Übungsblatt 5 **28.10.2025**

Stochastik, WiSe 2025/2026

Prof. Dr. Florian Heinrichs, Yvonne Albrecht, Johannes Dreßen FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Aufgabe 1 Das Ergebnis eines Roulette-Spiels ist eine der Zahlen 1 bis 36 oder die 0, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Man kann bei einfacher Gewinnchance auf die geraden Zahlen (2,4,,,,,36; genannt “Pair“) oder die ungeraden (1,3,,,,,35; genannt “Impair“) setzen. Ein Spieler setze immer auf „Pair“.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er bei 10 Spielen genau 2-mal bzw. 3-mal Erfolg hat?

(b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit p_k dafür, dass der Spieler beim k-ten Spiel ($k \in \mathbb{N}$) zum ersten Erfolg kommt, und berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit für $k = 1,2,3$ bzw. $k = 10$.

(c) Das Einsatzlimit betrage 5000 Euro. Der Spieler beginnt mit einem Einsatz von 5 Euro und nimmt sich vor, bei Verlust seinen Einsatz im jeweils nächsten Spiel zu verdoppeln und bei Gewinn aufzuhören. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er wegen Überschreitung des Limits aufhören muss, bevor er einen Gewinn realisieren kann?

Aufgabe 2 Eine Warenlieferung enthalte 40 intakte und 10 defekte Stücke. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stichprobe vom Umfang 10

(a) genau zwei defekte Stücke enthält?

(b) mindestens zwei defekte Stücke enthält?

Aufgabe 3 Die Anzahl X der abgesetzten Notebooks in einer beliebigen Woche in einer Filiale der PC-Kette Hypercom lässt sich durch eine Poissionverteilung mit Erwartungswert 4 beschreiben.

(a) Bestimmen Sie für eine beliebige Woche die Wahrscheinlichkeit, dass

(1) kein Gerät (2) mindestens ein Gerät

verkauft wird.

(b) Wie groß ist die Varianz von X?

(c) Bestimmen Sie für den Zeitraum von zwei Wochen die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als sechs aber höchstens acht Geräte verkauft werden.

Aufgabe 4 Eine Zufallsvariable X nimmt die drei Werte -1, 0 und 1 mit den Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2 und p_3 an. Bestimmen Sie

(a) den Erwartungswert $E[X]$,

(b) die Varianz $Var[X]$ und

(c) Erwartungswert und Varianz für die Zahlenwerten $p_1 = p_3 = 0{,}25$ und $p_2 = 0{,}5$

Aufgabe 5 Die Zufallsvariable X besitze den Mittelwert $E(X) = \mu_X = 2$ und die Varianz $Var(X) = \sigma_X^2 = 0{,}5$. Berechnen Sie die entsprechenden Kennwerte (Erwartungswert, Varianz) der folgenden linearen Funktionen von X:

(a) $Z = 2X - 3$

(b) $Z = -0{,}5X + 2$

(c) $Z = 10X$

(d) $Z = 2$

Aufgabe 6 Ein Empfänger empfängt ein 8-bit-Wort, das seriell übertragen wird. Es gilt für jedes einzelne der nacheinander und unabhängig voneinander übertragenen Bits das Ereignis:

$$A = \{\text{Bit wird richtig empfangen}\} \quad \text{mit} \quad \mathbb{P}(A) = 0{,}8$$

Sei X die Anzahl der richtig empfangenen Bits in einem 8-bit-Wort.

(a) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion auf.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 5 von 8 Bit richtig empfangen werden.

(c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion.