

8. Übung

Abgabetermin B-Teil 02.06.2022

Der B-Teil kann bis spätestens am **02.06.2022 um 23:59 Uhr** als PDF unter Übungsbetrieb „Analysis II“ in RWTHmoodle hochgeladen werden.

Kleingruppe:

Name, Vorname:

Name, Vorname:

Name, Vorname:

Name, Vorname:

Matrikelnummern:

Erreichte Punkte:

Bitte geben Sie Ihre Lösungen mit dem ausgefüllten Deckblatt als erste Seite ab.

Fragen zu allen Aufgaben können in den Kleingruppenübungen **am 31.05.2022 und am 01.06.2022** gestellt werden.

Teil A**Aufgabe A34**

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$1. \int \frac{x}{x^3 + x^2 - x - 1} dx, \quad 2. \int \frac{x+1}{(x-1)(x^2+4)} dx.$$

Aufgabe A35

1. Geben Sie eine rekursive Formel zur Berechnung von $\int x^n \cos(x) dx$ für $n \in \mathbb{N}$ an.
2. Berechnen Sie $\int x^s \log(x) dx$ für jedes $s \in \mathbb{R}$. Beachten Sie hierbei, dass der Fall $s = -1$ getrennt zu behandeln ist.
3. Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int \exp(ax) \sin(bx) dx$ für $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Aufgabe A36

- (i) (Halbwinkelmethode) Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{\cos(x)}{2+\sin(x)} dx$ mit der Substitution $u = \tan(\frac{x}{2})$. Zeigen dafür zuerst die Identitäten:

$$\sin(x) = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \cos(x) = \frac{1-u^2}{1+u^2}.$$

- (ii) Berechnen Sie mit der Halbwinkelmethode $\int \frac{1}{-2 + 2 \sin(x)} dx \quad \left(0 \leq |x| < \frac{\pi}{2}\right)$.

- (iii) Berechnen Sie $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

- (iv) Berechnen Sie $\int \frac{x+1}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

Aufgabe A37

Bestimmen Sie:

$$(a) \int_e^{e^2} \frac{1}{x} \log(\log(x)) dx, \quad (b) \int_1^2 5x^4 \log(x) dx, \quad (c) \int_1^2 2x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx.$$

Teil B**Aufgabe B33**

[3+3 = 6 Punkte]

Berechnen Sie die folgenden Integrale mittels Partialbruchzerlegung:

$$1. \int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx, \quad 2. \int \frac{1}{x(x+1)^2} dx.$$

Aufgabe B34

[3+3+3 = 9 Punkte]

Bestimmen Sie

$$(i) \int \frac{t}{1 + \cos(t)} dt \quad (|t| < \pi),$$

$$(ii) \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx \quad (|x| < 1),$$

$$(iii) \int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

Aufgabe B35

[4*3 = 12 Punkte]

Bestimmen Sie zu den folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion:

$$1. f_1(x) := \arctan(x), \quad 2. f_2(x) := \sin^2(x), \quad 3. f_3(x) := \frac{1}{\sin^2(x)} \quad 4. f_4(x) := \frac{1}{x \log(x)}$$

Aufgabe B36

[4*3 = 12 Punkte]

Berechnen Sie die bestimmten Integrale

$$1. \int_0^\pi x^3 \sin(x) dx$$

$$3. \int_0^2 \frac{x^7}{x^4 + 2} dx$$

$$2. \int_0^{1/2} \arcsin(x) dx$$

$$4. \int_e^{e^2} \frac{\log(\log(x))}{x} dx$$