

系泊系统的设计

摘要

近海系泊系统作为气象监控、海洋探测的主要载体工具，对工程的实际应用有一定的积极作用^[1]，研究系泊系统在不同环境状况下的内在关系，进而给出适应不同情况的设计方案，并编写相应的应用软件，有着不能忽视的现实意义^[2]。

针对问题一，在整个系泊系统处于最终平衡状态下，从系统的上部钢管开始受力分析计算，建立不同方向上力的平衡方程和以下部链结点为取距中心的力矩平衡方程，求得钢管倾斜角度以及下部单元间相互作用拉力，进而计算出钢管的相对位置改变量。继续分析下部单元的受力情况，建立相同的平衡方程组并求解，通过反复迭代计算，建立以浮标吃水深度为自变量的迭代代数模型，可求得河道底部的链环倾斜角度以及整个系泊系统的垂悬高度。进而利用粒子群算法优化上部浮标的吃水深度，并经过多次迭代优化，最终得到水深 18 米并且风速为 12m/s 和 24m/s 时，浮标吃水深度分别为 0.7348 米和 0.7489 米，同时算出各节钢管的倾斜角度和各单元的位置坐标（附录及支撑材料），以及浮标游动区域半径 14.2005 米和 17.3203 米。结合理想状态下的锚链悬链线方程拟合位置坐标数据得出良好的锚链形状曲线方程（式 1.16-1.17），并利用 CAD 软件绘制了所得结果下的系泊系统 3-维立体分布示意图（图 10）。

针对问题二，利用上述问题一所建立模型计算可知底部链环以及钢桶倾斜角度均不满足题目条件。根据重物球和浮标吃水深度对于整个系统的影响，从系泊系统悬挂的重物球质量为 1200kg 开始枚举，并利用适应度良好的粒子群算法计算出相应状态下的浮标吃水深度、链环和钢桶的倾斜角度，直到角度满足题目要求时，即可得到在已给风力和零件倾斜角度等约束条件下，悬挂重物球的最小质量。再继续增加重物球质量，直到吃水深度等于 2m 时终止，得到满足所有条件下重物球的最大悬挂质量，最终得出悬挂重物球的范围为 1974kg 至 5294kg。

针对问题三，依据问题的现实情况，综合考虑钢管的体积、钢管的水动力及浮力，结合上述问题一和问题二的代数模型，以钢桶、底部链环倾斜角度及整个系统的垂悬高度三者为优化变量，在给定锚链长度后，建立不同风速、水流速度及海水深度时以粒子群算法为基础的多目标非线性规划模型。根据锚链型号从 I 型到 V 型依次计算满足规划的最优解，判断钢桶、链环的倾斜角度及浮标的吃水深度是否满足题目要求。若吃水深度达到浮标吃水上限则采用下一个型号的锚链重复上述计算直到三个目标变量全部满足题目要求。最终得到了在给定锚链长度后，不同风速、水流速及海水深度下，给出所需最轻链条型号、重物球的最小重量等信息的系泊系统设计方案“选择程序流程”（图 13）和测试结果（表格 4）。

为了能够广泛使用并大力推广问题三所得的“选择程序流程”，通过利用 MATLAB 软件成功设计出基于上述程序的人性化 GUI 图形交互界面（图 14），在不了解整个系泊系统的情况下，输入现实环境的风速、水流速及海水深度也能快速求解得到满足条件的锚链型号以及相应的重物球质量，并给出了实际情况下的系泊系统的各单元位置坐标分布图，为用户的选择带来了极大便利。最后，对模型的优化提供了若干条改进思路及每种改进思路下的具体实现方法，并对模型的优劣性给出了客观的评价及分析。

关键词：系泊系统设计；代数模型；粒子群算法；多目标非线性规划；GUI 设计。

一、问题重述

1.1 问题背景

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成。某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径和高均为2m的圆柱体，浮标的质量为1000kg。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成。水声通讯系统安装在一个长1m、外径30cm的密封圆柱形钢桶内，设备和钢桶的总质量为100kg。

在系泊系统中，锚的质量为600kg，锚链选用无档普通链环。锚与锚链末端链接，要求链接处的切线方向与海床的夹角不超过16度，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。钢管共4节，每节长度1m，直径为50mm，每节钢管的质量为10kg。钢桶上接第4节钢管，下接电焊锚链。钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳，钢桶的倾斜角度超过5度时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链接处可悬挂重物球。

系泊系统的设计问题就是确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

1.2 问题提出

问题 1 某型传输节点选用II型电焊锚链 22.05m，选用的重物球的质量为1200kg。现将该型传输节点布放在水深18m、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为12m/s和24m/s时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题 2 在问题1的假设下，计算海面风速为36m/s时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过5度，锚链在锚点与海床的夹角不超过16度。

问题 3 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于16m~20m之间。布放点的海水速度最大可达到1.5m/s、风速最大可达到36m/s。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

二、问题分析

2.1 问题一分析

问题一作为整个问题的关键，需分析整个系泊系统在不同情况下全部变量间关系进而建立相关模型。我们从整个系统最终的稳定状态开始分析，由上而下先以上部钢管作为研究对象，利用理论力学的相关知识，建立稳定状态下的分力平衡方程和力矩平衡方程，进而解得钢管倾斜角及下段钢管的相互作用拉力。继续分析下段钢管，建立力与力矩的平衡方程，求解倾角和相互拉力，重复迭代计算可得海床底部末节锚链的倾斜角。利用上述计算得到的各单元倾斜角度，可以得出整个系统的垂悬高度，至此建立了适应本题的代数迭代模型，利用粒子群算法优化上部浮标的吃水深度，进而改变倾斜角及相互拉力，最终迭代计算到满足题目条件的吃水深度，最后计算了该吃水深下，不同海面风速时的钢桶和各节钢管

的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

2.2 问题二分析

问题二可以作为问题一的拓展，应用在问题一中建立的代数迭代-粒子群算法模型解得满足风力条件下的海床链环的倾斜角度大于最大倾角。由于所悬挂重物球的质量不是一个定值，故从悬挂重物球原本的重量 1200kg 开始增加，运用问题一的模型算法求解每增加一次时的吃水深和倾斜角，若不满足角度约束条件，则重物球质量增加 1 个单位，直到得到满足条件的重物球质量的下界。若继续增加重物球的质量，直至吃水深度等于 2m 时为止，这时的重物球质量即为满足条件时重物球质量的上界。由此，得到满足风力条件下的悬挂重物球的取值范围。

2.3 问题三分析

问题三对模型中的变量做出了更加丰富多样化的推广。我们从现实情况出发，考虑锚链的体积讨论计算，加入流水动力以及每节锚链浮力，使模型更符合现实实际情况。在设计系泊系统时，给定锚链长度，需要考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计。根据现实环境，将三者作为模型的输入变量。同时，将钢桶、海床锚链倾斜角以及系泊系统垂悬高度作为目标变量，建立多目标非线性规划模型。在给定变量的情况下，利用粒子群算法依次计算满足题目要求的最优锚链型号及相应的最轻重物球悬挂质量，建立了系泊系统设计的锚链及重物球的“选择流程模型”。最后在已建立的模型基础上，设计出了更加便于推广和应用的“系泊系统设计方案”软件。

三、模型假设

1. 浮标竖直漂浮在海面上不发生倾斜；
2. 海面上没有波浪不产生波生力；
3. 锚链在拉力作用下不伸长；
4. 锚链的体积很小可以忽略；
5. 重物球和锚链由铸钢材料构成；
6. 只有钢管、钢桶、锚链的侧面面积在水流速度法平面上产生投影；
7. 锚在海床上具有抓地力，不发生水平方向上的移动。

四、符号说明

G_i	表示浮标到钢桶第 <i>i</i> 个零件的重力
G'_i	表示钢桶到锚间第 <i>i</i> 个锚链的重力
B_i	表示浮标到钢桶第 <i>i</i> 个零件的浮力
B'_i	表示钢桶到锚间第 <i>i</i> 个锚链的浮力
θ_i	表示浮标到钢桶第 <i>i</i> 个零件与轴正向的夹角

θ'_i	表示钢桶到锚间第 <i>i</i> 个锚链与轴正向的夹角
T_{x_i}	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> 个零件对它上端第 <i>i</i> - 1个零件在 <i>x</i> 轴负向的拉力
T_{y_i}	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> 个零件对它上端第 <i>i</i> - 1个零件在 <i>y</i> 轴负向的拉力
$T_{x_i}^*$	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> - 1个零件对它下端第 <i>i</i> 个零件在 <i>x</i> 轴正向的拉力
$T_{y_i}^*$	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> - 1个零件对它下端第 <i>i</i> 个零件在 <i>y</i> 轴正向的拉力
T'_{x_i}	表示钢桶到锚间第 <i>i</i> 个锚链对它上端第 <i>i</i> - 1个零件在 <i>x</i> 轴负向的拉力
T'_{y_i}	表示钢桶到锚间第 <i>i</i> 个锚链对它上端第 <i>i</i> - 1个零件在 <i>y</i> 轴负向的拉力
T''_{x_i}	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> - 1个零件对它下端第 <i>i</i> 个锚链在 <i>x</i> 轴正向的拉力
T''_{y_i}	表示钢管到钢桶间第 <i>i</i> - 1个零件对它下端第 <i>i</i> 个锚链在 <i>y</i> 轴正向的拉力

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

基于整个系统处于平衡状态来进行分析,首先将系泊系统的每一个零件都个体化,分析它们各自的受力情况,再依照系统零件之间的相互作用的关系,由浮标到锚体,连锁性、整体性的解决问题。

5.1.1 问题一模型建立

图一是整个传输节点示意图,是具有典型的单点系泊系统特性的海洋单点浮标系统。我们将它分为四部分,在整个系统处于平衡状态下,首先采用集中质量法统一考虑单一零件的重力与浮力;其次,为便于后期理论分析和粒子群算法的编写,将零部件衔接处复杂的相互作用通过与水平方向和垂直方向的夹角,一致转化为相应方向上的力;最后,以每一个零件衔接点为取距中心,在详细受力分析的基础上建立力矩平衡方程,由此,采用迭代方法,计算出每一个零件包括钢管、钢桶和锚链所处的位置坐标以及与水平面的夹角。以下,就系泊系统中各部件的钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域分别进行模型建立与求解。

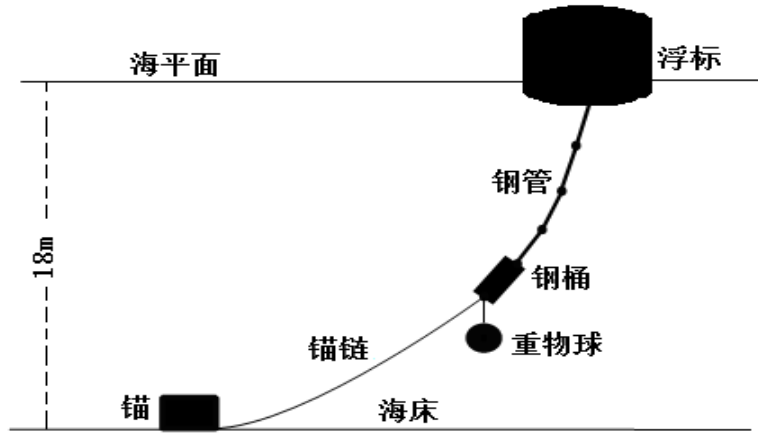


图 1 整个传输节点示意图

1、浮标受力分析

根据浮标所处的外部环境分析它的受力情况。首先，已知浮标自身重力大小为 G_0 ，用 v 和 h ($h \leq 2m$) 分别表示浮标所处的海面风速以及浮标的吃水深度。

浮标受力分析过程如图 2，定义 y 轴负方向为浮标重力方向，同时不失一般性，假设风向与 x 轴正向相吻合，所受风力值为 $T_{x_0} = 0.625 \times Sv^2$ ，此时，浮标所受浮力恰好沿 y 轴的正方向，并且可以计算出浮力大小 $B_0 = \rho_{\text{水}}gV_0 = \rho_{\text{水}}g \int A_0(h)dh$ ，其中 $A_0 = \pi d^2/4$ 是浮标底面积。因此可得如下等式；

$$\begin{cases} G_0 = m_0g \\ T_{x_0} = 0.625 \times Sv^2 \\ B_0 = \rho_{\text{水}}gV_0 = \rho_{\text{水}}g \int A_0(h)dh \\ A_0 = \frac{\pi d^2}{4} \end{cases} \quad (\text{式 1.1})$$

