

তাপগতিবিদ্যা (প্রথম সূত্র)

প্রশ্ন (১): সংজ্ঞা লিখ: (i) তাপগতিবিদ্যা (ii) তাপগতীয় স্থানাঙ্ক (iii) তাপগতীয় অবস্থা (iv) তাপগতীয় প্রক্রিয়া (v) তাপগতীয় সিস্টেম।

(i) **তাপগতিবিদ্যা** : পদার্থ বিজ্ঞানের যে শাখায় তাপ ও কাজের সম্পর্ক নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে তাপগতিবিদ্যা বলে। তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রে তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির সম্পর্ক এবং দ্বিতীয় সূত্রে শক্তির রূপান্তর প্রক্রিয়া ও শর্ত সম্পর্কে আলোচনা করা হয়।

(ii) **তাপগতীয় স্থানাঙ্ক**: তাপগতিবিদ্যা আলোচনার জন্য চাপ (P) আয়তন (V) ও পরম তাপমাত্রা (T) দ্বারা কোন ব্যবস্থার অবস্থা বুঝানো হয়। তাই চাপ (P), আয়তন (V) ও পরম তাপমাত্রা (T) কে তাপগতীয় স্থানাঙ্ক বা তাপগতীয় চল রাশি বলে।

(iii) **তাপগতীয় অবস্থা**: আমরা জানি, চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রা কে তাপগতীয় স্থানাঙ্ক বলে। এই তাপগতীয় স্থানাঙ্কের সাহায্যে বস্তু বা ব্যবস্থার অবস্থা প্রকাশ করলে সে অবস্থাকে তাপীয় অবস্থা বলে।

(iv) **তাপগতীয় প্রক্রিয়া**: যে কারণে তাপগতীয় স্থানাঙ্কের মান পরিবর্তিত হয় সেই কারণে তাপগতীয় প্রক্রিয়া বলে।

(v) **তাপগতীয় সিস্টেম**: পরীক্ষা নিরীক্ষার জন্য আমরা জড় জগতের কিছু নির্দিষ্ট অংশ নিয়ে বিবেচনা করে থাকি। জড় জগতের এ নির্দিষ্ট অংশকে সিস্টেম বলে। কোন সিস্টেম যদি বেট্টনী দ্বারা আবদ্ধ হয় তাহলে তাকে তাপগতীয় সিস্টেম বা তাপগতীয় ব্যবস্থা বলে। সিস্টেমের বাইরের সবকিছুকেই পরিবেশ বলা হয়।

প্রশ্ন (২) : কোন সিস্টেমের অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি বলতে কি বুঝ?

উত্তর: অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি:- প্রত্যেক সিস্টেম বা ব্যবস্থার মধ্যে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ শক্তি সুপ্ত অবস্থায় থাকে। এই শক্তি পরিবেশ ও পরিস্থিতি অনুযায়ী অন্যান্য শক্তিতে রূপান্তরিত হতে পারে। এই শক্তিকেই অভ্যন্তরীণ শক্তি বা অন্তঃস্থ শক্তি বা অন্তর্নিহিত শক্তি বলে। অভ্যন্তরীণ শক্তি বস্তুর অভ্যন্তরীণ গঠনের উপর নির্ভর করে। অভ্যন্তরীণ গঠন অপরিবর্তিত থাকলে অভ্যন্তরীণ শক্তি আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে আবার বস্তুর উপর কাজ করে বা বস্তু দ্বারা কাজ করলে অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন ঘটে। উদাহরণস্বরূপ, গ্যাসের উপর তাপ প্রয়োগ করলে গ্যাসের অনুগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি পাওয়ায় অন্তঃস্থ শক্তি বৃদ্ধি পায় এবং তাপ অপসারণ করলে অন্তঃস্থ শক্তি হ্রাস পায়। অতএব, অন্তঃস্থ বা অভ্যন্তরীণ শক্তি হচ্ছে আংশিক স্থিতিশক্তি ও আংশিক গতিশক্তি। বস্তুর দুটি অবস্থার ক্ষেত্রে অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন শুধুমাত্র বস্তুর আদি ও শেষ অবস্থার উপর নির্ভর করে; কোন পথে বস্তু আদি অবস্থান থেকে শেষ অবস্থানে পৌঁছল তার উপর নির্ভর করে না।

প্রশ্ন (৩) তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রটি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বিজ্ঞানী জুল তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রকে নিম্নরূপভাবে প্রকাশ করেন:

