$\boxed{3.}$ Übungsaufgaben LA II, SS 25

****

(Abgabe: 02.05.)

Aufgabe H9. Sei $f \in \mathrm{End}(V)$ mit $\dim(V) < \infty$, so dass $\mathcal{X}_f$ über K in Linearfaktoren zerfällt. Zeigen Sie, dass es ein diagonalisierbares $f_d \in \mathrm{End}(V)$ und ein nilpotentes $f_n \in \mathrm{End}(V)$ gibt mit

$$f = f_n + f_d \quad \text{und} \quad f_n \circ f_d = f_d \circ f_n.$$

Zudem sind f_n und f_d eindeutig bestimmt.

Aufgabe H10. Sei $p \in K[X]$ ein normiertes Polynom vom Grad $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass es nur endlich viele Konjugationsklassen $[A]$ in $K^{n,n}$ gibt, so dass $\mathcal{X}_A = p$.

Aufgabe H11. Sei $A \in K^{n,n}$. Geben Sie einen Algorithmus an, welcher eine Matrix $S \in \mathrm{GL}_n(K)$ berechnet, so dass $S^{-1}AS = \mathrm{FNF}(A)$.

Aufgabe H12. Sei $f \in \mathrm{End}(V)$ mit $\dim(V) < \infty$. Zeigen Sie, dass $c_n(f) = \mu_f$.

****