同样如图二所示，钢管一链接浮标底部中心，并且给予浮标沿钢管自身方向的拉力，该力可作为 x 轴负方向大小为 T_{x_1} 的力，和 y 轴负方向大小为 T_{y_1} 的力合成作用力。

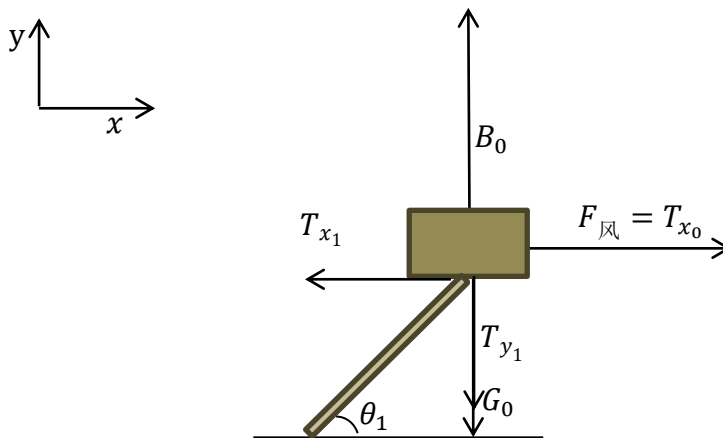


图 2 浮标的受力分析图

通过以上分析，根据受力平衡可知：

$$\begin{cases} T_{y_1} + G_0 = B_0 \\ T_{x_1} = T_{x_0} \end{cases} \quad (\text{式 } 1.2)$$

因此，联立式 1.1 和式 1.2 即可计算出 T_{x_1} 和 T_{y_1} 的确切数值。

2、钢管间受力分析

由于钢管的刚性和它们之间的链接方式，针对某钢管 i ($1 \leq i \leq 4$) 而言，除了受到重力和浮力之外，还受到了分别来自上接钢管和下接钢管对它的拉力。假设钢管 i 的重力和浮力大小分别为 G_i 和 B_i 。

(1) 我们从钢管 1 开始，逐一分析每根钢管的受力情况。

当 $i = 1$ 时，由于钢管 1 受到了来自浮标给它的拉力，如图 3，可将该力分解为沿 x 轴正向大小为 $T_{x_1}^*$ 的力，与沿 y 轴正向大小为 $T_{y_1}^*$ 的力。同时钢管 1 还受到了钢管 2 对它的拉力，而该力同样可分解为具有 x 轴负方向和 y 轴负方向的力，大小分别为 T_{x_2} 和 T_{y_2} 。

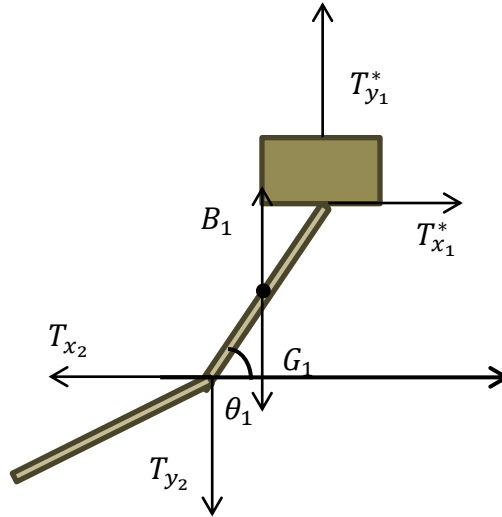


图 3 钢管 1 的受力分析图

显然，根据相互作用力的性质，可知：

$$T_{x_1} = T_{x_1}^*, \quad T_{y_1} = T_{y_1}^* \quad (\text{式 } 1.3)$$

因为钢管 1 同样处于静止状态，根据受力平衡可知：

$$\begin{cases} T_{y_2} + G_1 = T_{y_1} + B_1 \\ T_{x_2} = T_{x_1} \end{cases} \quad (\text{式 } 1.4)$$

此时由以上方程即可计算出 T_{y_2} 与 T_{x_2} 的值。

以下我们计算钢管 1 与水平面的夹角 θ_1 (如图 3)。

此处引入理论力学中静力平衡物体的力矩平衡方程，以钢管底部链接点为取距中心，对钢管所受其余各力，计算其力矩的代数和，可得如下等式：

$$\frac{1}{2}B_1 \cos \theta_1 + T_{y1} \cos \theta_1 = T_{x1} \sin \theta_1 + \frac{1}{2}G_1 \cos \theta_1 \quad (\text{式 1.5})$$

解得：

$$\tan^{-1}\theta_1 = (B_1 + 2T_{y1} - G_1 T_{x1}) / 2 \quad (\text{式 1.6})$$

通过以上分析，计算得到 T_{x2} 、 T_{y2} 和 θ_1 。

(2) 当 $2 \leq i \leq 4$ 时，同 $i = 1$ 时类似，如图 4，钢管 i 受到钢管 $i - 1$ 给予的来自 x 轴正方向和 y 轴正方向的力，大小分别为 T_{xi}^* 与 T_{yi}^* ；同时还受到钢管 $i + 1$ 对它的拉力，该拉力在 x 轴负方向和 y 轴负方向的力产生分力，大小分别为 T_{xi+1} 和 T_{yi+1} 。

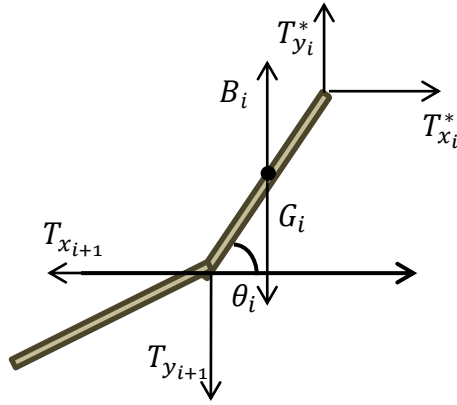


图 4 钢管 i 的受力分析图

同样可得：

$$T_{xi} = T_{xi}^*, T_{yi} = T_{yi}^* \quad (\text{式 1.7})$$

此时，从 $i = 2$ 开始，通过反复迭代下列方程组，

$$\begin{cases} T_{yi+1} = B_i + T_{yi} - G_i \\ T_{xi+1} = T_{xi} \\ \frac{1}{2}B_i \cos \theta_i + T_{yi} \cos \theta_i = T_{xi} \sin \theta_i + \frac{1}{2}G_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (i = 2, 3, 4) \quad (\text{式 1.8})$$

其中，

$$\begin{cases} G_i = m_i g \\ B_i = \rho_{\text{水}} g V_i = \rho_{\text{水}} g l_i \left(\frac{\pi d_i^2}{4} \right) \end{cases} \quad (i=2, 3, 4) \quad (\text{式 1.9})$$

所以，可以得到每根钢管的对应角度：

$$\tan^{-1}\theta_i = (B_i + 2T_{yi} - G_i T_{xi}) / 2 \quad (i = 2, 3, 4),$$

同时也可计算出 T_{x_5} 和 T_{y_5} 的值。

3、钢桶的受力分析

钢桶与钢管的受力情况类似（见图 5）。一方面，钢桶受到钢管 4 对它的拉力，可将拉力分解为 x 轴正方向和 y 轴正方向的力，大小分别为 $T_{x_5}^*$ 和 $T_{y_5}^*$ 。第一节锚链对桶的拉力在 x 轴负方向和 y 轴负方向的分力大小为 T_{x_1}' 和 T_{y_1}' ，另一方面，钢桶自身重力以及受到的浮力值分别 G_5 和 B_5 ，但由于其下端链接一个重物球，所以其受力分析图为：

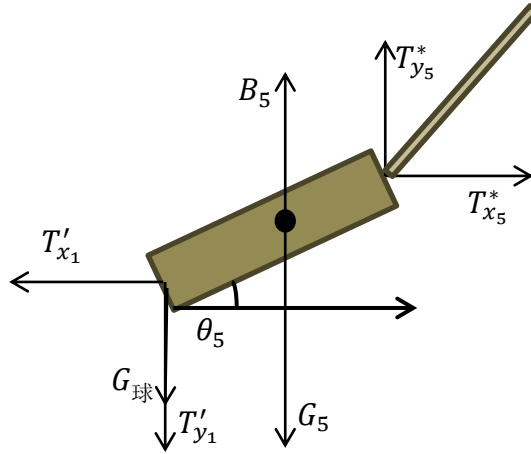


图 5 钢桶的受力分析图

根据桶的受力平衡：

$$\begin{cases} T_{y_1}' = B_5 + T_{y_5}^* - G_5 - G_{球} \\ T_{x_1}' = T_{x_5}^* \\ \frac{1}{2}B_5 \cos \theta_5 + T_{y_5}^* \cos \theta_5 = T_{x_5}^* \sin \theta_5 + \frac{1}{2}G_5 \cos \theta_5 \end{cases} \quad (\text{式 1.10})$$

其中：

$$\begin{cases} G_5 = m_5 g \\ B_5 = \rho_{水} g V_5 = \rho_{水} g l_5 \left(\frac{\pi d_5^2}{4} \right) \end{cases} \quad (\text{式 1.11})$$

解得：

$$\tan^{-1} \theta_5 = (B_5 + 2T_{y_5}^* - G_5) / 2T_{x_5}^* \quad (\text{式 1.12})$$

同时也可计算得出 T_{x_1}' 和 T_{y_1}' 。

4、锚链的受力分析：

由已给数据可计算出选用 II 型电焊锚链共 22.05m 长，包含 210 节锚链。考虑到问题一中锚链外部环境，特别是水下环境比较稳定，水流速度为 0，所以锚链不会受到来自水对它的水流阻力，根据查询相关资料可知，铸钢为现有锚链的

主要选用材料，密度为 $7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，因此可计算出每节锚链所受到的浮力为 0.9462N ，相较于整个系泊系统而言，它产生的影响可以忽略。而在问题三的模型建立过程中，由于水流速度以及锚链型号均会产生较大变化，所以锚链的浮力对系泊系统方案设计来说是无法忽略的重要因素。相关内容将在问题三求解过程中进行详细说明。

对任意锚链 i ($1 \leq i \leq 210$) 受到上部链接零件对它的拉力，将力沿 x 轴正方向和 y 轴正方向进行分解得到的力大小分别为 T''_{x_i} 和 T''_{y_i} 。同时还受到下部链接零件对它的拉力，将力沿 x 轴负方向和 y 轴负方向进行分解得到的力大小分别为 $T'_{x_{i+1}}$ 和 $T'_{y_{i+1}}$ 。最后，该锚链重力大小为 G'_i ，如图 6 所示。

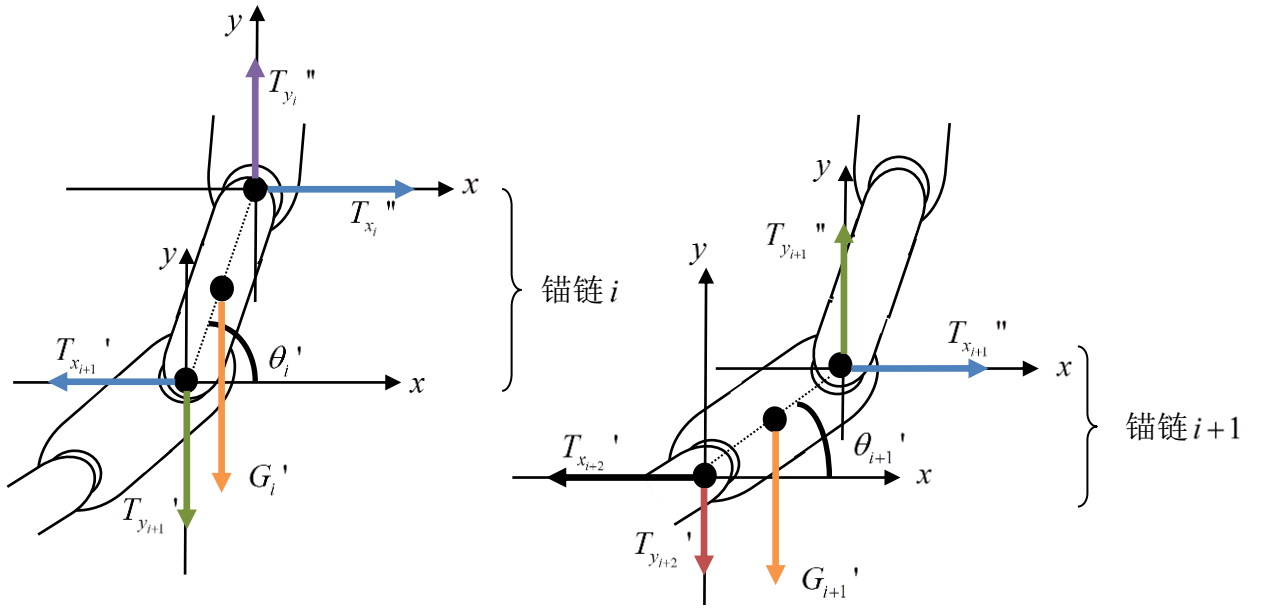


图 6 锚链的受力分析图

根据相互作用力的性质，可得：

$$T'_{x_i} = T''_{x_i}, \quad T'_{y_i} = T''_{y_i} \quad (\text{式 1.13})$$

由于锚链处于受力平衡状态，因此由有如下方程组成立：

$$\begin{cases} T'_{y_{i+1}} = T'_{y_i} - G'_i \\ T'_{x_{i+1}} = T'_{x_i} \\ T'_{y_i} \cos \theta'_i = T'_{x_i} \sin \theta'_i + \frac{1}{2} G'_i \cos \theta'_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, 210 \quad (\text{式 1.14})$$

