

Grundlagen der Algebra

Tutorium - Blatt 3

Das Blatt wird vom 30.10.2025 bis zum 04.11.2025 in den Tutorien besprochen.

Aufgabe 1 (Rechtsinverse Abbildung, Satz 2.23(2))

Sei $f: M \rightarrow N$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

Genau dann ist f surjektiv, wenn eine Abbildung $h: N \rightarrow M$ mit $f \circ h = \text{Id}_N$ existiert. Jedes derartige h ist injektiv und heißt auch eine *Rechtsinverse* von f .

Aufgabe 2 (Abbildungen untersuchen)

Sei

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x^2 + 2x \quad \text{und} \quad g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}: x \mapsto 3x - 1$$

- (a) Bestimmen Sie die Fasern von 0, -1 und -2 unter den Abbildungen f und g .
- (b) Untersuchen Sie f und g auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.
- (c) Wie können Sie Definitionsbereich und/oder Wertebereich von f einschränken, sodass Sie eine bijektive Funktion h erhalten?

Aufgabe 3 (Differenzmenge abbilden)

Seien M, N nicht-leere Mengen, $f: M \rightarrow N$ eine Abbildung und $M_1, M_2 \subseteq M$, $N_1, N_2 \subseteq N$. Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) $f^{-1}(N_1 \setminus N_2) = f^{-1}(N_1) \setminus f^{-1}(N_2)$
- (b) $f(M_1 \setminus M_2) = f(M_1) \setminus f(M_2)$