

Grundlagen der Algebra

Übung - Blatt 2

Dieses Übungsblatt wird am 29.10.2025 in der Globalübung besprochen.

Bitte laden Sie Ihre Abgabe bis **Mittwoch, 29.10.2025, um 14:00 Uhr** im Moodle-Raum hoch. Geben Sie bitte in Gruppen von 2 Studierenden ab und schreiben Sie *alle* Namen und Matrikelnummern auf Ihre Abgabe.

Aufgabe 1 (Kartesisches Produkt von Mengen)

Seien A, B, C und D Mengen. Zeigen Sie:

- (a) Aus $A \subseteq C$ und $B \subseteq D$ folgt $A \times B \subseteq C \times D$.
- (b) Für $A \neq \emptyset$ und $B \neq \emptyset$ gilt auch die Umkehrung von Teil (a): Aus $A \times B \subseteq C \times D$ folgt $A \subseteq C$ und $B \subseteq D$.

Aufgabe 2 (Vollständige Induktion)

Beweisen Sie per vollständiger Induktion jeweils für alle $n \in \mathbb{N}$:

- (a) $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$.
- (b) 7 teilt $(2^{3n} + 6)$.

Aufgabe 3 (Beweiprinzipien)

Zeigen Sie durch einen direkten Beweis, dass die folgende Aussage gilt:

Sei $n \in \mathbb{Z}$ ungerade. Dann ist $n^2 - 1$ teilbar durch 8.