

## Übungsblatt 1

## Analysis I

WiSe 2025/2026

### A-Teil für die Kleingruppenübung

#### Aufgabe A 1.

Überführen Sie die folgenden Aussagen in Quantoren-Schreibweise:

- (a) Für jede natürliche Zahl ist ihr Quadrat in den natürlichen Zahlen.
- (b) Für jede reelle Zahl  $x$  folgt aus  $x > 1$  bereits  $x^2 > 1$ .
- (c) Für jede reelle Zahl  $x$  folgt aus  $x > 1$  bereits  $x^2 \leq 1$ .

#### Aufgabe A 2.

Drücken Sie die folgenden Aussagen in Worten aus („und“, „oder“, „für alle ... gilt“ etc.):

- (a)  $\forall x \in \mathbb{N} : 2x = x^2$
- (b)  $x \leq y \Rightarrow x^2 \leq y^2$
- (c)  $\exists x \in \mathbb{N} \ \forall y \in \mathbb{R} \ \forall z \in \mathbb{N} : x = y \Leftrightarrow x = z$

#### Aufgabe A 3.

Zeigen Sie die (aussagenlogischen) De Morganschen Regeln, also für Aussagen  $p$  und  $q$  die Regeln

- (i)  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ ,
- (ii)  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ .

## B-Teil für die Abgabe

### Aufgabe B 1. (2+2+2 Punkte)

Überführen Sie die folgenden Aussagen in Quantoren-Schreibweise:

- (a) Für keine natürliche Zahl  $x$  ist  $x^4$  in den natürlichen Zahlen.
- (b) Für jede reelle Zahl  $x$  folgt aus  $x^3 > 1$  bereits  $x^2 > 1$ .
- (c) Für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$  ist  $x + y$  eine reelle Zahl.

### Aufgabe B 2. (9 Punkte)

Zeigen Sie das (aussagenlogische) Distributivgesetz, also für Aussagen  $p$ ,  $q$  und  $r$

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r).$$

### Aufgabe B 3. (4 Punkte)

Gilt die Aussage

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

für jedes Paar an Aussagen  $p, q$ ?

### Aufgabe B 4. (6 Punkte)

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die folgenden Formeln für jedes  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Die Blätter 1 bis 3 zählen als Bonuspunkte zur Zulassung für Analysis, d.h. alle Punkte die Sie erreichen, werden Ihnen gutgeschrieben, die möglichen Punkte der ersten drei Blätter werden aber nicht zur Maximalpunktzahl dazugezählt. Für die Maximalpunktzahl zählen erst die Blätter Nummer vier und höher. Lösungsvorschläge werden in der Globalübung am 20.10. (Montag) um 12:30 Uhr vorgestellt. Ihre Lösungen können Sie bis zehn Minuten vor der Globalübung digital in Moodle einreichen.