

國立臺北科技大學電子工程系 113 年度

實務專題成果報告書

OFDM 系統模擬

專題執行期間：113 年 12 月 10 日起至 114 年 5 月 8 日止

電資三 111820005 連蘭新

電資三 111820021 許瀚允

電資三 111820018 石博文

電資三 110820028 蔡芸榛

指導老師：劉玉蓀 教授

中 華 民 國 114 年 5 月 8 日

摘要

關鍵字：OFDM、基頻等效訊號、星座圖、QPSK、IFFT/FFT

本專題聚焦於無線通訊系統中之訊號處理技術，涵蓋基頻等效訊號產生、調變與解調、雜訊特性分析及多徑衰落通道均衡等核心議題。首先，藉由 MATLAB 平台模擬帶通訊號之週期性特性、最小取樣率和計算與基頻等效訊號重建；接著，探討 AWGN 對 QPSK 調變訊號之影響，並透過 BER 曲線評估系統效能；最後，針對多徑衰落通道，利用頻域均衡，對接收訊號進行補償，實現失真訊號之有效恢復。實驗結果顯示，文中使用到的頻域均衡方法能顯著減輕通道失真，且噪聲統計分布吻合高斯分佈假設。整體而言，本專題不僅提供無線通訊系統設計之理論依據，亦具備良好之實務驗證成效。

一、專題簡介

現今無線通訊系統廣泛應用於行動通訊、物聯網及車聯網等領域，然而實際傳輸環境中，訊號常受到 AWGN 以及多徑衰落效應干擾，導致接 BER (Bit Error Ratio)顯著上升，進而影響整體連線品質與頻譜效率。

為系統性地探討這些關鍵議題，本專題結合五組 MATLAB 模擬實驗，分別進行帶通訊號與基頻等效訊號的特性分析，QPSK 調變與 AWGN 影響評估，與多徑衰落通道建模與頻域均衡，當中使用 $R'(f)=R(f) / H(f)$ 之頻域均衡方法，以恢復失真訊號。

二、研究目的

- 驗證理論方法：確認 IFFT/FFT 雙向轉換與 OFDM 基本原理之正確性。
- 量化噪聲影響：探討不同 E_b/N_0 (dB)下 QPSK 調變之 BER 性能。
- 提出均衡策略：設計並驗證結合 CP 與頻域均衡之多徑補償方法，以降低通道失真並優化接收品質。
- 整合分析流程：將分散的訊號生成、雜訊分析及通道均衡實驗，整合為一套可重複使用之完整通訊鏈路仿真框架，為未來嵌入式系統實作或更高階調變方案提供參考。

三、研究方法

本研究以 MATLAB 為模擬平臺，採用「訊號生成→雜訊分析→通道模型模擬與均衡→效能評估」之模組化流程，旨在驗證 QPSK 調變系統於 AWGN 及多徑衰落環境下之效能並提出補償策略。整體步驟如下所述：

- 1、訊號生成與時頻域轉換：於 MATLAB 中定義 QPSK 星座點，依週期重複排列，形成符號序列，再將此序列映射至 IFFT 輸入向量的兩端，中間以零填充，確保頻譜對稱且低頻分量位於向量前後端，避免混疊。

- 2、AWGN 雜訊疊加與統計分析：利用 MATLAB 的 awgn 函數，設定 SNR 值，將 AWGN 疊加至時域訊號 $s[m]$ ，得到接收訊號 $r[m]$ 。將雜訊 $n[m]$ 分離($n[m]=r[m]-s[m]$)，分別計算 $n[m]$ 實部與虛部之期望值與變異數，繪製概率密度直方圖，檢驗機率分布是否符合 Gaussian 分佈。
- 3、多徑衰落通道模型與頻域均衡：模擬多徑衰落，設定 fading channel 參數，在 IFFT 的每個輸出前加循環前綴 (CP)，以消除符號間干擾 (ISI)。接收端透過 FFT 恢復頻域接收訊號 $R(f)$ ，並將信道效應 $H(f)$ 反轉，進行頻域均衡，經 $H(f)$ 等化後，補償信道失真，恢復星座點。
- 4、BER 性能評估：固定發射符號序列，重複進行多次獨立模擬，統計錯誤碼數量，計算模擬的 BER，並與 QPSK 理論上的 BER 曲線比較，以驗證模擬結果之正確性與一致性。
- 5、主要挑戰與對策
 - 多徑相位旋轉影響：

