 的关系式, 即可作成计算用表, 见表 3—3。

极值 I 型耿贝尔曲线的保证系数 ψ 值表 表 3—3

P	0.9999	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.98	0.97	0.95	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50
ψ	6.73	5.48	4.94	3.68	3.14	2.59	2.27	1.87	1.30	0.72	0.35	0.07	-0.16

我们仍用表 2—1 所列的北京 20 年最大风速资料, 按极值 I 型分布求设计最大风速。由 $P=0.9667$, 查上表得 $\psi=2.14$ 。 \bar{x} 和 C_v 前已求出为 19.0 米/秒和 0.136。由式 (3—16) 得:

$$\begin{aligned} x_P &= \bar{x}(1 + \psi C_v) \\ &= 19.0(1 + 2.14 \times 0.136) = 24.5 \text{ 米/秒} \end{aligned}$$

由此即可求得设计最大风压即基本风压 w_0 。因为北京是内陆地区, 根据第一章, $\frac{\gamma}{2g}$ 如取 $\frac{1}{1620}$, 则基本风压应为:

$$w_0 = \frac{v^2}{1620} = \frac{24.5^2}{1620} = 0.37 \text{ 千牛顿/米}^2$$

本题如取重现期为 50 年, 则 w_0 为 0.41 千牛顿/米²。上述数字是根据表 2—1 中 1951—1970 的 20 年资料得到的, 如果计及 1951 年以前及 70 年以后的资料, 则基本风压值有所降低。全国各地基本风压标准值 (荷载规范 1985 版) 见附录一。

第三节 非标准情况下的风速或风压的换算

上面是根据规定标准条件下基本风速进行计算的, 实际上客观情况并非如此。规定的标准高度为 10 米, 但某些气象台站风速仪高度并非 10 米, 所以应用时必须换算到 10 米高度才能进行上述计算。其他条件都有类似情况, 因此必须了解一般换算的基本或近似的方法。

1. 风仪高度换算

高度不同, 风速自然不同, 因此高度换算应根据风速沿高度变化的规律进行。一些资料如 [7, 8] 认为在较低高度如 100 米以下的范围, 风速沿高度变化符合对数规律, 即

$$v_{10} = v_h \frac{\lg 10 - \lg z_0}{\lg h - \lg z_0} \quad (3-24)$$

式中 v_h 为风仪在高度 h 处的风速; z_0 为风速等于零的高度, 随地面粗糙度而变化, 故亦称 **地面粗糙度**。 z_0 一般略大于地面有效障碍物高度的 $\frac{1}{10}$ 。由于气象台站常处于空旷地区, 因此 z_0 常较小。文献 [8] 建议暂取 0.03 米。由此可求出换算系数 $\frac{\lg 10 - \lg 0.03}{\lg h - \lg 0.03}$ 之值*, 见表 3—4。

* 如果采用指数公式, 则换算系数为 $(10/h)^\alpha$, 指数 α 是相应地面粗糙度的系数, 见第四章。

风移高度换算系数 $\frac{\lg 10 - \lg 0.03}{\lg h - \lg 0.03}$

表 3—4

h (米)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
换算系数	1.66	1.39	1.26	1.19	1.14	1.11	1.07	1.04	1.02	1.00	0.97	0.95	0.93	0.91	0.89

应该注意的是，这里所指风仪高度是指风仪感应部份的有效高度。如周围有高大树木等障碍物，则该风仪的有效高度应为风仪实际高度减去周围障碍物的高度。

2. 时距换算

时距不同，所求得平均风速自然亦不相同。国际上各个国家规定的时距亦不相同，我国过去记录的资料中，有瞬时、一分钟、两分钟等时距。因而需要把它换算至 10 分钟时距的平均风速。

为了便于比较，将国外一些作者得到的各种不同时距间平均风速的比值列于表 3—5。

各种不同时距风速的比值

表 3—5

序 号	作 者	最大风速时距	平均风速时距	比 值
1	Cramer, 1960	瞬 时	10分钟	1.62—1.38
2	Dust, 1960	20 秒 10 秒 5 秒 0.5 秒	10分钟 10分钟 10分钟 10分钟	1.28 1.35 1.39 1.50
3	渡边要, 1962	瞬 时	10分钟	1.5
4	Faben and Bell, 1963	瞬时~1 分钟	1 小时	2.05—1.28
5	Desse, 1964	瞬 时	5 分钟	1.2—2.0
6	Shellard, 1965	3~5秒 5 秒	10分钟 5分钟	1.48 1.50
7	Vellozzi and Cohen, 1967	1秒 30秒 1分钟	1 小时 10分钟 10分钟	1.56 1.25 1.17
8	Davis and Newstein, 1968	瞬 时	10分钟	1.59

文献[8]主要根据我国一些地区的风速记录，建立了不同时距风速的回归方程式，它们都是直线方程，见表 3—6。为了便于比较，将表 3—6 各式以 30 米/秒 的风速代入，可以大致地得到各种不同时距下的风速比值，也可与表 3—5 国外资料相对照。可以看出，瞬时风速与 1、2、5 和 10 分钟平均风速的比值，基本上逐次以 10% 递增。

各种不同时距风速回归方程式及比值

表 3—6

序 号	不同风速时距	回 归 方 程 式	地 点	平均比值
1	瞬时与 1 分钟平均风速	$\bar{v}^* = 0.893v_i - 0.82$		1.156
2	瞬时与 2 分钟平均风速	$\bar{v} = 0.79v_i - 0.45$		1.29
3	瞬时与 5 分钟平均风速	$\bar{v} = 0.71v_i + 0.10$		1.402
4	瞬时与 10 分钟平均风速	$\bar{v} = 0.65v_i + 0.50$ $\bar{v} = 0.70v_i - 1.66$ $\bar{v} = 0.73v_i - 2.80$ $\bar{v} = 0.66v_i + 0.80$ $\bar{v} = 0.63v_i + 1.00$ $\bar{v} = 0.69v_i - 1.38$ $\bar{v} = 0.70v_i - 0.10$	京津塘沽 云贵高原 广 东 四 川 福 建 上 海 浙 江	1.50
		$\bar{v} = 0.75v_i + 1.00$	渤海海面	1.277
5	2 分钟与 10 分钟平均风速	$\bar{v}_{(10)} = 0.88\bar{v}_{(2)} + 0.80$		1.103

* \bar{v} 为待求的规定时距内的平均风速, v_i 为瞬时风速。

此外, 为了进一步了解瞬时与 10 分钟平均风速的关系, 对以下几种情况作了统计分析。

首先考虑内陆和沿海地区不同对比值影响。兹将北京、塘沽和厦门在不同瞬时与 10 分钟风速某一比值下的次数, 列于表 3—7。从表中可见, 两者的比值, 出现次数多集中在 1.3~1.6 范围。沿海的塘沽和厦门集中在 1.3~1.5 比值范围内约占总次数 75%, 内陆的北京比值集中在 1.4~1.6 范围内约占总次数的 72%, 这可能是沿海阵风小于内陆所致。

北京、塘沽和厦门在不同瞬时与 10 分钟风速的比值

表 3—7

站 点	比								值				记录年代
	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.3		
	次								数				
北 京	3	8	54	111	46	29	19	15	3	4	1	1955—1957 1967—1969	
塘 沽	5	57	46	30	11	12	10	7				1955—1957 1967—1969	
厦 门	9	62	68	34	14	13	13	8				1958—1961	

平均风速值对比值也有较大影响。兹将北京、上海、天津、塘沽、南京、厦门、汕头、东川、安顺和大连接不同的平均风速, 统计了瞬时和 10 分钟的比值, 列于表 3—8。由表可见, 随着平均风速的增加, 其比值有减小的趋势。

不同天气过程也影响着比值, 由表 3—9 可以看到, 雷暴大风的比值最大, 台风次之, 而寒潮大风(冷空气)最小, 这表明雷暴大风变化最剧烈, 台风稍和缓, 寒潮大风最稳定。

北京等城市不同 10 分钟平均风速下, 瞬时与分钟平均风速的比值 表 3—8

10 分 钟 平均风速 (米/秒)	13~13.9	14.0~14.9	15.0~16.9	17.0~18.9	19.0~20.9	21.0~22.9	23.0~26.9	27.0~31.9	32.0~38.0
比 值	1.58	1.56	1.49	1.47	1.44	1.46	1.42	1.40	1.37

不同天气过程下瞬时与 10 分钟平均风速比值 表 3-9

天 气 过 程	寒潮大风(冷空气)	台 风	雷 暴 大 风
平均比值	1.47	1.51	1.67

3. 观察次数和时距换算

我国最大风速观测有自记的、有四次定时的, 风速时距也有 2 分钟平均风速的。根据要求, 10 分钟平均风速应取连续自记记录, 但我国自记风速的台站, 在 1968 年以前较少, 较多的是一天四次定时的。显然一天观测四次, 如时距为 2 分钟, 一天只有 8 分钟, 会漏掉很多大风记录, 故需进行观测次数和时距的双重换算, 即次时换算。文献[8]列出了统计经验公式, 可供参考, 见表 3—10。

自 记 10 分 钟 与 4 次 定 时 2 分 钟 的 关 系 式 **表 3—10**

地 区	回 归 方 程 式	应 用 范 围
华 北	$\bar{v}_{(10)} = 0.882\bar{v}_{(2)} + 7.82$	华北
东 北	$\bar{v}_{(10)} = 1.04\bar{v}_{(2)} + 2.20$	东北
西 北	$\bar{v}_{(10)} = 1.004\bar{v}_{(2)} + 1.57$	西北和西藏
青 海	$\bar{v}_{(10)} = 0.845\bar{v}_{(2)} + 5.21$	} 云南、贵州
云 南	$\bar{v}_{(10)} = 0.751\bar{v}_{(2)} + 6.17$	
四 川	$\bar{v}_{(10)} = 1.24\bar{v}_{(2)}$	} 湖北、江西
湖 北	$\bar{v}_{(10)} = 0.732\bar{v}_{(2)} + 7.0$	
湖 南	$\bar{v}_{(10)} = 0.68\bar{v}_{(2)} + 9.54$	} 广东、广西、福建、台湾
广 东	$\bar{v}_{(10)} = 1.03\bar{v}_{(2)} + 4.15$	
江 苏	$\bar{v}_{(10)} = 0.78\bar{v}_{(2)} + 8.41$	上海、江苏、浙江、安徽、
山 东	$\bar{v}_{(10)} = 1.03\bar{v}_{(2)} + 2.19$	山东
渤 海 面	$\bar{v}_{(10)} = 0.93\bar{v}_{(2)} + 0.35$	海面

* $\bar{v}_{(2)}$ 为四次定时 2 分钟平均风速, $\bar{v}_{(10)}$ 为自记 10 分钟平均风速

4. 不同重现期的换算

重现期不同, 保证率也就不同, 影响到所取的最大风速的统计数值。由于不同部门可能有不同重现期的规定, 因而了解不同重现期对风速影响的统计关系是十分必要的。

风速与风压存在一定的关系，见第一章，表 3—11 是根据国内不同地区的风的资料，统计得出不同重现期风压比值与离差系数 C_v 的关系^[8]，可供参考。表中是以重现期为 30 年为基数而制得的。

重现期、离差系数与风压比值的关系

表 3—11

C_v	重 现 期				
	10	20	30	60	100
0.13	0.83	0.93	1.00	1.09	1.19
0.15	0.80	0.93	1.00	1.10	1.22
0.18	0.78	0.92	1.00	1.10	1.27
0.20	0.77	0.91	1.00	1.11	1.28
0.22	0.76	0.91	1.00	1.12	1.31
0.25	0.74	0.90	1.00	1.12	1.33

第四章 结构上的平均风压

在第一和第三章里,已经分别求得风速风压关系和设计最大风速,但它只是空旷平坦地面处离地10米高某一极小面积上的风压力。由于实际结构受风面积一般较大,体型又各不相同,因而风压在其上的分布既不均匀且各有差异,通常在面积较大情况下,主要取决于结构的体型。同时风的作用点高度和结构所处的地貌不同,也影响着风速风压值。

由于结构体型的不同,风压分布的不均匀性各有差别。通常可通过风洞试验来求得各个区域的平均体型系数。

由于风作用点离地面位置的不同,其风速或风压值自然与离地10米高处的基本风速或风压值不同,因而必须研究风速或风压沿高度变化的规律,通过沿高度变化系数来求得不同高度处的风速或风压。

由于地貌与空旷平坦地面不同,风速或风压自然亦有所区别。在具体应用时,可将其影响并入风压高度变化系数进行计算。

本章主要研究上述不同因素对结构风速或风压分布的影响,从而求出结构上任一处的平均风压值。

第一节 风载体型系数

基本风压系根据一般空旷平坦地面、离地10米高、统计所得的重现期为50年的10分钟平均最大风速为标准,并未考虑建筑物体型的影响。不同的建筑物的体型,在同样的风速条件下,平均风压在建筑物上的分布是不同的。

要了解各种建筑物表面风压力的大小和分布,主要通过试验研究来确定。这种研究有两种途径:一是将建筑物做成小尺寸的模型,置于特制的风道(即风洞)中进行试验,利用测压孔方法测定模型表面上的压力分布。风洞的气流可以改变,模型也可以转动方位,从而得到不同风速、不同风向条件下的表面压力分布。另一种是在实际建筑物上测定表面压力分布。所得到的是某次强风作用下的结果。

风洞试验是目前获得体型系数最常用的方法。模型可用有机玻璃或三合板制作。为使试验能正常进行,阻塞度即模型挡风面积与风洞试验段的净空截面积之比,一般控制在7%左右,最大不超过10%。模型上的测压点可钻约3毫米直径的圆孔,然后将铜管或塑料管子插入此孔,在管上套上气门心,接到多管压力计上。当测点受到正压时,多管仪液面下降,受到负压时,液面上升。模型可用小铁角及木螺丝固定于模拟地面的木底板上,前端部呈流线型,底板在安装模型部位留孔,以便模型内的胶管能向下拉出,接上多管压力计。试验风速可由一台直流风机供给,风速大小通过普朗特测压计进行监视。兹将风洞试验有关计算问题分述如下:

1. 来流风速 v 的计算

由(1—2)式:

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho} w} \quad (4-1)$$

$$\text{又} \quad w = (a - a_0) \gamma_k E_k \varepsilon_k \quad (4-2)$$

式中 $(a - a_0)$: 普氏压力计上动、静压液柱高度差;
 γ_k : 普氏压力计中酒精比重, 通常在 0.8 左右;
 E_k : 普氏压力计系数, 通常为 1;
 ε_k : 风速管系数, 通常极接近于 1。

$$\text{而} \quad \rho = \frac{P}{760} \cdot \frac{273 + 15}{273 + t} \cdot \frac{1}{8} = \frac{P}{273 + t} \times 0.0474 \quad (4-3)$$

式中 P : 大气压;
 t : 温度 ($^{\circ}\text{C}$)。

将式 (4-2)(4-3) 代入式 (4-1) 得到:

$$v = \sqrt{(a - a_0) \frac{\gamma_k E_k \varepsilon_k (273 + t)}{0.0237 P}} \quad (4-4)$$

风洞试验结果表明, 风速大小(试验常用 25~35 米/秒)与体型系数的取值无明显关系。

2. 各测点压力系数

根据定义, 各测点压力系数为:

$$\mu_p = \frac{w_{\text{测}} - w_{\text{静}}}{w} \quad (4-5)$$

$$\text{由此得到:} \quad \mu_p = \frac{(h_0 - h_{\text{测}}) \gamma_k \sin \alpha}{w} \quad (4-6)$$

式中 $w_{\text{测}}$: 测点压力;
 $w_{\text{静}}$: 来流压力;
 h_0 : 多管压力计中接风洞静压液柱高度;
 $h_{\text{测}}$: 多管压力计中经风吹时管子液柱高度;
 γ_k : 多管压力计中酒精比重, 通常约 0.8;
 α : 多管压力计的倾斜度, 一般用 30° 。

将式 (4-2) 代入上式, 得到:

$$\mu_p = \frac{(h_0 - h_{\text{测}}) \gamma_k \sin \alpha}{(a - a_0) \gamma_k E_k \varepsilon_k} \quad (4-7)$$

3. 平均压力系数 (体型系数)

按测压孔所在位置把面积划成若干块, 将各测点的 μ_p 值以相应面积进行加权平均, 便得到该面的**体型系数**, 即

$$\mu_s = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{p_i} \cdot \Delta A_i}{A} \quad (4-8)$$

当测点布置比较均匀时, 也可用 μ_p 的算术平均值。据一些资料分析, 其误差一般不超过 2%。此时表达式为:

$$\mu_s = \frac{\sum_{i=1}^k \mu_{p_i}}{n} \quad (4-9)$$

上面两式中：

μ_{pi} ：第 i 测点的压力系数；

ΔA_i ：第 i 测点管辖的相应面积；

A ：该面的总面积；

n ：该面的测点数。

鉴于近地风具有显著的紊乱性和随机性，在风洞中很难真实地模拟实际的风场，因而试验结果可能与实际有很大出入。五十年代末开始，现场风压实测就逐步得到了广泛的重视。荷兰、英国、加拿大、澳大利亚、日本、西德等国都在高层的办公楼或公寓上进行了风压分布的现场实测，有的并与风洞试验作了比较。在香港还专门建造了一幢 10 层的钢骨架房屋，以研究台风的风力作用问题。

图 4—1，4—2 表示长方型体型建筑物在风洞试验和现场实测中获得的表面风压分布系数，从中可以看到：

(1) 在正面风力作用下，迎风面一般均受有正压力。此正压力在迎风面的中间偏上为最大，两边及底下最小。

(2) 建筑物的背风面全部承受负压力（吸力），一般两边略大、中间小，整个背面的负压分布是比较均匀的。

(3) 当风平行于建筑物侧面时，两侧一般也承受吸力，一般近侧大，远侧小。分布也极不均匀，前后差别较大。

(4) 由于风向风速的随机性，因而迎风面正压、背风面负压以及两侧面负压也是随机变化的，各次测试结果数值可以有较大的不同。

由上可以看出，除了与建筑物体型直接有关外，它还与建筑物的高与宽有关，一些资料指出，随着高宽比的增大 μ_s 亦增大。

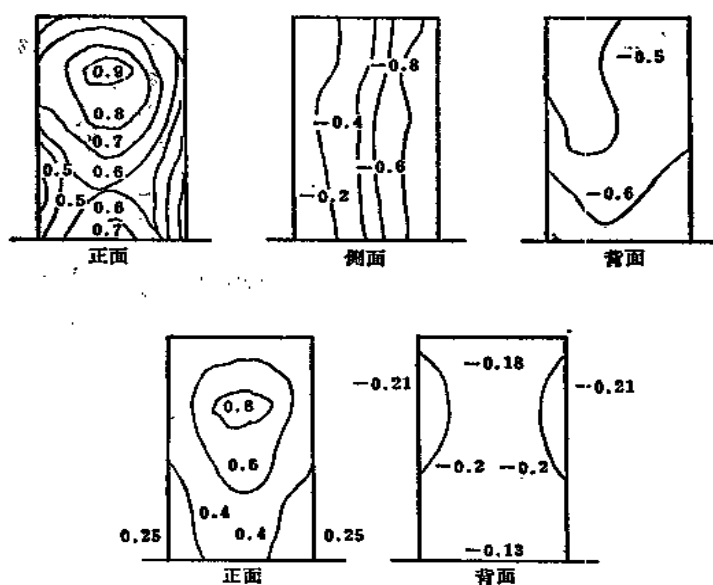


图 4—1 模型上的表面风压分布（风洞试验）

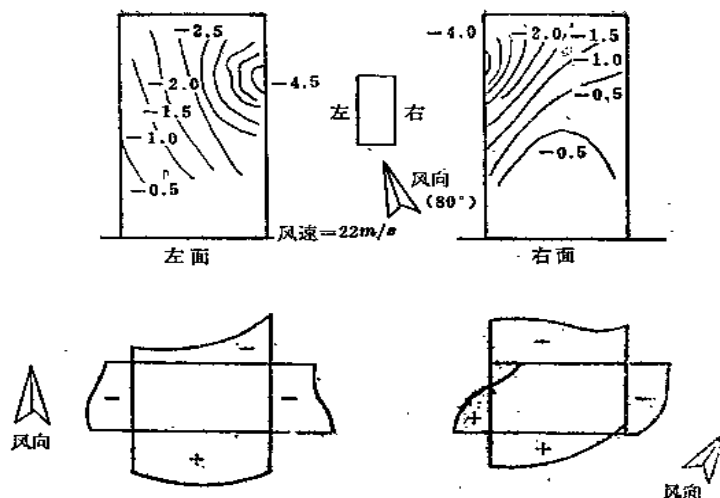


图 4—2 建筑物表面风压分布 (现场实测)

根据大量风洞试验,并按式(4—7)或(4—8)求出各种模型的体型系数,从而定出实用上所需的体型系数之值。各种体型的体型系数 μ_s 的值,见附录二第1条。从这些数据中,可以得出一些规律性的东西,例如迎风面的体型系数常为0.8,背风面的体型系数常为-0.5等等。

上面是针对结构计算而言的,如果验算局部构件的强度时,则不应采用平均压力系数,而应采用较大的压力系数,可由试验或参考图4—1和4—2的数据加以确定,其值可到达1.2~2.0,见附录二第2条。

应注意到,荷载体型系数表示了风荷载在建筑物上的分布,主要与建筑物的体型有关,并非空气的动力作用,因而某些资料称它为空气动力传递系数是不确切的。

第二节 风压高度变化系数

平均风速沿高度的变化规律,常称为**平均风速梯度**,也常称为**风剖面**,它是风的重要特性之一。由于地表摩擦的结果,使接近地表的风速随着离地面高度的减小而降低。只有离地300~500米以上的地方,风才不受地表的影响,能够在气压梯度的作用下自由流动,从而达到所谓**梯度速度**,出现这种速度的高度叫**梯度风高度**。梯度风高度以下的近地面层也称为**摩擦层**。地表粗糙度不同,近地面层风速变化的快慢也不相同。加拿大Davenport根据多次观测资料整理出不同场地下风剖面,如图4—3所示,图中显示了100标称的典型平均风速分布规律。从中可以看到,开阔场地的风速比在城市中心更快地达到梯度风速;对于同一高度处的风速,在城市中心处远较开阔场地为小。换算成风压,则城市中心的风压也远较开阔场地为小。

根据实测结果的分析,Davenport等提出,平均风速沿高度变化的规律可用指数函数来描述,即

$$\frac{\bar{v}}{v_s} = \left(\frac{z}{z_s} \right)^{\alpha} \quad (4-10)$$

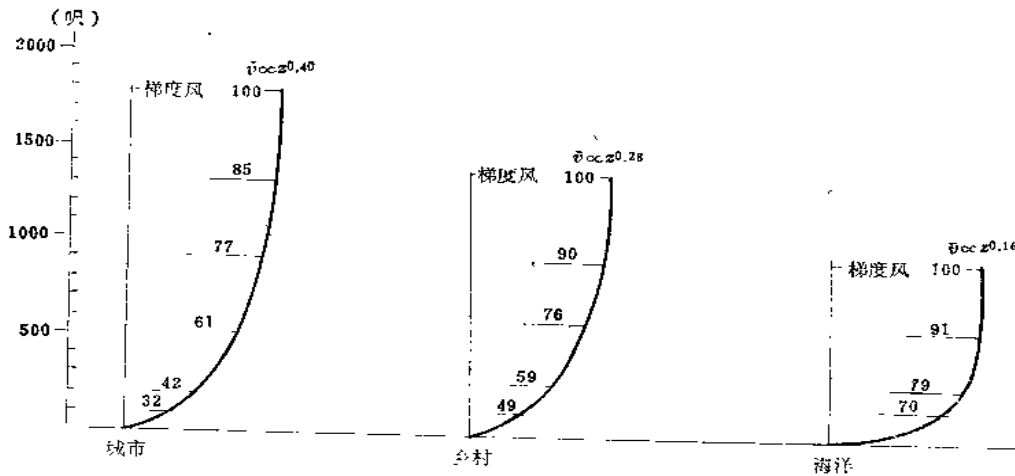


图 4—3 不同粗糙度影响下的风剖面（平均风速分布型）

式中 \bar{v} 、 z ：任一点的平均风速和高度；

\bar{v}_s 、 z_s ：标准高度处的平均风速和高度，大部分国家，标准高度常取 10 米；

α ：地面的粗糙度系数，地面粗糙程度愈大， α 亦愈大。

通常采用的系数如下：

地 面 粗 糙 度 系 数 α 表

表 4—1

	海 面	开 阔 平 原	森 林 或 街 道	城 市 中 心
α	0.125~0.100	0.167~0.125	0.250	0.333
$1/\alpha$	8~10	6~8	4	3

上式指数规律在地面粗糙度影响减弱的上部摩擦层是较适合的，对于近地面的下部摩擦层，根据 A. C. Гандия 以及我国北京双桥 150 米铁塔的观测，近地面的下部摩擦层比较适合于对数规律，其式曾在式 (3—24) 中提出，其一般表达式为：

$$\frac{\bar{v}}{\bar{v}_s} = \frac{\lg z - \lg z_0}{\lg z_s - \lg z_0} \quad (4-11)$$

式中 z_0 为风速等于零的高度，随地面粗糙程度而变化，故亦称**地面粗糙度**。 z_0 一般略大于地面有效障碍物高度的 1/10。它也常常从式 (4—11)，如已知两个高度风速时推算出来，即：

$$\lg z_0 = \frac{\lg z - \frac{\bar{v}}{\bar{v}_s} \lg z_s}{1 - \frac{\bar{v}}{\bar{v}_s}} \quad (4-12)$$

下表 4—2 中列出了一些在不同地面粗糙度和地区所测得的 z_0 值。在表中可见，在陆地上 z_0 值仅依赖于表面的性质，但在有植物覆盖存在时， z_0 主要决定于风速。实用上常取 z_0 为常数，而实际上是一变值。

从表上可以看出， z_0 值变动于 0.003~150 厘米之间，差距是较大的。根据我国北京、上海、武汉、呼和浩特、湛江、乌鲁木齐、哈尔滨等地的资料，计算得的 z_0 在 1~10 厘米之间，大多数值在 2~4 厘米之间，个别在 20 厘米或 20 厘米以上。地面粗糙程度愈大， z_0 也愈大。

地面粗糙度 z_0 值

表 4—2

下垫面性质	z_0 (厘米)
海面, 风速 10~15 米/秒	0.0021
平滑水泥平地或冰面	0.001
深度 20 厘米以上的积雪面	0.05
短草、天然雪面 (深度 10 厘米)	0.1
新割草地	0.7
裸露硬地	1
耕地	2
植物覆盖 4~5 厘米	2
植物覆盖 6~10 厘米	3
植物覆盖 11~20 厘米	4
植物覆盖 21~30 厘米	5
植物覆盖 60~70 厘米, 在 2 米高处风速为 6.2 米/秒	3.7
植物覆盖 60~70 厘米, 在 10 米高处风速为 2.3 米/秒	9.0
植物覆盖 60~70 厘米, 在 10 米高处风速为 5.0 米/秒	6.0
植物覆盖 60~70 厘米, 在 10 米高处风速为 8.7 米/秒	3.7
市镇 (或丛林平均 10 米高)	100
城市	150

由于对数规律与指数规律差别并不很大, 所以目前国内外都倾向于用计算比较简单的指数曲线来表示风速沿高度的变化规律。

因为风压与风速的平方成正比, 因而风压沿高度的变化规律是风速的平方。设任意高度处的风压与 10 米高度处的风压之比为**风压高度变化系数**, 对于任意地貌, 前者用 w_a 来表示, 后者用 w_{0a} 来表示; 对于空旷平坦地区的地貌, w_a 改用 w 、 w_{0a} 改用 w_0 表示。则真实的风压高度变化系数应为:

$$\mu_{za}(z) = \frac{w_a}{w_{0a}} = \frac{w}{w_0} = \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 = \left(\frac{\bar{v}}{\bar{v}_0} \right)^2 = \left(\frac{z}{10} \right)^{2\alpha} \quad (4-13)$$

由上式可求得任意地貌 z 高度处的风压为:

$$w_a = \mu_{za}(z) \cdot w_{0a} = \left(\frac{z}{10} \right)^{2\alpha} w_{0a} \quad (a)$$

对于空旷平坦地貌, 上式变成:

$$w = \mu_{za}(z) w_0 = \left(\frac{z}{10} \right)^{2\alpha} w_0 \quad (b)$$

为了求出任意地貌下的风压 w_a , 必须求得该地区 10 米高处的风压 w_{0a} , 该值可根据该地区风的实测资料按上章概率统计方法而求得。但是由于目前我国除了空旷地区设置气象台站, 并有较多风测资料外, 其他地貌下的风的实测资料甚少, 因而一般只能通过该地区附近的空旷平坦地区的气象台站的风速资料加以换算而求得。

设**基本风压换算系数**为 μ_{w_0} , 即 $w_{0a} = \mu_{w_0} \cdot w_0$, 因为梯度风高度以上的风速不受地貌影响, 因而可根据梯度风高度来确定 μ_{w_0} 。由图 4—3 和表 4—1 以及国内外一些实测资料表明, 对于一般空旷平坦地区, α 可取 0.14~0.17, 梯度风高度常在 350 米左右。荷载规范 (1985 稿) 建议 α 取为 0.16, 梯度风高度取 350 米。设其他地貌地区的梯度风高度为 H_T , 由梯度风高度以上各类地貌风速或风压均为相等的条件, 按 (a)(b) 两式得到:

$$\left(\frac{350}{10}\right)^{2 \times 0.16} w_0 = \left(\frac{H_T}{10}\right)^{2a} w_{0a}$$

$$\therefore w_{0a} = (35)^{0.32} \left(\frac{H_T}{10}\right)^{-2a} w_0 = \mu_{w_0} w_0 \quad (4-14)$$

既得任意地区的 10 米高处的风压 w_{0a} ，代入 (a) 式即得任意高度处的风压 w_a 为：

$$w_a = \mu_{za}(z) \mu_{w_0} w_0 = \left(\frac{z}{10}\right)^{2a} (35)^{0.32} \left(\frac{H_T}{10}\right)^{-2a} w_0 \quad (c)$$

如果对于任何地貌情况下的结构物，均以空旷平坦地区的基本风压 w_0 为基础，则此时的风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 可写成：

$$\begin{aligned} \mu_z(z) &= \mu_{za}(z) \mu_{w_0} = \left(\frac{z}{10}\right)^{2a} (35)^{0.32} \left(\frac{H_T}{10}\right)^{-2a} \\ &= \left(\frac{z}{H_T}\right)^{2a} (35)^{0.32} \end{aligned} \quad (4-15)$$

风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 表 4-3

离地面（或海面） 高度 z （米）	$\mu_z(z)$		
	地 貌 类 别		
	A	B	C
5	1.17	0.80	0.54
10	1.38	1.00	0.71
15	1.52	1.14	0.84
20	1.63	1.25	0.94
30	1.80	1.42	1.11
40	1.92	1.56	1.24
50	2.03	1.67	1.36
60	2.12	1.77	1.46
70	2.20	1.86	1.55
80	2.27	1.95	1.64
90	2.34	2.02	1.72
100	2.40	2.09	1.79
150	2.64	2.38	2.11
200	2.83	2.61	2.36
250	2.99	2.80	2.58
300	3.12	2.97	2.78
350	3.12	3.12	2.96
≥ 400	3.12	3.12	3.12

注：对于山顶及山坡上的高层房屋及高耸结构，其风压高度变化可采用从山麓算起的风压高度变化规律。

荷载规范(1985稿)建议,地貌按地面粗糙度分为A、B、C三类。A类地貌指近海海面、小岛及大沙漠等,取 $\alpha=0.12$;B类地貌指田野、乡村、丛林、丘陵以及房屋比较稀疏的中小城镇、大城市郊区和空旷平坦地区,取 $\alpha=0.16$;C类地貌指平均建筑高度为15米以上或有密集建筑群大城市市区,暂取低值 $\alpha=0.20$ 。由此三个 α 值,代入式(4—15),即可求得三类地貌的风压高度变化系数,如表4—3所示。由图4—3可以看出,粗糙度小的地区梯度风高度 H_T 亦较小,如果A、B、C三类地貌梯度风高度各取300、350和400米,则在梯度风高度以上,高空的气流速度已不受地貌条件的影响,因而表中分别在300、350和400米以上的风压高度变化系数取为常数。

表4—3的风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 是根据原先的风压高度变化系数 $\mu_{za}(z) = \left(\frac{z}{10}\right)^{2\alpha}$ 乘以基本风压换算系数 μ_{w_0} 而得,见式(4—15)。不同地区的10米高处的实际基本风压 w_{0a} 应按式(4—14)计算,如表4—4所示。

各类地貌下10米高处的实际基本风压

表 4—4

地貌类别	A	B	C
α	0.12	0.16	0.20
H_T (米)	300	350	400
w_{0a}	$1.379w_0$	w_0	$0.713w_0$

上表中的 w_0 如各类地貌下附近空旷平坦地区的基本风压,没有反映远近的影响。对于大城市市区,因距离较小,不予调整,对于近海海面,应按下表4—5进行调整,表4—5也列出了山区所取的调整值。

近海和山区所取的基本风压调整值

表 4—5

地 貌 情 况		风 压	
近 海	海面和海岛距海岸的距离 (km)	<40	w_0
		40~60	$(1.0\sim1.1)w_0$
		60~100	$(1.1\sim1.2)w_0$
山 区	山间盆地、谷地等闭塞地形	$(0.75\sim0.85)w_0$	
	与大风方向一致的谷口、山口等	$(1.2\sim1.5)w_0$	

第三节 结构上平均风压计算公式

由于建筑物体型、风荷载作用点位置等等的不同,作用在结构上任一处的平均风压或风荷载 $w(z)$ 应与体型系数、风压高度变化系数等有关。因此,作用于建筑物表面任一高度 z 处的风压 $w(z)$,按上节(a)和式(4—14)再乘以体型系数 $\mu_s(z)$ 后得到:

$$w(z) = \mu_s(z) \mu_{za}(z) \mu_{w_0} w_0 \quad (4-16)$$

如果将 $\mu_{za}(z) \mu_{w_0}$ 用新的风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 来表示,见式(4—15),则上式可写成:

$$w(z) = \mu_s(z) \mu_z(z) w_0 \quad (4-17)$$

上式即为荷载规范中未考虑脉动风压引起的风振影响的平均风压计算公式。式中：

w_0 ：基本风压，单位 kN/m^2 ，因地而异，见附录一；

μ_s ：风载体型系数，与建筑物体型有关，见附录二；

μ_z ：风压高度变化系数，见表 4—3。

在具体应用上式时，由于沿建筑物高度各点的风压 (kN/m^2) 均不相同，计算上常感不便，因而实用上常将建筑物沿高度选择若干主要点（例如最高点，结构构造变化点等），然后计算风荷载 $w(z)$ ，并假定在分段中一中线之间区域，即本点与上下邻近二点之间的中线所夹的区域，均采用该点的计算风荷载。如果遇到构造上变化点间隔太大，可在构造变化点之间再取若干点计算之，其精度常由计算者按工程重要程度、风荷载在计算中的比重等等而定。

例题 4—1

平面为正方形的陆上某高耸结构如图 4—4a 所示，沿高度分点已于图中注明。设第 3 点以上外形不变，截面外形为 $3.3m \times 3.3m$ ，该地基本风压 $w_0 = 0.5kN/m^2$ ，建筑物所在地为 B 类地貌，试求正面迎风时第 6 点的风荷载。

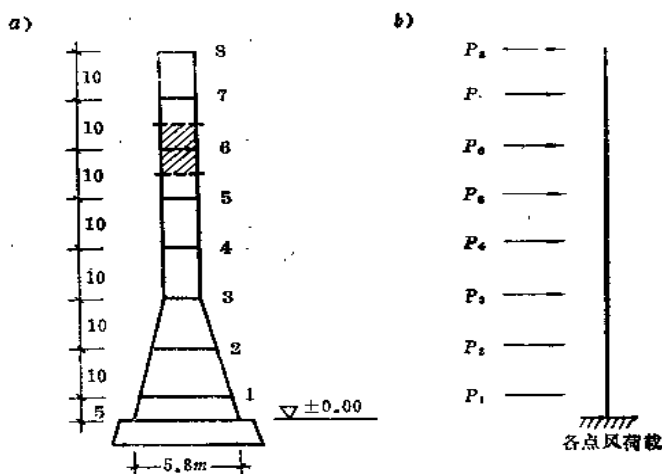


图 4—4

解： 风载体型系数，由附录二第 37 序号，得 $\mu_{s左} = 0.8(\rightarrow)$ ， $\mu_{s右} = -0.5(\rightarrow)$ ，因为其方向均为向右，因而对结构来说其总效果为 $\mu_s = 0.8 + 0.5 = 1.3$ 。

风压高度变化系数，由表 4—3 按线性插入法计算，例如第 6 点高度为 $z_{(6)} = 55m$ ，则求得 $\mu_{z(6)} = 1.72$ 。

单位面积上的风荷载由公式 (4—17) 得到：

$$w_{(6)} = \mu_s(z) \mu_z(z) w_0 = 1.3 \times 1.72 \times 0.5 = 1.118 kN/m^2$$

各点集中风压值可由“中—中”划线区域原则由 $P_{(i)} = w_{(i)} A_{(i)}$ 求得， $A_{(i)}$ 为该点上下邻近中线所划得的面积。第 6 点应计及的迎风面积如图 4—4a 中阴影线所示。因而第 6 点集中风荷载为：

$$P_6 = 1.118 \times 3.3 \times 10 = 36.894 kN$$

各点的集中风荷载的形式如图 4—4b 所示。求得了各点风力，结构内力和位移分析可按结构力学方法进行。

第五章 随机振动理论基础

风力中除了平均风以外，还有脉动风。由于它是随机荷载，因而将引起结构产生随机振动，其理论基础是随机振动理论，它要综合应用结构动力学和概率论的知识。为此，本章对分析风振时需用到的有关随机振动理论部份作一介绍。

本章除阐明随机振动的基本概念外，还叙述了相关函数和谱密度，以及它与数字特征中的根方差的关系。这样，只要通过随机振动理论分析得出结构响应的相关函数或谱密度，即能求出响应的根方差，从而即能作出响应的概率的估计。在此基础上，针对单自由度、多自由度、无限自由度结构，分别叙述随机振动具体的计算方法。

第一节 随机振动的基本概念

结构物所受的各种荷载中，有强度随时间变化的地震荷载、脉动风荷、海浪冲击荷载以及楼层所承受的多种机器荷载等等。这些荷载不仅表现出随时间不断变化，而且最主要的，在不同时间出现的两次荷载不会重现同一波形。就拿地震来说，即使对于同一地点同一震源，周围环境不变，各次地震记录的波形（样本函数）也不相同，如图 5—1 所示。脉动风荷载等也有类似的情况。这种非重现性的荷载，称为**随机荷载**；在随机荷载下结构的振动称为**随机振动**。

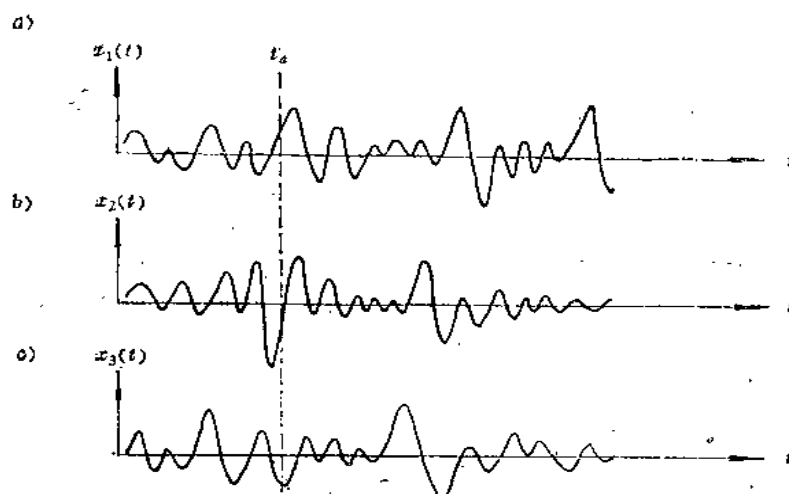


图 5—1 样 本 函 数

在某些情况下，也有考虑结构物的组成构件的统计性质，即把结构物本身看作是随机结构的。在这种情况下，随机荷载作用下随机结构自然产生随机振动，但是即使在确定荷载作用下，随机结构也将产生随机振动。

“随机”和“确定”是两个相对立又相对应的概念。应该注意的是，**不能认为复杂不规则波形就是随机振动**。在确定波的情况下，无论多么复杂，全部特性也都是唯一确定的，它是确定性荷载引起的振动现象；相反，即使是十分简单的波形，只要它是受概率支配的非重性的波形，它仍是随机振动现象。例如 $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ ，如果初相角 φ 是随机的，则这个简单的波形仍是随机的。所谓随机，是指非重现性的，受概率法则支配的，而并不是复杂的意思。

由于随机荷载是非重现的，每一次的波形均不相同，如图 5—1 所示，如果以图 5—1 中的某一次荷载波形或全部已记录的各次荷载波形进行结构设计，则即使针对某一次或全部各次荷载结构是安全的，但对于未来可能发生的地震，由于荷载是非重现的，因而也未必是安全的。因此随机荷载下结构分析不能采用确定性荷载下结构分析方法，而应从统计概率上来分析结构的振动，来探讨它的安全度。

对于随机振动现象，我们不可能用时间函数来完全地描述它，不可能预测它在任何时刻的确定反应或确定值。但是，虽然在相同条件下，对这些振动重复进行记录，其记录曲线很不规则而且各不相同，然而从统计观点来进行分析，它们往往大致相同。换句话说，虽然不能用确定的时间函数来描述随机振动，但是可以从统计观点来考察它取值于某个范围内的概率，更直接的说，随机振动可以用概率论的法则来描述它。我们虽不能说出随机振动某一时刻反应的确定值，但是可以分析该时刻取某值的保证率的可能性。不超过规定值的概率越高，结构物就越安全。这个概率可以说是定量的评价了安全度。

随机荷载或相应的波形称为**样本函数**(或称**实现**)。既然随机振动是受概率法则支配的。因而样品的数量越多，分析随机振动的可靠程度就越大。这种情况下可能产生的所有现象的集合称为**母集合**或**母函数**，用 $x(t)$ 表示，它代表了某个随机过程。它可以代表荷载、位移、速度、加速度、内力等物理量，而 t 可以代表时间，也可以不代表时间。从母函数中采出 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ ，构成母函数 $x(t)$ 的一个子样，此时母函数 $x(t)$ 可表为：

$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \quad (5-1)$$

若时间 t 固定，例如 t_0 时，则母函数 $x(t)$ 成为随机变量 $x(t_0)$ 的集合。

所以，随机振动是要通过分析母函数的统计量来分析非确定现象的。母函数中各个样本函数是我们获取各种统计量的基本源泉。

第二节 常用的随机过程

在分析随机振动过程中，为了求出数学期望、方差等，就必须记录许多个样本函数，分析各个时刻值的变化，求出根据样本函数的集合所取的集合平均值，由于这样原原本本地进行计算较为繁琐，实用上常将随机过程加以简化。

1. 平稳随机过程(定常随机过程)

随机过程 $x(t)$ 的所有统计量不依赖样本函数中时刻 t_0 的选取即不随时刻变化时，称为**严格意义上的平稳随机过程**，或**强平稳随机过程**。

这样， $x(t)$ 和 $x(t+\tau)$ 对于任意 τ 值都具有相同的统计量，亦即某时刻的统计量在时间间隔 1 秒、2 秒等等任意值 τ 之后仍然相同，与时间 t 的具体数值无关。

例如数学期望可写成：

$$Ex(t_a) = Ex(t_b) = \dots = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \text{常数} \quad (5-2)$$

对于其他统计量，也可以按上述方法导出相应式子。

在工程上，除上述严格意义的平稳随机过程以外，如果 $x(t)$ 仅满足数学期望以及下节所述的相关函数二项，而不依赖于样本函数中时刻的选取时，就称为**广义的平稳随机过程**或**弱平稳随机过程**。

工程上很多问题，例如风振等，一开始是不平稳的，即属于非平稳随机过程，但是这只是一个过渡过程。经过一些时间，过渡过程消失，逐渐转入稳定状态。从此时起，我们可以将它看成是平稳随机过程而简化。目前规范里风振系数中的一些数据就是假定它是一个平稳随机过程而得出的。当然，严格意义上，工程问题绝大部分应是非平稳随机过程，但是只要它具有一定的稳定阶段，即可以认为它是平稳随机过程来进行简化分析。

2. 各态历经过程

为了计算随机过程 $x(t)$ 的统计量，需要知道 $x(t)$ 的全部样本函数。实际上这是较难做到的，例如在地震记录中，许多条件都相同的强震记录实际上是不可能的，所以如果能通过一个样本函数的分析就能推断该母函数 $x(t)$ 的统计量，那就非常方便了。

如果任一样本函数的概率分布都相等，即可以用一个样本函数就能推算母函数的概率分布时，就称 $x(t)$ 为**各态历经过程**。

各态历经过程是只采用一个样本函数对时间的平均来代替对各个样本函数的平均。其时间历程应该是无限长或相当长，与时间 t 的起始点的选取没有关系，因而各态历经过程一定亦是平稳随机过程。但其逆未必成立，平稳随机过程不一定是各态历经过程，不一定能选出那个样本函数来作为代表。

由于采用了一个样本函数时间平均来代替样本函数的平均，以数学期望为例，其式可写成：

$$Ex = \bar{x} = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt \quad (5-3)$$

应该指出，与平稳随机过程讨论一样，实际的振动问题严格说来都不是各态历经的，而调查实际的随机振动是否属于各态历经过程也是困难的，但如能得到充分长的观测记录，考虑到几乎所有它的振动状态都已经充分表现出来，一般也就假定它是各态历经过程。前面的问题也是这样，实际的振动不是平稳随机过程，但如果适当地划分时间范围，特别是舍去初始阶段附近的严重非平稳范围，按平稳随机过程求解并获得足够精确度是很多的。目前，国内外有关结构风振计算，都是按各态历经的平稳随机过程的假定而取得的。这种简化假定，在工程上是屡见不鲜的，例如，实际的振动系统严格说来都是非线性的，但线性振动理论仍能广泛适用于一般的振动系统中。

第三节 相关及相关系数、相关函数

现在来研究两个随机变量 $x(t_a)$ 及其对应 $y(t_b)$ 的分散和集中的情况。假如每一对值用在 x 对 y 的图上的一个点来表示。图 5—2a 中的每对 x 、 y 没有明显的对应关系，而在图 5—2b 中则有一定的对应关系。对于后者，在任意一对变量中，一个大的 x 值将有一个大的 y 值

相联系，一个小的 x 值将有一个小的 y 相联系等等。我们称图 5—2b 中两个随机变量 x 和 y 有着明显的关系，称此两者为相关的，图 5—2a 的 x 和 y 是不相关的。相关和函数虽然是两种不同类型的变量之间的关系，但是它们之间并无严格的界限。

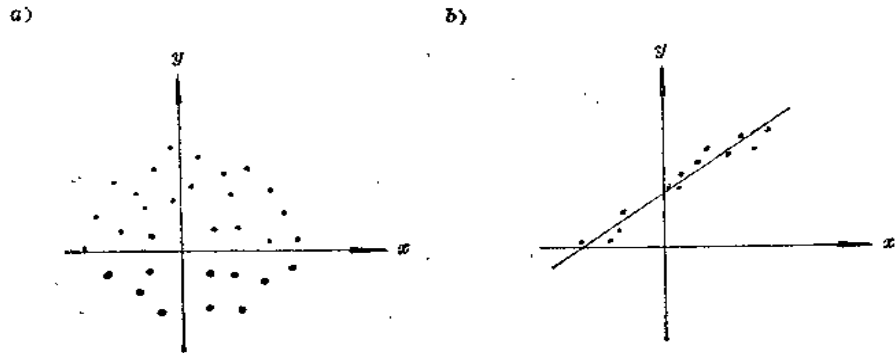


图 5—2 两变量之间的相关性

我们举一例来说明：结构振动时的阻尼力与各种因素—诸如变形速度、温度、试件形式和尺寸、振动周数等有关，但是试验资料表明，其中变形大小或相应的应力大小与阻尼力相关得较密切，例如可认为变形愈大，阻尼力亦愈大，但逐渐趋近于极限值。

对图 5—2b，如果用一个函数近似表示 x 与 y 的关系，则较接近直线关系。一种作法是把 y 的实际值与由直线方程所推测的值进行比较，使两者偏差的平方和的平均值达到最小，这就是所谓的**最小二乘法**。用这种方法可以寻找隐藏在上述随机性后面的统计规律性。对这类统计规律的分析计算称为**回归分析**。通过回归分析可以求出所求的回归曲线(包括直线)，并能分析实际值与回归曲线之间的密切程度。

设回归方程为：

$$y(m) = kx + b \quad (5-4)$$

则任何 y 值与它离开回归线上统计值 $kx + b$ 的偏差为：

$$\Delta = y - (kx + b)$$

偏差平方的平均值为：

$$\begin{aligned} E[\Delta^2] &= E[(y - kx - b)^2] = E\{[y - Ey - k(x - Ex) + (Ey - kEx - b)]^2\} \\ &= E[(y - Ey)^2] + k^2 E[(x - Ex)^2] - 2k E[(x - Ex)(y - Ey)] \\ &\quad + (Ey - kEx - b)^2 + 2E\{[y - kx - (Ey - kEx)]\{Ey - kEx - b\}\} \\ &= \sigma_y^2 + k^2 \sigma_x^2 - 2k E[(x - Ex)(y - Ey)] + (Ey - kEx - b)^2 \end{aligned}$$

$$\text{由 } \frac{\partial E[\Delta^2]}{\partial k} = 0 \text{ 及 } \frac{\partial E[\Delta^2]}{\partial b} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{E[(x - Ex)(y - Ey)]}{\sigma_x^2} \\ b &= Ey - kEx \end{aligned} \right\} \quad (5-5)$$

