

FIKS 2020/2021, 2. kolo, 2. Úloha  
**Dovolená**

---

Ze zadání budeme vždy vědět, kolik párů musíme vytvořit a také preference každého muže i ženy vzhledem k druhému pohlaví. Cíl celé úlohy párování mužů a žen si lze zkonkretizovat a zjednodušit: Chceme páry, které vyprodukují nejvyšší součet vzájemných spokojeností mezi partnery (součty preferencí jeden k druhému). Tím dosáhneme maximální spokojenosti ve společnosti, avšak může to být i na úkor jednotlivce.

Algoritmus proto budeme volit takový, který nám zajistí spárování všech dvojic a zároveň který vyhledá nejvyšší součet možné spokojenosti ve všech párech. Průběh algoritmu:

1) Vyberu si muže z listu všech volných mužů a dle jeho preferencí zkusím přiřazovat k daným ženám od nejlépe hodnocené po nejhůře hodnocenou:

a) pokud je žena volná, spáruji je a muže odstráním z listu volných mužů.

b) pokud je žena již spárovaná, porovnám součet její preference a preference tohoto nového volného muže a pokud je tento součet vyšší nežli součet preferencí bývalého muže a této ženy, spáruji tohoto nového muže a ženu. Bývalého mládence vrátím zpět do listu volných mužů, avšak nově spárovaného muže z něj odstráním.

c) pokud má však bývalý muž vyšší součet jeho preference a preference dané ženy než tento nový, pokračuji se stejným procesem u další ženy v preferencích tohoto volného muže.

2) Krok č.1 je téměř identický se známým *Gale–Shapley* algoritmem, avšak tento algoritmus nemá za úkol najít **nejvyšší součty spokojeností** - pokud bychom teď ukončili naše hledání dvojic, stalo by se následující: (viz obrázek níže, čísla v hranatých závorkách jsou preference k daným osobám druhého pohlaví - hodnocení preferencí: [3 body,2 body,1 bod] - součet nejvyšších spokojeností znamená nasbírat co nejvíce bodů.)

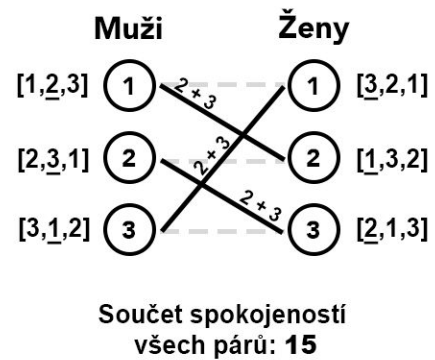
Muži	Ženy
[1,2,3] (1) — $\overset{3}{-} \overset{+}{+} \overset{1}{-}$ —	(1) [3,2,1]
[2,3,1] (2) — $\overset{3}{-} \overset{+}{+} \overset{1}{-}$ —	(2) [1,3,2]
[3,1,2] (3) — $\overset{3}{-} \overset{+}{+} \overset{1}{-}$ —	(3) [2,1,3]
Součet spokojeností všech párů: 12	

Stalo by se to, protože ženy byly volné a proto ihned u první preference každého muže se vytvořil pár - avšak ženy v těchto párech nebyly spokojeny.

A proto musíme opakovat úplně stejný průběh, avšak s rozdílem, že muže v kroku č. 1 tohoto algoritmu zaměníme za ženy = prohodíme pohlaví, abychom teď procházeli preference žen a pokud žena najde jiný pár, ve kterém by dosáhla vyššího součtu preferencí obou pohlaví, změníme její pár. A muže kterého by opustila a zároveň ženu muže se kterým našla vyšší součet

preferencí, musíme opět *pustit k ledu* - nemají pár a znovu musí hledat. Tento postup opakujeme do té doby, dokud existuje volná žena. Finální spárování by proto vzniklo takovéto (viz obrázek vpravo dole):

Jakmile je list volných žen prázdný, víme, že i neexistují ani žádní volní muži, jelikož je stejný počet mužů i žen a každý člověk může být spárován pouze s jedním druhého pohlaví. Zároveň jsme neskončili u uspokojení pouze mužských preferencí, ale hledali jsme i ze strany žen, což vedlo k nalezení nejvyšších součtů preferencí obou pohlaví. Můžeme tedy projít vytvořené dvojice a vrátit je jako výstup.



Celý algoritmus by měl asymtotickou složitost  $O(n^3)$ , pokud bychom nechali preference lidí v listech (*arrays*).

Jelikož když bychom porovnávali součty preferencí dvou párů, museli bychom tyto listy procházet celé (Python funkce *list.index()*, popřípadě *item in list*). V případě, že pro preference připravíme předem datový typ slovník (*dictionary*) s korespondujícím obodováním člověka druhého pohlaví, výsledný algoritmus nám poběží v  $O(n^2)$  díky získání spokojenosti páru ze slovníků v konstantním čase. Tato implementace je i v přiloženém kódu.