

Aufgabe 1 In einem Spielcasino im nördlichen Rio Grande do Sul pflegt man seit altersher ein Spiel zu spielen, das auch „Je voller der Kopf, desto größer das Glück“ genannt wird. Dabei werden drei nicht unterscheidbare Kugeln beliebig auf drei Behältnisse (hier Köpfe genannt) A, B und C, verteilt. Das heißt, es können auch mehrere Kugeln in einem Kopf landen, oder auch gar keine. Anschließend ist zu raten, wieviele Kugeln in jedem Kopf sind.

- (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die drei nicht unterscheidbaren Kugeln auf die 3 unterscheidbaren Köpfe A, B und C zu verteilen?
- (b) Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, richtig zu raten, wenn man bei **einem** bestimmten Kopf (sei es Kopf A, B oder C) behauptet,
 - (1) er enthielte keine Kugel?
 - (2) er enthielte genau eine Kugel?

Aufgabe 2 In einer Urne liegen fünf Kugeln, zwei schwarze und drei weiße. Es wird eine Kugel gezogen, die Farbe notiert, und die Kugel wieder zurückgelegt. Anschließend wird das Ganze einmal wiederholt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B und C , die folgendermaßen definiert seien

- (a) $A = \{\text{keine Kugel ist schwarz}\}$
- (b) $B = \{\text{genau eine Kugel ist schwarz}\}$
- (c) $C = \{\text{zwei Kugeln sind schwarz}\}$

Aufgabe 3 Für ein Würfelexperiment mit einem auf bestimmte Weise verfälschten Würfel gilt die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Augenzahl i	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit $p_i = \mathbb{P}(i)$	p_1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	p_4	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

Bekannt ist ferner, dass eine gerade Zahl mit der Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(\text{gerade}) = \frac{1}{2}$ auftritt.

- (a) Berechnen Sie die unbekannten Einzelwahrscheinlichkeiten p_1 und p_4 .
- (b) Mit welchen Wahrscheinlichkeiten treten dabei die Ereignisse $A = \{1,6\}$ und $B = \{2,3,4\}$ auf?

Aufgabe 4 In einer Stadt werden drei verschiedene Verkehrskontrollen durchgeführt:

- A : Kontrolle auf gültige Fahrzeugpapiere
- B : Kontrolle auf funktionierende Bremsen
- C : Kontrolle auf funktionierendes Licht

Es gilt:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A) &= 0,3 & \mathbb{P}(B) &= 0,25 & \mathbb{P}(C) &= 0,2 \\ \mathbb{P}(A \cap B) &= 0,12 & \mathbb{P}(A \cap C) &= 0,1 & \mathbb{P}(B \cap C) &= 0,08 & \text{und} & \mathbb{P}(A \cap B \cap C) &= 0,05 \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrzeug bei mindestens einer der drei Kontrollen beanstandet wird.

Aufgabe 5 Bei einer Umfrage unter 200 Personen zu ihren bevorzugten Freizeitaktivitäten ergaben sich folgende Ergebnisse:

- 80 gehen gerne schwimmen
- 75 fahren gerne Fahrrad
- 60 gehen gerne wandern
- 30 gehen gerne schwimmen und fahren Fahrrad
- 25 gehen gerne schwimmen und wandern
- 20 fahren gerne Fahrrad und gehen wandern
- 10 finden alle drei Aktivitäten gut

Bestimmen Sie für die folgenden beiden Ereignisse die Wahrscheinlichkeit.

- (a) Eine Person mag mindestens eine dieser drei Aktivitäten.
 (b) Eine Person mag keine dieser drei Aktivitäten.

Aufgabe 6 Für die Ereignisse A, B gelte $\mathbb{P}(A) = 0,4$; $\mathbb{P}(B) = 0,3$ und $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,2$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse und interpretieren Sie diese Ereignisse anschaulich.

- (a) \bar{A} (b) \bar{B} (c) $A \cup B$ (d) $\bar{A} \cap B$ (e) $A \cap \bar{B}$ (f) $\bar{A} \cup \bar{B}$

Aufgabe 7 Bei der Fertigung eines Loses Elektronenröhren in der Probefertigung treten drei Fehlerarten auf:

F_1	zu niedrige Kathodenemission	Anteil 15%
F_2	Schluss	Anteil 5%
F_3	Isolationsfehler	Anteil 10%

Die Entstehung der verschiedenen Fehlerarten ist völlig unabhängig voneinander, die Fehler schließen sich aber gegenseitig nicht aus.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Röhre fehlerhaft ist?
 (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Röhre alle drei Fehlerarten aufweist?