

Hausaufgabenblatt 07

1. Seit Jahrtausenden wird Sauerteig zur Herstellung von Brotteig verwendet. Dabei werden gezielt Bakterien im Teig vermehrt. Für einen bestimmten Vermehrungsprozess werden 1g Mehl etwa 100 Bakterien zugesetzt. Nach 4 Stunden sind etwa 3.500 Bakterien vorhanden. Die Sättigungsgrenze liegt bei etwa 7.000 Bakterien.
 - a) Ermitteln Sie für die Anzahl $y(t)$ der Bakterien in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden einen geeigneten Funktionsterm.
 - b) Wie viele Bakterien sind in einem 8 Stunden gereiften Sauerteig vorhanden?
2. Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen
 - a) $y' + (1+x) \cdot y = 0$
 - b) $y' = 2x \cdot y$
 - c) $x \cdot y' = 4y, \quad x > 0$
3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen durch Trennung der Variablen.
 - a) $xy' - ay' - y + b = 0$
 - b) $y' - \frac{x}{y} = 0$
4. Bestimmen Sie die Lösungen der Anfangswertprobleme
 - a) $y' = e^{x-y-e^y}, \quad y(1) = 0$
 - b) $y' = e^y \cdot \sin(x), \quad y(0) = 0$
5. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen mit Hilfe einer geeigneten Substitution.
 - a) $y' = (x+y+1)^2$
 - b) $x^2 \cdot y' = y^2 \quad (x \neq 0)$
6. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(x+1) \cdot y \cdot y' + y^2 + 1 = 0 \quad \text{mit} \quad y(1) = \frac{3}{2}$$

durch folgende Substitutionen:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y = \frac{z}{x+1} \\ \text{b)} & z = y^2 \end{array}$$