可解得：

$$\tan^{-1} \theta'_i = (2T'_{y_i} - G'_i) / 2T'_{x_i} \quad (\text{式 1.15})$$

同时也可直接计算得出 $T'_{x_{i+1}}$ 和 $T'_{y_{i+1}}$ 。

在该问题中，需要考虑以下三类约束条件：

- 当 $i = 210$ 时，求得 $T'_{y_{211}}$ ，即为第 210 节锚链对锚产生的在 y 轴正方向上

的拉力大小。可以通过比较 $T'_{y_{211}}$ 和锚的重力 $G_{\text{锚}}$ 之间的大小，当

$$T'_{y_{211}} < G_{\text{锚}}, \text{ 锚不会脱离海床。}$$

- 对于末节锚链与海床的夹角需要满足 $\theta'_{210} \leq 16^\circ$ 。
- 钢桶与轴正向夹角 $90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ$ 。
- 考虑海洋深度为 $18m$ 。

我们将在问题模型的求解过程中，通过使用粒子群算法在满足上诉条件的基础上，可以得到浮标的吃水深 h ，每一个零部件的倾斜角、位置和活动区域的大小。

5.1.2 问题一模型求解

1、粒子群算法：

考虑到遗传算法的搜索速度慢、不适应连续实数问题求解的特性，我们采用了编程实现容易、收敛速度快、参数调节少的粒子群算法。粒子群算法是一种新兴的启发式算法，其源于仿生学思想，优化问题的求解过程类比成为基于社会意识下的群体觅食行为，粒子群生成的所有初始个体都具有独立意识和社会意识，个体具有结合社会 and 独立意识前进搜索的特性^[3]。

(1) 粒子群算法搜索解的依据是靠每一个个体所积累的经验，每进行一次搜索，就积累一次经验，搜索的次数越多，积累的经验越多，最终找到最优解的可能性越大。每个个体在搜索过程中储存有其本身走过路径的局部最优解，所有群体在移动过程中存在有整个群体的全局最优解，每个个体保持有原来前进方向的原始速度，下一次前进时，个体与局部最优以及全局最优方向上存在有两个附加速度分量，三个速度的合成速度作为整体的移动速度，最终步步迭代，保证了搜索最优解的可能。

(2) 在群体觅食的模型中，每一个个体都可以看成是一个粒子，这样全部个体就可以看作是一个粒子群体，这样对于一个多维的问题，有 m 个粒子在进行搜索前进，每一个粒子在空间中都存在有一个位置记为 x_i ，每个个体经过的最好位置就是 P_i ，全部群体经过的最好位置就是 P_g ，每个个体的速度记为 V_i 。

这样根据上面速度及位置变化的定义可以得到粒子位置的更新方式：

$$V_i = \omega V_{i-1} + c_1 r_1 (P_i - x_{i-1}) + c_2 r_2 (P_g - x_{i-1}),$$

$$x_i = x_{i-1} + \alpha v_i,$$

其中， ω 为惯性因子， c_1, c_2 为学习因子， r_1, r_2 为变化随机数， α 为约束因子用来控制速度。

算法的迭代终止条件一般按最优解的函数值与容许误差的差值和最大迭代次数来进行限制。

(3) 一般来说，粒子群算法的流程步骤一般如下：

步骤 1： 初始化上述所有参数，包括粒子数目、学习因子及约束因子等。

步骤 2： 评价每一个粒子的适应度，将初始的适应度作为个体的初始局部最优解。

步骤 3： 比较所有的局部最优解得到初始的全局最优解。

步骤 4： 利用上述的位置更新公式计算出新一次搜索下的粒子位置。

步骤 5: 计算每个个体的适应度, 更新每个个体的局部最优解及整体的全局最优解

步骤 6: 重复 4、5 两步, 直到满足设定的最小误差或达到最大迭代次数。

步骤 7: 输出粒子群的全局最优解以及该解所对应的粒子位置。

(4) 适应度函数的确定

可以看出粒子群算法和问题的结合体现在适应度函数的确定, 就问题一而言, 优化的变量为系泊系统的垂悬高度, 适应度函数需结合上述模型代数迭代思想计算出的垂悬高度, 对不同的浮标吃水深度计算相应的垂悬高度, 进而计算其与海水深度的差值绝对值, 若差值越逼近于零, 则适应度越好。

按照上述说明可以画出本题的粒子群算法流程图及其适应度函数的流程图如下:

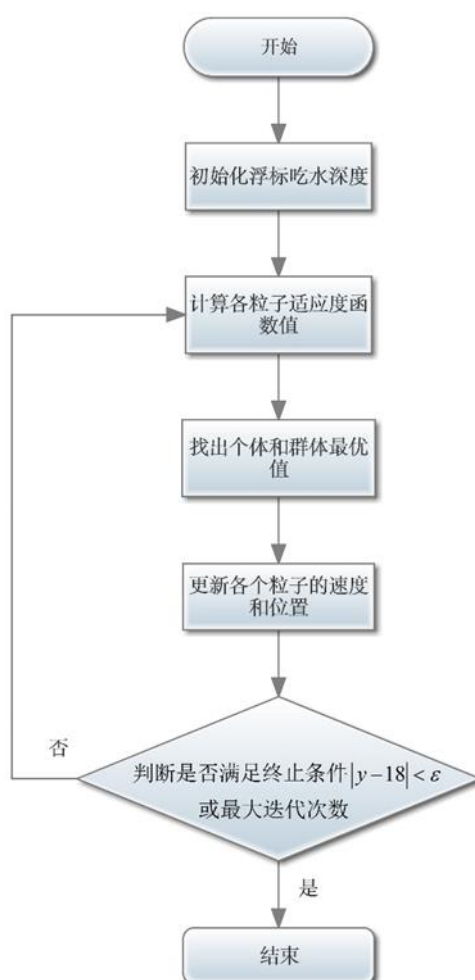


图 7 粒子群算法流程图

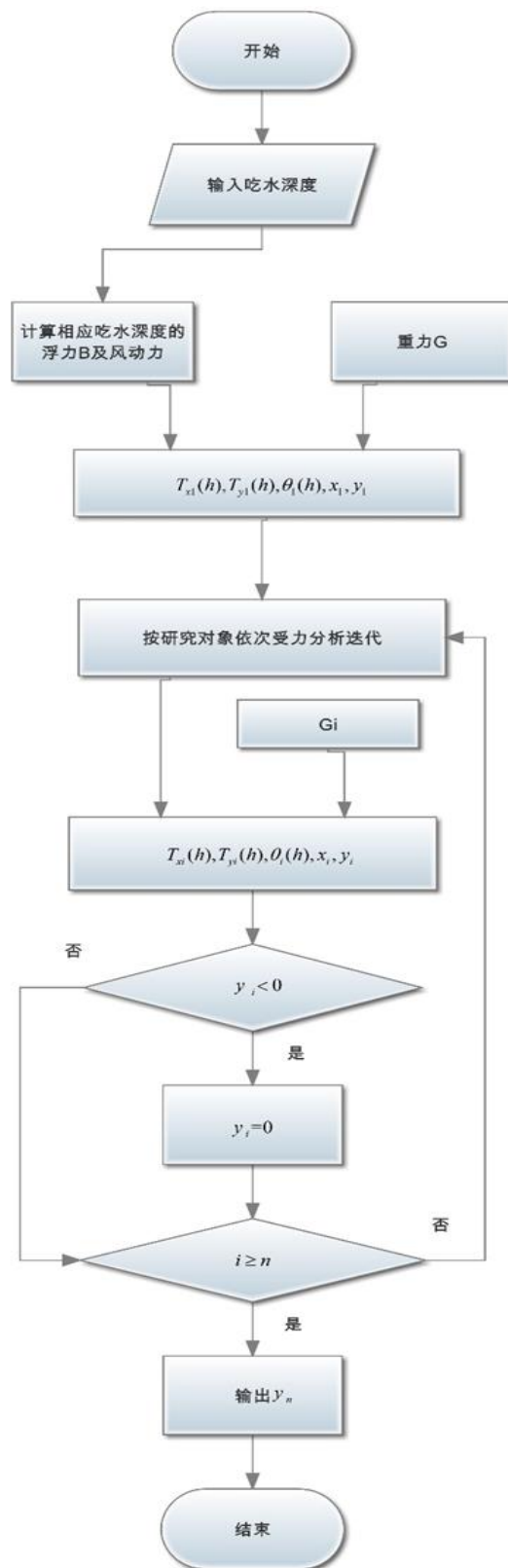


图 8 适应度函数流程图

经过粒子群算法的优化计算求得风速为 12m/s 时浮标的吃水深度为 0.7348m，海底链环的倾斜角度为0.97°，浮标的游动区域最大为 14.2005m；风速为 24m/s 时浮标的吃水深度为 0.7489m，海底链环的倾斜角度为0.23°浮标的游动区域最大

为 17.3203m。钢桶和各节钢管的倾斜角度见表格 1 和表格 2，各零部件的位置坐标见附录。

12m/s 时

	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4	钢桶
角度(°)	1.0083	0.9949	0.9890	0.9832	0.9774

表格 1 各单元倾斜角度

24m/s 时

	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4	钢桶
角度(°)	3.8498	3.8005	3.7788	3.7572	3.7360

表格 2 各单元倾斜角度

2、描述锚链的形状

经过查阅资料得知，在理想状态下，描述锚链链环连续分布的位置坐标函数为：

$$y = a \cdot \cosh(bx + c) + d$$

利用位置坐标函数可以比多项式函数更合理地反映位置坐标 x, y 之间的关系，为了描述上述模型求解结果反映的锚链形状，我们采用上述函数对风速为 12m/s 时的数据结果进行拟合。由于模型求解结果中包括整个系泊系统的全部部件，利用 MATLAB 编程提取出锚链部分的单独坐标数据，将其带入到 MATLAB 的拟合工具箱(详细程序见论文附录或支撑材料)，自定义函数类型为上述理想函数，得到以下结果：

