FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Stochastik

FH Aachen – Studienstandort Aachen
10. Oktober 2025

Prof. Dr. Florian Heinrichs

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel

Roulette

12
24
13
28
2
11
33
10

- Auf welche Farbe sollten Sie setzen?
- Ereignisse unabhängig, Vorwissen unnütz

Zweifacher Würfelwurf

- $A \hat{=}$ "Augensumme $= 12$"
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit von A?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit von A, wenn die Augenzahl des ersten Würfels eine 6 ist?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit von A, wenn die Augenzahl des ersten Würfels eine 5 ist?
- Ereignisse abhängig, Vorwissen hilfreich

Interpretation

Seien A und B zwei Ereignisse.

- Wir haben die Unabhängigkeit von A und B interpretiert als:
  "B ist (anteilig) so häufig in A, wie in der Grundgesamtheit Ω."
- Insbesondere gilt
  $\mathbb{P}(B \text{ unter der Bedingung, dass } A \text{ eintritt}) = \mathbb{P}(B)$
- Falls A und B unabhängig sind, enthält A keine Informationen über B
- Wie können wir Informationen messen, falls A und B abhängig sind?
  - Beispiel: Für eine Klausur kann viel oder wenig gelernt werden. Was ist die Wahrscheinlichkeit für eine gute Note, falls viel gelernt wurde?
  - Lernaufwand und Note sind abhängig

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Definition 19

Seien A und B Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) > 0$. Die *bedingte Wahrscheinlichkeit* von B gegeben A ist definiert als

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)}.$$

Interpretation: $\mathbb{P}(B|A)$ gibt die Wahrscheinlichkeit von B an, unter der Bedingung, dass A eintritt.

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Bemerkung 2

Seien A und B Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) > 0$. Die folgenden Aussagen sind äquivalent:

1. $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$.
2. A und B sind unabhängig.

Beweis:

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel 47: Einfacher Würfelwurf

Betrachte beim einfachen Würfelwurf die folgenden Ereignisse:

$$A \hat{=} \text{“Die Augenzahl ist kleiner als } 4\text{”}$$
$$B \hat{=} \text{“Die Augenzahl ist gerade”}$$

Dann gilt $A \cap B = \{2\}$

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{1}{3}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Augenzahl kleiner als 4 ist, ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie gerade ist $\frac{1}{3}$.

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel 48: Zweifacher Würfelwurf

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen beim zweifachen Würfelwurf 12 ist?
Und unter der Voraussetzung, dass die erste Augenzahl 5 ist?
Betrachte die folgenden Ereignisse:

$$A \mathrel{\hat{=}} \text{“Die Summe der Augenzahlen ist } 12\text{”}$$
$$B \mathrel{\hat{=}} \text{“Die erste Augenzahl ist } 5\text{”}$$

Dann gilt $A \cap B = \varnothing$

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = 0$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel 49: Zweifacher Würfelwurf

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Augenzahlen beim zweifachen Würfelwurf 12 ist, unter der Voraussetzung, dass die erste Augenzahl 6 ist?
Betrachte die folgenden Ereignisse:

$$A \hat{=} \text{“Die Summe der Augenzahlen ist } 12\text{”}$$
$$C \hat{=} \text{“Die erste Augenzahl ist } 6\text{”}$$

Dann gilt:

$$\mathbb{P}(A|C) = \frac{\mathbb{P}(A \cap C)}{\mathbb{P}(C)} = \frac{1/36}{1/6} = \frac{1}{6}.$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Bemerkung 3

Seien A und B Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) > 0$. Falls $A \subset B$, folgt $\mathbb{P}(B|A) = 1$.

Beweis:

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Die bedingte Wahrscheinlichkeit definiert ein neues W'maß.

Bemerkung 4

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A \in \mathcal{A}$ ein Ereignis mit $\mathbb{P}(A) > 0$. Die Abbildung $B \mapsto \mathbb{P}(B|A)$ ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß, d.h. es gilt

(A1) $\forall B \in \mathcal{A} : \mathbb{P}(B|A) \geq 0$

(A2) $\mathbb{P}(\Omega|A) = 1$

(A3) $B_n \in \mathcal{A}, n \in \mathbb{N}$, paarweise disjunkt
$\implies \mathbb{P}(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} B_n|A) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(B_n|A)$

Insbesondere gilt auch

1. $\mathbb{P}(\varnothing|A) = 0$
2. $\mathbb{P}(B^c|A) = 1 - \mathbb{P}(B|A)$

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Bemerkung 4

Die Abbildung $B \mapsto \mathbb{P}(B|A)$ ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß, d.h.

