

Lineare Algebra I

Übung - Blatt 3

Dieses Übungsblatt wird am 12.11.2025 in der Globalübung besprochen.

Bitte laden Sie Ihre Abgabe bis **Mittwoch, 12.11.2025, um 14:00 Uhr** im Moodle-Raum hoch. Geben Sie bitte in Gruppen von 2 Studierenden ab und schreiben Sie *alle* Namen und Matrikelnummern auf Ihre Abgabe.

Bitte achten Sie bei Ihrer Abgabe besonders auf die formale Korrektheit Ihrer Lösung. Es gibt pro Aufgabe einen Punkt für das formal korrekte Aufschreiben Ihrer Lösung, markiert mit einem *.

Aufgabe 1 (5+2+2+1* = 10 Punkte)

Es seien A, B, C nicht-leere Mengen und $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ zwei Abbildungen. Zeigen Sie:

- (a) Wenn f und g bijektiv sind, ist auch $g \circ f$ bijektiv.
- (b) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist auch f injektiv, aber g im Allgemeinen nicht.
- (c) Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist auch g surjektiv, aber f im Allgemeinen nicht.

Aufgabe 2 (2+2+1+2+2+1* = 10 Punkte)

Seien M, N nicht-leere Mengen, $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung und $M_1 \subseteq M, N_1 \subseteq N$. Zeigen Sie folgende Aussagen für Bild und Urbild:

- (a) $f(f^{-1}(N_1)) \subseteq N_1$.
- (b) $f^{-1}(f(M_1)) \supseteq M_1$.
- (c) Zeigen Sie, dass die umgekehrten Inklusionen in (a) und (b) allgemein nicht gültig sind.
- (d) Ist f surjektiv, so gilt $f(f^{-1}(N_1)) = N_1$.
- (e) Ist f injektiv, so gilt $f^{-1}(f(M_1)) = M_1$.