

## Übungsblatt 06

**28./29.04.2025**

1. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie das uneigentliche mehrdimensionale Integral

$$\int_{x=0}^{\infty} \int_{y=0}^{\infty} e^{-x-2y} dy dx$$

2. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben seien die Funktionen, welche folgende Figuren beschreiben ( $a > 0$ ):

$$\text{Zylinder: } x^2 + y^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad \text{Kugel: } x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

- a) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von der  $xy$ -Ebene, dem Zylinder und der Kugel eingeschlossen wird.
- b) Wie lautet der Schwerpunkt des Körpers?

3. **(Präsentation der Lösung)**

- a) Ein Auto der Marke A verliert pro Jahr 15% seines Wertes (sprunghaft am Ende des Jahres). Wie viel ist das Auto nach 5 Jahren wert, welches zu Beginn 10.000 Euro gekostet hat?
- b) Sie erhalten ein 3 Jahre altes Auto der Marke B für 5.000 Euro, den gleichen Wagen im Alter von 5 Jahren für 3.800 Euro. Wie lautet die Prozessgleichung für den Zeitschritt  $\Delta t = 1$  Jahr? Wie war der Neupreis? Welchen Wert hat der Wagen nach 10 Jahren?

4. **(Präsentation der Lösung)** Die Radiokarbonmethode zur Altersbestimmung (nach W. LIBBY, Nobelpreis 1960): Der Kohlenstoff in Lebewesen enthält eine Menge des Isotops  $^{14}\text{C}$ , welcher im lebenden Organismus ständig neu gebildet wird. Stirbt der Körper ab, so beginnt der Zerfallsprozeß. Dabei hat  $^{14}\text{C}$  eine Halbwertszeit von  $\lambda = 5730$  Jahren.

Wie alt ist ein Fundstück, bei dem dieses Verhältnis auf 30% des Ursprungswertes abgesunken ist?

5. **(Präsentation der Lösung)** Eine Leiche wird einige Zeit nach dem Ableben aufgefunden. In dieser Zeit hat sich die Körpertemperatur von der Normaltemperatur  $36,5^\circ\text{C}$  (bekannt) auf  $32,5^\circ\text{C}$  (gemessen) abgekühlt. Der Abkühlungskoeffizient der Haut wird durch  $K = 0,03$  (3% pro Grad Temperaturunterschied zwischen Körper und Umgebung kühlt sich der Körper pro Stunde ab) beschrieben. Die Außentemperatur in dieser Zeit kann als konstant  $18,5^\circ\text{C}$  angenommen werden.

- a) Beschreiben Sie diesen Vorgang durch ein passendes Modell.
- b) Wann trat der Tod ein?