(A1) $\forall B \in \mathcal{A} : \mathbb{P}(B|A) \geq 0$

(A2) $\mathbb{P}(\Omega|A) = 1$

(A3) $B_n \in \mathcal{A}, n \in \mathbb{N}$, paarweise disjunkt
$\implies \mathbb{P}(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} B_n|A) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(B_n|A)$

Beweis:

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel 50: Urnenmodell

Wir ziehen zweimal ohne Zurücklegen aus einer Urne mit R roten und $N-R$ weißen Kugeln und definieren die folgenden Ereignisse:

$$A \hat{=} \text{“Die erste gezogene Kugel ist rot”}$$
$$B \hat{=} \text{“Die zweite gezogene Kugel ist rot”}$$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel rot ist, wenn auch die erste rot ist? D.h. wie groß ist $\mathbb{P}(B|A)$? Es gilt $\mathbb{P}(A) = \frac{R}{N}$ und $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{R(R-1)}{N(N-1)}$ und damit $\mathbb{P}(B|A) = \frac{R-1}{N-1}$.

Das Beispiel erinnert an den Multiplikationssatz. Tatsächlich gilt auch ein allgemeineres Resultat für bedingte Wahrscheinlichkeiten.

Multiplikationssatz

Satz 8: Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten

Seien $A_1, \dots, A_n$ Ereignisse mit $\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) \neq 0$. Dann gilt

$$\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2 | A_1) \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}(A_n | A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}).$$

Beweis:

Multiplikationssatz

Beispiel 51: Peer Review - Fortsetzung

In einer Übungsgruppe mit n Personen, sollen Studierende ihre Lösungen gegenseitig bewerten ("Peer Review"). Alle Lösungen werden in eine Urne gelegt und die Studierenden ziehen nacheinander eine Lösung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass **alle** Studierenden ihre eigenen Lösungen bewerten?

Wir wissen bereits, dass die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Person ihre Lösung zieht etwa $1 - \frac{1}{e}$ ist.

Multiplikationssatz

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass **alle** Studierenden ihre eigenen Lösungen bewerten?

> Sei A_i das Ereignis, dass die i. Person ihre eigene Lösung zieht.

> Gesucht ist $\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n)$

> Nach dem Multiplikationssatz gilt

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n) &= \mathbb{P}(A_1) \cdot \mathbb{P}(A_2 | A_1) \cdot \ \dots \ \cdot \mathbb{P}(A_n | A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \ \dots \ \cdot 1 \\ &= \frac{1}{n!}\end{aligned}$$

> Die Wahrscheinlichkeit, dass alle Studierenden ihre eigene Lösung ziehen ist $\frac{1}{n!}$.

Multiplikationssatz

Beispiel 52

Ein Werkstück durchläuft bis zur Fertigstellung nacheinander drei Maschinen M_1, M_2 und M_3. In jeder Maschine kann es mit einer Wahrscheinlichkeit p_i $(i = 1, 2, 3)$ zu einem Fehler kommen.
Die Qualitätskontrolle ist rigoros: Alle Fehler werden erkannt und ein Werkstück wird aus dem Produktionsprozess entfernt sobald ein Fehler festgestellt wurde.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück in Ordnung ist?

- Sei A_i das Ereignis, dass ein Werkstück nach Maschine M_i in Ordnung ist
- Gesucht ist $\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$
- Es gilt $\mathbb{P}(A_1) = 1 - p_1, \mathbb{P}(A_2|A_1) = 1 - p_2$ und $\mathbb{P}(A_3|A_1 \cap A_2) = 1 - p_3$
- Nach dem Multiplikationssatz gilt:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3)$$

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Satz 9: Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ein W'raum. Weiter sei $B_1, \ldots, B_n$ eine disjunkte Zerlegung des Ergebnisraums Ω, d.h. $\Omega = B_1 \cup \cdots \cup B_n$ und $B_i \cap B_j = \varnothing$ für $i \neq j$, und es gelte $\mathbb{P}(B_i) > 0$ für alle $i = 1, \ldots, n$. Für jedes Ereignis $A \in \mathcal{A}$ gilt

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i).$$

Beispiel: $(n = 2)$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A|B^C)\mathbb{P}(B^C)$$

Beweis:

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Beispiel 53

Ein Werkstück wird **parallel** von drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 hergestellt. In jeder Maschine kann es mit einer Wahrscheinlichkeit p_i $(i = 1, 2, 3)$ zu einem Fehler kommen.
An einem Tag werden 6000 Werkstücke von M_1, 3000 Werkstücke von M_2 und 1000 Werkstücke von M_3 produziert.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewähltes Werkstück defekt ist?

