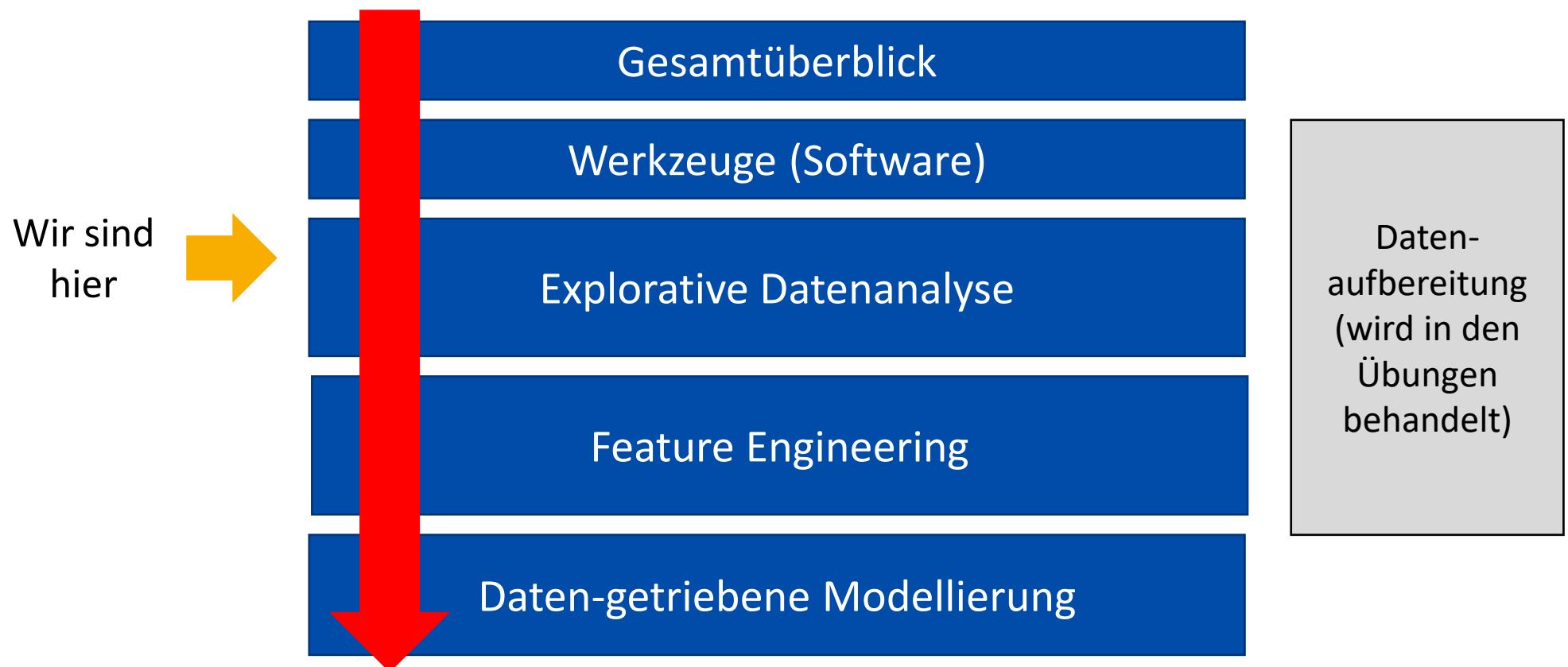
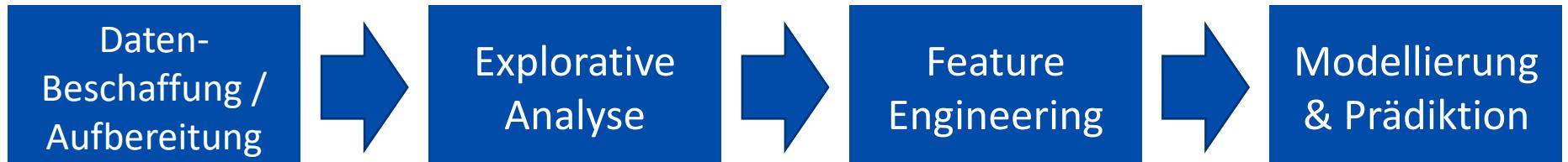


Einführung in Data Science

Unser Plan für heute:

1. Wiederholung
2. Visualisierung – Teil 2
3. Multivariate explorative Analyse
 - Zusammenhangsmaße (Interdependenzmaße)

Data Science



Curriculum

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. Grundbegriffe / Überblick | Überblick /
Begriffe |
| 2. Zentrale Softwarebibliotheken | |
| 3. Univariate explorative Analyse (EDA)
Visualisierung (Teil 1) | Explorative
Analyse
(EDA) |
| 4. Visualisierung (Teil 2),
Multivariate explorative Analyse (Teil 1) | |
| 5. Multivariate explorative Analyse (Teil 2) | |
| 6. Dimensionsreduktion (Teil 1): PCA | |
| 7. Dimensionsreduktion (Teil 2): MDS, Isomap | |
| 8. Clustering: K-Means, HCA | |
| 9. Clustervalidierung | |
| 10. Probeklausur | |
| 11. Feature Engineering,
Datengetriebene Modellierung (Teil 1) | |
| 12. Datengetriebene Modellierung (Teil 2) | |
- 

Wdh | Explorative Datenanalyse

... ist die Erkundung von Daten mit folgenden Zielen:

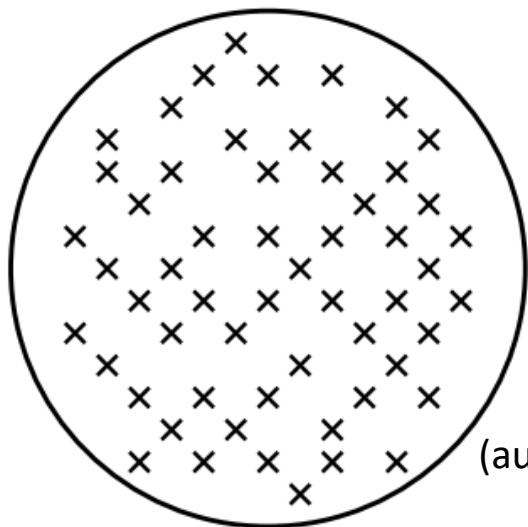
1. Identifikation von Problemen im Datensatz
2. Prüfung, ob initiale Fragen beantwortbar sind
3. Erzeugung erster Antwortskizzen
4. **Erzeugung neuer Fragen / Hypothesen**

Typische Werkzeuge:

- Erwartungshaltung (Fragen formulieren)
- **Deskriptive Statistik**
- Visualisierung
- Dokumentation des Erkenntnisweges

Wdh | Explorative Datenanalyse

Population
(meist nicht komplett beobachtbar)

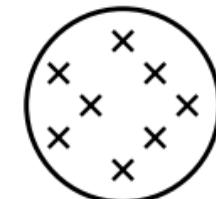


Wahrscheinlich-
keitstheorie

schließende
Statistik

(auch genannt: Inferenzstatistik,
induktive Statistik)

Stichprobe
(Datensatz)



deskriptive Statistik
(= beschreibende
Statistik)

Wdh | Explorative Datenanalyse | Deskriptive Statistik

Kennzahlen (englisch: Summary Statistics)

(auf Deutsch auch genannt: aggregierende Parameter, Maßzahlen)