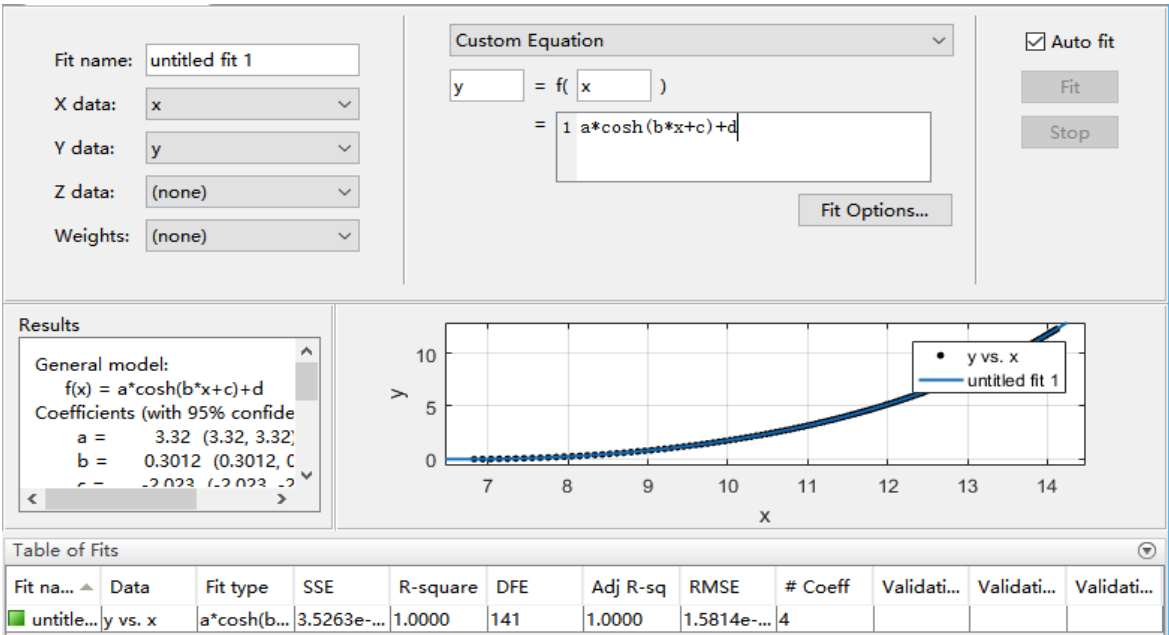


图 9 拟合工具箱计算结果

即：

$$y = 3.32 \cdot \cosh(0.3012x - 2.023) - 3.32 \quad (\text{式 1.16})$$

显然可以看出，在 95% 的置信区间下模型所得结果与理想状态下的函数曲线拟合效果良好， r^2 甚至达到了 1，上述模型的正确性得到验证。

同理在风速为 24m/s 的坐标数据拟合结果为：

$$y = 13.13 \cdot \cosh(0.07616x - 0.01603) - 13.13 \quad (\text{式 1.17})$$

利用 CAD 软件绘制出两种风速下的求解结果所对应的系泊系统部件的立体分布示意图如下：

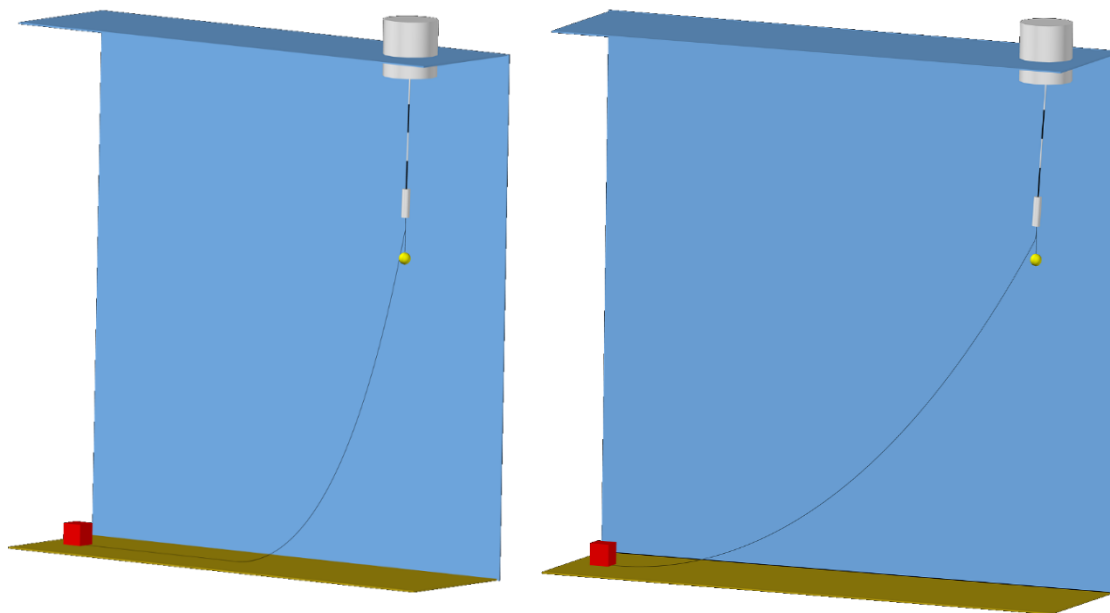


图 10

两种风速下的系泊系统的三维示意图

5.2 问题二的模型建立与求解

问题二是在求解问题一的基础上要求风速为 36m/s，此时可继续使用问题一的求解模型得到各项所需数据。然后利用所得结果，进一步设计优化迭代模型，即可算出所需重物球重量的变化范围。

首先，利用问题一的求解模型，即可算出当风速为 36m/s 时，钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。此时，浮标吃水深度为 0.7702m，浮标的活动区域最大为 18.5948m，钢桶和各节钢管的倾斜角度见表格 3，各零部件的位置坐标见附录。

	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4	钢桶
角度(°)	8.0668	7.9694	7.9264	7.8838	7.847

表格 3 各单元倾斜角度

其中，钢桶与 y 轴正方向的夹角为 $90^\circ - \theta_5 = 8.025^\circ$ ，大于 5° 。同时，末节锚链在锚点与海床的夹角为 $\theta'_{210} = 18.15^\circ$ ，大于 16° 。

接下来，我们将采用如下步骤，当 $90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ$ 和 $\theta'_{210} \leq 16^\circ$ 同时成立时，

求得重物球质量的选取范围。

步骤 1: 重物球重量 $G_5 := 1200 + 1 \text{ (kg)}$;

步骤 2: 使用问题一的求解模型, 解得 θ'_{210} , $90^\circ - \theta_5$ 和浮标吃水深 h ;

步骤 3: 若 $\theta'_{210} > 16^\circ$ 或 $90^\circ - \theta_5 > 5^\circ$, 当 $h \leq 2m$ 时, $G_5 := G_5 + 1$, 返回步骤二;

步骤 4: 若 $\theta'_{210} > 16^\circ$ 或 $90^\circ - \theta_5 > 5^\circ$, 当 $h > 2m$ 时, 此问题没有可行解, 算法结束;

步骤 5: 若 $\theta'_{210} \leq 16^\circ$ 且 $90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ$, 当 $h \leq 2m$ 时, 当前 G_5 即为重物球质量选取范围的下界 G' , 输出 G' 。令 $G_5 := G_5 + 1$, 返回步骤二;

步骤 6: 若 $\theta'_{210} \leq 16^\circ$ 且 $90^\circ - \theta_5 \leq 5^\circ$, 当 $h > 2m$ 时, $G_5 - 1$ 即为重物球质量选取范围的上界 G'' , 输出 G'' 。

根据以上求解步骤, 可得到框图如下:

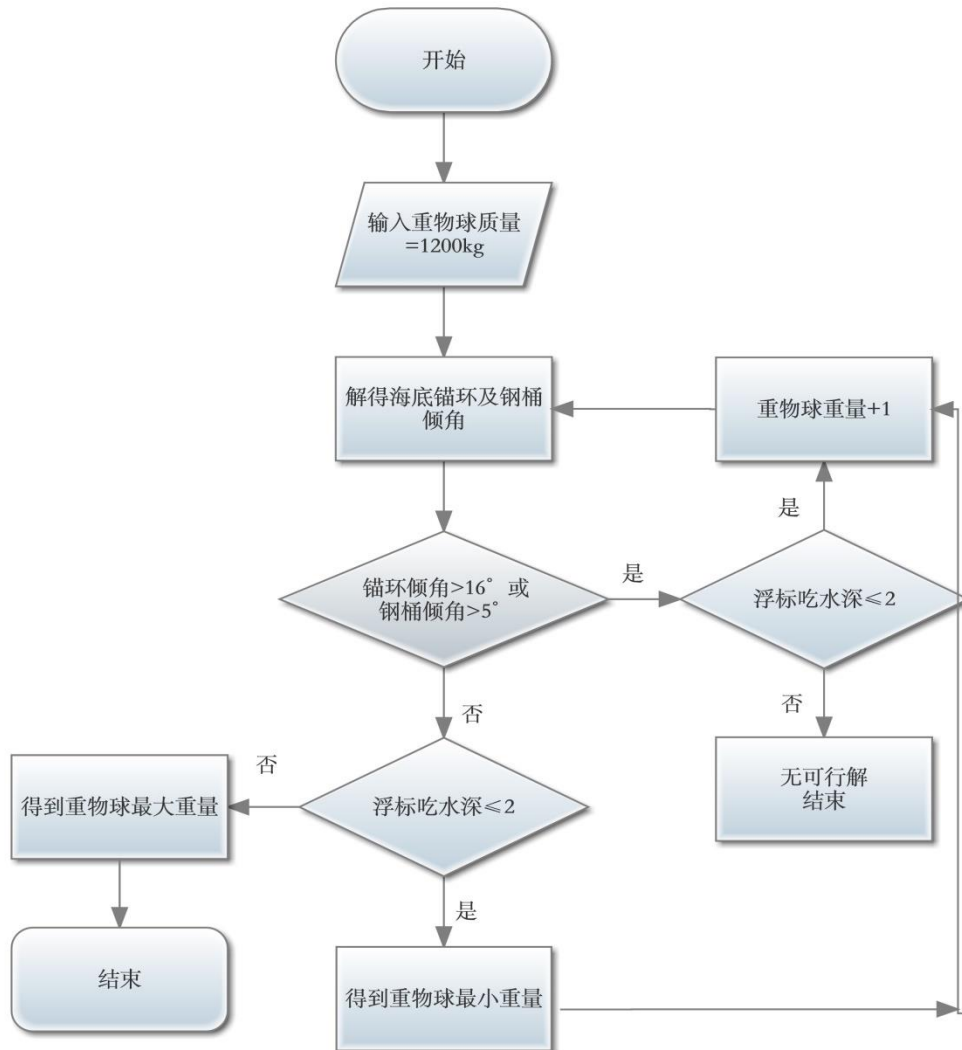


图 11 问题二算法流程图

最终得出悬挂重物球的范围为 1974kg 至 5294kg。

问题三的建立与求解

从现实情况出发，系泊系统的设计需考虑不同地区的风力、水流力以及水深情况。由于出现了水流力则整个系泊系统的所有单元受到水平方向的水动力，为了让模型更接近真实情况并使程序编制更为简单，这里考虑到下部锚链的体积，查询资料得到锚链的主要材料铸钢的密度为 $7.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 通过已知数据求出体积，从而使得锚链受到了与问题一、二不同的浮力及水动力，这时分析整个系泊系统时需要在问题一、二的基础上改进。

与问题一、二不同，引入水动力后，上部浮标、钢管、钢桶的受力分析与上述基本一致这里不再赘述，在考虑到锚链的体积后，锚链的受力情况与上述情况出现不同，下面作简要分析：

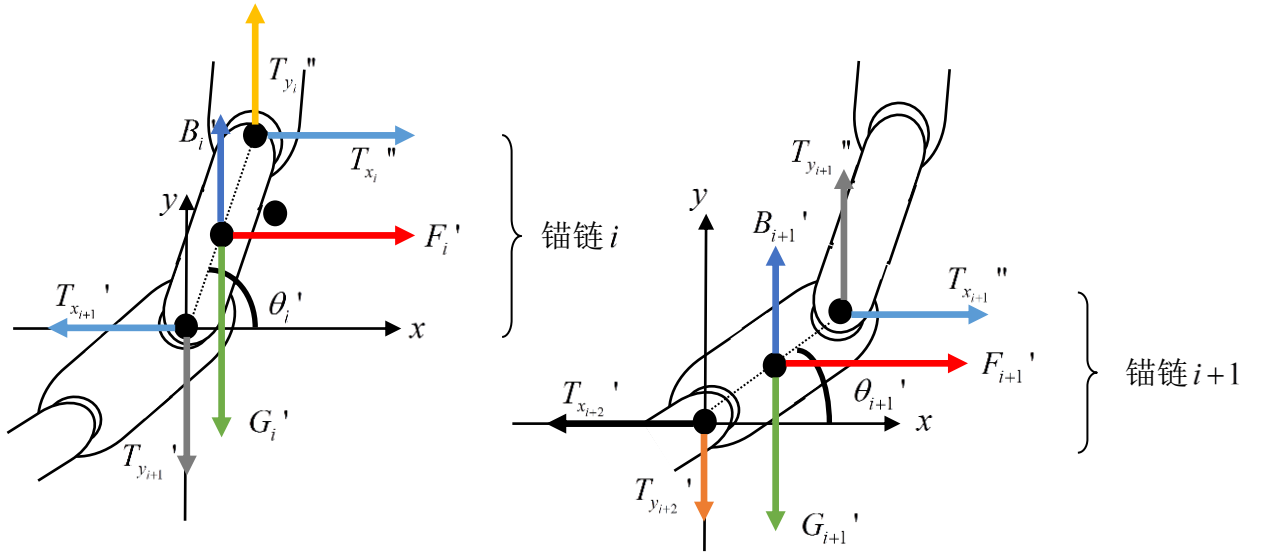


图 12 锚链受力分析图

这里取出两端锚链，对比上述分析过程，锚链还受到了水平方向上的水动力，以及竖直方向上的浮力，取出锚链 i ，对锚链在 x 方向， y 方向列出力的平衡方程：

$$T'_{x_{i+1}} = T''_{x_i} + F'_i \quad (\text{式 3.1})$$

$$T'_{y_{i+1}} = T''_{y_i} + B'_i - G'_i \quad (\text{式 3.2})$$

得到与锚链 $i+1$ 的相互作用拉力，这里再对锚链 i 下部链结点为力矩中心列出力矩的平衡方程：

$$B'_i \frac{a}{2} \cos \theta'_i + T''_{y_i} a \cos \theta'_i = T''_{x_i} a \sin \theta'_i + \frac{G'_i a}{2} \cos \theta'_i + F'_i a \sin \theta'_i$$