- Sei A das Ereignis, dass ein Werkstück nicht in Ordnung ist
- Gesucht ist $\mathbb{P}(A)$
- Sei B_i das Ereignis, dass ein Werkstück von M_i produziert wurde
- Es gilt $\mathbb{P}(B_1) = 0.6, \mathbb{P}(B_2) = 0.3$ und $\mathbb{P}(B_3) = 0.1$
- Außerdem gilt $\mathbb{P}(A|B_i) = p_i$, für $i = 1, 2, 3$
- Nach dem Satz von der totalen W'keiten folgt

$$\mathbb{P}(A) = 0.6p_1 + 0.3p_2 + 0.1p_3$$

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Beispiel 53

Ein Werkstück wird **parallel** von drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 hergestellt. In jeder Maschine kann es mit einer Wahrscheinlichkeit p_i $(i = 1, 2, 3)$ zu einem Fehler kommen.
An einem Tag werden 6000 Werkstücke von M_1, 3000 Werkstücke von M_2 und 1000 Werkstücke von M_3 produziert.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewähltes Werkstück defekt ist?

Nach dem Satz von der totalen W'keiten folgt

$$\mathbb{P}(A) = 0.6p_1 + 0.3p_2 + 0.1p_3$$

Falls $p_1 = 0.05, p_2 = 0.1$ und $p_3 = 0.01$, gilt $\mathbb{P}(A) = 6.1\%$.

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Übung 30: (Ziegenproblem)

Betrachten Sie folgende Ereignisse:

$A \hat{=}$ "Sie entscheiden sich anfangs für die Tür mit einem Gewinn"

$B \hat{=}$ "Sie entscheiden sich anfangs für eine Tür mit einer Niete"

$C \hat{=}$ "Sie wechseln zur Tür mit einem Gewinn"

$D \hat{=}$ "Sie wechseln zu einer Tür mit einer Niete"

Es gilt $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{3}$ und $\mathbb{P}(B) = \frac{2}{3}$. Wenn Sie die Tür nicht wechseln, ist ihre Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$.

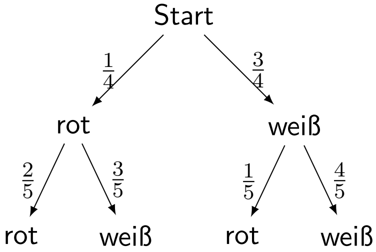
Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit die Gewinnwahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(C)$. Nutzen Sie dafür geeignete bedingte Wahrscheinlichkeiten.

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel 54: Urnenmodell

Wir ziehen eine Kugel aus einer Urne mit 1 roten und 3 weißen Kugeln. Anschließend notieren wir die Farbe und legen die Kugel zusammen mit einer weiteren Kugel derselben Farbe zurück und ziehen noch einmal.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die 2. Kugel rot?

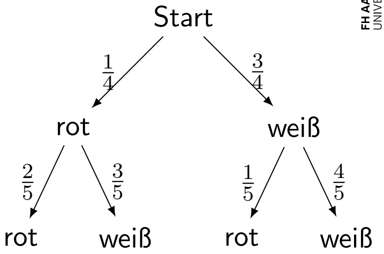
Baumdiagramm:



Baumdiagramm

Begriffe

- Startverteilung (Wahrscheinlichkeiten am Anfang)
- Übergangswahrscheinlichkeiten (Bedingte Wahrscheinlichkeiten, abhängig von Elternknoten)
- Pfad (Weg von Start- zu Endknoten)
- Pfadwahrscheinlichkeit (Produkt von Start- und Übergangswahrscheinlichkeiten)

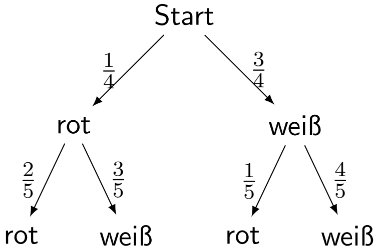


Baumdiagramm

Beispiel: Mit welcher W'keit ist die 2. Kugel rot?