- beschreiben eine Stichprobe (Häufigkeitsverteilung) in wenigen Zahlen

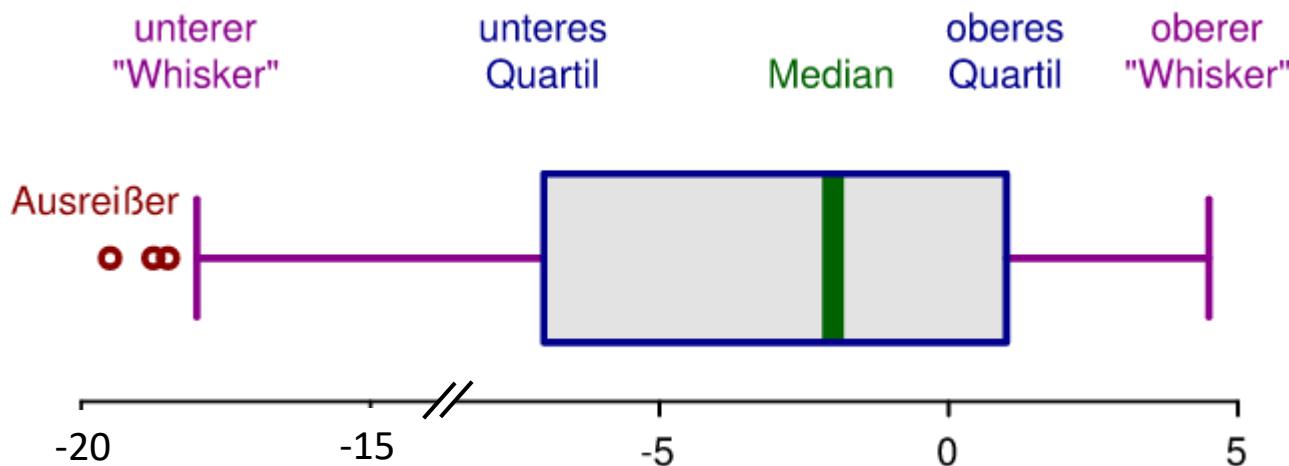
Typ	Verwendung	Beispiele
Lageparameter	beschreiben zentrale Tendenz der Stichprobe (z.B. wo die meisten Werte der Stichprobe sind)	<ul style="list-style-type: none">▪ Modus (= häufigster Wert)▪ Median▪ Quartile▪ p-Quantile▪ arithmetisches Mittel
Streuungsparameter	beschreiben Streubreiten von Stichprobe	<ul style="list-style-type: none">▪ Varianz,▪ Standardabweichung▪ Interquartilsabstand

Explorative Datenanalyse | Deskriptive Statistik

„5 Number Summary“ (5-Punkte-Zusammenfassung)
nach John W Tukey

Stichprobe:	5	7	52	55	75
	↑	↑	↑	↑	↑
5 Number Summary:	Kleinster Wert	Unteres Quartil	Median	Oberes Quartil	Größter Wert

Tukey Boxplot

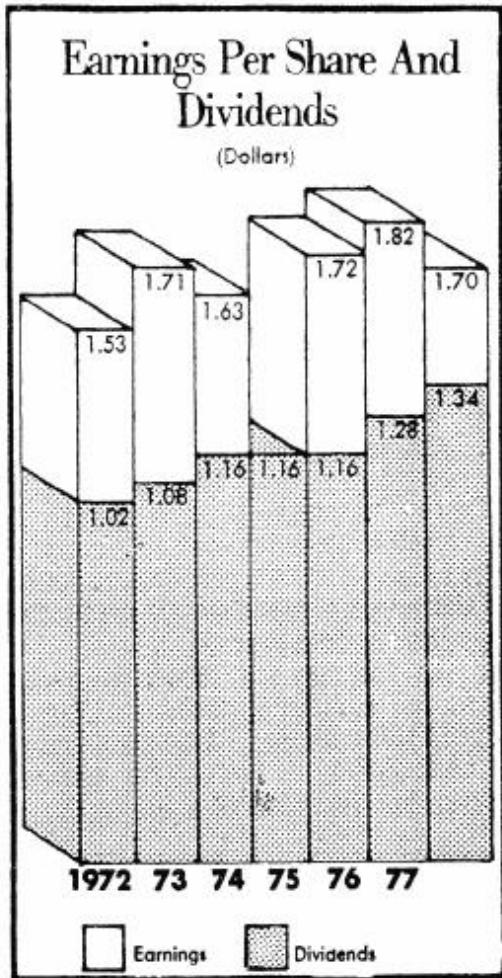


Wdh | Deskriptive Statistik

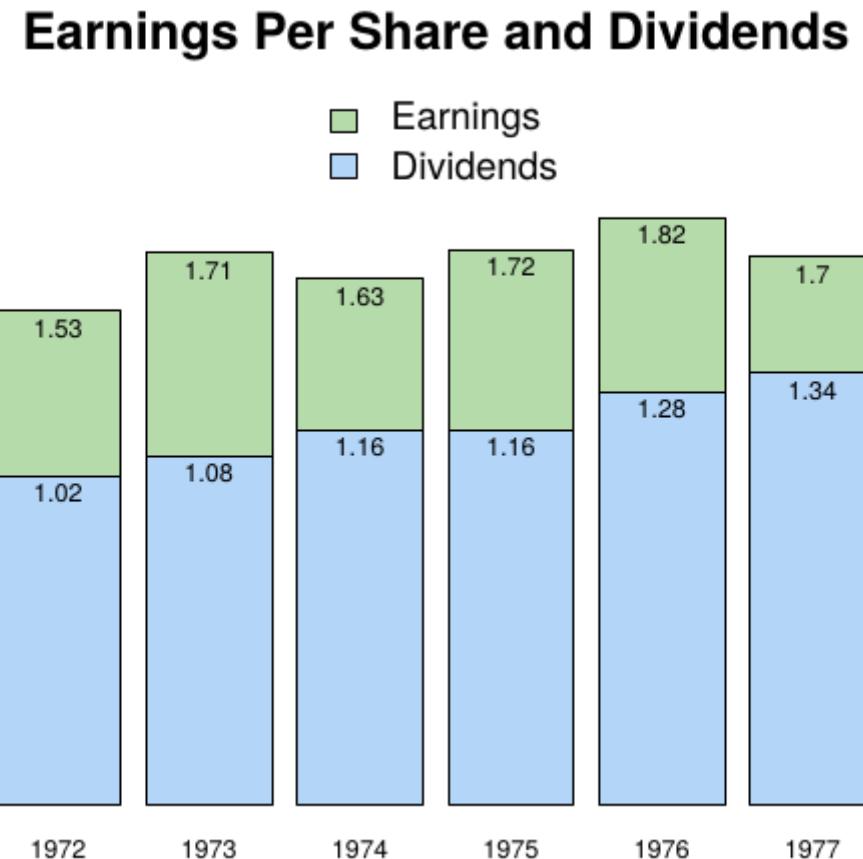
- Summary Statistics (Kennzahlen) hilfreich zur ersten Charakterisierung von Daten
- Aber: *Ähnliche Kennzahlen für unterschiedliche Datensätze*
→ Wir benötigen Visualisierung für die Erkundung von Daten!