‘যখনই কোন কাজ সম্পূর্ণভাবে তাপে বা তাপ সম্পূর্ণভাবে কাজে রূপান্তরিত হয় তখনই কাজ ও তাপ পরস্পরের সমানুপাতিক হবে।

ব্যাখ্যা: ধরি, w পরিমাণ কাজ সম্পূর্ণভাবে তাপে পরিণত হওয়ায় Q পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হলো। তাহলে তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$w \propto Q$$

$$\text{বা, } W = JQ$$

এখানে J একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে তাপের যান্ত্রিক সমতা বলা হয়। J এর মান 4.2 জুল/ক্যালরি।

বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রকে আরও ব্যাপকভাবে প্রকাশ করেছেন।-

‘কোন ব্যবস্থা কর্তৃক গৃহীত তাপের কিছু অংশ ব্যয় হয় এর অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধিতে অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে এবং বাকি অংশ ব্যয় হয় বাহ্যিক কাজ সম্পাদনে।’

ব্যাখ্যা: যদি কোন ব্যবস্থা কর্তৃক শোষিত তাপ $= dQ$ এবং এই তাপ শোষণ করায় অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন $= du$ এবং ব্যবস্থা কর্তৃক কৃতকাজ $= dw$ হয়, তাহলে আমরা পাই,

$$dQ = du + dw$$

এখানে প্রতিটি রাশিকে শক্তির এককে প্রকাশ করা হয়েছে। উপরোক্ত সমীকরণটিকে তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের সমীকরণ বলা হয়। কোন গ্যাসের উপর স্থির বহিঃস্থ চাপ $= P$ হলে এবং তাপ শোষণের পর গ্যাসের আয়তন প্রসারণ dV হলে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ,

$$dw = P.dV$$

অতএব, তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্রের সমীকরণটিকে লেখা যায়,

$$dQ = du + PdV$$

ব্যবস্থা কর্তৃক তাপ শোষিত হলে dQ ধনাত্মক এবং তাপ বর্জিত হলে dQ হবে ঋণাত্মক।

প্রশ্ন (৪) সংজ্ঞা লিখ (i) আপেক্ষিক তাপ (ii) স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ (iii) স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ (iv) মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা।

(i) **আপেক্ষিক তাপ**: একক ভরের কোন বস্তুর তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বৃদ্ধি বা হ্রাস করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ বস্তুর আপেক্ষিক তাপ বলে। একক ভরের কোন বস্তুতে dQ পরিমাণ তাপ প্রয়োগ করায় এর তাপমাত্রা যদি dT পরিমাণ

বৃদ্ধি পায় তাহলে বস্তুর আপেক্ষিক তাপ, $C = \frac{dQ}{dT}$

(ii) স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ: স্থির আয়তনে একক ভরের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়তে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়, তাকে স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ বলে। একে C_v দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(iii) স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ : চাপ স্থির রেখে একক ভরের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়তে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ বলে। একে C_p দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(iv) মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা: এক মোল (mole) গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়তে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন তাকে মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা বলে। অর্থাৎ গ্যাসের মোলার তাপ ধারণ ক্ষমতা = আনবিক ভর (M) \times আপেক্ষিক তাপ (c)।

প্রশ্ন (৫) C_v অপেক্ষা C_p বড় কেন?

আমরা জানি, C_v = স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ

এবং C_p = স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ।

এখন আয়তন স্থির রেখে কোন গ্যাসে যদি তাপ প্রয়োগ করা হয় তাহলে ঐ তাপ গ্যাসের গতিশক্তি বৃদ্ধি করবে। এই বর্ধিত গতিশক্তি, গ্যাসকে প্রসারিত করার মাধ্যমে বহিঃস্থ কাজ করতে চায়। কিন্তু আয়তন স্থির থাকায় বহিঃস্থ কাজ সম্পন্ন হতে পারে না ফলে বর্ধিত গতিশক্তি তাপশক্তি রূপে প্রকাশ পায়। এতে একক ভরের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপ লাগার কথা তারচেয়ে কম লাগে। অতএব C_v এর মান কম হয়।

অপরপক্ষে চাপ স্থির রেখে যদি গ্যাসকে একই পরিমাণে তাপ প্রয়োগ করা হয় তাহলে গ্যাসের আয়তন প্রসারিত করার মাধ্যমে বহিঃস্থ কাজ সম্পন্ন করবে। এ কাজ সম্পাদন করার জন্য কিছু তাপ ব্যয় হবে। ফলে গ্যাসের তাপমাত্রা পূর্বের সমপরিমানে বৃদ্ধি পাবে না। অতএব, একক ভরের কোন গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে আরও কিছু অতিরিক্ত তাপ প্রয়োগ করতে হয়। তাই C_p এর মান C_v অপেক্ষা বড় হয়। অর্থাৎ $C_p > C_v$ হয়।

