Dr. Thomas Eifert, Ilayda Sevimli, Thomas Janissen FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

Übungsblatt 05 22.04.2025

1. **(Präsentation der Lösung)** Wir bewegen uns auf einem Kreis mit Radius $r = 2$ und dem Mittelpunkt $M = (x_0, y_0) = (3, 4)$.

   a) Wie lautet somit der Weg $\vec{X}(t)$, wenn Sie sich entgegen den Uhrzeigersinn bewegen?

   b) Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel: Wie lautet die Ableitung $\frac{df}{dt}$ für die Abstandsquadratfunktion $z = f(x, y) = x^2 + y^2$. Welcher Punkt hat den kleinsten Abstand zum Ursprung?

   Bemerkung: Für diesen Punkt gilt: $x > 3, y > 4$ und $\frac{df}{dt} = 0$.

2. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 3x + 2y \\ 2x \end{pmatrix}.$$

   a) Bestimmen Sie die Arbeit entlang des Weges $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ 2\sin(t) \end{pmatrix}$ mit $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

   b) Besitzt $\vec{F}$ ein Potential? Berechnen Sie dies ggfls.

   c) Welche Arbeit wird unter Verwendung von b) längs des Weges $\vec{X}$ verrichtet, der die Punkte $P_1 = (1; 0)$ und $P_2 = (0; 2)$ verbindet?

3. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die folgende Integrale in Abhängigkeit der Funktionen in der Menge G:

   a) $\displaystyle\iint_G x \cdot y \, dx \, dy$, $\quad G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 2, x = 0, y = 0\}$

   b) $\displaystyle\iint_G (x^2 + y^2) \, dx \, dy$, $\quad G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y, y = 0, x = 1\}$

4. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie die Fläche des Gebiets B mit

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, y \leq x^2\}$$

   Hinweis: $\displaystyle\int \sqrt{2 - a^2} \, da = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{2 - a^2} + \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}} a\right) + C$

5. **(Präsentation der Lösung)** Berechnen Sie den Schwerpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks mit Kathetenlängen 3 und 1.