控制系統 HW5 106061226 施竣笙

Pro1:

此題最終結果如下:

Figure 1: 角度

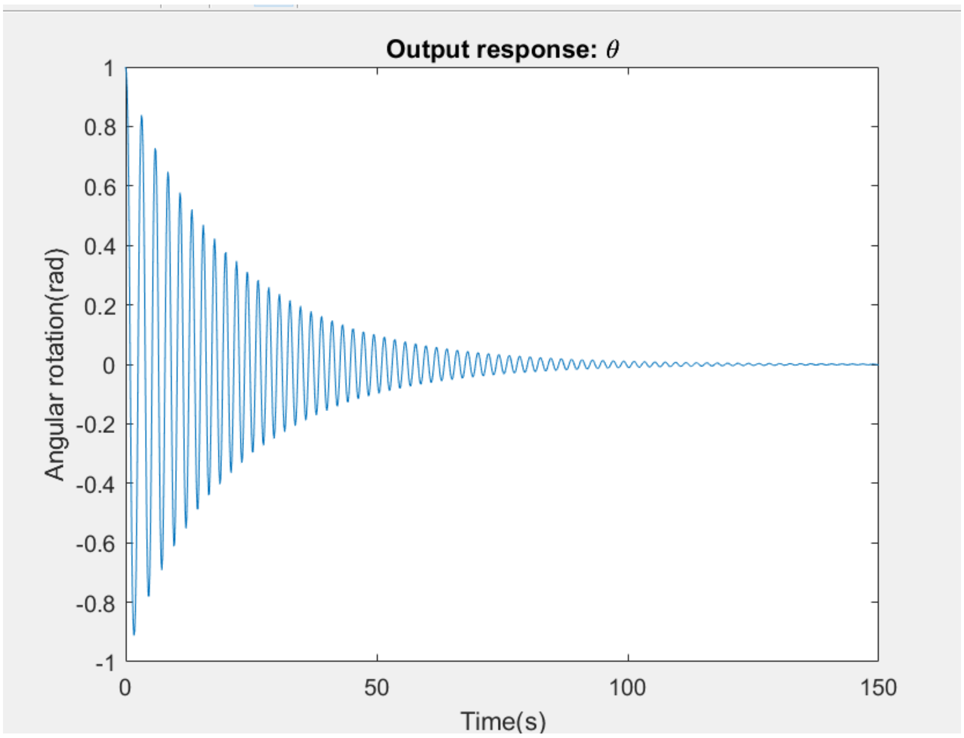
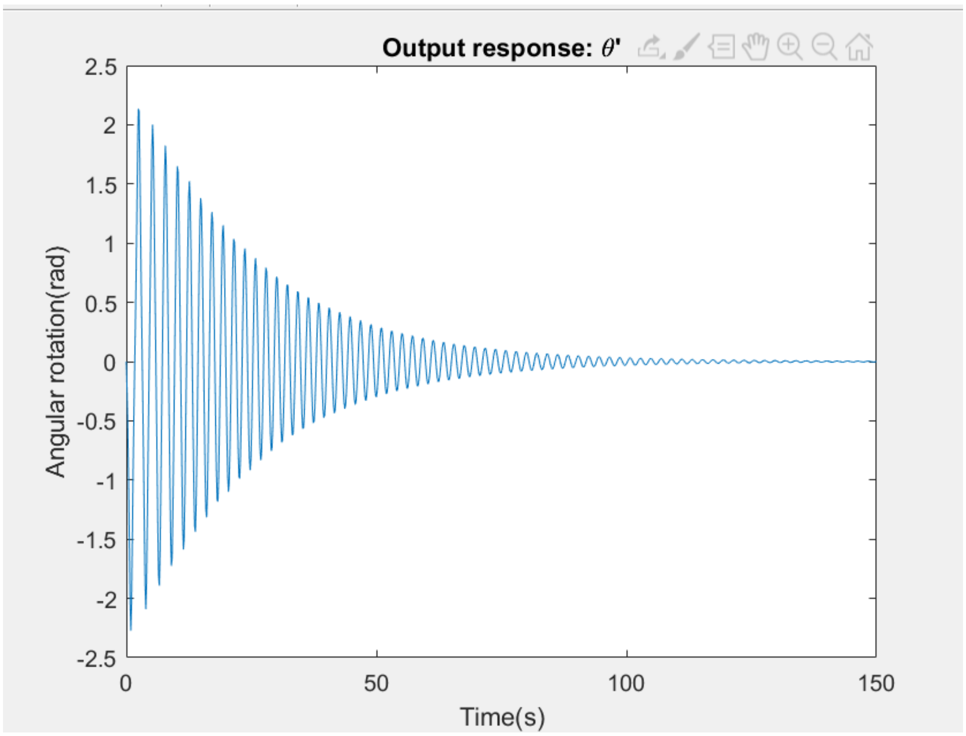


Figure 2: 角度微分



與 HW4 一樣，需要角度(theta)與角度微分(theta’)皆為 0，從上兩圖可以看到，此設計之結果是穩定的(stable)，達到預期結果。

分析與設計:
由於此題沒有如同第二題之假設，需要將 ref code 的方程式進行改寫，原方程式如下:

$$(\mathrm{M}+\mathrm{m})\ddot{\mathrm{y}}(t)=u(t)-\left(mL\ddot{\theta}(t)\cos\theta(t)-mL\dot{\theta}(t)^2\sin\theta(t)\right)$$

$$\mathrm{mL}^2\ddot{\theta}(t)=mgL\sin\theta(t)-mL\ddot{y}(t)\cos\theta(t)$$

其中，重要的 X2’、X5’如下:

$$\begin{cases} x_2' = \dfrac{1}{M+m}u - \dfrac{mL}{M+m}(\cos x_4)x_5' + \dfrac{mL}{M+m}(\sin x_4)x_5^2 \\ x_5' = \dfrac{g}{L}(\sin x_4) - \dfrac{1}{L}(\cos x_4)x_2' \end{cases}$$

