

线缺陷光子晶体的电磁波波导性质研究

姓名：孙浩淞

学号：PB21000331

所在学院：少年班学院

摘要：本电磁学课程小论文以光子晶体为研究对象，重点剖析了光子晶体的波导特性。首先，利用电磁学理论结合数值分析软件求解了光子禁带范围的数值解。随后，引入线缺陷，进一步计算了波导色散曲线及相关参数。同时，建立三维拓扑模型，分析了实际光子晶体模型的数理建模参数的定量影响机制，重点分析了三维环境光子晶体板波导的损耗。基于此，以光子晶体波导产生的偏振效应为研究切入点，剖析了三维光子晶体板波导的偏振特性，且从理论上提出了消除偏振效应的技术方案。最后，讨论了基于线缺陷光子晶体的谐振腔的谐振特性，依托品质因子和灵敏度分析了技术方案的实用性及可行性。本研究可为深入探索基于光子晶体的传感器设计基础理论探索提供科学参考，有助于光纤设计基础理论解析探索。

中文关键词：光子晶体波导；禁带；色散；偏振效应；谐振腔

Abstract: This electromagnetic course paper takes photonic crystal as the research object, focusing on the analysis of the waveguide characteristics of photonic crystal. Firstly, the numerical solution of photonic band gap is obtained by using electromagnetic theory and numerical analysis software. Then, the line defect is introduced, and the dispersion curve and related parameters of the waveguide are calculated. At the same time, the three-dimensional topological model is established, the quantitative influence mechanism of the mathematical modeling parameters of the actual photonic crystal model is analyzed, and the loss of the photonic crystal slab waveguide in the three-dimensional environment is emphatically analyzed. Based on this, taking the polarization effect produced by photonic crystal waveguide as the starting point, the polarization characteristics of three-dimensional photonic crystal slab waveguide are analyzed, and a technical scheme to eliminate the polarization effect is proposed theoretically. Finally, the resonant characteristics of the resonant cavity based on line defect photonic crystal are discussed, and the practicability and feasibility of the technical scheme are analyzed based on the quality factor and sensitivity. This study can provide a scientific reference for further exploring the basic theory of sensor design based on photonic crystal, and help to analyze and explore the basic theory of optical fiber design.

Keywords: Photonic crystal waveguide, Forbidden band, Dispersion, Polarization effect, Resonant cavity

1. 引言

随着信息技术的不断发展,光传导技术因其传导损耗低、易于设计制造,在各方面的应用受到广泛关注^[1-10]。光纤作为目前广泛应用的光传导材料,其性能优化一直被学术界广泛研究^[1-5]。传统光纤利用光的全反射原理将光约束在介质纤维中传播,通过调控传导介质的折射率进行优化,因为价格较为低廉、性能相对良好而在民用通信领域已经有了广泛应用。然而,在新领域如光子计算机、集成光路、高灵敏度光学探测等研究方向,传统光纤传导因为体积较大、弯折损耗严重等,限制了其在微型光波导领域的应用。基于此,依托光子晶体的新型光纤设计应运而生。

光子晶体的研究始于上世纪八十年代。Yablonovitch 及 John 最早提出光子晶体的物理学图像,并指出:光子晶体的拓扑结构可用于调控周期性电介质结构对材料中光传播特性^[1-5]。光子晶体的物理学本质为:一类在光学尺度上具有周期性介电结构的晶体。依据介电常数在空间周期性分布的结构不同,可将其细分为:一维、二维、高维光子晶体^[6-10]。研究方法已由特征矩阵法、平面波展开法、时域有限差分法、有限元法等传统理论分析方法逐步延拓至复杂网络理论分析、张量网络理论分析、图嵌入自编码等新型机器学习及量子编码等新方法^[9-12]。