代入 (5—4) 即可求出回归方程。此时偏差平方的平均值为最小，即：

$$\{E[\Delta^2]\}_{\min} = \sigma_y^2 - k^2 \sigma_x^2 = \sigma_y^2 (1 - \rho_{xy}^2) \quad (5-6)$$

式中：

$$\rho_{xy}(t_a, t_b) = \frac{E[(x - Ex)(y - Ey)]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5-7)$$

由以上两式可以看出, $|\rho_{xy}|$ 愈大, 则 $E[\Delta^2]_{\min}$ 愈小, 说明实际值与回归直线关系愈密切, 当 $\rho_{xy} = \pm 1$, $E[\Delta^2]_{\min} = 0$, 这是最紧密的情形, 实际值即为回归直线值, 没有偏差, 完全相关; 当 $|\rho_{xy}|$ 愈小, 则 $\{E[\Delta^2]\}_{\min}$ 愈大, 二者愈不密切, 而当 $\rho_{xy} = 0$ 时, $\{E[\Delta^2]\}_{\min}$ 最大, 这是最不紧密的情况, 互不相关。因而 $|\rho_{xy}|$ 在 0~1 之间变动, 能表达实际值与回归直线的密切程度, 此系数常称为**互相关系数**。

互相关系数的二变量是分别从不同的母函数中取得的, 如果二变数从同一母函数中取得的, 例如 $x(t_a)$ 和 $x(t_b)$, 以下记作 x_a 和 x_b , 则相应的相关系数称为**自相关系数**。与 (5-7) 相应的式子为:

$$\rho(t_a, t_b) = \frac{E[(x_a - Ex_a)(x_b - Ex_b)]}{\sigma_{x_a} \sigma_{x_b}} \quad (5-8)$$

相关系数公式 (5-7)(5-8) 的分子, 常称 (互) 协方差函数和自协方差函数, 其式为:

$$C_{xy}(t_a, t_b) = E[(x - Ex)(y - Ey)] \quad (5-9)$$

$$C_x(t_a, t_b) = E[(x_a - Ex_a)(x_b - Ex_b)] \quad (5-10)$$

工程上常把随机过程处理成平均零来分析, 此时相关系数变成:

$$\rho_{xy}(t_a, t_b) = \frac{E[xy]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5-7a)$$

$$\rho(t_a, t_b) = \frac{E[x_a x_b]}{\sigma_{x_a} \sigma_{x_b}} \quad (5-8a)$$

与上两式分子的形式相同, 任意二变量的数学期望, 常称为**互相关函数**和**自相关函数**, 即:

$$R_{xy}(t_a, t_b) = E[xy] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) dx dy \quad (5-11)$$

$$R_x(t_a, t_b) = E[x_a x_b] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_a x_b f(x_a, x_b) dx_a dx_b \quad (5-12)$$

对于平稳随机过程, 不依赖时间 t , 上式变成:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t+\tau)] \quad (5-11a)$$

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] \quad (5-12a)$$

对于各态历过程, 可由一个样本函数的时间平均来分析, 此时:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t)y(t+\tau) dt \quad (5-11b)$$

$$R_x(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t)x(t+\tau) dt \quad (5-12b)$$

对于均值为零的平稳随机过程 (包括各态历过程), 相关函数有一些重要的性质:

1. 根方差与相关函数的关系为:

$$\sigma_x = \sqrt{E[x^2]} = \sqrt{R_x(0)} \quad (5-13)$$

上式可从 (2-14)(2-19)(5-12a) 令 $\tau = 0$ 来求得。上式说明, 只要求得相关函数 $R_x(\tau)$, 则令 $\tau = 0$ 即可求得工程上需要的根方差 σ_x 值。

2. 相关系数与相关函数的关系为:

$$\rho_{xy}(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sqrt{R_x(0)R_y(0)}} \quad (5-14)$$

$$\rho(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)}, \quad (\tau=0 \text{ 时: } \rho=1) \quad (5-15)$$

上式可从 (5-7a) (5-8a) (5-11a) (5-12a) 及 (5-13) 来求得。上式说明, 如需计算互相关函数或自相关函数, 也可通过 $\tau=0$ 的自相关函数乘以相关系数而求得。

3. 自相关函数 $R_x(\tau)$ 是偶函数, 而互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 却不是。

$$\begin{aligned} \because R_x(\tau) &= E[x(\tau)x(t+\tau)] = E[x(t-\tau)x(t)] \\ &= E[x(t)x(t-\tau)] \\ \therefore R_x(\tau) &= R_x(-\tau) \end{aligned} \quad (5-16)$$

但 $R_{xy}(\tau)$ 与 $R_{xy}(-\tau)$ 一般没有关系。上面这些关系对于我们检查给出的相关函数是否合理有所帮助。

例题 5-1 图 5-3a 是个周期为 T 振幅为 a 的方波, 但它的相位 (即 $t=0$ 后第一次开关的时间) 是从 0 到 T 之间均匀分布的随机变量, 试计算其自相关函数, 随机过程作为各态历经处理。

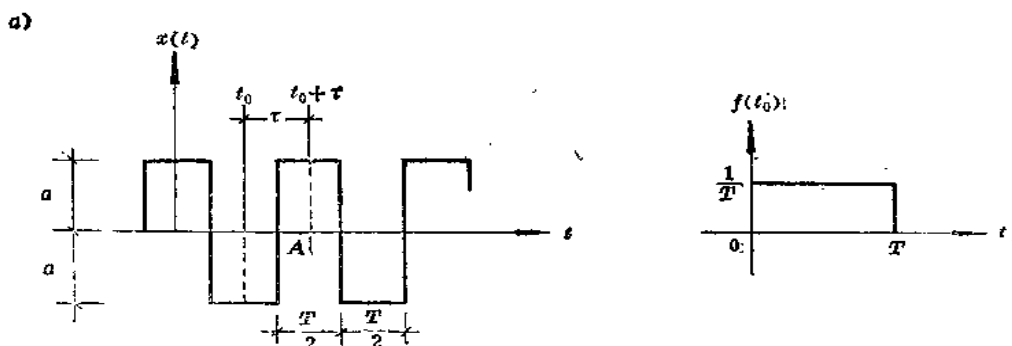


图 5-3 方形波在任意时间 t_0 和 $t_0+\tau$ 采样计算它的自相关函数

解: 由于 $x(t)$ 是周期性, 我们仅需要研究时间历程的一单独的全周, 因而 t_0 值范围是从 0 到 T , 其概率密度 $f(t_0)$ 按面积为 1 求得如图 5-3b 所示。因为 $x(t)$ 是个非连续函数, 我们必须分段完成。为了方便, 在求自相关函数中, 积分上下限可以调整为 $0 \rightarrow T$, 而使 $t_0=0$ 发生在开关点, 例如图中的 A 点。由此得到:

(1) 对于 $0 \leq \tau \leq \frac{T}{2}$ 情况:

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= E[x(t_0)x(t_0+\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)x(t_0+\tau)f(t_0)dt_0 \\ &= \int_0^T x(t_0)x(t_0+\tau)\frac{1}{T}dt_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T-\tau} a^2 dt_0 - \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}+\tau} a^2 dt_0 \\ &\quad + \frac{1}{T}\int_{\frac{T}{2}}^{T-\tau} a^2 dt_0 - \frac{1}{T}\int_{T-\tau}^T a^2 dt_0 = a^2\left(1 - 4\frac{\tau}{T}\right) \end{aligned}$$

(2) 对于 $\frac{T}{2} \leq \tau \leq T$ 情况:

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= -\frac{1}{T} \int_0^{T-\tau} a^2 dt_0 + \frac{1}{T} \int_{T-\tau}^T a^2 dt_0 \\ &\quad - \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{3T}{2}-\tau} a^2 dt_0 + \frac{1}{T} \int_{\frac{3T}{2}-\tau}^T a^2 dt_0 \\ &= a^2 \left(-3 + 4 \frac{\tau}{T} \right) \end{aligned}$$

将所求的结果用图形表示, 如图 5—4 所示, 它表现为等幅的三角波, 当 $\tau = 0, T, 2T, 3T$ 等, 采样值 $x(t_0)$ 和 $x(t_0 + \tau)$ 常是彼此相同, $\tau = 0$ 时相关系数为 1, 所以是完全相关, 且 $R_x(\tau) = E[x^2] = a^2$ 。如果 $\tau = \frac{T}{2}, \frac{3T}{2}, \frac{5T}{2}$ 等, 则采样值常是异相, 并且 $R_x(\tau) = -E[x^2] = -a^2$, $\rho = -1$, 也是完全相关。但是对于 τ 的其他中间值, 则采样值有时是同相, 有时是异相, 因之是不完全的相关。

根据相关函数, 由式 (5—13), 可以很快求出根方差。对于本题: $\sigma_x = \sqrt{R_x(0)} = a$ 。

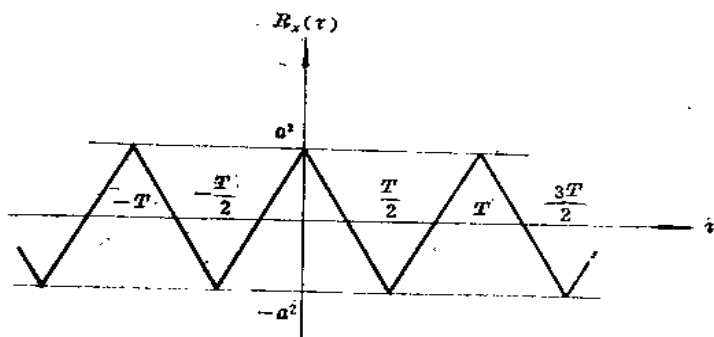


图 5—4 对于方波的自相关函数

第四节 功率谱密度

振动问题与时间 t 和频率 ω 有关。把振动问题不是以时间为变数 (在时间域) 而是以频率为变数 (在频率域) 来进行分析, 当然是很自然的想法, 从而建立了功率谱密度的概念。

设 $X(i\omega)$ 为 $x(t)$ 的傅里叶 (Fourier) 变换, 即

$$X(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5-17)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5-18)$$

则时间域内的积分可用傅里叶变换转变为频率域内的积分。

在电的振动问题中, 如设 $x(t)$ 是电流, 则随机电流通过单位电阻在 T_0 时间内所做的功为 $\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x^2(t) dt$, 当 T_0 较长时平均功率可表示为:

$$\begin{aligned}
Ex^2 = \overline{x^2} &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x^2(t) dt = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \right] dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} X(i\omega) \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{i\omega t} dt \right] \cdot d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} X(i\omega) X(-i\omega) d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} |X(i\omega)|^2 d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega
\end{aligned} \tag{5-19}$$

式中

$$S_x(\omega) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} |X(i\omega)|^2 \tag{5-20}$$

既然平均功率 Ex^2 可表示为式 (5-19)，因而积分号内 $S_x(\omega)$ 就代表平均功率按频率分布的密度即单位频率范围内的密度，称为**功率谱密度**。它表示平均功率对不同频率 ω 的分布。由式 (5-20) 可知， $S_x(\omega)$ 是一偶函数，如图 5-5 所示。当 $x(t)$ 不是电流而为其他物理量时，仍常借用这一名词，称 $S_x(\omega)$ 为**功频谱密度**，但常简称**谱密度**。

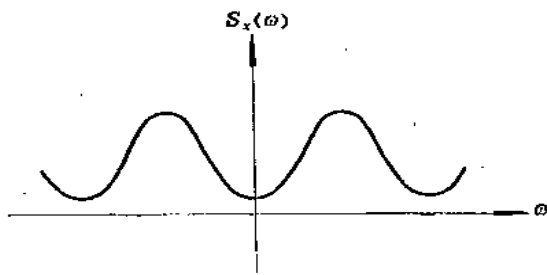


图 5-5 功率谱密度

功率谱密度与相关函数存在一定的关系。现将自相关函数写成频率函数的形式。注意到：

$$x(t+\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega(t+\tau)} d\omega$$

当 $x(t)$ 是各态历经过程的一个样本函数，则自相关函数由 (5-12b) 写成：

$$\begin{aligned}
R_x(\tau) &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) x(t+\tau) dt \\
&= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) e^{i\omega t} e^{i\omega \tau} d\omega \right] dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} X(i\omega) e^{i\omega \tau} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{i\omega t} dt \right] d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} X(i\omega) X(-i\omega) e^{i\omega \tau} d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T_0} |X(i\omega)|^2 e^{i\omega \tau} d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega \tau} d\omega
\end{aligned} \tag{5-21}$$

从上式可知，自相关函数 $R_x(\tau)$ 是功率谱密度 $S_x(\omega)$ 的傅立叶逆变换。因此参考 (5-17)，(5-18)， $S_x(\omega)$ 就是 $R_x(\tau)$ 的傅立叶变换，即：

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5-22)$$

上述的 $R_x(\omega)$ 与 $S_x(\omega)$ 的对应关系式 (5-21) (5-22), 称为**维纳——辛钦 (Wiener——Хинчин) 关系式**。

由于 $S_x(\omega)$ 是偶函数, 因而:

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= \int_0^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega + \int_0^{\infty} S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \\ &= 2 \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega \end{aligned} \quad (5-23)$$

由于 $R_x(\tau)$ 亦是偶函数, 因而亦可得到:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (5-24)$$

如果 $S_x(\omega)$ 是常数, 即对各个 ω 都相同, 它是由等强度的随机脉冲 $R(\tau)$ 所形成, 有这种谱的随机过程称为“**白噪声**”。实际现象的功率谱密度, 其分布一般说来是不均等的, 但如在比较宽的范围内有着大致均匀分布的情况, 就可理想化为常数来处理。在白噪声的情况下, 由式 (5-19) 可知, 平均功率或均方值 Ex^2 等于 $S_x(\omega)$ 与 ω 轴所围的面积, 为无限大, 所以这种随机过程实际上是不存在的。但是由于实际上用的频率范围不大, 而白噪声的 $S_x(\omega) = \text{常数}$, 便于分析, 因而在工程上亦常用到它。

将维纳——辛钦关系式推广到互相关函数和互谱密度函数, 得到:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5-25)$$

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5-26)$$

谱密度函数亦有一些重要的性质:

1. 根方差与谱密度的关系:

$$\text{当 } Ex = 0 \text{ 时: } \sigma_x = \sqrt{E[x^2]} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega} \quad (5-27)$$

只要知道谱密度函数, 由上式即可求得根方差。

2. 定义相干函数 (Coherence function):

$$\rho_{xy}(\omega)^* = \frac{|S_{xy}(\omega)|}{\sqrt{S_x(\omega)S_y(\omega)}} \quad (5-28)$$

可以证明^[7],

$$|S_{xy}(\omega)| \leq \sqrt{S_x(\omega)S_y(\omega)}$$

因而相干性函数的变化范围为:

$$0 \leq \rho_{xy}(\omega) \leq 1$$

$x(t)$ 和 $y(t)$ 完全相干时, $\rho_{xy}(\omega) = 1$; 毫无相干时, $\rho_{xy}(\omega) = 0$ 。

由于相干性函数 (5-28) 表示了频率域上的相关性关系, 而相关系数 (5-14) 表示了时间域内的相关性关系, 其值均在 0 到 1 之间变化, 二者都表示相关性, 因而在不致混淆的情况下, 相干性函数有时也可简称为**(频率域) 相关系数**。

上式说明, 如已知相干性函数, 则互谱密度函数值可由功率谱密度乘以该系数而得到。

* 相干函数也常用 $\text{coh}(\omega)$ 表示。

3. 功率谱密度 $S_x(\omega)$ 是偶函数, 而互谱密度函数 $S_{xy}(\omega)$ 却不是。

例題 5—2 已求得相关函数 $R_x(\tau) = \frac{1}{4} e^{-2a|\tau|}$, 试求它的谱密度。

解: 由式 (5—24) 得:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{4} e^{-2a\tau} \cos \omega \tau d\tau \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} e^{-2a\tau} \cos \omega \tau d\tau \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{2a}{4a^2 + \omega^2} = \frac{a}{2\pi(4a^2 + \omega^2)} \end{aligned}$$

谱密度的图形如图 5—6 所示。

在实用中, 按实际记录曲线来求谱密度, 会遇到傅立叶变换这种积分问题。今天, 利用电算, 把连续的积分离散化为求和, 已解决了这个实际计算问题, 从而为在频域分析振动问题铺平了道路。这是近年来发展中的一个方法, 叫做快速傅立叶变换, 常简写 FFT (Fast Fourier Transform)。

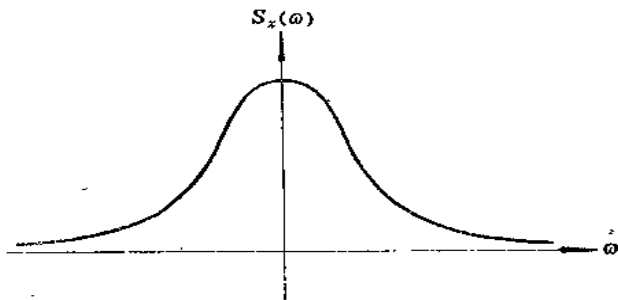


图 5—6

第五节 单自由度体系的随机振动

前已阐明, 统计数字特征例如根方差可用相关函数或功率谱密度来表示, 前者在时间域, 后者在频率域, 因而只要求得响应的相关函数或功率谱密度, 统计数字特征即可求得, 从而对响应作出概率上的估计。下面我们分时段和频域两方面来说明, 并且为简单起见, 只讨论各态历经的随机过程。

单自由度结构是我们熟悉的最简单的理想化了的模型, 如用质点——结构体系来表示, 则图 5—7a 所示的就是其中的一个。有时, 为了方便起见, 亦常用质点——弹簧体系来表示, 如图 5—7b 所示。

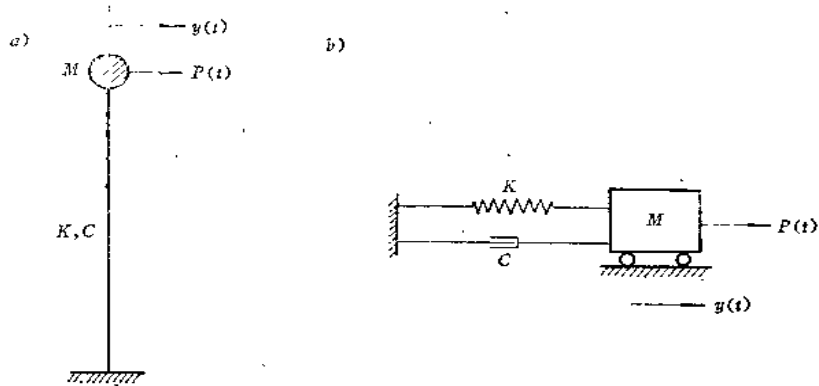


图 5—7 单自由度线性体系的振动模型

1. 时间域

(1) 脉冲响应函数

单自由度体系振动微分方程为:

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = P(t) \quad (5-29)$$

式中 M 为质量, C 为粘滞阻尼系数, K 为刚度系数, $P(t)$ 为外力, $y(t)$ 为质点位移响应, 如图 5-7 中所标明。

将上式除以 M , 可写成常用的标准形式为:

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta_1 \omega_1 \dot{y}(t) + \omega_1^2 y(t) = F(t) \quad (5-30)$$

式中: $\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{M}}$, 单自由度结构的自振频率;

$\zeta_1 = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$, 阻尼比;

$F(t) = \frac{P(t)}{M}$, 单位质量的外干扰。

设在 $t=0$ 时输入一个脉冲函数 $F(t) = \delta(t)$, 它常称为狄拉克 (Dirac) 函数, 它的定义为:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & (t=0) \\ 0, & (t \neq 0) \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (5-31)$$

则输出的位移响应 $y(t) = h(t)$ 可由式 (5-30) 求得。此时, 在 $t=0$ 的邻域内:

$$\dot{h}(t=0) = \delta(t)$$

$$\dot{h}(t=0) = \lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t \dot{h} dt = 1$$

$$h(t=0) = \lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t h dt = 0$$

因此 $\delta(t)$ 的作用相当于式 (5-30) 右端项为零, 而在 $\dot{y}(0) = 1$, $y(0) = 0$ 的初始条件下对方程求解, 而解得的 $y(t)$ 用 $h(t)$ 来表示。

工程上绝大部份结构, $\zeta < 1$, 此时方程的解为:

$$y(t) = e^{-\zeta_1 \omega_1 t} (c_1 \cos \omega_1' t + c_2 \sin \omega_1' t)$$

$$\omega_1' = \sqrt{1 - \zeta_1^2} \omega_1$$

根据初始条件:

$$y(0) = 0$$

$$c_1 = 0$$

$$\dot{y}(0) = 1$$

$$c_2 = \frac{1}{\omega_1'}$$

因此代入上式得:

$$y(t) = h(t) = \frac{e^{-\zeta_1 \omega_1 t}}{\omega_1'} \sin \omega_1' t, \quad t \geq 0 \quad (5-32)$$

由于 $h(t)$ 是脉冲函数 $\delta(t)$ 的位移响应, 因而常称为脉冲响应函数。

应用脉冲响应函数 $h(t)$ 可求得一般荷载 $F(t)$ 的解。设将输入 $F(t)$ 用一系列连续分布

的脉冲 $F(\tau) \Delta\tau \delta(t-\tau)$ 来代替。根据式 (5—31) 的定义推广, $\delta(t-\tau)$ 仅表示在 $t=\tau$ 时, $\delta(t)=\infty$, 而其脉冲总量为 1 的脉冲函数, 因而它的脉冲响应函数应为 $h(t-\tau)$ 。这样, 在 $F(\tau) \Delta\tau \delta(t-\tau)$ 作用下的响应应为 $F(\tau) \Delta\tau h(t-\tau)$ 。将各个脉冲迭加时得到体系的总响应 $y(t)$ 为 $\sum_{-\infty}^t F(\tau) \Delta\tau h(t-\tau)$ 。当 $\Delta\tau \rightarrow d\tau$ 时, 即得:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t F(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (5-33)$$

通常选取时间坐标为 $t < 0$ 时, $F(t) = 0$, 因而上式可写成:

$$y(t) = \int_0^t F(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (5-33a)$$

改变时间变量, 则上两式可写成

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^\infty F(t-\tau_1) h(\tau_1) d\tau_1 \\ &= \int_0^t F(t-\tau_1) h(\tau_1) d\tau_1 \\ &= \int_{-\infty}^\infty F(t-\tau_1) h(\tau_1) d\tau_1 \end{aligned} \quad (5-34)$$

将 (3—32) 代入 (3—33a), 即得:

$$y(t) = \frac{1}{\omega_1} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta_1 \omega_1 (t-\tau)} \sin \omega_1 (t-\tau) d\tau \quad (5-35)$$

此式即为一般结构动力学所得到的式子。

(2) 应用脉冲响应函数在时域中求各种随机响应

数学期望可由式 (5—34) 求得为:

$$Ey(t) = \int_{-\infty}^\infty EF(t-\tau_1) h(\tau_1) d\tau_1 \quad (5-36)$$

自相关函数由式 (5—34) 求得为:

$$\begin{aligned} R_y(t_1, t_2) &= Ey(t_1) y(t_2) = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty EF(t_1-\tau_1) F(t_2-\tau_2) \cdot h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty R_F(t_1-\tau_1, t_2-\tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad (5-37)$$

由以上两式, 只要输入的 $EF(t-\tau_1)$ 、 $R_F(t_1-\tau_1, t_2-\tau_2)$ 已知, 通过脉冲响应函数 $h(\tau)$, 即可求出有关的值。

如果 $F(t)$ 为平稳随机过程, 则 $EF(t-\tau_1)$ 及 $R_F(t_1-\tau_1, t_2-\tau_2)$ 与 t 无关, 通过积分后, 仍然与 t 无关, 即输入是平稳的, 输出亦是平稳的。同理, 输入如是各态历经的, 则输出亦是各态历经的。

由式 (5—33) 可知, $y(t)$ 是 t 时刻以前无数个 $F(\tau)$ 乘以脉冲函数之和。因此, 如果 $F(\tau)$ 是正态分布 (高斯分布) 的, 则输出 $y(t)$ 也是正态分布的。

当为平稳随机过程时, 则有关各式变成:

$$(1) \text{ 数学期望: } Ey(t) = Ey = EF \int_{-\infty}^\infty h(\tau) d\tau \quad (5-38)$$

(2) 自相关函数:

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty R_F(\tau+\tau_1-\tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (5-39)$$

2. 频率域

在时间域计算统计值常是复杂的,通常涉及较繁的积分运算,因而常把它变换到频率域中去,可有一定的简化。利用维纳——辛钦关系式(5—22)及上面的式(5—39)可得频率域的功率谱密度为:

$$\begin{aligned}
 S_y(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_F(\tau + \tau_1 - \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) e^{-i\omega\tau} d\tau_1 d\tau_2 d\tau \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_F(\tau_3) h(\tau_1) h(\tau_2) e^{-i\omega(\tau_3 + \tau_1 - \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 d(\tau_3 - \tau_1 + \tau_2) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \int_{-\infty}^{\infty} R_F(\tau_3) e^{-i\omega\tau_3} d\tau_3 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \cdot S_F(\omega) \quad (5-40)
 \end{aligned}$$

上式两项积分之后都保留了 ω ,且积分形式都是同一类型的,它是脉冲函数 $h(\tau)$ 的傅立叶变换。上面的式(5—39)(5—38),后者经过维纳——辛钦关系式变换后积分也有同一类型的形式。为此,令 $h(\tau)$ 的傅立叶变换为 $H(i\omega)$,则 $H(i\omega)$ 的傅立叶逆变换则为 $h(t)$ 。其关系式为:

$$H(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5-41)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5-42)$$

则得到频域的 $S_y(\omega)$ 为:

$$S_y(\omega) = H(-i\omega)H(i\omega)S_F(\omega) = |H(i\omega)|^2 S_F(\omega) \quad (5-43)$$

如果求得 $H(i\omega)$,则 $S_y(\omega)$ 即可求得。即使时域中的 $Ey(t)$ 、 $R_y(\tau)$ 亦可由它换算而得。由式(5—38)(5—39)得到:

$$Ey = EF \cdot H(0) \quad (5-44)$$

$$\begin{aligned}
 R_y(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_F(\omega) e^{i\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{i\omega\tau_1} d\tau_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_F(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(i\omega)|^2 S_F(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5-45)
 \end{aligned}$$

$H(i\omega)$ 是 $h(\tau)$ 的傅立叶变换。 $h(\tau)$ 是系统对于单位脉冲函数(即Dirac δ 函数)的响应,称为**脉冲响应**,因之 $H(i\omega)$ 亦有相应的意义。实际上,如果将式(5—41)与式(5—34)相比较,可以知道 $H(i\omega)$ 是 $F(t - \tau_1) = e^{-i\omega\tau_1}$,亦即 $F(t) = e^{i\omega t} = 1$ 时,系统的位移响应 $y(t)$ 。因此,如设输入为 $F(t) = e^{i\omega t}$ 时,系统的平稳响应为:

$$y(t) = H(i\omega) e^{i\omega t} \quad (5-46)$$

$h(t)$ 是系统对于单位脉冲函数的响应,称为**脉冲响应**,表征着时间域内的响应特性, $H(i\omega)$ 为如取 $F(t) = e^{i\omega t} = 1$ 时系统的位移响应,表征着在频率域内的响应特性,一般我们称它为**系统的频率响应**(或**频率响应函数**)。因此线性系统的特性可以用脉冲响应或者频率响应来表示。

从式 (5—44)、(5—45)、(5—43) 以及 (5—46) 可知, 当系统输入 $F(t)$ 时, 通过 $H(i\omega)$ 的传递可得出输出的响应, 对于位移响应 $y(t)$ 来说, 它表示了振幅的放大率, 因之频率响应函数也常称为 **传递函数** 或 **迁移函数** (transfer function)。

现在我们转入求频率响应或传递函数 $H(i\omega)$ 的值。虽然 $H(i\omega)$ 可从 $h(t)$ 的傅立叶变换求得, 即由式 (5—41) 得到, 但我们可以直接从运动方程来求。设 $F(t) = e^{i\omega t}$, 则 $y(t) = H(i\omega)e^{i\omega t}$, 代入运动方程式 (5—29), 得:

$$(i\omega)^2 H(i\omega) e^{i\omega t} + 2\zeta\omega_1(i\omega)H(i\omega)e^{i\omega t} + \omega_1^2 H(i\omega)e^{i\omega t} = e^{i\omega t}$$

$$\therefore H(i\omega) = \frac{1}{\omega_1^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega_1\omega} = \frac{1}{\omega_1^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + i2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) \right]} \quad (5-47)$$

因此频率响应或传递函数的模为:

$$|H(i\omega)| = \frac{1}{\omega_1^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_1} \right]^2}} \quad (5-48)$$

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{1}{\omega_1^4 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \right]^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right\}} \quad (5-48a)$$

频率响应或传递函数的幅角为:

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \frac{-2\zeta\frac{\omega}{\omega_1}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \quad (5-49)$$

在一般结构物上, ζ 值一般可取 0.05 以下非常小的值。由公式 (5—48) 或 (5—48a) 给出的曲线, 如图 5—8 所示, 并在 $\omega \approx \omega_1$ 处, 由于共振而出现尖峰, 而在 $\omega \approx \omega_1$ 前后为急剧下降的曲线。

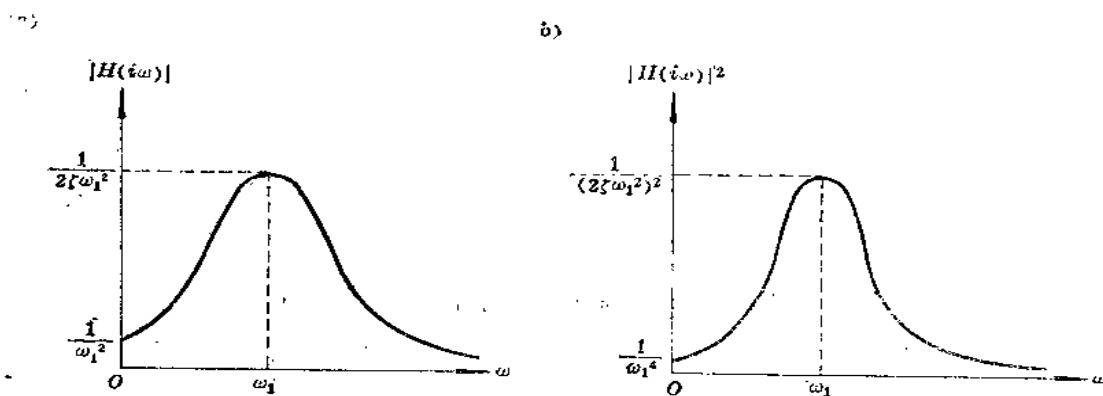


图 5—8 频率响应或传递函数特性

3. 输入 $F(t)$ 为白噪声时的响应

当输入 $F(t)$ 为白噪声时, 其功率谱密度应为:

$$S_P(\omega) = S_0 \quad -\infty < \omega < \infty \quad (5-50)$$

由于很多物理现象如地震等，可以用白噪声近似地来表达，它具有很简单的功率谱，即功率谱密度为常数，如公式 (5-50) 所示，所以是理论分析经常利用的平稳随机过程的一个重要的数学模型。

位移响应的功率谱密度由式 (5-43) 以及式 (5-48a) 得：

$$\begin{aligned} S_y(\omega) &= |H(i\omega)|^2 S_P(\omega) \\ &= \frac{S_0}{\omega_1^4 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_1} \right]^2 \right\}} \end{aligned} \quad (5-51)$$

由于 $Ey = 0$ ，所以方差值等于均方值，即：

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= Dy = Ey^2 = R_y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \\ &= \frac{S_0}{\omega_1^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_1} \right]^2} \\ &= \frac{S_0}{\omega_1^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_1} \right]^2} \\ &= \frac{\pi S_0}{2\zeta \omega_1^3} \end{aligned} \quad (5-52)$$

上面的广义积分可应用复变函数中的留数来进行计算而得。

例题 5-3:

已知输入为白噪声，功率谱密度 $S_0 = \frac{0.1g^2}{2\pi} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ， $\zeta = 0.1$ ， $\omega_1 = 50\pi$ 弧度/秒，输出的期望值为零，求位移输出的根方差。

解：

由公式 (5-52) 得

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \sqrt{\frac{\pi S_0}{2\zeta \omega_1^3}} \\ &= \sqrt{\frac{\pi \times \frac{0.1 \times 9.8^2}{2\pi}}{2 \times 0.1 \times (50\pi)^3}} = 0.0025 \text{ m} = 2.5 \text{ mm} \end{aligned}$$

第六节 多自由度和无限自由度体系的随机振动

多自由度体系的振动方程应为：

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{P(t)\} \quad (5-53)$$

最常用的解法为振型分解法，由于它具有正交性，因而根据需要，用很少几项，就能有成效地描述所求的位移响应。为此，设位移按振型分解为：

$$\{y\} = [\phi]\{q\} \quad (5-54)$$

式中 ϕ 为振型, q 为广义坐标。

将上式代入 (5—53), 得到:

$$[M][\phi]\{\ddot{q}\} + [C][\phi]\{\dot{q}\} + [K][\phi]\{q\} = \{P(t)\}$$

用振型矩阵的转置前乘上式各项, 得:

$$[\phi]^T[M][\phi]\{\ddot{q}\} + [\phi]^T[C][\phi]\{\dot{q}\} + [\phi]^T[K][\phi]\{q\} = [\phi]^T\{P(t)\}$$

由振型正交性, 得:

$$\left. \begin{aligned} [\phi]^T[M][\phi] &= [M^*] \\ [\phi]^T[K][\phi] &= [K^*] \\ [\phi]^T\{P(t)\} &= \{P^*(t)\} \end{aligned} \right\} \quad (5-55)$$

由于结构阻尼较小, 可以假定:

$$[\phi]^T[C][\phi] = [C^*] \quad (5-56)$$

上面式中右上角带“*”表示广义质量、广义刚度、广义荷载、广义阻尼, 除 $\{P^*(t)\}$ 外其矩阵为对角矩阵。乘以振型矩阵转置后的振动方程变成:

$$[M^*]\{\ddot{q}\} + [C^*]\{\dot{q}\} + [K^*]\{q\} = \{P^*(t)\}$$

根据对角矩阵的特点, 上式可以变成若干个振型计算结果的迭加。对于第 j 个振型, 上式为:

$$M_j^* \ddot{q}_j + C_j^* \dot{q}_j + K_j^* q_j = P_j^*(t) \quad (5-57)$$

或:

$$\ddot{q}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = \frac{P_j(t)}{M_j^*} = F_j(t) \quad (5-58)$$

对于 n 个自由度体系, 这样的独立方程也有 n 个。

对于位移响应, 由式 (5—54), 可得:

$$y(t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(z) q_j(t) \quad (5-59)$$

为了表示广泛起见, 对于某处任何响应量 $R(z, t)$ 可表示为:

$$R(z, t) = \sum_{j=1}^n A_j(z) q_j(t) \quad (5-60)$$

式中 $A_j(z)$ 为第 j 个振型的响应函数, 它等于第 j 个振型上的惯性力 $M_j \omega_j^2 \phi_j(z)$ 引起的所求响应量。式 (5—57) (5—58) 类似于式 (5—29) (5—30), 因而其解可套用式 (5—34), 代入上式得到:

$$R(z, t) = \sum_{j=1}^n A_j(z) \int_{-\infty}^{\infty} F_j(t - \tau_1) h_j(\tau_1) d\tau_1 \quad (5-61)$$

则

$$R(z, t + \tau) = \sum_{k=1}^n A_k(z) \int_{-\infty}^{\infty} F_k(t + \tau - \tau_2) h_k(\tau_2) d\tau_2$$

自相关函数由式 (5—37) (5—39) 可得:

$$\begin{aligned} R_k(z, \tau) &= E R(z, t) R(z, t + \tau) \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_j(z) A_k(z) R_{F_j F_k}(\tau + \tau_1 - \tau_2) \\ &\quad \cdot h_j(\tau_1) h_k(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned}$$

因而相应于 (5—43) 的谱密度公式为:

对于小阻尼体系, 由振型 j 产生的响应同振型 K 产生的响应几乎是统计独立的。这样, 上式中各交叉项都相对地较小, 可以略去。这样就只保留脚标相同的各项, 得:

式中 $S_{F_i F_i}(\omega)$ 常写成 $S_{F_i}(\omega)$ 。

式(5—62)或(5—62a)中的 $S_{F_j F_k}(\omega)$ 可根据式(5—58) $F_j(t)$ 的定义及式(5—55)求得,即:

式中:

既得功率谱密度 $S_R(z, \omega)$ ，由 (5—27) 即可求得 σ_R ，其值为各个振型影响的迭加，即：

如各振型最大响应出现概率都相同, 与各根方差之间存在同样的线性关系, 即:

代入上式得到

56

式 (5—64) (5—65) 提供了估计总响应根方差及其最大值的实用方法，常称**平方总和—开方法**。(Root-Sum-Square Method)。

无限自由度体系是多自由度体系质体由有限趋向于无限的结果，因而其动力特性是完全相同的。在上面各式中，把有限项总和改为无限项总和或积分的结果，即能得出相似的公式。有关方程如下。

无限自由度振动方程：

$$m(z) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C \frac{\partial^2}{\partial t \partial z^2} \left(I(z) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI(z) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = p(z, t) \quad (5-53a)$$

设位移按振型分解为：

$$y(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} q_j(t) \phi_j(z) \quad (5-54a)$$

代入上式通过振型正交性可求得广义坐标 $q_i(t)$ 的方程为：

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{P_i^*(t)}{M_i^*} = F_i(t) \quad (5-58)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} M_i^* &= \int m(z) \phi_i^2(z) dz \\ P_i^* &= \int p(z, t) \phi_i(z) dz \end{aligned} \right\} \quad (5-55a)$$

用与多自由度体系完全类似的方法，可以得到小阻尼体系各振型统计独立时的响应谱密度公式为：

$$S_R(z, \omega) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^2(z) |H_j(i\omega)|^2 S_{F_j F_j}(\omega) \quad (5-62b)$$

其他依此类推。

当系统受到多个集中力或分布力输入同时激振时，除了给出各个输入的功率谱密度或相关函数外，还必须给出各个输入之间的互谱密度或互相关函数。只有各个输入毫不相关而独立时，才可按各个输入分别求出响应，然后迭加。

例题 5—4：

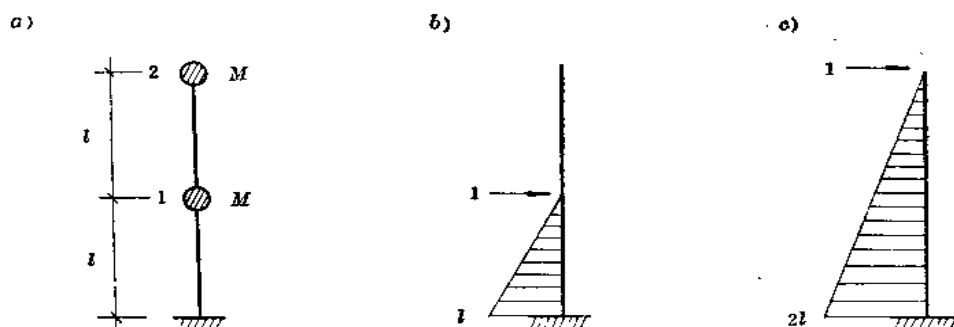


图 5—9 例 题

图 5—9a 示一悬臂结构, 各质点均有水平向输入随机力, 输入谱密度均为白噪声,

$$S_{P_1 P_1}(\omega) = S_0, \quad S_{P_2 P_2}(\omega) = \frac{S_0}{2}, \quad S_{P_1 P_2}(\omega) = S_{P_2 P_1}(\omega) = \frac{S_0}{4},$$

$EI = \text{常数}$, 阻尼比均为 ζ , 属小阻尼体系, 求支座水平反力响应的根方差。

解:

1. 自振频率和振型

由图 5—9 b), c), 按图形相乘得柔度矩阵为:

$$[\delta] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} & 8 \end{bmatrix} \frac{l^3}{3EI}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$$

由频率方程:

$$|\omega^2 [\delta] [M] - [I]| = 0$$

得到

$$\omega_1^2 = 0.3409 \frac{EI}{Ml^3}$$

$$\omega_2^2 = 15.0881 \frac{EI}{Ml^3}$$

如按刚度矩阵 $[K] = [\delta]^{-1}$ 计算, 由频率方程 $|[K] - \omega^2 [M]| = 0$ 当然也可得到相同结果。

将 ω_1^2 及 ω_2^2 分别代入振幅方程:

$$(\omega^2 [\delta] [M] - [I]) \{\phi\} = 0$$

即可得到各振型为:

$$\{\phi_1\} = [1, 3.12]$$

$$\{\phi_2\}^T = [1, -0.32]$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.12 & -0.32 \end{bmatrix}$$

2. 输入谱密度按振型的换算

由式(5—55)

$$M_1^* = \{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\} = 10.7344 M$$

$$M_2^* = \{\phi_2\}^T [M] \{\phi_2\} = 1.1024 M$$

$$\therefore F_i(t) = \frac{P_i^*(t)}{M_i^*}, \quad P_i^*(t) = \{\phi_i\}^T \{P(t)\}$$

$$\therefore S_{F_i F_j}(\omega) = \frac{1}{M_i^{*2}} \{\phi_i\}^T \begin{bmatrix} S_{P_1 P_1}(\omega) & S_{P_1 P_2}(\omega) \\ S_{P_2 P_1}(\omega) & S_{P_2 P_2}(\omega) \end{bmatrix} \{\phi_j\}$$

将有关式子代入得到:

$$S_{F_1 F_1}(\omega) = \frac{7.427 S_0}{M_1^{*2}}, \quad S_{F_2 F_2}(\omega) = \frac{0.8912 S_0}{M_2^{*2}}$$

3. 响应函数 A_i 的计算 (本题为支座水平反力)

$$A_i = [1, 1] \omega_i^2 [M] \{\phi_i\}$$

将有关式子代入得到:

$$A_1 = 4.12 M \omega_1^2$$

$$A_2 = 0.68 M \omega_2^2$$

4. 输出的功率谱密度及根方差

由式 (5—62), 考虑小阻尼, 得:

$$S_R(z, \omega) = \sum_{j=1}^2 A_j^2(z) |H_j(i\omega)|^2 S_{F_i F_i}(\omega)$$

因为 $S_{F_i F_i}(\omega)$ 是一常数, 参考式 (5—51)、(5—52) 得到:

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_R(z, \omega) d\omega \\ &= \sum_{j=1}^2 \frac{\pi}{2\zeta} \frac{A_j^2(z) S_{F_i F_i}(\omega)}{\omega_1^3} \\ &= \frac{\pi}{2\zeta} \left(\frac{4.12^2 \times 7.427}{10.7344^2} \sqrt{0.3409} + \frac{0.68^2 \times 0.8912}{1.1024^2} \sqrt{15.0881} \right) S_0 \sqrt{\frac{EI}{M l^3}} \\ &= 3.0724 \frac{S_0}{\zeta} \sqrt{\frac{EI}{M l^3}} \end{aligned}$$

第六章 脉动风的概率特性

脉动风荷载是随机荷载，又是风力中的动力成份，它使结构产生了随机振动。因此，在计算结构随机风振之前，必须对脉动风的概率特性作一全面的了解。

随机振动理论涉及输入的分布特性、功率谱密度、荷载的分布规律以及空间相关性等等。本章对它们分别作了详细的阐述。

第一节 脉动风的概率分布

在着手进行脉动风随机响应分析之前，必须先确定脉动风的概率特性。与大多数工程问题处理方法一样，根据风的记录，如果舍弃初始阶段附近的严重的非平稳性范围，则风非常接近平稳随机过程。风的记录分析也表明，每一样本函数的概率分布几乎相等，因而脉动风时常进一步作为各态历经过程来近似考虑。这样，如果能够取得一条有代表性的足够长的风速记录，就能简便地分析出它的各种概率特性。

图 6—1a 是一条某次强风观测记录的一部份。按各态历经过程考虑，以时间的平均代替样本的平均，因而可以很方便地求出它的概率密度曲线，如图 6—1b 所示。可以看出，对于平均风速 \bar{v} 位置而言，它几乎是对称分布，大体上符合正态分布规律。因而脉动风常近似作为高斯过程来考虑。

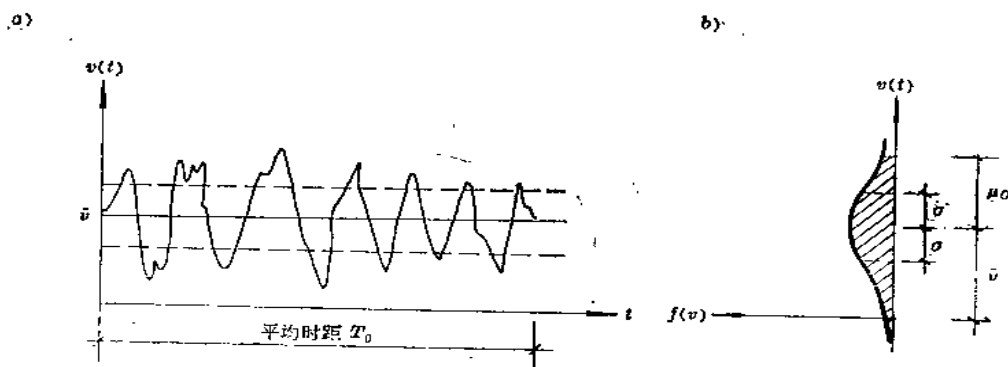


图 6—1 脉动风分布规律

根据高斯曲线，可以很快求出它的平均值 \bar{v} 和根方差 σ 。这样就可以确定一定保证率下的设计最大风速：

$$v_{dp} = \bar{v} + \mu\sigma \quad (6-1)$$

Davenport 按极值的概率分布来确定这个**保证系数（峰因子）** μ 值。

设 T_0 时间内有 N 个独立的极大值（峰值），所有 N 个极大值均不超过 $\mu\sigma$ （脉动风速部份）的概率，也就是最大的极大值不超过 $\mu\sigma$ 的概率，称为**极值的概率**。如取无量纲 μ 为随机变量，每一极大值不超过 $\mu\sigma$ 的概率分布函数为 $F(\mu)$ ，则所有 N 个极大值均不超过 $\mu\sigma$ 的极值概率应为：

$$F_1(\mu) = [F(\mu)]^N \quad (6-2)$$

根据随机振动理论^[39]，极大值（峰值）不超过 $\mu\sigma$ 的概率密度函数为：

$$f(\mu) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \left[\varepsilon \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\varepsilon^2}\right) + (1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}} \mu \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\mu(1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}/\varepsilon} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \right] \quad (6-3)$$

式中：

$$\varepsilon^2 = \frac{m_0 n_{0.4} - m_2^2}{m_0 m_4} \quad (6-4)$$

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n S_y(\omega) d\omega \quad (6-5)$$

由定义可得出 (6-2) 中所需的 $F(\mu)$ 为：

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\mu} f(\mu) d\mu \quad (6-6)$$

Rice 曾导出 T_0 时间内发生极大值的次数 N 为：

$$N = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_4}{m_2} \right)^{\frac{1}{2}} T_0 \quad (6-7)$$

Davenport 利用 (6-2)~(6-7) 各式，求得 $F_1(\mu)$ 为：

$$F_1(\mu) = \exp\left[-\bar{n} T_0 \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right)\right] \quad (6-8)$$

式中：

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\int_0^{\infty} n^2 S_v(n) dn / \int_0^{\infty} S_v(n) dn \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (6-9)$$

它可理解为风速频谱的平均频率，是单位时间内以正斜率通过 \bar{v} 线的平均次数。式中 $S_v(n)$ 为脉动风速谱。将 (6-8) 两边求导，得到：

$$f_1(\mu) = \frac{d}{d\mu} \exp\left[-\bar{n} T_0 \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right)\right] \quad (6-10)$$

引进变量

$$v = \bar{n} T_0 \exp\left(-\frac{\mu^2}{2}\right) \quad (6-11)$$

则上式可写成

$$f_1(\mu) = \mu v \exp(-v) \quad (6-12)$$

对 (6-11) 两边取自然对数：

$$\ln v = \ln \bar{n} T_0 - \frac{\mu^2}{2}$$

求得

$$\begin{aligned}\mu &= (2 \ln \bar{n} T_0 - 2 \ln v)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[2 \ln \bar{n} T_0 \left(1 - \frac{\ln v}{\ln \bar{n} T_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{2 \ln \bar{n} T_0} - \frac{\ln v}{\sqrt{2 \ln \bar{n} T_0}} - \frac{1}{2} \frac{\ln^2 v}{\sqrt{(2 \ln \bar{n} T_0)^3}} + \dots \quad (6-13)\end{aligned}$$

μ 的数学期望为

$$\begin{aligned}E\mu &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu_1 f_1(\mu_1) d\mu_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu_1 \exp(-v_1) dv_1\end{aligned}$$

只考虑式 (6-13) 的前三项, 代入上式积分后得到:

$$\begin{aligned}E\mu &= \sqrt{2 \ln \bar{n} T_0} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln \bar{n} T_0}} - \frac{1}{2} \frac{\frac{\pi^2}{6} + 0.5772^2}{\sqrt{(2 \ln \bar{n} T_0)^3}} \\ &\approx \sqrt{2 \ln \bar{n} T_0} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln \bar{n} T_0}} \quad (6-14)\end{aligned}$$

图 6-2 是根据式 (6-10) 画出的概率密度曲线, 可以看到 $\bar{n} T_0$ 数值愈大, 图形也愈高陡。因而在实际工程上, 完全可以把 $E\mu$ 作为最大值处理。