প্রশ্ন: (৬) গ্যাসের সমোষ্ণ ও রুদ্ধ তাপীয় সংনমন ও প্রসারণ ব্যাখ্যা কর।

অথবা, গ্যাসের সমোষ্ণ ও রুদ্ধ তাপীয় পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: গ্যাসের সমোষ্ণ পরিবর্তন:- চাপ পরিবর্তন করার ফলে যখন কোন গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন ঘটে কিন্তু তাপমাত্রা স্থির থাকে তখন এ পরিবর্তনকে সমোষ্ণ পরিবর্তন বলে। যে প্রক্রিয়ায় এ পরিবর্তন ঘটে তাকে সমোষ্ণ প্রক্রিয়া বলে।

কোন গ্যাসকে হঠাৎ চাপ প্রয়োগে সংনমিত করা হলে গ্যাসের উপর কার্য সম্পাদিত হয় বলে গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তি বৃদ্ধি পায় ফলে তাপমাত্রাও বৃদ্ধি পায়।

যদি ধীরে ধীরে চাপের পরিবর্তন করা হয় এবং সংনমনের সময় তাপ সরিয়ে নিয়ে এবং প্রসারণের সময় তাপ প্রদান করে তাপ স্থির রাখা হয় তাহলে গ্যাসের সমোষ্ণ পরিবর্তন হয়। সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায় চাপ ও আয়তনের সম্পর্ক হলো $PV = \text{ধ্রুবক}$ । সমোষ্ণ প্রক্রিয়ার জন্য গ্যাসকে একটি সুপরিবাহী পাত্রে রাখতে হয় এবং পাত্রের চারিপার্শ্বের মাধ্যমের তাপ গ্রাহীতা উচ্চ হতে হবে।

রুদ্ধ তাপীয় পরিবর্তনঃ যে পরিবর্তনে কোন তাপ বাহির হতে গ্যাসে সরবরাহ করা হয় না বা গ্যাস হতে কোন তাপ অপসারণ করা হয় না কিন্তু গ্যাসের চাপ ও আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তাকে রুদ্ধতাপ পরিবর্তন বলে। যে পদ্ধতিতে এই পরিবর্তন সংঘটিত হয় তাকে রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া বলে।

রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে সংনমিত করলে তাপমাত্রা বেড়ে যায় এবং প্রসারিত করলে তাপমাত্রা কমে যায়। অর্থাৎ রুদ্ধ তাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাস কোন তাপ গ্রহণ বা বর্জন না করলেও গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তি পরিবর্তিত হয়। এই প্রক্রিয়ায় গ্যাসকে একটি সুপরিবাহী পাত্রে রাখতে হয় এবং পাত্রের চারিপার্শ্বের মাধ্যমের তাপ গ্রাহীতা কম হবে।

সমস্যা→(৭): এক গ্রাম অনু আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে ($C_p - C_v$) এর মান নির্ণয় কর।

অথবা, প্রমাণ কর যে, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $C_p - C_v = R$ ।

ধরি, ঘর্ষনমুক্ত পিস্টনযুক্ত একটি সিলিন্ডারের মধ্যে এক মোল আদর্শ গ্যাস আছে।

এখন গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে এতে ΔQ পরিমাণ তাপশক্তি প্রয়োগ করায় যদি তাপমাত্রা ΔT পরিমাণ বৃদ্ধিপায় তাহলে,

$$\Delta Q = C_v \Delta T$$

এখানে C_v = স্থির আয়তনে মোলার আ: তাপ। গ্যাসের আয়তন স্থির থাকায় বহিঃস্থ কাজ শূন্য।

$\therefore \Delta w = 0$ । তাপগতিবিদ্যার প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি,

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

$$\therefore C_v \Delta T = \Delta U \dots \dots \dots (1)$$

ΔU = আন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন।

আবার, চাপ স্থির রেখে 1 মোল গ্যাসে ΔQ পরিমাণ তাপ সঞ্চালন করায় তাপমাত্রা ΔT পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে, $\Delta Q = C_p \Delta T$

