Aufgaben zur Veranstaltung
Analysis 2, SoSe 2025

Dr. Thomas Eifert, Ilayda Sevimli, Thomas Janissen — FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 02 — 31.03./01.04.2025

1. Wie lautet die Ableitung der gegebenen Funktionen nach dem genannten Parameter?
   a) Ableitung von $g(x,y) = (2x-y)^2 + \ln(x \cdot y)$ nach x
   b) Ableitung von $l(u,v,w) = \ln(\sqrt{u \cdot w} \cdot e^{-v})$ nach u
   c) Ableitung von $m(i,j,k) = \ln\left(\frac{j \cdot \sqrt{k}}{i}\right)$ nach i

2. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die 1. partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen.
   a) $f(x,y) = 2x^2 - 3xy - 4y^2$
   b) $f(x,y) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\ ,\ x \neq 0\ ,\ y \neq 0$
   c) $f(x,y) = \sin(2x+3y)$

3. Sind die folgenden Funktionen im Punkt $(0,0)$ stetig?
   a) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \cdot y^2}{x^2+y^4} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$
   b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \cdot y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

4. **(Präsentation der Lösung)** Lassen sich folgende Funktionen im Nullpunkt stetig ergänzen und, wenn ja, wie?
   a) $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}$
   b) $f(x,y) = \dfrac{x^3+2yx^2+xy^2+2y^3}{x+2y}$

5. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die Gradienten der folgenden Funktionen
   a) $f(x,y) = \sin(x) \cdot \cos(y)$
   b) $g(x,y) = (x+y) \cdot e^{-x^2-y^2}$
   c) $h(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + z^2 + x \cdot z + 3z + 1$

6. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie zur Funktion $f(x,y) = ye^{x-1}$ die Tangentialebene im Punkt $x_0 = 1, y_0 = 3$ in kartesischer Form, also

$$T(x,y) = f(x_0,y_0) + f_x(x_0,y_0) \cdot (x-x_0) + f_y(x_0,y_0) \cdot (y-y_0)$$

und vektorieller Form

$$T = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \vec{v}_1 + \mu \cdot \vec{v}_2$$