結合頻域均衡同時校正振幅與相位，透過 CP 抑制時域多徑干擾。
 - 理論 SNR 與實際匹配：

在 awgn 函數中採用 signal power = 'measured' 模式，多次量測並平均訊號與雜訊功率，縮小理論與模擬結果誤差。

四、研究內容與成果

1、實驗一

本實驗透過一組定義好的帶通信號 $m(t)$ ，探討其週期性、頻譜特性、基頻等效信號 $m'(t)$ 及其包絡線 $r(t)$ 。信號 $m(t)$ 是由四個不同頻率與相位構成的合成訊號，利用傅立葉分析和取樣理論推導出最小取樣頻率與複數頻譜 $M(f)$ ，再進一步推導出基頻等效的信號 $m'(t)$ 與複數頻譜 $M'(f)$ 及複數包絡線 $r(t)$ ，最後比較 $m(t)$ 和透過 IQ 分量重建出的 $c(t)$ ，結果會發現兩者相同。

$$\text{設定帶通信號 } m(t) = \sum_{n=0}^3 a_n \cos(2\pi f_n t) - b_n \sin(2\pi f_n t)$$

$$n=0, f_0 = 16, a_0 = 1, b_0 = 1; n=1, f_1 = 18, a_1 = -1, b_1 = 1$$

$$n=2, f_2 = 22, a_2 = 1, b_2 = -1; n=3, f_3 = 24, a_3 = -1, b_3 = 1$$

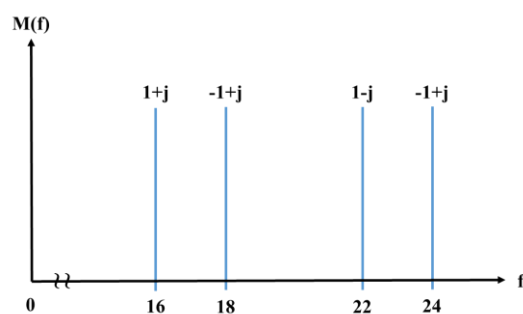


圖 1、 $m(t)$ 的複數頻譜

• 模擬結果

$m(t)$ 是週期性信號，週期 $T=0.5$ 秒。

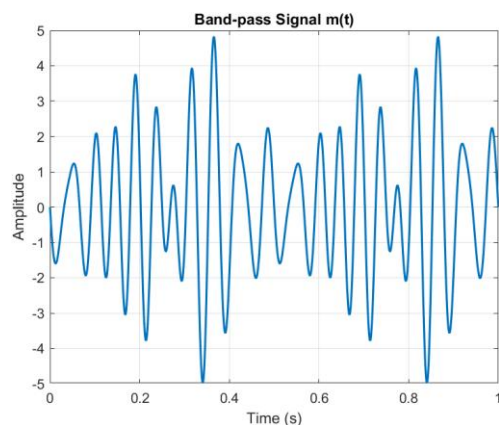


圖 2、帶通信號 $m(t)$

根據 Nyquist 取樣定理，最小取樣率 $f_s = 48(\text{sample/sec})$ 。

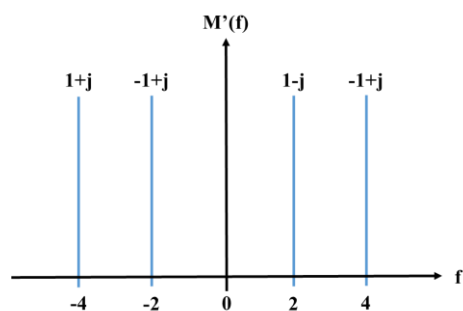


圖 3、基頻等效信號頻譜 $M'(f)$

$\because m'(t)$ 是 $m(t)$ 的基頻等效信號 $\therefore m'(t) = \sum_{n=0}^3 (a_n + jb_n) e^{2\pi f_n t}$