Davenport 建议 $\bar{n} T_0$ 应取的范围由图应为 10^2 以上, 求得的 μ 值通常均在 3 以上。这种假设 T_0 时间内最大的极值不超过设计值而求得的 μ 值, 通常认为是偏高的。一些文献^[14,28]建议 μ 值可取 2~2.5 较为适宜。此时保证率也分别达到 97.73% 和 99.38%, 在工程上精度足够。

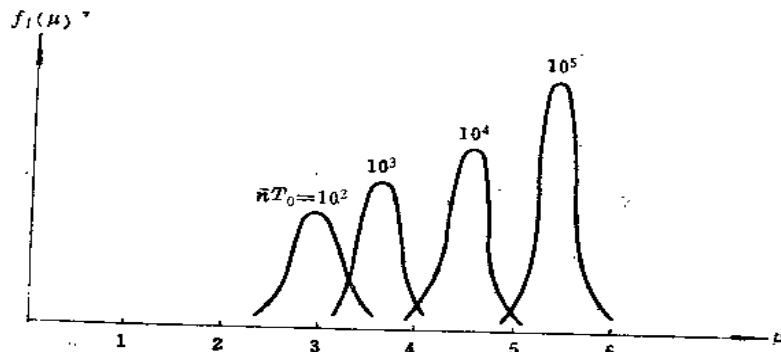


图 6-2 极值概率密度函数

第二节 脉动风功率谱

脉动风功率谱是应用随机振动理论进行计算必须具备的资料, 它需由强风观测得到的风速记录得出。常有两种途径:

1. 把强风观测记录经过相关分析, 获得风速的相关曲线, 建立相关曲线的数学表达式

相关函数 $R(\tau)$ ，然后通过傅氏变换求得功率谱的数学表达式。

图 6—3、6—4 是根据强风观测记录所获得的水平脉动风压的相关函数和谱密度。由图 6—3, Барштейн 将相关函数表示为:

$$R(\tau) = e^{-a|\tau|}(\cos \beta \tau + \mu \sin \beta |\tau|) \quad (6-15)$$

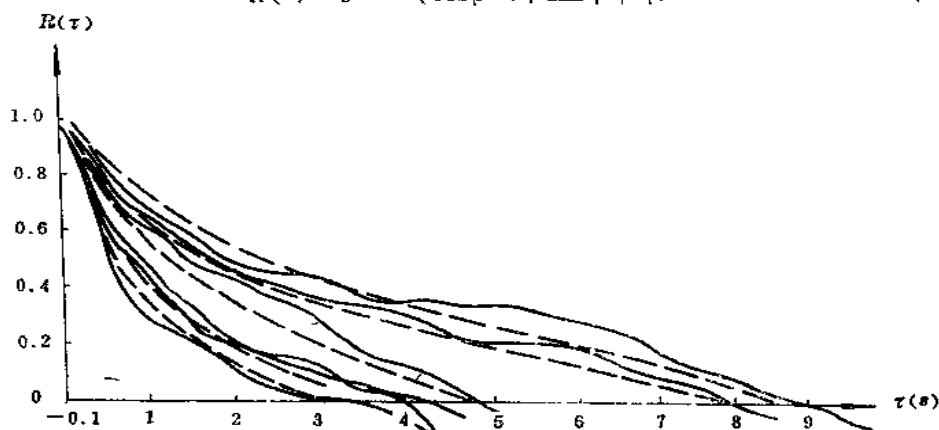


图 6—3 脉动风压的相关函数: 实线为实验曲线, 虚线为理论曲线
(根据石油岛上测风记录)

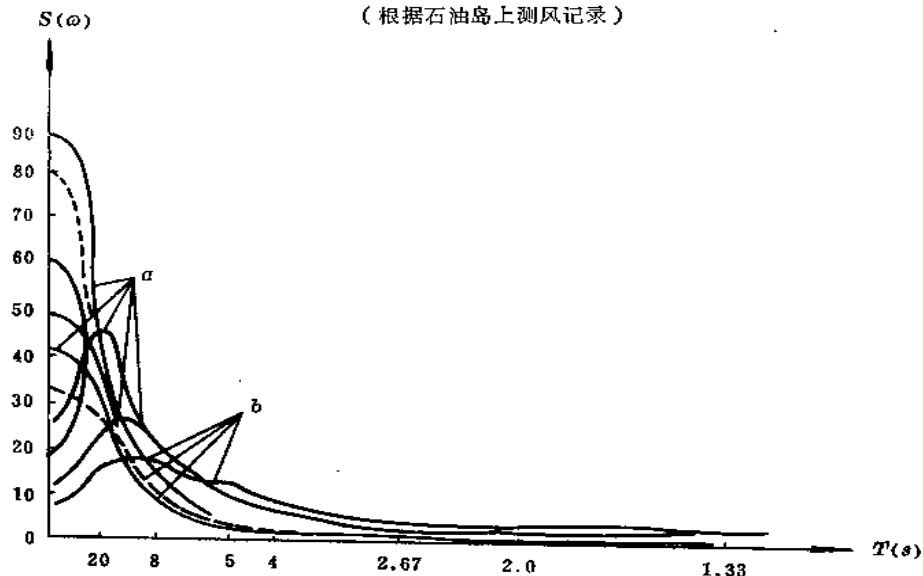


图 6—4 脉动风压的谱密度
a—在石油岛上记录的 b—在莫斯科区记录的

而谱密度 $S(\omega)$ 与相关函数 $R(\tau)$ 的关系可通过傅氏变换得到:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-a|\tau|} (\cos \beta \tau + \mu \sin \beta |\tau|) \cos \omega \tau d\tau \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{(\alpha - \mu\beta)\omega^2 + (\alpha + \mu\beta)(\alpha^2 + \beta^2)}{\omega^4 + 2(\alpha^2 - \beta^2)\omega^2 + (\alpha^2 + \beta^2)^2} \quad (6-16)$$

式中:

$$\mu \leq \frac{\alpha}{\beta}, \quad \omega \text{——圆频率}$$

Choi Cheong Chuen 根据强风观测发现, 不同高度处的谱函数的形式是不相同的, 随着高度的增加, 谱的峰值减小, 峰值的频率也有所降低, 他建议取:

$$R(\tau) = e^{-A\tau} [\alpha_0 + \sum_i \alpha_i \cos m_i \tau] \quad (6-17)$$

$$S(\omega) = 4\sigma^2 \left[\frac{\alpha_0 A}{A^2 + \omega^2} + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\alpha_i A}{A^2 + (\omega + m_i)^2} + \frac{\alpha_i A}{A^2 + (\omega - m_i)^2} \right] \quad (6-18)$$

式中: A 、 α_0 、 α_i 是常数。

通过相关函数按傅氏变换求谱密度的方法, 由于 $R(\tau)$ 有一定的误差, 再通过傅氏变换还可能增加一些误差。

2. 把强风记录通过超低频滤波器, 直接测出风速的功率谱曲线, 建立数学表达式。

图 6—5、图 6—6 是水平风速谱。从近地面处水平风速谱图 6—5 看出, 候风的功率谱在周期 $T = 4$ 天处有峰值, 而在阵风带在稍大于周期 $T = 1$ 分钟处有峰值, 此即通常所说的近地面风的卓越周期略超过 1 分钟, 因而风谱的卓越频率远低于建筑物的自振频率。Davenport 根据这些资料, 提出通用的功率谱表达式为:

$$\frac{nS_v(n)}{Kv^2} = f\left(\frac{nL}{v}\right) \quad (6-19)$$

式中: n ——频率 (波数);
 K ——一种表达地面粗糙度的系数;
 L ——湍流的长度尺度

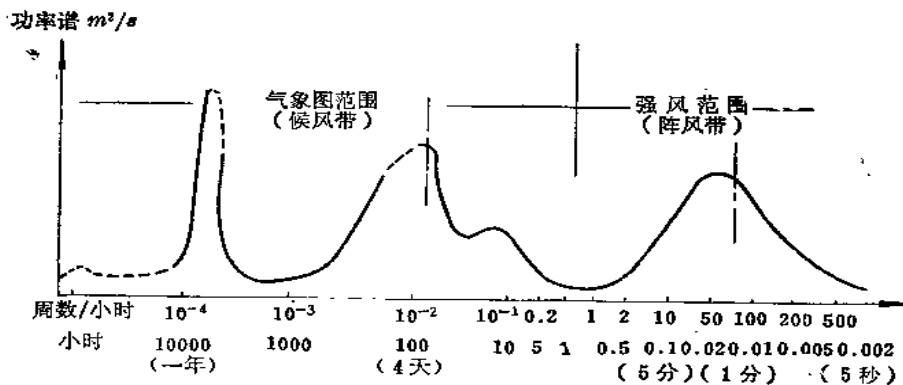
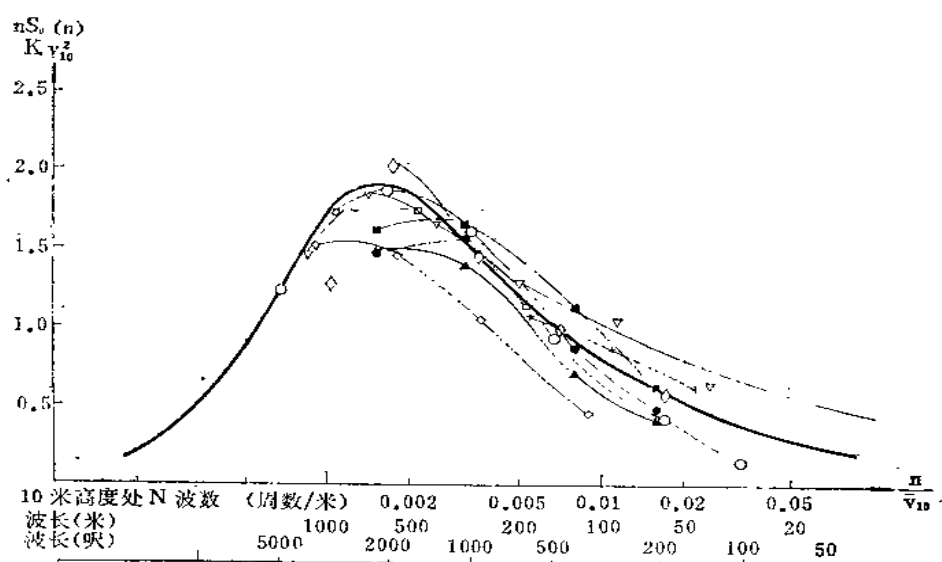


图 6—5 近地面处水平风速谱
 (由 Van der Hoven 在美国 Brookhaven 100 米高度处测得)
 ——测得 ---推论

Davenport 根据世界上不同地点、不同高度测得的 90 多次强风记录, 他认为水平脉动风速谱中, 紊流尺度沿高度是不变的, 并提出了经验公式:



地 点	高 度 (呎)	地 面	K
□ Saven 桥	100	河 湾 开隔的草地具有少量的树	0.003
△ Sale	503		
• "	201		
■ "	40		
□ Cardington	50	篱笆围护的广场 矮树和 30 呎高树	0.008
▽ Aan Arbol	25—200		
× Cranfield	50		
○ Broo Khaleh	800		
⊙ London	150	市 镇	0.030

图 6-6 阵风的水平风速谱 (按 Davenport 资料)

$$\left. \begin{aligned} S_v(n) &= 4 K \bar{v}_{10}^2 \frac{x^2}{n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}} \\ x &= \frac{1200n}{\bar{v}_{10}} \end{aligned} \right\} \quad (6-20)$$

式中系数 K 值已于图 6-6 中所示, \bar{v}_{10} 单位为米/秒, n 为 1/秒, 谱的峰值约在 $\frac{n}{\bar{v}_{10}} = 0.0018$ 处。

Harris 对 Davenport 谱作了修改, 使其与 Van Karman 风洞试验结果更符合一致, 他的修改式为:

$$\left. \begin{aligned} S_v(n) &= 4 K \bar{v}_{10}^2 \frac{x}{n(2+x^2)^{\frac{5}{6}}} \\ x &= \frac{1800n}{\bar{v}_{10}} \end{aligned} \right\} \quad (6-21)$$

在风速谱沿高度不变基础上, 西安热工所自 1978 年起在我国南部第一次对风速谱作了实测^[17], 经整理, 得经验公式^[24] 为:

$$\left. \begin{aligned} S_v(n) &= \frac{1.611 K \bar{v}_{10}^2}{n} \exp \left[-\frac{(\lg x - 0.61)^2}{0.5408} \right] \\ x &= \frac{1200n}{v_{10}} \end{aligned} \right\} \quad (6-22)$$

图 6—7 绘出了我国实测的风速谱的数据及 Davenport、Harris 和文 [24] 三条经验曲线, 显然 Davenport 和 Harris 曲线远离我国实测数据, 它的峰值较大, 且较偏于低频区。

上面各式是按风速谱沿高度不变而得到的经验公式。有人认为, 紊流尺度随高度的增加而减小, 上面假定太偏于安全了。例如 Emil Simiu 提出的沿高度变化的风速谱为:

$$\left. \begin{aligned} S_v(n) &= 200 K \bar{v}_{10}^2 \frac{x}{n(1+50x)^{\frac{5}{3}}} \quad x \leq 0.2 \\ x &= \frac{nz}{v} \end{aligned} \right\} \quad (6-23a)$$

$$\left. \begin{aligned} S_v(n) &= 0.26 K \bar{v}_{10}^2 \frac{1}{nx^{\frac{5}{3}}}, \quad x > 0.2 \\ x &= \frac{nz}{v} \end{aligned} \right\} \quad (6-23b)$$

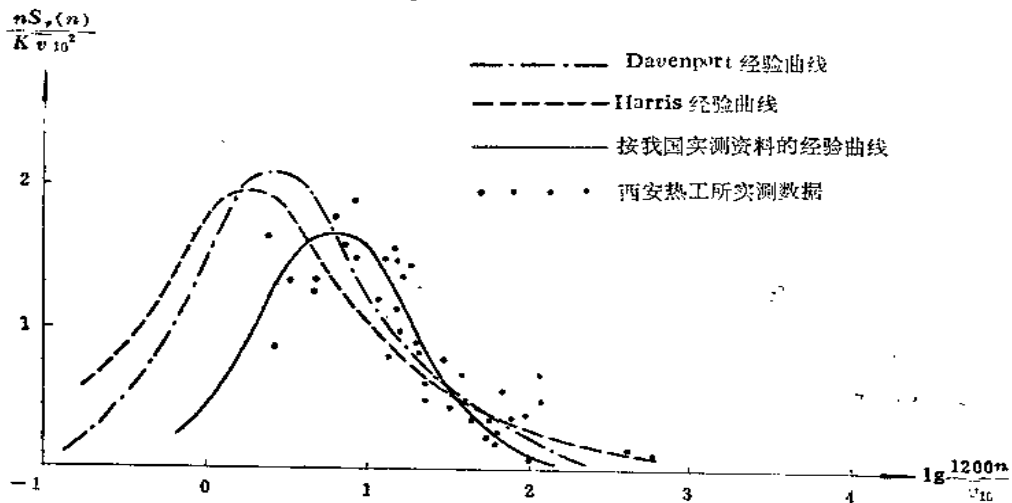


图 6—7 各种风速谱经验曲线与我国实测资料的比较

日本 Hino 也提出了沿高度变化的风速谱, 我国正在积极准备对这方面的资料进行新的测试。

有了脉动风速的风速谱 $S_v(n)$, 可以求出相对应的脉动风压功率谱 $S_w(n)$ 。设任一高度任一瞬时总风压为 w , 平均风压为 \bar{w} , 脉动风压为 w_f , 则

$$\sigma_{w_f}^2 = E w_f^2 = E (w - \bar{w})^2$$

如取

$$w = \frac{v^2}{16} \quad \bar{w} = \frac{\bar{v}^2}{16}$$

则

$$\begin{aligned}\sigma_{w_f}^2 &= E\left(\frac{v^2}{16} - \frac{\bar{v}^2}{16}\right)^2 = E\left(\frac{1}{16}\right)^2 [(\bar{v} + v_f)^2 - \bar{v}^2]^2 \\ &= E\left(\frac{1}{16}\right)^2 [2\bar{v}v_f + v_f^2]^2\end{aligned}\quad (6-24)$$

因为脉动风速 v_f 与平均风速 \bar{v} 相比，可以看作是一微小量值，因而 v_f^2 与 $2\bar{v}v_f$ 相比要小得多，可以略去。此时上式变为：

$$\begin{aligned}\sigma_{w_f}^2 &= E\left(\frac{1}{16}\right)^2 [2\bar{v}v_f]^2 = E\left[\left(\frac{1}{16}\right)^2 \cdot 4\bar{v}^2 v_f^2\right] \\ &= \left(\frac{1}{16}\right)^2 \cdot 4\bar{v}^2 E v_f^2 \\ &= \left(\frac{1}{16}\right)^2 4\bar{v}^2 \sigma_{v_f}^2 \\ &= 4 \frac{\bar{w}^2}{\bar{v}^2} \sigma_{v_f}^2\end{aligned}\quad (6-25)$$

$$\begin{aligned}\therefore \sigma_{w_f}^2(x, z) &= \int_0^\infty S_w(x, z, n) dn, \\ \sigma_{v_f}^2 &= \int_0^\infty S_v(n) dn \\ \therefore S_w(x, z, n) &= 4 \frac{\bar{w}^2}{\bar{v}^2} S_v(n)\end{aligned}\quad (6-26)$$

上式是脉动风速谱与风压谱换算的一般公式。如采用 Davenport 风速谱，即将式 (6-20) 代入上式，得到：

$$S_w(x, z, n) = 16 K \bar{w}^2 \frac{\bar{v}_{10}^{-2}}{\bar{v}^2} \frac{x^2}{n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}}\quad (6-27)$$

对于高度 10 米处，脉动风压谱应为：

$$S_{w10}(n) = 16 K \bar{w}_{10}^2 \frac{x^2}{n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}}\quad (6-27a)$$

设脉动风压面荷载可以分解为：

$$w_f(x, z, t) = w_f(x, z) f(t)$$

因为脉动风压是随机荷载，所以 $w_f(x, z)$ 应该用统计值代入，即用根方差 $\sigma_{w_f}(x, z)$ 代入。对某一确定位置 (x, z) 处，其自谱密度为：

$$S_w(x, z, t) = \sigma_{w_f}^2(x, z) S_f(n)$$

$S_f(n)$ 仅是对时间 t 的随机性，与位置无关。由上式得：

$$\begin{aligned}S_f(n) &= \frac{S_w(x, z, n)}{\sigma_{w_f}^2(x, z)} = \frac{S_w(x, z, n)}{\int_{-\infty}^{\infty} S_w(x, z, n) dn} \\ &= \frac{\frac{x^2}{n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}}}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}} dn} \\ &= \frac{2x^2}{3n(1+x^2)^{\frac{4}{3}}}\end{aligned}\quad (6-28)$$

上面讨论的均是脉动风水平功率谱, 是根据脉动风速水平分量得到的。除了水平功率谱以外, 还有垂直功率谱。Panofsky 等广泛研究了垂直谱, 并提出经验公式为:

$$\left. \begin{aligned} S(n) &= 6 K \bar{v}_{10}^{-2} \frac{x}{n(1+4x)^2} \\ x &= \frac{nz}{\bar{v}} \end{aligned} \right\} \quad (6-29)$$

曲线如图6—8所示。它也有一个峰值, 出现在 $\frac{nz}{\bar{v}} = 0.25$, 即波长 $\frac{\bar{v}}{n}$ 四倍于高度时。从图6—6和6—8对比中可以看出, 垂直谱值要比水平谱小。对于高耸和高层结构, 通常只考虑水平谱的影响。

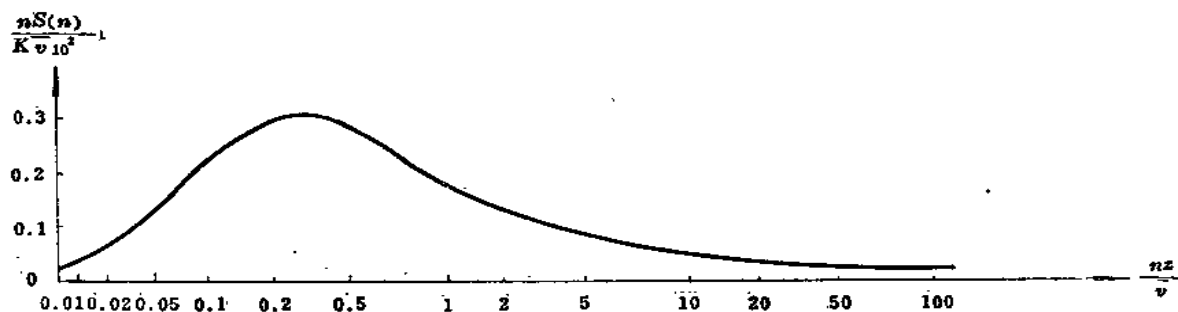


图 6—8 阵风垂直风速谱 (按 Panofsky)

第三节 脉 动 系 数

脉动风速根方差 σ_{vf} 或脉动风压根方差 σ_{wf} 沿高度的变化规律, 常用脉动系数来表示。它的定义为:

$$\mu_f(z) = \frac{\mu \sigma_{wf}(z)}{w(z)} \quad (6-30)$$

式中 μ 为保证系数或峰因子, 在第一节中已加以阐明。

脉动系数主要根据试验来确定。文[18,20,21,34]研究结果表明, 随着高度的增加, 脉动系数逐渐减小, 并且到达梯度风高度后趋于定值。图6—9a表示脉动系数沿高度变化的规律。应该指出, 脉动系数沿高度的减小, 并不表示脉动风压根方差 σ_{wf} 沿高度亦减小。由于平均风压 \bar{w} 沿高度按指数规律 (公式(4—13)) 增加, 因此脉动风压也随高度增加而增加, 见图6—9b。

根据 Davenport 脉动风水平功率谱 (6—20), 也可求出相应的脉动系数。由 (6—20):

$$\sigma_{vf} = \left[\int_0^\infty S_v(n) dn \right]^{1/2} = \sqrt{6K} \bar{v}_{10} \quad (6-31)$$

由式 (6—25) 得到:

$$\sigma_{wf} = \sqrt{24K} \bar{w} \frac{\bar{v}_{10}}{\bar{v}} \quad (6-32)$$

实际上直接根据脉动风压谱式 (6—27), 也可得到上式。

将上式代入 (6—30), 并由 (4—11)(4—12) 的 $\frac{\bar{v}}{\bar{v}_{10}}$ 与风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 的关系,

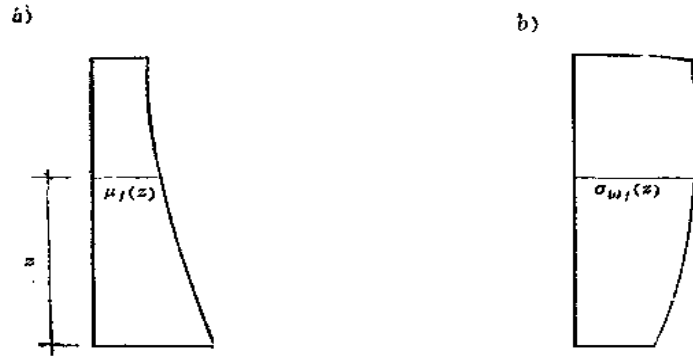


图 6—9 脉动系数及脉动风压根方差沿高度变化规律

得到:

$$\mu_f(z) = \mu \sqrt{24K} \frac{\bar{w}}{w} \frac{\bar{v}_{10}}{v} = \mu \sqrt{24K} \frac{\bar{w}}{w} \mu_z^{-\frac{1}{2}}(z) \quad (6-33)$$

在风振计算中, 我们根据各态历经假设进行分析, 可取一条有代表性的强风记录曲线进行计算。这样, 从图 6—1, \bar{v} (或换算为 \bar{w}) 设计上可取为平均风速 (或风压) 最大值 v (或 w) 来考虑, 因而上式 \bar{w}/w 为 1, 得到:

$$\mu_f(z) = \mu \sqrt{24K} \mu_z^{-\frac{1}{2}}(z) \quad (6-33a)$$

K 值表示粗糙度系数, 图 6—6 Davenport 已给出它的数值范围。有的文献认为 σ_{vf}/\bar{v}_{10} 在空旷地区约在 0.12~0.18^[13], 由式 (6—31) 即 $\sqrt{6K}$ 约在 0.12~0.18。如果取 $\mu = 2 \sim 2.5$, 则由上式可知, $\mu_f(z)$ 约为 $(0.48 \sim 0.90) \mu_z^{-\frac{1}{2}}(z)$ 范围之内。由于 K 值试验结果离散性较大, 变化范围也大, 因而难以确定适当的数值。

我国荷载规范 1985 年或文 [23], 根据国内外一些资料, 建议脉动系数采用 $a(\alpha) \mu_z^{-\frac{1}{2}}(z)$ 的形式, 其式为:

$$\mu_f(z) = 0.5 \times 35^{1.8(\alpha-0.16)} \mu_z^{-\frac{1}{2}}(z) = 0.5 \times 35^{1.8(\alpha-0.16)} \left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (6-34)$$

上式也符合文 [13] 提供的数据范围。

为了便于应用参考, 上式已制成表, 如表 6—1 所示。

风 压 脉 动 系 数 $\mu_f(Z)$

表 6—1

地 貌	$Z(m)$															
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350	≥ 400
A($\alpha=0.12$)	0.39	0.36	0.34	0.33	0.32	0.31	0.31	0.30	0.30	0.29	0.28	0.27	0.26	0.26	0.26	0.26
B($\alpha=0.16$)	0.50	0.45	0.42	0.40	0.39	0.38	0.37	0.36	0.35	0.35	0.32	0.31	0.30	0.29	0.28	0.28
C($\alpha=0.20$)	0.65	0.56	0.52	0.49	0.47	0.45	0.44	0.43	0.42	0.41	0.38	0.36	0.34	0.33	0.32	0.31

第四节 脉动风的空间相关性

阵风的特性除用自相关性描述外, 还可用空间相关性来表示。强风观测表明, 各点风速、

风向并不是完全同步的，甚至可能是完全无关的。

空间相关性主要包括侧向左右相关和竖向上下相关，在必要时，还应包括前后相关。

建筑物在水平方向总是有一定长度的，因而当水平风力作用时，它们一般较少同时到达最大值。当某点承受最大风速时，离该点的距离愈远，同时承受该风速的概率也就愈小。文献[30]介绍了日本在四国东北海带建造了一道高5米、长190米的钢筋混凝土墙，墙上不等距地竖立着40米高的观测塔，对台风进行观测，获得了不同间距侧向相关性及自相关系数，如图6—10所示。可以看到，某一点承受最大风速时，离它50米远的点，同时受到该风速的概率为30~40%，100米远的点，概率只有10%左右。类似的侧向相关性规律，也可由图

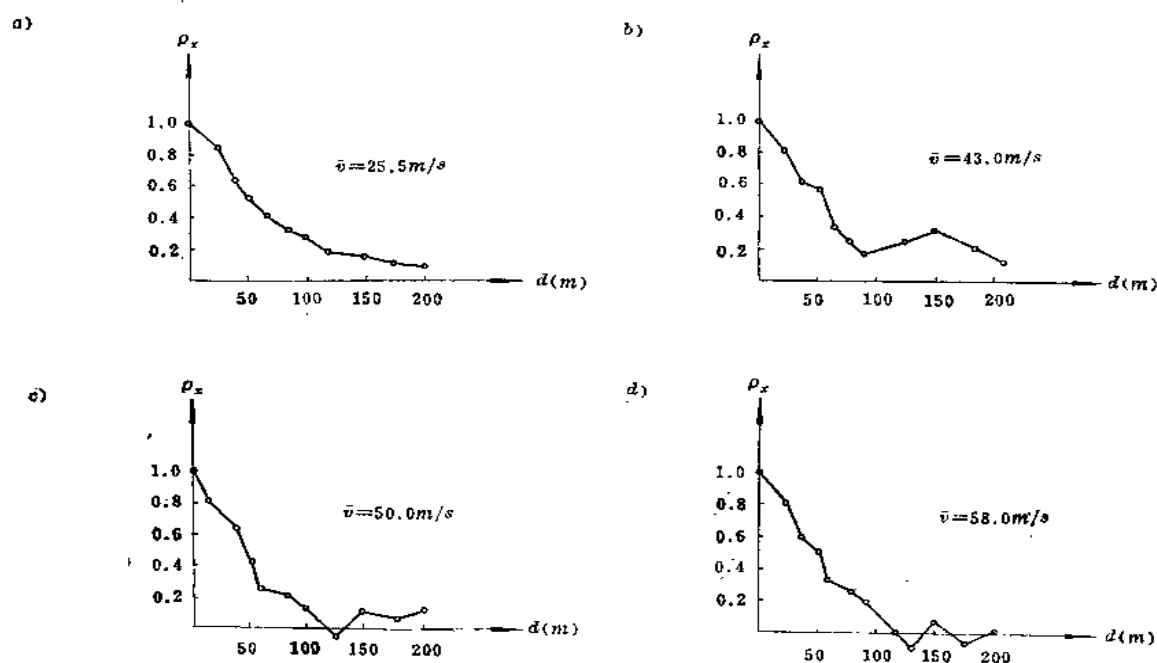


图 6—10 以间距 $d(m)$ 为函数的左右相关性系数

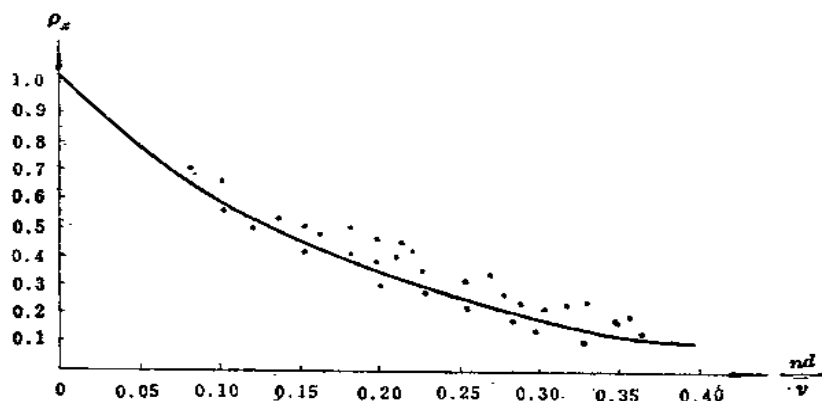


图 6—11 风洞实验中测得的侧向左右相关性

6—11 所示的以 $\frac{nd}{\bar{v}}$ 为参数在风洞试验中得到。式中 d 为两点的间距。对于高耸和高层建筑，建筑物高度较大，因而还有竖向的上下相关性，根据现场实测所得的值，如图 6—12a、b 所示。文献 [32] 也注意到了平均风压随受风面积增大而减小的事实。在实用上，由于较长的桥梁、高层建筑和高耸结构，相关性影响较大，而此时结构深度常远较水平长度 l 及总高度 H 为小，故常忽略前后相关性的影响。

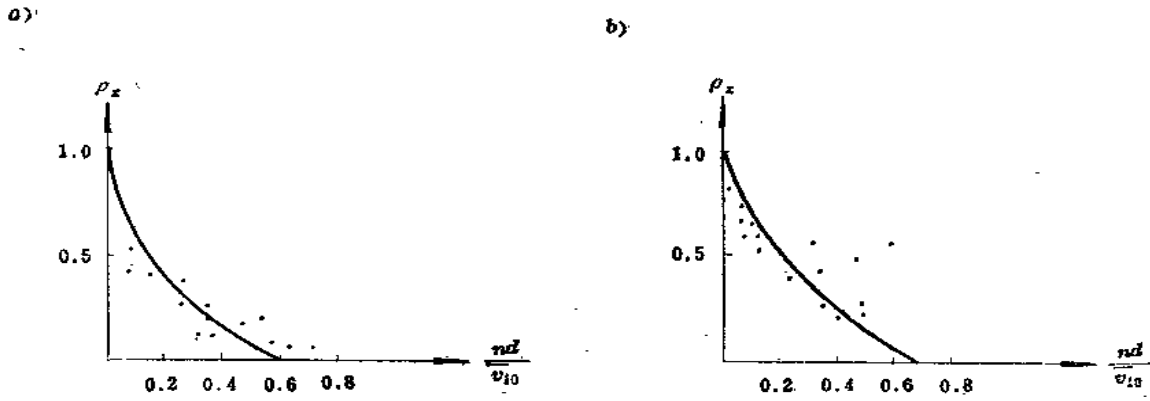


图 6—12 现场实测的竖向上下相关性

从以上图 6—10、6—11、6—12 可以看出，相关性系数基本上是一条指数衰减曲线。但不同作者表示了不同的形式。

Davenport^[14] 根据频率域相关性系数（即相干函数，见公式 5—28）的定义，它是频率 n （或圆频率 ω ）及两点间距离等的某些函数关系，建议用下式分开表示上下（竖向）和水平（侧向）的相关性系数，即：

$$\left. \begin{aligned} \rho_{zz}(n, z, z') &= \exp\left(-C_z \frac{n|z-z'|}{\bar{v}_z}\right) \\ \rho_{xx}(n, x, x') &= \exp\left(-C_x \frac{n|x-x'|}{\bar{v}_x}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6-35)$$

式中： $C_z = 7$ ， $C_x = 8$ 。为简化符号， ρ_{zz} 和 ρ_{xx} 常用 ρ_z 和 ρ_x 代替。

Davenport 建议的公式考虑的因素比较全面，它涉及频率 n （ $n = \frac{\omega}{2\pi}$ ）、两点间的距离 $|z-z'|$ 或 $|x-x'|$ 以及平均速度 \bar{v}_z 。 \bar{v}_z 常取 z 点和 z' 点的 \bar{v} 值的平均。 $\frac{\bar{v}_z}{n}$ 表示波长，因此在阵风脉动中，波长愈长，相关性就愈大。

对上面的经验公式，学者们有不同的评价。指数上的系数 C 各个试验结果差异较大，Emil 指出，其值应取 $C_z = 10$ ， $C_x = 16$ ^[43]。Choi Cheong Chuen 认为，这种指数衰减形式仅在空间距离较小时例如 $\frac{nd}{\bar{v}_z} < 0.1$ ， $d = |z-z'|$ 或 $|x-x'|$ 才是合适的，在距离较大时，指数衰减曲线不甚符合。他还指出，不同高度不同天气过程，系数 C 也不相同，而且差异较大，见表 6—2。因而采用式 (6—35) 计算空间相关性，其准确程度也是值得怀疑的。

不同天气过程不同高度对C值的影响

表 6—2

天 气 过 程	方 向	高 度 (呎)	距 离 (呎)	C
季 风	侧 向	198	50	8.93
		93	50	19.30
		43	50	22.90
	竖 向	198	55	13.10
		93	50	16.90
台 风	侧 向	93	32	36.80

Shiotani^[20] 在试验基础上, 建议采用只与两点间距离有关的简单表达式, 其式为:

$$\left. \begin{aligned} \rho_z(z, z') &= \exp\left(-\frac{|z-z'|}{L_z}\right) \\ \rho_x(x, x') &= \exp\left(-\frac{|x-x'|}{L_x}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6-36)$$

根据该文献的试验资料, L_z 大部落在 40~60 之间, 而 L_z 应大于 L_x , 因而可建议 $L_z = 50$, $L_x = 60$ 。

实际上, 式 (6-36) 是对式 (6-35) 进一步概括简化的结果。由图 6-5 可知阵风的卓越周期约在 1 分钟即频率为 1/60 左右。如以平均风速 $\bar{v}_z = 15 \sim 20 \text{ m/s}$ (北京 10 米高处为 19.0 m/s, 见第二章) 代入式 (6-35), 并考虑阵风时风速较大, 由表 6-2, C 可取 15~20 左右的值, 则两者可得接近的结果。

欧洲建造钢铁工程会议 (ECCS)^[37] 建议相关性系数随两点间距离 d 及高度而变化, 其式为:

$$\left. \begin{aligned} \rho_z(\bar{z}, z, z') &= \exp\left(-\frac{|z-z'|}{L_z}\right), L_z = \sqrt{37\bar{z}} \\ \rho_x(z, x, x') &= \exp\left(-\frac{|x-x'|}{L_x}\right), L_x = 42\left(\frac{z}{20}\right)^{\frac{1}{4}} \end{aligned} \right\} \quad (6-37)$$

式中 \bar{z} 常取 z 和 z' 两点中较大值, 但通常以取两点 z 、 z' 值的平均值为宜。

对于侧向和竖向尺寸均较大的结构, 例如高层建筑等, 需要给出任意两点的空间相关性系数。Davenport 建议的式子为:

$$\rho(n, z, z', x, x') = \exp\left\{-\frac{n \left[C_z^2 (z-z')^2 + C_x^2 (x-x')^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\bar{v}_z}\right\} \quad (6-38)$$

Emil 建议: $C_z = 10$, $C_x = 16$ 。

第七章 结构顺风向随机风振响应

在随机脉动风压作用下, 结构产生随机振动。在第一章我们已经谈到, 除了顺风向风振响应外, 还有横风向风振响应产生。通常对于非圆截面, 顺风向风振响应占据主要地位。

本章专门对顺风向风振响应作了详细的叙述。其内容包括随机风振基本公式, 风振力和风振系数, 结构风振响应计算, 粗糙度和高振型对风振影响的分析等等。某些内容结合“荷载规范”修订稿, 作了详细的阐述。

第一节 顺风向随机风振响应基本公式

我们以图 7—1 所示的结构为例, 来加以说明, 座标及符号已于图上注明。

对于高层高耸结构, 由于结构或其他需要, 沿高度每隔一定高度就有一层楼板或其他加劲构件。就拿高层结构来说, 每层有楼板, 楼板虽然在垂直于板面受力时能产生一定的变形, 但是当受水平风荷载时, 它平行板面受力, 此时楼板相当于一截面高度为 l_y 的深梁, 如图 7—1 所示, 它一般至少有十多米, 远较一般结构上梁的高度只有几十厘米为大, 因而这个特殊的深梁水平向只能产生极为微小的变形, 但由于只支承在弹性墙柱上, 所以可产生一定的位移。因此, 目前工程上, 均将楼板水平向刚度作为无穷大处理。在结构设计中力争刚心与重心相合, 而且水平长度上的风力合力亦通过重心, 使结构不产生扭转, 这样在各楼板面高处, 由于楼板不产生水平变形因而各处均产生相同的水平位移, 如图 7—1 虚线所示。在进一步简化中, 由于加固层如楼板与相邻楼板之间的距离远较楼房总高度为小, 因而可假定沿高度各处 (当然亦包括楼板处) 的水平位移均为相等。对高耸结构, 也可作出与此类似的假定。

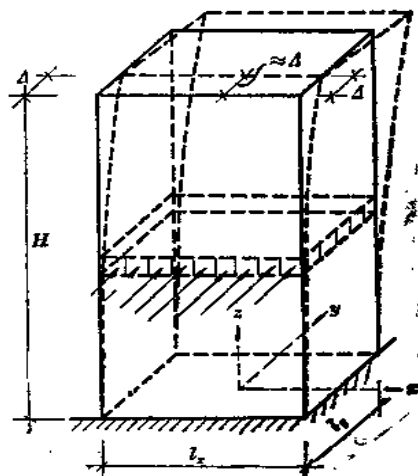


图 7—1

这样, 对高层、高耸结构均可化为连续化杆件结构来处理, 属于无限自由度体系。当然, 亦可将质量集中在楼层处看成多自由度结构体系。由结构动力学知道, 无限自由度体系与多自由度体系的动力特性是相同的, 一种体系的公式可推广到另一种体系, 见第五章。由于无限自由度体系方程具有一般性质, 又具有简洁的形式, 能明确反映各种因素的影响, 又便于制表, 因而理论公式宜从无限自由度体系导出。得出的各项公式, 必要时按积分转换为总和的概念, 也极易推广到多自由度体系。

现将结构作为一维结构来处理, 连续化弹性振动方程为:

$$m(z) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c(z) \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI(z) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = p(z, t) = p(z) f(t)$$

$$= \int_0^{i_x} w(x, z) f(t) dx \quad (7-1)$$

式中 $m(z)$ 、 $c(z)$ 、 $I(z)$ 、 $p(z)$ 均为沿高度 z 处单位高度上的质量、阻尼系数，惯矩和水平风力， $f(t)$ 为时间函数，最大值为 1，而 $w(x, z)$ 为位于坐标 (x, z) 处的单位面积上的风力。

设用振型分解法求解，位移按振型展开为：

$$y(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(z) q_j(t) \quad (7-2)$$

式中 $\phi_j(z)$ 为 j 振型在高度 z 处的值， q_j 为 j 振型的广义坐标。

当输入力按振型乘权函数 $m(z)$ 展开时，得到：

$$p(z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} m(z) \phi_j(z) F_j(t) \quad (7-3)$$

由振型正交性，得到：

$$F_j(t) = \frac{\int_0^H p(z, t) \phi_j(z) dz}{\int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz} = \frac{\int_0^H \int_0^{i_x(z)} w(x, z) \phi_j(z) f(t) dx dz}{\int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz} \quad (7-4)$$

设阻尼为比例阻尼或不耦连，各振型阻尼系数可用各振型阻尼比 ζ_j 表示，则可得到广义坐标方程为：

$$\ddot{q}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = F_j(t) \quad (7-5)$$

由于 $F_j(t)$ 中包含有 $f(t)$ 的随机性，因而参考第五章公式 (5-62) 得到：

$$S_y(z, \omega) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \phi_j(z) \phi_k(z) H_j(-i\omega) H_k(i\omega) S_{F_j F_k}(\omega) \quad (7-6)$$

式中：

$$\left. \begin{aligned} H_j(-i\omega) &= \frac{1}{\omega_j^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 - i \cdot 2\zeta_j \frac{\omega}{\omega_j} \right]} \\ H_k(i\omega) &= \frac{1}{\omega_k^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 + i \cdot 2\zeta_k \frac{\omega}{\omega_k} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (7-7)$$

$S_{F_j F_k}(\omega)$ 参考式 (7-4) 或参考多自由度的式 (5-63)，可得：

$$S_{F_j F_k}(\omega) = \frac{\int_0^H \int_0^H \int_0^{i_x(z)} \int_0^{i_x(z')} S_{ww}(x, x', z, z', \omega) \phi_j(z) \phi_k(z') dx dx' dz dz'}{\int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz \cdot \int_0^H m(z) \phi_k^2(z) dz} \quad (7-8)$$

由 (5-28) 互谱密度与自谱密度关系，并考虑 $S_f(\omega)$ 沿高度不变，得到：

$$\begin{aligned} S_{ww}(x, x', z, z', \omega) &= \rho_{xx}(x, x', z, z', \omega) \sqrt{\left(\frac{p_0(z)}{I_x(z)} \right)^2 S_f(\omega) \left(\frac{p_0(z')}{I_x(z')} \right)^2 S_f(\omega)} \\ &= \rho_{xx}(x, x', z, z', \omega) \frac{p_0(z)}{I_x(z)} \frac{p_0(z')}{I_x(z')} S_f(\omega) \end{aligned}$$

代入式 (7-8) 得到：

$$S_{F_j F_k}(\omega) = \frac{\int_0^H \int_0^H \int_0^{i_x(z)} \int_0^{i_x(z')} \frac{p_0(z)}{I_x(z)} \frac{p_0(z')}{I_x(z')} \rho_{xx}(x, x', z, z', \omega) S_f(\omega) \phi_j(z) \phi_k(z') dx dx' dz dz'}{\int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz \cdot \int_0^H m(z) \phi_k^2(z) dz} \quad (7-8a)$$

上面各式中, $p_0(z)$ 为不计空间相关性时沿高度 z 处的单位高度上的水平脉动风压。因为脉动风压是随机荷载, 因而 $p_0(z)$ 应该用统计值代入, 即用根方差 $\sigma_p(z)$ 代入。由于 $\frac{p_0(z)}{l_x(z)}$ 相当于面荷载, 故相当于面脉动风压根方差 $\sigma_{w_f}(z)$ 。 $\rho_{xz}(x, x', z, z', \omega)$ 为左右上下综合相关性系数, $S_f(\omega)$ 是在 $Ef=0$ 时对时间随机性谱密度。

正如第五章所指出的, 实际结构阻尼一般较小, 此时 (7-6) 式中交叉项影响很小, 可以略去。则该式变成:

$$S_y(z, \omega) \approx \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j^2(z) |H_j(i\omega)|^2 S_{F_j F_j}(\omega) \quad (7-9)$$

式中:

$$\begin{aligned} S_{F_j F_j}(\omega) &= S_{F_j}(\omega) \\ &= \frac{S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \frac{p_0(z)}{l_x(z)} \frac{p_0(z')}{l_x(z')} \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz'}{\left(\int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz \right)^2} \end{aligned} \quad (7-10)$$

公式 (7-10) 中, 分母可用广义质量符号 $(M_j^*)^2$ 表示, 见 (5-55)。

由平方总和和开方法 (5-65), 位移响应根方差为:

$$\begin{aligned} \sigma_y(z) &= \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_y(z, \omega) d\omega} = \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} \sigma_{y_j}^2} \\ &= \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} \phi_j^2(z) \int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_{F_j F_j}(\omega) d\omega} \\ &= \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\phi_j^2(z)}{(M_j^*)^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \frac{p_0(z)}{l_x(z)} \frac{p_0(z')}{l_x(z')} \right. \\ &\quad \left. \times \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz' d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7-11)$$

式中 $p_0(z)$ 等干线脉动风压根方差, 它可用脉动系数 $\mu_f(z)$ 来表示。由式 (6-30), 将式中面荷载改为线荷载, 得到:

$$p_0(z) = \sigma_p(z) = \frac{\mu_f(z) \cdot \mu_s(z) \mu_z(z) w_0 l_x(z)}{\mu} \quad (7-12)$$

将上式代入 (7-11), 得到:

$$\begin{aligned} \sigma_y(z) &= \frac{w_0}{\mu} \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\phi_j^2(z)}{(M_j^*)^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \right. \\ &\quad \times \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) \mu_f(z') \mu_s(z') \mu_z(z') \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \\ &\quad \left. \times \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz' d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7-13)$$

如果直接从风速谱出发, 也可直接导出位移根方差响应公式 (7-11) 或 (7-13)。

设任一高度 z 处任一瞬时的风速为 $v(z, t)$, 平均风速为 $\bar{v}(z)$, 脉动风速为 $v_f(z, t)$, 则

$$v(z, t) = \bar{v}(z) + v_f(z, t) \quad (7-14)$$

该瞬时作用于 z 高度处的风压, 由第一章式 (1-2) 考虑该处体型系数 $\mu_s(z)$ 后得到面荷载为:

$$\begin{aligned}
 w(z, t) &= \frac{1}{2} \rho \mu_s(z) v^2(z, t) \\
 &= \frac{1}{2} \rho \mu_s(z) [\bar{v}^2(z) + 2\bar{v}(z)v_f(z, t) + v_f^2(z, t)] \quad (7-15)
 \end{aligned}$$

式中, $v_f^2(z, t)$ 与 $\bar{v}^2(z)$ (平均速度的平方) 相比, 属于二阶微量。如果略去, 则上式变成:

$$w(z, t) = \frac{1}{2} \rho \mu_s(z) [\bar{v}^2(z) + 2\bar{v}(z)v_f(z, t)] = \bar{w}(z) + w_f(z, t) \quad (7-16)$$

式中脉动风压:

$$w_f(z, t) = \rho \mu_s(z) \bar{v}(z) v_f(z, t) \quad (7-17)$$

由式 (7-8), 考虑互谱密度与自谱密度关系, 并按 Davenport 假定脉动风速谱 $S_v(\omega)$ 沿高度不变, 得到:

$$\begin{aligned}
 S_{F_i F_k}(\omega) &= \frac{\int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \rho^2 \mu_s(z) \bar{v}(z) \mu_s(z') \bar{v}(z') \\
 &\quad \times \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) S_v(\omega) \phi_i(z) \phi_k(z') dx dx' dz dz'}{\int_0^H m(z) \phi_i^2(z) dz} \quad (7-18) \\
 &\quad \times \int_0^H m(z) \phi_k^2(z) dz
 \end{aligned}$$

同前一样, 略去振型交叉项影响, 则由式 (7-9) 得:

$$\begin{aligned}
 \sigma_y(z) &= \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_y(z, \omega) d\omega} = \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} \sigma_{y_j}^2(z)} \\
 &= \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{\phi_j^2(z)}{(M_j^*)^2} \int_0^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_v(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \rho^2 \mu_s(z) \bar{v}(z) \mu_s(z') \right. \\
 &\quad \times \bar{v}(z') \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz' d\omega \Big]^{\frac{1}{2}} \quad (7-19)
 \end{aligned}$$

与式 (6-28) 相似的原理, 可以得到:

$$S_v(\omega) = \sigma_v^2 S_f(\omega) \quad (7-20)$$

以及由式 (7-17):

$$\sigma_w(z) = \rho \mu_s(z) \bar{v}(z) \sigma_v(z) \quad (7-21)$$

如果注意到 $\sigma_v(z)$ 沿高度不变, 则将以上两式的关系代入 (7-19), 即可化算到式 (7-11)。因而式 (7-19) 等同于式 (7-11)。由于我国设计荷载习惯于用风压表示, 因而用式 (7-11) 或式 (7-13) 较为方便。

第二节 风振力和风振系数

求得了第 j 振型位移的概率估计 $\sigma_{y_j}(z)$ 或设计最大值 $\mu\sigma_{y_j}(z)$, 则该振型的所有量值例如弯矩、剪力等均可由此而求得。但是, 在实际应用上, 已知外力求内力比已知位移曲线求内力方便, 所以在风振计算中, 常需求出相应于 j 振型的等效力或风振力。根据求得的风振力再求内力。