就上述三种光子晶体而言,二维光子晶体已被广泛研究。究其原因在于:二维光子晶体易制备,且易于引入点缺陷、线缺陷等拓扑结构,有助于研发结构灵活且性质优良的光子晶体。此外,在诸多光子晶体的研究中,光子禁带的研究尤为关键。其物理学本质为:光子带隙。其物理含义为:若光子晶体周期性分布的两种材料介电常数差别较大,光在光子晶体中传播时,在各个界面的反射折射将使电磁波受到调制而形成能带结构(即:光子能带),同时光子能带之间便可能存在光子带隙,频率落在带隙中的电磁波在光子晶体中会被禁止传播。基于此性质,可通过调控光子晶体结构从而调整禁带范围,便可实现对光传输的操纵和控制,因而光子禁带形成机理的研究已上升为光子晶体基础理论研究领域尤为重要且亟需解决的关键科学问题,具备重要研究价值。近期,基于光子晶体的光纤传输、光信号调制与解调、高灵敏度光学气体传感器等研究工作已大量涌现。鉴于光子晶体具备体积小,损耗低,操控灵活性极高、具有独特的波导性质,具有强大的应用前景等突出优势,有关光子晶体的研究工作已极大程度上拓展至微型光波导领域,以期进一步提升研究工作普适性及创新性。

基于上述拟解决的关键科学问题及研究背景综述,本电磁学课程小论文以光子晶体禁带为研究切入点,重点研究了光在光子晶体中的传播行为,通过引入光子晶体的线缺陷,重点剖析基于线缺陷的光传导的信号保真、能量损耗、偏振效应等物理学性质,并进一步地提出基于线缺陷结构的光子晶体谐振腔结构设计方案,以期实现谐振特性及光子晶体传感器的品质因子提高的多目标优化。

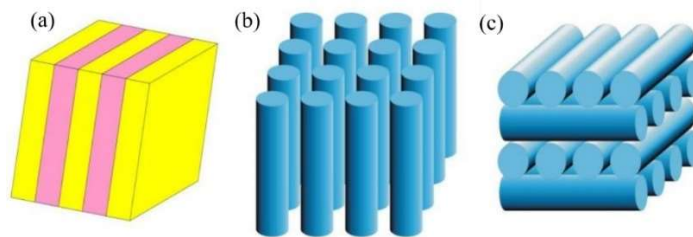


Fig. 1. 三种典型光子晶体的拓扑结构示意图^[1-4]

2. 光子禁带研究

2.1 理论分析

为了研究光子晶体中电磁波传导，首先建立主方程。在光子晶体中，可以认为电流密度 J 和自由电荷密度 ρ 为零，由 Maxwell 方程组，可得：

$$\begin{cases} \nabla \times E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

而光子晶体内部相对介电常数并不为常数，且是位置的变量，即满足：

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r(r). \quad (2)$$

故可得：

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times H \right) = \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \frac{\partial D}{\partial t} \right) = \nabla \times \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{D}{\varepsilon_r} \right) = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times E). \quad (3)$$

本研究所选取的材料磁极化效应很小，故：

$$\mu_r = 1, \quad (4)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (5)$$

代入方程（1）及（3）则有：

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times H \right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}. \quad (6)$$

在平面波的假设下，采用平面波展开法，算符具有等价运算：

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow (i\omega)^2. \quad (7)$$

因此，可得到光子晶体中的主方程：

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times H \right) = -\mu_0 \varepsilon_0 (i\omega)^2 H = \frac{\omega^2}{c^2} H. \quad (8)$$

对主方程（8）进行求解即可得到光子晶体中任意状态下的电磁场分布。

2.2 数值解分析

首先，建立六方晶型的二维光子晶体模型。传统的二维光子晶体可分为：介质柱型和空气孔型两种类型（如图 2 所示）。在实际应用当中，因为空气孔型较易加工，同时可以对其介质基板引入如液体槽、气体槽等更多功能槽，具有更高的应用前景。故本文选择空气孔型二维光子晶体作为主要研究对象。设置晶格常数满足： $a=0.351\text{nm}$ ，空气孔半径满足 $r_0=0.3a$ 。

随后，利用平面波展开法对设置的光子晶体模型的禁带进行求解。其核心为：

应用布洛赫原理，求出特定波矢对应的本征频率。本文利用 MPB 及 Rsoft 两款仿真软件，运用平面波展开法获得光子能带的数值解。具体计算说明如下：首先，使用两款软件同时计算光子晶体的禁带。其次，获得较为准确的禁带所在频段，而并不精确地求解禁带的具体边界范围。最后，在此前提下设置每两个倒易空间 K 点间插入 4 个点，计算模式数量 16 足够满足要求。光子能带图的数值解如下图 3 所示。