Wdh | Visualisierung

Beispiele für problematische Abbildungen



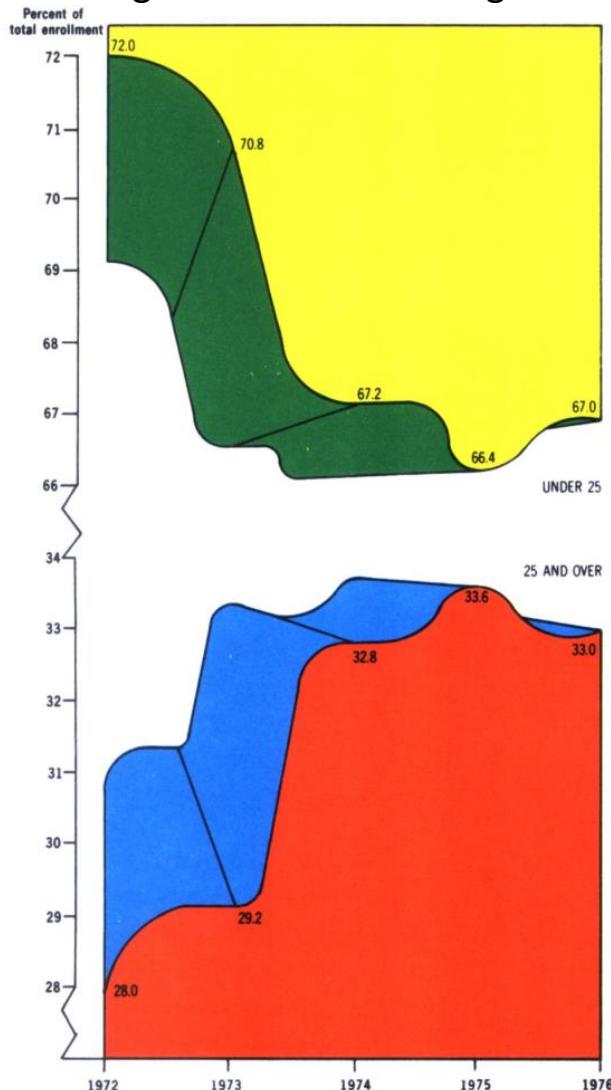
besser
→



The Washington Post, 1979

Wdh | Visualisierung

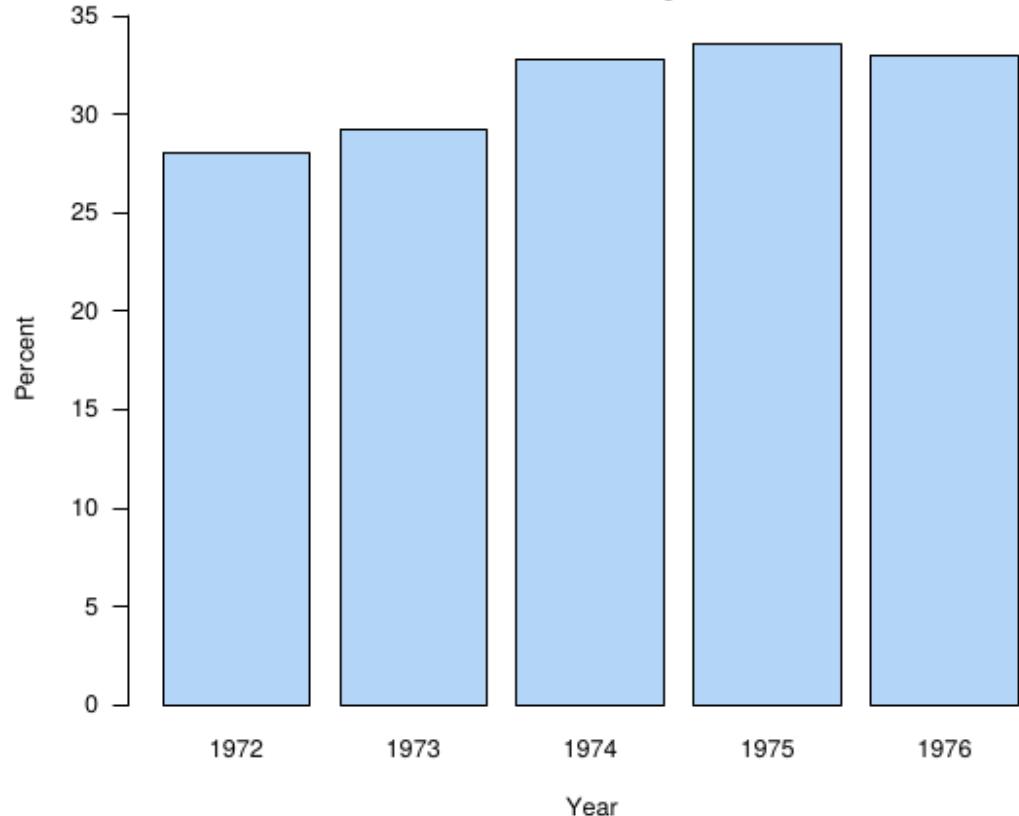
Age Structure of College Enrolment (1972-76)



besser
→

Age Structure of College Enrolment

Percent of Total Enrolment, Aged 25 and Over

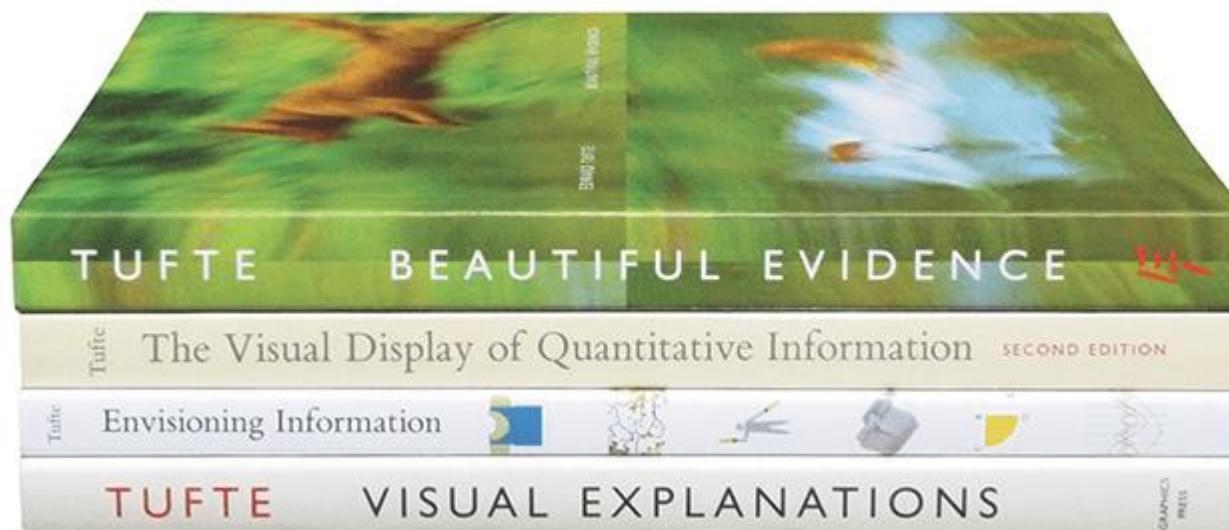


American Education Magazine

Explorative Analyse | Visualisierung

Edward Tufte

- US amerikanischer Statistiker
(seit 1999 Professur an der Yale University,
vorher Princeton)
- Pionier im Bereich Datenvisualisierung
- *Chartjunk*: visuelle Elemente in Abbildungen, die
unnötig sind oder das Verständnis erschweren



Klassiker →

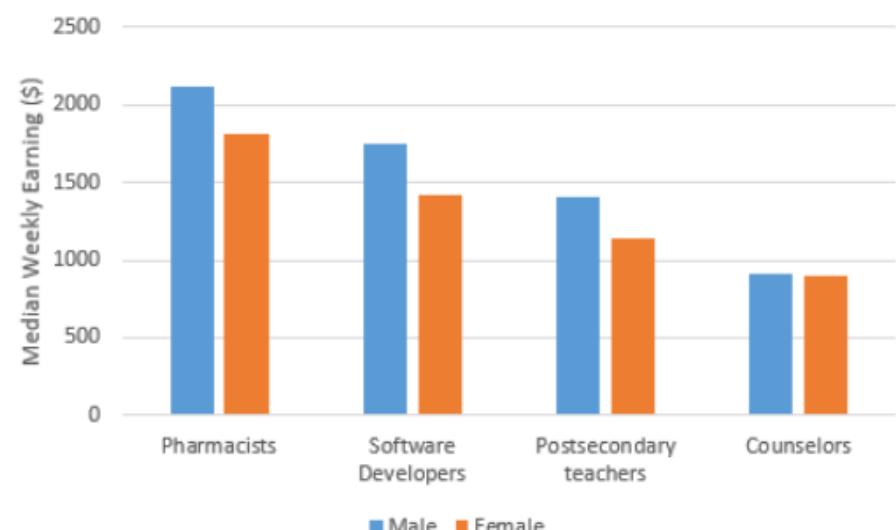
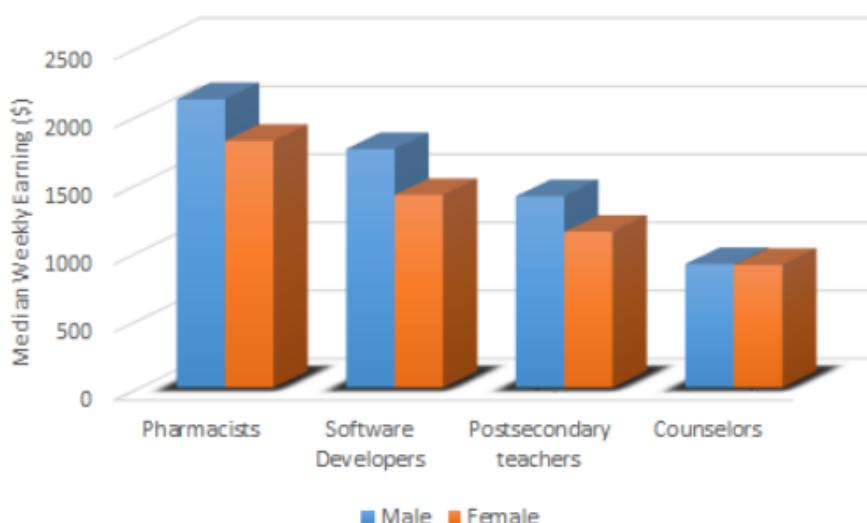
Explorative Analyse | Visualisierung