从结构动力学可以知道, 如果 j 振型的曲线如图 7-2a 所示 (图中所画的线为第一振型曲线), 则与此相应的惯性力则如图上所示, 此值为 $m(z)\omega_j^2\phi_j(z)$ 。换句话说, 如果以此惯性力作为外力静力作用, 则所产生的变形曲线即为 j 振型 $\phi_j(z)$ 。因此, 如果 j 振型的纵标

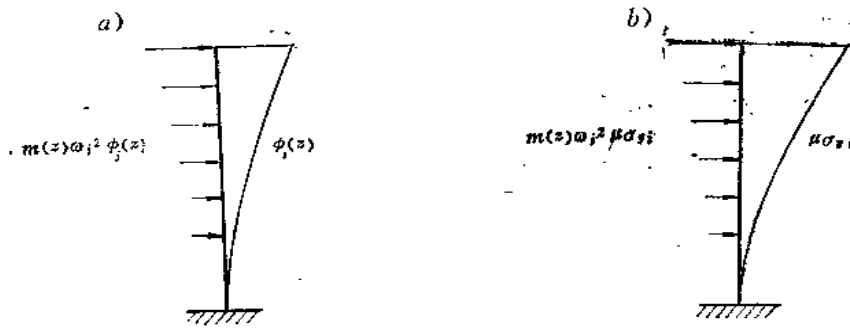


图 7-2 振型与相应的惯性力

不是 $\phi_j(z)$ ，而是 $\mu_{\sigma_{y,j}}$ ，则相应的惯性力自然就是 $m(z)\omega_j^2 \mu_{\sigma_{y,j}}$ ，如图 7-2b 所示。所以等效的风振力实际上就是惯性力。相应于 j 振型的风振力为：

$$p_{dj}(z) = \mu_{\sigma_{d,j}}(z) = m(z)\omega_j^2 \mu_{\sigma_{y,j}} \quad (7-22)$$

由各振型的风振力，即可按结构力学方法求出各振型的响应 $R_{dj}(z)$ ，例如弯矩、剪力、挠度等。总响应按平方总和开方法计算，其式为：

$$R_d(z) = \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} R_{dj}^2(z)} \quad (7-23)$$

顺风向尚有平均风压引起的静力分量 $R_s(z)$ ，故总响应应为：

$$R_s(z) = R_s(z) + \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} R_{dj}^2(z)} \quad (7-23a)$$

将 (7-13) 中有关式子代入 (7-22)，可以得到第 j 振型风振力为：

$$p_{dj}(z) = \frac{w_0 m(z) \omega_j^2 \phi_j(z)}{M_j^*} \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) \mu_f(z') \mu_s(z') \mu_z(z') \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \times \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz' d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7-24)$$

上式可改写成：

$$p_{dj}(z) = \xi_j u_j \phi_j(z) m(z) w_0 \quad (7-25)$$

式中：

$$\xi_j = \omega_j^2 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega} \quad (7-26)$$

$$u_j = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) \mu_f(z') \mu_s(z') \mu_z(z') \times \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_j(z) \phi_j(z') dx dx' dz dz' d\omega \right]^{\frac{1}{2}} / M_j^* \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_j(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7-27)$$

上式也可用第 j 振型空间相关性折算系数 η_{xzj} 来表示：

$$u_j = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) l_x(z) \phi_j(z) dz}{M_j^*} \cdot \eta_{xzj} \quad (7-28)$$

式中

$$\eta_{xzi} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_i(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x(z)} \int_0^{l_x(z')} \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) \mu_f(z') \mu_s(z') \mu_z(z') \right. \\ \left. \times \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_i(z) \phi_i(z') dx dx' dz dz' d\omega \right]^{\frac{1}{2}} / \left[\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) \right. \\ \left. \times l_x(z) \phi_i(z) dz \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_i(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7-29)$$

每一振型都对风振力及响应有所贡献，但对高耸、高层结构来说，第一振型一般起着主要的决定性的作用。其主要原因有：

1. 求谱密度 $S_y(z, \omega)$ 的式 (7-9) 中，涉及频率响应 $H_i(-i\omega)$ 等值，它的模值为 $|H_i(i\omega)| = \frac{1}{\omega^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_i^2 \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2}}$ ，其中根号部份相当于动力计算中的放大系数，建筑物基频的自振周期（通常小于 1 秒）远小于风的卓越周期（通常一分以上），高频则更小，因而高频影响亦小，第一振型起着决定性的作用。

2. 高层高耸结构属于悬臂型结构，第一振型全是同号的，而以后各振型，则有正负相间出现，故由式 (7-9) (7-10) 可知，高振型时 $\phi_i(z) \phi_i(z')$ 可相互抵消一部份，因而第一振型起着主要作用。

3. 结构的最大内力是由各振型的最大内力按平方总和开方法计算而得，由于以后各振型的影响比第一振型的影响小，则平方总和再开方后的影响更小，所以第一振型的作用远较其他振型重要。

4. 风力中含有静力和动力两种成份，因而动力影响在总值中只占一部份，高振型的微小影响在实用上更是不重要的。

鉴于上述理由，根据风振的具体情况 and 特点，在工程上对于悬臂型结构，一般都只考虑第一振型的影响。

当只考虑第一振型影响时，风振力式 (7-25) 变成：

$$p_d(z) \approx p_{d1}(z) = \xi_1 u_1 \phi_1(z) m(z) w_0 \quad (7-30)$$

在脉动风压作用下，结构的风振系数定义为总风力的概率统计值 $(p_s(z) + p_d(z))$ 与静风力的统计值 $(p_s(z))$ 之比，即

$$\beta(z) = \frac{p_s(z) + p_d(z)}{p_s(z)} = 1 + \frac{p_d(z)}{p_s(z)} \quad (7-31)$$

$p_s(z)$ 为最大设计线平均风压，即 $\mu_s(z) \mu_z(z) w_0 l_x(z)$ ，因而 $p_d(z)$ 与 $p_s(z)$ 所含 w_0 可消去，因而：

$$\beta(z) = 1 + \frac{p_d(z)}{\mu_s(z) \mu_z(z) w_0 l_x(z)} = 1 + \xi_1 \cdot u_1 \cdot r_1 \quad (7-32)$$

$$\text{式中: } u_1 = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) l_x(z) \phi_1(z) dz}{M_1^*} \eta_{xzi} \quad (7-28a)$$

$$r_1(z) = \frac{\phi_1(z) m(z)}{\mu_s(z) \mu_z(z) l_x(z)} \quad (7-33)$$

上述各式 (7-28) 或 (7-28a) 和 (7-33) 自然可以按积分是总和的概念应用到有限 n

个自由度体系中去。设 i 为质点序号, 则式 (7—28) 或 (7—28a) 可改写成:

$$u_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{f_i} \mu_{s_i} \mu_{z_i} l_{x_i} \phi_{1i} \Delta H_i}{\sum_{i=1}^n M_i \phi_{1i}^2} \eta_{xz1} \quad (7-28b)$$

式中 M_i 为第 i 点团集质量, ΔH_i 为从属于第 i 点的迎风面高度, $l_{x_i} \Delta H_i$ 即为 i 点迎风面的面积, 亦可用 A_i 表示。 η_{xz1} 可由式 (7—29) 改为总和符号亦可写出。而 (7—33) 可改写成:

$$r_1 = \frac{\phi_{1i} M_i}{\mu_{s_i} \mu_{z_i} l_{x_i} \Delta H_i} \quad (7-33a)$$

在上面各式中, ξ 为输入风的谱密度通过结构传递函数而得到的值, 称为**风振动力系数**; u 为考虑风压脉动及空间相关性等影响而得到的系数, 可简称为**影响系数**; r 与待求风振系数的点的位置有关, 可称为**位置系数**, 只要确定了这些风振参数, 风振计算即可容易做出。

第三节 沿高度无变化结构的风振计算

在上节风振力和风振系数公式中, 都涉及 ξ_1 、 u_1 等的计算, 因而进一步对这些系数作出研究是非常必要的。

对于沿高度质量及迎风面宽度无变化的结构, $l_x(z) = l_x = \text{常数}$, $m(z) = m = \text{常数}$, 以及 $\mu_s(z) = \mu_s = \text{常数}$, 因此在风振力公式 (7—30) 中可以消去 m , 在风振系数公式 (7—32) 中, $\frac{\mu_s l_x}{m}$ 在 $u_1 r_1$ 连乘中消去, 故可简化为:

$$p_d(z) \approx p_{d1}(z) = \xi_1 \lambda_1 \phi_1(z) l_x \mu_s w_0 \quad (7-34)$$

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_1(z)}{\mu_s(z)} \quad (7-35)$$

式中:

$$\lambda_1 = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \phi_1(z) dz}{\int_0^H \phi_1^2(z) dz} \eta_{xz1} \quad (7-36)$$

$$\begin{aligned} \eta_{xz1} = & \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(i\omega)|^2 S_f(\omega) \int_0^H \int_0^H \int_0^{l_x} \int_0^{l_x} \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_f(z') \mu_s(z') \right. \\ & \times \rho_{xz}(x, x', z, z', \omega) \phi_1(z) \phi_1(z') dx dx' dz dz' d\omega \left. \right]^{\frac{1}{2}} / l_x \left[\int_0^H \mu_f(z) \right. \\ & \times \mu_s(z) \phi_1(z) dz \left. \right] \left[\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(i\omega)|^2 S_f(\omega) d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7-29a)$$

在不引起混淆情况, 下式 (7—34)、(7—35) 中的脚码可略去不写, 即:

$$p_d(z) = \xi \lambda \phi(z) l_x \mu_s w_0 \quad (7-34a)$$

$$\beta(z) = 1 + \xi \lambda \frac{\phi(z)}{\mu_s(z)} \quad (7-35a)$$

下面分别讨论上式中有关系数的计算及用表。

1. 风振动力系数 ξ

由式 (7-26) 改写成:

$$\xi = \omega_1^2 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(in)|^2 S_f(n) dn} \quad (7-37)$$

如取 Davenport 风速谱, 则由式 (5-48a) 和 (6-28), 上式变成:

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 / [n(1+x^2)^{4/3}]}{\left[1 - \left(\frac{n}{n_1}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta_1 \frac{n}{n_1}\right]^2} dn \quad (7-38)$$

公式 (7-37) 或 (7-38) 除了直接计算外, 也可以用下述方法近似地来计算。由于风的卓越周期约 1 分钟左右, 远大于结构的自振周期, 它一般不超过 5 秒, 因而 $|H_1(in)|^2 S_f(n)$ 的乘积作用可分三段来描述, 如图 7-3 所示。

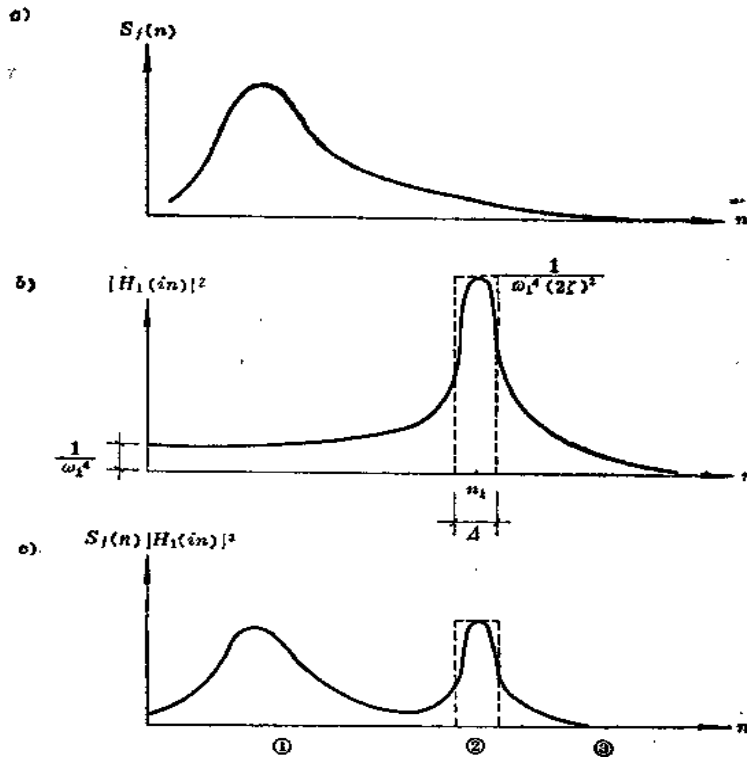


图 7-3 $S_f(n)|H_1(in)|^2$ 的分段

第一段, 当 $n \ll n_1$ 时, $|H_1(in)|^2 \approx \frac{1}{\omega_1^4}$, 由式 (7-37) 可知, 它的效果相当于静力作用; 第二段, 当 n 在图示 n_1 附近很小的 Δ 范围内, 动力作用比较明显; 第三段, 即当 $n \gg n_1$ 时, $S_f(n) \approx 0$, 因而不管 $|H_1(in)|^2$ 的大小 (实际上也很小), 其影响极小。这样如略去第三段影响, 则 $|H_1(in)|^2 S_f(n)$ 可看成由第一段拟静态分量 (亦称背景分量) 和第二段在自振频率附近其带宽为 Δ 的窄带白噪声共振响应分量所组成。由于 Δ 很小, 第三段影响亦小, 因而可将

拟静态分量的区域作为整个区域来处理, 即

$$\xi = \omega_1^2 \sqrt{\frac{1}{\omega_1^4} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(n) dn + S_f(n_1) \frac{1}{\omega_1^4 (2\xi_1)^2} \Delta} \quad (7-39)$$

共振区域宽度 Δ 可根据白噪声谱下的方差与窄带白噪声的方差相等来确定, 即

$$\Delta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(in)|^2 dn}{\frac{1}{\omega_1^4 (2\xi_1)^2}} = \pi \xi_1 n_1 \quad (7-40)$$

将 (6-28) 的 $S_f(n)$ 、(7-40) 式的 Δ 代入 (7-39), 得到:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sqrt{1 + \frac{x_1^2 \frac{\pi}{6\xi_1}}{(1+x_1^2)^{4/3}}} \\ x_1 &= \frac{1200n_1}{\bar{v}_{10}} = \frac{30}{\sqrt{w_0} T_1}, \quad \left(\text{取 } w_0 = \frac{\bar{v}_{10}^2}{1690} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7-41)$$

上式表明, ξ 此时仅与 ξ_1 及 x^2 (或 $w_0 T_1^2$) 有关。若钢结构的阻尼比取 $\xi_1 = 0.01$, 钢筋混凝土结构及砖石结构阻尼比取 $\xi_1 = 0.05$ [19], 即可求出 ξ 值, 如表 7-1。荷载规范即采用该表。

动力系数 ξ (按 Davenport 谱)

表 7-1

$w_0 T_1^2$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	20.00	30.00
钢结构	1.47	1.57	1.69	1.77	1.83	1.88	2.04	2.24	2.36	2.46	2.53	2.80	3.09	3.28	3.42	3.54	3.91	4.14
钢筋混凝土 及砖石结构	1.11	1.14	1.17	1.19	1.21	1.23	1.28	1.34	1.38	1.42	1.44	1.54	1.65	1.72	1.77	1.82	1.96	2.06

为了便于比较, 按我国测试资料第一次得出的谱公式 (6-22), 求得风振系数列于下表 7-2。可以看到, 当 $w_0 T_1^2 < 0.60$ 时, 按我国资料求得值要小于按 Davenport 资料求得值, 而我国目前结构大部份处于 $w_0 T_1^2 < 0.60$ 的范围, 因此应该引起注意。

动力系数 ξ^*

表 7-2

$w_0 T_1^2$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	20.00	30.00
钢结构	1.02	1.06	1.13	1.21	1.28	1.35	1.64	2.05	2.34	2.56	2.74	3.34	3.93	4.26	4.47	4.63	5.00	5.14
钢筋混凝土 及砖石结构	1.00	1.01	1.03	1.05	1.06	1.08	1.16	1.28	1.38	1.45	1.52	1.74	1.97	2.11	2.19	2.25	2.41	2.47

* 按西安热工所资料求得

2. 考虑风压脉动、空间相关性等的影响系数 λ_1

系数 λ_1 可由式 (7-36) 求得。它涉及 $\mu_f(z)$ 、 $\mu_z(z)$ 、 $\phi(z)$ 和 $\eta_{z,z+1}$ 四个参数。

脉动系数 $\mu_f(z)$ 见公式 (6-34) 或表 6-1。

风压高度变化系数 $\mu_z(z)$ 见公式 (4-15) 或表 4-3。

振型函数 $\phi(z)$ 可由动力计算求得。也可取近似振型进行计算。对于高耸结构, 按弯曲线考虑, 可取水平均布荷载作用下的挠曲型式作为第 1 振型, 其式为:

$$\phi(z) = \frac{6z^2 H^2 - 4z^3 H + z^4}{3H^4} \quad (7-42)$$

其与等截面结构准确振型相差是很小的。对于高层建筑结构, 可按弯剪型考虑, 可取:

$$\phi(z) = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{z}{H} \right)^{0.7} \right] \quad (7-43)$$

风压空间相关性折算系数 η_{xz1} 按式 (7-29a) 计算, 文 [18] 通过大量电算已经阐明, 同一振动型式 (例如弯曲型), 不同的振型公式, 不同的外形等, 对 η_{xz1} 的影响也极小。因而可以说 η_{xz1} 与振型公式、外形等几乎没有多大的关系。兹以高耸结构为例, 由于水平长度 $l_x(z)$ 与高度 H 相比较小, 因而式 (7-29a) 中涉及的相关性系数 $\rho_{xz}(x, x', z, z', \omega)$ 可只考虑上下相关影响, 即可写成 $\rho_z(z, z', \omega)$, 如果采用公式 (6-36) 来计算, 则更可写成 $\rho_z(z, z')$ 。经过大量电算, 得到 η_{z1} 如表 7-3 所示。

高耸结构考虑风压空间相关性折算系数 η_{z1} 表 7-3

总高度 $H(m)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350	≥ 400
η_{z1}	0.98	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.87	0.86	0.85	0.79	0.74	0.70	0.67	0.64	0.61

根据上述四个参数, 代入式 (7-36), 即可求出 λ_1 值。兹将通过大量电算所得的高耸、高层结构的 λ_1 值, 列于表 7-4 和 7-5 中。

等截面高耸结构的 λ_1 值表 表 7-4

地貌类别	$H(m)$															
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350	≥ 400
A	0.78	0.83	0.86	0.87	0.88	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.86	0.84	0.82	0.79	0.79	0.79
B	0.72	0.79	0.83	0.85	0.87	0.88	0.88	0.89	0.90	0.90	0.89	0.88	0.86	0.84	0.83	0.83
C	0.66	0.74	0.79	0.82	0.84	0.86	0.87	0.88	0.89	0.89	0.90	0.90	0.87	0.87	0.86	0.85

等截面高层结构的 λ_1 值表 表 7-5

H/l_x	地貌	房屋总高度 $H(m)$									
		30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
≤ 0.5	A	0.44	0.43	0.40	0.39	0.37	0.36	0.36	0.35	—	—
	B	0.45	0.44	0.42	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37	—	—
	C	0.53	0.52	0.50	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	—	—
1	A	0.47	0.47	0.46	0.44	0.44	0.43	0.41	0.40	0.36	0.32
	B	0.49	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
	C	0.56	0.57	0.56	0.56	0.55	0.54	0.53	0.51	0.49	0.44
2	A	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.46	0.46	0.41	0.36
	B	0.51	0.52	0.52	0.51	0.50	0.50	0.49	0.48	0.44	0.40
	C	0.59	0.61	0.61	0.61	0.62	0.61	0.61	0.60	0.57	0.51
3	A	0.50	0.50	0.50	0.50	0.48	0.48	0.48	0.48	0.44	0.40
	B	0.52	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.51	0.51	0.48	0.44
	C	0.61	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.62	0.61	0.56

3. 振型函数 $\phi(z)$

振型函数应按结构动力学进行计算而得。如果是等截面等质量的结构, 也可采用式 (7-42)、(7-43) 进行近似计算。其值已制成表, 见表 7-6。

等截面结构振型函数 $\phi_1(z)$

表 7—6

结构类别	相对高度 z/H									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
高耸结构	0.02	0.07	0.15	0.24	0.35	0.48	0.60	0.73	0.87	1.00
高层建筑结构	0.16	0.26	0.35	0.44	0.53	0.61	0.70	0.80	0.89	1.00

例题 7—1

已知一钢筋混凝土高层建筑，质量和外形等沿高度均匀分布， $H=100m$ ， $l_x=50m$ ，基本风压 $w_0=0.65kN/m^2$ ，C类地区，求风振系数和基底弯矩。已求得 $T_1=1.54$ 秒。

解：

(1) 风振参数计算

ξ_1 ：C类地区实际基本风压由式 (4—14) 或表 4—4 求得，即：

$$w_{0a}=0.713 \times 0.65=0.464kN/m^2$$

$$\therefore w_{0a}T_1^2=0.464 \times 1.54^2=1.10$$

由表 7—1，得 $\xi_1=1.45$

λ_1 ：由表 7—5，根据 $\frac{H}{l_x}=2$ ， $H=100$ ，得 $\lambda_1=0.60$

ϕ_1 ：由表 7—6 确定。

$\mu_z(z)$ ：由表 4—3 确定。

(2) 风振系数计算

设沿高度分 10 个点，每点间隔 10m，则由式 (7—35) 得：

$$\beta(10)=1+1.45 \times 0.60 \times \frac{0.16}{0.71}=1+0.87 \times \frac{0.16}{0.71}=1.20$$

$$\beta(20)=1+0.87 \times \frac{0.26}{0.94}=1.24$$

$$\beta(30)=1+0.87 \times \frac{0.35}{1.11}=1.27$$

$$\beta(40)=1+0.87 \times \frac{0.44}{1.24}=1.31$$

$$\beta(50)=1+0.87 \times \frac{0.53}{1.36}=1.34$$

$$\beta(60)=1+0.87 \times \frac{0.61}{1.46}=1.36$$

$$\beta(70)=1+0.87 \times \frac{0.70}{1.55}=1.39$$

$$\beta(80)=1+0.87 \times \frac{0.80}{1.64}=1.42$$

$$\beta(90)=1+0.87 \times \frac{0.89}{1.72}=1.45$$

$$\beta(100)=1+0.87 \times \frac{1.00}{1.79}=1.49$$

(3) 基底弯矩计算

各点由平均风力和风振力引起的总风力为 $\beta \mu_s \mu_z(z) w_0 A_i$, 由此即可求出基底弯矩,

$$\begin{aligned} M_0 &= \sum_{i=1}^{10} \beta_i \mu_s \mu_{z_i} w_0 A_i z_i \\ &= (1.20 \times 0.71 \times 10 + 1.24 \times 0.94 \times 20 + 1.27 \times 1.11 \times 30 \\ &\quad + 1.31 \times 1.24 \times 40 + 1.34 \times 1.36 \times 50 + 1.36 \times 1.46 \times 60 \\ &\quad + 1.39 \times 1.55 \times 70 + 1.42 \times 1.64 \times 80 + 1.45 \times 1.72 \times 90 \\ &\quad + 1.49 \times 1.79 \times 100 \times \frac{1}{2}) \mu_s w_0 \times 50 \times 10 \\ &= 522144.5 \mu_s w_0 \end{aligned}$$

对于长方形体型, $\mu_s = 0.8 + 0.5 = 1.3$, 又已知 $w_0 = 0.65$, 故 $M_0 = 522144.5 \times 1.3 \times 0.65 = 441212.1025 kN-m$.

为了比较, 如该建筑建在 B 类地区, 则 $w_0 T_1^2 = 1.54$, 查得 $\xi_1 = 1.49$, 又按 B 类地区查得 $\lambda_1 = 0.48$, 从而求得风振系数为:

$$\begin{aligned} \beta(10) &= 1.11, \beta(20) = 1.15, \beta(30) = 1.18, \beta(40) = 1.20, \beta(50) = 1.23 \\ \beta(60) &= 1.25, \beta(70) = 1.27, \beta(80) = 1.29, \beta(90) = 1.32, \beta(100) = 1.34 \end{aligned}$$

由此求得基底弯矩为:

$$\begin{aligned} M_0 &= (1.11 \times 1 \times 10 + 1.15 \times 1.25 \times 20 + 1.18 \times 1.42 \times 30 + 1.20 \times 1.56 \times 40 \\ &\quad + 1.23 \times 1.67 \times 50 + 1.25 \times 1.77 \times 60 + 1.27 \times 1.86 \times 70 + 1.29 \times 1.95 \\ &\quad \times 80 + 1.32 \times 2.02 \times 90 + 1.34 \times 2.09 \times 100 \times \frac{1}{2}) \mu_s w_0 \times 50 \times 10 \\ &= 593248.8 \mu_s w_0 = 501295.236 kN-m \end{aligned}$$

显然, 风振系数虽然比 C 类减少, 但是平均风压增大 (反映在风压高度变化系数上), 因而总效果 B 类比 C 类大, 这是符合实际情况的。

第四节 沿高度有变化结构的风振计算

对于沿高度质量及迎风面宽度有变化的电视塔、烟囱、水塔等结构, 风振力和风振系数应按公式 (7-30) 和 (7-32) 计算。但如果应用上节中已制成的表格, 并加以适当的修正, 亦可简便地达到计算的目的。

为了不致混淆起见, 沿高度变化的任意结构的振型、折算系数等都加以 “a” 脚码, 如 ϕ_a, η_{za} 等。不注明 “a” 脚码的则表示沿高度无变化结构的值。

对于风振力, 应按式 (7-30) 计算, 即:

$$p_d(z) \approx p_{d1}(z) = \xi_1 u_1 \phi_{a1}(z) m(z) \omega_0 \quad (7-30)$$

u_1 的计算十分繁琐。如将 u_1 的计算用上节的 λ_1 来代替, 则应乘以修正系数 k_λ , 即

$$u_1 = \lambda_1 k_\lambda$$

或
式中

$$p_d(z) \approx p_{d1}(z) = \xi_1 \lambda_1 k_\lambda \phi_{a1}(z) m(z) \omega_0 \quad (7-44)$$

$$k_{\lambda} = \frac{u_1}{\lambda_1} = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \mu_z(z) l_x(z) \phi_{s1}(z) dz}{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \phi_{s1}(z) dz} \times \frac{\int_0^H \phi_1^2(z) dz}{\int_0^H m(z) \phi_{s1}^2(z) dz} \times \frac{\eta_{szs1}}{\eta_{sz1}} \quad (7-45)$$

对于风振系数，应由式 (7-32) 计算。如采用修正系数计算方法，则可写成：

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 u_1 r_1 = 1 + \xi_1 \lambda_r \frac{\phi_{s1}(z)}{\mu_s(z)} k_{\lambda} k_r(z) \quad (7-46)$$

式中：

$$k_r = \frac{m(z)}{\mu_s(z) l_x(z)} \quad (7-47)$$

兹就几种常用情况，来确定修正系数。

(一) $m(z)$ 、 $l_x(z)$ 沿高度作有规律地连续变化

结构物的外形尺寸不外于直线、内凹或外凸曲线，它的变化可统一表示为：

$$l_x(z) = l_x(0) \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{c}} - 1 \right] \right\}^c \quad (7-48)$$

根据 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)}$ 以及 $c = 1$ 或 $c > 1$ 、 $c < 1$ 来区别不同的外形，如图 7-4 所示。

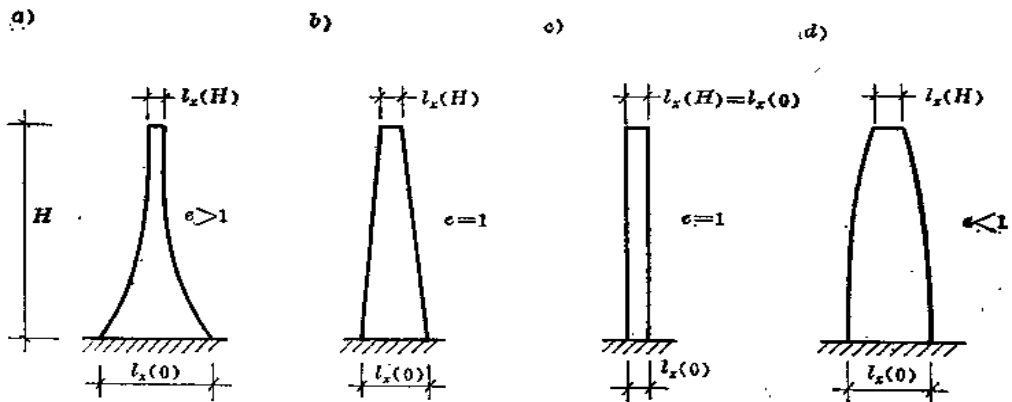


图 7-4 结构外形与 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)}$ 及 c 的关系

结构质量沿高度的变化有不同的规律。当结构物深度相同而宽度 $l_x(z)$ 沿高度变化时，其质量变化基本上按外形而变化；当结构物宽度和深度方向均按 $l_x(z)$ 而变化时（例如各种截面形状的电视塔、烟囱等），其质量变化则接近于 $[l_x(z)]^2$ 规律。因而质量沿高度变化可统一表示为：

$$m(z) = m_0 \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{c}} - 1 \right] \right\}^{c^2} \quad (7-49)$$

式中 m_0 为某一质量常数， c 为与结构体型有关的常数，上面讨论的二种情况， c 分别为 1 或 2。

将以上两式代入式 (7-45) (7-47)，并考虑到作整体计算时 $\mu_s(z)$ 取为常数，见附录二，则得：

$$k_{\lambda 1} = \frac{\mu_s l_x(0)}{m_0} \theta_{\lambda} \quad (7-45a)$$

$$k_r = -\frac{m_0}{\mu_s l_x(0)} \theta_r(z) \quad (7-47a)$$

式中:

$$\theta_\lambda = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} - 1 \right] \right\}^{\epsilon} \phi_{a1}(z) dz \cdot \int_0^H \phi_1^2(z) dz}{\int_0^H \mu_f(z) \mu_s(z) \phi_1(z) dz \cdot \int_0^H \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} - 1 \right] \right\}^{\epsilon} \phi_{a1}^2(z) dz} \times \frac{\eta_{\kappa a1}}{\eta_{\kappa 1}} \quad (7-50)$$

$$\theta_r(z) = \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} - 1 \right] \right\}^{\epsilon(\epsilon-1)} \quad (7-51)$$

将式 (7-45a) (7-47a) 代入式 (7-44) (7-46) 中, 注意到 $\frac{\mu_s l_x(0)}{m}$ 在 $k_\lambda k_r(z)$ 连乘中消去, 得到:

$$p_d(z) \approx \xi_1 \lambda_1 \theta_\lambda \phi_{a1}(z) m(z) \cdot \frac{\mu_s w_0 l_x(0)}{m_0} \quad (7-44a)$$

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{a1}(z)}{\mu_s(z)} \cdot \theta_\lambda \theta_r(z) \quad (7-46a)$$

任意悬臂型结构的振型 $\phi_{a1}(z)$ 与沿高度无变化结构的振型 $\phi_1(z)$ 视其结构差异程度可以有较大的差别。为了应用和比较方便, 对图 7-5 中所示的各种高耸结构给出了前三阶振型及其频率, 见表 7-7 和 7-8 所示。计算时, 假定质量 $m(z)$ 与 $l_x^2(z)$ 成正比, 刚度 $EI(z)$ 与 $l_x^4(z)$ 成正比, 在表 7-7 和 7-8 中, 除了第一阶振型以外, 也给出了二个高阶振型, 以便于一旦需要考虑高振型影响时 (见第六节) 可以查用和对照。应该注意, 表 7-7 是较准确的振型, 其中结构沿高度无变化 $l_x(H) = l_x(0)$ 时的值与按式 (7-42) 作出的近似振型表 7-6 仅有微小差别, 由此也可说明表 7-6 在实用上是完全允许的。

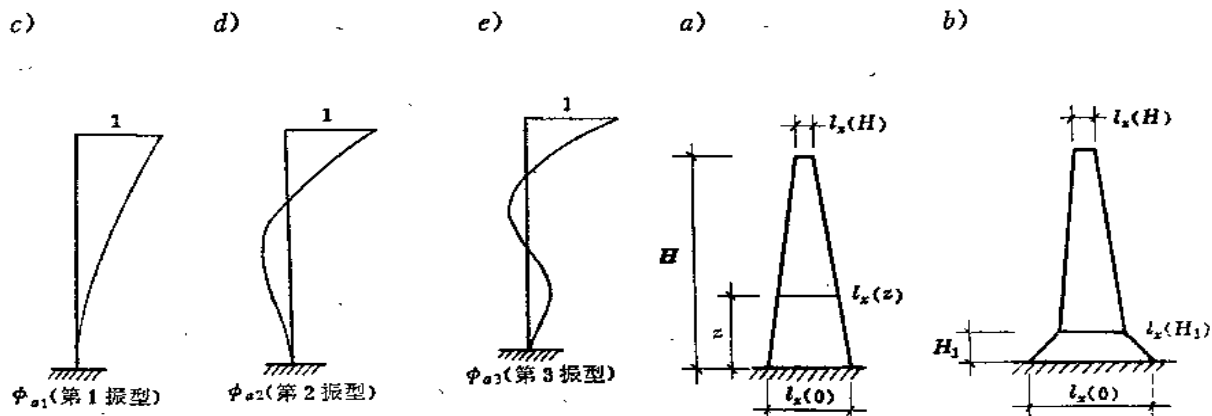


图 7-5

从表 7-7 和 7-8 中可以看出, 同一阶振型其型式是相同的, 但随着顶部宽度的减小, 振型顶部变化更激烈些。

根据文献 [18] 的研究, 对于风压空间相关性折算系数 $\eta_{\kappa z}$, 如公式 (7-29)、(7-29a),

由于振型 $\phi(z)$ 和宽度 $l_x(z)$ 在分子分母中都占有相同的分量 (同阶), 因而它的一些微小变化不致引起较大的差异, 亦即 $\frac{\eta_{x,0.1}}{\eta_{x,1}} \approx 1$ 。据此来看式 (7—50) 中的 θ_1 , 根据文献 [21] 的研究, 当 $C=1$, 即宽度 $l_x(z)$ 变化但深度不变情况下, 振型 $\phi(z)$ 在分子分母中都占有相同的分量, 因而 $\theta_1 \approx 1$ 。而由公式 (7—51), θ_1 恒等于 1, 因而在这种情况下不必进行修正。当 $C=2$, 即结构宽度和深度沿高度均按相同规律 $l_x(z)$ 变化的情况, 由式 (7—50) 可知, 振型 $\phi(z)$ 和建筑物高度 H 影响均很小, 但 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)}$ 在分子分母占有不同的比重, 因而有一定影响。 e 值的变化影响不大, 例如当 $e \geq 10$ 时, θ_1 基本上无变化, 其值比 $e=1$ 时之值也只增加 5% 左右。因此从应用角度上来说, 可取 $e=10$ 作为制表的依据, 列出的 θ_1 表, 见表 7—9。

直线型结构 (图 7—5a) 的振型和频率

表 7—9

z/H		$l_x(H)/l_x(0)$									
		1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
第 1 振型	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.862	0.859	0.856	0.851	0.846	0.839	0.829	0.816	0.798	0.767
	0.8	0.725	0.719	0.712	0.704	0.693	0.680	0.663	0.640	0.611	0.567
	0.7	0.591	0.583	0.573	0.562	0.547	0.530	0.509	0.482	0.448	0.405
	0.6	0.461	0.451	0.440	0.428	0.412	0.394	0.372	0.346	0.314	0.277
	0.5	0.339	0.330	0.318	0.306	0.291	0.274	0.255	0.233	0.208	0.179
	0.4	0.230	0.221	0.211	0.201	0.189	0.175	0.161	0.144	0.126	0.107
	0.3	0.136	0.130	0.123	0.115	0.107	0.098	0.089	0.078	0.068	0.057
	0.2	0.064	0.060	0.056	0.052	0.048	0.043	0.039	0.034	0.029	0.024
	0.1	0.017	0.016	0.015	0.013	0.012	0.011	0.010	0.008	0.007	0.006
$\omega_1(\sqrt{\frac{m_0 H^4}{EI_0}})$		3.519	3.671	3.847	4.038	4.304	4.602	4.976	5.459	6.113	7.041
第 2 振型	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.524	0.524	0.524	0.523	0.522	0.520	0.516	0.509	0.495	0.461
	0.8	0.070	0.073	0.076	0.079	0.083	0.087	0.092	0.098	0.104	0.108
	0.7	-0.317	-0.306	-0.292	-0.276	-0.258	-0.235	-0.208	-0.173	-0.129	-0.074
	0.6	-0.590	-0.564	-0.534	-0.501	-0.462	-0.416	-0.363	-0.300	-0.225	-0.140
	0.5	-0.714	-0.673	-0.627	-0.577	-0.522	-0.460	-0.390	-0.313	-0.220	-0.139
	0.4	-0.683	-0.634	-0.580	-0.523	-0.462	-0.397	-0.328	-0.256	-0.181	-0.107
	0.3	-0.526	-0.479	-0.430	-0.380	-0.328	-0.276	-0.222	-0.168	-0.116	-0.067
	0.2	-0.301	-0.269	-0.237	-0.205	-0.174	-0.143	-0.112	-0.083	-0.056	-0.031
	0.1	-0.093	-0.091	-0.071	-0.060	-0.050	-0.040	-0.031	-0.022	-0.015	-0.008
$\omega_2(\sqrt{\frac{m_0 H^4}{EI_0}})$		22.04	21.53	21.02	20.49	19.97	19.44	18.93	18.44	18.08	18.01
第 3 振型	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.229	0.223	0.217	0.210	0.201	0.191	0.179	0.163	0.141	0.103
	0.8	-0.375	-0.394	-0.392	-0.388	-0.382	-0.372	-0.356	-0.331	-0.287	-0.214
	0.7	-0.658	-0.636	-0.611	-0.581	-0.545	-0.500	-0.444	-0.374	-0.285	-0.176
	0.6	-0.474	-0.439	-0.401	-0.359	-0.314	-0.264	-0.209	-0.152	-0.094	-0.041
	0.5	0.198	0.038	0.056	0.073	0.086	0.096	0.102	0.099	0.080	0.060
	0.4	0.526	0.501	0.472	0.439	0.398	0.351	0.298	0.238	0.169	0.096
	0.3	0.756	0.690	0.622	0.552	0.475	0.397	0.317	0.236	0.156	0.082
	0.2	0.605	0.536	0.468	0.402	0.334	0.269	0.206	0.147	0.093	0.046
	0.1	0.228	0.198	0.168	0.141	0.114	0.089	0.665	0.046	0.028	0.013
$\omega_3(\sqrt{\frac{m_0 H^4}{EI_0}})$		61.72	59.15	56.53	53.87	51.14	48.32	45.40	42.37	39.18	35.73

双直线型结构(图 7-5b)的振型和频率

表 7-8

z/H		几何尺寸				
		$H=60, H_1=10$ $l_x(0)=1.5, l_x(H_1)=7, l_x(H)=12$	100, 15 1.5, 8.5, 16	150, 210 2.0, 12, 20	210, 30 3.0, 17.0, 25	250, 35 4.0, 20.0, 28.0
第 1 振型	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.777	0.767	0.761	0.775	0.783
	0.8	0.573	0.559	0.551	0.573	0.585
	0.7	0.402	0.388	0.380	0.405	0.418
	0.6	0.266	0.253	0.247	0.271	0.283
	0.5	0.162	0.152	0.148	0.169	0.179
	0.4	0.087	0.081	0.078	0.095	0.102
	0.3	0.038	0.035	0.033	0.045	0.050
	0.2	0.011	0.009	0.010	0.016	0.018
	0.1	0.007	0.001	0.006	0.003	0.004
$\omega_1(\sqrt{\frac{m_0}{EI_0}})$		0.001291	0.000437	0.000229	0.000121	0.000086
第 2 振型	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.447	0.436	0.430	0.456	0.467
	0.8	0.042	0.043	0.041	0.069	0.073
	0.7	-0.173	-0.155	-0.150	-0.136	-0.144
	0.6	-0.238	-0.210	-0.200	-0.203	-0.220
	0.5	-0.211	-0.183	-0.173	-0.187	-0.207
	0.4	-0.145	-0.122	-0.115	-0.134	-0.152
	0.3	-0.076	-0.061	-0.058	-0.076	-0.088
	0.2	-0.026	-0.019	-0.019	-0.030	-0.036
	0.1	-0.005	-0.003	-0.004	-0.006	-0.008
$\omega_2(\sqrt{\frac{m_0}{EI_0}})$		0.003784	0.001228	0.000630	0.000337	0.000247
第 3 振型	1	1	1	1	1	1
	0.9	0.077	0.059	0.056	0.090	0.104
	0.8	-0.315	-0.295	-0.285	-0.281	-0.293
	0.7	-0.243	-0.207	-0.196	-0.224	-0.250
	0.6	-0.021	-0.004	-0.004	-0.034	-0.050
	0.5	0.138	0.127	0.118	0.106	0.109
	0.4	0.174	0.147	0.138	0.146	0.162
	0.3	0.124	0.098	0.093	0.112	0.130
	0.2	0.053	0.037	0.038	0.053	0.065
	0.1	0.012	0.007	0.009	0.013	0.017
$\omega_3(\sqrt{\frac{m_0}{EI_0}})$		0.008086	0.002579	0.001299	0.000705	0.000524

结构宽度深度均沿高度作同一规律变化时的 θ_1 值 表 7-9

$\frac{l_x(A)}{l_x(O)}$	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
θ_1	1	1.10	1.20	1.32	1.50	1.75	2.08	2.53	3.30	5.60

此时的 θ , 由式 (7-51) 求得为,

$$\theta_r(z) = \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \right)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right] \right\}^{\beta} = \frac{l_x(z)}{l_x(0)} \quad (7-52)$$

此式表示 $\theta_r(z)$ 为高度 z 处迎风面宽度与底部宽度的比值。

按公式 (7-44a)、(7-46a) 计算风振力 $p_d(z)$ 和风振系数 $\beta(z)$ 时, 当所给结构与沿高度无变化结构差别不大时, 振型 $\phi_{a1}(z)$ 可用 $\phi_1(z)$ 代替来进行简便计算。通常对于直线型结构 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)} \geq 0.5$ 时, 代替误差可在 5% 以内。此时:

$$\left. \begin{aligned} p_d(z) &\approx \xi_1 \lambda_1 \theta_\lambda \phi_1(z) m(z) \cdot \frac{\mu_s w_0 l_x(0)}{m_0} \\ \beta(z) &\approx 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_1(z)}{\mu_x(z)} \cdot \theta_\lambda \theta_r \end{aligned} \right\} \quad (7-53)$$

(二) 结构上附有若干个较大的附加质量

对于结构由于使用上的要求, 有时在不同高度处设置平台、机房等, 使结构承受几个较大的附加质量 M_i , 如图 7-6a 所示。

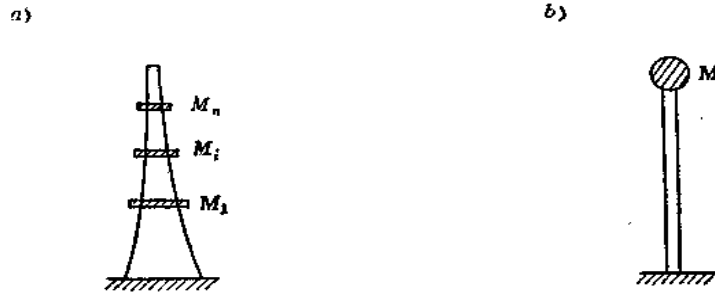


图 7-6

由式 (7-28a) (7-44) 及式 (7-45a) (7-50):

$$\begin{aligned} k_\lambda &= \frac{\mu_s \int_0^H \mu_f(z) \mu_x(z) l_x(z) \phi_{a1}(z) dz}{\int_0^H \mu_f(z) \mu_x(z) \phi_1(z) dz} \times \frac{\int_0^H \phi_1^2(z) dz}{\int_0^H m(z) \phi_{a1}^2(z) dz + \sum_{i=1}^n M_i \phi_{a1}^2(z_i)} \times \frac{\eta_{xz a1}}{\eta_{xz 1}} \\ &= \frac{\mu_s l_x(0)}{m_0} \theta_\lambda \cdot \theta_m \end{aligned} \quad (7-54)$$

式中

$$\theta_m = \frac{\int_0^H m(z) \phi_{a1}^2(z) dz}{\int_0^H m(z) \phi_{a1}^2(z) dz + \sum_{i=1}^n M_i \phi_{a1}^2(z_i)} \quad (7-55)$$

故风振力应为:

$$p_d(z) \approx p_{d1}(z) = \xi_1 \lambda_1 \theta_\lambda \theta_m \phi_{a1}(z) m(z) \frac{\mu_s w_0 l_x(0)}{m_0} \quad (7-44b)$$

$$P_{di} \approx P_{d1i} = \xi_1 \lambda_1 \theta_\lambda \theta_m \phi_{a1i} M_i \frac{\mu_s w_0 l_x(0)}{m_0} \quad (7-44c)$$

风振系数应为:

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{a1}(z)}{\mu_x(z)} \cdot (\theta_\lambda \theta_r \theta_m) \quad (7-46b)$$

$$\beta_i = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{a1i}}{\mu_{xi}} \left(\theta_\lambda \theta_m \frac{l_x(0)}{l_{xi}} - \frac{M_i}{m_0 \Delta H_i} \right) \quad (7-46c)$$

如果略去沿高度分布的连续质量 $m(z)$ 而只考虑团集质量 M_i 时, 则式 (7-55) 应改为:

$$\theta_m = \frac{\int_0^H m(z) \phi_{a1}^2(z) dz}{\sum_{i=1}^n M_i \phi_{a1i}^2} \quad (7-55a)$$

如果团集质量较多接近于分布连续质量的效果, 则 $\theta_m \approx 1$ 。求得 θ_m 值, 则团集质量处的风振力或风振系数仍可用式 (7—44c) 和 (7—46c) 进行计算。

对于等截面 ($l_x(z) = l_x = \text{常数}$) 而团集质量在顶部的结构, 如水塔、高架皮带运输廊等, 见图 7—6b, 则风振力公式 (7—44c) 变得更为简单, 其式为:

$$P_{dH} = \xi_1 \lambda_1 \phi_{1H} M \mu_s w_0 l_x \frac{\int_0^H \phi_1^2(z) dz}{M \phi_{1H}^2} = \xi_1 \lambda_1 \mu_s w_0 l_x \int_0^H \phi_1^2(z) dz \quad (7-56)$$

对于高耸结构, $\int_0^H \phi_1^2(z) dz$ 之值为 $0.2568H$, 对于高层结构, 其值为 $0.3466H$, 因此等截面单质量结构的风振力分别为:

$$P_{dH} = 0.2568 \xi_1 \lambda_1 \mu_s w_0 l_x H \quad (\text{高耸结构}) \quad (7-56a)$$

$$P_{dH} = 0.3466 \xi_1 \lambda_1 \mu_s w_0 l_x H \quad (\text{高层结构}) \quad (7-56b)$$

以上虽然利用上节已制成的表通过修正方法求得风振力和风振系数, 但是在作修正系数 θ 的表格时由于采用了截面和质量沿高度变化的假设以及振型的假设等等, 因而计算是近似的, 通常的误差范围控制在 5% 以内。但正如本节开头所说, 严格说来, 如欲得到较准确的值, 则风振力和风振系数的计算应按式 (7—30) (7—32) 进行。国外一些规范, 例如文 [34] 等, 也采用了用公式计算的方法。

例题 7—2

已知一钢烟囱, 如图 7—7a 所示, 高 $100m$, 外形为直线 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)} = 0.5$, $\mu_s(z) = \mu_s = \text{常数}$, $w_0 = 0.40 kN/m^2$, B 类地貌, 已求得 $T_1 = 0.5$ 秒, 第一振型 $\phi(z)$ 如图 7—7b 所示 (沿高度等分五点计算), 求风振系数及基底弯矩。

解:

用三个公式分别计算如下:

1. 直接采用公式 (7—32) 计算

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 u_1 r_1$$

(1) ξ_1 :

由 $w_0 T_1^2 = 0.40 \times 0.5^2 = 0.1 kN \cdot s^2 / m^2$ 按表 7—1, 得 $\xi_1 = 1.88$ 。

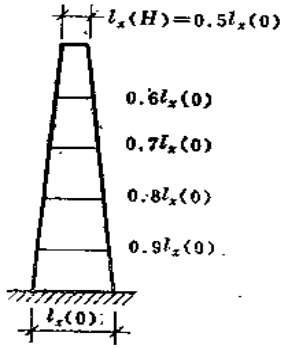
(2) u_1 :

按公式 (7—28b) 计算, 式中 μ_s 与 r_1 中的 μ_s 消去, $\mu_f(z)$ 、 $\mu_s(z)$ 、 $m(z)$ 已求得如图 7—7c、d、e。

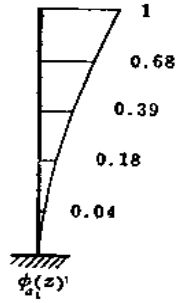
由 $H = 100m$, 查表 7—3, 得 $\eta_{z=1} \approx \eta_{z1} = 0.85$, 代入公式 (7—28b):

$$\begin{aligned} u_1 = & \frac{(0.35 \times 2.09 \times 0.5 \times 1 \times \frac{1}{2} + 0.36 \times 1.95 \times 0.6 \times 0.68 + 0.38 \times 1.77}{(0.25 \times 1^2 \times \frac{1}{2} + 0.36 \times 0.68^2 + 0.49 \times 0.39^2} \\ & \times \frac{0.7 \times 0.39 + 0.40 \times 1.56 \times 0.8 \times 0.18 + 0.45 \times 1.25 \times 0.9 \times 0.04}{+ 0.64 \times 0.18^2 + 0.81 \times 0.04^2} \cdot 20 \cdot l_x(0) \\ & \times 0.85 = 1.67 \frac{l_x(0)}{m_0} \end{aligned}$$