对比图 3 各个子图，可得：二者所求得禁带并不完全一致。究其原因在于：所取的精度较小，而两种软件以不同的出发点进行计算，故求解的结果并不能完美重合。另外，能带图中有些较小的带隙 ($\leq 1\%$) 亦因为软件本身不能识别能带交错而出现的“误判”。然而，仍可明显发现：在 TE 模式下，位于归一化频率 0.26 附近存在一个两款软件重合度较高且间隙明显的禁带区域，可以初步判定这里就是本研究需寻找的禁带区域。

随后，利用 Comsol 进行仿真验证上述数值解之自洽性。模型建模如下图 4 所示。为了简化计算量,且不失有效性，采用二维建模进行电磁场仿真计算。为了对发现的上述 TE 模式进行验证，取入射波长 $1\mu\text{m}$ 到 $2\mu\text{m}$ ，选取左边界两空气孔之间区域作为入射区域，计算右边界透射率、入射边界反射率等数据绘制如下，观察发现在禁带区域内，光波几乎没有透射，而在波长逐渐变长至离开禁带区域之后，就出现了微弱的透射和反射。这表明证实了在这个波段范围内禁带存在。

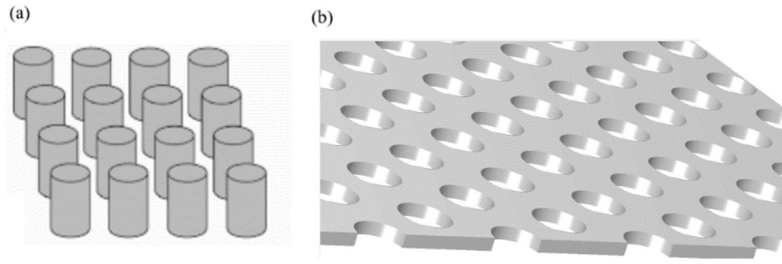


Fig. 2. 两种典型二维光子晶体^[2]