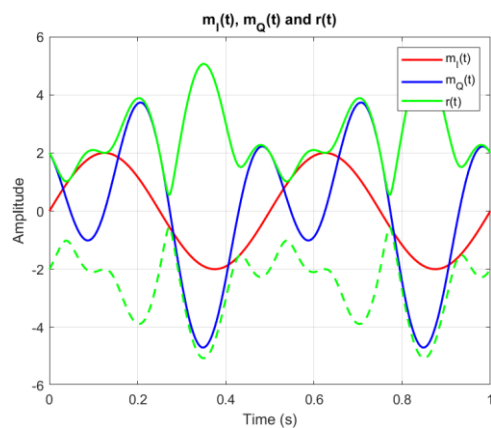


圖 4、 $r(t)$ 與 $m_I(t)$ 、 $m_Q(t)$

$$\text{包絡線 } r(t) = \sqrt{m_I(t)^2 + m_Q(t)^2}$$

$$m_I(t) = \text{Re}[m'(t)]; \quad m_Q(t) = \text{Im}[m'(t)]$$

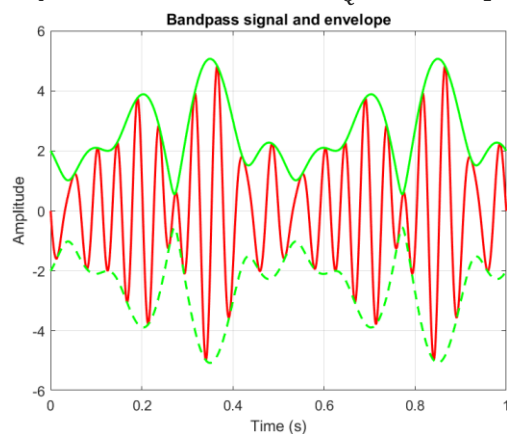


圖 5、帶通信號 $m(t)$ 與 $r(t)$
 $m(t)$ ：紅線； $r(t)$ ：綠線

$$m(t) = \text{Re}[m'(t)e^{2\pi f_n t}] = \sum_{n=0}^3 r(t)e^{2\pi f_n t}$$

$m(t)$ 是實數信號； $r(t)$ 為 $m(t)$ 的瞬時振幅，是 $m(t)$ 的包絡線。

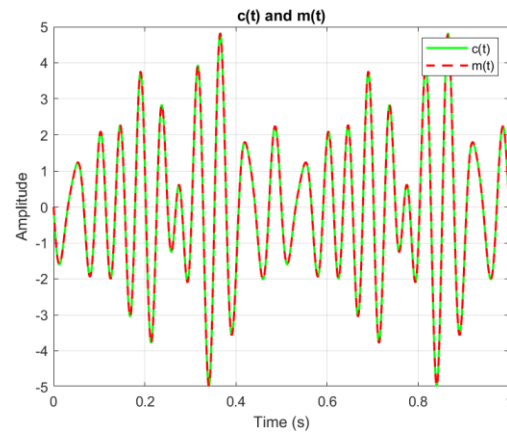


圖 6、 $m(t)$ 與 $c(t)$

$$c(t) = m_I(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) - m_Q(t) \cdot \sin(2\pi f_c t), \quad f_c = 20\text{Hz}$$

$$m(t) = m_I(t) \cdot \cos(2\pi f_c t) - m_Q(t) \cdot \sin(2\pi f_c t), \quad f_c = 20\text{Hz}$$

$\therefore c(t)$ 與 $m(t)$ 都由 $m_I(t)$ 及 $m_Q(t)$ 組成

\therefore 兩者圖形一樣

- **結論**

帶通信號可藉由基頻等效信號取得完整的相位與振幅資訊。

2、實驗二

此實驗基頻等效頻域訊號 $S(f)$ 輸入 8 IFFT，觀察其輸出是否為 $m_I(t)$ 與 $m_Q(t)$ 在一個週期內的離散取樣點。(IFFT: 8 input and 8 output)

