Prof. Dr. Alice Niemeyer
M.Sc. Leonard Sattler
M.Sc. Anna Wollenhaupt
Kontakt: la1@art.rwth-aachen.de

Lineare Algebra I
Tutorium - Blatt 6

Das Blatt wird vom 27.11.2025 bis zum 02.12.2025 in den Tutorien besprochen.

Aufgabe 1
Es sei K ein Körper, $A, A' \in K^{m\times n}$ und $B, B' \in K^{n\times l}$.
Zeigen Sie, dass $(A + A')B = AB + A'B$ und $A(B + B') = AB + AB'$.

Aufgabe 2
Es sei $A = (a_{ij})_{i,j\in\underline{n}} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Matrix mit:

$$0 \leq a_{ij} \leq 1 \text{ für } i, j \in \underline{n} \text{ und } \sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1 \text{ für alle } j \in \underline{n}$$

Sei nun

$$W := \{w = (w_i)_{i\in\underline{n}} \in \mathbb{R}^{n\times 1} \mid 0 \leq w_i \leq 1 \text{ für alle } i \in \underline{n} \text{ und } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1\}.$$

Zeigen Sie, dass dann für die von der Matrix induzierte lineare Abbildung f_A gilt: $f_A(W) \subseteq W$.

Aufgabe 3
Benutzen Sie den Gauß-Algorithmus aus der Vorlesung, um die Lösungsmenge der angegebenen linearen Gleichungssysteme zu bestimmen. Bitte geben Sie in jedem Schritt die verwendete elementare Umformungsmatrix an.

(a) $(A|b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{array}\right) \in \mathbb{Q}^{3\times 4}$

(b) $(B|c) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{array}\right) \in \mathbb{Q}^{3\times 4}$