এখানে, C_p = স্থির চাপে গ্যাসের মোলার আ: তাপ।

আবার, গ্যাস কর্তৃক সম্পাদিত কাজ Δw হলে,

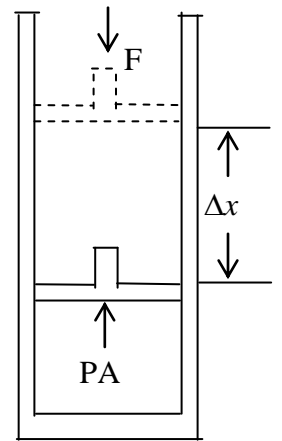
$$\Delta w = P \Delta V$$

ΔV = আয়তনের পরিবর্তন এবং P = গ্যাসের চাপ। তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি,

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

$$\text{বা, } C_p \Delta T = \Delta U + P \Delta V$$

(i) নং হতে ΔU এর মান বসাইয়া পাই,



$$C_p \Delta T = C_v \Delta T + P \Delta V \dots\dots\dots(ii)$$

গ্যাসের আদি আয়তন ও উষ্ণতা যথাক্রমে V ও T হলে এক মোল গ্যাসের জন্য আমরা জানি, $PV = RT$

$$\text{বা, } P(V + \Delta V) = R(T + \Delta T)$$

$$\text{বা, } PV + P\Delta V = RT + R\Delta T \quad [\because PV = RT]$$

$$\text{বা, } P\Delta V = R\Delta T$$

সমীকরণ (ii) -এ $P\Delta V$ এর মান বসাই,

$$C_p \Delta T = C_v \Delta T + R\Delta T$$

$$\text{বা, } R\Delta T = C_p \Delta T - C_v \Delta T$$

$$\text{বা, } R\Delta T = (C_p - C_v)\Delta T$$

$$\text{বা, } R = C_p - C_v \text{ (প্রমানিত)}$$

সমস্যা→(৮): দেখাও যে, রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$ । এবং উহা হতে দেখাও যে, $\therefore TV^{\gamma-1} = \text{ধ্রুবক}$ ও $TP^{1-\gamma/\gamma} = \text{ধ্রুবক}$ ।

উত্তরঃ মনেকরি, একমোল পরিমানের কোন আদর্শ গ্যাসকে একটি সিলিভারের মধ্যে নিয়ে তাতে dQ পরিমাণ তাপ দেয়া হলো। এই প্রযুক্ত তাপের কিছু অংশ গ্যাসের অন্তঃস্থ শক্তি বৃদ্ধি করবে এবং অবশিষ্ট অংশ বহিঃস্থ কাজ সম্পাদন করতে ব্যয় হবে।

ধরি, dQ তাপ প্রয়োগ করায় গ্যাসের তাপমাত্রার পরিবর্তন $= dT$ ও আয়তনের পরিবর্তন $= dV$ । আলোচনার সুবিধার্থে আমরা ধরে নেই, প্রথমে শুধুমাত্র গ্যাসের তাপমাত্রা, dT বৃদ্ধি পেয়েছে, আয়তন স্থির ছিল; তারপর গ্যাসের আয়তন dV বৃদ্ধি পেয়েছে। আমরা জানি, স্থির আয়তনে এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ $= C_v$ ।

\therefore স্থির আয়তনে একমোল গ্যাসের তাপমাত্রা dT পরিমাণে বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ $= C_v dT$ ।

আবার, গ্যাসের উপর প্রযুক্ত চাপ P হলে এই চাপের বিরুদ্ধে dV আয়তন বৃদ্ধির জন্য গ্যাস কর্তৃক সম্পাদিত কাজ $= PdV$ । অতএব পাই, $dQ = C_v dT + PdV \dots\dots\dots(1)$

রুদ্ধ তাপীয় প্রক্রিয়ায় বাইরের পরিবেশের সাথে গ্যাসের তাপের কোন আদান প্রদান হয় না। অর্থাৎ রুদ্ধ তাপীয় প্রক্রিয়ায় $dQ = 0$

$$\therefore C_v dT + PdV = 0 \dots\dots\dots(2)$$

আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $PV = RT$ । এই সমীকরণটিকে অন্তরী করণ করে পাই,

$$PdV + VdP = RdT$$

$$\therefore dT = \frac{PdV + VdP}{R}$$

dT এর মান সমীকরণ (2) এ বসাইয়া পাই,

$$C_v \left(\frac{PdV + VdP}{R} \right) + PdV = 0$$

$$\text{বা, } \frac{C_v PdV + C_v VdP + R PdV}{R} = 0$$

$$\text{বা, } C_v PdV + C_v VdP + R PdV = 0$$

$$\text{বা, } C_v PdV + C_v VdP + (C_p - C_v) PdV = 0$$

$$\text{বা, } C_v PdV + C_v VdP + C_p PdV - C_v PdV = 0$$

$$\text{বা, } C_v VdP + C_p PdV = 0, \text{ উভয় পক্ষকে } C_v \text{ দ্বারা ভাগ করি,}$$

$$\text{বা, } VdP + \frac{C_p}{C_v} PdV = 0$$

$$\text{বা, } VdP + \gamma PdV = 0 \quad [\because \gamma = \frac{C_p}{C_v}]$$

আবার, উভয় পক্ষকে PV দ্বারা ভাগ করি,

$$\frac{VdP}{PV} + \frac{\gamma PdV}{PV} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

