Dr. Thomas Eifert, Ilayda Sevimli, Thomas Janissen FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Hausaufgabenblatt 03

1. Berechnen Sie die Gradienten der folgenden Funktionen
   a) $f(x,y) = x \cdot e^{x^2+y^2}$ an der Stelle $(1,2)$.
   b) $f(x,y,z) = x^3 + y^2 + z$ an der Stelle $(1,1,1)$.

2. Bei einer handelsüblichen Energiesparlampe werden Leuchtmittel verwendet, die bei einer Spannung von 220 V eine Leistung von 11 Watt erzeugen (Leistung[Watt] =Spannung [Volt]*Stromstärke[Ampere]). Dies ist der normale Arbeitsbereich der Leuchtmittel.
   a) Welche Leistungsschwankung bleibt unentdeckt, wenn die Spannung nur auf einen Volt und die Stromstärke nur auf ein Milliampere genau gemessen werden können.
   b) Wie genau muss die Stromstärke messbar sein, wenn die Spannung nach wie vor auf 1 Volt genau messbar ist, und sichergestellt werden soll, dass die Leistung maximal um 1% von der Vorgabe von 11 Watt abweicht?

3. Berechnen Sie $\frac{df}{dt}$ für

$$f(x,y,z) = z \cdot (x+y) \quad \text{mit} \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau \cdot \cos(t) \\ \tau \cdot \sin(t) \\ \frac{h}{2\pi} \cdot t \end{pmatrix} \qquad (h, \tau \in \mathbb{R}^+)$$

   mit der Kettenregel.

4. Berechnen Sie die partielle Ableitung 1. und 2.Ordnung der folgenden Funktionen.
   a) $f(x,y) = 2x^2 - 3xy - 4y^2$
   b) $f(x,y) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\ ,\ x \neq 0\ ,\ y \neq 0$
   c) $f(x,y) = \sin(2x+3y)$

5. Für das Vektorfeld

$$\vec{v} = \frac{y \cdot z}{x} \cdot \vec{e}_1 + \frac{x \cdot z}{y} \cdot \vec{e}_2 + \frac{x \cdot y}{z} \cdot \vec{e}_3$$

   mit $x, y, z > 0$ berechnen Sie
   a) $div\ \vec{v}$ b) $rot\ \vec{v}$ c) $div\ rot\ \vec{v}$ d) $rot\ rot\ \vec{v}$

6. Gegeben ist $\vec{f}$ mit:

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} x^2 + 5ay + 3yz \\ 5x + 3axz - 2 \\ 2xy + axy - 4z \end{pmatrix}$$

   a) Für welche Werte von a ist das Feld wirbelfrei?
   b) Kann der Werte von a so gewählt werden, dass das Vektorfeld
      i. eine Quelle, ii. eine Senke oder iii. quellenfrei ist?