

Aufgabe 1 Mittels einer Abfüllmaschine werden X_1 Gramm eines Produktes in X_2 Gramm schwere Dosen gefüllt. Sodann werden 100 gefüllte Dosen in eine X_3 Gramm schwere Kiste verpackt. Dabei seien X_1 , X_2 und X_3 unabhängige und ausreichend genau nach den Normalverteilungen $\mathcal{N}_1(155; 4^2)$, $\mathcal{N}_2(45; 3^2)$ und $\mathcal{N}_3(1\,000; 20^2)$ verteilte zufällige Variable.

- (a) Bestimmen Sie Verteilung, Erwartungswert und Varianz einer zufällig aus der Produktion herausgegriffenen gefüllten Dose.
- (b) Bestimmen Sie Verteilung, Erwartungswert und Varianz einer zufällig aus der Produktion herausgegriffenen gefüllten Kiste.
- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Kiste schwerer als 21 100 Gramm?

Aufgabe 2 Wir nehmen rein hypothetisch an, für die kommende Ausspielung des Lottos 6 aus 49 würden 100 Millionen unabhängig voneinander und rein zufällig erzeugte Tippreihen abgegeben.

- (a) Wie wäre dann die Anzahl der Reihen mit sechs Richtigen approximativ verteilt?
- (b) Wie groß wäre dann approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens drei Sechser auftreten?

Aufgabe 3 Ein Behälter enthält 4 Kugeln, die 2, 4, 6 bzw. 8 Gramm wiegen.

- (a) Es wird zufällig eine Kugel gezogen. Berechnen Sie
 - (1) den Erwartungswert
 - (2) die Varianzder Zufallsvariablen $X = \{\text{Gewicht der gezogenen Kugel in Gramm}\}$.
- (b) Der Behälter mit den Kugeln wird für ein Spiel benutzt, das sich „Wie ärgert man die Studierenden maximal mit dem zentralen Grenzwertsatz?“ nennt. Dazu zieht jeder Spieler blind 20 mal eine Kugel aus der Urne, misst die Masse der Kugel, notiert diese und legt die Kugel wieder zurück. Wer nach 20 Ziehungen eine Summe von mindestens 110 Gramm erreicht hat, zählt zu den Gewinnern und bekommt zur Belohnung in der Stochastik-Klausur eine Zusatzaufgabe. Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler zu den Gewinnern zählt.

Aufgabe 4 Aus Erfahrung sei bekannt, dass unter den neugeborenen Kindern in Deutschland 51% Knaben sind. In einem Krankenhaus interessiert man sich für die Wahrscheinlichkeit, dass unter den nächsten 1000 Neugeborenen mehr als 550 Knaben sind. Unter geeigneten Annahmen berechne man näherungsweise die Wahrscheinlichkeit mit Stetigkeitskorrektur durch Anwendung eines Grenzwertsatzes.

Aufgabe 5 Bei der Verpackung von Kartoffeln in Beutel kann das Normalgewicht von 10kg i.A. nicht exakt eingehalten werden. Die Erfahrung zeigt, dass das Füllgewicht eines Beutels durch eine Zufallsvariable $Y = X + 10$ beschrieben werden kann, wobei X eine auf dem Intervall $[-0,25; 0,75]$ gleichverteilte Zufallsvariable ist.

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz des Füllgewichtes eines Beutels.

- (b) Die abgefüllten Beutel sollen mit einem Kleintransporter befördert werden. Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die zulässige Nutzlast von 1020kg bei Zuladung von 100 Beuteln überschritten wird.

Aufgabe 6 In einer Kantine gehen jeden Tag 200 Personen zum Essen. Man kann zwischen drei Menüs wählen, die zu 3 €, 4 € und 8 € angeboten werden. Da die Getränke frei sind, zahlt jeder Besucher einen dieser Beträge. Aus Erfahrung weiß man, dass ein Gast das 3 € -Menü mit 50%, das 4 € -Menü mit 15% und das 8 € -Menü mit 35% Wahrscheinlichkeit wählt. Da sich die Gäste kaum wechselseitig beeinflussen, ist ihr Verhalten als unabhängig einzustufen.

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Einnahmen pro Gast.
- (b) Welcher Mindestumsatz wird mit einer Sicherheit von 95% an einem Tag eingenommen?