# 数学建模算法模型

# 数学建模十大算法

#### 1、蒙特卡罗算法

该算法又称随机性模拟算法,是通过计算机仿真来解决问题的算法,同时可以通过模拟可以来检验自己模型的正确性,比较好用的算法

# 2、数据拟合、参数估计、插值等数据处理算法

比赛中通常会遇到大量的数据需要处理,而处理数据的关键就在于这些算法,通常使用 Matlab 作为工具

3、线性规划、整数规划、多元规划、二次规划等规划类问题 建模竞赛大多数问题属于最优化问题,很多时候这些问题可以用数学规划算 法来描述,通常使用 Matlab、Lingo 软件实现

#### 4、图论算法

这类算法可以分为很多种,包括最短路、网络流、二分图等算法,涉及到图 论的问题可以用这些方法解决,需要认真准备

- 5、动态规划、回溯搜索、分治算法、分支定界等计算机算法 这些算法是算法设计中比较常用的方法,很多场合可以用到竞赛中
- 6、最优化理论的三大非经典算法:模拟退火法、<mark>神经网络</mark>、遗传算法 这些问题是用来解决一些较困难的最优化问题的算法,对于有些问题非常有 帮助,但是算法的实现比较困难,需慎重使用

#### 7、网格算法和穷举法

当重点讨论模型本身而轻视算法的时候,可以使用这种暴力方案,最好使用 一些高级语言作为编程工具

### 8、一些连续离散化方法

很多问题都是从实际来的,数据可以是连续的,而计算机只认的是离散的数据,因此将其离散化后进行差分代替微分、求和代替积分等思想是非常重要的

#### 9、数值分析算法

如果在比赛中采用高级语言进行编程的话,那一些数值分析中常用的算法比如方程组求解、矩阵运算、函数积分等算法就需要额外编写库函数进行调用

### 10、图象处理算法

赛题中有一类问题与图形有关,即使与图形无关,论文中也应该要不乏图片的这些图形如何展示,以及如何处理就是需要解决的问题,通常使用 Matlab 进行处理

#### 算法简介

#### 1、灰色预测模型 (一般)

解决预测类型题目。由于属于灰箱模型,一般比赛期间不优先使用。满足两个条件可用:

- ①数据样本点个数 6 个以上
- ②数据呈现指数或曲线的形式,数据波动不大

# 2、微分方程模型(一般)

微分方程模型是方程类模型中最常见的一种算法。近几年比赛都有体现,但 其中的要求,不言而喻,学习过程中无法直接找到原始数据之间的关系,但可找 到原始数据变化速度之间的关系,通过公式推导转化为原始数据的关系。

#### 3 、回归分析预测 (一般)

求一个因变量与若干自变量之间的关系,若自变量变化后,求因变量如何变化: 样本点的个数有要求:

- ①自变量之间协方差比较小,最好趋近于 0, 自变量间的相关性小;
- ②样本点的个数 n>3k+1, k 为预测个数;

#### 4、 马尔科夫预测 ( 较好) )

一个序列之间没有信息的传递,前后没联系,数据与数据之间随机性强,相互不影响;今天的温度与昨天、后天没有直接联系,预测后天温度高、中、低的概率,只能得到概率,其算法本身也主要针对的是概率预测。

### 5、时间序列预测(较好)

预测的是数据总体的变化趋势,有一、二、三次指数平滑法(简单),<mark>AR</mark>, MA,ARMA,ARIMA

#### 6、小波分析预测(高大上)

数据无规律,海量数据,将波进行分离,分离出周期数据、规律性数据;其 预测主要依靠小波基函数,不同的数据需要不同的小波基函数。网上有个通用的 预测波动数据的函数。

#### 7、神经网络 ( 较好) )

大量的数据,不需要模型,只需要输入和输出,黑箱处理,建议作为检验的办法,不过可以和其他方法进行组合或改进,可以拿来做评价和分类。

#### 8、 混沌序列预测(高大上)

适用于大数据预测,其难点在于时延和维数的计算。

# 9、 插值与拟合 (一般)

拟合以及插值还有逼近是数值分析的三大基础工具,通俗意义上它们的区别 在于: 拟合是已知点列,从整体上靠近它们;插值是已知点列并且完全经过点列; 逼近是已知曲线,或者点列,通过逼近使得构造的函数无限靠近它们。

