

IT CENTER DER RWTH AACHEN

Dr. Th. Eifert

MATSE AUSBILDUNG
Probeklausur Analysis 1 am 02.11.2023

Name: _____

Vorname: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe 1)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe 2)	<input type="text"/>	(10)
Gesamtpunkte:	Note:	

1. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie die Konvergenz der rekursiven Folge und berechnen Sie den Grenzwert zu

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= \sqrt{8a_n - 15} \\ a_0 &= 4\end{aligned}$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie den Grenzwert von

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{3k-1}{k^2(k+1)}$$

Hinweis: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$

IT CENTER DER RWTH AACHEN

Dr. Th. Eifert, Y. Albrecht M.Sc. nach Aufgaben von Ch. Schelthoff

BACHELORSTUDIENGANG
„ANGEWANDTE MATHEMATIK UND INFORMATIK“
MATSE AUSBILDUNG
Probeklausur Analysis 1 am 19.01.2024

Name: _____

Vorname: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	11)	<input type="text"/> (10)
Gesamtpunkte:		Note:

1. Aufgabe

10 Punkte

Ersetzen Sie c , so dass die Funktion stetig wird:

$$f(x) = \begin{cases} e \cdot (x^2 + 22x + 10) & \text{für } x \leq 1 \\ -3e^x - 6e^{x^2} + e \cdot c & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\sqrt[k]{1849} - \sqrt[k+1]{1849} \right)$$

Hinweis: $\sqrt{1849} = 43$

3. Aufgabe

10 Punkte

Wie lautet der Grenzwert der Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{49}{6^n}$$

4. Aufgabe

10 Punkte

a) Wo hat die Funktion

$$f(x) = 21 \cdot (x - 43)^2 \cdot e^{x-42} + 21e^{x-42}$$

eine waagerechte Tangente ?

b) Wie lautet dort der Funktionswert ?

5. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie die Konvergenz der Folge a_n . Wie lautet der Grenzwert der Folge?

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 2 \cdot \sqrt{10 \cdot a_n + 21} \\ a_0 &= 6 \end{aligned}$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Wie lauten Limes inferior und Limes Superior der Folge

$$a_n = 6 \cdot \frac{7n^2 - 3n + 2 \cdot (-1)^n}{n^2}$$

7. Aufgabe

10 Punkte

Wie lautet im Term

$$\frac{1}{2}(x+2)^7$$

der Vorfaktor zu x^5 ?

8. Aufgabe

10 Punkte

Finden Sie zu $x_0 = 20$ auf dem Intervall

$$[18, 22]$$

die bestmögliche Lipschitz-Konstante zur lokal Lipschitz-stetigen Funktion

$$f(x) = x^2$$

9. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie den Grenzwert von

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^4}{4 \cosh(x) - 4 - 2x^2}$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Sie haben bei einer Iteration

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

einer Lipschitz-stetigen Funktion $f(x)$ mit $L = 0,9$.

Die Funktion erfülle

$$f(0) = 0,835$$

Wieviele Iterationen sind nötig, um den Grenzwert auf 0,1 anzunähern?

Hinweis:

$$\begin{aligned} 0,9^{41} \cdot 8,35 &= 0,111 \\ 0,9^{42} \cdot 8,35 &= 0,09997 \end{aligned}$$

bzw.:

$$\frac{\ln(0,1) - \ln(8,35)}{\ln(0,9)} = 41,997$$

11. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^\pi 84e^x \cdot \frac{\sin(x)}{e^\pi + 1} dx$$

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. Th. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG
„ANGEWANDTE MATHEMATIK UND INFORMATIK“
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, SoSe 2020, am 17.07.2020

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/> (10)
Gesamtpunkte:		Note:

1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Werte der folgenden uneigentlichen Integrale, sofern diese existieren:

a)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

b)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

2. Aufgabe

10 Punkte

a) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{1 - \cos x}$$

b) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\sin(x)}{x^3} \right)$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Die Funktion $f(x) = \sin x$ mit $x \in [0, \pi]$ wird um die x -Achse rotiert. Berechnen Sie das Rotationsvolumen.

4. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie Konvergenz der folgenden rekursiv definierten Funktionen und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= \sqrt{6 \cdot a_n + 7} \\ a_0 &= 0\end{aligned}$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz

a)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!}$$

b)

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k}{k^2 - 1}$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie a und b so dass die Funktion $f(x)$ stetig wird zu

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{für } x > 1 \\ ax + b & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - x^2 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

7. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie zur Funktion $f(x) = \cos(x-1) \cdot \frac{1}{x}$ und dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ die Taylorreihenentwicklung bis zum quadratischen Term.

Bestimmen Sie anschließend den Wert des Taylorpolynoms für $x = 2$.

8. Aufgabe

10 Punkte

Man zerlege eine gegebene Zahl $c > 0$ so in zwei positive Faktoren, dass ihr Summe minimal wird.

9. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a)

$$\int \frac{1}{\sinh x - \cosh x} dx$$

b)

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3 + 2}} dx$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Skizzieren Sie die Fläche im ersten Quadranten (d.h. positive x -Achse und positive y -Achse), die von den Kurven $y = x$, $y = \frac{x}{4}$ und $y = \frac{9}{x}$ eingeschlossen wird und berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. Th. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG
„ANGEWANDTE MATHEMATIK UND INFORMATIK“
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, SoSe 2020, am 17.07.2020

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/> (10)
Gesamtpunkte:		Note:

1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Werte der folgenden uneigentlichen Integrale, sofern diese existieren:

a)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

b)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

2. Aufgabe

10 Punkte

a) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{1 - \cos x}$$

b) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\sin(x)}{x^3} \right)$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Die Funktion $f(x) = \sin x$ mit $x \in [0, \pi]$ wird um die x -Achse rotiert. Berechnen Sie das Rotationsvolumen.

4. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie Konvergenz der folgenden rekursiv definierten Funktionen und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= \sqrt{6 \cdot a_n + 7} \\ a_0 &= 0\end{aligned}$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz

a)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!}$$

b)

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k}{k^2 - 1}$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie a und b so dass die Funktion $f(x)$ stetig wird zu

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{für } x > 1 \\ ax + b & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 - x^2 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

7. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie zur Funktion $f(x) = \cos(x-1) \cdot \frac{1}{x}$ und dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ die Taylorreihenentwicklung bis zum quadratischen Term.

Bestimmen Sie anschließend den Wert des Taylorpolynoms für $x = 2$.

8. Aufgabe

10 Punkte

Man zerlege eine gegebene Zahl $c > 0$ so in zwei positive Faktoren, dass ihr Summe minimal wird.

9. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a)

$$\int \frac{1}{\sinh x - \cosh x} dx$$

b)

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3 + 2}} dx$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Skizzieren Sie die Fläche im ersten Quadranten (d.h. positive x -Achse und positive y -Achse), die von den Kurven $y = x$, $y = \frac{x}{4}$ und $y = \frac{9}{x}$ eingeschlossen wird und berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. T. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG „Angewandte Mathematik und Informatik“
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, SS 2020, am 29.09.2020

Hilfsmittel: 1 Blatt (DIN A4) handschriftliche Formeln

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/> (10)
Gesamtpunkte:		Note:

1. Aufgabe

10 Punkte

Gibt es ein kubisches Polynom

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

mit $P(0) = 5$ (d.h. man bestimme reelle Zahlen a, b und c), sodass $P(x)$ in $x_1 = -1$ ein lokales Maximum und in $x_2 = 3$ ein lokales Minimum besitzt?

2. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die Taylorreihenentwicklung 2. Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{\pi}{8}$ der Funktion

$$f(x) = \ln(\cos(2x))$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Aus einem Draht von 72 cm soll das Kantenmodell eines Quaders mit quadratischer Grundfläche hergestellt werden. Wie groß müssen die Kantenlängen x und y des Quaders gemacht werden, wenn sein Volumen möglichst groß werden soll? Welches Volumen kann maximal erzielt werden?