进而解得：

$$\theta'_i = \arctan\left(\frac{\frac{B'_i}{2} + T''_{y_i} - \frac{G'_i}{2}}{T''_{x_i} - F'_i}\right) \quad (\text{式 3.3})$$

这样得到了与上述一致的拉力、倾斜角迭代方程，通过此方程可以得到最终的海床链环倾斜角等结果。系泊系统的设计考虑到钢桶、海底河床的倾斜角以及

系统的垂悬高度，现在将三者作为多目标优化变量，建立基于粒子群算法的锚链型号、重物球质量选择模型。

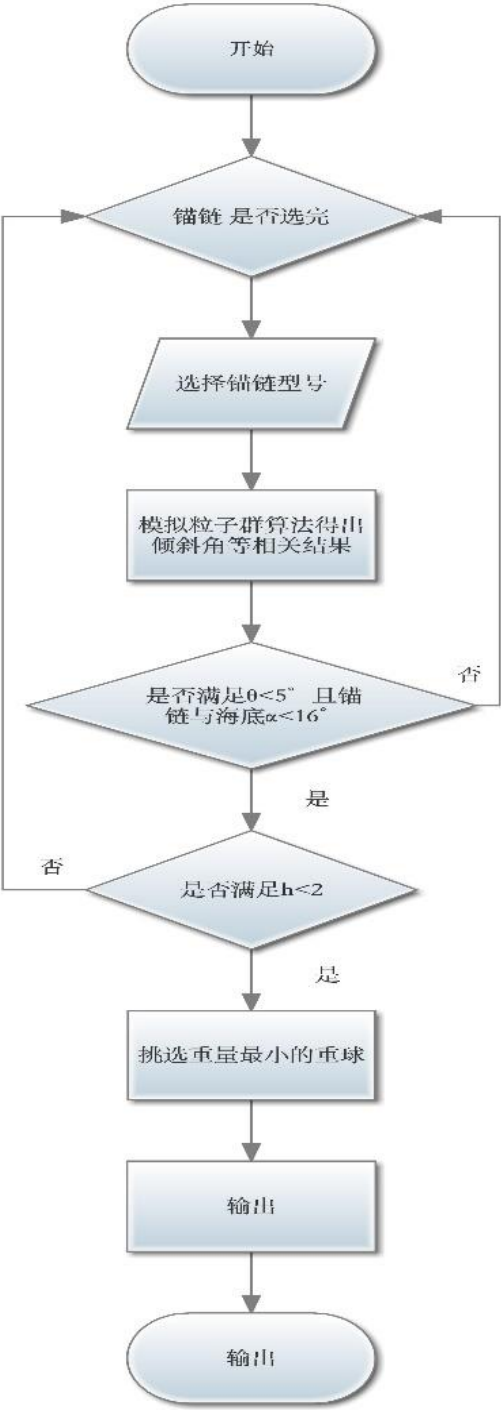


图 13 方案设计算法流程图

如上图 13，当风力、水流力以及水深作为自变量输入时，根据不同锚链单位长度质量均匀变化的特性，从第一个锚链型号开始，利用粒子群算法求解满足多变量优化条件的重物球质量，若可求得结果，则输出相应的锚链型号以及相应的重物球质量，若在题目条件下没有可行结果，则更换锚链型号重新计算优化直到有输出结果，若全部锚链都没有满足题目要求，则输出没有可提供的方案。

这样输出的锚链选择方案按照锚链单位长度质量进行依次选择,可以保证最终输出结果满足锚链总体质量最小,这具有良好的现实意义,可以为生产厂家节省生产成本并为消费者降低开销,长远考虑使生产商与消费者之间形成良性循环。

求解结果:

我们假设当风速为 18m/s 水流速为 0.4m/s 水面高度为 17m,此时各型号锚链对应求得的锚链和重物球总体质量最小及对应的浮标吃水深度如下表所示

锚链型号	浮标吃水深度 (m)	重物球 (kg)
I	0.407137	113.27
II	0.424248	168.81
III	0.454070	265.66
IV	1.000205	2035.52
V	1.921424	5027.32

表格 4 不同锚链型号下各个指标

六、模型的评价与改进

6.1 模型的优缺点

本文利用了简单实用的静力学关系推导得到了离散形式的代数迭代模型,采用高效的粒子群算法计算出可行的结果,并利用理想状态下的锚链形状方程拟合得到了几乎完全一致的位置分布曲线,充分验证了模型的可行性;并利用结合倾斜角度及垂悬高度的多目标非线性优化模型求解得到了复杂情况下的可行结果;最后还给出了复杂条件下的系统设计方案选择算法,特别还编制了面向用户友好的 GUI 图形操作界面,将问题的解决难度大大降低。

本文的不足之处体现在算法的求解时间稍长,后续可以考虑优化改进粒子群算法或选择其他启发式算法使得求解时间降低。

6.2 模型的改进

6.2.1 GUI 图形交互界面设计

为了更好地推广问题三模型思想并将其应用到实际生活中,我们特别利用 MATLAB^[6]编制了面向用户友好的 GUI 图形交互界面(见支撑材料源代码),用户不需要掌握数学软件的使用方法,只需直接将不同的风速、水流速以及近海深度输入到 GUI 中,点击计算就可以得到满足条件的方案输出锚链的型号以及重物球的质量,若没有得到可行方案则输出无解。

以水流速 0.8m/s, 风速 25m/s, 水深 19m 作为外部环境标准输入到 GUI 界面中如下图:

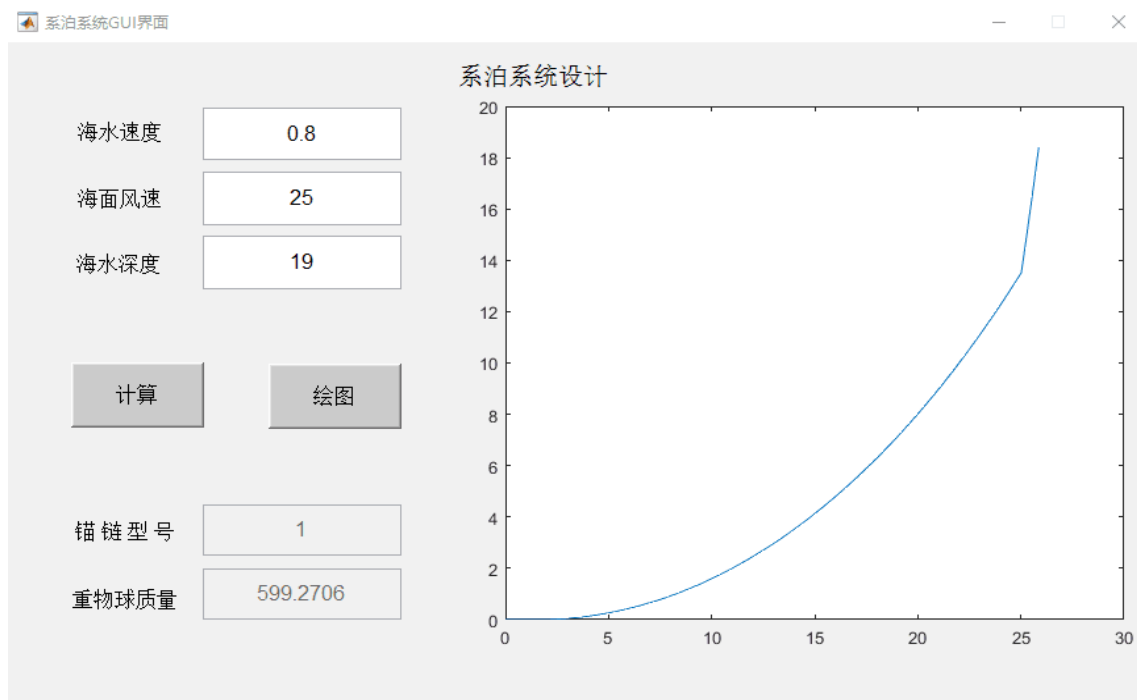


图 14 GUI 图形操作界面

点击计算按钮可得锚链型号选择 I 号，重物球质量为 599.2706kg，在单击绘图按钮可以画出可行方案下的系泊系统的平面坐标分布图，我们可以看出在曲线下端为一近似悬链线方程，在上部突然发生转折，显然转折处为重物球悬挂处，使得整体倾斜角度变大。

总体来看，我们编制的 GUI 软件具有良好的实用性，极大地降低了用户的学习成本。

6.2.2 风向和水流向存在夹角

在本文的讨论中将风速方向以及后来的水流速方向默认为同一方向，这样快速得到整个系统本质的代数迭代模型并降低了模型的分析求解难度。实际情况中风速方向和水流速方向会存在一定的夹角，这时考虑整个系统，水中单元受到单一方向的水动力，上部浮标受到水动力以及风力，两种作用力都处在模型中的水平坐标系中，可以将风力和水动力合成在一个矢量方向上，这时只有相互拉力的水平分量发生变化，依旧可以利用问题一所建立的模型进行有效求解，当风力方向与水流速方向相反时同理。

6.2.3 浮标斜漂在海面上

在本文的讨论中将上部浮标的漂浮角度定位竖直方向不发生偏斜，我们凭借生活经验可以知道在实际生活中浮标会有一定角度斜漂在海面上，这时会出现力矩求解时角度增加一个变量，更需注意的是浮力作用的作用点与浮标的中心不在同一点处，这时受力情况会更加复杂，但只需要增加一个斜偏角度，再利用上述模型即可得到可行结果

七、参考文献

- [1]袁梦,范菊,缪国平,朱仁传. 系泊系统动力分析[J]. 水动力学研究与进展 A 辑,2010,03:285-291.
- [2]王磊. 单点系泊系统的动力学研究[D].中国海洋大学,2012.
- [3]刘建华. 粒子群算法的基本理论及其改进研究[D].中南大学,2009.
- [4]杜英阁. 多目标非线性规划算法的研究[D].西安建筑科技大学,2011.
- [5]张庆海,张琼. Matlab 在数学建模中的应用 [J]. 中国集体经济,2008,06:170-171.
- [6]宗节保,段柳云,王莹,段柳浠,李昕. 基于 MATLAB GUI 软件制作方法的研究与实现[J]. 电子设计工程,2010,07:54-56.