Prinzipien guter Visualisierung (nach Edward Tufte)

1. Maximieren Sie das Daten-Tinte Verhältnis (*data-ink ratio*)

$$q = \frac{\text{Tintenmenge für die Darstellung von Daten}}{\text{Gesamtintenmenge für die Darstellung der Abbildung}}$$

auf Deutsch: sogenannte Tinte für so viele Daten wie möglich



Explorative Analyse | Visualisierung

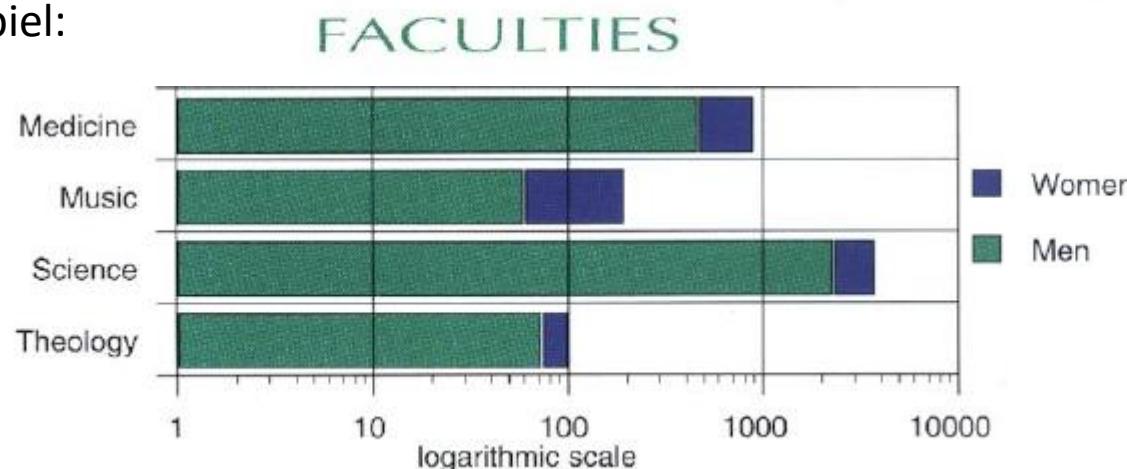
Prinzipien guter Visualisierung (nach Edward Tufte)

2. Minimieren Sie den Lügenfaktor (*lie factor*)

$$l = \frac{\text{Größe eines Effekts in der Abbildung}}{\text{Größe des Effekts in den Daten}} \quad (*)$$

auf Deutsch: Leiten Sie Ihre Publikum nicht fehl.

Negativ-Beispiel:



(logarithmische Darstellung suggeriert kleineren Frauenanteil)

Explorative Analyse | Visualisierung

Prinzipien guter Visualisierung (nach Edward Tufte)

2. Minimieren Sie den Lügenfaktor (*lie factor*)

$$l = \frac{\text{Größe eines Effekts in der Abbildung}}{\text{Größe des Effekts in den Daten}} \quad (*)$$

auf Deutsch: Leiten Sie Ihre Publikum nicht fehl.

Fragwürdige Praktiken:

- Mittelwerte ohne Standardabweichung zeigen
- Interpolierte Werte ohne tatsächliche Daten zeigen
- Seitenverhältnis manipulieren, um Daten zu dramatisieren
(siehe Vorlesung 3; besser: Goldener Schnitt als Seitenverhältnis)
- Koordinatenursprung nicht zeigen
- *Tick Labels* bei numerischen Achsen nicht darstellen
- Achsen nicht oder irreführend beschriften

Explorative Analyse | Visualisierung

Prinzipien guter Visualisierung (nach Edward Tufte)

3. Minimieren Sie *Chartjunk*

Chartjunk: visuelle Elemente in Abbildungen, die unnötig sind oder das Verständnis erschweren

Typisch: unnötige 3D Effekte

4. Nutzen Sie angemessene Skalen und Beschriftungen. z.B. Beschriftung der Achsen

5. Farbe zum Darstellen von Eigenschaften Ihrer Daten – und nicht, um eine künstlerische (ästhetische) Aussage zu machen.

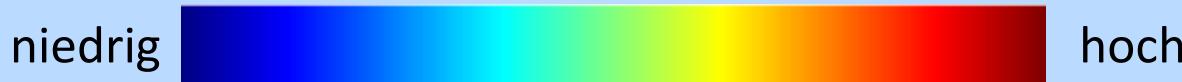
Weitere Hinweise zu Visualisierung finden Sie unter anderem im Paper „Ten Simple Rules for Better Figures“ von N.P. Rougier et al, PLOS Comput. Biol. 10, e1003833, 2014

Explorative Analyse | Visualisierung

Aktivität

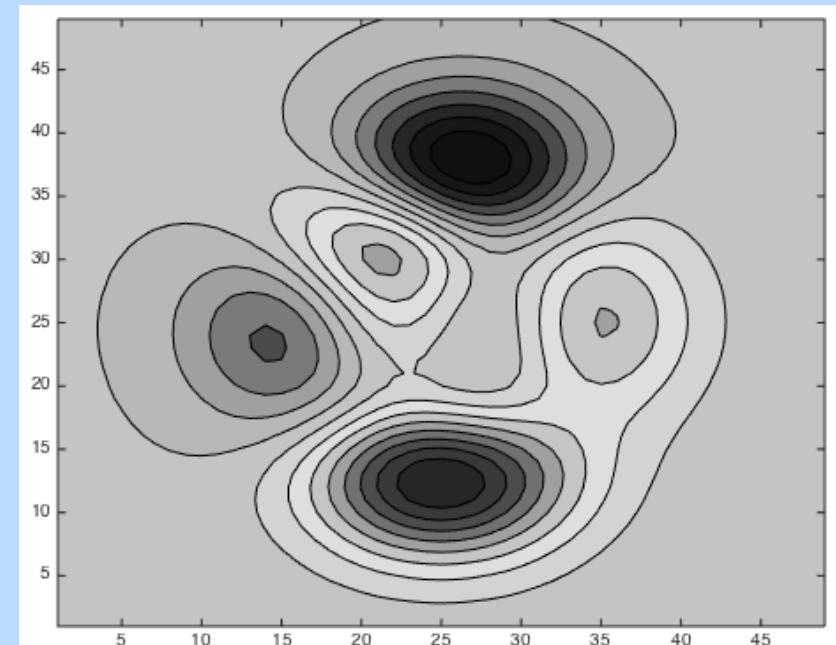
Arbeiten Sie mit Ihrem Banknachbarn zusammen.

1. Betrachten Sie den folgenden Farbverlauf namens „Jet“



Die rechts stehende Abbildung wurde mit dem Farbverlauf erzeugt und dann in Graustufen ausgedruckt.

2. Identifizieren Sie: Wo sind die Minima, wo die Maxima in der rechten Abbildung?
3. Sammeln Sie: Was finden Sie problematisch?

