

Hausaufgabenblatt 05

1. Gegeben sei die Kurve

$$\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} \ln(1+t^2) \\ 2 \arctan(t) + 3 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie den Tangentenvektor.
- b) Berechnen Sie die auf dem Weg von $t = 0$ bis $t = 1$ zu leistende Arbeit durch das Kraftfeld

$$\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} e^x \\ y \end{pmatrix}$$

Tipp: Integrieren Sie jeden Summanden des Integranden einzeln.

2. Der Weg einer parametrischen Funktion werde für den Zeitraum $t \in [0, 1]$ beschrieben durch die beiden Wege

$$\vec{X}_1(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

und

$$\vec{X}_2(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}$$

Auf diesem Weg sei ein Kraftfeld gegeben durch:

$$\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 2xy + e^x \\ x^2 - \frac{1}{2\sqrt{y}} \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie entlang dieser Wege die zu leistende Arbeit.
- b) Existiert zu diesem Kraftfeld eine Potentialfunktion? Wie lautet diese?
- c) Berechnen Sie - falls diese existiert - mit Hilfe der Potentialfunktion die Arbeit und vergleichen Sie ihre Ergebnisse.

3. Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x + 2y$ sowie das Gebiet

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2 \leq x \leq 3, x \leq y \leq x^2\}$$

Berechnen Sie das Integral.

4. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche B , die im 1. Quadranten liegt und durch die Funktionen

$$y^2 = x^3 \quad \text{und} \quad y = x$$

begrenzt wird.

5. Berechnen Sie das Volumen unterhalb der Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

über den Ring zwischen den Kreisen mit Radius 1 und 2 um den Ursprung für positive X- und Y-Koordinaten. Fertigen Sie zunächst eine Skizze des Integrationsgebietes an.