

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN,  
FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH  
IT CENTER DER RWTH AACHEN

M.Hollstein, A.Kleefeld, H.Schäfer

BACHELORSTUDIENGANG „SCIENTIFIC PROGRAMMING“  
bzw. „ANGEWANDTE MATHEMATIK UND INFORMATIK“  
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Stochastik, SoSe 2022-2, am 12.09.2022

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Unterschrift: \_\_\_\_\_

max. Punktzahl

Aufgabe 1)  (6)

Aufgabe 2)  (6)

Aufgabe 3)  (6)

Aufgabe 4)  (6)

Aufgabe 5)  (6)

Aufgabe 6)  (6)

Aufgabe 7)  (6)

Aufgabe 8)  (6)

Gesamtpunkte:

Note:

**1. Aufgabe****6 Punkte**

Die Unsicherheit der letzten Monate hat zu ungewöhnlichem Aktien-Kaufverhalten an den Börsen geführt. Die Matse-Analyst-Corporate-Zock Company hat dabei folgendes herausgefunden: Falls der Dax steigt, kaufen 6% ihrer Kunden, falls er fällt, kaufen 10% der Kunden Aktien. Der Index ist nie auf einem Wert konstant geblieben, sondern schwankt ständig.

- a) Das mit KI-Methoden arbeitende Analystenteam schätzt aufgrund der heutigen Daten die Wahrscheinlichkeit, dass der Index morgen steigt, auf 85%. Wie hoch wäre dann morgen die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kunde keine Aktien kauft?
- b) An einem anderen Tag schätzt das Analystenteam, dass ca. 7% der Kunden Aktien kaufen werden. Wie hoch schätzte das Team demnach die Wahrscheinlichkeit, dass der Dax steigen wird?



**2. Aufgabe****6 Punkte**

Um ein zweites Standbein zu haben, betreibt die Matse-Analyst-Corporate-Zock Company ein Restaurant, in dem für eine "Flatrate" von 5 Euro beliebig viele Portionen eines einfachen Tagesgerichtes gegessen werden können. Die Anzahl  $X$  der Portionen pro Gast ist eine Zufallsvariable und besitzt folgende Verteilung:

$$P(X = 1) = 0,15; \quad P(X = 2) = 0,45; \quad P(X = 3) = 0,30; \quad P(X = 4) = 0,10$$

- a) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von  $X$ .
- b) Die variablen Kosten pro Portion betragen 1,10 Euro; die Fixkosten betragen 1,40 Euro pro Gast. Wie hoch sind Erwartungswert und Varianz des Gewinnes bei einem Gast?
- c) Man rechnet im Restaurant mit 500 Gästen täglich. Um den geplanten Börsengang realisieren zu können, muss täglich ein Gewinn von mindestens 700 Euro erzielt werden. Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Ziel erreicht wird. (Tipp: Zentraler Grenzwertsatz!)



**3. Aufgabe****6 Punkte**

Die Matse-Analyst-Corporate-Zock Company plant den Einstieg in das Immobiliengeschäft. Aus seriösen Quellen stammt die Information, dass die Nettomiete von bestimmten Wohnungen eines Stadtteils den Erwartungswert 570 Euro hat und die Standardabweichung 70 Euro beträgt. Die Company zieht eine unabhängige Zufallsstichprobe von 60 solcher Wohnungen. Geben Sie mit Hilfe der Ungleichung von Tschebyscheff ein um den Erwartungswert symmetrisches Intervall an, in dem das Stichprobenmittel mit 95% -Wahrscheinlichkeit liegt.



**4. Aufgabe****6 Punkte**

Zum Einstieg in das Geschäft mit Photovoltaik lässt die Matse-Analyst-Corporate-Zock Company eine Untersuchung zur Zuverlässigkeit von Photovoltaik-Anlagen erstellen. Es werden in 70 unterschiedlichen Wohngebieten jeweils 100 Photovoltaik-Anlagen ausgewählt, die auf eine bestimmte Störung hin untersucht werden. Die Ergebnisse sind in nachfolgender Tabelle dargestellt. (Klassifizierte diskrete Daten werden behandelt wie klassifizierte stetige Daten.)