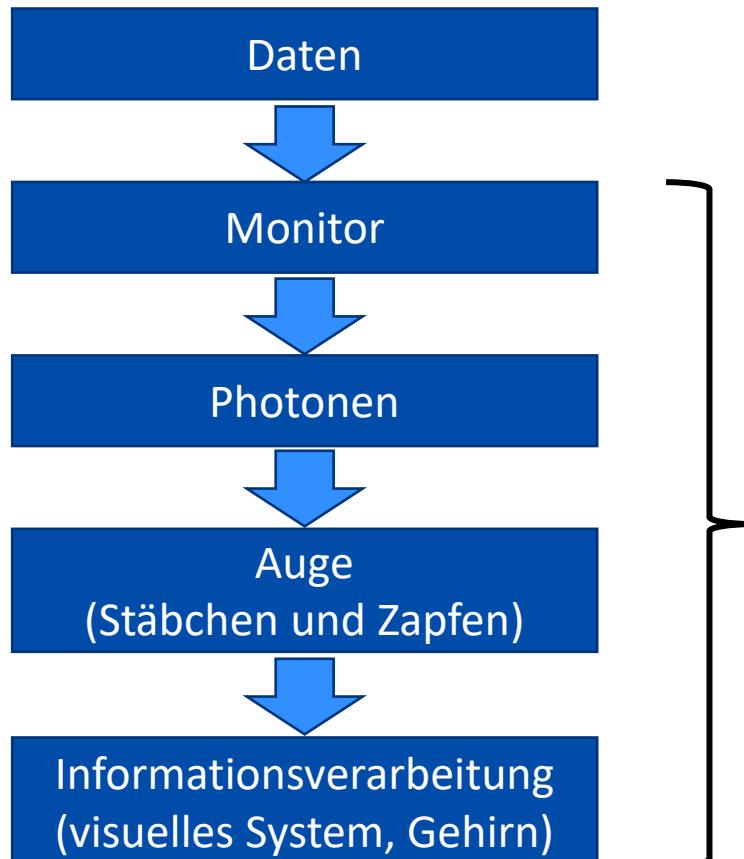


Explorative Analyse | Visualisierung

Explorative Analyse | Visualisierung

Explorative Analyse | Visualisierung

Warum sehen Sie mit Farbverlauf *Jet* (und einigen anderen) vermeintliche Eigenschaften in den Daten? → menschliche **Farbwahrnehmung**



Was wir eigentlich wollen:

Gleiche Unterschiede zwischen Datenpunkten sollen sich in gleichen *perzeptuellen (wahrnehmbaren)* Unterschieden in den Farben widerspiegeln.

Modell f der menschlichen Farbwahrnehmung.

Beispiel:

Farberscheinungsmodell

„CAM 02 UCS“¹ der internationalen Beleuchtungskommission CIE in Wien

Explorative Analyse | Visualisierung

Kernidee:

- Gleiche *wahrnehmbare* Farbunterschiede für gleiche Unterschiede in den Daten.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{df}{dx} \stackrel{!}{=} \text{const}$$

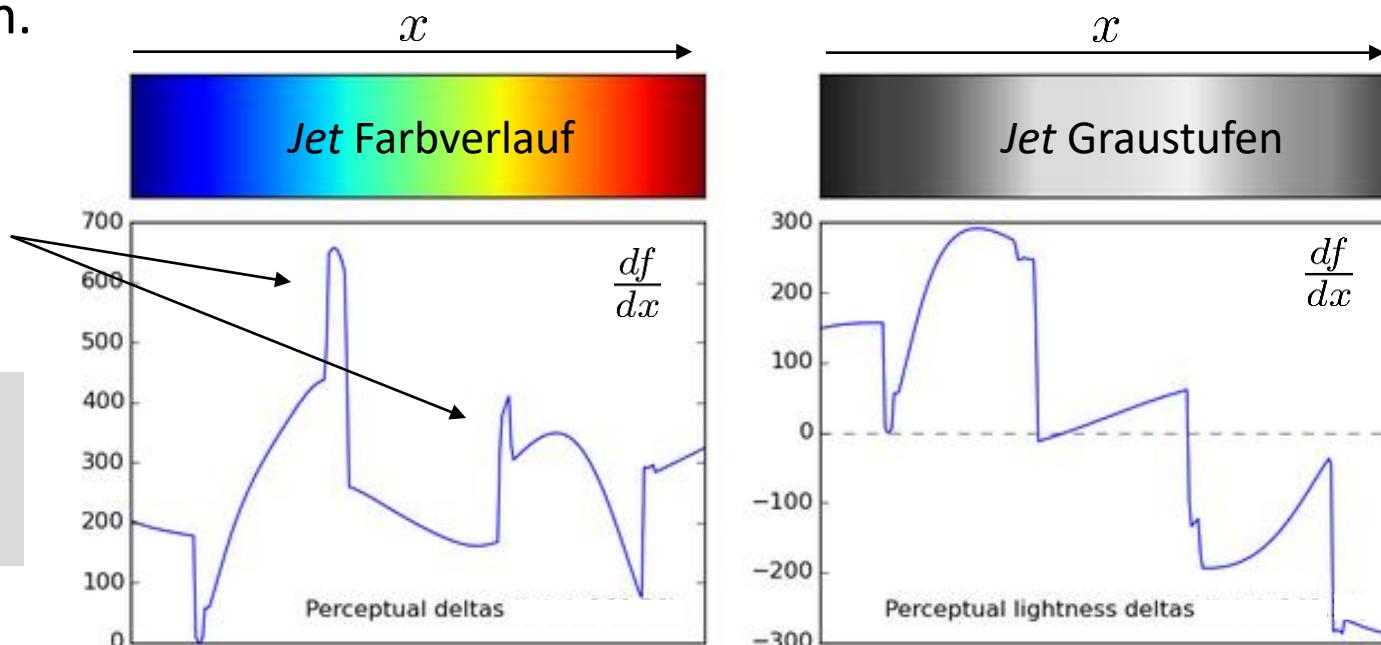


Beispiel:

- Daten $x = [0.1, 0.2, 0.8, 0.9]$
- Unterschiede $\Delta x^{(1)} = x_2 - x_1 = 0.1$ und $\Delta x^{(2)} = x_4 - x_3 = 0.1$ sind identisch und sollen zum identisch großen Farbunterschied Δf führen.

Peaks bei cyan und gelben Bereichen

Beobachtung:
 $\frac{df}{dx} \neq \text{const}$



Explorative Analyse | Visualisierung

Kernidee:

- Gleiche *wahrnehmbare* Farbunterschiede für gleiche Unterschiede in den Daten.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{df}{dx} \stackrel{!}{=} \text{const}$$