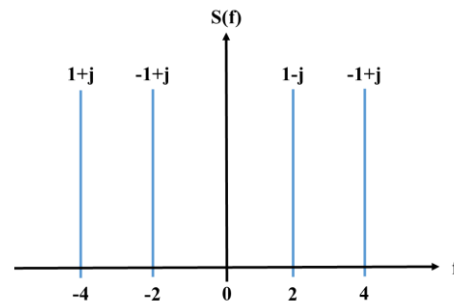


圖 7、基頻等效信號 $S(f)$

- **模擬結果**

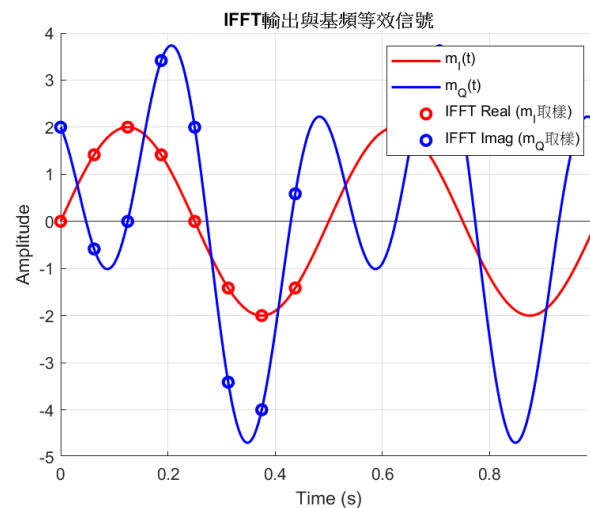


圖 8、IFFT 輸出結果

- **結論**

IFFT 的輸出為 $m_I(t)$ 及 $m_Q(t)$ 在一個周期內的 8 個取樣。

因此若要產生 $m_I(t)$ 及 $m_Q(t)$ ，可以用 IFFT 產生取樣，再用 D/A (Digital to Analog)，將信號變成 Analog signal 即可。

3、實驗三

此實驗利用週期為 4 的 600 QPSK 複數信號作為頻域訊號 $S(f)$ ，經過 2048 IFFT 得到傳送訊號 $s[m]$ ，再通過 AWGN 通道加入雜訊，得接收訊號 $r[m]$ 。自訂 SNR 對於 AWGN block。觀察傳送與接收訊號的實部與虛部差異，計算信號與雜訊平均功率並比較 SNR 理論值與 AWGN 模擬值。

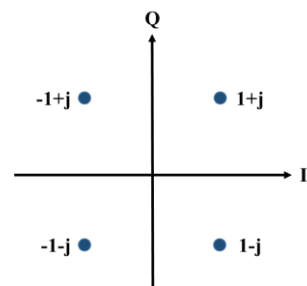


圖 9、 $S(f)$ 星座圖

- **模擬結果**

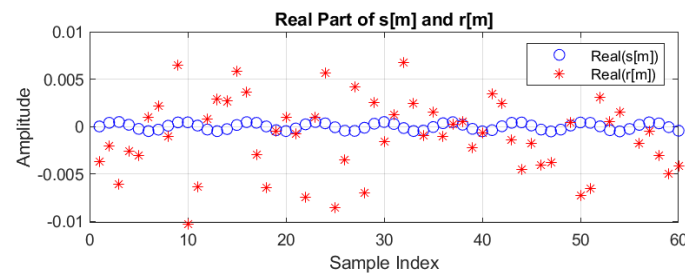


圖 10、 $s[m]$ 與 $r[m]$ 實部

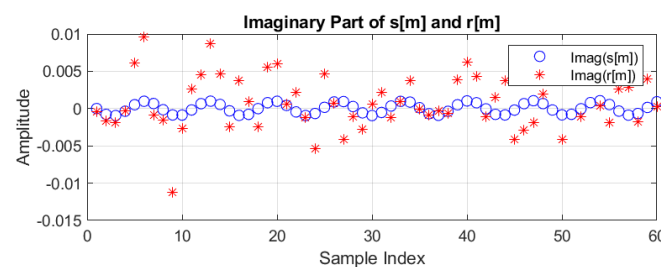


圖 11、 $s[m]$ 與 $r[m]$ 虛部

➤ 平均功率計算：(重複實驗十次，計算平均值)

傳送訊號 $s[m]$ 功率 $P_{signal} = 2.861 \times 10^{-4}$

雜訊 $n[m]$ 功率 $P_{noise} = 2.8567 \times 10^{-5}$ ($n[m] = r[m] - s[m]$)

➤ SNR 分析：

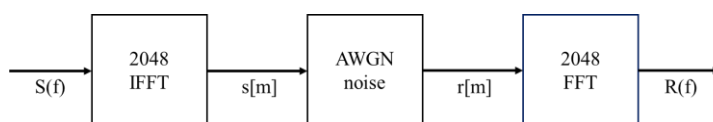
理想 SNR = $10 \log_{10}(P_{signal}/P_{noise}) = 10.0065$ dB