সমাকলন করে পাই, $\log_e P + \log_e V = \text{ধ্রুবক}$

$$\text{বা, } \log_e P + \log_e V^\gamma = \text{ধ্রুবক} = \log_e k \quad [\text{এখানে } k \text{ একটি ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } \log_e PV^\gamma = \log_e k$$

$$\therefore PV^\gamma = k$$

অর্থাৎ $PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$ (প্রমানিত).....(3)

[এটিই রুদ্ধ তাপ প্রক্রিয়ায় চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

$$\left| \begin{array}{l} \int \frac{dx}{x} = \log_e x \\ \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1} \end{array} \right|$$

দ্বিতীয় অংশ: রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক: আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা জানি,

$$PV = RT$$

$$\text{বা, } P = \frac{RT}{V}$$

এখন P এর মান সমীকরণ (3) এ বসাই

$$PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } \frac{RT}{V} \cdot V^\gamma = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } RTV^{\gamma-1} = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore TV^{\gamma-1} = \text{ধ্রুবক (প্রমানিত)}$$

তৃতীয়াংশ: রুদ্ধতাপীয় পরিবর্তনে চাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক: আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা জানি,

$$PV = RT$$

$$\therefore V = \frac{RT}{P}$$

V এর মান (3) নং সমীকরণে বসাই, $PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$

$$\text{বা, } P \left(\frac{RT}{P} \right)^\gamma = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } P^1 P^{-\gamma} R^\gamma T^\gamma = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{ধ্রুবক}$$

$$\text{বা, } P^{1-\gamma/\gamma} T = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{ধ্রুবক (প্রমানিত)}$$

প্রশ্ন (৯) দেখাও যে রুদ্ধতাপীয় রেখা সমোষ্ণ রেখা অপেক্ষা γ গুণ খাড়া বা ঢালু। অথবা: দেখাও যে, রুদ্ধতাপীয় রেখা সমোষ্ণ রেখা অপেক্ষা অধিকতর খাড়া।

উত্তরঃ $P-V$ লেখচিত্রে AD গ্যাসের রুদ্ধতাপীয় এবং AI গ্যাসের সমোষ্ণ রেখা নির্দেশ করছে। সমোষ্ণ প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে আমরা, পাই, $PV = \text{ধ্রুবক}$

$$\text{বা, } PdV + Vdp = 0 \text{ (উভয়পক্ষে অন্তরীকরন করে)}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dP}{dV} \right)_T = -\frac{P}{V} \dots \dots \dots (1)$$

আবার রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে $PV^\gamma = \text{ধ্রুবক}$

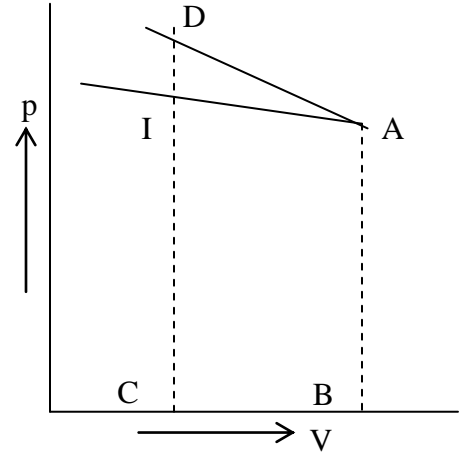
$$\text{বা, } P\gamma V^{\gamma-1}dV + V^\gamma dP = 0 \text{ (উভয়পক্ষে অন্তরীকরন করে)}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dP}{dV} \right)_Q = -\frac{P\gamma V^{\gamma-1}}{V^\gamma} = -\gamma \frac{PV^\gamma \cdot V^{-1}}{V^\gamma}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{dP}{dV} \right)_Q = -\gamma \frac{P}{V} \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{সমীকরণ (2) কে (1) দ্বারা ভাগ করে পাই, } \frac{\left(\frac{dP}{dV} \right)_Q}{\left(\frac{dP}{dV} \right)_T} = \gamma$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\text{রুদ্ধতাপীয় রেখার ঢাল}}{\text{সমোষ্ণ রেখার ঢাল}} = \gamma \text{ (প্রমানিত)}$$