Summe über Pfade:

$$\mathbb{P}(\text{“2. Kugel rot”}) \\ = \mathbb{P}(\text{“rot, rot”}) + \mathbb{P}(\text{“weiß, rot”}) \\ = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \\ = \frac{1}{4}$$



Mehrstufige Zufallsexperimente

Wir können das Baumdiagramm für mehrstufige Zufallsexperimente formalisieren.

Bemerkung 5

Seien $\Omega_1, \ldots, \Omega_n$ diskrete Ergebnisräume von n Teilexperimenten und $\Omega = \Omega_1 \times \cdots \times \Omega_n$.
Weiter sei eine Startverteilung gegeben durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_1 mit $\sum_{\omega_1 \in \Omega_1} p_1(\omega_1) = 1$ und Übergangswahrscheinlichkeiten p_j, für $j = 2, \ldots, n$, mit

$$\sum_{\omega_j \in \Omega_j} p_j(\omega_j | \omega_1, \ldots, \omega_{j-1}) = 1,$$

für $(\omega_1, \ldots, \omega_{j-1}) \in \Omega_1 \times \cdots \times \Omega_{j-1}$.

Mehrstufige Zufallsexperimente

Bemerkung 5: (Fortsetzung)

Für das mehrstufige Zufallsexperiment gelten die folgenden beiden "Pfadregeln":

1. Sei $(\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega$, dann gilt:

$$p(\omega_1, \dots, \omega_n) = p_1(\omega_1) \cdot p_2(\omega_2 | \omega_1) \cdot \ldots \cdot p_n(\omega_n | \omega_1, \dots, \omega_{n-1})$$

2. Für $A \subset \Omega$ gilt

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{(\omega_1, \dots, \omega_n) \in A} p(\omega_1, \dots, \omega_n)$$

Beachte: Für unabhängige Teilexperimente erhalten wir den Produktraum mit

$$p(\omega_1, \dots, \omega_n) = p_1(\omega_1) \cdot p_2(\omega_2) \cdot \ldots \cdot p_n(\omega_n).$$

Ziegenproblem

Beispiel 55: Ziegenproblem

> 3 Türen
> 1 Gewinn, 2 Nieten
> Sie wählen eine Tür
> Eine Tür mit Niete wird geöffnet
> Sie können die Tür wechseln
> Was sollten Sie tun?
> Wenn Sie nicht wechseln: Baumdiagramm mit 3 Leveln
> Wenn Sie wechseln: Baumdiagramm mit 5 Leveln

Ziegenproblem

Baumdiagramm

Mehrstufige Zufallsexperimente

Übung 31

Erstellen Sie zu den folgenden Produktionsprozessen Baumdiagramme.

Ein Werkstück wird **parallel** von drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 hergestellt. In jeder Maschine kann es mit einer Wahrscheinlichkeit p_i $(i = 1, 2, 3)$ zu einem Fehler kommen.
An einem Tag werden 6000 Werkstücke von M_1, 3000 Werkstücke von M_2 und 1000 Werkstücke von M_3 produziert.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewähltes Werkstück defekt ist?

Ein Werkstück durchläuft bis zur Fertigstellung nacheinander drei Maschinen M_1, M_2 und M_3. In jeder Maschine kann es mit einer Wahrscheinlichkeit p_i $(i = 1, 2, 3)$ zu einem Fehler kommen.
Die Qualitätskontrolle ist rigoros: Alle Fehler werden erkannt und ein Werkstück wird aus dem Produktionsprozess entfernt sobald ein Fehler festgestellt wurde.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Werkstück in Ordnung ist?

Satz von Bayes

Beispiel 56

Medizinische Tests zur Diagnose von Krankheiten sind in der Regel nicht fehlerfrei. Es kann zu zwei Fehlern kommen:

- Eine gesunde Person wird als krank diagnostiziert
- Eine kranke Person wird als gesund identifiziert

Ein guter medizinischer Test minimiert beiden Fehlerwahrscheinlichkeiten, kann sie aber nicht ganz eliminieren.