AWGN block 設定的 SNR = 10 dB，驗證模擬與理論一致

- **結論**

複數形式的 QPSK 傳輸與 AWGN 模擬，能有效描述通訊系統中訊號失真與干擾情況，並可準確評估通道品質 (SNR)。

4、實驗四



延續第三次作業所設定的 SNR，進行頻域雜訊分析與 BER 模擬。首先，將通過 AWGN 通道的接收訊號 $R(f)$ 與原始傳送訊號 $S(f)$ 相減，獲得雜訊頻域分量 $N(f)$ 。針對 $N(f)$ 實部與虛部分別進行期望值與變異數統計，並模擬其機率分布與對應的高斯分布(Gaussian distribution)比較。其次，計算子載波的平均 E_s/N_0 ，並與設定的 SNR 作比較，說明差異原因。最後，模擬 BER 對 E_s/N_0 的變化，並與理論圖表比較，說明 BER 計算方式與 Gray Mapping 的關聯。

• 模擬結果

$N(f) = \text{接收信號 } R(f) - \text{傳送信號 } S(f)$

	Re($N(f)$)	Im($N(f)$)
期望值	0.002	-0.0015
變異數	0.03	0.0282

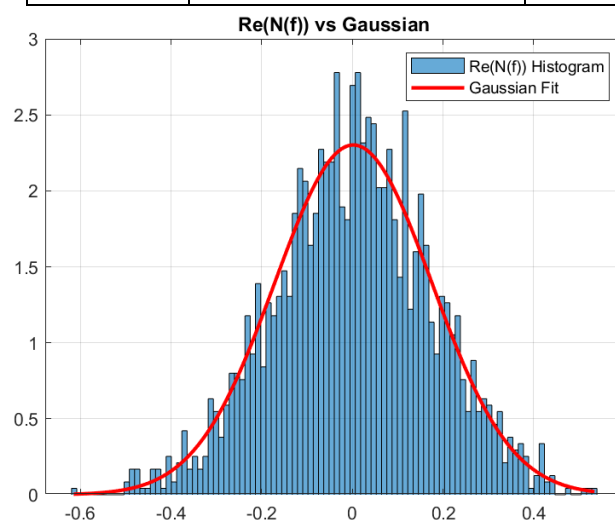


圖 12、
Re[$N(f)$]：機率分布 vs 高斯分布

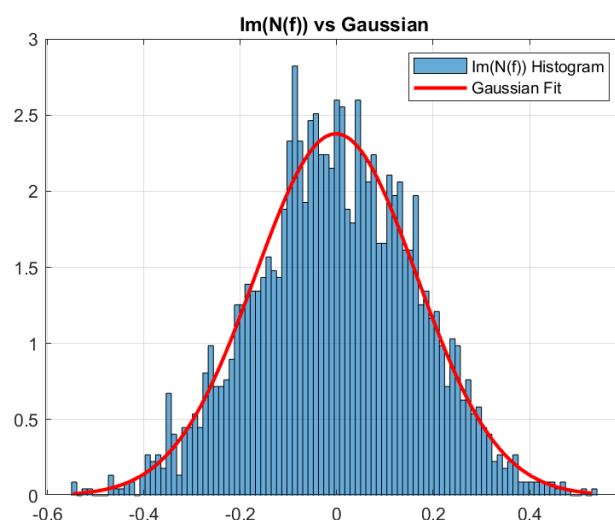


圖 13、
Im [$N(f)$]：機率分布 vs 高斯分布

➤ 平均 E_s/N_0 分析

子載波的平均 $E_s/N_0 = 34.0892 = 15.3262 \text{ (dB)}$

$E_s/N_0 - \text{Ideal SNR} = 5.3197 \text{ (dB)}$

出現差值原因：因為 SNR 是以時域整體平均功率與噪聲功率的比值來衡量，而 E_s/N_0 則是以每個符號的能量對噪聲譜密度的比值來定義，二者因子不同（如 OFDM 子載波數與 IFFT 點數的能量分散）而產生差異。

➤ 模擬 BER vs E_b/N_0

使用 Gray Mapping 進行調變，結果與理論曲線吻合。

SNR(dB)	E_b/N_0 (dB)	BER	Variance of Re(N(f))
2	4.32	9.9817e-03	0.1847
4	6.33	1.6433e-03	0.1165
6	8.32	1.0417e-04	0.0736
8	10.32	1.6667e-06	0.0465
10	12.33	0.0000e+00	0.0293
12	14.32	0.0000e+00	0.0185
14	16.32	0.0000e+00	0.0117