4. Aufgabe

10 Punkte

Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^3}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^{2n}}$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a)

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx$$

b)

$$\int e^x \cos(x) dx$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Prüfen Sie die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert S .

7. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{1 - \cos x}$$

b)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln(x^{\sqrt{x}})$$

8. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie die Konvergenz der Folge

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= \frac{1}{3}(a_n^2 + 2) \\ a_0 &= 0\end{aligned}$$

und berechnen Sie den Grenzwert.

9. Aufgabe

10 Punkte

Man berechne

$$\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab. Geben Sie dazu immer die reellen Werte für x an, für die die Funktion abgeleitet werden kann.

a)

$$f(x) = x^{\cos(x^3)}$$

b)

$$g(x) = \frac{x^3}{(\ln(-x))^2 - 9}$$

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. Th. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG
„ANGEWANDTE MATHEMATIK UND INFORMATIK“
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, WiSe 2020/21, am 16.03.2021

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

			max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/>	(10)
Gesamtpunkte:		Note:	

1. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie die Konvergenz der rekursiv definierten Folge

$$\begin{aligned}a_0 &= 2 \\ a_{n+1} &= \sqrt{4a_n - 3}\end{aligned}$$

und geben Sie den Grenzwert an.

2. Aufgabe

10 Punkte

Überprüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

a)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-2)^k}{3^{k+1}}$$

b)

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^2 - 1}}$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Untersuchen Sie, ob die folgende Funktion $f(x)$ im Punkt $x_0 = 0$ stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{für } x > 0 \\ 1 & \text{für } x = 0 \\ \frac{e^x - 1}{x} & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

4. Aufgabe

10 Punkte

Aus einem massiven zylinderförmigen Körper mit dem Durchmesser d soll ein Körper mit Rechteckquerschnitt so herausgeschnitten werden, dass das Maß für den Widerstand bei Belastung $\frac{b \cdot h^2}{6}$, maximal ist. Wie groß sind dann Höhe h und Breite b des Rechtecks?

5. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin x}{1 - \cos x}$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie das Taylorpolynom dritten Grades für die Funktion $f(x) = \ln(2 \cdot x^3)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

7. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale

a)

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x}) dx$$

b)

$$\int 5x \cdot \cosh(x) dx$$

8. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{3x^2 - 9x + 7}{(x-1)^2 \cdot (x-2)} dx$$

9. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, das durch Rotation der Funktion $y = -x^3 + 1$ im Bereich $[-1, 1]$ um die x -Achse entsteht.

10. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

a)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\sqrt{\cos(x)}} dx$$

b)

$$\int_1^{\infty} 2xe^{-x^2} dx$$

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. Th. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG „ANGEWANDTE MATHEMATIK UND
INFORMATIK“

MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, SoSe 2021, am 14.07.2021

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

			max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/>	(10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/>	(10)
Gesamtpunkte:		Note:	

1. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie zur Funktion $f(x) = \cos(x-1) \cdot \frac{1}{x}$ und dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ die Taylorreihenentwicklung bis zum quadratischen Term.

2. Aufgabe

10 Punkte

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{2}{3x+5}$$

in eine Potenzreihe um $x_0 = 1$, in dem Sie die Funktion in eine geometrische Reihe überführen. Für welche x konvergiert die Reihe? Betrachten Sie auch die Randstellen.

3. Aufgabe

10 Punkte

Gibt es reelle Zahlen a, b und c , so dass

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

die folgenden Eigenschaften hat:

- a) $P(0) = 5$
- b) $P(x)$ hat in $x_1 = -1$ ein lokales Maximum
- c) $P(x)$ hat in $x_2 = 3$ ein lokales Minimum

4. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left(\frac{x \cos(x) - x}{\sin(x) - x} \right)$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Prüfen Sie die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert S .

6. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die Integrale

a)

$$\int x \ln(\sqrt{x}) dx$$

b)

$$\int 3x^2 e^{x^3} dx$$

7. Aufgabe

10 Punkte

Überprüfen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

a)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot 5}{3^{k+1}}$$

b)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}$$

8. Aufgabe

10 Punkte

Für die Folge

$$a_n = \frac{1}{2n+1}$$

bestimme man den Grenzwert a und gebe ein $n_0(\varepsilon)$ an, so dass $|a_n - a| < \varepsilon$ für alle $n > n_0(\varepsilon)$ ist

9. Aufgabe

10 Punkte

Man berechne

$$\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab. Geben Sie dazu immer die Werte für x an, für die die Funktion abgeleitet werden kann.

a)

$$f(x) = x^{\cos(x^3)}$$

b)

$$g(x) = \frac{x^3}{(\ln(-x))^2 - 9}$$

FH AACHEN STANDORTE JÜLICH, KÖLN, FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH
IT CENTER DER RWTH AACHEN

Prof. Dr. C. Schelthoff, Prof. Dr. M. Hollstein, Dr. Th. Eifert

BACHELORSTUDIENGANG „SCIENTIFIC PROGRAMMING“
MATSE AUSBILDUNG

Klausur Analysis 1, SoSe 2021, am 17.09.2021

Hilfsmittel: 1 Blatt (DIN A 4) handschriftliche Formeln

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

		max. Punktzahl
Aufgabe	1)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	2)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	3)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	4)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	5)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	6)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	7)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	8)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	9)	<input type="text"/> (10)
Aufgabe	10)	<input type="text"/> (10)
Gesamtpunkte:		Note:

1. Aufgabe

10 Punkte

Untersuchen Sie auf Konvergenz:

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^{2n}}$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie Konvergenz der folgenden rekursiv definierten Folge und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= \sqrt{6 \cdot a_n + 7} \\ a_0 &= 0 \end{aligned}$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie zur Funktion

$$\frac{2}{3+4x}$$

die Potenzreihe um $x_0 = 1$.

4. Aufgabe

10 Punkte

Untersuchen Sie, ob die folgende Funktion $f(x)$ im Punkt $x_0 = 3$ stetig ist.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2-2x-3} & \text{für } x > 3 \\ \frac{1}{4} & \text{für } x = 3 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} & \text{für } x < 3 \end{cases}$$

5. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie jeweils den Grenzwert

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin(2x)}{\sinh^2(x)}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\sin(x)}{x^2} \right)$$

6. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie den Näherungswert von $\sqrt[3]{e}$, indem drei Glieder der Entwicklung der Funktion $f(x) = e^x$ in eine Taylorreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ genommen werden.

7. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, das durch Rotation der Funktion $y = -x^2 + 1$ von $x_l = -1$ bis $x_r = 1$ um die x -Achse entsteht.

8. Aufgabe

10 Punkte

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab. Geben Sie dazu immer die reellen Werte für x an, für die die Funktion abgeleitet werden kann.

a)

$$f(x) = x^{\cos(x^3)}$$

b)

$$g(x) = \frac{x^3}{(\ln(-x))^2 - 9}$$

9. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie

$$\int \frac{x^3 + 9x^2 + 12x - 16}{x^2 + 2x - 3} dx$$

10. Aufgabe

10 Punkte

Sei g eine integrierbare Funktion mit Stammfunktion G , a eine differenzierbare Funktion und b eine reelle Konstante.

a) Leiten Sie die Funktion

$$F(t) = \int_{a(t)}^b g(z) dz$$

nach t ab.

b) Berechnen Sie mit Hilfe von Teilaufgabe a) die Ableitung nach t von der Funktion

$$F(t) = \int_{\frac{1}{\sqrt{t}}}^1 e^{-z^2} dz$$