Hausaufgabe 7 **Ausgabe: 11.11.2025**
Stochastik, WiSe 2025/2026 **Abgabe: 17.11.2025**

Prof. Dr. Florian Heinrichs, Yvonne Albrecht, Johannes Dreßen FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Aufgabe 1 Zwei sechsseitige Würfel, auf deren Seiten sich jeweils drei Einsen und drei Zweien befinden, werden einmal geworfen. Bezeichne nun die Zufallsvariable X die Augensumme und die Zufallsvariable Y das Augenprodukt der beiden Würfel.

(a) Stellen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x,y)$ auf.

(b) Bestimmen Sie die beiden Randwahrscheinlichkeitsfunktionen.

(c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

Aufgabe 2 Eine 2-dimensionale Zufallsvariable (X,Y) besitze die Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} C \cdot x^2 \cdot y & \text{für } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Welchen Wert besitzt C?

(b) Bestimmen Sie die Dichten von X und Y.

(c) Sind X und Y unabhängig?

(d) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[XY]$.

(e) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X + Y \leq 1)$.

Aufgabe 3 Ein Pressekonzern will eine neue Tageszeitung herausgeben. Eine Marktanalyse zeigt, dass die Anzahl der täglich absetzbaren Exemplare eine näherungsweise stetige normalverteilte Zufallsvariable X ist mit dem Erwartungswert $\mu = 100\,000$ und der Standardabweichung $\sigma = 25\,000$.

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass an einem Tag zwischen 90 000 und 120 000 Exemplare verkauft werden?

(b) Wie wahrscheinlich ist es, weniger als 70 000 Exemplare an einem Tag abzusetzen?

(c) Wie wahrscheinlich ist es, dass an einem Tag mehr als 150 000 Exemplare nachgefragt werden?

Aufgabe 4 Der Durchmesser von serienmäßig gefertigten Kugeln sei normalverteilt. Mittelwert und Standardabweichung können mit folgendem Experiment geschätzt weren:
Von zwei Sieben hat Sieb A Löcher im Durchmesser von 69 mm, Sieb B Löcher mit einerm Durchmesser von 72 mm. Man beobachtet, dass 30,85% der Kugeln durch Sieb A fallen, dagegen 15,87% der Kugeln von Sieb B aufgehalten werden.
Bestimmen Sie aus diesem experimentellen Ergebnis Schätzwerte für Mittelwert und Standardabweichung der Kugeldurchmesser.

Aufgabe 5 In einem Ort gibt es einige Karpfenteiche. Das Gewicht der Karpfen ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 4\ kg$ und der Standardabweichung $\sigma = 1{,}25\ kg$.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, einen Karpfen zu fangen, der

  (1) höchstens 2,5 kg, (2) mindestens 5 kg

  wiegt?

(b) Wie viel Prozent aller Karpfen wiegen zwischen 3 kg und 4,5 kg?

(c) In welchem zum Erwartungswert symmetrischen Gewichtsbereich liegen 80% aller Karpfen?

(d) Der Fischereiverein will einen Preis für die schwersten Karpfen aussetzen. Welches Mindestgewicht muss man verlangen, damit die Wahrscheinlichkeit, den Preis zu bekommen, 2% beträgt?