

**Aufgaben zur Veranstaltung**  
**Analysis 2, SoSe 2025**

Dr. Thomas Eifert, Ilayda Sevimli, Thomas Janissen

FH Aachen, FB 09; IT Center, RWTH Aachen

**Übungsblatt 13**

**16./17.06.2025**

1. **(Präsentation der Lösung)** Ein Punkt bewegt sich mit  $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t - 1 \end{pmatrix}$  in einem ortsabhängiges Kraftfeld gegeben durch  $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x - y^2 \end{pmatrix}$ .

- a) Skizzieren Sie den Weg von  $t = 0$  bis  $t = 3$ .
- b) Welche Arbeit wird verrichtet, wenn der Massenpunkt durch dieses Kraftfeld bewegt wird?

2. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben sei die Kurve  $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie das Kurvenintegral im Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + yz \\ y + x \cdot z \\ z + x \cdot y \end{pmatrix}$$

entlang der Kurve.

3. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} z^3 + \alpha x \cdot y \\ x^2 \\ \beta x \cdot z^2 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die reellen Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  so, dass  $\vec{v}$  ein Gradientenfeld ist.
- b) Berechnen Sie für diesen Fall die zugehörige Potentialfunktion.

4. **(Präsentation der Lösung)** Gegeben Sie das Vektorfeld

$$\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 3x^2 + 4x \cdot y \\ 2x^2 + 3y^2 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie - falls sie existiert - die Potentialfunktion.
- b) Berechnen Sie die Arbeit entlang des Weges  $\vec{X} = (t, t^2)^T$  von  $\vec{X}_A = (0, 0)^T$  bis  $\vec{X}_E = (1, 1)^T$ .

5. (**Präsentation der Lösung**) Berechnen Sie das folgende Integral

$$\int_A x \cdot y \, dA$$

über dem Integrationsgebiet  $A$  gegeben durch die Ungleichungen

$$-2 \leq y \leq 2, \quad x \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 4$$

- a) in kartesischen Koordinaten.      b) mithilfe der Polarkoordinaten.

6. Berechnen Sie folgendes Integral unter Verwendung der Polarkoordinaten

$$\int_A \left( 3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} + 4 \right) \cdot x \, dA$$

für den halben Kreisring  $A$ , dessen Mittelpunkt im Ursprung des kartesischen Koordinatensystems liegt, den inneren Radius 2 und den äußeren Radius 3 besitzt, und durch  $x \geq 0$  bestimmt ist.