接著是一連串的化簡，由於計算過程複雜，只將結果寫出，如下:

$$x_2' = \frac{1}{M+m(1+\cos^2 x_4)}\left(u - mg\cos x_4 \sin x_4 + mL\sin x_4\, x_5^2\right)$$

$$x_5' = \frac{1}{M+m(1-\cos^2 x_4)}\left[-\cos x_4\, u - m\sin x_4 \cos x_4\, x_5^2 + \frac{(M+m)g}{L}\sin x_4\right]$$

於是，我們將 reference code 中 function 的部分改寫(可以在 code.m file 中看到)，至此程式部分已經改寫完畢。
參數部分，因為沒有像第二題的假設，我無法將上述狀態微分方程轉成特徵方程式，藉由特徵方程式套入 Rooth array 求得穩定的參數。
因此，我做了跟第二題一樣的假設如下:

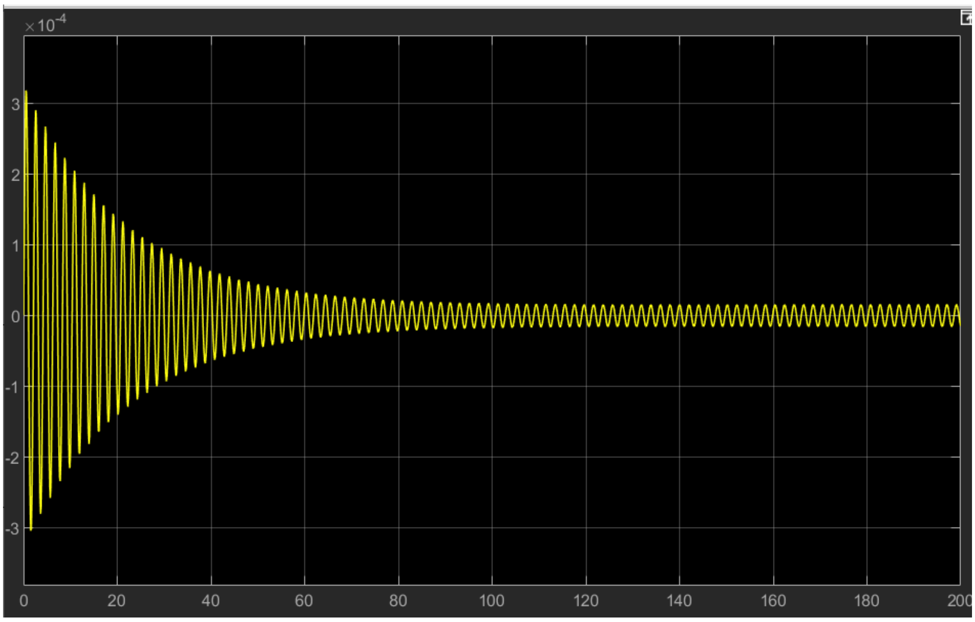
$$\theta(t)\to 0^o \Rightarrow \sin\theta(t)\approx\theta(t), \cos\theta(t)\approx 1, \dot{\theta}(t)\approx 0,$$

然後與第二題一樣，帶入 Rooth array，並求得參數 KD=KI=-10、KP=-2000(詳細過程看 Pro2)
最終，將此參數作為基準，帶入 Pro1，用 ode45 來求其 t-doamin response 且是

穩定的結果。

Pro2:

此題最終結果如下:



可以從上圖看到，此設計之結果是穩定的(stable)。

分析與設計:

此題因為有做一些假設如下:

$$\theta(t) \to 0^o \implies \sin\theta(t) \approx \theta(t), \cos\theta(t) \approx 1, \dot{\theta}(t) \approx 0,$$

因此可以計算其狀態微分方程之 A 矩陣，藉由 A 矩陣和 Matlab 來求其特徵方程式，程式如下:

```
clc
clear all
syms s KD KI KP

m=10;
M=100;
L=1;
g=9.81;

G=(-1/(M*L))/(s^2-((M+m)*g)/(M*L));
Gc=(KD*s^2+KP*s+KI)/s;
1+Gc*G
```

並得到特徵方程式 q(s):

```
ans =

1 - (KD*s^2 + KP*s + KI)/(100*s*(s^2 - 10791/1000))
```

接著套入 Rooth array，來找到穩定的結果，如下圖:

$$
\begin{array}{c|cc}
s^3 & 100 & -1079.1-K_P \\
s^2 & -K_D & -K_I \\
s^1 & -(1079.1+K_P)-\dfrac{100K_I}{K_D} & 0 \\
s^0 & -K_I & 0
\end{array}
$$

$$\Rightarrow K_D<0,\ K_I<0,\ K_P<-\frac{100K_D}{K_I}-1079.1$$

$$\Rightarrow 取\ K_D=K_I=-10,\ K_P=-2000$$

最終，取 KD=KI=-10、KP=-2000，得到最接近穩定的結果。