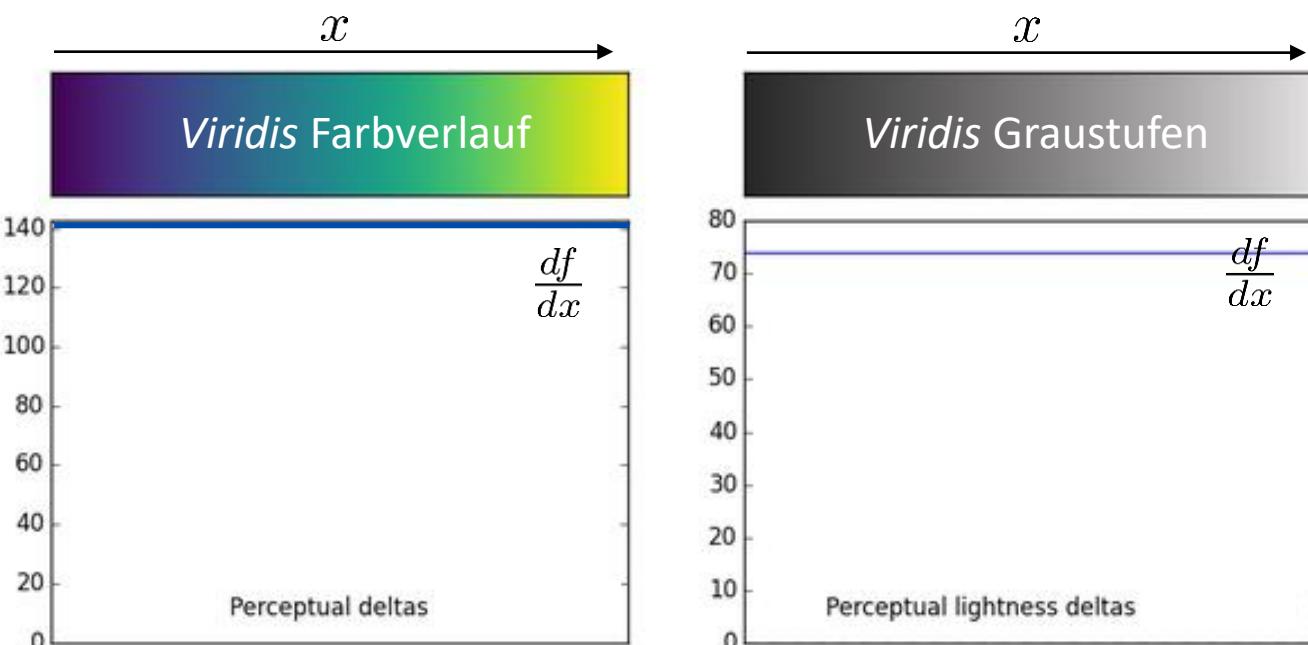


Beispiel:

- Daten $x = [0.1, 0.2, 0.8, 0.9]$
- Unterschiede $\Delta x^{(1)} = x_2 - x_1 = 0.1$ und $\Delta x^{(2)} = x_4 - x_3 = 0.1$ sind identisch und sollen zum identisch großen Farbunterschied Δf führen.

Beobachtung:

$$\frac{df}{dx} = \text{const}$$



Explorative Analyse | Visualisierung

F

Viridis und andere Farbverläufe:

- optimiert hinsichtlich Farbwahrnehmung
- nutzbar auch bei Graustufendruck
- optimiert hinsichtlich verschiedener Farbfehlsichtigkeiten
(beispielsweise Rot/Grün Sehschwäche)

Frage

- Wieviel Prozent aller Menschen haben eine Form der Farbfehlsichtigkeit?

- Wieviel Prozent aller Menschen haben eine Rot/Grün Farbfehlsichtigkeit?

Magma



Inferno



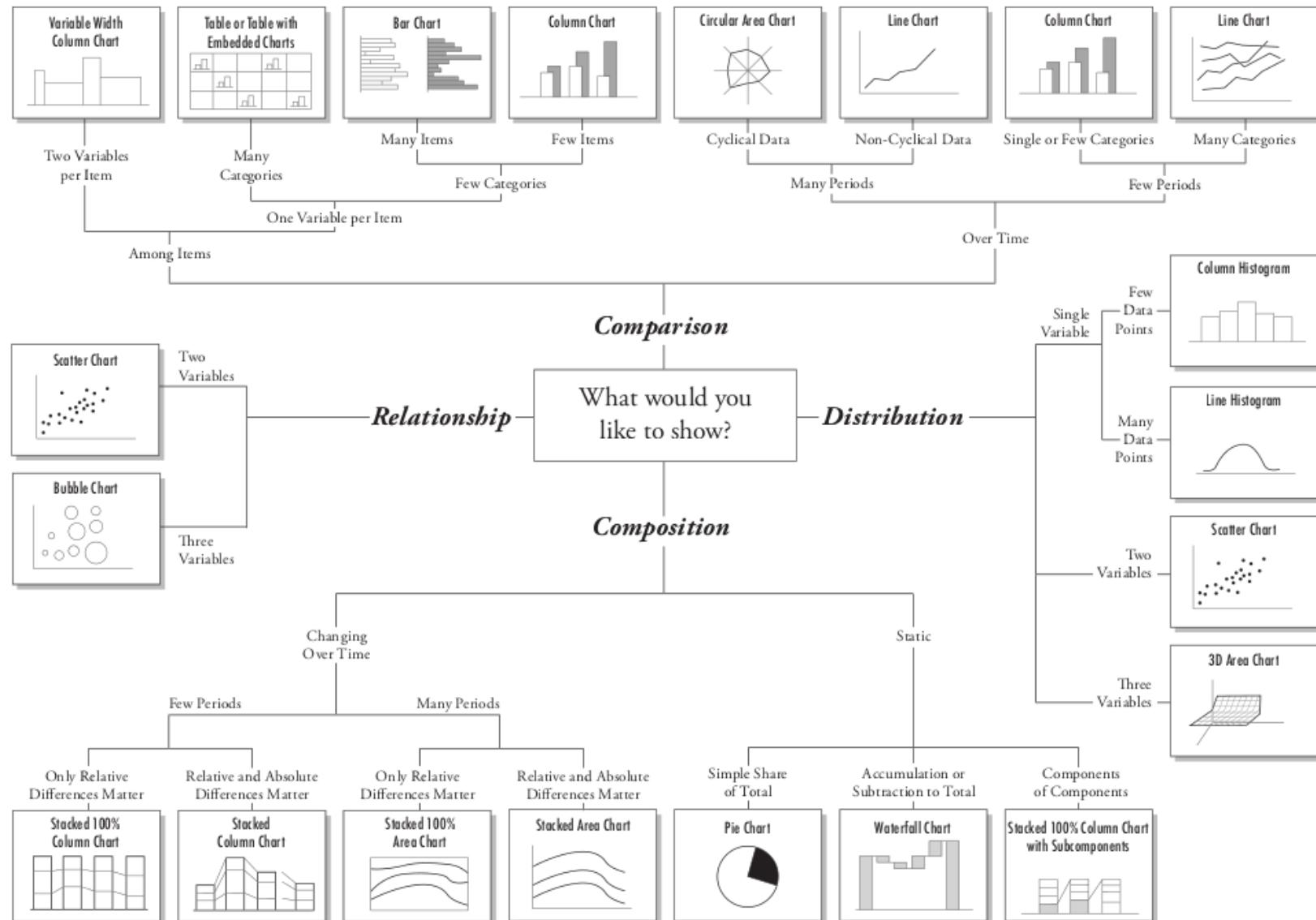
Plasma



Viridis



Explorative Analyse | Visualisierung



Multivariate explorative Analyse

Multivariate Explorative Analyse

Bisher:

- Methoden der *univariaten* deskriptiven Statistik und explorativen Analyse (Kennzahlen für Lage und Streuung, Boxplots, ...)
- *univariate* Daten: eindimensionale Daten (=ein Merkmal bzw. Feature)

Jetzt:

- Methoden der *multivariaten* deskriptiven Statistik und explorativen Analyse
- *multivariate* (= mehrdimensionale) Daten – also Daten, die mehr als ein Feature (Merkmal) enthalten.