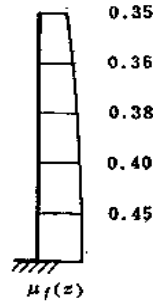
a)



b)



c)



d)

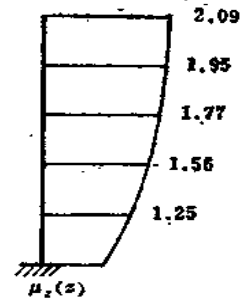
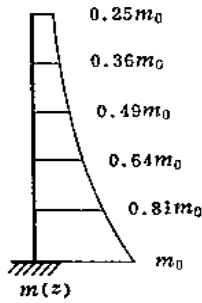
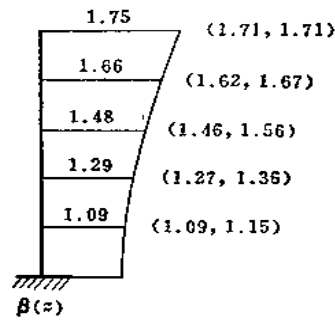


图 7-7

e)



f)



g)

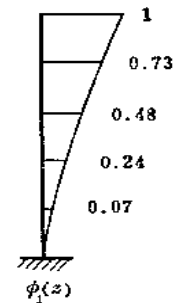


图 7-7

(3) r_1 :按式 (7-33a) 计算, 式中 μ_z 与 u_1 中的值消去, 得:

$$r_1(20) = \frac{0.04 \times 0.81}{1.25 \times 0.9} \frac{m_0}{l_x(0)} = 0.0288 \frac{m_0}{l_x(0)}$$

$$r_1(40) = \frac{0.18 \times 0.64}{1.56 \times 0.8} \frac{m_0}{l_x(0)} = 0.0923 \frac{m_0}{l_x(0)}$$

$$r_1(60) = \frac{0.39 \times 0.49}{1.77 \times 0.7} \frac{m_0}{l_x(0)} = 0.1542 \frac{m_0}{l_x(0)}$$

$$r_1(80) = \frac{0.68 \times 0.36}{1.95 \times 0.6} \frac{m_0}{l_x(0)} = 0.2092 \frac{m_0}{l_x(0)}$$

$$r_1(100) = \frac{1.00 \times 0.25}{2.09 \times 0.5} \frac{m_0}{l_x(0)} = 0.2392 \frac{m_0}{l_x(0)}$$

故

$$\beta(20) = 1 + 1.88 \times 1.67 \times 0.0288 = 1.09$$

$$\beta(40) = 1 + 1.88 \times 1.67 \times 0.0923 = 1.29$$

$$\beta(60) = 1 + 1.88 \times 1.67 \times 0.1542 = 1.48$$

$$\beta(80) = 1 + 1.88 \times 1.67 \times 0.2092 = 1.66$$

$$\beta(100) = 1 + 1.88 \times 1.67 \times 0.2392 = 1.75$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{基底弯矩} &= \sum_{i=1}^5 \beta_i \mu_i w_0 A_i z_i \\ &= (1.09 \times 1.25 \times 0.9 \times 20 + 1.29 \times 1.56 \times 0.8 \times 40 + 1.48 \\ &\quad \times 1.77 \times 0.7 \times 60 + 1.66 \times 1.95 \times 0.6 \times 80 + 1.75 \times 2.09 \\ &\quad \times 0.5 \times 100 \times \frac{1}{2}) \cdot 20 l_x(0) \mu_z w_0 = 8915.17 l_x(0) \mu_z w_0\end{aligned}$$

2. 按 $\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{a1}(z)}{\mu_z(z)}$ 再进行修正计算

按公式 (7—46a), $\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{a1}(z)}{\mu_z(z)} \cdot \theta_A \theta_r$

同前, 按表 7—1, 得 $\xi_1 = 1.88$ 。

由 $H = 100m$, 按表 7—4, 得 $\lambda_1 = 0.90$ 。

由 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)} = 0.5$, 按表 7—9, 得 $\theta_A = 1.75$ 。

θ_r 即图 7—7a 中的系数。

故

$$\begin{aligned}\beta(20) &= 1 + 1.88 \times 0.90 \times \frac{0.04}{1.25} \times 1.75 \times 0.9 = 1.09 \\ \beta(40) &= 1 + 1.88 \times 0.90 \times \frac{0.18}{1.56} \times 1.75 \times 0.8 = 1.27 \\ \beta(60) &= 1 + 1.88 \times 0.90 \times \frac{0.39}{1.77} \times 1.75 \times 0.7 = 1.46 \\ \beta(80) &= 1 + 1.88 \times 0.90 \times \frac{0.68}{1.95} \times 1.75 \times 0.6 = 1.62 \\ \beta(100) &= 1 + 1.88 \times 0.90 \times \frac{1}{2.09} \times 1.75 \times 0.5 = 1.71\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{基底弯矩} &= (1.09 \times 1.25 \times 0.9 \times 20 + 1.27 \times 1.56 \times 0.8 \times 40 + 1.46 \times 1.77 \times 0.7 \times 60 \\ &\quad + 1.62 \times 1.95 \times 0.6 \times 80 + 1.71 \times 2.09 \times 0.5 \times 100 \times \frac{1}{2}) \cdot 20 l_x(0) \mu_z w_0 \\ &= 8748.79 l_x(0) \mu_z w_0\end{aligned}$$

误差: $\left| \frac{8748.79 - 8915.17}{8915.17} \right| = 1.87\%$ 影响是不大的

3. 按 $\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_1(z)}{\mu_z(z)}$ 再进行修正计算

按公式 (7—53) 计算, 振型采用等截面结构的振型, 如图 7—7g 所示。

求得的各点风振系数已标在图 7—7f 的括弧内, 见第 2 数字, 第 1 数字表示前一方法即振型用实际振型计算的结果。求得基底弯矩为 $9107.92 l_x(0) \mu_z w_0$, 误差为 2.16%, 影响也是不大的。所以通常对于 $l_x(H) \geq 0.5 l_x(0)$ 的直线型结构, 也可近似用等截面振型进行计算。

例题 7—3

某一等截面水塔, 钢结构, $H = 30m$, $T_1 = 0.5$ 秒, 可作为单质点结构处理, 如图 7—6, 已知 $w_0 = 0.50 kN/m^2$, B 类地貌, 求风振力。

解:

计算按式 (7—56a) 进行:

由 $w_0 T_1^2 = 0.50 \times 0.5^2 = 0.125$, 查表 7—1, $\xi_1 = 1.92$

按 $H = 30m$, 查表 7—4, 得 $\lambda_1 = 0.82$

$$\begin{aligned} \text{故 } P_{dH} &= 0.2568 \xi_1 \lambda_1 \mu_z w_0 l_x H = 0.2568 \times 1.92 \times 0.82 \times 30 \mu_z w_0 l_x \\ &= 12.13 \mu_z w_0 l_x \end{aligned}$$

例题 7—4

某一等截面钢高耸结构, $H = 90m$, 在 $z = 60m$ 高度处有一平台, 致使该处质量猛增。质量分三段, 如图 7—8a 所示, 按结构动力学, 求得 $T_1 = 1$ 秒, 振型如图 7—8b 所示, 已知 $w_0 = 0.40kN/m^2$, B 类地貌, 求各点风振系数。

解:

为使计算方便, 所有计算均以该三点的参数为准。

1. 直接按公式 (7—32) 计算

(1) ξ_1

由 $w_0 T_1^2 = 0.40 \times 1^2 = 0.40kN \cdot s^2/m^2$, 按表 7—1, 得 $\xi_1 = 2.24$ 。

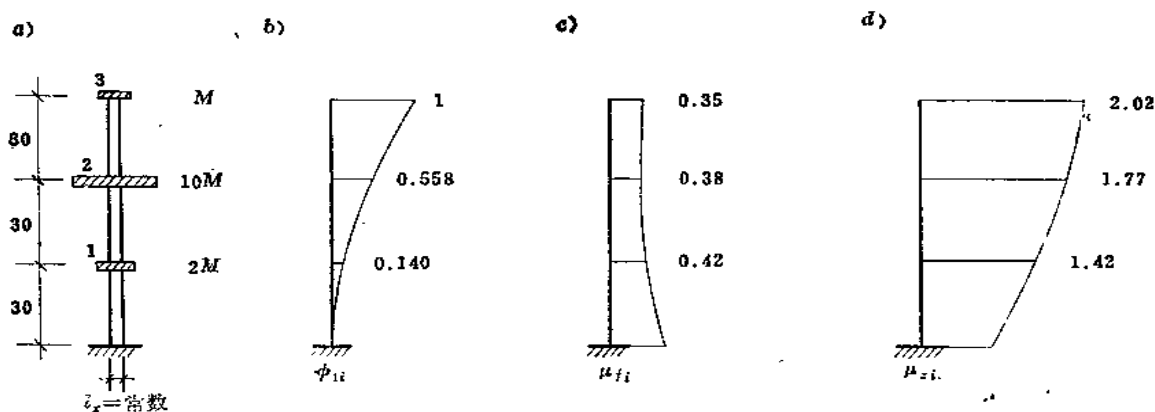


图 7—8

(2) u_1

μ_{f1} 和 μ_{z1} 查表 6—1 及表 4—3 可得, 如图 7—8c、d。

$\eta_{x\alpha 1}$ 可将式 (7—29) 将积分化为总和后进行计算, 因为只考虑三点, 因而可得近似值。式中 ρ_{x-z} 由于只考虑上下相关性, 因而可改为 ρ_z 。如采用式 (6—36) 的值, 并注意到 μ_z 为常数, 则

$$\begin{aligned} \eta_{x\alpha 1} &= \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mu_{f1i} \mu_{z1i} \mu_{f1j} \mu_{z1j} \rho_z \phi_{\alpha 1i} \phi_{\alpha 1j} \Delta H_i \Delta H_j}}{\sum_{i=1}^3 \mu_{f1i} \mu_{z1i} \phi_{\alpha 1i} \Delta H_i} \\ &= \left[(0.42 \times 1.42 \times 0.14)^2 + (0.38 \times 1.77 \times 0.558)^2 + \left(0.35 \times 2.02 \times 1 \times \frac{1}{2}\right)^2 \right. \\ &\quad + (0.42 \times 1.42 \times 0.140) \times (0.38 \times 1.77 \times 0.558) e^{-\frac{30}{60}} \times 2 + (0.42 \times 1.42 \\ &\quad \times 0.140) \times \left(0.35 \times 2.02 \times 1 \times \frac{1}{2}\right) e^{-\frac{60}{60}} \times 2 + (0.38 \times 1.77 \times 0.558) \\ &\quad \times \left(0.35 \times 2.02 \times 1 \times \frac{1}{2}\right) e^{-\frac{30}{60}} \times 2 \left. \right]^{\frac{1}{2}} \div \left[0.42 \times 1.42 \times 0.140 + 0.38 \times 1.77 \right. \end{aligned}$$

$$\times 0.558 + 0.35 \times 2.02 \times 1 \times \frac{1}{2} \Big] = 0.865$$

如果直接查表 7—3, 得到 $\eta_{x01} \approx \eta_{z1} = 0.86$, 因而上述只考虑三点的计算, 仍具有很高的准确度。

设取 $\eta_z = 0.86$, 则由式 (7—28b) 得到:

$$u_1 = \frac{\left(0.42 \times 1.42 \times 0.140 + 0.38 \times 1.77 \times 0.558 + 0.35 \times 2.02 \times 1 \times \frac{1}{2}\right) 30 \mu_z l_x}{M(2 \times 0.140^2 + 10 \times 0.558^2 + 1 \times 1^2)} \\ \times 0.86 = 0.1682 \times \frac{30 \mu_z l_x}{M}$$

(3) r_1

由式 (7—33a):

$$r_1 = \frac{\phi_{011} M_i}{\mu_z \mu_{zi} l_x \Delta H_i}$$

故各点风振系数为:

$$\beta_1 = 1 + 2.24 \times 0.1682 \times \frac{0.140 \times 2}{1.42} = 1.07$$

$$\beta_2 = 1 + 2.24 \times 0.1682 \times \frac{0.558 \times 10}{1.77} = 2.19$$

$$\beta_3 = 1 + 2.24 \times 0.1682 \times \frac{1}{2.02 \times \frac{1}{2}} = 1.37$$

从上看出, 在第 2 点由于质量猛增至 $10M$, 因而该点的风振力及风振系数特别大。

2. 按公式 (7—46c) 计算

按本题等截面仅有团集质量的具体情况, 公式 (7—46c) 可写成:

$$\beta_i = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{011}}{\mu_{zi}} \frac{M_i}{m_0 \Delta H_i} \theta_m$$

查表 7—4, 得 $\lambda_1 = 0.90$

由公式 (7—55a):

$$\theta_m = \frac{m_0 \times 0.2568 \times 90}{M(2 \times 0.140^2 + 10 \times 0.558^2 + 1 \times 1^2)} = 5.5653 \frac{m_0}{M}$$

故各点风振系数为:

$$\beta_1 = 1 + 2.24 \times 0.9 \times \frac{0.140}{1.42} \times \frac{2}{30} \times 5.5653 = 1.07$$

$$\beta_2 = 1 + 2.24 \times 0.9 \times \frac{0.558}{1.77} \times \frac{10}{30} \times 5.5653 = 2.18$$

$$\beta_3 = 1 + 2.24 \times 0.9 \times \frac{1}{2.02} \times \frac{1}{15} \times 5.5653 = 1.37$$

可以看出, 按公式 (7—46c) (即按沿高度无变化结构的系数再加修正的方法) 计算结果精度是很高的。本题按文 [34] 进行计算, 得 $\beta_1 = 1.07, \beta_2 = 2.17, \beta_3 = 1.37$, 同样也很符合。

第五节 不同地面粗糙度对风振影响的分析

不同建筑物实际总是处在不同的地面粗糙度之中。建在城市中心的建筑物显然与空旷地

区的建筑物粗糙度不同,即使都是在城市中心的建筑物,由于周围环境、相邻建筑物等不同,粗糙度也有些变化,当然其变化量没有城市中心与空旷地区的差别那么大。由于粗糙度不同,则使结构承受脉动风压的量亦有所不同,从而影响到风振力和风振系数的变化。因而研究不同地面粗糙度对风振力和风振系数的影响,对结构抗风设计和研究有着十分实际的意义。

由式(7—30)和(7—32),结合式(7—26)、(7—27)、(7—28)、(7—29),可以求得不同地面粗糙度时的风振力和风振系数。对于 $\alpha=0.12, 0.16, 0.20$ 的A、B、C三类地貌,我们已制成了一系列的计算用表,如表7—1~表7—4。但是实际建筑物是处于某一具体的地面粗糙度之中,该处的粗糙度系数 α 不一定正好等于上列A、B、C三种情况的数值。因此,如需计算某一任意值 α 时的风振力或风振系数,必须用式(7—30)或(7—32)进行繁冗的计算,从应用角度来说,显得十分不便。如果应用上面已制成的表格并加以适当的修正,则计算可以十分简便。

从风振系数一般公式(7—32)或沿高度无变化结构的风振系数公式(7—35)来看,系数 ξ_1 、 r_1 或 $\frac{\phi(z)}{\mu_z(z)}$ 的计算涉及 $w_{0\alpha}$ 和 $\mu_z(z)$,它们与粗糙度系数 α 有关,但可根据式(4—14)、(4—15)直接求出。因而需要修正的仅为 u_1 或 λ_1 系数。大量计算表明^[22],外形变化对该修正系数的影响仅在2%以下的幅度,因而可以沿高度无变化结构的修正系数 C_1 来代替。

设以 $\alpha=0.16$ 的空旷地区计算得的值为标准情况, α 不等于0.16的地区均需乘以修正系数 C_1 ,根据(7—36)得:

$$C_1 = \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_z(z) \phi_1(z) dz}{\int_0^H \mu_{0f}(z) \mu_{0z}(z) \phi_1(z) dz} \times \frac{\eta_{xz1}}{\eta_{0xz1}} \quad (7-57)$$

式中 $\mu_{0f}(z)$ 、 $\mu_{0z}(z)$ 、 η_{0xz1} 的脚码加“0”,表示 $\alpha=0.16$ 的标准情况。

大量计算表明,由于 α 的不同, η_{xz1}/η_{0xz1} 的值从0.999变化至1.012,故可认为该项不必修正,这样:

$$C_1 \approx \frac{\int_0^H \mu_f(z) \mu_z(z) \phi_1(z) dz}{\int_0^H \mu_{0f}(z) \mu_{0z}(z) \phi_1(z) dz} \quad (7-58)$$

将式(4—13)的 $\mu_z(z)$,式(6—34)的 $\mu_f(z)$ 及弯曲型振型公式(7—42)代入上式,积分后得到^[22]:

$$C_1 \approx \frac{3.834 \times 35^{1.8\alpha+0.032} \left(\frac{H_T}{10}\right)^{-2\alpha} H^{\alpha-0.16}}{10^{\alpha}} \left(\frac{2}{3+\alpha} - \frac{4}{12+3\alpha} + \frac{1}{15+3\alpha} \right) \quad (7-59)$$

由此,在任意粗糙度情况下,对于一般结构

$$p_d(z) = \xi_1 u_{01} \phi_{01}(z) m(z) w_0 \cdot C_1 \quad (7-60)$$

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 u_{01} r_1 \cdot C_1 \quad (7-61)$$

对于沿高度无变化结构:

$$p_d(z) = \xi_1 \lambda_{01} \phi_1(z) l_z \mu_z w_0 \cdot C_1 \quad (7-62)$$

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_{01} \frac{\phi_1(z)}{\mu_z(z)} \cdot C_1 \quad (7-63)$$

如果假定 H_T 为常数,例如都取 $H_T=350$ 米^[34],则按式(7—59) C_1 的公式绘成图线,

如图 7-9 所示, 从中可以看出它的规律: 粗糙度愈大, 除高度较低者外, C_s 亦愈大, 因而风振力公式 (7-60) 或 (7-62) 亦愈大。对于同一粗糙度情况, 当 $\alpha > 0.16$ 时, C_s 随结构高度增高而增大; $\alpha < 0.16$ 时则相反; 建筑物高度较低时, C_s 接近于 1。

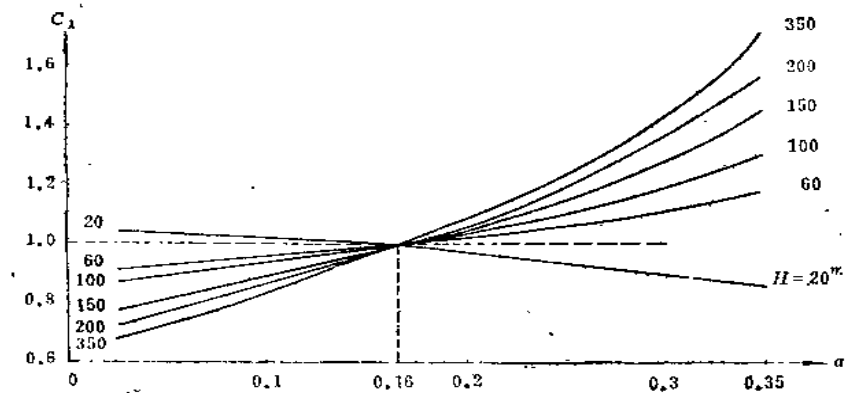


图 7-9 C_s 与 α 的关系

实际上 H_T 随 α 不同而不同, 设 α 每隔 0.04, H_T 相差 50m, $\alpha = 0.16$ 时取 $H_T = 350m$, 则按式 (7-59) 制成表格, 如表 7-10 所示。

高耸结构不同粗糙度修正系数 C_s 表 表 7-10

$H(m)$	10	20	30	40	50	60	70	80
$\alpha=0.04$	1.190	1.095	1.043	1.008	0.981	0.960	0.942	0.927
$\alpha=0.08$	1.150	1.088	1.053	1.029	1.011	0.997	0.984	0.974
$\alpha=0.12$	1.083	1.054	1.037	1.025	1.018	1.008	1.002	0.997
$\alpha=0.16$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$\alpha=0.20$	0.908	0.934	0.949	0.960	0.969	0.976	0.982	0.987
$\alpha=0.24$	0.814	0.860	0.889	0.909	0.926	0.939	0.951	0.961
$\alpha=0.28$	0.721	0.783	0.822	0.851	0.874	0.894	0.910	0.925
$H(m)$	90	100	150	200	250	300	350	400
$\alpha=0.04$	0.914	0.903	0.860	0.831				
$\alpha=0.08$	0.965	0.957	0.926	0.905	0.889			
$\alpha=0.12$	0.992	0.988	0.972	0.961	0.952	0.945		
$\alpha=0.16$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
$\alpha=0.20$	0.992	0.996	1.012	1.024	1.033	1.041	1.047	1.053
$\alpha=0.24$	0.970	0.978	1.011	1.034	1.053	1.068	1.082	1.093
$\alpha=0.28$	0.938	0.950	0.998	1.033	1.061	1.084	1.104	1.122

现在不妨检验一下表 7-10 的准确度。

例如标准情况下: $\alpha = 0.16$, B 类地貌, 如 $H = 300m$, 由表 7-4 查得 $\lambda_{01} = 0.84$,

现在来计算非标准情况下的值。对于A类地貌, $\alpha = 0.12$, 由表7—10得 $C_A = 0.945$ 。

$$\therefore \lambda_{A1} = 0.84 \times 0.945 = 0.79$$

同样对于C类地貌, $\alpha = 0.20$, 由表7—10得 $C_C = 1.041$ 。

$$\therefore \lambda_{C1} = 0.84 \times 1.041 = 0.87$$

现在查表7—4, A类C类的 λ_1 值就是上述两个数字, 因而准确度是满意的。

上面只研究了 λ_1 的修正。实际上由于粗糙度不同, 对于风振系数公式(7—61)或(7—63)来说, 对 ξ_1 、 $\mu_z(z)$ 等都有影响。文献[22]研究表明, 总的修正值随粗糙度增大而增大, 即相当于风振系数中风振部份有所增大。对于同一粗糙度情况, 当 $\alpha > 0.16$, 修正值随着建筑物增加和点的相对位置的增高而减小, 当 $\alpha < 0.16$ 时则相反。

值得注意的是, 随着粗糙度增大, 虽然风振力或风振系数有所增加, 但由于粗糙度增加, 计算风压减小, 因而实际上结构总风力是减小的^[22], 例题7—1也有类似的结果。

第六节 高振型对风振影响的分析

对于风振响应计算, 悬臂型结构通常只需考虑第一振型的影响。但是对于前几个频率比较密集的结构, 例如对有多层牵绳的桅杆结构, 它可能有频率密集区, 高振型对风振响应可能存在一定的影响。另一方面, 对于象电视塔这类高耸结构, 顶上的细长部份高振型影响较为显著, 即所谓**鞭梢效应**, 应该予以注意。

当考虑多个振型影响时, 按随机振动理论, 对于工程上常遇的小阻尼体系, 其动力总响应应由各振型的动力响应按平方总和开方法求得。设 R_{di} 为第 j 振型在高度 z 处的动力响应(内力、位移等), 若取振型数量为 m 个时, 动力总响应 $R_d(z)$ 应为

$$R_d(z) = \sqrt{\sum_{j=1}^m R_{dj}^2(z)} \quad (7-64)$$

第 j 振型风振响应 $R_{dj}(z)$ 可由第 j 振型风振力(等效静力) $p_{dj}(z)$ 作用在结构上计算求得。 $p_{dj}(z)$ 的值由式(7—30)或沿高度无变化结构的式(7—34)计算, 但将脚码1改为 j , 亦即:

$$p_{dj}(z) = \xi_j u_j \phi_j(z) m(z) w_0 \quad (7-65)$$

$$p_{dj}(z) = \xi_j \lambda_j \phi_j(z) l_z \mu_z w_0 \quad (\text{当 } l_z, m \text{ 均为常数}) \quad (7-66)$$

风力作用总响应 $R(z)$ 应在 $R_d(z)$ 上再加上平均风作用下引起的值 $R_s(z)$, 故 $R(z)$ 应为:

$$R(z) = R_s(z) + R_d(z) = R_s(z) + \sqrt{\sum_{j=1}^m R_{dj}^2(z)} \quad (7-67)$$

由式(7—65)、(7—66), 除了 $\phi_j(z)$ 可根据结构按结构动力学求得外, 尚需作出 ξ_j 和 u_j 或 λ_j 。 ξ_j 仍可利用式(7—37)或式(7—41), 只需将脚码1改为 j 即可, 因而可应用表7—1进行计算。 u_j 或 λ_j 可应用式(7—28)或将脚码1改为 j 后的式(7—36), 但需另外作表以便于计算。

为了便于分析影响, 这里仅对等截面的高耸结构作出计算表格, 对于桅杆类结构, 由于变化参数较多, 不便于作表, 可根据公式直接计算。

对于等截面悬臂结构, 振型函数为:

$$\phi_j(z) = A_j(z) \left[\sin k_j z - \operatorname{sh} k_j z + \frac{\cos k_j H + \operatorname{ch} k_j H}{\sin k_j H - \operatorname{sh} k_j H} (\cos k_j z - \operatorname{ch} k_j z) \right] \quad (7-68)$$

$$\text{式中: } A_j(z) = \left[\sin k_j H - \operatorname{sh} k_j H + \frac{\cos k_j H + \operatorname{ch} k_j H}{\sin k_j H - \operatorname{sh} k_j H} (\cos k_j z - \operatorname{ch} k_j z) \right] \quad (7-69)$$

$$k_j = \frac{m \sqrt{\omega_j}}{EI} \quad (7-70)$$

等截面悬臂结构自振频率为:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 3.516 \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, & \omega_2 &= 22.034 \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \\ \omega_3 &= 61.697 \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, & \omega_4 &= 120.902 \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \end{aligned}$$

对于 $\mu_j(z)$ 、 $\mu_z(z)$ 等均与以前相同。如果采用式 (6-36) 的相关性系数 ρ_z , 则按式 (7-29) 或将脚码 1 改为 j 的式 (7-29a), 通过大量电算, 求得高耸结构考虑风压空间相关性折算系数 η_{zj} , 如表 7-11 所示*。

高耸结构考虑风压空间相关性折算系数 η_{zj}

表 7-11

$H(m)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350	≥ 400
η_{z1}	0.98	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.89	0.87	0.86	0.85	0.79	0.74	0.70	0.67	0.64	0.60
η_{z2}	1.03	1.06	1.08	1.11	1.12	1.14	1.15	1.16	1.16	1.17	1.18	1.18	1.16	1.14	1.11	1.08
η_{z3}	1.05	1.09	1.13	1.18	1.21	1.25	1.28	1.32	1.35	1.38	1.49	1.57	1.62	1.65	1.66	1.66
η_{z4}	1.05	1.11	1.16	1.20	1.25	1.29	1.33	1.37	1.40	1.44	1.59	1.72	1.82	1.89	1.95	2.00

有了折算系数 η_{zj} , 由式 (7-36) 将脚码 1 改为 j , 通过电算, 即可求得 λ_j 值, 如表 7-12 所示。

B 类地区高耸结构的 λ_j 值表

表 7-12

$H(m)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	250	300	350	≥ 400
λ_1	0.72	0.79	0.83	0.85	0.87	0.88	0.88	0.89	0.90	0.90	0.89	0.88	0.86	0.84	0.83	0.83
λ_2	0.36	0.42	0.46	0.49	0.51	0.53	0.55	0.57	0.58	0.60	0.64	0.67	0.68	0.69	0.69	0.69
λ_3	0.20	0.23	0.25	0.28	0.30	0.31	0.33	0.35	0.36	0.37	0.43	0.48	0.51	0.53	0.55	0.55
λ_4	0.14	0.16	0.18	0.19	0.21	0.22	0.23	0.24	0.26	0.27	0.31	0.36	0.39	0.42	0.44	0.44

* 表 7-11, 7-12 由何龙龙、施立宏求得。

从上表可以看到, 对 λ_j 来说, 随着振型序号的增高 (j 值增大), λ_j 值愈来愈小。由于总响应是由各振型的响应按平方总和开方法进行计算, 即使不考虑 ξ_j 、 $\phi_j(z)$ 随振型序号变化而变化, λ_j 值为 $\frac{1}{2}\lambda_1$ 时, 其影响也仅 10% 左右。实际上由于还存在 ξ_j 、 $\phi_j(z)$ 等的变化, 其下部影响很小。根据一些实例计算结果的分析, 大部份高振型响应影响不到 1%。仅在靠近顶部截面处, 由于各振型纵标在该处都具有较大值, 高振型影响才较大一些, 但是这些截面一般不是控制截面, 只是在象电视塔这一类结构, 顶部有较细小的部份伸出, 高振型影响才起一定作用, 即所谓**鞭梢效应**。

对外形不同的结构曾经作过分析和计算, 得到高振型影响也在上述的量级范围内的结论。同样对不同的相关性系数的实验公式也作了分析, 虽然 100 米以下的结构有些差别, 但上述结论仍然成立。

第七节 有规则变化结构的风振简化计算

当 $m(z)$ 、 $l_x(z)$ 沿高度作有规律地连续变化时,除了直接按公式 (7—30)、(7—32) 计算风振力和风振系数外,也可用修正的方法按式 (7—44a)、(7—46a) 用查表的形式进行计算。虽然查表计算是方便的,但是表数较多,也带来某些不便,因而可探索一下是否可以忽略一些次要因素,用少量的表格进行计算。

现在来研究风振系数计算的简化。先来确定各参数与哪些因素有关。

1. 高耸结构:

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_{01}}{\mu_z} \theta_1 \theta_r \quad (a)$$

将每个参数依赖的因素都写在该参数后面的括弧内,则上式可写成:

$$\beta(z) = 1 + \xi_1(\zeta_1, \omega_0 T_1^2) \lambda_1(\alpha, H) \frac{\phi_{01}\left(\frac{z}{H}, \frac{l_x(H)}{l_x(0)}\right)}{\mu_z(\alpha, z)} \theta_1\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)}\right) \theta_r\left(\frac{l_x(z)}{l_x(0)}\right) \quad (b)$$

按上式直接作表是困难的。但是如果注意到:

$$\begin{aligned} \mu_z(\alpha, z) &= \mu_{w_0}(\alpha, H_T) \left(\frac{z'}{10}\right)^{2.5} = \mu_{w_0}(\alpha, H_T) \cdot \left(\frac{H}{10}\right)^{2.5} \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{2.5} \\ &= \mu_z(\alpha, H) \cdot \left(\frac{z}{H}\right)^{2.5} \end{aligned} \quad (7-71)$$

则式 (b) 可写成:

$$\beta(z) = 1 + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \quad (7-72)$$

$$\text{式中} \quad \varepsilon_1 = \xi_1(\zeta_1, \omega_0 T_1^2) \cdot \frac{\lambda_1(\alpha, H)}{\mu_z(\alpha, H)} \quad (7-73)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\phi_{01}\left(\frac{z}{H}, \frac{l_x(H)}{l_x(0)}\right)}{\left(\frac{z}{H}\right)^{2.5}} \theta_1\left(\frac{l_x(H)}{l_x(0)}\right) \theta_r\left(\frac{l_x(z)}{l_x(0)}\right) \quad (7-74)$$

从上两式可以看出, ε_1 涉及 4 个因素, ε_2 亦涉及 4 个因素,为了便于作表,可针对某种具体情况而减少有关因素,计算用表即可作出。

例如对于 B 类地貌, $\alpha = 0.16$; 把 ζ_1 分为两类,钢结构取 $\zeta_1 = 0.01$,钢筋混凝土结构 $\zeta_1 = 0.05$,则 ε_1 剩下的只与 $\omega_0 T_1^2$ 及 H 有关,即可作出 ε_1 表,如表 7—13 所示。

又如对于 B 类地貌, $\alpha = 0.16$,把结构分为直线变化的筒形结构(如烟囱, $e = 1$)及内凹曲线结构(如电视塔,取 $e = 10$),则 $\frac{l_x(z)}{l_x(0)}$ 由式 (7—48) 变为与 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)}$ 的直接关系,因而 ε_2 与 $\frac{z}{H}$ 及 $\frac{l_x(H)}{l_x(0)}$ 有关,亦可作表。如果 ϕ_{01} 取近似的振型(以表 7—7 作为代表),则得出的 ε_2 计算用表亦是近似的,这种处理方法是常用,计算表明,它的误差是不大的。 ε_2 表如表 7—14 所示。

B 类地貌高耸结构 ϵ_1 值表

表 7-13

$H(m)$	$w_0 T^2$																	
	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	20.00	30.00
10	1.06 (0.80)	1.13 (0.82)	1.22 (0.84)	1.27 (0.86)	1.32 (0.87)	1.35 (0.89)	1.47 (0.92)	1.61 (0.97)	1.70 (0.99)	1.77 (1.02)	1.82 (1.04)	2.02 (1.11)	2.23 (1.19)	2.36 (1.24)	2.46 (1.27)	2.55 (1.31)	2.82 (1.41)	2.96 (1.48)
20	0.93 (0.70)	0.99 (0.72)	1.07 (0.74)	1.12 (0.80)	1.16 (0.77)	1.19 (0.78)	1.23 (0.81)	1.42 (0.85)	1.49 (0.87)	1.56 (0.90)	1.60 (0.91)	1.77 (0.97)	1.95 (1.04)	2.07 (1.09)	2.16 (1.12)	2.24 (1.15)	2.47 (1.24)	2.62 (1.30)
30	0.86 (0.65)	0.92 (0.67)	0.99 (0.68)	1.04 (0.70)	1.07 (0.71)	1.10 (0.72)	1.19 (0.75)	1.31 (0.78)	1.38 (0.81)	1.44 (0.83)	1.48 (0.84)	1.64 (0.90)	1.81 (0.96)	1.92 (1.01)	2.00 (1.04)	2.07 (1.06)	2.29 (1.13)	2.42 (1.20)
40	0.80 (0.61)	0.86 (0.62)	0.92 (0.64)	0.97 (0.65)	1.00 (0.66)	1.02 (0.67)	1.11 (0.70)	1.22 (0.73)	1.29 (0.75)	1.34 (0.77)	1.38 (0.79)	1.53 (0.84)	1.68 (0.90)	1.79 (0.94)	1.86 (0.96)	1.93 (0.99)	2.13 (1.07)	2.26 (1.12)
50	0.77 (0.58)	0.82 (0.59)	0.88 (0.61)	0.92 (0.62)	0.95 (0.63)	0.98 (0.64)	1.06 (0.67)	1.17 (0.70)	1.23 (0.72)	1.28 (0.74)	1.32 (0.75)	1.46 (0.80)	1.61 (0.86)	1.71 (0.90)	1.78 (0.92)	1.84 (0.95)	2.04 (1.02)	2.16 (1.07)
60	0.73 (0.55)	0.78 (0.57)	0.84 (0.58)	0.88 (0.59)	0.91 (0.60)	0.93 (0.61)	1.01 (0.64)	1.11 (0.67)	1.17 (0.69)	1.22 (0.71)	1.26 (0.72)	1.39 (0.77)	1.54 (0.82)	1.63 (0.86)	1.67 (0.88)	1.76 (0.90)	1.94 (0.97)	2.06 (1.02)
70	0.70 (0.53)	0.74 (0.54)	0.80 (0.55)	0.84 (0.56)	0.87 (0.57)	0.89 (0.58)	0.97 (0.61)	1.06 (0.63)	1.12 (0.65)	1.16 (0.67)	1.20 (0.68)	1.32 (0.73)	1.46 (0.78)	1.55 (0.81)	1.62 (0.84)	1.67 (0.86)	1.85 (0.93)	1.96 (0.97)
80	0.67 (0.51)	0.72 (0.52)	0.77 (0.53)	0.81 (0.54)	0.84 (0.55)	0.86 (0.56)	0.93 (0.58)	1.02 (0.61)	1.08 (0.63)	1.12 (0.65)	1.16 (0.66)	1.28 (0.70)	1.41 (0.75)	1.50 (0.79)	1.56 (0.81)	1.62 (0.83)	1.79 (0.90)	1.89 (0.94)
90	0.66 (0.50)	0.70 (0.51)	0.75 (0.52)	0.79 (0.53)	0.82 (0.54)	0.84 (0.55)	0.91 (0.57)	1.00 (0.60)	1.05 (0.62)	1.10 (0.63)	1.13 (0.64)	1.25 (0.69)	1.38 (0.74)	1.46 (0.77)	1.52 (0.79)	1.58 (0.81)	1.74 (0.87)	1.85 (0.92)
100	0.63 (0.48)	0.68 (0.49)	0.73 (0.50)	0.76 (0.51)	0.79 (0.52)	0.81 (0.53)	0.88 (0.55)	0.97 (0.58)	1.02 (0.59)	1.06 (0.61)	1.09 (0.62)	1.21 (0.66)	1.33 (0.71)	1.41 (0.74)	1.47 (0.76)	1.52 (0.78)	1.68 (0.84)	1.78 (0.89)
150	0.55 (0.42)	0.59 (0.43)	0.63 (0.44)	0.66 (0.45)	0.68 (0.46)	0.70 (0.47)	0.76 (0.48)	0.84 (0.50)	0.88 (0.52)	0.92 (0.53)	0.95 (0.54)	1.05 (0.58)	1.16 (0.62)	1.23 (0.64)	1.28 (0.66)	1.32 (0.68)	1.46 (0.73)	1.55 (0.77)
200	0.50 (0.38)	0.53 (0.38)	0.57 (0.39)	0.60 (0.40)	0.62 (0.41)	0.63 (0.42)	0.69 (0.43)	0.76 (0.45)	0.80 (0.47)	0.83 (0.48)	0.85 (0.49)	0.94 (0.52)	1.04 (0.55)	1.11 (0.57)	1.15 (0.58)	1.19 (0.60)	1.32 (0.66)	1.40 (0.69)
250	0.45 (0.34)	0.48 (0.35)	0.52 (0.36)	0.54 (0.37)	0.56 (0.37)	0.58 (0.38)	0.63 (0.39)	0.69 (0.41)	0.73 (0.42)	0.76 (0.44)	0.78 (0.44)	0.86 (0.47)	0.95 (0.51)	1.01 (0.53)	1.05 (0.54)	1.09 (0.56)	1.20 (0.60)	1.27 (0.63)
300	0.42 (0.31)	0.44 (0.32)	0.48 (0.33)	0.50 (0.34)	0.52 (0.34)	0.53 (0.35)	0.58 (0.36)	0.63 (0.38)	0.67 (0.39)	0.70 (0.40)	0.72 (0.41)	0.79 (0.44)	0.88 (0.47)	0.93 (0.49)	0.97 (0.50)	1.00 (0.52)	1.11 (0.56)	1.17 (0.58)
350	0.39 (0.30)	0.42 (0.30)	0.45 (0.31)	0.47 (0.32)	0.49 (0.32)	0.50 (0.33)	0.54 (0.34)	0.60 (0.36)	0.63 (0.37)	0.65 (0.38)	0.67 (0.38)	0.75 (0.41)	0.82 (0.44)	0.87 (0.46)	0.91 (0.47)	0.94 (0.48)	1.04 (0.52)	1.10 (0.55)

* (未加括弧的数字属于钢结构, 括弧内的数字属于钢筋混凝土结构)。

B类地貌有规则变化高耸结构的 ε_2 值表

表 7-14

$\frac{z}{H}$	$\frac{l_x(H)}{l_x(O)}$									
	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
1	1 (1)	0.99 (0.99)	0.96 (0.96)	0.92 (0.92)	0.90 (0.90)	0.88 (0.88)	0.83 (0.83)	0.76 (0.76)	0.66 (0.66)	0.56 (0.56)
0.9	0.89 (0.89)	0.89 (0.89)	0.87 (0.87)	0.84 (0.85)	0.83 (0.84)	0.82 (0.84)	0.79 (0.82)	0.73 (0.79)	0.65 (0.76)	0.57 (0.84)
0.8	0.78 (0.78)	0.78 (0.78)	0.77 (0.77)	0.75 (0.76)	0.74 (0.76)	0.74 (0.77)	0.72 (0.77)	0.67 (0.77)	0.61 (0.78)	0.57 (0.96)
0.7	0.66 (0.66)	0.67 (0.67)	0.66 (0.66)	0.65 (0.66)	0.65 (0.66)	0.64 (0.68)	0.63 (0.69)	0.60 (0.70)	0.55 (0.73)	0.54 (0.94)
0.6	0.54 (0.54)	0.55 (0.55)	0.54 (0.54)	0.54 (0.55)	0.54 (0.55)	0.54 (0.57)	0.53 (0.58)	0.51 (0.60)	0.48 (0.64)	0.49 (0.84)
0.5	0.42 (0.42)	0.43 (0.43)	0.43 (0.43)	0.42 (0.43)	0.42 (0.44)	0.43 (0.45)	0.42 (0.46)	0.41 (0.48)	0.40 (0.51)	0.42 (0.69)
0.4	0.31 (0.31)	0.31 (0.31)	0.31 (0.31)	0.31 (0.31)	0.31 (0.32)	0.31 (0.33)	0.31 (0.34)	0.31 (0.35)	0.30 (0.38)	0.34 (0.52)
0.3	0.20 (0.20)	0.20 (0.20)	0.20 (0.20)	0.20 (0.20)	0.20 (0.21)	0.21 (0.22)	0.21 (0.22)	0.21 (0.23)	0.21 (0.25)	0.27 (0.38)
0.2	0.11 (0.11)	0.11 (0.11)	0.11 (0.11)	0.11 (0.11)	0.11 (0.11)	0.11 (0.11)	0.11 (0.12)	0.11 (0.12)	0.12 (0.13)	0.15 (0.19)
0.1	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.04)	0.04 (0.05)	0.05 (0.06)

* 未加括弧的数字属于钢结构, 括弧内的数字属于钢筋混凝土结构。

2. 高层结构(沿高度无变化)

$$\beta(z) = 1 + \xi_1 \lambda_1 \frac{\phi_1}{\mu_z} \quad (c)$$

与前一一样, 将每个参数依赖的因素写在该参数的后面括弧内, 则上式写成:

$$\beta(z) = 1 + \xi_1(\zeta_1, w_0 T_1^2) \lambda_1\left(\alpha, H, \frac{H}{l_x}\right) \frac{\phi_1\left(\frac{z}{H}\right)}{\mu_z(\alpha, z)} \quad (d)$$

参考式(7-71), 上式可写成: $\beta(z) = 1 + \psi_1 \psi_2$ (7-75)

式中:
$$\psi_1 = \frac{\lambda_1\left(\alpha, H, \frac{H}{l_x}\right)}{\mu_z(\alpha, H)} \quad (7-76)$$

$$\psi_2 = \xi_1(\zeta_1, w_0 T_1^2) \frac{\phi_1\left(\frac{z}{H}\right)}{\left(\frac{z}{H}\right)^{2\alpha}} \quad (7-77)$$

与前一一样, 在某种具体情况下, 可以直接作出 ψ_1 、 ψ_2 之表。例如对于B类地貌, $\alpha = 0.16$, 即可作出 ψ_1 如表7-15所示。

又如对于B类地貌, $\alpha = 0.16$, ζ_1 分为钢结构和钢筋混凝土结构, 则与 ψ_2 计算有关的只剩下两个因素, 即可作出 ψ_2 表, 如表7-16所示。

B类地貌高层结构的 ψ_1 值表

表 7—15

$\frac{H}{z}$	H									
	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
≤ 0.5	0.32	0.28	0.25	0.23	0.22	0.20	0.19	0.18	—	—
1	0.35	0.31	0.29	0.27	0.25	0.23	0.22	0.20	0.16	0.13
2	0.36	0.33	0.31	0.29	0.27	0.26	0.24	0.23	0.19	0.15
3	0.37	0.34	0.32	0.30	0.28	0.27	0.25	0.24	0.20	0.17

例题 7—5

题同例题 7—2，用表 7—13，7—14 求各点风振系数。

解：

按公式 (7—72)，查表 7—13、7—14，根据 7—2 题已经计算的参数得：

$$\beta(20) = 1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1 + 0.81 \times 0.11 = 1.09$$

$$\beta(40) = 1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1 + 0.81 \times 0.33 = 1.27$$

$$\beta(60) = 1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1 + 0.81 \times 0.57 = 1.46$$

$$\beta(80) = 1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1 + 0.81 \times 0.77 = 1.62$$

$$\beta(100) = 1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 = 1 + 0.81 \times 0.88 = 1.71$$

由于本题结构为直线变化的筒形结构，与作表时依据的条件相同，因而应得到按第四节计算相同的准确度。实际上，与例题 7—2 按 $1 + \xi_1 \lambda \frac{\phi_{01}(z)}{\mu_z(z)}$ 再进行修正计算后的数据比较，结果完全相同。

例题 7—6

题同 7—1，改用 B 类地貌，用表 7—15、7—16 求各点风振系数。

解：

按公式 (7—75)，查表 7—15，7—16 得：

$$\beta(10) = 1 + \psi_1 \psi_2 = 1 + 0.23 \times 0.50 = 1.12$$

$$\beta(20) = 1 + 0.23 \times 0.65 = 1.15$$

$$\beta(30) = 1 + 0.23 \times 0.77 = 1.18$$

$$\beta(40) = 1 + 0.23 \times 0.88 = 1.20$$

$$\beta(50) = 1 + 0.23 \times 0.99 = 1.23$$

$$\beta(60) = 1 + 0.23 \times 1.08 = 1.25$$

$$\beta(70) = 1 + 0.23 \times 1.17 = 1.27$$

$$\beta(80) = 1 + 0.23 \times 1.28 = 1.29$$

$$\beta(90) = 1 + 0.23 \times 1.38 = 1.32$$

$$\beta(100) = 1 + 0.23 \times 1.49 = 1.34$$

上述结果与例 7—1 所附 B 类地貌计算结果几乎完全相同。

B 类地貌高层结构 ψ_2 值表

表 7-16

$\frac{z}{H}$	$w_0 T^2$																	
	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	20.00	30.00
1	1.47 (1.11)	1.57 (1.14)	1.67 (1.17)	1.77 (1.19)	1.83 (1.21)	1.88 (1.23)	2.04 (1.28)	2.24 (1.34)	2.36 (1.38)	2.46 (1.42)	2.53 (1.44)	2.80 (1.54)	3.09 (1.65)	3.28 (1.72)	3.42 (1.77)	3.54 (1.82)	3.91 (1.96)	4.14 (2.06)
0.9	1.35 (1.02)	1.45 (1.05)	1.54 (1.08)	1.63 (1.10)	1.68 (1.11)	1.73 (1.13)	1.88 (1.18)	2.06 (1.23)	2.17 (1.27)	2.26 (1.31)	2.33 (1.33)	2.58 (1.42)	2.84 (1.52)	3.02 (1.58)	3.15 (1.63)	3.26 (1.68)	3.60 (1.80)	3.81 (1.90)
0.8	1.26 (0.95)	1.35 (0.98)	1.44 (1.01)	1.52 (1.02)	1.57 (1.04)	1.62 (1.06)	1.75 (1.10)	1.93 (1.15)	2.03 (1.19)	2.11 (1.22)	2.17 (1.24)	2.41 (1.32)	2.66 (1.42)	2.82 (1.48)	2.94 (1.52)	3.04 (1.56)	3.36 (1.68)	3.56 (1.77)
0.7	1.15 (0.87)	1.23 (0.90)	1.33 (0.92)	1.39 (0.93)	1.44 (0.95)	1.48 (0.97)	1.60 (1.01)	1.76 (1.05)	1.85 (1.08)	1.93 (1.11)	1.99 (1.13)	2.20 (1.21)	2.43 (1.30)	2.57 (1.35)	2.68 (1.39)	2.78 (1.43)	3.07 (1.54)	3.25 (1.62)
0.6	1.06 (0.80)	1.13 (0.82)	1.20 (0.85)	1.27 (0.86)	1.32 (0.87)	1.35 (0.88)	1.47 (0.92)	1.61 (0.96)	1.70 (0.99)	1.77 (1.02)	1.82 (1.04)	2.01 (1.11)	2.22 (1.19)	2.36 (1.24)	2.46 (1.27)	2.54 (1.31)	2.81 (1.41)	2.98 (1.48)
0.5	0.97 (0.74)	1.04 (0.75)	1.11 (0.77)	1.17 (0.79)	1.21 (0.80)	1.24 (0.81)	1.35 (0.85)	1.48 (0.89)	1.56 (0.91)	1.63 (0.94)	1.67 (0.95)	1.85 (1.02)	2.05 (1.09)	2.17 (1.14)	2.26 (1.17)	2.34 (1.20)	2.59 (1.30)	2.74 (1.36)
0.4	0.87 (0.66)	0.93 (0.67)	0.99 (0.69)	1.04 (0.70)	1.08 (0.71)	1.11 (0.73)	1.20 (0.76)	1.32 (0.79)	1.39 (0.81)	1.45 (0.84)	1.49 (0.85)	1.65 (0.91)	1.82 (0.97)	1.94 (1.02)	2.02 (1.04)	2.09 (1.07)	2.31 (1.16)	2.44 (1.22)
0.3	0.76 (0.57)	0.81 (0.59)	0.86 (0.60)	0.91 (0.61)	0.94 (0.62)	0.97 (0.63)	1.05 (0.66)	1.15 (0.69)	1.22 (0.71)	1.27 (0.73)	1.30 (0.74)	1.44 (0.79)	1.59 (0.85)	1.69 (0.89)	1.76 (0.91)	1.82 (0.94)	2.01 (1.01)	2.13 (1.06)
0.2	0.39 (0.30)	0.42 (0.30)	0.44 (0.31)	0.47 (0.32)	0.49 (0.32)	0.50 (0.33)	0.54 (0.34)	0.59 (0.36)	0.63 (0.37)	0.67 (0.38)	1.07 (0.63)	1.10 (0.63)	1.22 (0.67)	1.34 (0.72)	1.43 (0.75)	1.49 (0.77)	1.70 (0.85)	1.80 (0.90)
0.1	0.49 (0.37)	0.52 (0.38)	0.56 (0.39)	0.59 (0.40)	0.61 (0.40)	0.63 (0.41)	0.68 (0.43)	0.75 (0.45)	0.79 (0.46)	0.82 (0.47)	0.85 (0.48)	0.94 (0.51)	1.03 (0.55)	1.10 (0.58)	1.14 (0.59)	1.18 (0.61)	1.31 (0.66)	1.38 (0.69)