তাপগতিবিদ্যা (প্রথম সূত্র) “গাণিতিক সমস্যা”

সমস্যা→(১): কোন ব্যবস্থা (System) 1500J তাপ শোষণ করে। (i) ব্যবস্থাটি 82J কাজ সম্পাদন করলে (ii) ব্যবস্থাটির উপর 400J কাজ সম্পাদিত হলে, ব্যবস্থাটির অন্তঃস্থশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর। এবং

(iii) যদি প্রব আয়তনে ব্যবস্থাটি 300J তাপ বর্জন করে তাহলেও অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর।

দেওয়া আছে, ব্যবস্থা কর্তৃক শোষিত তাপ, $du = 1500J$ (i) ব্যবস্থা দ্বারা সম্পাদিত কাজ, $dw = 82J$

অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন, $du = ?$ আমরা জানি, $dQ = du + dw$ বা, $1500 = du + 82$

$\therefore du = (1500 - 82) = 1418J$ (উত্তর)

(ii) ব্যবস্থাটির উপর কৃত কাজ, $dw = -400J$ অন্তঃস্থ শক্তির পরিবর্তন, $du = ?$

আমরা জানি, $dQ = du + dw$ বা, $1500 = du + 400$ বা, $du = (1500 + 400) = 1900J$ (উত্তর)

(iii) যেহেতু আয়তন প্রবক, সেহেতু ব্যবস্থা কর্তৃক কৃত কাজ $dw = 0$, ব্যবস্থা দ্বারা বর্জিত তাপ, $dQ = -300J$

অভ্যন্তরীণ শক্তির পরিবর্তন, $du = ?$ আমরা জানি, $dQ = du + dw$ বা, $-300 = du + 0 \therefore du = -300J$ (উত্তর)

সমস্যা→(২): একটি সীমার বুলেট কোথাও বাধাপ্রাপ্ত হয়ে তাপমাত্রা 150K বৃদ্ধি পায়। যদি অন্য কোনভাবে তাপ নষ্ট না হয়, তাহলে বুলেটের বেগ কত? সীমার আপেক্ষিক তাপ $30\text{cal/kg}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$ ।

দেয়া আছে, বর্দ্ধিত তাপমাত্রা, $t = 150K$, সীমার আপেক্ষিক তাপ, $S = 30\text{cal/kg}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$, বুলেটের বেগ, $V = ?$

ধরি, বুলেটটির ভর $= m$, উৎপন্ন তাপ $= H$ এবং বুলেটটিকে থামাতে কৃত কাজ $= w$ ।

আমরা জানি, $w = JH \dots (1)$ এখানে, $w = \frac{1}{2}mv^2$, $J = 4.2$ জুল/ক্যালরী এবং উৎপন্ন তাপ, $H = mst$

$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = 4.2 \times mst$ বা, $v^2 = 2 \times 4.2 \times 30 \times 150$ বা, $v = 194.42\text{ms}^{-1}$ (উত্তর)

[বি: দ্র: সীমার আপেক্ষিক তাপ $= 126\text{J/kg}^{-1}k^{-1}$ এককে দেয়া থাকলে $w = H$ হবে। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে J ব্যবহৃত হবে না।]

সমস্যা→(৩): 200m উচ্চ একটি জল প্রপাতের তলদেশ ও শীর্ষদেশের পানির তাপমাত্রার পার্থক্য নির্ণয় কর। পানির আপেক্ষিক তাপ $= 1000\text{cal/kg}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$, $j = 4.2$ জুল/ক্যালরী এবং $g = 9.81\text{ms}^{-2}$ ।

এখানে m kg পানি পতনের ফলে কৃত কাজ, $w = h$ উচ্চতায় স্থিতিশক্তি $= mgh$

আমরা জানি, $w = JH$

বা, $mgh = 4.2 \times mst$ বা, $t = \frac{mgh}{4.2 \times ms} = \frac{9.81 \times 200}{4.2 \times 1000} = 0.467^\circ\text{C}$ (উত্তর)

[বি: দ্র: পানির আ: তাপ $4200\text{J/kg}^{-1}k^{-1}$ দেয়া থাকলে $w = H$ হবে।

এক্ষেত্রে J ব্যবহৃত হবে না।]

এখানে,

পানির আ: তাপ $= 1000\text{cal/kg}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$

