

## Grundlagen der Algebra

### Tutorium - Blatt 3

---

Das Blatt wird vom 30.10.2025 bis zum 04.11.2025 in den Tutorien besprochen.

---

#### Aufgabe 1 (Rechtsinverse Abbildung, Satz 2.23(2))

Sei  $f: M \rightarrow N$  eine Abbildung. Zeigen Sie:

Genau dann ist  $f$  surjektiv, wenn eine Abbildung  $h: N \rightarrow M$  mit  $f \circ h = \text{Id}_N$  existiert. Jedes derartige  $h$  ist injektiv und heißt auch eine *Rechtsinverse* von  $f$ .

#### Aufgabe 2 (Abbildungen untersuchen)

Sei

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x^2 + 2x \quad \text{und} \quad g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}: x \mapsto 3x - 1$$

- Bestimmen Sie die Fasern von  $0, -1$  und  $-2$  unter den Abbildungen  $f$  und  $g$ .
- Untersuchen Sie  $f$  und  $g$  auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.
- Wie können Sie Definitionsbereich und/oder Wertebereich von  $f$  einschränken, sodass Sie eine bijektive Funktion  $h$  erhalten?

#### Aufgabe 3 (Differenzmenge abbilden)

Seien  $M, N$  nicht-leere Mengen,  $f: M \rightarrow N$  eine Abbildung und  $M_1, M_2 \subseteq M$ ,  $N_1, N_2 \subseteq N$ . Beweisen oder widerlegen Sie:

- $f^{-1}(N_1 \setminus N_2) = f^{-1}(N_1) \setminus f^{-1}(N_2)$
- $f(M_1 \setminus M_2) = f(M_1) \setminus f(M_2)$