八、附录

问题一：

文件名 main.m

```
function rad_x=main() %粒子群算法入口
xxf=zeros(1,10);
clc;close all;
E0=0.001; %允许误差
MaxNum=300; %粒子最大迭代次数
narvs=1; %目标函数的自变量个数
particlesize=30; %粒子群的规模
c1=2; %每个粒子个体学习因子
c2=2; %每个粒子社会学习因子
w=0.6; %惯性因子
vmax=0.8; %粒子群的最大飞翔速度
xp=2*rand(particlesize,narvs);%粒子所在的初始位置，本题范围 [0,2]
v=2*rand(particlesize,narvs); %粒子的飞翔速度（自己取值）
for i=1:particlesize
    for j=1:narvs
        f(i)=fitness5(xp(i,j));
    end
end
personalbest_x=xp;
personalbest_f=f;
[Best_f,i]=min(personalbest_f); %从当前最优例子中找出最好的作为全局最优
Best_x=xp(i,:);
k=1;
while k<=MaxNum
    for i=1:particlesize
        for j=1:narvs
            f(i)=fitness5(xp(i,j));
        end
        if f(i)<personalbest_f(i)
            personalbest_f(i)=f(i);
            personalbest_x(i,:)=xp(i,:);
        end
    end
    [Best_f i]=min(personalbest_f);
    Best_x=xp(i,:);
    %更新粒子的新位置和速度
    for i=1:particlesize
        v(i,:)=w*v(i,:)+c1*rand*(personalbest_x(i,:)-xp(i,:))+c2*rand*(Best_x
        -xp(i,:));
        for j=1:narvs %假如有多个方向就有多个速度
```

```

        if v(i,j)>vmax;
            v(i,j)=vmax;
        elseif v(i,j)<-vmax
            v(i,j)=-vmax;
        end
    end
    xp(i,:)=xp(i,:)+v(i,:);
end
if abs(Best_f)<0.001
    break;
end
k=k+1;
end
Best_x
[y,rad_x]=fitness5(Best_x);
toc;

```

文件名fitness5.m

```

function [y,rad_x]=fitness5(h) %适应度函数
p=1025;
g=9.8;
s=pi;
tong=100*g;%桶的重量
ball=1200*g; % 重力球重量% 第二问球重未知17118N
v=36; %速度
L=22.03;%电焊锚长
jie=L/0.105;%锚节数
Btong=p*g*0.15^2*pi; %桶的浮力
Gtong=100*g;
B0=p*g*s*h; %浮标的浮力
G0=1000*g;
Bi=p*1*g*0.025^2*pi;%钢管
Gi=10*g;
Fw=0.625*2*(2-h)*v^2;
rad=zeros(1,5);
Tx=Fw;
Ty2=zeros(1,6);
Ty2(1)=B0-G0;
for i=2:5
    Ty2(i)=Bi+Ty2(i-1)-Gi;
    rad(i-1)=atan((0.5*Bi+Ty2(i-1)-Gi*0.5)/Tx);
end

```

```

miao_m=7.203; %每节锚重力
rad2=zeros(1,210);
Ty2(6)=Btong+Ty2(5)-Gtong-ball;
rad(5)=atan((0.5*Btong+Ty2(5)-Gtong*0.5)/Tx);
Ty=zeros(1,210);
Ty(1)=Ty2(6);
rad2(1)=atan((Ty(1)-miao_m/2)/Tx);
for i=2:jie+1
    Ty(i)=Ty(i-1)-miao_m;
    rad2(i)=atan((Ty(i)-miao_m*0.5)/(Tx));
end
x_sum=zeros(1,215);
y_sum=zeros(1,215);
for i=1:5
    x_sum(i)=cos(rad(i));
    y_sum(i)=sin(rad(i));
end
for i=1:jie
    if(rad2(i)>0)
        x_sum(i+5)=cos(rad2(i))*0.105;
        y_sum(i+5)=sin(rad2(i))*0.105;
    end
end
x=sum(x_sum);
y1=sum(y_sum)+h;
flag=100; %标记位
for i=1:210
    if(rad2(i)<flag&&rad2(i)>=0)
        flag=rad2(i);
    end
end
y=abs(y1-18);
%rad_x=rad;
x_biao=zeros(1,215);
y_biao=zeros(1,215);
x_biao(1)=x_sum(215);
y_biao(1)=y_sum(215);
for i=2:215
    i2=216-i;
    if(x_sum(i2)==0)
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+0.105;
    else
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+x_sum(i2);
    end
end

```

```

        y_biao(i)=y_biao(i-1)+y_sum(i2);

end

%rad_x=[x_biao',y_biao'];%各节点信息
rad_x=rad;
end

```

问题二

文件名 main2.m

```

function main2()
ball_m=1200;
pp=0
flag=0;
h=0;
tic
while (h<2)
    [rad,rads,H]=Number2(ball_m);
    if((rads<0.2793)&&(rad>1.48353))
        if(flag==0)
            min=ball_m;
            flag=flag+1;
            pp=rads;
        end
    end
    h=H;
    ball_m=ball_m+10;
end
toc
min
ball_m
flag
pp
end

```

文件名 Number2.m

```

function [rad,rads,H]=Number2(ball_m)
clc;close all;
E0=0.001; %允许误差
MaxNum=80; %粒子最大迭代次数
narvs=1; %目标函数的自变量个数

```



```

particlesize=30; %粒子群的规模
c1=2; %每个粒子个体学习因子
c2=2; %每个粒子的社会学习因子
w=0.6; %惯性因子
vmax=0.8; %粒子的最大飞翔速度
xp=2*rand(particlesize,narvs);%粒子所在的初始位置，本题范围 [0,2]
v=2*rand(particlesize,narvs); %粒子的飞翔速度（自己取值）
for i=1:particlesize
    for j=1:narvs
        f(i)=fitness6(xp(i,j),ball_m);
    end
end
personalbest_x=xp;
personalbest_f=f;
[Best_f,i]=min(personalbest_f); %从当前最优例子中找出最好的作为全局最优
Best_x=xp(i,:);
k=1;
while k<=MaxNum
    for i=1:particlesize
        for j=1:narvs
            f(i)=fitness6(xp(i,j),ball_m);
        end
        if f(i)<personalbest_f(i)
            personalbest_f(i)=f(i);
            personalbest_x(i,:)=xp(i,:);
        end
    end
    [Best_f i]=min(personalbest_f);
    Best_x=xp(i,:);
    %更新粒子的新位置和速度
    for i=1:particlesize

v(i,:)=w*v(i,:)+c1*rand*(personalbest_x(i,:)-xp(i,:))+c2*rand*(Best_x
-xp(i,:));
        for j=1:narvs %假如有多个方向就有多个速度
            if v(i,j)>vmax;
                v(i,j)=vmax;
            elseif v(i,j)<-vmax
                v(i,j)=-vmax;
            end
        end
        xp(i,:)=xp(i,:)+v(i,:);
    end
    if abs(Best_f)<0.001

```

```

        break;
    end
    k=k+1;
end
[~,rad1,rad2]=fitness6(Best_x,ball_m);
rad=rad1(5);
rads=rad2(210);
H=Best_x;

```

文件名 fitness6.m

```

Function [y,rad1,rad2]=fitness6(h,ball_M)
p=1025;
g=9.8;
s=pi;
tong=100*g;%桶的重量
ball=ball_M*g;%重力球重量
v=36;%速度
L=22.03;%电焊锚长
jie=L/0.105;%锚节数
Btong=p*g*0.15^2*pi;%桶的浮力
Gtong=100*g;
B0=p*g*s*h;%浮标的浮力
G0=1000*g;
Bi=p*1*g*0.025^2*pi;
Gi=10*g;
Fw=0.625*2*(2-h)*v^2;
T=zeros(1,6);
rad=zeros(1,5);
Tx=Fw;
Ty2=zeros(1,6);
Ty2(1)=B0-G0;
for i=2:5
    Ty2(i)=Bi+Ty2(i-1)-Gi;
    rad(i-1)=atan((0.5*Bi+Ty2(i-1)-Gi*0.5)/Tx);
end
miao_m=7.203;%每节锚重力
rad2=zeros(1,210);
Ty2(6)=Btong+Ty2(5)-Gtong-ball;
rad(5)=atan((0.5*Btong+Ty2(5)-Gtong*0.5)/Tx);
Ty=zeros(1,211);
Ty(1)=Ty2(6);
rad2(1)=atan((Ty(1)-miao_m/2)/Tx);

```

```

for i=2:jie+1
    Ty(i)=Ty(i-1)-miao_m;
    rad2(i)=atan((Ty(i)-miao_m/2)/(Tx));
end
x_sum=zeros(1,216);
y_sum=zeros(1,216);
for i=1:5
    x_sum(i)=cos(rad(i));
    y_sum(i)=sin(rad(i));
end
for i=2:jie+1
    if(rad2(i)>0)
        x_sum(i+4)=cos(rad2(i))*0.105;
        y_sum(i+4)=sin(rad2(i))*0.105;
    end
end
x=sum(x_sum);
y1=sum(y_sum);
flag=100; %标记位
for i=1:210
    if(rad2(i)<flag&&rad2(i)>=0)
        flag=rad2(i);
    end
end
y=abs(y1-18);
x_biao=zeros(1,216);
y_biao=zeros(1,216);
x_biao(1)=x_sum(216);
y_biao(1)=y_sum(216);
for i=2:216
    i2=217-i;
    if(x_sum(i2)==0)
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+0.105;
    else
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+x_sum(i2);
    end
    y_biao(i)=y_biao(i-1)+y_sum(i2);
end
%rad_x=[x_biao',y_biao'];%各节点信息
rad1=rad;
end

```

问题三

文件名 main3.m

```
function main3()
v_shui=0.8;
v_feng=36;
high=18; %水面高度
miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
      0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
      0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
      0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
      0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
ball=zeros(5,2);
for i=1:5
    [xm,fv]=PSO2(@fitness4,high,i,v_feng,v_shui);
    if(xm(2)>0)
        ball(i,2)=xm(2); %重物球
        ball(i,1)=xm(1); %水深
    end
    if(xm(1)>2)
        ball(i,1)=-1;
        ball(i,2)=-1;
    end
end
ball
```

文件名 PSO2.mat

```
function [xm,fv]=PSO2(fitness4,high,xinhao,fv,v_shui) %%%%%%%%%%%
    给定初始条件 %%%%%%%%%%%
c1=2;%学习因子1
c2=2;%学习因子2
w=0.6;%w惯性权重
M=100;%M最大迭代次数
D=2;%搜索空间维数
N=30;%N初始化群体个体数目
format long;
for i=1:N
    for j=1:D
        x(i,j)=randn;
        v(i,j)=randn;
    end
end
%%%%%%%%%%先计算各个粒子的适应度pi和pg%%%%%%%%%%
for i=1:N
```

```

    p(i)=fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui);
    y(i,:)=x(i,:);    %y为个体记忆方向
end
pg=x(N,:);
for i=1:(N-1)
    if
fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui)<fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_s
hui)
        pg=x(i,:);    %为全局最优
    end
end
for t=1:M
    for i=1:N
        v(i,:)=w*v(i,:)+c1*rand*(y(i,:)-x(i,:))+c2*rand*(pg-x(i,:));
        x(i,:)=x(i,:)+v(i,:);
        if fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui)<p(i)
            p(i)=fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui);
            y(i,:)=x(i,:);
        end
        if p(i)<fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui)    %两次判断更新局部最优
和整体最优
            pg=y(i,:);
        end
    end
    Pbest(t)=fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui);
end
xm=pg';
disp('目标函数的最小值为: ')
[fv,phi]=fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui);
phi;

```

文件名 fitness4.m

```

function [zonghe,rads]=fitness4(hw,high,xinhao,fv,v_shui) %high为水平面
的高度 %fv是风速
h=hw(1);
w=hw(2);
p=1025;
g=9.8;
s=pi;
tong=100*g;%桶的重
ball=w*g; %重力球重
v=fv; %速度

```

```

miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
      0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
      0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
      0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
      0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
L=22.05;%电焊锚长
jie=ceil(L/miao(xinhao,1));
Btong=p*g*0.15^2*pi;%桶的浮力
B0=p*g*s*h;
G0=1000*g;
Bi=p*1*g*0.025^2*pi;
Gi=10*g;
Fw=0.625*2*(2-h)*v^2;
f_shui=374*2*h*v_shui^2;%浮标的水流力;
Tx=zeros(1,5);
Ty=zeros(1,5);
rad=zeros(1,5);
Tx(1)=Fw+f_shui;
Ty(1)=B0-G0;
for i=2:5
    Ty(i)=Bi+Ty(i-1)-Gi;
    rad(i-1)=atan((Bi/2+Ty(i-1)-Gi/2)/Tx(i-1));
    Tx(i)=Tx(i-1)+F_shui(v_shui,rad(i-1));
end
Ty(6)=Btong+Ty(5)-tong-ball;
rad(5)=atan((Btong/2+Ty(5)-tong/2)/Tx(5));
Ftong=374*sin(rad(5))*0.3*v_shui^2;
Tx(6)=Tx(5)+Ftong;
miao_m=0.105*7*g;%每节锚重量
for i=7:jie+5
    Ty(i)=Ty(i-1)-miao_m;
    rad(i-1)=atan((Ty(i-1)-miao_m/2)/Tx(i-1));
    Tx(i)=Tx(i-1)+Fmiao(v_shui,rad(i-1),xinhao);
end
rad(jie+5)=atan((Ty(jie+5)-miao_m/2)/Tx(jie+5));

x_sum=zeros(1,jie+5);
y_sum=zeros(1,jie+5);
for i=1:5
    x_sum(i)=cos(rad(i));
    y_sum(i)=sin(rad(i));
end

for i=6:jie+5

```

```

        if(rad(i)>0)
            x_sum(i)=cos(rad(i))*0.105;
            y_sum(i)=sin(rad(i))*0.105;
        end
    end
rads=rad;
x=sum(x_sum);
y=abs(sum(y_sum)+h-high);%high为水面的高度
rad1=abs(rad(jie+5)-16*pi/180);
rad2=abs(rad(5)-85/180*pi);
zonghe=sqrt(y^2+rad1^2+rad2^2);