Anzahl der gestörten Anlagen	Anzahl der Wohngebiete
$[0; 20]$	25
$(20; 40]$	20
$(40; 80]$	15
$(80; 100]$	10

- Erstellen Sie ein Histogramm.
- Bestimmen Sie den Median und das untere Quartil.
- Zeichnen Sie die auf den klassifizierten Daten basierende Approximation der empirischen Verteilungsfunktion.





**5. Aufgabe****6 Punkte**

Gegeben sei eine Stichprobe  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  von unabhängig identisch verteilten Zufallsvariablen, wobei für die Dichte von  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  gilt (mit  $\theta > 1$ ):

$$f(x_i; \theta) = \begin{cases} (\theta - 1) \cdot x_i^{-\theta} & \text{falls } x_i \geq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für  $\theta$ .
- b) Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzwert für  $\theta$  zur Beobachtung  $x = (1, 8; 2; 2, 1; 2, 1; 2, 3; 2, 5; 2, 5)$ .



**6. Aufgabe****6 Punkte**

Für solarthermische Anlagen werden Rohre mit einer Länge von 355mm benötigt. Eine Säge, deren Präzision durch die Standardabweichung  $\sigma = 0,6\text{mm}$  charakterisiert ist, soll Rohre mit einer Länge von 355mm absägen. Die Rohrlänge hat sich als normalverteilt erwiesen.

Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$  anhand der Stichprobe

355,8mm; 355,7mm; 354,1mm; 355,1mm; 354,9mm 355,1mm,

ob die Maschine richtig eingestellt ist.



**7. Aufgabe****6 Punkte**

Nach Abklingen der Corona – Pandemie steigt die Reiselust wieder an; dabei kommen einige organisatorische Schwierigkeiten auf. Das Reisebüro eines Ferienortes steht vor dem Problem, 9 unangemeldet aufgetauchte Touristen auf 3 Hotels verteilen zu müssen. Jedes Hotel hat noch mindestens 9 freie Plätze.

- a) Auf wie viele Arten ist dies möglich,
  - i) wenn die Touristen als unterscheidbar angesehen werden?
  - ii) wenn die Touristen als nicht unterscheidbar angesehen werden?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im 1. Hotel 2 Touristen, im 2. Hotel 3 Touristen und im 3. Hotel 4 Touristen untergebracht werden, wenn die Touristen als unterscheidbar angesehen werden?



**8. Aufgabe****6 Punkte**

Eine weitere Säge im Produktionsprozess für solarthermische Anlagen schneidet Metallrahmen zu. Es kann angenommen werden, dass die Länge eines Rahmens  $X$  normalverteilt ist mit unbekanntem Erwartungswert  $\mu$  und Varianz  $\sigma^2 = 0,03^2 \text{ m}^2$ . Bei 25 Rahmen, deren Länge man gemessen hat, ergab die Stichprobe ein arithmetisches Mittel von  $\bar{X}_{25} = 10,1 \text{ m}$ .

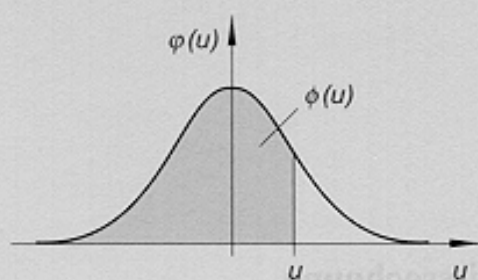
- a) Berechnen Sie ein 95% Konfidenzintervall für den unbekannten Parameter  $\mu$ .
- b) Unter der Annahme, dass der Parameter  $\mu$  im berechneten konkreten Konfidenzintervall (auf zwei Nachkommastellen gerundet) liegt, bestimme man eine obere Schranke für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brett höchstens  $10,08 \text{ m}$  lang ist.







## Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung



Schrittweite:  $\Delta u = 0,01$

Für *negative* Argumente verwende man die Formel

$$\phi(-u) = 1 - \phi(u) \quad (u > 0)$$

Für  $u \geq 4$  ist  $\phi(u) \approx 1$ .

$u$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5639	0,5675	0,5714	0,5754
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8398
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