$J = 4.2\text{Joul/cal}$ $h = 200m$

$g = 9.81\text{ms}^{-2}$

তাপমাত্রার পার্থক্য, $t = ?$

ধরি, পতনশীল পানির ভর $= m$ kg

সমস্যা→(৪): 300ms^{-1} বেগের 0.01kg ভরের একটি বস্তুকে হঠাৎ থামিয়ে দেয়া হল। সমস্ত কাজ তাপে রূপান্তরিত হয়েছে। মোট উৎপন্ন তাপ ও তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ণয় কর। বস্তুর অ: তাপ $= 126\text{J/kg}^{-1}k^{-1}$

বস্তুটিকে থামাতে কৃত কাজ, $w =$ বস্তুর গতিশক্তি। বা, $w = \frac{1}{2}mv^2$, আমরা জানি, $w = H$ বা, $\frac{1}{2}mv^2 = H$

বা, $H = \frac{1}{2} \times 0.01 \times (300)^2 = 450\text{জুল}$ (উত্তর)

আবার, $H = mst$ বা, $t = \frac{H}{ms} = \frac{450}{0.01 \times 126} = 357.14^\circ\text{C}$ (উত্তর)

সমস্যা→(৫): একখন্ড বরফ উপর হতে মাটিতে পতিত হল। এতে পতন শক্তির 50% (বা অর্ধেক) তাপে রূপান্তরিত হওয়ায় বরফ খন্ডটির এক চতুর্থাংশ গলে গেল। বরফ খন্ডটি কত উচ্চতা থেকে পতিত হয়েছিল? বরফ গলনের সুপ্ত তাপ 80000cal/kg^{-1} ও তাপের যান্ত্রিক সমতা 4.2Jcal^{-1} ।

মনেকটি, উদ্ভূত তাপ $= H \therefore w/2 = JH$

বা, $H = \frac{w}{2J} = \frac{mgh}{2J}$ বা, $\frac{m}{4}L = \frac{mgh}{2J}$

বা, $4gh = 2JL \therefore h = \frac{2JL}{4g} = \frac{2 \times 4.2 \times 40000}{4 \times 9.8}$

বা, $h = 17142.85m = 17.14km$ (উত্তর)

ধরি, বরফ খন্ডটির উচ্চতা $= h$, ও ভর $= m$

\therefore মাটিতে পতনের জন্য কৃত কাজ $= w =$ বরফ খন্ডটির স্থিতিশক্তি $= mgh$

তাপে রূপান্তরিত কাজ, $\frac{w}{2} = \frac{1}{2}mgh$, গলিত বরফের ভর $= \frac{m}{4}$

বরফ গলনের সুপ্ত তাপ, $L = 80000\text{cal/kg}^{-1}$

তাপের যান্ত্রিক সমতা $J = 4.2\text{Jcal}^{-1}$

সমস্যা→(৬): বায়ুকে রুদ্ধ তাপে প্রসারিত করে এর আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। যদি প্রাথমিক চাপ 1 বায়ুমন্ডলীয় চাপ হয় তাহলে চূড়ান্ত চাপ কত হবে? ($\gamma = 1.4$)

রুদ্ধ তাপের ক্ষেত্রে, আমরা জানি,

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\text{বা, } P_2 = \frac{P_1 V_1^\gamma}{V_2^\gamma} = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = P_1 \left(\frac{V_1}{2V_1} \right)^\gamma$$

এখানে,

প্রাথমিক তাপমাত্রা, $P_1 = 1$ বায়ুমন্ডলীয় চাপ

$\gamma = 1.4$, চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = ?$

ধরি প্রাথমিক আয়তন $= V_1 \therefore$ চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = 2V_1$

$$=1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1.4} = 0.3789 \text{ বায়ুমন্ডলীয় চাপ (উত্তর)}$$

সমস্যা→(৭): $27^\circ C$ তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাস হঠাৎ প্রসারিত হয়ে দ্বিগুণ আয়তন লাভ করল। চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত হবে? ($\gamma = 1.4$)

আমরা জানি,

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\text{বা, } T_2 = \frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \left(\frac{V_1}{2V_1}\right)^{1.4-1}$$

$$= 300 \left(\frac{1}{2}\right)^{.4} = 227.35k \therefore T_2 = 227.35k \text{ বা, } -45.65^\circ C \text{ (উত্তর)}$$

এখানে,

$$\text{প্রাথমিক তাপমাত্রা, } T_1 = 273 + 27 = 300k$$

$$\gamma = 1.4$$

$$\text{চূড়ান্ত তাপমাত্রা, } T_2 = ?$$

$$\text{ধরি, প্রাথমিক আয়তন} = V_1$$

$$\therefore \text{চূড়ান্ত আয়তন, } V_2 = 2V_1$$

সমস্যা→(৮): $27^\circ C$ তাপমাত্রার একটি মোটর টায়ারকে পাম্প করে তার চাপ ২ বায়ু মন্ডলীয় চাপের সমান করাতে টায়ারটি সবেমাত্র ফেটে গেল। চূড়ান্ত তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [$\gamma = 1.4$]