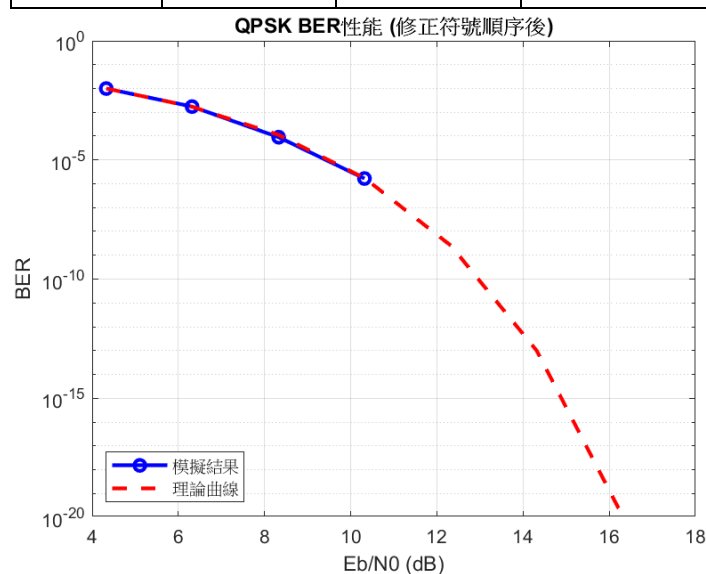


圖 14、
計算值與理論值 BER

• 結論

實驗證明 FFT 還原後的頻域雜訊具高斯性質，並可由其統計特性精準估算 SNR 與 BER 表現。

5、實驗五

本次作業探討多路徑衰落通道下的頻率響 $H(f)$ 對 QPSK 訊號造成的影響，並分析其在接收後的星座圖變化與頻域等化補償的效果。首先觀察 $|H(f)|$ 及 $\angle H(f)$ 的變化趨勢，以了解不同頻率下的增益與相位特性；接著比較在有無 fading 的條件下的接收訊號 $R(f)$ 星座圖，最後透過等化 $R'(f) = R(f)/H(f)$ 還原原始訊號結構。

- 模擬結果

- $|H(f)|$ 及 $\angle H(f)$ 的變化趨勢

因信號受多路徑效應影響， $|H(f)|$ 可能形成選擇性衰落，同時相位會受到影響，產生偏移，對應到 $\angle H(f)$ 圖，會看到 $\angle H(f)$ 波型出現轉折，不像線性，而 $\angle H(f)$ 呈現線性下降時，代表主要路徑與反射路徑的時間差固定。

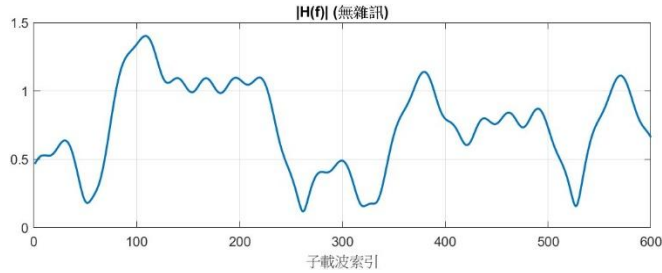


圖 15、 $|H(f)|$ (未加雜訊)

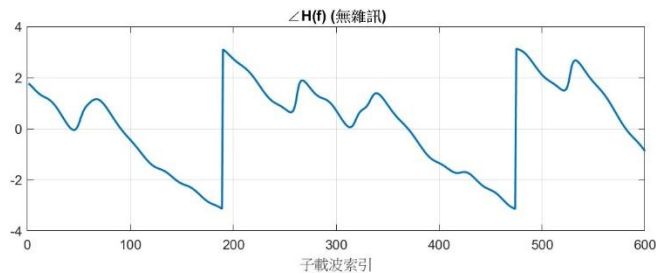
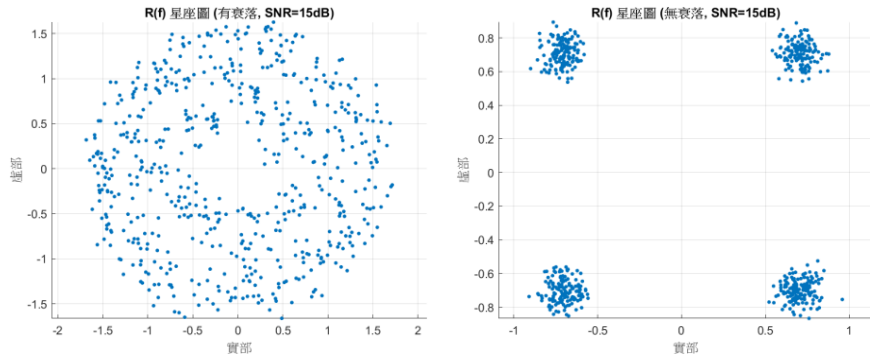