```

文件名 F_shui.m

```

function F= F_shui(v,rad) %当前角度
F=sin(rad)*0.05*374*v^2;
end

```

文件名 Fmiao.m

```

function F = Fmiao(v,rad,n) %为型号
%UNTITLED3 此处显示有关此函数的摘要
% 此处显示详细说明
miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
       0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
       0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
       0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
       0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
F=374*sin(rad)*miao(n,4)*v^2;
End

```

GUI 程序代码

文件名untitled .m

```

function varargout = untitled(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @untitled_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @untitled_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);

```

```

if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end
if nargin
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
function untitled_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;
% Update handles structure
guidata(hObject, handles);
function varargout = untitled_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;
function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
%a = str2num(get(handles.edit1, 'String'));
v1=str2double(get(handles.edit1,'String'));
v2=str2double(get(handles.edit2,'String'));
h=str2double(get(handles.edit3,'String'));
if(v1>1.5||v2>36)
    h=diglog('mane','输入有误 ');
end
[out,phi]=main3(v1,v2,h);
xy=phi;

```



```

panduan=sum(out);
if (panduan(1)==0)
else
    t=num2str(out(1,2));
%    t2=num2str(p);
    set(handles.edit4,'String','1');
    set(handles.edit5,'String',t);
end
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
v1=str2double(get(handles.edit1,'String'));
v2=str2double(get(handles.edit2,'String'));
h=str2double(get(handles.edit3,'String'));
[~,xy]=main3(v1,v2,h);
    x=xy(:,1);
    y=xy(:,2);
    plot(x,y);
function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

文件名main.m

```

function [out,phi]=main3(v_shui,v_feng,high)
miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
    0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
    0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
    0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
    0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
ball=zeros(5,2);
sita=zeros(1,5);
for i=1:5
    [xm,~,~]=PSO2(@fitness4,high,i,v_feng,v_shui);
    if (xm(2)>0)
        ball(i,2)=xm(2); %重物球
        ball(i,1)=xm(1); %水深
    end
end

```

```

end
if (xm(1)>2)
    ball(i,1)=0;
    ball(i,2)=0;
end
end
[~,~,p]=PSO2(@fitness4,high,1,v_feng,v_shui);
out=ball;
phi=p;

```

文件名POS2.m

```

function [xm,fv,p]=PSO2(fitness4,high,xinhao,fv,v_shui)
c1=2;%学习因子1
c2=2;%学习因子2
w=0.6;
M=100;%M最大迭代次数
D=2;%搜索空间维数
N=30;%N初始化群体个体数目
format long;
for i=1:N
    for j=1:D
        x(i,j)=randn;
        v(i,j)=randn;
    end
end
for i=1:N
    p(i)=fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui);
    y(i,:)=x(i,:);    %y为个体记忆方向
end
pg=x(N,:);
for i=1:(N-1)
    if
fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui)<fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_s
hui)
        pg=x(i,:);    %pg为全局最优
    end
end
for t=1:M
    for i=1:N
        v(i,:)=w*v(i,:)+c1*rand*(y(i,:)-x(i,:))+c2*rand*(pg-x(i,:));
        x(i,:)=x(i,:)+v(i,:);
        if fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui)<p(i)
            p(i)=fitness4(x(i,:),high,xinhao,fv,v_shui);

```

```

        y(i,:)=x(i,:);
    end
    if p(i)<fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui)
pg=y(i,:);
    end
end
Pbest(t)=fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui);
end
xm=pg';
[fv,phi]=fitness4(pg,high,xinhao,fv,v_shui);
p=phi;

```

文件名fitness4.m

```

function [zonghe,rads]=fitness4(hw,high,xinhao,fv,v_shui)
h=hw(1);
w=hw(2);
p=1025;
g=9.8;
s=pi;
tong=100*g;
ball=w*g;
v=fv;
miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
       0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
       0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
       0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
       0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
L=22.05;
jie=ceil(L/miao(xinhao,1));
Btong=p*g*0.15^2*pi;
B0=p*g*s*h; G0=1000*g;
Bi=p*1*g*0.025^2*pi;
Gi=10*g;
Fw=0.625*2*(2-h)*v^2;
f_shui=374*2*h*v_shui^2;;
Tx=zeros(1,5);
Ty=zeros(1,5);
rad=zeros(1,5);
Tx(1)=Fw+f_shui;
Ty(1)=B0-G0;
for i=2:5
    Ty(i)=Bi+Ty(i-1)-Gi;

```

```

    rad(i-1)=atan((Bi/2+Ty(i-1)-Gi/2)/Tx(i-1));
    Tx(i)=Tx(i-1)+F_shui(v_shui,rad(i-1));
end
Ty(6)=Btong+Ty(5)-tong-ball;
rad(5)=atan((Btong/2+Ty(5)-tong/2)/Tx(5));
Ftong=374*sin(rad(5))*0.3*v_shui^2;
Tx(6)=Tx(5)+Ftong;
miao_m=0.105*7*g;
for i= 7:jie+5
    Ty(i)=Ty(i-1)-miao_m;
    rad(i-1)=atan((Ty(i-1)-miao_m/2)/Tx(i-1));
    Tx(i)=Tx(i-1)+Fmiao(v_shui,rad(i-1),xinhao);
end
rad(jie+5)=atan((Ty(jie+5)-miao_m/2)/Tx(jie+5));
x_sum=zeros(1,jie+5);
y_sum=zeros(1,jie+5);
for i=1:5
    x_sum(i)=cos(rad(i));
    y_sum(i)=sin(rad(i));
end
for i=6:jie+5
    if(rad(i)>0)
        x_sum(i)=cos(rad(i))*0.105;
        y_sum(i)=sin(rad(i))*0.105;
    end
end
x_biao=zeros(1,jie+5);
y_biao=zeros(1,jie+5);
x_biao(1)=x_sum(jie+5);
y_biao(1)=y_sum(jie+5);
for i=2:jie+5
    i2=jie+6-i;
    if(x_sum(i2)==0)
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+0.105;
    else
        x_biao(i)=x_biao(i-1)+x_sum(i2);
    end
    y_biao(i)=y_biao(i-1)+y_sum(i2);
end
rads=[x_biao',y_biao'];