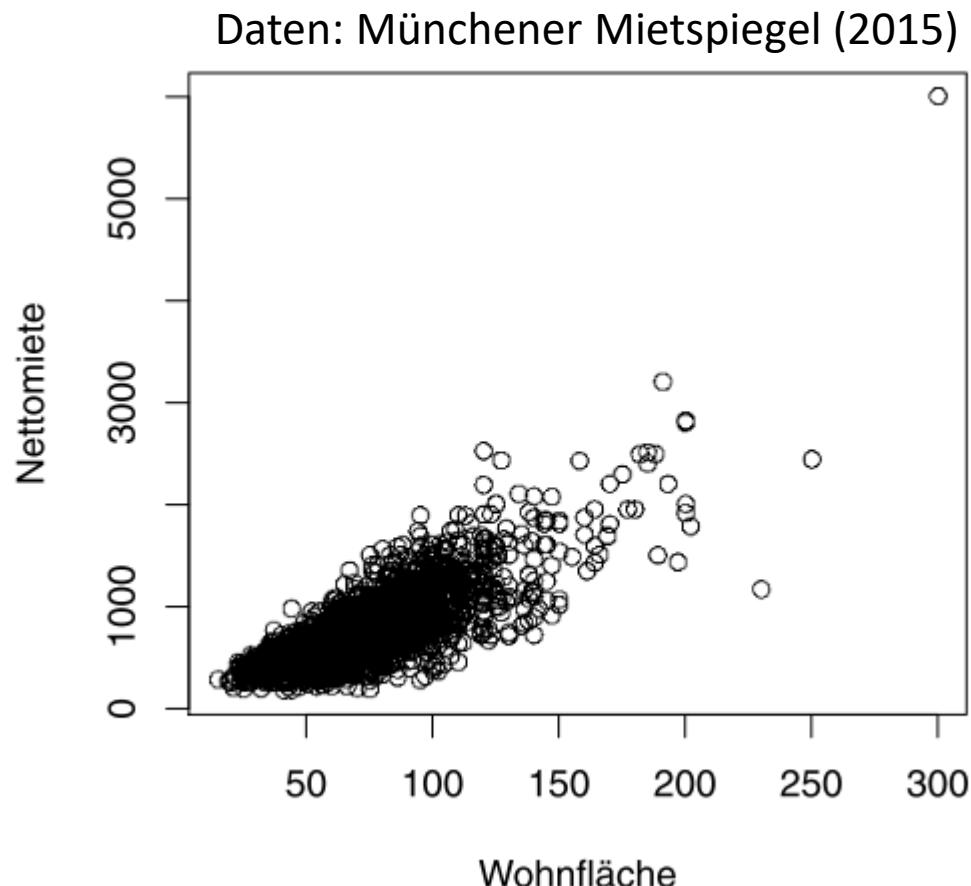
Beispiel:

- Charakterisierung von Mietpreisen für Wohnungen (univariat)
- Charakterisierung von Abhängigkeiten zwischen Mietpreisen und Zimmeranzahl (multivariate Beschreibung)

Multivariate Explorative Analyse

Scatterplot (Streudiagramm)

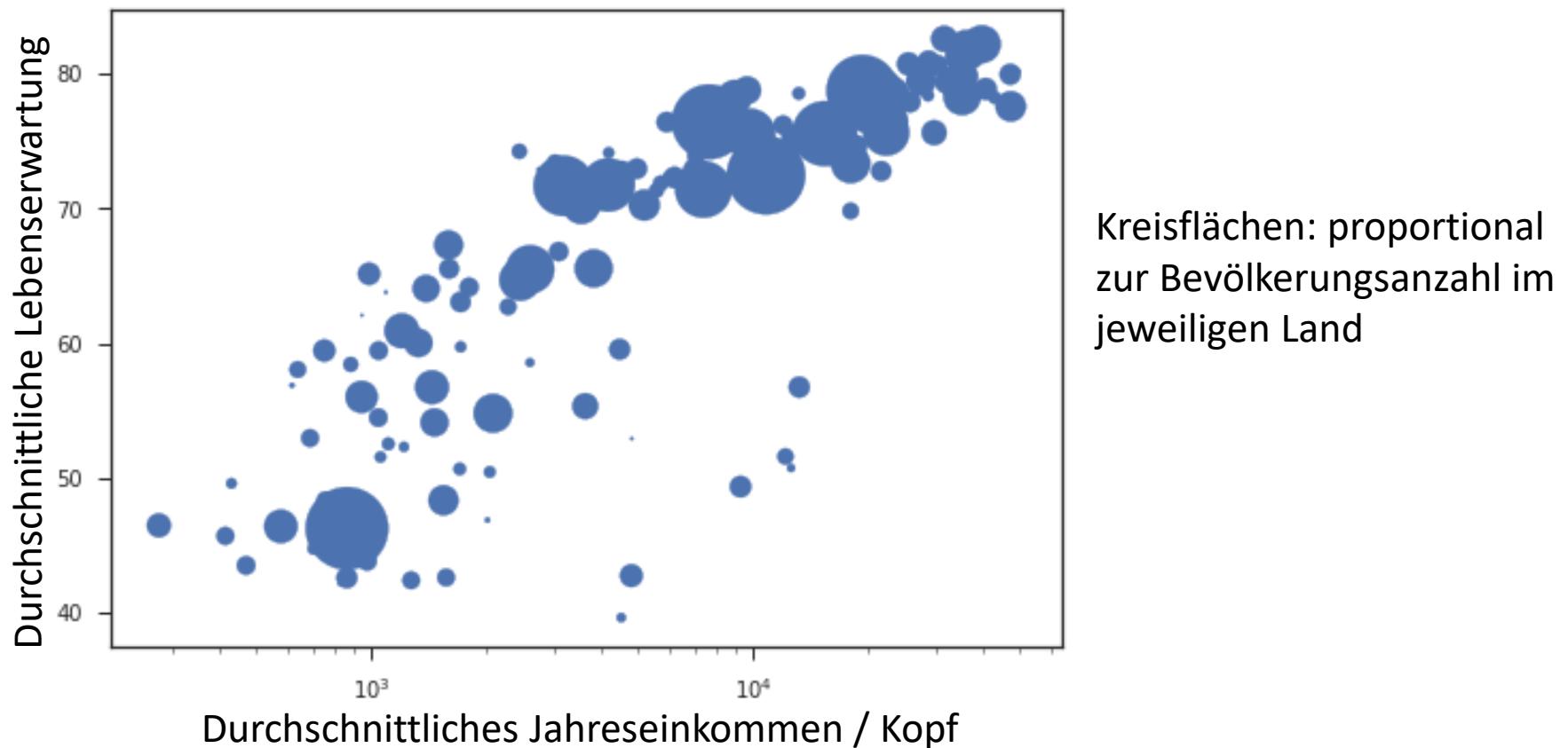
- Darstellung der Wertepaare (x_i, y_i) zweier Features (Merkmale) X, Y
→ bivariate Darstellung
- Erleichtert Identifikation von Abhängigkeitsstrukturen zwischen Merkmalen



Multivariate Explorative Analyse

Bubble Chart (Blasendiagramm)

- Darstellung der Wertetupel (x_i, y_i, z_i) dreier Features (X, Y, Z)
→ trivariate Darstellung



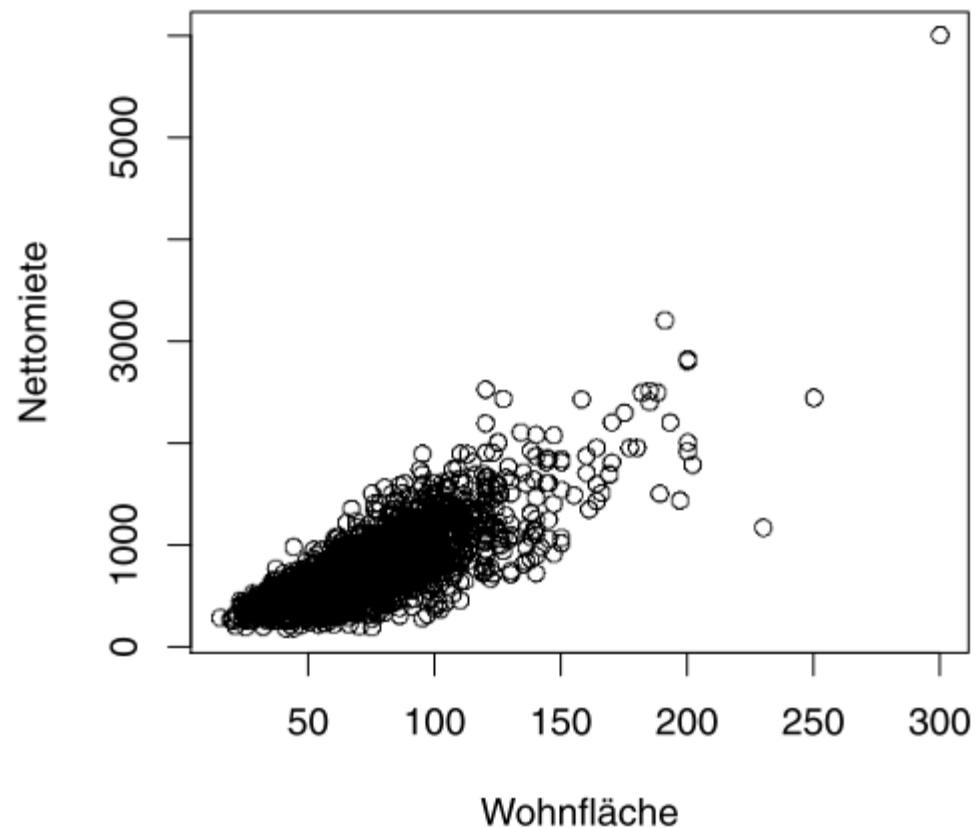
M'variate Explorative Analyse | Zusammenhangsmaße