আমরা জানি,

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ বা, } T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 300 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1-1.4}{1.4}}$$

$$= 300 \times (0.5)^{\frac{.4}{1.4}} = 300 \times (0.5)^{-2.857} = 365.7k$$

$$\therefore T_2 = 365.7k \text{ বা } 92.7^\circ C \text{ (উত্তর)}$$

এখানে,

$$\text{প্রাথমিক তাপমাত্রা, } T_1 = 273 + 27 = 300k$$

$$\text{প্রাথমিক চাপ, } P_1 = 1 \text{ বায়ু চাপ}$$

$$\text{চূড়ান্ত " } P_2 = 2 \text{ বায়ু চাপ}$$

$$\text{চূড়ান্ত তাপমাত্রা, } T_2 = ? \quad \gamma = 1.4$$

সমস্যা→(৯): অক্সিজেনের ক্ষেত্রে C_p ও C_v নির্ণয় কর। ধর $C_p = 1.4C_v$ । স্বাভাবিক তাপ ও চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব $1.428kgm^{-3}$, স্বাভাবিক চাপ $= 1.013 \times 10^5 Pa$ ও অক্সিজেনের আণবিক ভর $= 32kgmol^{-1}$,

আমরা জানি, $C_p - C_v = R$ বা, $1.4C_v - C_v = R$

$$\text{বা, } 0.4C_v = R \therefore C_v = \frac{R}{0.4} \dots (1)$$

আবার, আমরা জানি, $PV = RT$ বা, $R = \frac{PV}{T} \dots (2)$

এখানে, $T =$ স্বাভাবিক তাপমাত্রা $= 273k$ এখন, ঘনত্ব, $\rho = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{M}{V}$

$$\therefore V = \frac{M}{\rho} = \frac{23}{1.428} = 22.408m^3mol^{-1}$$

$$\therefore (2) \text{ থেকে পাই, } R = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.408}{273} = 0.083147 \times 10^5 Jmol^{-1}K^{-1}$$

$$\text{এখন (1) থেকে পাই, } C_v = \frac{0.083147 \times 10^5}{0.4} = 0.207867 \times 10^5 \therefore C_v = 20786.7 Jkmol^{-1} \text{ (উত্তর)}$$

$$\text{এখন, } C_p = 1.4C_v = 1.4 \times 20786.7 = 29101.38 Jkmol^{-1}K^{-1} \text{ (উত্তর)}$$

সমস্যা→(১০): $0^\circ C$ তাপমাত্রার একখন্ড বরফ কত উচ্চতা হতে অভিকর্ষের টানে পড়লে তা সম্পূর্ণরূপে গলে যাবে? এখানে সমস্ত শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয়েছে। $L = 3.36 \times 10^5 Jkg^{-1}$ উঃ $h = 34km$

[সংকেত: সমস্যা (৫) এর মত]

সমস্যা→(১১): একটি বৃষ্টির ফোটা কত উচ্চতা হতে মাটিতে পড়লে তার তাপমাত্রা $1^\circ C$ বৃদ্ধি পাবে? ধরে নিতে হবে, পতনজনিত সমস্ত শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয়েছে। $J = 4.2$ জুল/ক্যালরি। উঃ $428m$

[সংকেত: সমস্যা (৪) এর মত। বৃষ্টির ফোটার ভর m এবং পানির অপেক্ষিক তাপ $= 1000 Calkg^{-1}^\circ C$ ধরতে হবে। এখানে তাপমাত্রার পার্থক্য $t = 1^\circ C$]

সমস্যা→(১২): কত কাজের রূপান্তরিত তাপে $0^\circ C$ তাপমাত্রার $0.01kg$ বরফকে $100^\circ C$ তাপমাত্রার বাষ্পে পরিনত করা যাবে? $J = 4.2 Jcal^{-1}$ । উঃ $30110J$

[সংকেত: $H = mst + mL$ । এরপর $w = JH$]

সমস্যা→(১৩): $10kg$ ভরের একটি বস্তুর বেগ $100ms^{-1}$ হতে $40ms^{-1}$ করতে কত কাজ করতে হবে? কৃত কাজের সমতুল্য তাপ কত হবে? উঃ $42000J$ ও $10000cal$

$$[\text{সংকেত: কৃতকাজ, } w = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 \text{। এবং } w = JH \therefore H = \frac{w}{J}]$$