x=sum(x_sum);
y=abs(sum(y_sum)+h-high);
rad1=abs(rad(jie+5)-16*pi/180);

```

```
rad2=abs(rad(5)-85/180*pi);
zonghe=sqrt(y^2+rad1^2+rad2^2);
```

文件名F_shui.m

```
function F= F_shui(v,rad) F=sin(rad)*0.05*374*v^2;
end
```

文件名Fmiao.m

```
function F = Fmiao(v,rad,n) miao=[0.078 3.2 0.2496 0.00158 0.000032
    0.105 7 0.735 0.003146 0.0000942
    0.12 12.5 1.5 0.004804 0.000192
    0.15 19.5 2.925 0.0075 0.000375
    0.18 28.12 5.0616 0.010808 0.000649];
F=374*sin(rad)*miao(n,4)*v^2;
end
```

问题一、二的坐标数据：

数据由上往下依次为末端锚链到铁桶，直至浮标的位置坐标

12m/s		24m/s		36m/s	
x	y	x	y	x	y
0	0	0	0	0	0
0.105	0	0.105	0	0.099672252	0.033021844
0.21	0	0.21	0	0.199236513	0.066367877
0.315	0	0.314999177	0.000415807	0.298691967	0.100037042
0.42	0	0.419991672	0.001671155	0.398037808	0.134028275
0.525	0	0.524970777	0.003765804	0.497273238	0.168340509
0.63	0	0.629929789	0.006699353	0.59639747	0.20297267
0.735	0	0.734862019	0.010471239	0.695409727	0.23792368
0.84	0	0.839760792	0.015080741	0.794309239	0.273192454
0.945	0	0.944619452	0.020526978	0.893095249	0.308777904
1.05	0	1.049431366	0.026808911	0.991767007	0.344678938
1.155	0	1.154189928	0.033925344	1.090323773	0.380894456
1.26	0	1.258888563	0.041874924	1.188764818	0.417423358
1.365	0	1.363520729	0.050656144	1.287089422	0.454264535
1.47	0	1.468079922	0.060267343	1.385296873	0.491416878
1.575	0	1.572559679	0.070706707	1.48338647	0.528879271
1.68	0	1.676953582	0.081972275	1.581357522	0.566650595
1.785	0	1.781255261	0.094061935	1.679209347	0.604729729
1.89	0	1.885458396	0.106973428	1.776941272	0.643115545
1.995	0	1.989556723	0.120704353	1.874552634	0.681806913

2.1	0	2.093544035	0.135252164	1.972042779	0.720802702
2.205	0	2.197414188	0.150614178	2.069411064	0.760101774
2.31	0	2.301161098	0.166787573	2.166656855	0.799702989
2.415	0	2.40477875	0.183769391	2.263779525	0.839605206
2.52	0	2.508261198	0.201556544	2.36077846	0.879807278
2.625	0	2.61160257	0.220145813	2.457653053	0.920308058
2.73	0	2.714797066	0.239533852	2.554402708	0.961106395
2.835	0	2.817838964	0.259717191	2.651026837	1.002201136
2.94	0	2.920722623	0.28069224	2.747524862	1.043591125
3.045	0	3.023442483	0.30245529	2.843896214	1.085275204
3.15	0	3.125993069	0.325002517	2.940140335	1.127252213
3.255	0	3.228368989	0.348329987	3.036256673	1.169520991
3.36	0	3.330564944	0.372433655	3.132244688	1.212080373
3.465	0	3.432575722	0.397309372	3.228103847	1.254929194
3.57	0	3.534396201	0.422952887	3.32383363	1.298066287
3.675	0	3.636021357	0.449359852	3.419433521	1.341490482
3.78	0	3.737446256	0.47652582	3.514903017	1.385200611
3.885	0	3.838666063	0.504446255	3.610241622	1.429195501
3.99	0	3.939676039	0.533116533	3.705448851	1.47347398
4.095	0	4.040471543	0.562531943	3.800524224	1.518034874
4.2	0	4.141048035	0.592687694	3.895467276	1.562877008
4.305	0	4.241401073	0.623578915	3.990277545	1.607999208
4.41	0	4.34152632	0.655200664	4.084954581	1.653400296
4.515	0	4.441419537	0.687547925	4.179497942	1.699079096
4.62	0	4.541076588	0.720615614	4.273907196	1.745034431
4.725	0	4.640493442	0.754398585	4.368181918	1.791265122
4.83	0	4.73966617	0.788891629	4.462321692	1.837769993
4.935	0	4.838590945	0.824089481	4.556326111	1.884547863
5.04	0	4.937264047	0.859986822	4.650194778	1.931597555
5.145	0	5.035681856	0.896578281	4.7439273	1.978917891
5.25	0	5.133840858	0.933858441	4.837523299	2.026507691
5.355	0	5.231737642	0.971821839	4.930982399	2.074365778
5.46	0	5.329368901	1.010462974	5.024304237	2.122490975
5.565	0	5.42673143	1.049776304	5.117488457	2.170882102
5.67	0	5.523822127	1.089756255	5.21053471	2.219537984
5.775	0	5.620637994	1.13039722	5.303442656	2.268457443
5.88	0	5.717176131	1.171693565	5.396211965	2.317639304
5.985	0	5.813433743	1.213639628	5.488842311	2.367082391
6.09	0	5.909408132	1.256229727	5.58133338	2.416785531
6.195	0	6.005096703	1.299458159	5.673684865	2.46674755
6.3	0	6.100496958	1.343319205	5.765896465	2.516967275
6.405	0	6.195606497	1.387807131	5.85796789	2.567443534
6.51	0	6.290423018	1.432916193	5.949898855	2.618175159

6.615	0	6.384944313	1.478640636	6.041689083	2.669160979
6.72	0	6.479168272	1.524974702	6.133338308	2.720399828
6.824985574	0.001740446	6.573092876	1.571912626	6.224846268	2.771890538
6.929863785	0.006796225	6.666716201	1.619448643	6.316212711	2.823631945
7.034530766	0.015152253	6.760036414	1.667576991	6.407437389	2.875622886
7.138884525	0.0267838	6.853051773	1.716291908	6.498520067	2.9278622
7.242825818	0.041656852	6.945760622	1.765587639	6.589460512	2.980348726
7.346258946	0.059728597	7.038161398	1.815458439	6.680258502	3.033081306
7.449092481	0.080948024	7.130252621	1.865898569	6.770913821	3.086058783
7.551239887	0.105256613	7.222032896	1.916902305	6.86142626	3.139280005
7.652620042	0.132589089	7.313500915	1.968463934	6.951795617	3.192743818
7.753157646	0.162874237	7.404655448	2.020577761	7.042021699	3.246449071
7.852783521	0.196035734	7.49549535	2.073238109	7.132104316	3.300394618
7.951434804	0.231992993	7.586019554	2.126439317	7.22204329	3.354579311
8.049055027	0.270661998	7.67622707	2.180175749	7.311838447	3.409002006
8.14559412	0.311956109	7.766116986	2.234441787	7.40148962	3.463661563
8.24100831	0.355786832	7.855688465	2.289231842	7.49099665	3.518556843
8.335259966	0.40206453	7.944940745	2.344540346	7.580359383	3.573686707
8.428317366	0.450699089	8.033873132	2.400361762	7.669577672	3.629050023
8.520154427	0.501600505	8.122485007	2.456690579	7.758651379	3.684645659
8.61075039	0.554679424	8.210775819	2.513521315	7.84758037	3.740472485
8.700089479	0.609847595	8.298745083	2.570848522	7.936364519	3.796529376
8.788160548	0.667018277	8.386392381	2.62866678	8.025003705	3.852815207
8.874956709	0.726106571	8.473717362	2.686970705	8.113497813	3.909328857
8.960474967	0.787029698	8.560719735	2.745754947	8.201846738	3.966069209
9.04471586	0.849707222	8.647399272	2.80501419	8.290050377	4.023035148
9.1276831	0.91406122	8.733755805	2.864743154	8.378108635	4.080225559
9.209383237	0.980016413	8.819789225	2.924936598	8.466021423	4.137639336
9.289825336	1.047500254	8.905499479	2.985589318	8.553788658	4.19527537
9.36902067	1.116442978	8.990886572	3.046696146	8.641410263	4.253132559
9.446982438	1.186777626	9.07595056	3.108251957	8.728886167	4.311209803
9.523725502	1.258440044	9.160691555	3.170251665	8.816216304	4.369506004
9.59926614	1.331368858	9.245109719	3.232690223	8.903400616	4.428020068
9.673621829	1.405505432	9.329205264	3.295562628	8.990439049	4.486750906
9.746811038	1.480793809	9.412978451	3.358863917	9.077331554	4.545697429
9.818853048	1.557180645	9.496429587	3.42258917	9.164078089	4.604858553
9.889767787	1.634615132	9.579559028	3.486733508	9.250678618	4.664233198
9.959575681	1.713048913	9.66236717	3.551292098	9.337133108	4.723820286
10.02829752	1.792435993	9.744854456	3.61626015	9.423441535	4.783618743
10.09595436	1.872732648	9.827021368	3.681632915	9.509603877	4.843627499
10.16256737	1.953897332	9.908868432	3.747405693	9.59562012	4.903845487
10.22815783	2.035890579	9.990396209	3.813573823	9.681490252	4.964271643
10.29274694	2.118674915	10.0716053	3.880132693	9.76721427	5.024904907

10.35635586	2.20221476	10.15249635	3.947077735	9.852792173	5.085744224
10.41900556	2.286476342	10.23307002	4.014404425	9.938223968	5.14678854
10.48071685	2.371427604	10.31332703	4.082108283	10.02350966	5.208036806
10.54151027	2.45703812	10.39326812	4.150184879	10.10864928	5.269487977
10.60140608	2.543279012	10.47289405	4.218629823	10.19364282	5.331141012
10.66042425	2.630122869	10.55220564	4.287438773	10.27849033	5.392994871
10.7185844	2.717543673	10.63120372	4.356607432	10.36319184	5.455048522
10.7759058	2.805516721	10.70988915	4.42613155	10.44774736	5.517300933
10.83240735	2.894018559	10.78826283	4.49600692	10.53215696	5.579751079
10.88810756	2.983026911	10.86632566	4.566229381	10.61642066	5.642397935
10.94302455	3.072520619	10.9440786	4.636794818	10.70053852	5.705240484
10.99717605	3.162479583	11.0215226	4.707699161	10.78451058	5.76827771
11.05057938	3.252884698	11.09865867	4.778938384	10.86833692	5.831508603
11.10325144	3.343717806	11.17548782	4.850508508	10.95201758	5.894932154
11.15520876	3.434961641	11.25201107	4.922405596	11.03555264	5.95854736
11.20646742	3.526599783	11.3282295	4.994625759	11.11894215	6.022353223
11.25704315	3.618616608	11.40414416	5.067165149	11.20218621	6.086348747
11.30695124	3.710997248	11.47975617	5.140019964	11.28528488	6.150532941
11.3562066	3.80372755	11.55506664	5.213186446	11.36823825	6.214904816
11.40482378	3.896794035	11.63007669	5.286660881	11.45104641	6.27946339
11.4528169	3.990183862	11.70478747	5.360439597	11.53370944	6.344207684
11.50019975	4.083884797	11.77920015	5.434518968	11.61622744	6.409136721
11.54698574	4.177885176	11.8533159	5.508895408	11.6986005	6.474249532
11.59318792	4.272173876	11.92713593	5.583565375	11.78082874	6.539545148
11.63881898	4.366740286	12.00066143	5.65852537	11.86291224	6.605022608
11.68389129	4.461574284	12.07389362	5.733771936	11.94485114	6.67068095
11.72841687	4.556666202	12.14683374	5.809301657	12.02664552	6.736519222
11.77240742	4.652006812	12.21948303	5.885111158	12.10829553	6.802536472
11.81587431	4.747587296	12.29184275	5.961197109	12.18980126	6.868731754
11.85882863	4.84339923	12.36391415	6.037556215	12.27116285	6.935104125
11.90128114	4.939434557	12.43569851	6.114185226	12.35238042	7.001652647
11.94324233	5.035685577	12.50719712	6.191080931	12.43345411	7.068376385
11.98472239	5.132144919	12.57841126	6.268240158	12.51438404	7.13527441
12.02573124	5.228805532	12.64934223	6.345659775	12.59517036	7.202345796
12.06627853	5.325660666	12.71999134	6.423336689	12.6758132	7.269589622
12.10637366	5.422703855	12.7903599	6.501267846	12.75631271	7.337004969
12.14602577	5.519928906	12.86044924	6.579450231	12.83666904	7.404590924
12.18524374	5.617329884	12.93026067	6.657880866	12.91688232	7.472346579
12.22403624	5.714901099	12.99979552	6.736556811	12.99695272	7.540271028
12.26241169	5.812637095	13.06905513	6.815475162	13.0768804	7.608363371
12.30037829	5.910532637	13.13804084	6.894633055	13.1566655	7.676622711
12.33794403	6.008582703	13.20675399	6.974027659	13.23630819	7.745048156
12.37511667	6.106782471	13.27519592	7.053656182	13.31580864	7.813638817

12.4119038	6.20512731	13.34336799	7.133515865	13.39516701	7.882393812
12.44831277	6.303612774	13.41127154	7.213603988	13.47438347	7.951312259
12.48435078	6.402234589	13.47890794	7.293917861	13.55345819	8.020393283
12.5200248	6.500988646	13.54627853	7.374454833	13.63239136	8.089636014
12.55534167	6.599870997	13.61338466	7.455212286	13.71118314	8.159039584
12.590308	6.698877842	13.68022771	7.536187635	13.78983371	8.228603129
12.62493027	6.798005528	13.74680903	7.617378328	13.86834327	8.298325792
12.65921479	6.897250537	13.81312997	7.698781847	13.94671199	8.368206718
12.6931677	6.996609483	13.87919189	7.780395707	14.02494006	8.438245056
12.72679498	7.096079106	13.94499616	7.862217455	14.10302767	8.508439959
12.76010248	7.195656264	14.01054412	7.94424467	14.18097502	8.578790587
12.79309589	7.295337932	14.07583715	8.026474961	14.2587823	8.649296102
12.82578076	7.395121193	14.14087659	8.10890597	14.3364497	8.719955669
12.85816251	7.495003235	14.2056638	8.191535369	14.41397743	8.790768458
12.89024642	7.594981345	14.27020013	8.274360861	14.49136569	8.861733646
12.92203765	7.695052909	14.33448693	8.357380178	14.56861467	8.932850411
12.95354122	7.795215402	14.39852556	8.440591082	14.6457246	9.004117935
12.98476205	7.895466388	14.46231735	8.523991364	14.72269566	9.075535406
13.01570492	7.995803514	14.52586365	8.607578846	14.79952808	9.147102015
13.0463745	8.09622451	14.58916581	8.691351375	14.87622206	9.218816957
13.07677538	8.196727181	14.65222516	8.77530683	14.95277782	9.290679432
13.10691199	8.297309409	14.71504304	8.859443114	15.02919558	9.362688645
13.1367887	8.397969143	14.77762078	8.94375816	15.10547555	9.434843801
13.16640976	8.498704404	14.8399597	9.028249927	15.18161794	9.507144114
13.19577932	8.599513277	14.90206113	9.112916403	15.25762299	9.5795888
13.22490144	8.70039391	14.9639264	9.197755598	15.33349092	9.652177077
13.25378009	8.801344512	15.02555681	9.282765553	15.40922194	9.724908172
13.28241913	8.902363347	15.08695368	9.367944331	15.48481629	9.797781311
13.31082236	9.003448739	15.14811832	9.453290022	15.56027419	9.870795727
13.33899348	9.104599063	15.20905203	9.538800741	15.63559588	9.943950656
13.36693611	9.205812746	15.2697561	9.624474628	15.71078158	10.01724534
13.39465378	9.307088264	15.33023185	9.710309846	15.78583152	10.09067902
13.42214996	9.408424142	15.39048054	9.796304584	15.86074595	10.16425095
13.44942803	9.509818948	15.45050347	9.882457053	15.9355251	10.23796038
13.47649131	9.611271297	15.51030191	9.968765488	16.01016919	10.31180656
13.50334302	9.712779846	15.56987715	10.05522815	16.08467848	10.38578876
13.52998635	9.81434329	15.62923044	10.14184331	16.15905321	10.45990623
13.55642439	9.915960367	15.68836305	10.22860929	16.2332936	10.53415826
13.58266017	10.01762985	15.74727623	10.3155244	16.30739992	10.60854411
13.60869666	10.11935055	15.80597125	10.40258699	16.38137239	10.68306305
13.63453678	10.22112131	15.86444934	10.48979544	16.45521127	10.75771437
13.66018337	10.32294102	15.92271175	10.57714812	16.5289168	10.83249736
13.68563922	10.42480858	15.9807597	10.66464347	16.60248923	10.90741129

13.71090705	10.52672294	16.03859444	10.75227989	16.67592881	10.98245546
13.73598955	10.62868307	16.09621718	10.84005586	16.74923579	11.05762917
13.76088932	10.73068798	16.15362913	10.92796984	16.82241042	11.13293172
13.78560894	10.83273669	16.21083152	11.01602032	16.89545296	11.20836241
13.81015092	10.93482828	16.26782554	11.10420581	16.96836364	11.28392054
13.83451771	11.03696181	16.32461239	11.19252486	17.04114274	11.35960544
13.85871174	11.13913641	16.38119326	11.280976	17.1137905	11.4354164
13.88273537	11.24135121	16.43756935	11.36955781	17.18630718	11.51135276
13.90659092	11.34360537	16.49374182	11.45826888	17.25869305	11.58741384
13.93028065	11.44589807	16.54971186	11.5471078	17.33094835	11.66359895
13.95380681	11.54822852	16.60548063	11.63607321	17.40307334	11.73990744
13.97717157	11.65059593	16.66104928	11.72516375	17.47506829	11.81633863
14.00037708	11.75299957	16.71641899	11.81437808	17.54693346	11.89289186
14.02342544	11.85543869	16.77159089	11.90371487	17.61866911	11.96956648
14.0463187	11.95791258	16.82656612	11.99317281	17.6902755	12.04636183
14.0690589	12.06042055	16.88134582	12.08275063	17.76175289	12.12327725
14.09164801	12.16296191	16.93593111	12.17244703	17.83310155	12.2003121
14.11408799	12.26553602	16.99032313	12.26226078	17.90432174	12.27746574
14.13168548	13.26538117	17.05746369	13.2600043	18.04465082	13.26757066
14.14904939	14.26523041	17.12374594	14.25780522	18.18329615	14.25791276
14.1663103	15.26508143	17.18964942	15.25563122	18.3211975	15.24835873
14.18346942	16.2649342	17.25517844	16.25348188	18.45836274	16.23890691
14.20052795	17.26478869	17.3203372	17.25135679	18.59479961	17.22955568