Charakterisierung von Zusammenhängen durch
Zusammenhangsmaße (Interdependenzmaße)

Klassen von bivariaten Maßen:

- 1. Maße zur Quantifikation der **Stärke** eines Zusammenhangs
- 2. Maße zur Charakterisierung der **Richtung** eines Zusammenhangs
- 3. Maße zur Charakterisierung der **Direkt-/Indirektheit** eines Zusammenhangs [meist tri- oder n-variate ($n \geq 3$) Maße]

Daten: Münchener Mietspiegel (2015)



M'variate Explorative Analyse | Zusammenhangsmaße

Bivariate Maße zur Quantifikation der **Stärke** eines Zusammenhangs



1. Pearsons Korrelationskoeffizient
Charakterisierung der Stärke linearer Zusammenhänge
2. Spearmans Korrelationskoeffizient
Charakterisierung der Stärke monotoner Zusammenhänge

... und hunderte weitere Maße aus verschiedenen Domänen
(von der Chaosforschung bis hin zur Charakterisierung
feuernder Neuronen)

M'variate Explorative Analyse | Korrelationskoeffizient

Pearsons Korrelationskoeffizient

Seien X und Y Merkmale (Features). Seien (x_i, y_i) die Werte der Merkmale für eine Stichprobe der Größe n , und bezeichnen \bar{x}, \bar{y} die jeweiligen empirischen Mittelwerte.

Dann ist der Pearson Korrelationskoeffizient r definiert als

$$r = r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\tilde{s}_{XY}}{\tilde{s}_X \tilde{s}_Y}$$

← Kovarianz
← Standardabweichungen
der Stichproben

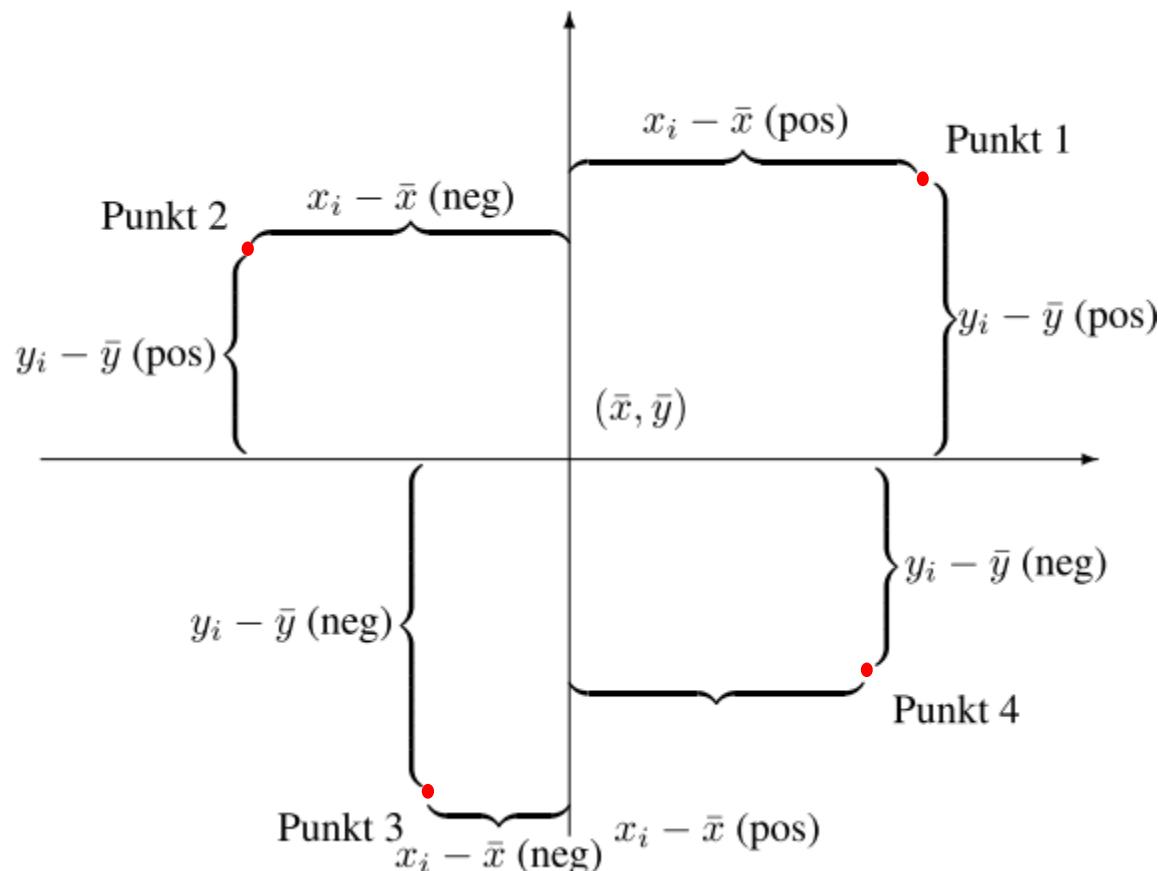
$$\text{mit } \tilde{s}_X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \tilde{s}_Y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$\tilde{s}_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

M'variate Explorative Analyse | Korrelationskoeffizient

$$\text{Kovarianz } \tilde{s}_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Vorzeichen jedes Summanden ergibt sich aus Lage von (x_i, y_i) gegenüber (\bar{x}, \bar{y})



M'variate Explorative Analyse | Korrelationskoeffizient

Bemerkungen:

1. r ist normiert: $-1 \leq r \leq 1$
2. r misst Stärke des linearen Zusammenhangs:

Je näher die Messwerte an einer Geraden liegen,
desto näher liegt r bei 1 (Gerade hat positive Steigung)
bzw. bei -1 (Gerade hat negative Steigung)

3. schwache Korrelation: $|r| < 0.5$
mittlere Korrelation: $0.5 \leq |r| < 0.8$
starke Korrelation: $|r| \geq 0.8$

M'variate Explorative Analyse | Korrelationskoeffizient

Frage

Welche ungefähren Werte für den Korrelationskoeffizienten erhalten Sie in nebenstehenden Beispielen?

M'variate Explorative Analyse | Zusammenhangsmaße

Bivariate Maße zur Quantifikation der **Stärke** eines Zusammenhangs

1. Pearsons Korrelationskoeffizient
Charakterisierung der Stärke linearer Zusammenhänge
2. Spearmans Korrelationskoeffizient
Charakterisierung der Stärke monotoner Zusammenhänge



... und hunderte weitere Maße aus verschiedenen Domänen
(von der Chaosforschung bis hin zur Charakterisierung
feuernder Neuronen)

M'variate Explorative Analyse | Korrelationskoeffizient

Spearmans Korrelationskoeffizient

... entspricht dem Pearson Korrelationskoeffizienten, allerdings für die Ränge der Werte.

Seien die Werte x_i einer Stichprobe der Größe n des Merkmals X geordnet:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

Dann ist der Rang eines Wertes definiert als:

$$rg(x_i) = i$$

Tritt ein und derselbe Wert mehrfach auf, dann spricht man von *Tie* bzw *Bindung*. Der Rang aller identischen Werte wird mit dem Mittelwert der Ränge dieser Werte ersetzt.