* 未加括弧的数字属于钢结构、括弧内的数字属于钢筋混凝土结构。

第八章 结构横风向平移和扭转风振响应

实验表明, 结构除了在顺风向承受风力外, 在横风向也受风力的作用, 产生横风向平移和振动。如果总风力作用点不与结构弹性中心重合, 还将产生空气动力扭矩, 结构在此扭矩作用下将产生扭转响应。

为了寻求它的计算方法, 必须了解空气动力学中一些基本知识。本章从风的流动结构产生阻力、升力和力矩出发, 阐述了雷诺数和斯脱罗哈数的含义。结合工程结构常见的振动情况, 叙述了旋涡脱落引起的振动、驰振等问题, 对扭转响应也作了介绍。

第一节 经细长物体流动而产生的力

图 8—1 表示在速度为 v 的风中一细长物体的截面, 如果不考虑长度的影响, 则可作为二维问题来处理。根据第一章中风压风速关系公式, 物体上将产生风压。将单位面积上的风压沿物体表面积分, 在一般情况下, 将得到三个力: 单位跨度上的顺风向的阻力 (曳力) p_D , 横风向的升力 p_L , 以及扭力矩 M 。

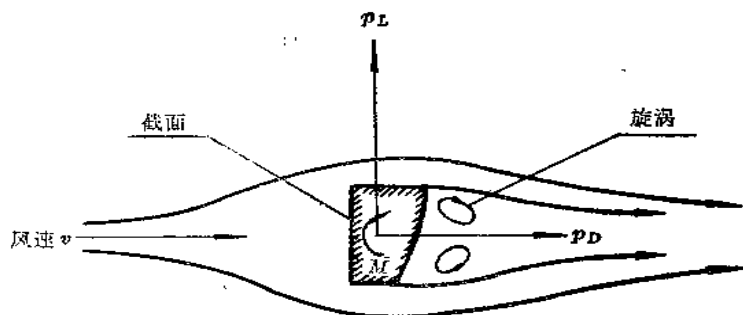


图 8—1 流经物体而产生的力

为了表示这三个力, 我们常用三个无量纲系数来描述, 即阻力系数 μ_D 、升力系数 μ_L 以及力矩 (扭矩) 系数 μ_M 。其表达式为:

$$p_D = \mu_D \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 B \quad (8-1)$$

$$p_L = \mu_L \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 B \quad (8-2)$$

$$M = \mu_M \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \quad (8-3)$$

式中 B 是结构的参考尺度, 常取截面垂直于流动的最大尺度。

p_D 为顺风向的风力, 前面几章已对此作了分析, 因此这里的阻力系数即为迎风面和背风面的体型系数之总和。试验结果表明, 迎风面常为压力, 背风面常为吸力, 因而该系数即为

它们绝对值之和, 或写成:

$$\mu_D = \mu_{SW} - (\mu_{SL}) \quad (8-4)$$

式中 μ_{SW} 为迎风面 (windward face) 的体型系数, μ_{SL} 为背风面 (leeward face) 的体型系数。对于倾斜度不大的建筑物, 按附录二, $\mu_{SW} = +0.8$, $\mu_{SL} = -0.5$, 故 $\mu_D = 0.8 - (-0.5) = 1.3$ 。

p_L 为横风向的升力, 其系数 μ_L 亦需根据大量试验得出, 它与截面形状以及所谓雷诺数或斯脱罗哈数有关。因此我们先了解它们的含义。

在空气流动中, 对流体质点起着主要作用的是两种力: 惯性力和粘性力。根据牛顿第二定律, 作用在流体上的惯性力为单位面积上的压力 $\frac{1}{2} \rho v^2$ 乘以面积, 见第一章。粘性力是流体抵抗变形能力的力, 它等于粘性应力乘以面积。代表抵抗变形能力大小的这种流体性质称为**粘性**, 它是由于传递剪力或摩擦力而产生的, 把粘性 μ 乘以速度梯度 $\frac{dv}{dy}$ 或剪切角 γ 的时间变化率, 称为**粘性应力**。

工程科学家雷诺在十九世纪末期, 通过大量实验, 首先给出了惯性力与粘性力之比, 以后被命名为**雷诺数**。只要雷诺数相同, 动力学便相似, 这样通过风洞实验便可预言真实结构所要承受的力。同时也是衡量平滑流动的**层流** (laminar flow), 向混乱无规则的**湍流** (turbulence) 转变的尺度。因为惯性力的量纲为 $\rho v^2 l^2$, 而粘性力的量纲是粘性应力 $\mu \frac{v}{l}$ (式中 μ 称为**粘性**) 乘以面积 l^2 , 故**雷诺数** (Reynolds number) 为

$$R_e = \frac{\rho v^2 l^2}{\frac{\mu v}{l} \cdot l^2} = \frac{\rho v l}{\mu} = \frac{v l}{\nu} \quad (8-5)$$

式中 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ 称为**动粘性**, 它等于绝对粘性 μ 除以流体密度 ρ 。

由于雷诺数的定义是惯性力与粘性力之比, 因而如果雷诺数很小, 例如小于千分之一, 则惯性力与粘性力相比可以忽略, 即意味着高粘性的行为。另一方面, 如果雷诺数相当大, 例如大于一千, 则意味着粘性力影响很小, 空气常常是这种情况。

图 8—2 表示了圆筒式结构雷诺数 R_e 与升力系数 μ_L 的关系。图中按雷诺数的大小划分

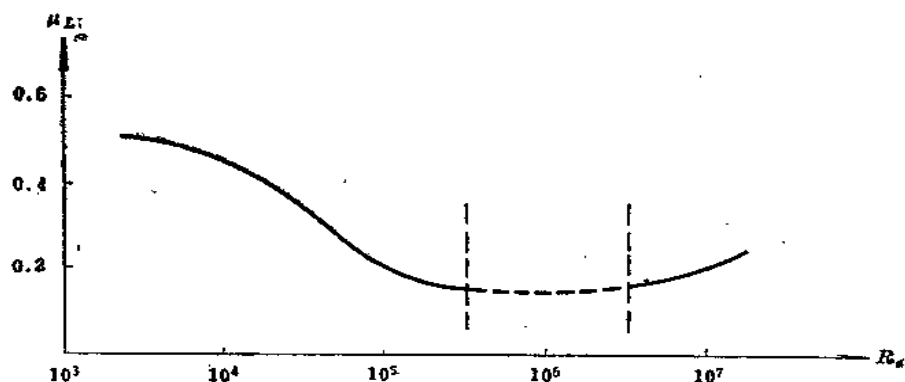


图 8—2 圆筒式结构 μ_L 与 R_e 的实验关系

了三个临界范围,即**亚临界 (Subcritical) 范围**,通常取 $3 \times 10^2 < R_e < 3 \times 10^5$; **超临界 (Supercritical) 范围**,通常取 $3 \times 10^5 \leq R_e < 3.5 \times 10^6$; **跨临界 (trans critical) 范围**,通常取 $R_e > 3.5 \times 10^6$ 。

各个范围流动的特点在图 8—3 中标出。可以看出,在亚临界范围,旋涡以一个相当明确的频率周期性地脱落,横风向振动将是有规则的接近周期性振动。在超临界范围,旋涡脱落凌乱无规则,振动是随机的。在跨临界范围,涡道又重新建立起来了,振动主要是有规则的,也伴有随机振动。

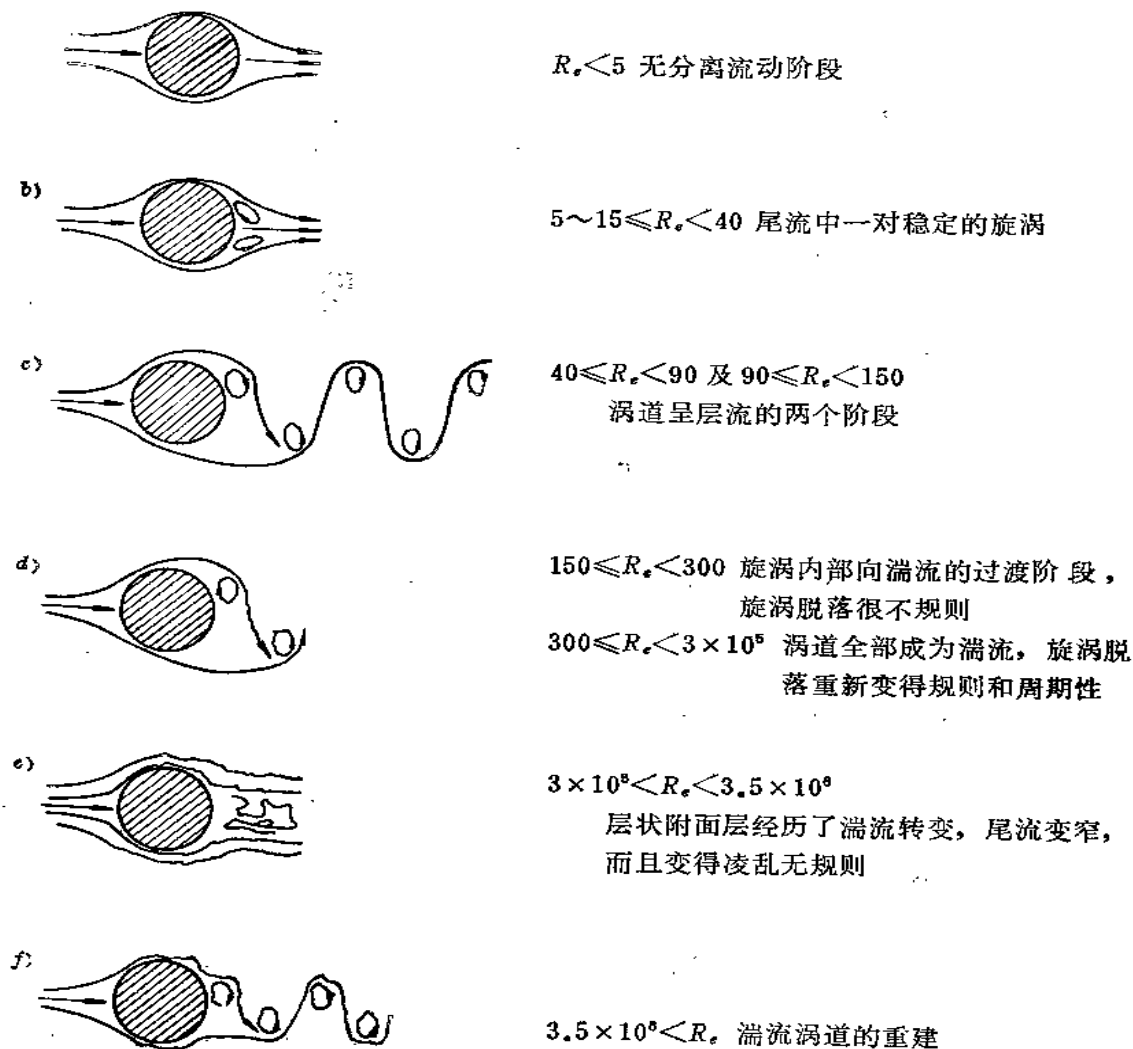


图 8—3 跨越圆柱体的流体随雷诺数增大的发展阶段

旋涡脱落的频率 n_s 表示每秒时间内从流动中脱落出的旋涡数, 频率 n_s 将对振动计算起着作用。在空气弹性力学中这个有意义的旋涡频率可以通过斯脱罗哈数 (Strouhal Number)

以无量纲形式来表示, 即

$$S_t = \frac{n_s B}{v} \quad (8-6)$$

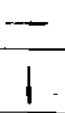


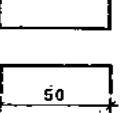

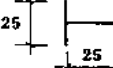

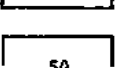

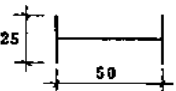

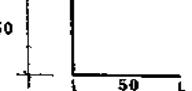

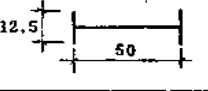

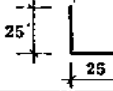

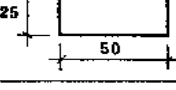

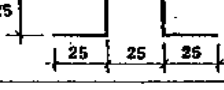

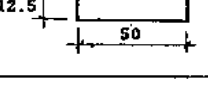

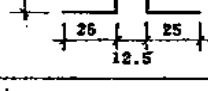

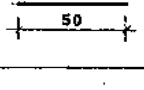

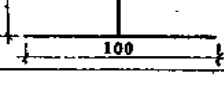

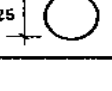

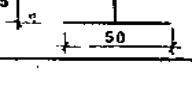
式中 B 为垂直于流速方向物体截面的最大尺度。

斯脱罗哈数是几何形状和雷诺数的函数。对于圆筒式结构, 实验结果如图 8—4 所示。一些常用截面的斯脱罗哈数见表 8—1^[41]。

从图 8—4 可以看出, 在亚临界范围, 旋涡出现周期性脱落, S_t 数具有接近 0.2 左右平均值, 靠近临界范围附近有些增加。在超临界范围, 由于出现随机性旋涡分离, 不能定义 S_t 数, 在这个范围内测得的 S_t 数有很大分布度, 其振动应采用随机振动理论分析。在跨临界范

常用截面的斯脱罗哈数

表 8—1

风	截面尺寸(mm)	S_t 值	风	截面尺寸(mm)	S_t 值
		0.120			0.147
		0.137			
		0.120			0.150
		0.144			0.145
					0.142
					0.147
		0.145			0.131
					0.134
					0.137
		0.140			0.121
		0.153			0.143
		0.145			0.135
		0.168			
		0.156			160
		0.145			
		0.200			0.114
					0.145

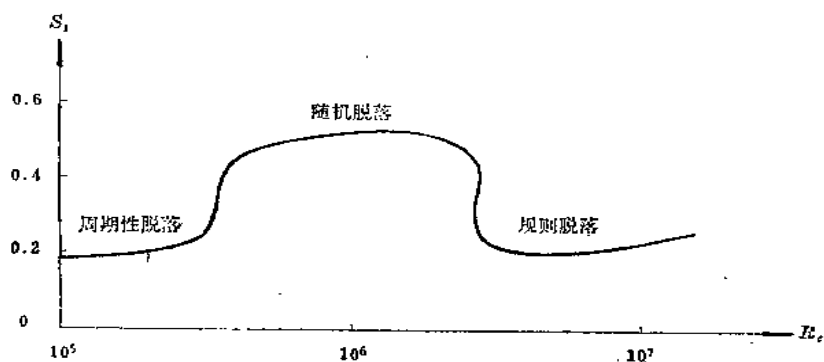


图 8-4 圆筒式结构 R_e 与 S_L 的关系
(取自 L. R. Wootton, C. Scruton 1971 资料)

围，重又出现主要的旋涡频率。由此可以看出，在亚临界和跨临界范围，可采用周期荷载力来研究，亦即 $\mu_L(t)$ 可用下述近似式来表示：

$$\mu_L(t) = \bar{\mu}_L \sin \omega_s t, \quad \omega_s = 2\pi \cdot n_s \quad (8-7)$$

式中 $\bar{\mu}_L$ 为平均升力系数，也常不用上面一横而用 μ_L 来表示。

μ_M 是扭矩系数，可在风洞试验中测得。将在第四节中加以阐述。

第二节 旋涡脱落 (Vortex shedding) 响应分析

当细长结构承受风力作用时，除了顺风向产生振动外，横风向由于升力作用也将产生振动。在亚临界和跨临界范围，这种振动常可假定为在周期性荷载作用下所产生，其频率即为旋涡频率，振动性质为确定性的。由升力系数公式 (8-2) 和 (8-7)，可得横风向的横向风力 $p(t)$ 为：

$$p(t) = \frac{1}{2} \rho v^2 B \cdot \mu_L \sin \omega_s t \quad (8-8)$$

对于横向细长的结构，如大跨度桥梁等，如果不考虑长度的影响而作为无限长的结构来处理，则运动方程可写成：

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + k z = p(t) = \frac{1}{2} \rho v^2 B \mu_L \sin \omega_s t \quad (8-9)$$

当流动速度提高或降低，使旋涡脱落频率接近自振频率时，实验表明，结构将突然产生大振幅的振动。图 8-5 表示一圆柱体旋涡脱落的共振现象。对应于旋涡脱落频率是常数而不是线性函数的区域，称为锁住 (lock-in) 区域。

对于纵向细长的结构，如烟囱、输电塔等，则横向振动运动方程应为无限自由度（或简化为多自由度）体系的方程：

$$m(z) \ddot{y} + c(z) \dot{y} + k(z) y = p(z, t) = \frac{1}{2} \rho v^2(z) B(z) \mu_L(z) \sin \omega_s(z) t \quad (8-10)$$

由于右边荷载项随 z 而变化，因而有别于横向细长结构而变得复杂起来。兹就有关问题讨论如下。

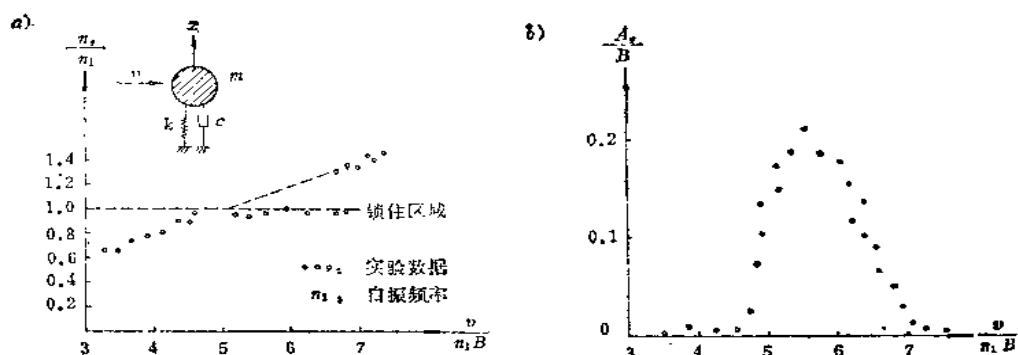


图 8-5 刚性圆柱体旋涡脱落的共振现象

1. 雷诺数和计算范围

由式 (8-5), 根据空气的动粘性值, 可得:

$$R_e = 69000 v B \quad (8-11)$$

式中 B 如前所述为垂直于流速方向物体截面的最大尺度, 对圆截面, 即为直径 D 。

由于风速 v 和尺度 B 沿高度均有变化, 在工程计算中对于带小锥度 (倾角不大于 0.01) 的烟囱等结构, 为简便计, 取 $\frac{2}{3}$ 高度处的值作为标准进行计算。

有了 R_e 值, 即可划分临界范围。如属亚临界范围, 由于风速较小, 只引起微小振动, 通常不予验算。因而只验算跨临界范围, 且取共振时响应到达最大时的值。对于超临界范围, 也有建议按随机振动进行计算, 但与跨临界范围共振来比, 数值较小, 通常略去。

法、苏两国规范规定 $v > 25 \text{ m/s}$ 以上可不进行共振验算。当然风速较大时, 由 S_r 公式 (8-6) 可知, 与第一振型共振可能性很小, 但仍存在高振型共振可能性, 此议尚待研究。

2. 临界风速 (共振风速)

由式 (8-6) 可得:

$$v_c = \frac{n_1 B}{S_r} \quad (8-12)$$

对于圆柱截面, 根据图 8-4, 在亚临界和跨临界范围, S_r 可取 0.2 , 因而临界速度可为:

$$v_c = \frac{n_1 B}{0.2} = \frac{5D}{T_1} \quad (8-13)$$

为了对比, 这里摘录了外国规范资料。法国规范, 对圆柱体, $S_r = 0.18 \sim 0.27$ (对粗糙圆柱取 0.20), 对方底棱柱体取 $S_r = 0.25 \sim 0.30$ 。苏联规范和丹麦规范对圆柱体均取 0.20 。

3. 旋涡脱落频率

因为 $\omega_s = 2\pi n_s$, 考虑到共振响应是最危险的, 见图 8-5, 故取 $n_s = n_1$, 即:

$$\omega_s = 2\pi n_1 \quad (8-14)$$

4. $\mu_L(z)$ 值的计算

可参考表 8-1, 但不考虑 z 值的变化, 即用 μ_L 表示。

为了对比, 这里摘录了外国规范资料, 法国规范, $\mu_L = 0.20$ 。苏联规范 $\mu_L = 0.25$ 。丹麦规范对于钢烟囱, 在 $5 \times 10^4 < R_e < 2 \times 10^5$ 范围, $\mu_L = 0.5$, 在 $R_e > 4 \times 10^5$ 范围, $\mu_L = 0.2$, 在 $2 \times 10^5 < R_e < 4 \times 10^5$ 范围, 按线性插值计算。

5. 荷载作用在结构上的范围及共振响应计算

将临界风速代入式 (8—10), 即得到作用风压。由于旋涡脱落共振有锁住区域, 因而结构上某点风速等于临界风速时, 在该点上下一个有效范围内, 均为共振区域。该范围内虽然各点风速不完全等于临界风速, 但由于存在锁住区域现象, 各点都能共振。其可能的荷载形式如图 8—6(b) 所示。

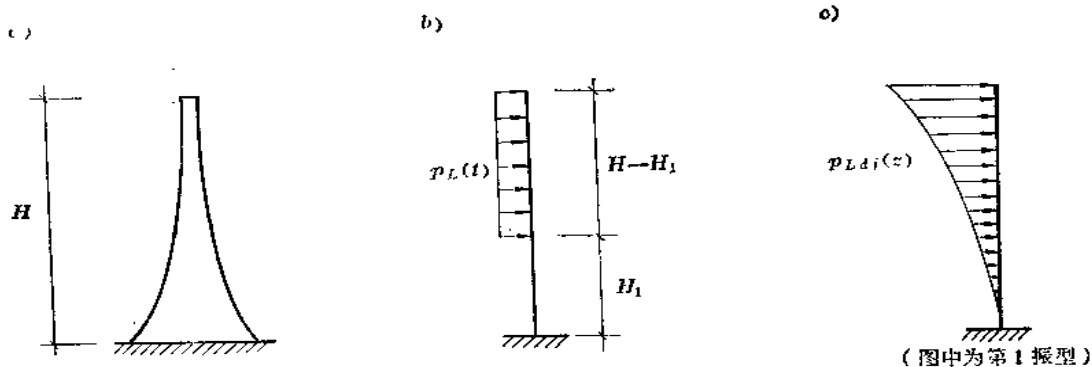


图 8—6 旋涡脱落共振时的风力及等效风振力

根据上述计算简图, 按结构动力学分解法, 方程 (8—10) 的第 j 振型最大共振位移响应应为:

$$y_j(z) = \frac{\int_{H_1}^H \frac{1}{2} \rho v_c^2 B \mu_L \phi_j^2(z) dz}{2 \zeta_j \omega_j^2 \int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz} \phi_j(z) \quad (8-15)$$

第 j 振型最大横向共振等效风振力 (等效静力) 应为:

$$p_{Ld1}(z) = m(z) \frac{\int_{H_1}^H \frac{1}{2} \rho v_c^2 B \mu_L \phi_j^2(z) dz}{2 \zeta_j \int_0^H m(z) \phi_j^2(z) dz} \phi_j(z) \quad (8-16)$$

其图形如图 8—6(c) 所示。

在上式中, $(H-H_1)$ 为横向共振风力作用范围。如果采用图 8—5 试验结果的数据, 则 $\frac{v_c}{n_1 B} = 5$, 即 $S_i = 0.2$ 时开始共振, 直至 $\frac{v_c}{n_1 B} = 6.5 \sim 7$ 。由于锁住现象, 这一段范围都是共振区, 亦即速度提高至 $1.3v_c$ 至 $1.4v_c$, 或风压提高至 $1.69p_c$ 至 $1.96p_c$, 即近两倍的风压范围, 都是共振区段。由此可定出 $(H-H_1)$ 的横向风力作用范围。

在横向共振风力作用范围以下, 即图 8—6 中 H_1 部份, 应属于超临界范围, S_i 数带有明显的随机性, 但因该区域横向风力频谱远离自振频率, 通常影响是很小的, 可予忽略。但也有文献^[10]建议在考虑最大响应时, 应将该段荷载作为随机荷载, 该荷载引起随机响应的动力

系数，应按一般而非共振时的动力系数进行计算。

按式 (8—16) 计算在理论上是合理的。但在实用上，国外一些规范或资料也作了一些简化。

法国规范把等效静力取为底部为零的倒三角形，见图 8—7a，而不是与振型函数成正比的形式，见公式 (8—16)。等效荷载最大值系将式 (8—10) 右部荷载项最大值乘以动力系数而成，即：

$$p_{Ld}(z) = \frac{1}{2\zeta_1} \cdot \frac{1}{2} \rho v_z^2 B(z) \mu_L \cdot \frac{z}{H} \cdot \delta \quad (8-17)$$

式中 ζ_1 为阻尼比，钢结构取 $\frac{0.10}{2\pi}$ ，预应力混凝土结构取 $\frac{0.20}{2\pi}$ ，钢筋混凝土结构取 $\frac{0.30}{2\pi}$ ，砖结构取 $\frac{0.40}{2\pi}$ 。 δ 为考虑尺寸影响的折减系数，为简化计算，取平均值为 0.8。

苏联规范所取的等效静力与第一振型座标成正比，因而其图形类似于图 8—6c，现绘于图 8—7b 上，但计算上作了较多的简化，其等效荷载为：

$$p_{Ld}(z) = - \frac{\frac{1}{2} \rho v_z^2 \cdot B \cdot \mu_L}{2\zeta_1} \phi_1(z) = - \frac{v_z^2 B \mu_L}{3200\zeta_1} \phi_1(z) \quad (8-18)$$

与式 (8—16) 比较，实际上作了假定： $m(z) = m = \text{常数}$ ， $\frac{\int_0^H \phi_1(z) dz}{\int_0^H \phi_1^2(z) dz} = 1$ 。实际上，对于等

截面结构的第 1 振型，当取 $H_1 = 0$ 时，上式之值为 1.56。虽然 H_1 有一定高度，但 H_1 范围内振型纵标很小。因而其值应在 1.5 左右，即有 50% 左右的误差，从下面计算实例结果也可看出这一点。

丹麦规范把等效静力取为矩形，分布长度 $H - H_1 = \frac{H}{2}$ ，形状与荷载相似，见图 8—6(b)，但把荷载 $p_L(z) = \frac{1}{2} \rho v_z^2 B \mu_L$ 直接乘以共振动力系数 $\frac{1}{2\zeta_1}$ 而得。等效静力公式为：

$$p_{Ld}(z) = p_{Ld} = - \frac{\frac{1}{2} \rho v_z^2 B \mu_L}{2\zeta_1} = - \frac{v_z^2 B \mu_L}{3200\zeta_1}, \quad \left(\frac{H}{2} \leq z \leq H \right), \quad (8-19)$$

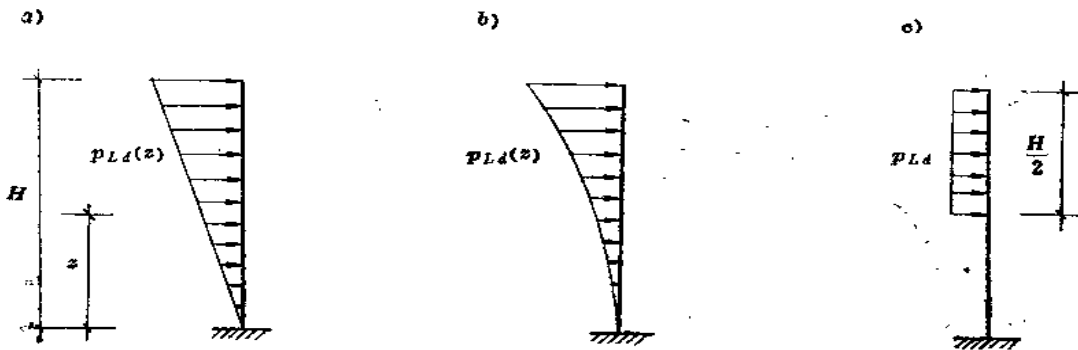


图 8—7 法、苏、丹麦三国规范的最大横向风振力 (等效静力)

其等效静力图形见图 8—7c。

6. 考虑横风向振动时总内力或变形的计算

总内力和变形应考虑顺风向和横风向的响应值。一种情况是：在设计风压 w_0 作用下，在顺风向计算平均风压和脉动风压下引起的响应 $R_s(z)$ （见式 7—23a），同时计算相应该风压下在横风向引起的风振响应 $R_L(z)$ 。由于后者未达到共振状态，因而其值不大，所以顺风向的响应值起着主要作用。总响应 $R(z)$ 应为：

$$R(z) = \sqrt{R_s^2(z) + R_L^2(z)} \approx R_s(z) \quad (8-20)$$

另一种情况是：考虑横风向共振时引起的响应 $R_{LC}(z)$ ，此时的临界风速 v_c 换算成风压 w_c ，即为顺风向的荷载，从而求出顺风向的静的和动的响应 $R_{sc}(z)$ 。此时总响应应为：

$$R(z) = \sqrt{R_{sc}^2(z) + R_{LC}^2(z)} \quad (8-20a)$$

上式在一些国家荷载规范中，通常只对圆柱形构筑物进行验算。

例题 8—1

钢烟囱 $H = 90m$ ，顶端直径 $4.5m$ ，底部直径 $6.95m$ ， $\frac{2H}{3}$ 处的直径 $D\left(\frac{2}{3}H\right) = 5.32m$ ， $m\left(\frac{2}{3}H\right) = 82320kg$ ， $S_s = 0.22$ ， $n_1 = 0.75 1/s$ ， $\zeta_1 = \frac{0.03}{2\pi}$ ，地貌为 $\alpha = 0.125$ ， $v_{10} = 15m/s$ ，求顶端横向最大位移。

解：

1. 计算范围分析：

$$D\left(\frac{2}{3}H\right) = 5.32m, \quad v\left(\frac{2}{3}H\right) = 15 \times \left(\frac{60}{10}\right)^{0.125} = 18.77m/s$$

代入公式 (8—11) 得：

$$\therefore R_s = 69000 \times 18.77 \times 5.32 = 6.89 \times 10^8 > 3.5 \times 10^8$$

属跨临界范围，应验算旋涡脱落共振响应，只考虑第 1 振型。

2. 临界风速

$$\text{由公式 (8—12)} \quad v_c = \frac{0.75 \times 5.32}{0.22} = 18.14m/s$$

3. 横向共振荷载作用范围

由第四章 $v(z) = v_{10}\left(\frac{z}{10}\right)^{\alpha}$ 得：

$$15\left(\frac{z_1}{10}\right)^{0.125} = 18.14, \text{ 得 } z_1 = 45.75m。$$

$$15\left(\frac{z_2}{10}\right)^{0.125} = 18.14 \times 1.3, \text{ 得 } z_2 = 373.2m。$$

故从 z_1 （即图 8—6 中的 H_1 ） $= 45.75m$ 至顶部 $H = 90m$ 均有横向共振荷载。

顶点位移可由式 (8—15) 参考式 (1—3) 直接计算， $m(z)$ ， $D(z)$ 等均以 $\frac{2}{3}H$ 处值为准。

$$y(H) \approx y_1(H) = \frac{\int_{45.75}^{H-90} \frac{1}{1630} \times 18.14^2 \times 1000 \times 5.32 \times 0.2 \left(2 \frac{z^2}{H^2} - \frac{4}{3} \frac{z^3}{H^3} + \frac{1}{3} \frac{z^4}{H^4} \right) dz}{2 \times \frac{0.03}{2\pi} \times (2\pi \times 0.75)^2 \times 82320 \times \int_0^H \left(2 \frac{z^2}{H^2} - \frac{4}{3} \frac{z^3}{H^3} + \frac{1}{3} \frac{z^4}{H^4} \right) dz}$$

$$= \frac{\frac{1}{1630} \times 18.14^2 \times 5.32 \times 0.2 \times 29.918 \times 1000}{2 \times 0.03 \times 2\pi \times 0.75^2 \times 82320 \times 23.112} = 0.0159m$$

本题的试验结果为 0.015m, 较为符合。

本题按法国规范计算结果为 $y(H) = 0.0152m$; 按苏联规范为 $y(H) = 0.0102m$; 按丹麦规范 $y(H) = 0.0130m$ 。从与试验结果对比来看, 法国规范计算结果似乎最为接近, 但是由于法国规范风振力规律的假设与众所周知的第一振型的形式有一定的差距, 因而在其他量值上, 例如其他点的位移以及弯矩剪力等内力上, 可能与实际有较大的差距。即使如此, 法国规范的计算方法仍不失为一个较好的近似方法。苏联规范由于简化过多, 误差较大。

第三节 横风向驰振(Across-wind galloping)

驰振是细长结构失稳式的振动, 输电线裹冰后常常在横风向产生这类形式的振动。其原因是空气中产生空气动力负阻尼分量, 以致振动产生后愈演愈烈, 一直到达极大的振幅而破坏。

图 8—8 示一等截面物体的截面, 风速的迎角(攻角)(attack angle)是 α 。因为阻力系数和升力系数与风向有关, 因而阻力和升力可写成:

$$\left. \begin{aligned} p_D(\alpha) &= \frac{1}{2} \rho v^2 B \mu_D(\alpha) \\ p_L(\alpha) &= \frac{1}{2} \rho v^2 B \mu_L(\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (8-21)$$

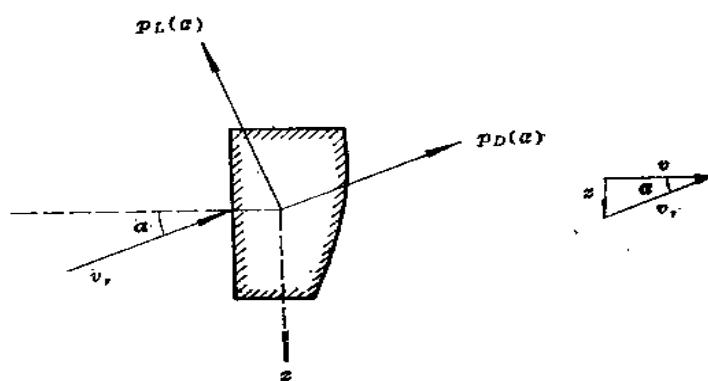


图 8—8 物体上的阻力和升力

在 z 方向这些力的投影合力为:

$$p_z(\alpha) = -p_D(\alpha) \sin \alpha - p_L(\alpha) \cos \alpha = -\frac{1}{2} \rho v^2 B \mu_{pL}(\alpha) \quad (8-22)$$

$$\text{式中} \quad v = v_r \cos \alpha \quad (8-23)$$

$$\mu_{DL}(\alpha) = -[\mu_L(\alpha) + \mu_D(\alpha) \tan \alpha] \sec \alpha \quad (8-24)$$

这样, 问题变成了求速度为 v 的横风向振动位移响应 z 。单自由度体系运动方程可写成:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = p_z(\alpha) \quad (8-25)$$

设 α 、 \dot{z} 等都很小, $p_z(\alpha)$ 或其中的 $\mu_{DL}(\alpha)$ 可在 $\alpha = 0$ 附近展开:

$$\mu_{DL}(\alpha) = \mu_{DL}(0) + \mu'_{DL}(0) \cdot \alpha \quad (8-26)$$

由 (8-22)、(8-24) 两式:

$$\mu'_{DL}(0) = -[\mu'_L(0) + \mu_D(0)] \quad (8-27)$$

$$\alpha = \frac{\dot{z}}{v} \quad (8-28)$$

故运动方程可写成:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = p_z(0) - \frac{1}{2} \rho v^2 B [\mu'_L(0) + \mu_D(0)] \frac{\dot{z}}{v} \quad (8-29)$$

或写成:

$$m\ddot{z} + c'\dot{z} + kz = p_z(0) \quad (8-30)$$

$$\text{式中:} \quad c' = c + \frac{1}{2} \rho v B [\mu'_L(0) + \mu_D(0)] \quad (8-31)$$

上式第一项为结构阻尼系数, 第二项为空气动力阻尼系数。由结构动力学知识, 当阻尼系数 $c' > 0$ 时, 振动随着时间而减弱, 因而是稳定的; 当 $c' < 0$ 即负阻尼情况, 振动将逐渐无限增大, 出现不稳定现象。因而 $c' = 0$ 是判定是否稳定的临界值。

应该指出, 上面结论是根据式 (8-26) 线性展开式而得到。在真实结构中, 因为作用在结构上的流体力不可能随 α 角无限增大, 而应受到限制, 即 $\mu_{DL}(\alpha)$ 实际上是 α 角的非线性函数。因此超过临界状态仍能有确定的稳态驰振的响应, 但响应一般是很大的, 工程上常常不予采用。

因为 c 通常为正值, 如要不稳定振动发生, 则式 (8-31) 第二项必须小于零, 亦即可写成:



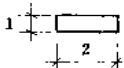
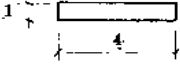



$$\mu'_{DL}(\alpha) = \mu'_L(\alpha) + \mu_D(\alpha) < 0 \quad (8-32)$$

该式即为著名的 **Glauert-Den Hartog 判别式**。它仅是必要条件, 充分条件应为 $c' < 0$ 。

从式 (8-32) 可以看到, 对于圆筒形结构, 因为对称性, 所以 $\frac{d\mu_L(\alpha)}{d\alpha} = 0$, 而 $\mu_D(\alpha) > 0$, 因而是不可能发生驰振的。只有其他非圆截面形式, 或圆截面上再附加其他形式的截面, 如输电线上的裹冰, 才有可能发生不稳定的驰振现象。

表 8-2 列出了各种截面的 μ'_{DL} 值。

各种截面在稳定流动中铅直力系数的斜率 $\mu'_{DL}(\alpha)$ 表 8—2
(流向是从左向右) (α 以弧度为单位)

截面	R_z	$\mu'_{DL}(\alpha)$
	66000	-2.7
	66000	0
	33000	-3.0
	2000~20000	10.0
	66000	0
	51000	0.5
	75000	-0.66

例题 8—2

正方形薄壁钢筒支梁, 截面尺寸如图 8—9 所示, 跨度 $l=12m$, 风速为 $v=44.5m/s$, 试分析该结构横风向的稳定性。

解:

梁的第一自振频率为

$$n_z = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

钢材的弹性模量 $E=2 \times 10^4 kN/cm^2$, 弯曲面积惯性矩 $I=1420cm^4$, 横截面积 $A=20.5cm^2$, 单

位长度质量 $m = \frac{\gamma}{g} A = \frac{0.802 \times 10^{-4}}{980} \times 20.5 = 1.678 \times 10^{-9} kN \cdot s^2/cm^2$, 由此求得 $n_z = 4.49Hz$ 。

由表 8—2, 得 $\mu'_{DL}(\alpha) = -2.7$ 。设空气密度 $\rho = 0.125 \times 10^{-10} kN \cdot s^2/cm^4$, 因为 $c = 2\zeta\omega m = 4\pi\zeta n_z m$, 钢的阻尼比 $\zeta = 0.01$, $\therefore c = 0.9468 \times 10^{-8}$ 。由式 (8—31) $c' = 0$, 得到

$$v_c = \frac{-2 \times 0.9468 \times 10^{-8}}{0.125 \times 10^{-10} \times 20.3(-2.7)} = 2764cm/s = 27.64m/s。$$

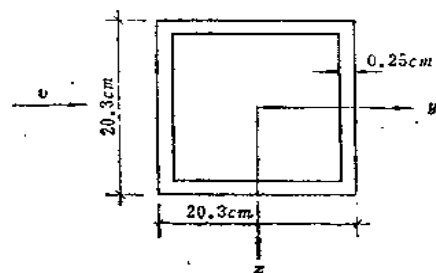


图 8—9

因为实际风速 $v = 44.5 \text{ m/s}$, 远大于 $v_c = 27.64 \text{ m/s}$, 因而梁将产生不稳定的驰振。增大梁的宽度以提高自振频率等方法, 可以避免驰振不稳定现象。

第四节 扭转发散(Torsional divergence)振动

风的流动经过结构时, 产生阻力、升力和力矩(扭矩)。在单纯受到扭矩情况下, 与前节相似, 当速度到达某临界值后, 扭角将无限地增大, 结构达到破坏。

设结构对弹性中心扭转弹簧常数为 k_a , 扭角为 α , 见图 8—10, 则扭转力矩由式 (8—3) 得:

$$M_a = \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_M(\alpha) \quad (8-33)$$

扭转响应方程式为:

$$I \ddot{\alpha} + c_a \dot{\alpha} + k_a \alpha = M_a \quad (8-34)$$

与前节一样, 如 α 很小 $\mu_M(\alpha)$ 可在 $\alpha = 0$ 附近展开时:

$$\mu_M(\alpha) = \mu_M(0) + \mu'_M(0) \cdot \alpha \quad (8-35)$$

而 α 的值为:

$$\alpha = -\frac{r \ddot{a}}{v} \quad (8-36)$$

式中 r 对于长方形截面, 常取平行于流动的长度的二分之一。

将式 (8—35)、(8—36) 代入式 (8—34), 化简后得到:

$$I \ddot{\alpha} + c'_a \dot{\alpha} + k_a \alpha = \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_M(0) \quad (8-37)$$

式中 $c'_a = c_a + \frac{1}{2} \rho v B^2 r \mu'_M(\alpha)$ (8—38)

由上式 $c'_a = 0$ 即可确定临界速度 v_c 。

如果是静力问题, 平衡方程应为:

$$k_a \cdot \alpha = \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_M(\alpha) \quad (8-39)$$

将式 (8—35) 代入上式得到:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_M(0)}{k_a - \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu'_M(0)} \quad (8-40)$$

则当 α 趋向无限大时, 丧失稳定, 因而 v_c 必须满足下列条件:

$$v_c = \sqrt{\frac{2k_a}{\rho B^2 \mu'_M(0)}} \quad (8-41)$$

表 8—3 列出长方形截面的 $\mu'_M(\alpha)$ 的值。

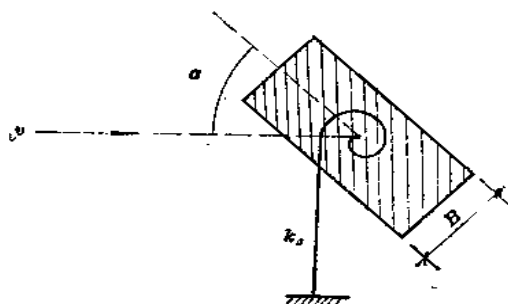

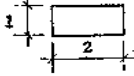
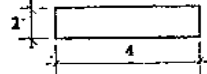
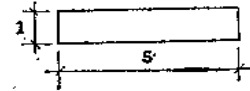


图 8—10

围绕几何中心旋转的长方形截面的 $\mu'_M(\alpha)$ 的值 表 8—3

截面	R_g	$\mu'_M(\alpha)$
	$10^4 \sim 10^5$	-0.18
	$5 \times 10^3 \sim 5 \times 10^4$	-0.64
	$2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4$	-18
	$2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4$	-26

第五节 平移和扭转耦合振动的稳定性

如果截面旋转中心（剪切中心）与重心不重合，则将产生平移和扭转的耦合振动。这里只考虑横风向的平移（ z 向）和扭转的耦合振动。

模型属于两自由度体系的结构，如图 8—11 所示。

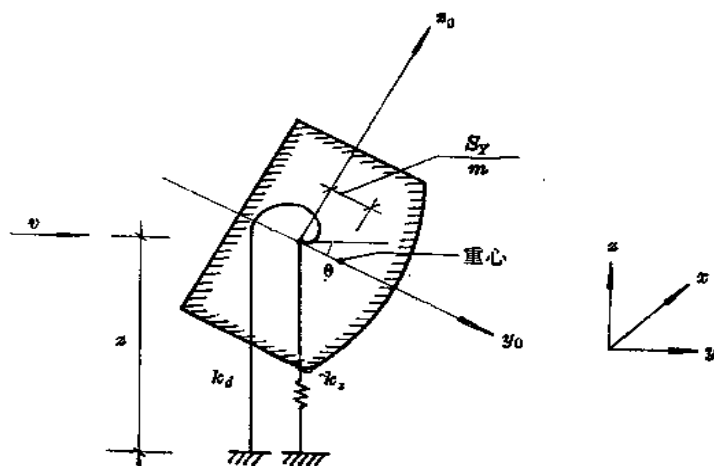


图 8—11 两个自由度的结构模型（阻尼器未表示）

横截面任意一点 (y_0, z_0) 的绝对位置 (y_{0s}, z_{0s}) 为：

$$\left. \begin{aligned} y_{0s} &= z_0 \theta + y_0 \\ z_{0s} &= z - y_0 \theta + z_0 \end{aligned} \right\} \quad (8-42)$$

相对应的速度为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_{0z} &= z_0 \dot{\theta} \\ \dot{z}_{0z} &= \dot{z} - y_0 \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (8-43)$$

每单位长度结构的动能为:

$$T = \frac{1}{2} \int_A (\dot{y}_{0z}^2 + \dot{z}_{0z}^2) \rho dy_0 dz_0 = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} I_a \dot{\theta}^2 - S_y \dot{\theta} \dot{z} \quad (8-44)$$

式中

$$I_a = \int_A (y_0^2 + z_0^2) \rho dy_0 dz_0 \quad (8-45)$$

$$m = \int_A \rho dy_0 dz_0 \quad (8-46)$$

$$S_y = \int_A y_0 \rho dy_0 dz_0 \quad (8-47)$$

每单位长度结构的势能为:

$$V = \frac{1}{2} k_z z^2 + \frac{1}{2} k_\theta \theta^2 \quad (8-48)$$

由拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (8-49)$$

式中:

$$L = T - V \quad (8-50)$$

由虚功原理:

$$\delta w = \sum_{i=1}^2 Q_i \delta q_i \quad (8-51)$$

得到:

$$\left. \begin{aligned} Q_z &= p_z - C_m \dot{z}, \quad C_m = 2m\zeta_z \omega_z \\ Q_\theta &= M_\theta - C_I \dot{\theta}, \quad C_I = 2I\zeta_\theta \omega_\theta \end{aligned} \right\} \quad (8-52)$$

代入拉格朗日方程得到:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + C_m \dot{z} - S_y \ddot{\theta} + k_z z &= p_z = \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_L \\ I\ddot{\theta} + C_I \dot{\theta} - S_y \ddot{z} + k_\theta \theta &= M_\theta = \frac{1}{2} \rho v^2 B^2 \mu_M \end{aligned} \right\} \quad (8-53)$$

由此式, 令右边项为零, 可求出频率和振型。两个频率为:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{\omega_z^2 + \omega_\theta^2 \pm [(\omega_z^2 + \omega_\theta^2)^2 - 4\omega_z^2 \omega_\theta^2 (1 - S_y^2/I_m)]^{1/2}}{2(1 - S_y^2/I_m)} \\ \omega_z^2 &= \frac{k_z}{m} \\ \omega_\theta^2 &= \frac{k_\theta}{I} \end{aligned} \right\} \quad (8-54)$$

振型函数是:

$$\left. \begin{aligned} \{\phi\}_1 &= \begin{Bmatrix} k_1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \{\phi\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ k_2 \end{Bmatrix} \\ k_1 &= \frac{S_y}{m} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_z^2}, \quad k_2 = \frac{S_y}{I} \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_\theta^2} \end{aligned} \right\} \quad (8-55)$$

式由

根据振型分解法, 设位移按振型展开为:

$$\left. \begin{aligned} z &= k_1 q_1 + q_2 \\ \theta &= q_1 + k_2 q_2 \end{aligned} \right\} \quad (8-56)$$

即

$$\{\ddot{y}\} = [\varphi]\{\ddot{q}\} \quad (8-56a)$$

则可得出广义坐标方程:

$$\ddot{q}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = \tilde{p}_j^*(t) / \tilde{M}_j^*, \quad j = 1, 2 \quad (8-57)$$

式中

$$\tilde{p}_j^*(t) = p_x \phi_{jx} + M_\theta \phi_{j\theta} \quad (8-58)$$

$$\tilde{M}_j^* = m \phi_{jx}^2 + I \phi_{j\theta}^2 \quad (8-59)$$

主坐标 q_j 的驰振不稳定性的临界值可用前两节所用的方法, 将力 $\tilde{p}_1^*(t)$ 、 $\tilde{p}_2^*(t)$ 展开成以 q_1 、 q_2 、 \dot{q}_1 和 \dot{q}_2 表示的泰勒级数, 令各项的系数为零, $\tilde{p}_1^*(t)$ 中的系数为 \dot{q}_1 , $\tilde{p}_2^*(t)$ 中的系数为 \dot{q}_2 , 即可确定临界值, 亦即驰振临界点可由下式求得:

$$\left. \begin{aligned} k_1 \frac{2\dot{p}_x}{2\dot{q}_1} + \frac{2\dot{M}_\theta}{2\dot{q}_1} &= 0 \\ \frac{2\dot{p}_x}{2\dot{q}_2} + k_2 \frac{2\dot{M}_\theta}{2\dot{q}_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-60)$$

求出的最小临界速度为:

$$v_c = \left\{ \begin{aligned} &\frac{-2C_M - 2k_2^2 C_I}{\rho B(rk_2 + 1)[k_2 B\mu'_M(\alpha) + \mu'_x(\alpha)]} \\ &\frac{-2k_1^2 C_M - 2C_I}{\rho B(r + k_1)[k_1 \mu'_x(\alpha) + B\mu'_M(\alpha)]} \end{aligned} \right\} \text{取最小值} \quad (8-61)$$