Satz von Bayes

Beispiel 56: (Fortsetzung)

Formal:

- $K \hat{=}$ "Die getestete Person ist krank"
- $P \hat{=}$ "Der Test ist positiv"

Die Größen *Sensitivität* und *Spezifität* werden in der Medizin benutzt, um verschiedene Tests zu vergleichen:

- Sensitivität $= \mathbb{P}(P|K)$
- Spezifität $= \mathbb{P}(P^c|K^c)$

Satz von Bayes

Beispiel 56: (Fortsetzung)

Angenommen wir entwickeln einen neuen medizinischen Test. Aus Experimenten wissen wir, dass die Sensitivität 73.0% und die Spezifität 99.1% beträgt. Weiter wissen wir, dass etwa 2% der Bevölkerung aktuell mit der Krankheit infiziert sind.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine positiv getestete Person wirklich krank ist?

Formal:

> $\mathbb{P}(P|K) = 0.73$
> $\mathbb{P}(P^c|K^c) = 0.991$
> $\mathbb{P}(K) = 0.02$
> Gesucht: $\mathbb{P}(K|P)$

(Tatsächlich sind Sensitivität und Spezifität die Werte von COVID-19 Antigen-Schnelltests bei symptomatischen Personen [Dinnes et al., 2022] und 2% ist die maximale 7-Tage-Inzidenz aus März 2022 [Bundesministerium für Gesundheit, 2024])

Satz von Bayes

Satz 10: Satz von Bayes

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ein W'raum. Weiter sei $B_1, \ldots, B_n$ eine disjunkte Zerlegung des Ergebnisraums Ω mit $\mathbb{P}(B_i) > 0$ für alle $i = 1, \ldots, n$. Dann gilt für jedes Ereignis $A \in \mathcal{A}$

$$\mathbb{P}(B_i|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}$$

Beweis: Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit + Satz der totalen Wahrscheinlichkeit

Spezialfall:

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A|B^C)\mathbb{P}(B^C)}$$

Satz von Bayes

Beispiel 56: (Fortsetzung)

- Gegeben: $\mathbb{P}(P|K) = 0.73, \mathbb{P}(P^c|K^c) = 0.991, \mathbb{P}(K) = 0.02$
- Gesucht: $\mathbb{P}(K|P)$

Nach dem Satz von Bayes gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(K|P) &= \frac{\mathbb{P}(P|K)\mathbb{P}(K)}{\mathbb{P}(P|K)\mathbb{P}(K) + \mathbb{P}(P|K^c)\mathbb{P}(K^c)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(P|K)\mathbb{P}(K)}{\mathbb{P}(P|K)\mathbb{P}(K) + [1 - \mathbb{P}(P^c|K^c)] \cdot [1 - \mathbb{P}(K)]} \\
&= \frac{0.73 \cdot 0.02}{0.73 \cdot 0.02 + [1 - 0.991] \cdot [1 - 0.02]} = \frac{730}{1171} \approx 62.33\%
\end{aligned}$$

- Die Wahrscheinlichkeit, dass eine positiv getestete Person wirklich krank ist, beträgt etwa 62.33%.

Satz von Bayes

Übung 32

Die hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine negativ getestete Person wirklich gesund ist? Berechnen Sie $\mathbb{P}(K^c|P^c)$.

Übung 33

Wir ziehen eine Kugel aus einer Urne mit R roten und W weißen Kugeln. Anschließend notieren wir die Farbe und legen die Kugel zusammen mit einer weiteren Kugel derselben Farbe zurück und ziehen noch einmal. Betrachten Sie die Ereignisse

$$A \hat{=} \text{“Die erste Kugel ist weiß”}$$

$$B \hat{=} \text{“Die zweite Kugel ist weiß”}$$

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B|A), \mathbb{P}(B)$ und $\mathbb{P}(A|B)$.

Literatur I

Bundesministerium für Gesundheit (2024).
Infektionsradar.
https://infektionsradar.gesund.bund.de/de/covid/inzidenz.
Abgerufen: 2024-10-15.

Dehling, H. and Haupt, B. (2006).
Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.
Springer-Verlag.

Literatur II

Dinnes, J., Sharma, P., Berhane, S., van Wyk, S., Nyaaba, N., Domen, J., Taylor, M., Cunningham, J., Davenport, C., Dittrich, S., Emperador, D., Hooft, L., Leeflang, M., McInnes, M., Spijker, R., Verbakel, J., Takwoingi, Y., Taylor-Phillips, S., Van den Bruel, A., and Deeks, J. (2022).
Rapid, point-of-care antigen tests for diagnosis of sars-cov-2 infection.
Cochrane Database of Systematic Reviews, (7).

Henze, N. et al. (1997).
Stochastik für Einsteiger, volume 4.
Springer.