

## Übungsblatt 12

10.06.2025

1. Berechnen Sie alle Kandidaten (kritischen Punkte) für lokale Extrema der folgenden Funktionen:

a)  $f(x, y) = \arctan(x^2 + y) - \frac{1}{2}y$       b)  $f(x, y) = 2x^7 + 7y^2 - 14xy$

2. Bestimmen Sie die relativen Extrema und Sattelpunkte der Funktionen

a)  $f(x, y) = 4x \cdot y + 2x^3 - 2y^3 + 5$

b)  $f(x, y) = 10x^2 + (y - 10)^2 - 10x \cdot y$

3. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf lokale Extrema und Sattelpunkte:

a)  $g(x, y) = (x^2 + y)^2 + 4x \cdot y - x$

b)  $v(x, y, z) = x \cdot y - z^4 - 2 \cdot (x^2 + y^2 - z^2)$

4. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy$$

Bestimmen Sie alle Punkte, die auf der Kreislinie (Nebenbedingung)

$$x^2 + y^2 = 1$$

liegen und untersuchen Sie die Funktion auf Extrema.

5. Bestimmen Sie die relativen Extrema und Sattelpunkte der folgenden Funktionen

a)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$

b)  $f(x, y) = x^3 + y^3 + 20$       unter der Bedingung  $x^2 + y^2 \leq 8$

6. Bestimmen Sie mit der Methode nach Lagrange die Punkte, die der Nebenbedingung

$$x^2 + y^2 = 4$$

genügen und deren quadratischer Abstand zum Punkt  $P(1, 2)$  extremal sind.