第九章 风振计算中几个特殊问题

第七、第八章介绍了顺风向和横风向以及扭转风振响应的计算,对常遇到的问题都作了详细的分析,基本上包括了国内外大部份规范所包含的内容。但工程上也遇到了一些特殊的风振计算问题,例如由上下不同材料组成的结构的风振响应,当重心与刚心不相重合时高层结构的平移和扭转耦合风振响应等等,本章将对它们作一详细探讨。

第一节 上下不同材料组成的结构的风振响应

工程上有不少建筑物(特别是电视塔、烟囱等)的上部和下部采用了不同的材料,这引起了结构物上下部的刚度不同、质量不同和阻尼不同。前二者可以直接进行计算,因而最主要的问题是阻尼问题。

阻尼理论有很多种,但常用的只有两种,即粘滞阻尼理论和复阻尼理论(线性滞变阻尼理论)。为了便于推导公式,这里采用了复阻尼理论,求出了结构的换算阻尼值。实验结果表明,介绍的公式是可行的。求出了换算阻尼之后,可利用复阻尼理论的阻尼系数与粘滞阻尼理论的阻尼比之间的关系直接得出换算阻尼比,计算即可按一般方法进行。

1. 常用的阻尼理论^[10]

正如前面所指出的,该问题的难点在于结构物上下部阻尼值的不同,而处理这种特殊结构的阻尼的方法又是与阻尼理论的选择有着比较密切的关系。迄今为止,提出的阻尼理论有粘滞阻尼、复阻尼,还有库仑阻尼、介质阻尼等理论,其中使用比较方便的是粘滞阻尼理论和复阻尼理论。

1865年, W. Thomson 在观察衰减运动的基础上,认为固体材料的内摩擦力类似于粘滞流体中的粘滞摩擦,与变形速度成正比, 1892年 W. Voight 发展并完成这种粘滞阻尼理论。对于单自由度体系,运动方程为:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = P(t) \quad (9-1)$$

式中 C 为阻尼系数,它与阻尼比的关系为 $C = 2\zeta\omega M$, 前面几章应用的都是这种粘滞阻尼理论。

在稳态振动中, $P(t) = P \sin \theta t$, $y(t) = y_m \sin(\theta t + \varphi)$, 则包括阻尼力在内的总弹性力 R 应为:

$$\begin{aligned} R &= Ky + C\dot{y} = Ky + C\theta y_m \cos(\theta t + \varphi) \\ &= Ky \pm C\theta y_m \sqrt{1 - \left(\frac{y}{y_m}\right)^2} \end{aligned} \quad (9-2)$$

或

$$\frac{(R - Ky)^2}{C^2 \theta^2} + y^2 = y_m^2 \quad (9-2a)$$

由此式给出 $R - y$ 平面上的曲线,称为滞后回线,它是一个椭圆,如图 9-1a 所示。滞后

回线所包含的面积，就是振动一周耗散的能量 ΔW ，其值应为：

$$\Delta W = \int_0^{2\pi} R \dot{y} dt = \pi C \theta y_m^2 = 2\pi \zeta M \omega \theta y_m^2 \quad (9-3)$$

试验资料表明，在很大变动范围内（从几分钟的慢循环到几千分之一秒的快速循环）， ΔW 几乎与 θ 无关，因而按粘滞阻尼假设得出的 ΔW 不符合试验结果。但是该假设属线性阻尼假设，解算方程非常方便，因而应用仍十分广泛。特别是实际结构的阻尼往往是几种因素而不单单是材料因素来确定的，如果把阻尼系数理解为结构实测结果的值，而不改变它的数学表达式，则能较大程度上符合结构的振动规律。所以粘滞阻尼是最常用的阻尼假设之一。

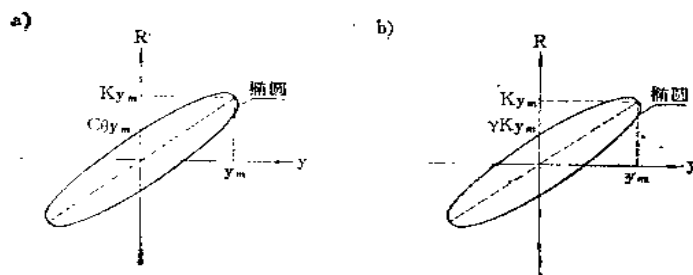


图 9-1 粘滞阻尼和复阻尼假设下的滞后回线

1951 年 Сорокин 在前人工作的基础上，采用了新的假设，认为阻尼力与弹性力成正比，相位超越了 $\frac{\pi}{2}$ ，并采用复数形式来表达。在稳态简谐振动中， $P(t) = P e^{i\theta t}$ ， $y(t) = y_m e^{i(\theta t + \varphi)}$ 。对于单自由度体系，运动方程应为：

$$M \ddot{y} + \gamma K y_m e^{i(\theta t + \varphi + \frac{\pi}{2})} + K y = P e^{i\theta t} \quad (9-4)$$

即 $M \ddot{y} + i\gamma K y + K y = P e^{i\theta t}$

$$M \ddot{y} + (1 + i\gamma) K y = P e^{i\theta t} \quad (9-5)$$

或 $M \ddot{y} + K' y = P e^{i\theta t} \quad (9-6)$

式中 γ 为阻尼系数， K' 称为复刚度，上式的特点是只要在刚度计算中乘以 $(1 + i\gamma)$ ，求出复刚度 K' ，则阻尼的影响即已包括在内，因而计算较为简便。

总弹性力 R 与 y 关系在取实部（或虚部）时为：

$$\begin{aligned} S &= K y + \gamma K y_m \cos\left(\theta t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= K y \pm \gamma K y_m \sqrt{1 - \left(\frac{y}{y_m}\right)^2} \end{aligned} \quad (9-7)$$

$$\text{或} \quad \frac{(R - K y)^2}{\gamma^2 K^2} + y^2 = y_m^2 \quad (9-7a)$$

这亦是一个椭圆方程式，见图 9-1b。与粘滞阻尼（9-2a）公式相比，只不过将 $C\theta$ 换以 γK ，但与 θ 无关。由此得出的每周耗散能量为：

$$\begin{aligned} \Delta W &= \int_0^{2\pi} R \dot{y} dt \\ &= \pi \gamma K y_m^2 \end{aligned} \quad (9-8)$$

这样, Сорокин 解决了 ΔW 与 θ 无关的问题。但是他的假设却存在下述问题:

(1) 有阻尼自振频率 $\omega' = \sqrt{1 + i\gamma^2} \omega$, 大于无阻尼自振频率, 不符合实际情况。

(2) 当简谐干扰力的频率为零时, 稳态振动的振幅 $y = \frac{y_m}{\sqrt{1 + \gamma^2}} \neq y_m$ 。

(3) 从推导过程来看, 原则上只适于稳态简谐振动。

1952 年, N. O. Myklestad 对 Сорокин 的复阻尼假设作了改进, 提出了一个新的假定: 应变的相位总是落后于应力的相位角度 ν , ν 值可近似地看作一个常数。这样, 考虑了阻尼后应力应变关系为:

$$\sigma = e^{i\nu} E \varepsilon \quad (9-9)$$

由此得到单自由度体系的运动方程为:

$$M\ddot{y} + e^{i\nu} Ky = P(t) = P e^{i\theta t} \quad (9-10)$$

滞后回线方程为:

$$R = Ky \cos \nu - Ky_m \sin \nu \sqrt{1 - \left(\frac{y}{y_m}\right)^2} \quad (9-11)$$

每周耗散能量为:

$$\Delta W = \pi \sin \nu \cdot Ky_m^2 \quad (9-12)$$

根据这个假定, Сорокин 假设中前两个矛盾得到解决, 但第三个问题仍然存在。

复阻尼理论虽然存在这样那样的问题, 但是由于它使微分方程仍是线性的, 因而也得到了广泛应用。

从式 (9-8)、(9-12) 与粘滞阻尼每周能量消耗式 (9-3) 相比, 可以得到, 当 $\theta = \omega$ 即共振时, 阻尼影响极大, 存在下列关系:

$$2\zeta = \gamma = \sin \nu. \quad (9-13)$$

由此可见, 只求出一种阻尼理论的阻尼系数, 就可以换算到另一种阻尼理论所用的阻尼系数。

2. 上下不同材料组成的结构的换算阻尼系数^[25]

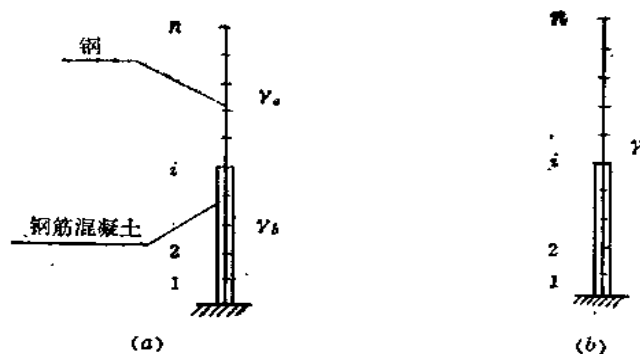


图 9-2

图 9-2 示一上下不同材料组成的悬臂型结构, 第 1— i 为下部结构, 第 i — n 为上部结构, 其中 i 点属于上下部两方。设采用 Сорокин 复阻尼理论求解。设下部结构的阻尼系数为

γ_s ，上部结构的阻尼系数为 γ_b ，如图 9—2a 所示，并设换算阻尼系数为 γ ，见图 9—2b。

根据复阻尼理论，整个结构阻尼系数为 γ 时的振动方程为：

$$[M]\{\ddot{y}\} + (1 + i\gamma)[K]\{y\} = \{P(t)\} \quad (9-14)$$

设

$$\{y\} = [\phi]\{q\} \quad (a)$$

代入上式，并左乘 $\{\phi\}^T$ ，由振型正交性，同第五章方法，得到

$$\{\phi\}^T[M]\{\phi\}_i \ddot{q}_i + (1 + i\gamma_i)\{\phi\}^T[K]\{\phi\}_i q_i = \{\phi\}^T\{P(t)\} \quad (9-14a)$$

当结构由上下不同材料组成时，振动方程应为：

$$[M]\{\ddot{y}\} + (1 + i\gamma_a)[K]_a\{y\} + (1 + i\gamma_b)[K]_b\{y\} = \{P(t)\} \quad (9-15)$$

式中：

$$[K]_a = \begin{bmatrix} [K]_{aa} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[K]_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [K]_{bb} \end{bmatrix}$$

由于 i 点为上部份共有结点，故 $[K]_{aa}$ 的阶数为 $2i \times 2i$ ， $[K]_{bb}$ 的阶数为 $2(n-i+1) \times 2(n-i+1)$ 。

将(a)式代入上式，并左乘 $\{\phi\}^T$ ，由振型正交性，得到：

$$\begin{aligned} & \{\phi\}^T[M]\{\phi\}_i \ddot{q}_i + (1 + i\gamma_{ia})\{\phi\}^T[K]_a\{\phi\}_i q_i + (1 + i\gamma_{ib})\{\phi\}^T[K]_b\{\phi\}_i q_i \\ & = \{\phi\}^T\{P(t)\} \end{aligned} \quad (9-15a)$$

由于

$$[K] = [K]_a + [K]_b \quad (b)$$

比较式 (9-14a) 与式 (9-15a)，得到：

$$\gamma_i \{\phi\}^T[K]\{\phi\}_i = \gamma_{ia} \{\phi\}^T[K]_a\{\phi\}_i + \gamma_{ib} \{\phi\}^T[K]_b\{\phi\}_i$$

亦即

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{\gamma_{ia} \{\phi\}^T[K]_a\{\phi\}_i + \gamma_{ib} \{\phi\}^T[K]_b\{\phi\}_i}{\{\phi\}^T[K]\{\phi\}_i} \\ &= \frac{\nu_{ia} \{\phi\}^T[K]_{aa}\{\phi\}_{ia} + \nu_{ib} \{\phi\}^T[K]_{bb}\{\phi\}_{ib}}{\{\phi\}^T[K]\{\phi\}_i} \end{aligned} \quad (9-16)$$

与前一样，由于 i 点为上下共有点，因而 $\{\phi\}_{ia}$ 的阶数为 $2i \times 1$ ， $\{\phi\}_{ib}$ 的阶数为 $2(n-i+1) \times 1$ 。

上式根据第 i 振型振动一周内能量耗散相等的原则也可得到。此时换算体系的一周能量消耗为：

$$\Delta W = \int_0^T \{\phi\}^T q_i(t) \cdot i\gamma_i [K]\{\phi\}_i q_i(t) dt \quad (9-17a)$$

上下不同材料组成体系的一周能量消耗为：

$$\Delta W = \int_0^T \{\phi\}^T q_i(t) (i\gamma_{ia} [K]_a\{\phi\}_i + i\gamma_{ib} [K]_b\{\phi\}_i) q_i(t) dt \quad (9-17b)$$

令以上二式相等，亦得换算阻尼系数 γ_i 公式 (9-16)。

特殊地，当上下材料相同 $\gamma_{ia} = \gamma_{ib} = \gamma_i$ 时，则 (9-16) 式右边正好亦等于 γ_i ，左右相等，与预期结果符合。

求得了换算阻尼系数 γ_i ，或转化为粘滞阻尼比 $\zeta_i = \frac{\gamma_i}{2}$ 后，即可按前两章的计算方法计

上下外形连续变化结构的换算阻尼比 ζ :

表 9-1(a)

$l_x(H)/l_x(O)$	0.020				0.035				0.050			
H_1/H	1	2	5	10	1	2	5	10	1	2	5	10
0.5	0.0489	0.0457	0.0320	0.0285	0.0489	0.0462	0.0396	0.0375	0.0489	0.0465	0.0420	0.0410
0.6	0.0494	0.0471	0.0406	0.0392	0.0494	0.0474	0.0441	0.0433	0.0494	0.0478	0.0456	0.451
0.7	0.0497	0.0480	0.0453	0.0451	0.0497	0.0484	0.0470	0.0468	0.0497	0.0487	0.0477	0.0476
0.8	0.0499	0.0487	0.0476	0.0478	0.0499	0.0490	0.0485	0.0486	0.0499	0.0494	0.0492	0.0492
0.9	0.0500	0.0496	0.0496	0.0497	0.0500	0.0498	0.0498	0.0498	0.0500	0.0499	0.0499	0.0499

(b)

$l_x(H)/l_x(O)$	0.100				0.150				0.250			
H_1/H	1	2	5	10	1	2	5	10	1	2	5	10
0.5	0.0488	0.0474	0.0460	0.0453	0.0488	0.0479	0.0471	0.0469	0.0490	0.0485	0.0483	0.0482
0.6	0.0493	0.0484	0.0476	0.0474	0.0494	0.0488	0.0484	0.0483	0.0494	0.0493	0.0491	0.0491
0.7	0.0497	0.0492	0.0489	0.0488	0.0497	0.0494	0.0493	0.0493	0.0498	0.0497	0.0496	0.0496
0.8	0.0499	0.0498	0.0496	0.0496	0.0499	0.0499	0.0498	0.0497	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500
0.9	0.0500	0.0500	0.0499	0.0493	0.0500	0.0499	0.0498	0.0499	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500

上部等截面下部外形连续变化结构的换算阻尼比 ζ :

表 9-2(a)

$l_x(H)/l_x(O)$	0.05				0.075				0.100			
H_1/H	1	2	5	10	1	2	5	10	1	2	5	10
0.5	0.0164	0.0306	0.0376	0.0392	0.0234	0.0352	0.0400	0.0411	0.0293	0.0381	0.0415	0.0423
0.6	0.0197	0.0358	0.0418	0.0431	0.0286	0.0399	0.0436	0.0444	0.0349	0.0423	0.0448	0.0454
0.7	0.0252	0.0412	0.0454	0.0463	0.0353	0.0443	0.0466	0.0471	0.0409	0.0459	0.0474	0.0477
0.8	0.0348	0.0462	0.0482	0.0485	0.0434	0.0478	0.0489	0.0491	0.0465	0.0485	0.0490	0.0491
0.9	0.0488	0.0494	0.0499	0.0500	0.0496	0.0498	0.0500	0.500	0.0497	0.0499	0.0500	0.0500

(b)

$l_x(H)/l_x(O)$	0.150				0.250			
H_1/H	1	2	5	10	1	2	5	10
0.5	0.0370	0.0417	0.0436	0.0441	0.0438	0.0453	0.0460	0.0462
0.6	0.0417	0.0450	0.0463	0.0467	0.0467	0.0476	0.0480	0.0480
0.7	0.0457	0.0476	0.0483	0.0484	0.0486	0.0489	0.0492	0.0493
0.8	0.0485	0.0494	0.0496	0.0497	0.0497	0.0498	0.0500	0.0499
0.9	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500

算风振响应。

为了便于应用, 换算粘滞阻尼比 $\zeta_1 \left(\zeta_1 = \frac{\gamma_1}{2} \right)$ 已制成表, 如表 9—1, 9—2 所示。表 9—1 是根据外形按公式 (7—48) 变化时制成的。表 9—2 则在顶部是直线情况下, 仅在 H_1 范围内外形按公式 (7—48) 变化时制成, 见图 9—3。两者均假定刚度与宽度 $l_x(z)$ 四次方成比例, H_1 范围为钢筋混凝土结构, $\zeta_1 = 0.05$, $(H - H_1)$ 即上部范围为钢结构, $\zeta = 0.01$ 。

其中

$$(a) \text{ 图: } l_x(z) = l_x(0) \left\{ 1 + \frac{z}{H} \left[\left(\frac{l_x(0)}{l_x(H)} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \right\}^4,$$

$$(b) \text{ 图: } l_x(z) = l_x(0) \left\{ 1 + \frac{z}{H_1} \left[\left(\frac{l_x(0)}{l_x(H)} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \right\}^4 \quad 0 \leq z \leq H_1.$$

a)

b),

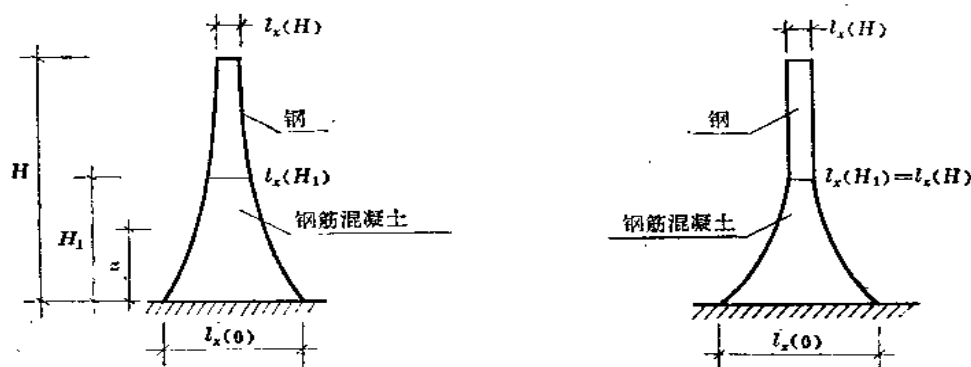


图 9—3

3. 实验研究

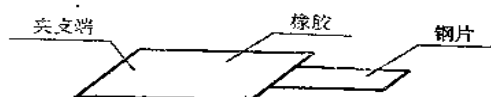
问题的关键在于阻尼的处理。为了验证上述推导的准确程度, 作了实验研究。选取阻尼值相差较大而且便于加工的两种材料: 橡胶和钢片, 按不同的长度比胶接成一组构件, 分别测出每一构件的阻尼值, 见表 9—3。绘出阻尼值—长度比曲线如图 9—4b 实线所示, 图 9—4a 为试件模型示意图。

试件尺寸及 γ 测试值

表 9—3

	钢段长(cm)	钢段宽(cm)	钢段厚(cm)	橡胶段长(cm)	橡胶段宽(cm)	橡胶段厚(cm)	γ 测试值
①	28.5	4.4	0.07				0.0093726
②	24.95	4.6	0.07	3.55	3	2.8	0.063248
③	21.3	4.4	0.07	7.2	3	2.8	0.087
④	17.05	4.6	0.07	11.45	3	2.8	0.133845
⑤	13.25	4.6	0.07	15.25	3.1	2.8	0.15505
⑥	9.3	4.5	0.07	19.2	3.1	2.8	0.166167
⑦	4.95	4.5	0.07	23.55	3	2.8	0.18
⑧				28.5	3.1	2.8	0.21

a)



b)

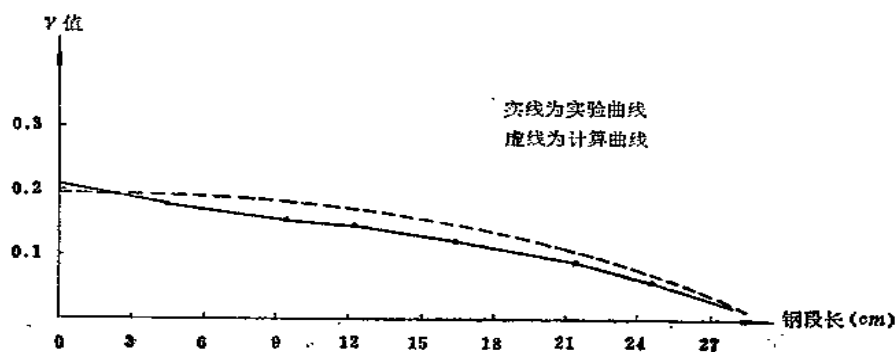


图 9—4

材料的力学指标为:

$$E_{\text{橡}} = 0.8 (\text{kN/cm}^2) \quad E_{\text{钢}} = 2.1 \times 10^4 (\text{kN/cm}^2)$$

橡胶材料测试平均阻尼为 0.19, 钢材料的平均值为 0.008。由公式 (9—16) 求得 γ 值, 如图 9—4 虚线所示。可以看出, 计算结果与实验结果是很接近的, 由实验结果可以说明, 所推导的公式基本上反映了上下不同材料组成的结构的实际情况。

也作了钢和钢筋混凝土两种材料组成的构件的实验, 也得到了类似的结果。

第二节 高层结构平移和扭转耦合振动

在水平风速下, 结构产生阻力、升力和力矩。顺风向的脉动阻力作用在结构上, 只有当重心与刚心重合, 而且荷载合力又通过重心时, 结构才只产生顺风向的振动, 但是, 由于结构布置等原因, 重心与刚心不能重合, 常常存在一个偏心距 e , 因而在水平脉动风力作用下, 结构将产生平移和扭转的耦合振动, 也常称为弯扭耦合振动。

高层结构实际上是属于无限自由度体系, 应该用分布质量表示其惯性影响。但是由于分布质量的体系如果不是均匀的, 计算工作量就比较繁重。如用动力有限元法计算, 则单元质量矩阵是满阵, 给计算增添了麻烦。因而工程上对高层结构质量、刚度等分布不甚均匀的情况, 常将每层的质量集中于楼板, 而形成有限自由度体系进行计算。前已指出, 有限自由度体系和无限自由度体系在动力等性质上是完全相同的, 因而上面有关风振计算公式自然完全可以推广到有限自由度中去。

在一般情况下, 团集质量只考虑团集质量的移动自由度, 而不考虑扭转, 常用图 9—5a 所表示。这种“点质量”实际上只适合于杆件间的集中点, 对于大片面积来说, 例如楼层平台等等, 如仍用点质量来分析则精度有所不足, 这时可采用“片质量”, 如图 9—5b 所示。当

只考虑结构弯曲和扭转变形时，每个片质量具有两向水平移动和一个扭转的可能性，因而图 9—5b 所示的结构具有 $3n$ 个自由度。

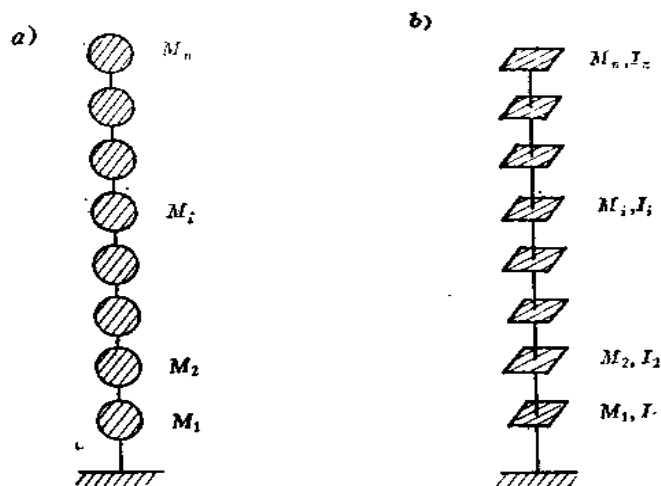


图 9—5 团集质量的计算图式

运动方程的矩阵形式为：

$$[\bar{M}]\{\ddot{y}\} + [\bar{c}]\{\dot{y}\} + [\bar{K}]\{y\} = \{\bar{P}\} \quad (9-18)$$

$$\text{式中: } \{y\} = \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{y\} \\ \{\theta\} \end{Bmatrix} = [x_1 x_2 \dots x_n y_1 y_2 \dots y_n \theta_1 \theta_2 \dots \theta_n]^T$$

$$\left. \begin{aligned} [\bar{M}] &= \begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [I] \end{bmatrix} \\ [M] &= \begin{bmatrix} M_1 & & 0 \\ & M_2 & \\ 0 & & M_n \end{bmatrix} \\ [I] &= \begin{bmatrix} I_1 & & 0 \\ & I_2 & \\ 0 & & I_n \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (9-19)$$

$$\left. \begin{aligned} [\bar{C}] &= \begin{bmatrix} [C]_{xx} & [C]_{xy} & [C]_{x\theta} \\ [C]_{yx} & [C]_{yy} & [C]_{y\theta} \\ [C]_{\theta x} & [C]_{\theta y} & [C]_{\theta\theta} \end{bmatrix} \\ [C]_{xx} &= \begin{bmatrix} C_{x_1 x_1} & C_{x_1 x_2} & \dots & C_{x_1 x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{x_n x_1} & C_{x_n x_2} & \dots & C_{x_n x_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (9-20)$$

$$\begin{aligned}
[C]_{X\theta} &= \begin{bmatrix} C_{X_1\theta_1} & C_{X_1\theta_2} & \cdots & C_{X_1\theta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{X_n\theta_1} & C_{X_n\theta_2} & \cdots & C_{X_n\theta_n} \end{bmatrix} \\
[C]_{XY} &= \cdots \\
[C]_{Y\theta} &= \cdots \\
[C]_{YY} &= \cdots \\
[C]_{\theta\theta} &= \cdots
\end{aligned}
\left. \vphantom{\begin{aligned} [C]_{X\theta} \\ [C]_{XY} \\ [C]_{Y\theta} \\ [C]_{YY} \\ [C]_{\theta\theta} \end{aligned}} \right\}$$

$$[\tilde{K}] = \begin{bmatrix} [K]_{XX} & [K]_{XY} & [K]_{X\theta} \\ [K]_{YX} & [K]_{YY} & [K]_{Y\theta} \\ [K]_{\theta X} & [K]_{\theta Y} & [K]_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (9-21)$$

当结构有 n 层，每层在 x 向有 m 组构件（每组构件变形相同），在 y 向有 m' 组构件（每组构件变形相同）时，则：

$$[K]_{xx} = \sum_{i=1}^n [k]_{xxi} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} k_{x_1x_1i} & k_{x_1x_2i} & \cdots & k_{x_1x_ni} \\ k_{x_2x_1i} & k_{x_2x_2i} & \cdots & k_{x_2x_ni} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{x_nx_1i} & k_{x_nx_2i} & \cdots & k_{x_nx_ni} \end{bmatrix} \quad (9-21a)$$

$$[K]_{yy} = \sum_{i=1}^n [k]_{yyi} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} k_{y_1y_1i} & k_{y_1y_2i} & \cdots & k_{y_1y_{n'}i} \\ k_{y_2y_1i} & k_{y_2y_2i} & \cdots & k_{y_2y_{n'}i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{y_{n'}y_1i} & k_{y_{n'}y_2i} & \cdots & k_{y_{n'}y_{n'}i} \end{bmatrix} \quad (9-21b)$$

$$[K]_{xy} = [K]_{yx} = 0 \quad (9-21c)$$

$$[K]_{x\theta} = [K]_{\theta x} = - \sum_{i=1}^n [k]_{xxi} [y]_i \quad (9-21d)$$

$$[K]_{y\theta} = [K]_{\theta y} = \sum_{i=1}^n [k]_{yyi} [x]_{i1} \quad (9-21e)$$

$$[K]_{\theta\theta} = \sum_{i=1}^n [x]_{i1}^T [k]_{yyi} [x]_{i1} + \sum_{i=1}^n [y]_{i1}^T [k]_{xxi} [y]_{i1} \quad (9-21f)$$

$$[x]_{i1} = \begin{bmatrix} x_{1i1} & 0 \\ & x_{2i1} \\ 0 & \diagdown & x_{ni1} \end{bmatrix} \quad (9-21g)$$

$$[y]_{i1} = \begin{bmatrix} y_{1i1} & 0 \\ & y_{2i1} \\ 0 & \diagdown & y_{n'i1} \end{bmatrix} \quad (9-21h)$$

$$\{\tilde{P}\} = \begin{Bmatrix} \{P_X\} \\ \{P_Y\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = [P_{X1} \ P_{X2} \cdots P_{Xn} \ P_{Y1} \ P_{Y2} \cdots P_{Yn'} \ T_1 \ T_2 \cdots T_n]^T \quad (9-22)$$

上面式中： x_i, y_i, θ_i 为第 i 个片质量的 x 向、 y 向水平位移和扭转角。

P_{xi}, P_{yi}, T_i 为在第 i 个片质量上 x 向、 y 向的风力和风扭矩。

$[M]$ ：质量矩阵；

$[I]$ ：质量极惯性矩矩阵。

$[C]$ ：阻尼矩阵；

[K]: 刚度矩阵。

根据随机振动理论及振型迭加法, 参考式 (5—62), 第 j 振型的响应 \tilde{y} 根方差为:

$$\sigma_{\tilde{y}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \phi_{\tilde{y}ij} \phi_{\tilde{y}ik} \int_{-\infty}^{\infty} H_i(-i\omega) H_K(i\omega) S_{\tilde{F}_j \tilde{F}_K}(\omega) d\omega} \quad (9-23)$$

式中 $\phi_{\tilde{y}ij}$ 为第 j 个振型第 i 个片质量处与 \tilde{y} 对应的振型座标;

$H_i(i\omega)$ 为第 j 振型的频率响应函数 (传递函数);

$S_{\tilde{F}_j \tilde{F}_K}(\omega)$ 为风压对第 j 和 K 振型的谱密度, 参考式 (5—63) 可表示为:

$$S_{\tilde{F}_j \tilde{F}_K}(\omega) = \frac{\{\phi\}_j^T [S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)] \{\phi\}_K}{(\{\phi\}_j^T [\tilde{M}] \{\phi\}_j) (\{\phi\}_K^T [\tilde{M}] \{\phi\}_K)} \quad (9-24)$$

$$\text{式中 } \{\phi\}_j^T = [\phi_{X_{1j}} X_{X_{2j}} \dots \phi_{X_{nj}} \phi_{y_{1j}} \phi_{y_{2j}} \dots \phi_{y_{nj}} \phi_{\theta_{1j}} \phi_{\theta_{2j}} \dots \phi_{\theta_{nj}}] \quad (9-25)$$

$$[S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)] = \begin{bmatrix} [S_{P_x P_x}(\omega)] & [S_{P_x P_y}(\omega)] & [S_{P_x T}(\omega)] \\ [S_{P_y P_x}(\omega)] & [S_{P_y P_y}(\omega)] & [S_{P_y T}(\omega)] \\ [S_{T P_x}(\omega)] & [S_{T P_y}(\omega)] & [S_{T T}(\omega)] \end{bmatrix} \quad (9-26)$$

对风而言, 由于一般情况下高振型的贡献影响很小, 所以可只考虑第 1 振型影响, 因而方程 (9—23) 可变成:

$$\sigma_{\tilde{y}} = \phi_{\tilde{y}i1} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(i\omega)|^2 S_{\tilde{F}_1 \tilde{F}_1}(\omega) d\omega} \quad (9-27)$$

将式 (9—24) 代入上式, 即可得出 $\sigma_{\tilde{y}}$ 之值。于是第 i 个片质量处由脉动风压引起的等效力或扭矩 \tilde{P}_{di} 可表示为:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{di} &= \tilde{M}_i \omega^2 \sigma_{\tilde{y}} = \omega^2 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(i\omega)|^2 S_{\tilde{F}_1 \tilde{F}_1}(\omega) d\omega} \phi_{\tilde{y}i1} \tilde{M}_i \\ &= \omega^2 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H_1(i\omega)|^2 \frac{\{\phi\}_1^T [S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)] \{\phi\}_1 d\omega}{\{\phi\}_1^T [\tilde{M}] \{\phi\}_1}} \phi_{\tilde{y}i1} \tilde{M}_i \end{aligned} \quad (9-28)$$

设风向与 y 轴向一致, 并设 $T_i = P_i d_i$, 式中 d_i 为第 i 个片质量处脉动风压的偏心矩, 则上式 $[S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)]$ 由式 (9—26) 得

$$[S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)] = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [S_{P P'}(\omega)] & [S_{P T}(\omega)] \\ [0] & [S_{T P}(\omega)] & [S_{T T}(\omega)] \end{bmatrix} \quad (9-29)$$

式中

$$[S_{P P'}(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{P_1 P_1}(\omega) & S_{P_1 P_2}(\omega) \dots S_{P_1 P_n}(\omega) \\ S_{P_2 P_1}(\omega) & S_{P_2 P_2}(\omega) \dots S_{P_2 P_n}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{P_n P_1}(\omega) & S_{P_n P_2}(\omega) \dots S_{P_n P_n}(\omega) \end{bmatrix} \quad (9-30)$$

$$[S_{P T}(\omega)] = [S_{P P'}(\omega)] \begin{bmatrix} d_1 & & 0 \\ & d_2 & \\ 0 & & d_n \end{bmatrix} = [S_{P P'}(\omega)] [d] \quad (9-31)$$

$$[S_{T P}(\omega)] = [d] [S_{P P'}(\omega)] \quad (9-32)$$

$$[S_{T T}(\omega)] = [d] [S_{P P'}(\omega)] [d] \quad (9-33)$$

由 (9—29)~(9—33) 可看出, 要求出脉动风压谱密度矩阵 $[S_{\tilde{F} \tilde{F}'}(\omega)]$, 必须求出

和式 (9—39) 的 u_1 的计算。

ξ 值公式与式 (7—26) 相同, 因而可利用第七章有关表格 7—1 计算。

u_1 值与第七章不同, 它多了扭转影响。对于沿高度无变化的高层结构, 如果各片质量的偏心 e 小于 $0.1 l_x$, 计算表明, 扭转对 u_1 的影响可以忽略, 则可近似应用第七章表 7—4 ($u_1 = \lambda_1 \frac{\mu_s l_x}{m}$)。在这种情况下, 偏心的影响主要反映在振型 ϕ_{zi1} 和 \bar{M}_1 上。

例题 9—1

考虑一等截面高层结构, $H = 90m$, $l_x = 56.5m$, $\zeta_1 = 0.05$, B 类地区, $w_0 = 0.40kN/m^2$, $\alpha = 0.16$, $\mu_D = 1.3$, 风 y 向, 且 $d = 0$ 。结构有一对称轴与 x 轴重合, 弹性轴与重心线偏心距均为 $e = 0.1l_x$, 求风振响应。

解:

1. 频率和振型计算

由

$$[K^2] - \omega^2[M] = 0$$

沿高度取 30 个片质量, 根据 (9—19)(9—21) 两式的演化, 得到 $\omega_1 = 6.032r/s$, 即 $T_1 = 1.042s$, 第 1 振型如表 9—4 所示。

计算实例的第 1 振型数值

表 9—4

片质量序号	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
ϕ_{z1}	0.1565	0.3092	0.4553	0.5881	0.7074	0.8093	0.8912	0.9511	0.9877	1.000
$\phi_{\theta 1} \times 10^2$	-0.2088	-0.4124	-0.6058	-0.7841	-0.9430	-1.078	-1.187	-1.267	-1.315	-1.332

2. 风振参数计算

$\because T_1 = 1.042$, $w_0 T_1^2 = 0.434$, 如按中国资料的 ξ 值 (表 7—2), 得 $\xi = 1.299$ (按 Davenport, 为 1.348, 由于 $w_0 T_1^2$ 接近 0.60, 故数据较为接近)。

由 $\frac{H}{l_x} = \frac{90}{56.5} = 1.59$, $H = 90m$, 查表 7—4, 得 $\lambda_1 = 0.47$, $\therefore u_1 = 0.47 \frac{\mu_s l_x}{m}$, m 为折算沿高度单位高度的质量。

3. 位移响应根方差计算

由式 (9—42), 可以得到 σ_{zi} 。对于顶峰角点的最大位移根方差为 $0.0232 \frac{\mu_s w_0 l_x}{m}$, 但如不考虑偏心, 求得为 $0.0168 \frac{\mu_s w_0 l_x}{m}$ 。为了比较起见, 对 $\frac{e}{l_x}$ 不同的值, 可求得不同的结果, 例如 $\frac{e}{l_x} = 0 \sim 0.1$, 则顶峰角点位移根方差变化为 $1 \sim 1.379$ 。当偏心更大时, 则产生比不考虑偏心时更大变化的值。可以看出偏心对振动响应将起很大的影响, 在条件许可时, 应尽量避免大偏心。

附录一

全国基本风压标准值 (kN/m²)

省(区)名	地名	基本风压	省(区)名	地名	基本风压
黑龙江	北天塘	0.35	内蒙古	林西	0.65
	天津沽	0.40		赤峰	0.55
		0.45		二连浩特	0.65
	绥化	0.60		包头	0.50
	哈尔滨	0.45		多伦	0.55
	齐齐哈尔	0.45		海拉尔	0.60
	安达	0.50		博克	0.55
	伊木	0.45		满州里	0.65
	北安	0.55		温都尔汗	0.70
	嫩江	0.35		和林格尔	0.55
	通榆	0.50		呼和浩特	0.65
	富锦	0.45		锡林浩特	0.55
	呼玛	0.45		图们	0.65
	漠河	0.50		集宁	0.55
		0.35		东胜	0.50
吉林	长岭	0.55	河北	临海	0.45
	延吉	0.55		通榆	0.65
	敦化	0.50		海拉苏	0.55
	通榆	0.50		勃利	0.60
	敦化	0.40		巴彥	0.65
	长海	0.45		阿拉善右旗	0.75
	吉林	0.40	河南	张三家	0.45
	白桦	0.45		承德	0.35
	通榆	0.45		围场	0.45
	前郭	0.40		保定	0.40
	尔罗斯	0.60		唐县	0.35
		0.45		秦皇岛	0.40
		0.45		沧县	0.40
				黄骅	0.40
				衡水	0.40
				石家	0.30
辽宁	本溪	0.40		邢都	0.35
	彰武	0.45	河南	郑洛	0.40
	阜新	0.55		三马	0.35
	丹东	0.50		南店	0.35
	锦州	0.55		驻信	0.35
	朝阳	0.45		安	0.35
	兴城	0.45			
	抚顺	0.50			
	沈北	0.45			
	鞍山	0.60			
	大营	0.55			

续表

省(区)名	地 名	基本风压	省(区)名	地 名	基本风压
河 南	开许西	封 0.45	甘 肃	白 银 0.35	
		昌 0.40		兰 州 0.30	
		峡 0.35		天 水 0.30	
山 西	太临运长大介兴河原高阳	原 0.35		平 凉 0.35	
		汾 0.40	宁 夏	川 池 0.65	
		城 0.35		卫 山 0.50	
		治 0.35		咀 山 0.55	
		同 0.50			
		休 0.40	青 海	和 宁 0.55	
		县 0.35		多 河 0.35	
		曲 0.40		树 旦 0.55	
		平 0.40		木 兰 0.40	
		石 0.40		湖 卡 0.55	
		泉 0.35			
山 东	青威烟德荷济兗泰莱临日昌莱淄济	岛 0.50		七 角 井 0.60	
		海 0.60		精 塔 拉 玛 河 城 0.55	
		台 0.50		克 伊 依 宁 0.85	
		州 0.45		伊 莎 车 0.80	
		泽 0.40		莎 库 车 0.70	
		宁 0.40		若 羌 0.65	
		州 0.35		富 蘆 0.45	
		安 0.35		乌 齐 0.55	
		芜 沂 0.40		石 木 子 0.60	
		沂 照 0.40		阿 河 勒 0.50	
		滩 0.35		阿 哈 克 0.65	
		阳 0.40		哈 和 吐 0.65	
		博 0.40	新 疆	喀 鲁 番 0.80	
		南 0.40			
陕 西	西洛延榆吴宝安汉铜略	安 0.35		南 通 0.40	
		川 0.35		东 台 0.35	
		安 0.30		射 阳 0.35	
		林 0.50		连 云 0.40	
		旗 0.60		徐 州 0.35	
		鸡 0.30		扬 州 0.35	
		康 0.40		苏 州 0.40	
		中 0.35		淮 阴 0.35	
		川 0.35		南 京 0.35	
甘 肃	敦安玉酒张武	遼 0.40	江 苏	镇 江 0.35	
		西 0.50			
		门 0.50			
		泉 0.60			
		接 0.50			
		威 0.55			

续表

省(区)名	地名	基本风压	省(区)名	地名	基本风压
江苏	常州	0.35	湖北	潜江	0.30
	无锡	0.35		钟祥	0.35
	上海	0.55		荆襄	0.25
浙江	玉环	1.10		应城	0.30
	定海	1.00		山宁	0.30
	温岭	1.00			0.35
	宁海	0.80			0.25
	巨野	0.55	湖南	长沙	0.35
	杭州	0.50		常德	0.35
	丽水	0.40		湘潭	0.35
	绍兴	0.40		衡阳	0.35
	吴兴	0.35		岳阳	0.40
		0.45		阳新	0.35
福建		0.40		县陵	0.35
	福州	0.65		化陵	0.40
	厦门	0.60	江西	南昌	0.40
	建瓯	0.75		九江	0.35
	南平	0.30		景德镇	0.30
	永安	0.30		上饶	0.30
	晋江	0.35		宜春	0.25
	泉州	0.65		赣州	0.30
	漳州	0.65		萍乡	0.30
	建宁	0.55		吉安	0.30
	长汀	0.30		南康	0.30
安徽		0.25	广东	汕头	0.70
	合肥	0.30		台山	0.65
	蚌埠	0.35		高要	0.50
	淮南	0.30		徐闻	0.50
	颍上	0.35		海丰	0.80
	亳县	0.35		东源	0.70
	六安	0.35		海康	0.70
	桐城	0.30		琼海	0.75
	贵池	0.45		琼州	0.70
	铜陵	0.40		阳江	0.50
湖北	芜湖	0.40		深圳	0.70
	马鞍山	0.35		阳茂	0.60
		0.40		湛江	0.60
		0.40		韶关	0.85
		0.40		海丰	0.35
湖北	武汉	0.30		汕尾	0.70
	荆黄	0.30		沙尾	0.85
	宜黄	0.30			1.40
		0.25			

续表

省(区)名	地名	基本风压	省(区)名	地名	基本风压
广 西	围 洲 岛	0.85	四 川	万 源	0.30
	北 海	0.70		达 县	0.30
	南 宁	0.35		内 江	0.35
	柳 州	0.30		西 昌	0.35
	桂 林	0.35		渡 口	0.40
	河 池	0.30		自 贡	0.40
	百 色	0.40		广 元	0.35
	龙 州	0.30		万 县	0.35
	钦 州	0.60			0.30
	玉 林	0.30	西 藏	拉 萨	0.35
	梧 州	0.25		昌 都	0.40
	桂 平	0.25		日 喀	0.35
	宜 山	0.25		隆 子	0.75
	东 兴	0.60		班 戈	0.65
贵 州	水 城	0.35		定 日	0.50
	威 宁	0.30		索 县	0.55
	盘 县	0.40		帕 里	0.60
	遵 义	0.40			0.50
	遵 罗	0.30	台 湾	台 北	1.20
	铜 仁	0.35		台 南	1.20
	朗 里	0.30		台 东	1.50
	榕 江	0.35		台 花	1.20
	榕 都	0.30			
	独 山	0.35			
	安 顺	0.30			
	毕 节	0.35			
	桐 梓	0.30			
	兴 仁	0.30			
云 南	昆 明	0.25			
	大 理	0.80			
	景 洪	0.40			
	丽 江	0.30			
	腾 冲	0.25			
	个 旧	0.25			
	宣 威	0.35			
	昭 通	0.30			
四 川	东 川	0.35			
	楚 雄	0.30			
	成 都	0.25			
	阿 坝	0.30			
	甘 孜	0.60			
	重 庆	0.30			
	泸 州	0.35			
	康 定	0.45			

附录二

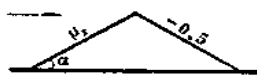
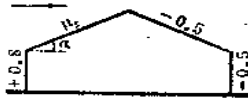
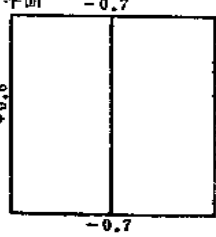
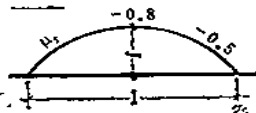
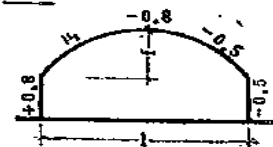
风载体型系数

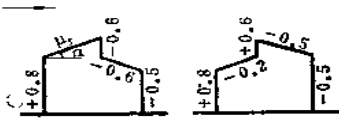


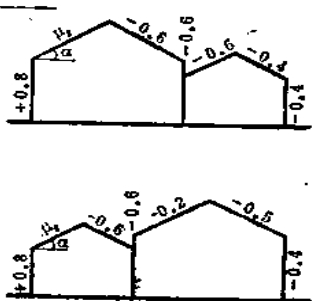
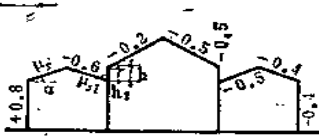
第1条：房屋和构筑物的风载体型系数 μ_s 与其体型、尺度等有关，一般按附表1规定采用：

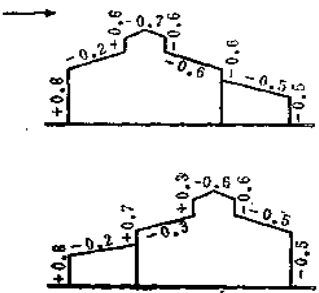
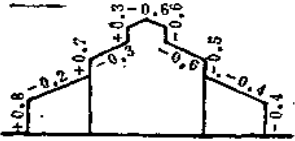
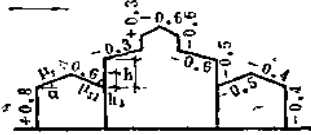
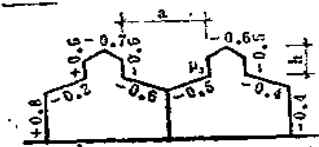
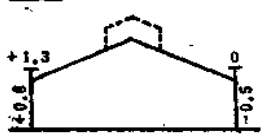
注：表中 \rightarrow 表示风向，+表示压力，-表示吸力。

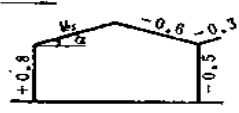
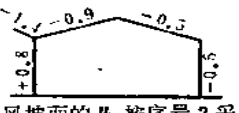
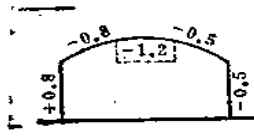
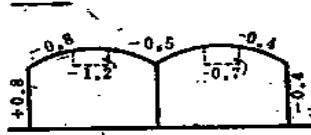
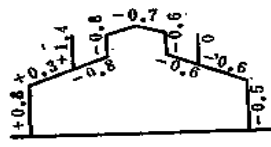
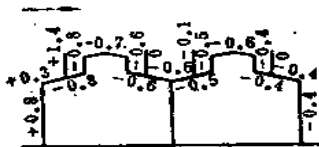
风载体型系数

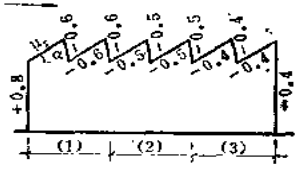
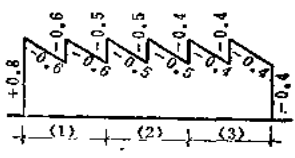
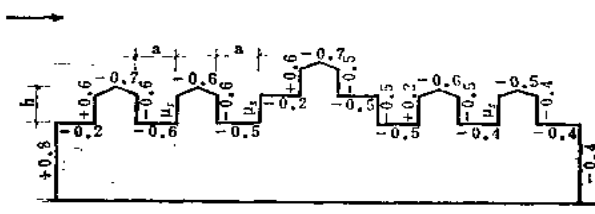
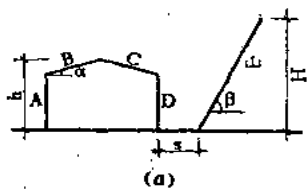
附表1

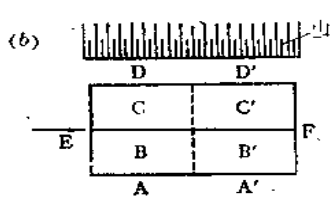
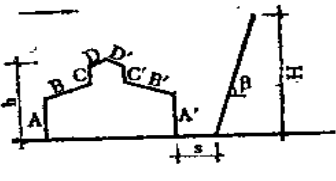
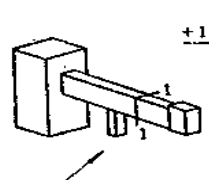
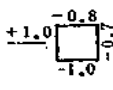
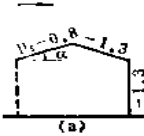
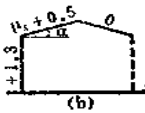

