

RECHEN- UND KOMMUNIKATIONSZENTRUM
DER RWTH AACHEN,
Prof. Horst Schäfer

Klausur zu Statistik, am 28.09.2004

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Kenn-Nummer:

Unterschrift:

	max. Punktzahl
Aufgabe 1)	(6)
Aufgabe 2)	(6)
Aufgabe 3)	(6)
Aufgabe 4)	(6)
Aufgabe 5)	(6)
Aufgabe 6)	(6)
Aufgabe 7)	(6)
Aufgabe 8)	(6)
Gesamtpunkte:	Note:

Aufgabe 1

Die in einem Werk hergestellten Erzeugnisse werden drei verschiedenen Prüfungen unterzogen. Die erste Prüfung übersteht das Erzeugnis mit der Wahrscheinlichkeit 0,9, die zweite mit der Wahrscheinlichkeit 0,7, die dritte mit der Wahrscheinlichkeit 0,8. Unter entsprechenden Unabhängigkeitsannahmen bestimme man die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

- a) A - das Erzeugnis übersteht alle Prüfungen;
- b) B - das Erzeugnis übersteht genau zwei Prüfungen;
- c) C - das Erzeugnis übersteht mindestens zwei Prüfungen.

Aufgabe 2

Bei einer Prüfung auf Funktionsfähigkeit eines elektronischen Bauteils wird ein defektes Bauteil mit 98%iger Sicherheit als defekt und ein normal arbeitendes mit 99%iger Sicherheit als funktionstüchtig erkannt. Die Fertigung arbeitet mit einem Anteil von 0,5% defekten Bauteilen (Erfahrungswert). Wie groß ist unter diesen Voraussetzungen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- a) ein geprüftes Bauteil dieser Fertigung als defekt eingestuft wird?
- b) ein als defekt eingestuftes Bauteil auch tatsächlich defekt ist?
- c) ein als funktionstüchtig eingestuftes Bauteil defekt ist?

Aufgabe 3

Eine Notrufzentrale wird in der Zeit zwischen 16.00 Uhr und 17.00 Uhr durchschnittlich von 30 Anrufen erreicht. Ein Totalausfall der Telefonanlage ist technisch auf maximal 60s begrenzt. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass während eines derartigen Totalausfalls

- a) kein Notruf
- b) genau ein Notruf
- c) mindestens zwei Notrufe

nicht angenommen werden können.

(Tipp: Die Anzahl der Anrufe in einem Zeitintervall ist Poisson - verteilt!)

Aufgabe 4

Für welche Konstante a ist die Funktion

$$f(x) = \frac{a \cdot e^x}{(1 + e^x)^2}$$

eine Verteilungsdichte? Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $\{-1 < X < 1\}$ unter der Bedingung $\{X > 0\}$.

(Tipp: Falls Sie integrieren müssen, versuchen Sie die Substitution $t = e^x$.)

Aufgabe 5

Das Erzeugnis eines Produktionsprozesses ist von erster Wahl, wenn das normalverteilte Qualitätsmerkmal größer als 110 ist, es ist von zweiter Wahl, wenn das Qualitätsmerkmal zwischen 110 und 100 liegt, die verbleibenden Erzeugnisse bilden den Ausfall der Produktion. Für $\mu = 110$ und $\sigma = 5$ berechne man die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- a) A - das Erzeugnis ist erste Wahl
- b) B - das Erzeugnis ist zweite Wahl
- c) C - das Erzeugnis ist Ausfall
- d) D - von 5 Erzeugnissen sind 3 erste Wahl

Aufgabe 6

Aus einer Urne, in der sich zwei Kugeln mit der Ziffer „1“ und drei Kugeln mit der Ziffer „2“ befinden, werden ohne Zurücklegen 2 Kugeln entnommen. Es seien die folgenden Zufallsgrößen definiert:

- X_1 = Ziffer der beim 1. Versuch gezogenen Kugel ($x_1 = 1$ oder $x_1 = 2$)
- X_2 = Ziffer der beim 2. Versuch gezogenen Kugel ($x_2 = 1$ oder $x_2 = 2$)

Man bestimme die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion, die Randwahrscheinlichkeitsfunktionen der Zufallsgrößen und prüfe die Zufallsgrößen auf Unabhängigkeit.

Aufgabe 7

Bei einem schrägen Wurf wird ein Körper (z.B. ein Ball) mit der Geschwindigkeit v_0 unter einem Winkel α zur Horizontalen abgeschossen. Die Flugzeit beträgt dann

$$t = \frac{2 v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

wobei $\alpha \in [0; \pi/2]$ ein physikalisch sinnvolles Intervall für α ist; g ist die konstante Erdbeschleunigung. Durch eine beschädigte Halterung sei der Abschusswinkel α nicht mehr stabil, sondern gleichverteilt im Intervall $[\pi/4; \pi/2]$. Berechnen Sie den Erwartungswert der Flugzeit.

Aufgabe 8

Nach der Wartung einer Maschine soll anhand einer Stichprobe des Umfangs $n = 12$ überprüft werden, ob die Streuung eines bestimmten Merkmals innerhalb eines wirtschaftlich akzeptablen Bereiches liegt. Berechnen Sie dazu den zweiseitigen Vertrauensbereich zum Vertrauensniveau 0,95 für die Standardabweichung der Grundgesamtheit, wenn die Stichprobenvarianz $s^2 = 2$ ergeben hat.