Prof. Dr. Florian Heinrichs, Yvonne Albrecht, Johannes Dreßen FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

**Aufgabe 1** Aus einer Urne, in der sich zwei Kugeln mit der Ziffer „1" und drei Kugeln mit der Ziffer „2" befinden, werden ohne Zurücklegen 2 Kugeln entnommen. Es seien die folgenden Zufallsgrößen definiert

$$X_1 = \{\text{Ziffer der beim 1. Versuch gezogenen Kugel}\}$$

$$X_2 = \{\text{Ziffer der beim 2. Versuch gezogenen Kugel}\}$$

(a) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x_1,x_2)$.

(b) Bestimmen Sie die Randverteilung der Zufallsvariablen $X_1$ und $X_2$.

**Aufgabe 2** Der Zufallsvektor $(X,Y)$ habe die gemeinsame Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ky \cdot e^{-\lambda x} & \text{für } 0 \leq y \leq 1; x \geq 0; \lambda > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Für welche $k$-Werte ist $f$ eine Verteilungsdichte?

(b) Berechnen Sie die Randverteilungen von $X$ und $Y$.

(c) (optional) Untersuchen Sie $X$ und $Y$ auf Unabhängigkeit.

**Aufgabe 3** Mara und Friederike verabreden sich für 12.30 Uhr in einem Lokal. Die Ankunftszeit von Mara ist gleichverteilt zwischen 12.15 Uhr und 12.45 Uhr, die Ankunftszeit von Friederike ist unabhängig davon gleichverteilt zwischen 12.00 Uhr und 13.00 Uhr. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass niemand länger als 5 Minuten auf den jeweils anderen warten muss.

**Aufgabe 4** Eine Abfüllanlage ist so eingestellt, dass eine Flasche im Mittel mit $\mu$ ml befüllt wird. Wegen der Schaumbildung und aufgrund von Vibrationen besteht eine Standardabweichung von 3 ml. Es wird unterstellt, dass die Füllmenge $X$ einer Flasche normalverteilt ist. Eine korrekt gefüllte Flasche sollte mindestens 500 ml Inhalt aufweisen.

(a) Wie hoch ist jeweils die Wahrscheinlichkeit für eine zu geringe Befüllung, wenn die Maschine auf

(1) $\mu = 500$ ml bzw. (2) $\mu = 505$ ml

eingestellt wird?

(b) Wie ist die Maschine eingestellt, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine korrekte Befüllung bei 98% liegt?

(c) Sei $\mu = 505$ ml. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge zwischen 499 ml und 508 ml liegt?

**Aufgabe 5** Die Gesellschaft „United Fruit" weiß aufgrund ihrer Erfahrung, dass das Gewicht der Bananen in einer Kiste normalverteilt mit $\sigma^2 = 25kg^2$ ist. Eine Behördenanordnung hat festgelegt, dass höchstens 1% der mit $100kg$ gekennzeichneten Kisten weniger als $100kg$ enthalten dürfen. Wie muss $\mu$ gewählt werden, damit die Anordnung erfüllt wird?

**Aufgabe 6** Bei einem Produktionsvorgang werden Zylinder in den ausgefrästen Kreis eines Metallsockels eingepasst. Die beiden Teile werden rein zufällig aus den bisher produzierten Zylindern bzw. ausgefrästen Metallplatten ausgewählt. Der Durchmesser des Zylinders ist (in mm) nach $N(24{,}9; (0{,}03)^2)$-verteilt, der Durchmesser des in den Metallsockel eingefrästen Kreises ist nach $N(25; (0{,}04)^2)$-verteilt. Der Zylinder kann noch eingepasst werden, falls die lichte Weite der Durchmessers (= Durchmesser des gefrästen Kreis - Durchmesser des Zylinders) nicht mehr als 0,2mm beträgt.

(a) Berechnen Sie

(1) den Erwartungswert (2) die Varianz (3) die Verteilung

der Zufallsvariablen "lichte Weite des Durchmessers".

(b) In wie viel Prozent aller Fälle lässt sich der Zylinder nicht in die Metallplatte einpassen?