#### 10、 模糊综合评判 (简单) 不建议单独使用

评价一个对象优、良、中、差等层次评价,评价一个学校等,不能排序

# 11、 层次分析法(AHP)(简单)

不建议单独使用作决策,去哪旅游,通过指标,综合考虑作决策

# 12、 数据包络(DEA)分析法 (较好)

综合评价类优化问题,对各省发展状况进行评判,<mark>多输入多输出</mark>,<mark>数据量大</mark>,针对一个优化系统,得到的结果较为客观

# 13、 秩和比综合评价法和熵权法 ( 较好)

秩和比综合评价法是评价各个对象并排序,但要求指标间关联性不强,熵权法是根据各指标数据变化的相互影响,来进行赋权。两者在对指标处理的方法类似。

# 14、 优劣解距离法(TOPSIS 法) (备用)

其基本原理,是通过检测评价对象与最优解、最劣解的距离来进行排序,若评价对象最靠近最优解同时又最远离最劣解,则为最好;否则为最差。其中最优解的各指标值都达到各评价指标的最优值。最劣解的各指标值都达到各评价指标的最差值。

# 15、投影寻踪综合评价法 ( 较好)

可揉和多种算法,比如遗传算法、模拟退火等,将各指标数据的特征提取出来,用一个特征值来反映总体情况;相当于高维投影之低维,与支持向量机相反。该方法做评价比一般的方法好。

# 16、方差分析、协方差分析等 (必要)

方差分析:看几类数据之间有无差异,差异性影响,例如:元素对麦子的产量有无影响,差异量的多少

协方差分析:有几个因素,我们只考虑一个因素对问题的影响,忽略其他因素,但注意初始数据的量纲及初始情况。

此外还有灵敏度分析,稳定性分析

### 17、 线性规划、整数规划、0-1 规划 (一般)

模型建立比较简单,可以用 lingo 解决,但也可以套用智能优化算法来寻最优解。

18、 非线性规划与智能优化算法握 (智能算法至少掌握 1-2 ) 个,其他的了解即可)

非线性规划包括: 无约束问题、约束极值问题

智能优化算法包括:模拟退火算法、遗传算法、改进的遗传算法、禁忌搜索算法、神经网络、粒子群等

其他规划如:多目标规划和目标规划及动态规划等

- 19、 复杂网络优化 ( 较好) ) 离散数学中经典的知识点——图论。主要是编程。
- 20、排队论与计算机仿真 (高大上) ) 排队论研究的内容有 3 个方面:统计推断,根据资料建立模型;系统的性态,

即和排队有关的数量指标的概率规律性; <mark>系统的优化问题</mark>。其目的是正确设计和有效运行各个服务系统, 使之发挥最佳效益。计算机仿真可通过元胞自动机实现, 但元胞自动机对编程能来要求较高, 一般需要证明其机理符合实际情况, 不能作为单独使用。

#### 21 、图像处理 ( 较好) )

MATLAB 图像处理,针对特定类型的题目,一般和数值分析的算法有联系。例如 2013 年国赛 B 题,2014 网络赛 B 题。

# 22、支持向量机 ( 高大上) )

支持向量机实现是通过某种事先选择的非线性映射(核函数)将输入向量映射到一个高维特征空间,在这个空间中构造最优分类超平面。主要用于<mark>分类</mark>。

### 23、多元分析

- 1、聚类分析、
- 2、因子分析
- 3、主成分分析: 主成分分析是因子分析处理过程的一部分,可以通过分析各指标数据的变化情况,然后将数据变化相似的指标用一种具有代表性的来代替,从而达到降维的目的。
- 4、判别分析
- 5、典型相关分析
- 6、对应分析
- 7、多维标度法(一般)
- 8、偏最小二乘回归分析(较好)

# 24 、分类与判别

主要包括以下几种方法,

- 1、距离聚类(系统聚类)(一般)
- 2、关联性聚类
- 3、层次聚类
- 4、密度聚类
- 5、其他聚类
- 6、贝叶斯判别(较好)
- 7、费舍尔判别(较好)
- 8、模糊识别

# 25 、关联与因果

- 1、灰色关联分析方法
- 2、Sperman 或 kendall 等级相关分析

- 3、Person 相关(样本点的个数比较多)
- 4、Copula 相关(比较难,金融数学,概率密度)
- 5、典型相关分析

(例: 因变量组 Y1234, 自变量组 X1234, 各自变量组相关性比较强, 问哪一个因变量与哪一个自变量关系比较紧密?)