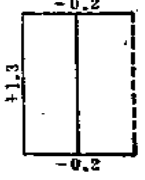
序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s								
1	封闭式落地双坡屋面	 <table border="1" data-bbox="1011 636 1195 792"> <tr> <th>α</th><th>μ_s</th></tr> <tr> <td>0°</td><td>0</td></tr> <tr> <td>30°</td><td>+0.2</td></tr> <tr> <td>$\geq 60^\circ$</td><td>+0.8</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">中间值按插入法计算</p>	α	μ_s	0°	0	30°	+0.2	$\geq 60^\circ$	+0.8
α	μ_s									
0°	0									
30°	+0.2									
$\geq 60^\circ$	+0.8									
2	封闭式双坡屋面	 <p style="text-align: center;">平面 -0.7</p>  <table border="1" data-bbox="1011 960 1195 1106"> <tr> <th>α</th><th>μ_s</th></tr> <tr> <td>$\leq 15^\circ$</td><td>-0.6</td></tr> <tr> <td>30°</td><td>0</td></tr> <tr> <td>$\geq 60^\circ$</td><td>+0.8</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">中间值按插入法计算</p>	α	μ_s	$\leq 15^\circ$	-0.6	30°	0	$\geq 60^\circ$	+0.8
α	μ_s									
$\leq 15^\circ$	-0.6									
30°	0									
$\geq 60^\circ$	+0.8									
3	封闭式落地拱形屋面	 <table border="1" data-bbox="1011 1285 1195 1431"> <tr> <th>f/l</th><th>μ_s</th></tr> <tr> <td>0.1</td><td>+0.1</td></tr> <tr> <td>0.2</td><td>+0.2</td></tr> <tr> <td>0.5</td><td>+0.6</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">中间值按插入法计算</p>	f/l	μ_s	0.1	+0.1	0.2	+0.2	0.5	+0.6
f/l	μ_s									
0.1	+0.1									
0.2	+0.2									
0.5	+0.6									
4	封闭式拱形屋面	 <table border="1" data-bbox="1011 1509 1195 1655"> <tr> <th>f/l</th><th>μ_s</th></tr> <tr> <td>0.1</td><td>-0.8</td></tr> <tr> <td>0.2</td><td>0</td></tr> <tr> <td>0.5</td><td>+0.6</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">中间值按插入法计算</p>	f/l	μ_s	0.1	-0.8	0.2	0	0.5	+0.6
f/l	μ_s									
0.1	-0.8									
0.2	0									
0.5	+0.6									

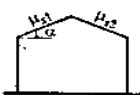
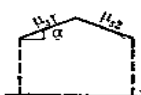
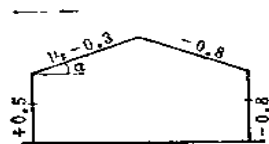
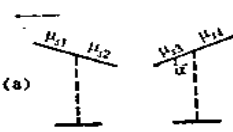
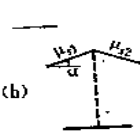
序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_z
5	封闭式高低双坡屋面	 <p>迎风坡面的 μ_z 按序号 2 采用</p>
6	封闭式带天窗的双坡屋面	 <p>带天窗的拱形屋面也可近似地按本图采用</p>
7	封闭式双跨双坡屋面	 <p>迎风坡面的 μ_z 按序号 2 采用</p>
8	封闭式不等高不等跨的双跨双坡屋面	 <p>迎风坡面的 μ_z 按序号 2 采用</p>
9	封闭式不等高不等跨的三跨双坡屋面	 <p>迎风坡面的 μ_z 按序号 2 采用 中跨上部迎风墙面的 μ_{z1} 按下列采用: $h_1 = 0 \sim \frac{h}{2}$ 时, $\mu_{z1} = +0.6 \sim 0$ $h_1 = \frac{h}{2} \sim \geq h$ 时, $\mu_{z1} = 0 \sim -0.6$</p>

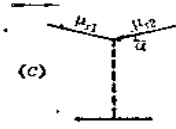

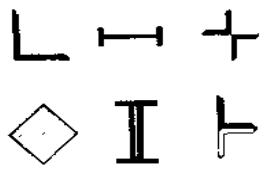
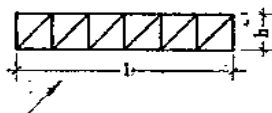
序 号	名 称	建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_s
10	封闭式带天窗带双坡的双坡屋面	
11	封闭式带天窗带双坡的双坡屋面	
12	封闭式不等高不等跨中跨带天窗的三跨双坡屋面	 <p>迎风坡面的 μ_s 按序号 2 采用 中跨上部迎风墙面的 μ_{s1} 按下列采用:</p> <p>$h_1 = 0 \sim \frac{h}{2}$ 时, $\mu_{s1} = +0.6 \sim 0$</p> <p>$h_1 = \frac{h}{2} \sim h$ 时, $\mu_{s1} = 0 \sim 0.6$</p>
13	封闭式带天窗的双跨双坡屋面	 <p>$a \leq 4h$, $\mu_s = 0.2$; $a > 4h$, $\mu_s = 0.6$</p>
14	封闭式带女儿墙的双坡屋面	 <p>女儿墙高度有限, 对屋面的挡风影响不大, 屋面上的体型系数可近似地按无女儿墙屋面采用。</p>

序 号	名 称	建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_s																				
15	封闭式带雨篷的双坡屋面	  迎风坡面的 μ_s 按序号 2 采用																				
16	封闭式对立两个带雨篷的双坡屋面	<p>本图适用于 S 为 8~20 米 (2~5 股道), 其体型系数按下表采用:</p> <table border="1"> <tr> <td>A</td><td>+0.8</td><td>A'</td><td>-0.3</td></tr> <tr> <td>B</td><td>μ_s</td><td>B'</td><td>-0.5</td></tr> <tr> <td>C</td><td>-0.6</td><td>C'</td><td>-0.4</td></tr> <tr> <td>D</td><td>-0.3</td><td>D'</td><td>-0.2</td></tr> <tr> <td>E</td><td>-0.4</td><td>E'</td><td>-0.2</td></tr> </table> 迎风坡面 B 的系数 μ_s 按序号 2 采用	A	+0.8	A'	-0.3	B	μ_s	B'	-0.5	C	-0.6	C'	-0.4	D	-0.3	D'	-0.2	E	-0.4	E'	-0.2
A	+0.8	A'	-0.3																			
B	μ_s	B'	-0.5																			
C	-0.6	C'	-0.4																			
D	-0.3	D'	-0.2																			
E	-0.4	E'	-0.2																			
17	封闭式带下沉式天窗的双坡屋面或拱形屋面																					
18	封闭式带下沉式天窗的双跨双坡或拱型屋面																					
19	封闭式带天窗挡风板的屋面																					
20	封闭式带天窗挡风板的双跨屋面																					

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s																																																																
21	封闭式锯齿形屋面	  <p>迎风坡面的 μ_s 按序号 2 采用。齿面增多或减少时,可均匀地在 (1)、(2)、(3) 三个区段内调节。</p>																																																																
22	复杂多跨屋面	 <p>$a \leq 4h$, $\mu_s = +0.2$; $a > 4h$, $\mu_s = +0.6$.</p>																																																																
23	靠山封闭式双坡屋面	<p>图(a)的体型系数:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>β</th><th>α</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">15°</td> <td>15°</td> <td>+0.9</td> <td>-0.4</td> <td>0</td> <td>+0.2</td> <td>-0.2</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>+0.9</td> <td>+0.2</td> <td>-0.2</td> <td>-0.2</td> <td>-0.3</td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.7</td> <td>-0.4</td> <td>-0.2</td> <td>-0.5</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">30°</td> <td>15°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.3</td> <td>+0.4</td> <td>+0.5</td> <td>+0.4</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.4</td> <td>+0.3</td> <td>+0.4</td> <td>+0.2</td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.8</td> <td>-0.3</td> <td>0</td> <td>-0.5</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">45°</td> <td>15°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.5</td> <td>+0.7</td> <td>+0.8</td> <td>+0.6</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.6</td> <td>+0.8</td> <td>+0.9</td> <td>+0.7</td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td>+1.0</td> <td>+0.9</td> <td>-0.1</td> <td>+0.2</td> <td>-0.4</td> </tr> </tbody> </table> <p>本图适用于 $H/h \geq 2$ 及 $S/h = 0.2 \sim 0.4$ 的情况</p>  <p>(a)</p>	β	α	A	B	C	D	E	15°	15°	+0.9	-0.4	0	+0.2	-0.2	30°	+0.9	+0.2	-0.2	-0.2	-0.3	60°	+1.0	+0.7	-0.4	-0.2	-0.5	30°	15°	+1.0	+0.3	+0.4	+0.5	+0.4	30°	+1.0	+0.4	+0.3	+0.4	+0.2	60°	+1.0	+0.8	-0.3	0	-0.5	45°	15°	+1.0	+0.5	+0.7	+0.8	+0.6	30°	+1.0	+0.6	+0.8	+0.9	+0.7	60°	+1.0	+0.9	-0.1	+0.2	-0.4
β	α	A	B	C	D	E																																																												
15°	15°	+0.9	-0.4	0	+0.2	-0.2																																																												
	30°	+0.9	+0.2	-0.2	-0.2	-0.3																																																												
	60°	+1.0	+0.7	-0.4	-0.2	-0.5																																																												
30°	15°	+1.0	+0.3	+0.4	+0.5	+0.4																																																												
	30°	+1.0	+0.4	+0.3	+0.4	+0.2																																																												
	60°	+1.0	+0.8	-0.3	0	-0.5																																																												
45°	15°	+1.0	+0.5	+0.7	+0.8	+0.6																																																												
	30°	+1.0	+0.6	+0.8	+0.9	+0.7																																																												
	60°	+1.0	+0.9	-0.1	+0.2	-0.4																																																												

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s																																											
23	靠山封闭式双坡屋面	<p>(b) </p> <p>图(b)的体型系数:</p> <table border="1"> <tr> <th></th><th>$\frac{A}{C}$</th><th>$\frac{B}{D}$</th><th>E</th><th>$\frac{A'}{C'}$</th><th>$\frac{B'}{D'}$</th><th>F</th></tr> <tr> <td>无山</td><td>-0.8</td><td>+0.9</td><td>-0.2</td><td>0.2</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>30°山</td><td>-0.8</td><td>+0.9</td><td>-0.2</td><td>-0.2</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>60°山</td><td>-0.9</td><td>+0.9</td><td>-0.2</td><td>-0.2</td><td></td><td></td></tr> </table>		$\frac{A}{C}$	$\frac{B}{D}$	E	$\frac{A'}{C'}$	$\frac{B'}{D'}$	F	无山	-0.8	+0.9	-0.2	0.2			30°山	-0.8	+0.9	-0.2	-0.2			60°山	-0.9	+0.9	-0.2	-0.2																	
	$\frac{A}{C}$	$\frac{B}{D}$	E	$\frac{A'}{C'}$	$\frac{B'}{D'}$	F																																							
无山	-0.8	+0.9	-0.2	0.2																																									
30°山	-0.8	+0.9	-0.2	-0.2																																									
60°山	-0.9	+0.9	-0.2	-0.2																																									
24	靠山封闭式带天窗的双坡屋面的双坡屋面	<p>本图适用于 $H/h \geq 2$ 及 $S/h = 0.2 \sim 0.4$ 的情况, 其体型系数按下表采用:</p> <p></p> <table border="1"> <tr> <th rowspan="2">面</th><th colspan="3">β</th></tr> <tr> <th>30°</th><th>60°</th><th>90°</th></tr> <tr> <td>A</td><td>+0.9</td><td>+0.9</td><td>+1.0</td></tr> <tr> <td>B</td><td>+0.2</td><td>+0.6</td><td>+0.8</td></tr> <tr> <td>C</td><td>+0.6</td><td>+0.8</td><td>+0.8</td></tr> <tr> <td>D</td><td>-0.6</td><td>+0.1</td><td>+0.5</td></tr> <tr> <td>D'</td><td>-0.4</td><td>+0.1</td><td>+0.6</td></tr> <tr> <td>C'</td><td>-0.3</td><td>+0.2</td><td>+0.6</td></tr> <tr> <td>B'</td><td>-0.3</td><td>+0.2</td><td>+0.6</td></tr> <tr> <td>A'</td><td>-0.2</td><td>+0.4</td><td>+0.3</td></tr> <tr> <td>E</td><td>-0.5</td><td>+0.1</td><td>+0.6</td></tr> </table>	面	β			30°	60°	90°	A	+0.9	+0.9	+1.0	B	+0.2	+0.6	+0.8	C	+0.6	+0.8	+0.8	D	-0.6	+0.1	+0.5	D'	-0.4	+0.1	+0.6	C'	-0.3	+0.2	+0.6	B'	-0.3	+0.2	+0.6	A'	-0.2	+0.4	+0.3	E	-0.5	+0.1	+0.6
面	β																																												
	30°	60°	90°																																										
A	+0.9	+0.9	+1.0																																										
B	+0.2	+0.6	+0.8																																										
C	+0.6	+0.8	+0.8																																										
D	-0.6	+0.1	+0.5																																										
D'	-0.4	+0.1	+0.6																																										
C'	-0.3	+0.2	+0.6																																										
B'	-0.3	+0.2	+0.6																																										
A'	-0.2	+0.4	+0.3																																										
E	-0.5	+0.1	+0.6																																										
25	封闭式皮带走廊	<p></p> <p></p>																																											
26	单面开敞式双坡屋面	<p></p> <p>(a) </p> <p>(b) </p> <p></p> <p>迎风坡面的 μ_s 按序号 2 采用</p>																																											

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s															
27	双面开敞及四面开敞式双坡屋面	<div style="text-align: center;">   </div> <p>(a) 两端有山墙 (b) 四面开敞</p> <p>图(a)、(b)的体型系数</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\leq 10^\circ$</td><td>-1.3</td><td>-0.7</td></tr> <tr> <td>30°</td><td>+1.6</td><td>+0.4</td></tr> </tbody> </table> <p>中间值按插入法计算</p> <p>注: ①本图屋面对风有过敏反应, 设计时应考虑 μ_s 值变号的情况 ②纵向风荷载对屋面所引起的总水平力: 当 $\alpha \geq 30^\circ$ 时, 为 $0.05AW$ 当 $\alpha < 30^\circ$ 时, 为 $0.10AW$ A 为屋面的水平投影面积 W 为屋面高度处风压 ③当室内堆放物品或房屋处于山坡时, 屋面吸力应增大, 可近似的参照序号 26(a) 采用</p>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	$\leq 10^\circ$	-1.3	-0.7	30°	+1.6	+0.4						
α	μ_{s1}	μ_{s2}															
$\leq 10^\circ$	-1.3	-0.7															
30°	+1.6	+0.4															
28	前后纵墙半开敞双坡屋面	<div style="text-align: center;">  </div> <p>迎风坡面的 μ_s 按序号 2 采用 本图适用于墙的上部集中开敞面积 $\geq 10\%$ 至 $< 50\%$ 的房屋。当开敞面积达 50% 时, 背风墙的系数 -0.8 变为 -1.1</p>															
29	单坡及双坡顶盖	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(a)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(b)</p> </div> </div> <p>图(a)的体型系数</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th><th>μ_{s3}</th><th>μ_{s4}</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\leq 10^\circ$</td><td>-1.3</td><td>-0.5</td><td>+1.3</td><td>+0.5</td></tr> <tr> <td>30°</td><td>-1.4</td><td>-0.6</td><td>+1.4</td><td>+0.6</td></tr> </tbody> </table> <p>图(b)的体型系数按序号 27 采用</p>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	$\leq 10^\circ$	-1.3	-0.5	+1.3	+0.5	30°	-1.4	-0.6	+1.4	+0.6
α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}													
$\leq 10^\circ$	-1.3	-0.5	+1.3	+0.5													
30°	-1.4	-0.6	+1.4	+0.6													

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s									
29	单坡及双坡顶盖	 <p>图(c)的体型系数:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\leq 10^\circ$</td><td>+1.0</td><td>+0.7</td></tr> <tr> <td>30°</td><td>-1.6</td><td>-0.4</td></tr> </tbody> </table> <p>中间值按插入法计算</p> <p>注: 图(b)、(c)也应考虑序号27的注①、②</p>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	$\leq 10^\circ$	+1.0	+0.7	30°	-1.6	-0.4
α	μ_{s1}	μ_{s2}									
$\leq 10^\circ$	+1.0	+0.7									
30°	-1.6	-0.4									
30	独立墙壁及围墙										
31	各种截面的构件	 <p>$\mu_s + 1.5$</p>									
32	平面桁架	 <p>平面桁架的体型系数: $\mu_{sp} = \mu_s \phi$ μ_s 为桁架杆件的体型系数 对于一般型钢桁架, 取 $\mu_s = +1.5$ 对于圆管桁架, μ_s 按序号34(b)确定 $\phi = \frac{\sum A_c}{A}$ 为桁架的挡风系数 A_c 为桁架杆件投影面积, 计算其总和 $\sum A_c$ 时, 应考虑由节点所引起的面积增值 $A = hl$ 为桁架的轮廓面积</p>									

序 号

名 称

建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_s

(a) 平行的桁架

(a) 平行的桁架的整体体型系数:

$$\mu_{se}=\mu_{sp}(1+\eta)$$

(b) n 榀平行桁架组成的结构整体体型系数:

$$\mu_{se}=\mu_{sp}\frac{1-\eta^n}{1-\eta}$$

μ_{sp} 按序号 32 采用:

η 按下表采用:

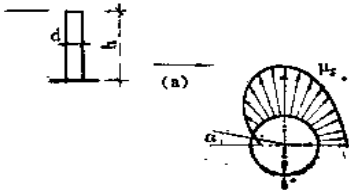
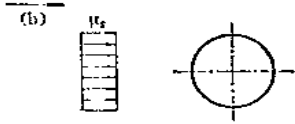
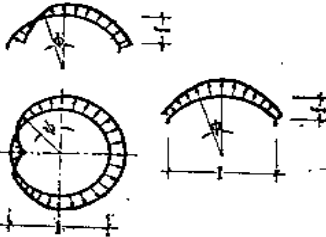
ϕ	b/h			
	≤ 1	2	4	6
≤ 0.1	1.0	1.0	1.0	1.0
0.2	0.85	0.9	0.93	0.97
0.3	0.66	0.75	0.80	0.85
0.4	0.50	0.60	0.67	0.73
0.5	0.33	0.45	0.53	0.62
≥ 0.6	0.15	0.30	0.40	0.50

(b) 四边形及三角形塔架

(c) 三角形塔架当 $\phi \geq 0.1$ 时, μ_{se} 应乘 0.9;

对角线方向计算四边形桁架时, μ_{se} 应乘下列系数 ψ :

塔 架 类 别		ψ
钢 塔 架	单肢杆件	1.1
	双肢杆件	1.2
钢筋混凝土塔架		1.2
木 塔 架	单肢杆件	1.2
	双肢杆件	1.3

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s																																																								
34	圆截面构筑物 (包括烟囱、塔桅等)	<div style="text-align: center;">  <p>(a)</p> </div> <p>图 (a) 局部计算时表面分布的 μ_s</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th><th>$h/d=25$</th><th>$h/d=7$</th><th>$h/d=1$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0°</td><td>+1.0</td><td>+1.0</td><td>+1.0</td></tr> <tr><td>15°</td><td>+0.8</td><td>+0.8</td><td>+0.8</td></tr> <tr><td>30°</td><td>+0.1</td><td>+0.1</td><td>+0.1</td></tr> <tr><td>45°</td><td>-0.9</td><td>-1.7</td><td>-0.7</td></tr> <tr><td>60°</td><td>-1.9</td><td>-2.2</td><td>-1.2</td></tr> <tr><td>75°</td><td>-2.5</td><td>-2.2</td><td>-1.7</td></tr> <tr><td>90°</td><td>-2.6</td><td>-1.7</td><td>-1.7</td></tr> <tr><td>105°</td><td>-1.9</td><td>-0.8</td><td>-1.2</td></tr> <tr><td>120°</td><td>-0.9</td><td>-0.6</td><td>-0.7</td></tr> <tr><td>135°</td><td>-0.7</td><td>-0.6</td><td>-0.5</td></tr> <tr><td>150°</td><td>-0.6</td><td>-0.5</td><td>-0.4</td></tr> <tr><td>165°</td><td>-0.6</td><td>-0.5</td><td>-0.4</td></tr> <tr><td>180°</td><td>-0.6</td><td>-0.5</td><td>-0.4</td></tr> </tbody> </table> <p>上表数值适用于 $w_0 d^2 \geq 2.0$ 的情况 (d 以米计) w_0——基本风压, 千牛/米²</p> <div style="text-align: center;">  <p>(b)</p> </div> <p>图 (b) 整体计算时的 μ_s: 当 $w_0 d^2 \leq 0.3$ 时, $\mu_s = +1.2$ 当 $w_0 d^2 \geq 2.0$ 时, $\mu_s = +0.7$ 中间值按插入法计算</p>	α	$h/d=25$	$h/d=7$	$h/d=1$	0°	+1.0	+1.0	+1.0	15°	+0.8	+0.8	+0.8	30°	+0.1	+0.1	+0.1	45°	-0.9	-1.7	-0.7	60°	-1.9	-2.2	-1.2	75°	-2.5	-2.2	-1.7	90°	-2.6	-1.7	-1.7	105°	-1.9	-0.8	-1.2	120°	-0.9	-0.6	-0.7	135°	-0.7	-0.6	-0.5	150°	-0.6	-0.5	-0.4	165°	-0.6	-0.5	-0.4	180°	-0.6	-0.5	-0.4
α	$h/d=25$	$h/d=7$	$h/d=1$																																																							
0°	+1.0	+1.0	+1.0																																																							
15°	+0.8	+0.8	+0.8																																																							
30°	+0.1	+0.1	+0.1																																																							
45°	-0.9	-1.7	-0.7																																																							
60°	-1.9	-2.2	-1.2																																																							
75°	-2.5	-2.2	-1.7																																																							
90°	-2.6	-1.7	-1.7																																																							
105°	-1.9	-0.8	-1.2																																																							
120°	-0.9	-0.6	-0.7																																																							
135°	-0.7	-0.6	-0.5																																																							
150°	-0.6	-0.5	-0.4																																																							
165°	-0.6	-0.5	-0.4																																																							
180°	-0.6	-0.5	-0.4																																																							
35	旋转壳顶	<div style="text-align: center;">  <p>(a)</p> </div> <p>(a) $f/l > 1/4$ (b) $f/l \leq 1/4$ 图 (a) $\mu_s = 0.5 \sin^2 \varphi \sin \psi - \cos^2 \varphi$ 图 (b) $\mu_s = -\cos^2 \varphi$</p>																																																								

序 号 名 称

建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_s

本图 (a)(b)(c) 适用于 $w_0 d^2 \geq 2$ 的情况

(a) 上下双管

图 (a) 图 μ_s :

s/d	μ_s	s/d	μ_s
≤ 0.25	+1.4	1.5	+0.76
0.5	+1.05	2.0	+0.73
0.75	+0.88	≥ 3.0	+0.70
1.0	+0.82		

当 $s/d \geq 3.0$ 时 μ_s 按单管计算

(b) 前后双管

图 (b) 的 μ_s :

s/d	μ_s	s/d	μ_s
≤ 0.5	+0.79	4.0	+1.26
1.0	+1.00	6.0	+1.30
1.5	+1.10	8.0	+1.33
3.0	+1.15	≥ 10.0	+1.40

表列 μ_s 值为前后二管之和, 其中前管为 +0.7, 后管为其余数

当 $s/d \geq 10$ 时, 前管对后管不起挡风作用

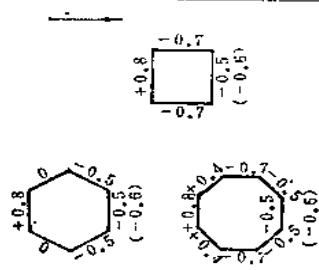
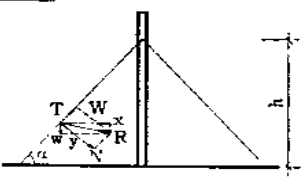
(c) 密排多管

图 (c) $\mu_s = +1.65$

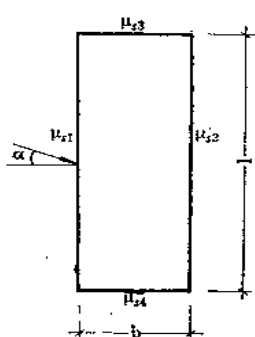
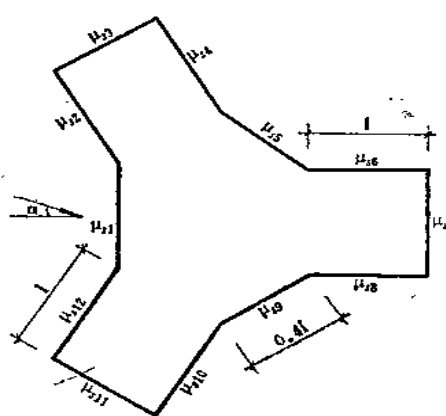
μ_s 值为各管的总和

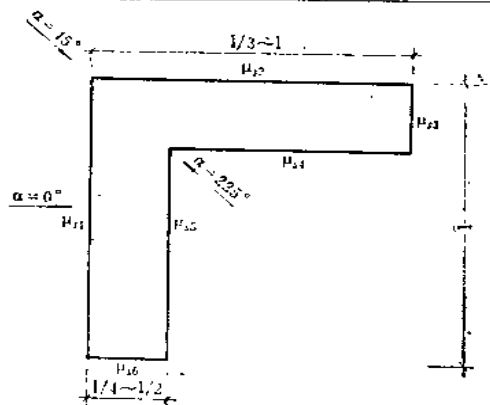
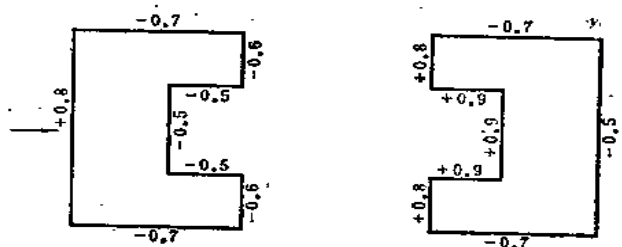
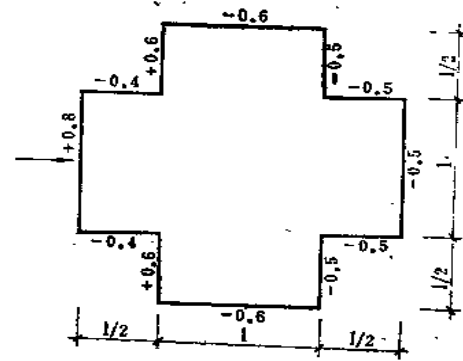
36

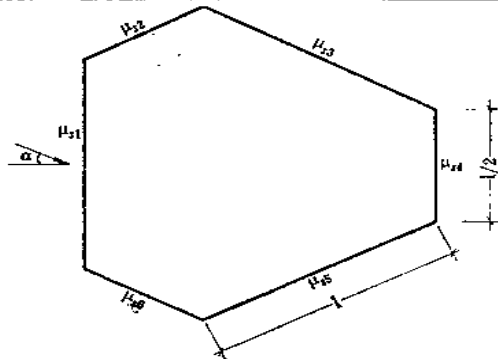
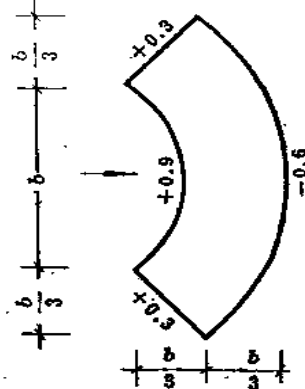
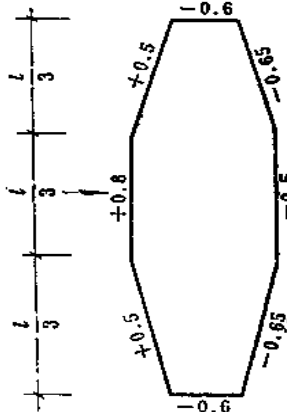
架 空 管 道

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s																																																
37	封闭式正方形及多边形构筑物	 <p>高宽比 ≥ 4 的高层建筑可采用括弧内的 μ_s 值。</p>																																																
38	拉索	 <p> $W_x = (1 + \mu_f) \mu_{sx} w d h$ $W_y = (1 + \mu_f) \mu_{sy} w d h$ μ_{sx} 和 μ_{sy} 按下表采用: </p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th> <th>μ_{sx}</th> <th>μ_{sy}</th> <th>α</th> <th>μ_{sx}</th> <th>μ_{sy}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>50°</td> <td>0.60</td> <td>0.40</td> </tr> <tr> <td>10°</td> <td>0.05</td> <td>0.05</td> <td>60°</td> <td>0.85</td> <td>0.40</td> </tr> <tr> <td>20°</td> <td>0.10</td> <td>0.10</td> <td>70°</td> <td>1.10</td> <td>0.30</td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>0.20</td> <td>0.25</td> <td>80°</td> <td>1.20</td> <td>0.20</td> </tr> <tr> <td>40°</td> <td>0.35</td> <td>0.40</td> <td>90°</td> <td>1.25</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p> d——拉索直径 μ_f——风压脉动系数, 按下表采用: </p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>离地面高度 h (米)</th> <th>10</th> <th>20</th> <th>50</th> <th>100</th> <th>200</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>风压脉动系数 μ_f</td> <td>0.50</td> <td>0.45</td> <td>0.39</td> <td>0.35</td> <td>0.31</td> </tr> </tbody> </table> <p> $R = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$ T——R 在拉索方向的分力 N——R 在垂直于拉索方向的分力 </p>	α	μ_{sx}	μ_{sy}	α	μ_{sx}	μ_{sy}	0°	0	0	50°	0.60	0.40	10°	0.05	0.05	60°	0.85	0.40	20°	0.10	0.10	70°	1.10	0.30	30°	0.20	0.25	80°	1.20	0.20	40°	0.35	0.40	90°	1.25	0	离地面高度 h (米)	10	20	50	100	200	风压脉动系数 μ_f	0.50	0.45	0.39	0.35	0.31
α	μ_{sx}	μ_{sy}	α	μ_{sx}	μ_{sy}																																													
0°	0	0	50°	0.60	0.40																																													
10°	0.05	0.05	60°	0.85	0.40																																													
20°	0.10	0.10	70°	1.10	0.30																																													
30°	0.20	0.25	80°	1.20	0.20																																													
40°	0.35	0.40	90°	1.25	0																																													
离地面高度 h (米)	10	20	50	100	200																																													
风压脉动系数 μ_f	0.50	0.45	0.39	0.35	0.31																																													

续表

序 号	名 称	建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_s																																																																																											
39	矩形平面高层建筑	<div></div> <table><tr><th>α</th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th><th>μ_{s3}</th><th>μ_{s4}</th></tr><tr><td>0°</td><td>0.80</td><td>$-1.0(0.48+0.03H/L)$</td><td>-0.60</td><td>-0.60</td></tr><tr><td>30°</td><td>0.68</td><td>$-0.85(0.48+0.03H/L)$</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td></tr><tr><td>45°</td><td>-0.56</td><td>$-0.70(0.48+0.03H/L)+0.30$</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td></tr><tr><td>60°</td><td>0.48</td><td>$-0.60(0.48+0.03H/L)+0.60$</td><td>-0.60</td><td>-0.50</td></tr></table> <p>注: H 为主体结构的高度。</p>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	0°	0.80	$-1.0(0.48+0.03H/L)$	-0.60	-0.60	30°	0.68	$-0.85(0.48+0.03H/L)$	-0.50	-0.50	45°	-0.56	$-0.70(0.48+0.03H/L)+0.30$	-0.50	-0.50	60°	0.48	$-0.60(0.48+0.03H/L)+0.60$	-0.60	-0.50																																																																		
α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}																																																																																									
0°	0.80	$-1.0(0.48+0.03H/L)$	-0.60	-0.60																																																																																									
30°	0.68	$-0.85(0.48+0.03H/L)$	-0.50	-0.50																																																																																									
45°	-0.56	$-0.70(0.48+0.03H/L)+0.30$	-0.50	-0.50																																																																																									
60°	0.48	$-0.60(0.48+0.03H/L)+0.60$	-0.60	-0.50																																																																																									
40	Y形平面高层建筑	<div></div> <table><tr><th>α</th><th colspan="12">μ_s</th></tr><tr><th></th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th><th>μ_{s3}</th><th>μ_{s4}</th><th>μ_{s5}</th><th>μ_{s6}</th><th>μ_{s7}</th><th>μ_{s8}</th><th>μ_{s9}</th><th>μ_{s10}</th><th>μ_{s11}</th><th>μ_{s12}</th></tr><tr><td>0°</td><td>1.05</td><td>1.00</td><td>-0.65</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>0.50</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.65</td><td>1.00</td></tr><tr><td>15°</td><td>1.03</td><td>0.93</td><td>0.10</td><td>-0.53</td><td>-0.58</td><td>-0.58</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.58</td><td>0.93</td></tr><tr><td>30°</td><td>0.95</td><td>0.85</td><td>0.50</td><td>-0.60</td><td>-0.65</td><td>-0.70</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>0.80</td></tr><tr><td>45°</td><td>0.70</td><td>0.60</td><td>0.78</td><td>-0.58</td><td>-0.60</td><td>-0.40</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>0.70</td></tr><tr><td>60°</td><td>-0.15</td><td>-0.10</td><td>0.95</td><td>-0.10</td><td>-0.15</td><td>-0.35</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>0.35</td></tr></table>	α	μ_s													μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}	μ_{s7}	μ_{s8}	μ_{s9}	μ_{s10}	μ_{s11}	μ_{s12}	0°	1.05	1.00	-0.65	-0.50	-0.50	-0.55	0.50	-0.55	-0.50	-0.50	-0.65	1.00	15°	1.03	0.93	0.10	-0.53	-0.58	-0.58	-0.50	-0.55	-0.50	-0.50	-0.58	0.93	30°	0.95	0.85	0.50	-0.60	-0.65	-0.70	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.80	45°	0.70	0.60	0.78	-0.58	-0.60	-0.40	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.70	60°	-0.15	-0.10	0.95	-0.10	-0.15	-0.35	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.35
α	μ_s																																																																																												
	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}	μ_{s7}	μ_{s8}	μ_{s9}	μ_{s10}	μ_{s11}	μ_{s12}																																																																																	
0°	1.05	1.00	-0.65	-0.50	-0.50	-0.55	0.50	-0.55	-0.50	-0.50	-0.65	1.00																																																																																	
15°	1.03	0.93	0.10	-0.53	-0.58	-0.58	-0.50	-0.55	-0.50	-0.50	-0.58	0.93																																																																																	
30°	0.95	0.85	0.50	-0.60	-0.65	-0.70	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.80																																																																																	
45°	0.70	0.60	0.78	-0.58	-0.60	-0.40	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.70																																																																																	
60°	-0.15	-0.10	0.95	-0.10	-0.15	-0.35	-0.55	-0.50	-0.50	-0.50	-0.55	0.35																																																																																	

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s																												
41	L形平面高层建筑	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>α</th> <th>μ_{s1}</th> <th>μ_{s2}</th> <th>μ_{s3}</th> <th>μ_{s4}</th> <th>μ_{s5}</th> <th>μ_{s6}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td>+0.80</td> <td>-0.70</td> <td>-0.60</td> <td>-0.50</td> <td>-0.50</td> <td>-0.60</td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td>+0.50</td> <td>+0.50</td> <td>-0.80</td> <td>-0.70</td> <td>-0.70</td> <td>-0.80</td> </tr> <tr> <td>225°</td> <td>-0.60</td> <td>-0.60</td> <td>+0.30</td> <td>+0.90</td> <td>+0.90</td> <td>+0.30</td> </tr> </tbody> </table>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}	0°	+0.80	-0.70	-0.60	-0.50	-0.50	-0.60	45°	+0.50	+0.50	-0.80	-0.70	-0.70	-0.80	225°	-0.60	-0.60	+0.30	+0.90	+0.90	+0.30
α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}																								
0°	+0.80	-0.70	-0.60	-0.50	-0.50	-0.60																								
45°	+0.50	+0.50	-0.80	-0.70	-0.70	-0.80																								
225°	-0.60	-0.60	+0.30	+0.90	+0.90	+0.30																								
42	U形平面高层建筑																													
43	十字形平面高层建筑																													

序 号	名 称	建 筑 体 型 及 体 型 系 数 μ_i																												
44	六边形平面高层建筑	<div></div> <table><tr><th>α</th><th>μ_{s1}</th><th>μ_{s2}</th><th>μ_{s3}</th><th>μ_{s4}</th><th>μ_{s5}</th><th>μ_{s6}</th></tr><tr><td>0°</td><td>+0.80</td><td>-0.45</td><td>-0.50</td><td>-0.60</td><td>-0.50</td><td>-0.45</td></tr><tr><td>30°</td><td>+0.70</td><td>+0.40</td><td>-0.55</td><td>-0.50</td><td>-0.55</td><td>-0.55</td></tr><tr><td>60°</td><td>-0.10</td><td>+0.80</td><td>-0.10</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td><td>-0.50</td></tr></table>	α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}	0°	+0.80	-0.45	-0.50	-0.60	-0.50	-0.45	30°	+0.70	+0.40	-0.55	-0.50	-0.55	-0.55	60°	-0.10	+0.80	-0.10	-0.50	-0.50	-0.50
α	μ_{s1}	μ_{s2}	μ_{s3}	μ_{s4}	μ_{s5}	μ_{s6}																								
0°	+0.80	-0.45	-0.50	-0.60	-0.50	-0.45																								
30°	+0.70	+0.40	-0.55	-0.50	-0.55	-0.55																								
60°	-0.10	+0.80	-0.10	-0.50	-0.50	-0.50																								
45	扇形平面高层建筑	<div></div>																												
46	梭子形平面高层建筑	<div></div>																												

序号	名称	建筑体型及体型系数 μ_s
47	双十字形平面高层建筑	
48	π 字形平面高层建筑	
49	井字形平面高层建筑	

第2条：验算围护构件及其连接强度时，可采用下列局部风压体型系数：

迎风墙面

$$\mu_s = 1.2 \sim 1.5$$

山墙角、山墙附近屋面（作用在宽度为六分之一山墙宽的条带上）

$$\mu_s = -1.5$$

檐口、雨篷、遮阳板、阳台

$$\mu_s = -2$$

附 录 三

《工业与民用建筑结构荷载规范》（1985年送审稿）第五章风荷载条文。

一、基本风压及风荷载

第5.1.1条 作用在建筑物表面上的风荷载 w (kN/m^2) 应按下列公式计算：

$$w = \mu_z \cdot \mu_s \cdot \beta_z \cdot w_0$$

式中 w_0 ——基本风压 (kN/m^2) 按第5.1.2~5.1.6条的规定采用；

β_z —— z 高度处的风振系数，按第5.4.1~5.4.4条的规定采用；

μ_z ——风压高度变化系数，按第5.2.1条的规定采用；

μ_s ——风载体型系数，按第5.3.1~5.3.2条的规定采用。

第5.1.2条 基本风压 w_0 系以当地比较空旷平坦地面、离地10m高、统计得的重现期为30年10分钟平均最大风速 v (m/s) 为标准，一般按 $w_0 = v^2/1600$ 来确定。

基本风压 w_0 应按本规范图二《全国基本风压分布图》* 的规定采用，但不得小于 $0.25 kN/m^2$ 。对于高层建筑和高耸结构，重现期可为50年；对于特别重要和有特殊要求的高层建筑和高耸结构，重现期可为100年。

注：重现期为50年的基本风压值，可按本规范图二规定的基本风压值乘以系数1.1采用；重现期为100年的基本风压值，可乘以系数1.2采用。

第5.1.3条 对于在《全国基本风压分布图》上没有给出风压值的城市或建设地点，基本风压可按下列方法确定：

1. 当地有10年以上的年最大风速资料时，须通过资料分析及统计后予以确定。
2. 当地年最大风速资料不足10年时，则与有长期资料或有规定基本风压的附近地区进行对比分析后予以确定。
3. 当地没有风速资料时，则可通过气象和地形条件的分析，并参照《全国基本风压分布图》上的等压线用插入法确定。

第5.1.4条 山区基本风压应通过实际调查和对比观测，经分析后予以确定。一般情况下，可按相邻附近地区的基本风压乘以下列调整系数采用：

山间盆地、谷地等闭塞地形 0.75~0.85

与大风方向一致的谷口、山口 1.2~1.5

注：山顶及山坡的基本风压可取用山麓附近的基本风压，但在计算建筑物上的风荷载时，应按表5.2.1注的规定来确定风压高度变化系数。

* 具体数值已用表格形式摘录在本书附录一。

第 5.1.5 条 沿海海面和海岛的基本风压,当缺乏实际资料时,可按邻近陆上基本风压乘以表 5.1.5 所列调整系数采用。

海面 and 海岛基本风压调整系数 表 5.1.5

海面和海岛距海岸距离 (km)	调 整 系 数
<40	1.0
40~60	1.0~1.1
60~100	1.1~1.2

第 5.1.6 条 计算导线、绳索的风力时,基本风压可乘以表 5.1.6 中所列调整系数。

导线、绳索基本风压调整系数 表 5.1.6

跨 长 $l(m)$	调 整 系 数
≤ 150	1.0
300	0.8
450	0.7

注: ①中间值按插入法计算。
②上表调整系数中尚未包括风振影响。

第 5.1.7 条 长期效应组合时,风荷载不予考虑。

二、风压高度变化系数

第 5.2.1 条 风压随高度的变化规律与地面粗糙有关,地面粗糙度分为下列 A、B、C 三类:

A 类指近海海面、小岛及大沙漠等;

B 类指田野、乡村、丛林、丘陵以及房屋比较稀疏的中、小城镇和大城市郊区;

C 类指平均建筑高度为 15m 以上,有密集建筑群大城市市区。

对 A、B、C 三类不同地面粗糙度,其风压高度变化系数 μ_z 可按表 5.2.1 的规定采用。

风 压 高 度 变 化 系 数 μ_z 表 5.2.1

离地面 (或海面) 高 度 (m)	地 面 粗 糙 度 类 别		
	A	B	C
5	1.17	0.80	0.54
10	1.38	1.00	0.71
15	1.52	1.14	0.84
20	1.63	1.25	0.94
30	1.80	1.42	1.11
40	1.92	1.56	1.24
50	2.03	1.67	1.36
60	2.12	1.77	1.46
70	2.20	1.86	1.55

续 表

离地面(或海面)	地 面 粗 糙 度 类 别		
高 度 (m)	A	B	C
80	2.27	1.95	1.64
90	2.34	2.02	1.72
100	2.40	2.09	1.79
150	2.64	2.38	2.11
200	2.83	2.61	2.36
250	2.99	2.80	2.58
300	3.12	2.97	2.78
350	3.12	3.12	2.96
≥400	3.12	3.12	3.12

注：对于山顶及山坡上的高层房屋及高耸结构，其风压高度变化可采用从山麓算起的风压高度变化规律。

三、风 载 体 型 系 数

第 5.3.1 条 房屋和构筑物的风载体型系数 μ_s 与其体型、尺度等有关，一般按表 5.3.1* 规定采用，对于表 5.3.1 中未考虑的情况，体型系数可按试验资料或有关的参考资料采用。

第 5.3.2 条 验算围护构件及其连接强度时，可采用下列局部风压体型系数：

迎风墙面

$$\mu_s = 1.2 \sim 1.5$$

山墙角、山墙附近屋面（作用在宽度为六分之一山墙宽的条带上）

$$\mu_s = -1.5$$

檐口、雨篷、遮阳板、阳台

$$\mu_s = -2.0$$

四、风 振 系 数

第 5.4.1 条 对于高度在 30m 以内，或高宽比小于 1.5 的房屋结构，以及基本自振周期 T 小于 0.25，的塔架、桅杆、烟囱等高耸结构，允许不考虑脉动风压的影响，此时风振系数 β_z 取 1。

注：高耸结构和高层建筑的基本自振周期 T ，可按本规范附录五** 计算。

第 5.4.2 条 高耸结构和高层建筑在 z 高度处的风振系数 β_z 可按下列公式确定：

$$\beta_z = 1 + \frac{\xi v \varphi_z}{\mu_z}$$

式中： ξ ——动力系数，按第 5.4.3 条采用；

v^{***} ——考虑风压脉动、空间相关性等影响的系数，按第 5.4.4 条采用；

φ_z ——振型系数，按第 5.4.5 条采用；

μ_z ——风压高度变化系数，按表 5.2.1 采用。

* 表 5.3.1 已摘录在本书附录二序号 1~44，其中序号 40、41 略有变动。

** 可参考结构动力学书籍，本书未录。

*** 本书改用希腊字母“ λ ”。

注：(1) 一般悬臂型高耸结构（例如构架、塔架、烟囱等）和高层建筑可仅考虑第一振型的影响。对于顶部细长伸出部份（例如电视塔顶的天线部份）或前几个频率比较密集时（例如质量、刚度沿高度分布极不均匀的构筑物及桅杆结构）则考虑多个振型的影响。此时应先求出各振型风力（见附录六）*作用的各截面内力（或变形） R_i ，然后按 $\sqrt{\sum R_i^2}$ 确定总内力（或总变形）。

(2) 对于高耸圆柱形结构，需考虑正交于风向的横向振动，可参见有关专门规范规定。

第 5.4.3 条 动力系数 ξ 可根据结构材料和 $w_0 T^2$ 值按表 5.4.3 确定。

第 5.4.4 条 考虑风压脉动、空间相关性等影响的系数 ν ，按下述情况分别确定。

(1) 高耸结构

如外形、质量沿高度比较均匀， ν 值可根据总高度 h 按表 5.4.4-1 确定。

如外形、质量沿高度变化较大时， ν 值应按本规范附录六* 公式计算。

对于深度和迎风面宽度沿高度按直线或接近直线变化、质量沿高度作连续规则变化时，则表 5.4.4-1 的 ν 值，需再乘以修正系数 θ ，和 θ_1 来确定。 θ ，由表 5.4.4-2 确定， θ_1 为构筑物迎风面在 z 高度处的宽度 l_z 与底部宽度 l_0 的比值 l_z/l_0 。

动力系数 ξ 表 5.4.3

$w_0 T^2 (kNs^2/m^2)$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20	0.40	0.60
钢 结 构	1.47	1.57	1.69	1.77	1.83	1.88	2.04	2.24	2.36
钢筋混凝土及砖石结构	1.11	1.14	1.17	1.19	1.21	1.23	1.28	1.34	1.38
$w_0 T^2 (kNs^2/m^2)$	0.80	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	20.00	30.00
钢 结 构	2.46	2.53	2.80	3.09	3.28	3.42	3.54	3.91	4.14
钢筋混凝土及砖石结构	1.42	1.44	1.54	1.65	1.72	1.77	1.82	1.96	2.06

构筑物考虑风压脉动、空间相关性等影响的系数 ν 表 5.4.4-1

粗糙度类别	$h(m)$											
	10	20	40	60	80	100	150	200	250	300	350	≥ 400
A	0.78	0.83	0.87	0.89	0.89	0.89	0.86	0.84	0.82	0.79	0.79	0.79
B	0.72	0.79	0.85	0.88	0.89	0.90	0.89	0.88	0.86	0.84	0.83	0.83
C	0.66	0.74	0.82	0.86	0.88	0.89	0.90	0.90	0.88	0.87	0.87	0.85

修正系数 θ 表 5.4.4-2

l_z/l_0	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	≤ 0.1
θ	1.00	1.10	1.20	1.32	1.50	1.75	2.08	2.53	3.30	5.60

l_0, l_z 分别为构筑物底部和顶部宽度。

* 见本书第七章有关公式。

** 见本书第八章

(2) 高层建筑

如外形、质量沿高度都比较均匀, 则 ν 根据总高度 h 及高度比 $\frac{h}{l}$, 按表 5.4.4-3 确定。

高层建筑考虑风压脉动、空间相关性等影响的系数 ν 表 5.4.4-3

h/l	粗糙度类别	房屋总高度 (m)									
		30	40	50	60	70	80	90	100	150	200
≤ 0.5	A	0.44	0.43	0.40	0.39	0.37	0.36	0.36	0.35	——	——
	B	0.45	0.44	0.42	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37	——	——
	C	0.53	0.52	0.50	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	——	——
1	A	0.47	0.47	0.46	0.44	0.44	0.43	0.41	0.40	0.36	0.32
	B	0.49	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
	C	0.56	0.57	0.56	0.56	0.55	0.54	0.53	0.51	0.49	0.44
2	A	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.46	0.46	0.41	0.36
	B	0.51	0.52	0.52	0.51	0.50	0.50	0.49	0.48	0.44	0.40
	C	0.59	0.61	0.61	0.61	0.62	0.61	0.61	0.62	0.57	0.51
3	A	0.50	0.50	0.50	0.50	0.48	0.48	0.48	0.48	0.44	0.40
	B	0.52	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.51	0.51	0.48	0.44
	C	0.61	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63	0.62	0.61	0.56

第 5.4.5 条 振型系数 φ_z 应根据结构动力计算确定; 对于外型、质量、刚度沿高度比较均匀的悬臂型结构, $l_h/l_0 \geq 0.5$, 振型系数 φ_z 根据相对高度 $\frac{z}{h}$ 按表 5.4.5 确定。

振型系数 φ_z 表 5.4.5

相对高度 z/h	振型系数 φ_z	
	高耸结构	高层建筑
0.1	0.02	0.16
0.2	0.07	0.26
0.3	0.15	0.35
0.4	0.24	0.44
0.5	0.35	0.53
0.6	0.48	0.61
0.7	0.60	0.70
0.8	0.73	0.80
0.9	0.87	0.89
1.0	1.00	1.00