

Aufgabe 1 Die folgende Tabelle enthält die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion der beiden diskreten Zufallsvariablen X und Y .

| X | Y | 0 | 1 | 2 |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |
| 1 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | |

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für
 - (1) $\mathbb{P}(X > 0; Y \leq 1)$
 - (2) $\mathbb{P}(X > 0; Y > 0)$
 - (3) $\mathbb{P}(X < 1; Y < 2)$
- (b) Bestimmen Sie die beiden Randwahrscheinlichkeitsfunktionen $f_X(x)$ und $f_Y(y)$.
- (c) Stellen Sie die gemeinsame Verteilungsfunktion $F_{X,Y}(x,y)$ auf.
- (d) Welche Werte hat die bedingte Wahrscheinlichkeitsfunktion $\mathbb{P}(Y|X = 1)$?

Aufgabe 2 Zwei Typen zylindrischer Metallstücke, deren Längen mit einem Mittelwert von 3 bzw. 1,5mm und einer Standardabweichung von 0,2 bzw. 0,1mm normalverteilt sind, werden maschinell hergestellt. In einem Behälter der Länge 26mm sollen 4 längere und 9 kürzere Zylinder der Länge nach hintereinander gelegt werden.

Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass diese nicht in den Behälter passen?

Aufgabe 3 Die voneinander unabhängigen Zufallsvariablen X und Y seien jeweils über dem Intervall $[0; 1]$ gleichverteilt. V_1 sei der Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0; 0)$, $(X; 0)$, $(X; Y)$ und V_2 sei der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Kantenlänge X .

Berechnen Sie die Kovarianz $cov(V_1, V_2)$

Aufgabe 4 In einem Beutel befinden sich 6 Münzen: eine 5-Cent-Münze, drei 2-Cent-Münzen und zwei 1-Cent-Münzen. Zufällig werden nacheinander - ohne Zurücklegen - 2 Münzen gezogen. X_1 gebe den Wert der ersten, X_2 den Wert der zweiten gezogenen Münzen an. Bestimmen Sie folgenden Werte:

- (a) die zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsfunktion $\mathbb{P}(X_1 = i, X_2 = j)$ für $i, j \in \{1; 2; 5\}$.
- (b) den Erwartungswert $\mathbb{E}[X_i]$ und die Varianz $var(X_i)$ ($i = 1, 2$).
- (c) die Kovarianz $cov(X_1, X_2)$ sowie den Korrelationskoeffizienten $\rho(X_1, X_2)$.