6、标准化回归分析

若干自变量,一个因变量,问哪一个自变量与因变量关系比较紧密

7、生存分析(事件史分析)(较好)

数据里面有缺失的数据,哪些因素对因变量有影响

8、格兰杰因果检验

计量经济学, 去年的 X 对今年的 Y 有没影响

9、优势分析

## 26、 量子优化算法 (高大上)

量子优化可与很多优化算法相结合,从而使寻优能力大大提高,并且计算速率提升了很多。其主要通过编程实现,要求编程能力较好。

#### 一、优化类

线性规划(运输问题、指派问题、对偶理论、灵敏度分析)

整数规划(分支定界、枚举试探、蒙特卡洛)

非线性规划(约束极值、无约束极值)

目标规划(单目标、多目标)

动态规划(动态、静态、线性动规、区域动规、树形动规、背包动规)

动态优化 (变分法)

现代优化算法(贪婪算法、禁忌搜索、模拟退火、遗传算法、人工神经网络、蚁群算法、粒子群算法、人群搜索算法、人工免疫算法、集成算法、TSP问题、QAP问题、JSP问题)

模糊逼近算法

#### 二、图论

最小生成树(prim 算法、Kruskal 算法)

最短路径 (Dijkstra 算法、Floyd-Warshall 算法、Bellman-Ford 算法、SPFA 算法)

匹配问题(匈牙利算法)

Euler 图和 Hamilton 图

网络流(最大流问题、最小费用最大流问题)

# 三&四、预测类&统计

GM(1,1)灰色预测,GM(2,1)等等

时间序列模型(确定性时间序列、平稳时间序列、移动平均、指数平滑、Winter方法、ARIMA模型)

回归(一元线性回归、多元线性回归 MLR、非线性回归、多元逐步回归 MSR、 主元回归法 PCR、部分最小二乘回归法 PLSR)(重点)

Bayes 统计预测

分类模型 (逻辑回归、决策树、神经网络)

判别分析模型(距离判别、Fisher 判别、Bayes 判别)

参数估计(点估计、极大似然估计、Bayes 估计)

假设检验(U-检验、T-检验、卡方检验、F-检验、最优性检验、分布拟合检验)

方差分析(单因素、多因素、相关性检验)

经验分布函数

正交试验

模糊数学(模糊分类、模糊决策)

随机森林

### 五、数据处理

图像处理

插值与拟合(Lagrange 插值、Newton 插值、Hermite 插值、三次样条插值、 线性最小二乘)

搜索算法(回溯、分治、排序、网格、穷举)

数值分析方法(方程组求解、矩阵运算、数值积分、逐次逼近法、牛顿迭代法)

模糊逼近

动态加权

ES

#### **DWRR**

序列分析

主成分分析

因子分析

聚类分析

灰色关联分析法

数据包络分析法(DEA)

# 六、评价类

层次分析法 (AHP)

模糊综合评价

基于层次分析的模糊综合评价

动态加权综合评价

TEIZ 理论

# 七、图形类(重点)

算法流程图

条形图

直方图

散点图

饼图

折线图

茎叶图

箱线图

PP图

QQ图

Venn 图

矢量图

误差分析图

概率分布图

5w1h 分析法

漏斗模型

金字塔模型

鱼骨分析法

等高线曲面图

思维导图

# 八、模拟与仿真

蒙特卡洛

元胞自动机

#### 九、方程(进阶)

微分方程(Malthus 人口模型、Logistic 模型、战争模型)

稳定状态模型(Volterra 模型)

常微分方程的解法(离散化、Euler 方法、Runge—Kutta 方法、线性多步法)

差分方程 (蛛网模型、遗传模型)

偏微分方程数值解(定解问题、差分解法、有限元分析)

### 十、数据建模&机器学习方法(当前热点)

(注:此部分与数据处理算法有大量重叠)

### 云模型

Logistic 回归

主成分分析

支持向量机 (SVM)

K-均值(K-Means)

近邻法

朴素 Bayes 判别法

决策树方法

人工神经网络(BP、RBF、Hopfield、SOM)

正则化方法

kernel 算法

### 十一、其他

排队论

博弈论

贮存伦

概率模型

# 马氏链模型

### 决策论

(单目标决策:不确定型决策、风险决策、效用函数、决策树、灵敏度分析)

(多目标决策:分层序列法、多目标线性规划、层次分析法)

系统工程建模(ISM 解释模型、网络计划模型、系统评价、决策分析)

交叉验证方法(Holdout 验证、K-fold cross-validation、留一验证)

# 附: 简单建模方法

比例关系

函数关系

几何模拟

类比分析

物理规律建模

文字建模, 语言建模

注: 各类别之间方法可能有交叉