圖 16、 $\angle H(f)$ (未加雜訊)

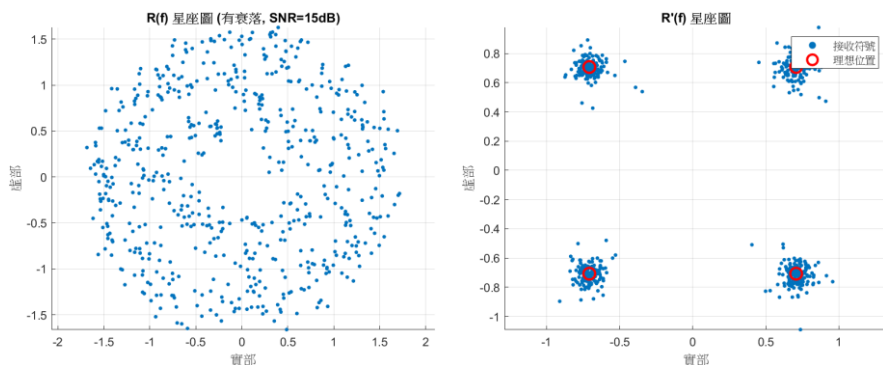
- 接收訊號 $R(f)$ 星座圖 (有無 fading)



$R(f)$ 星座圖 (有 fading) 的訊號分布是環狀且不集中的；星座圖 (無 fading) 訊號分布均勻且集中在 QPSK 四個象限理想位置。

- $R(f)$ (有 fading) vs $R'(f) = R(f)/H(f)$

$R(f)$ 星座圖嚴重扭曲，訊號分布不集中；經等化後 $R'(f)$ 星座圖回復整齊，顯示等化成功還原信號。



- **結論**

通過分析與頻域等化操作，可有效還原衰落通道下的訊號，使 QPSK 星座圖回復清晰、集中，提升通訊品質與可靠性。

五、結論與展望

此專題透過分析頻域響應 $H(f)$ 、星座圖變化與頻域等化的模擬，深入探討了基頻等效訊號(baseband equivalent signal)在 OFDM 系統中的重要性。在 OFDM 系統中，傳送訊號透過 IFFT 將多個子載波的複數頻域訊號轉換為時域訊號，而這些複數符號正是基頻等效訊號的具體表現形式。實驗中，傳送端使 QPSK 編碼的基頻等效訊號 $S(f)$ ，模擬訊號在多路徑衰落通道(fading channel)與 AWGN 環境下的行為，並且透過頻域等化 $R'(f) = R(f)/H(f)$ 補償通道失真，最終成功還原原始訊號結構。這一過程不僅驗證基頻等效模型在模擬與設計上的價值，也具體展示了 OFDM 系統在現代無線通訊中的抗干擾能力。

若未來有機會，可以進一步將模擬延伸到 MIMO 系統，測試 baseband 等效模型在多天線通道中的表現；也可以加入機器學習技術，預測並補償 $H(f)$ ，提升等化效果；針對 $|H(f)|$ 衰落嚴重的頻段，調整載波配置或功率分配，以增加傳輸穩定性；此外，也有機會開發低功耗的等化器，應用在嵌入式或行動裝置中。

參考文獻

- T.-Y. Hsu, "I/Q Mismatch Estimation and Compensation in MIMO-OFDM Systems under CW Jamming," 碩士論文，國立交通大學電信工程研究所，2008。
- 林志宏, "軟體無線電架構 OFDM 系統之數位基頻訊號處理平台實現", 碩士論文，國立臺灣大學電信工程學研究所，2006。
- 國立陽明交通大學電信工程研究所, "多輸入多輸出正交分頻多工 (MIMO-OFDM) 架構在感知與通訊融合系統中的應用", 碩士論文，2021。
- <https://ww2.mathworks.cn/help/comm/ug/qpsk-transmitter-and-receiver.html>(2025.05.08)