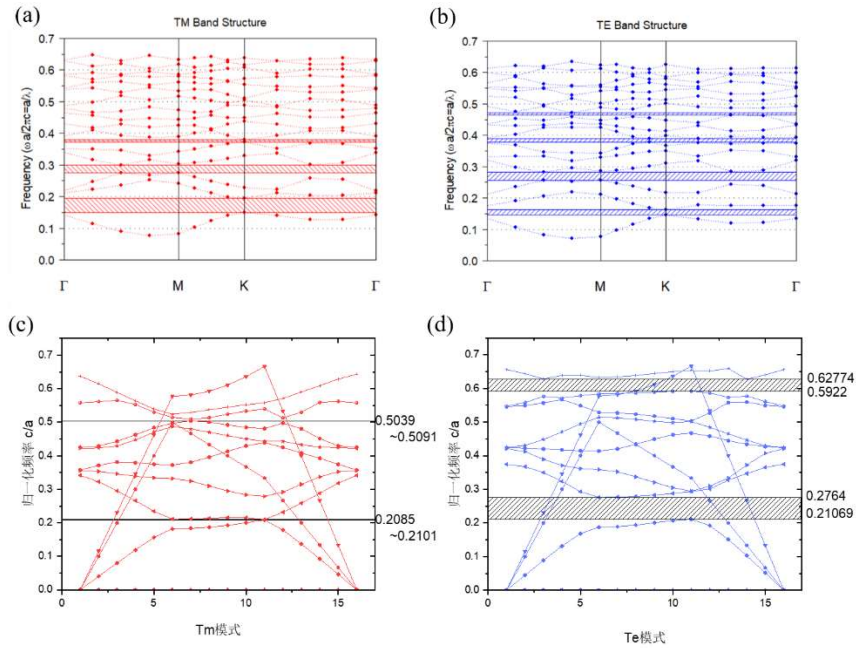


Fig. 3. 光子晶体的能带图数值解。(a) Rsoft 计算所得的 TM 模式光子能带图。(b) Rsoft 计算所得的 TE 模式

光子能带图。(c) MPB 计算所得 TM 模式光子能带图。(d) MPB 计算所得 TE 模式光子能带图。图中阴影部分所示范围即为光子禁带(d)。

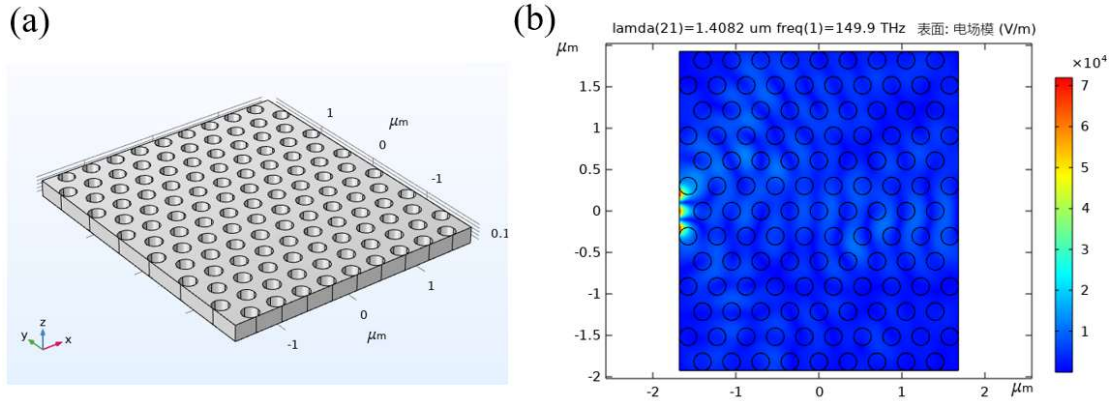


Fig. 4. 三维光子晶体电场模分析。(a) 三维光子晶体模型示意图。(b) 从左侧边界中心区域入射 $1.4082\mu\text{m}$ 电磁波后电场模分布。

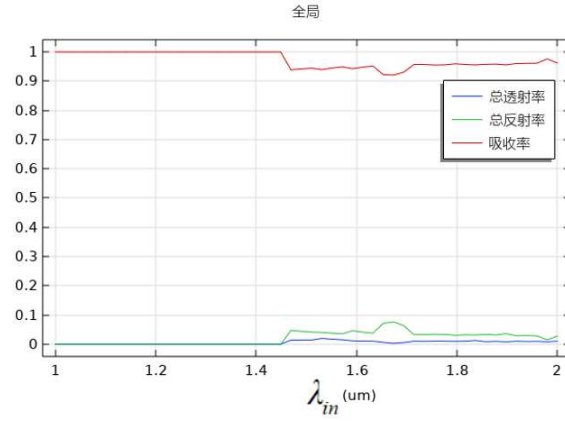


Fig. 5. 右侧边界中心区域透射率、入射边界反射率、总吸收率随入射波长变化的定量演化规律。

然而，由于光子晶体禁带对光更多的是遏止传播的作用，在这情况下通过透射率判断禁带的具体效应是不便的，因此需将光路传播中间一排空气孔删去，构建一个具有线缺陷的 PCW^[1]光子晶体波导模型。中间线缺陷区域为普通的导光介质，而两侧光子晶体的阵列结构具有遏止光路传播的作用。因此，在禁带范围内的光因为无法进入两侧区域而被集中在线缺陷处传播，从而呈现出优良的传播特性。这里，本研究依然从左侧空气孔中间区域入射 TM 模式光波，可以看到在禁带范围内光波导几乎被限制在线缺陷内。从 $1\mu\text{m}$ 到 $2\mu\text{m}$ 参数化扫描波长的透射率谱图，可发现：在一个波长范围内存在禁带区域，且内部的光波导透射率极高、光波损失极小。从 Comsol 绘制的透射率谱图（即：图 6 (c)）中可得：实际波导情况下禁带范围约为(0.23,0.27)（备注：量纲为：归一化频率）。与上述两种软件平面波展开法计算所得禁带范围相对比，易发现：在所配置的精确度下二者计算误差相似，且各自计算所得中心频率均落在 Comsol 所得禁带范围内，均为有效解。

更进一步地，利用 Rsoft 计算此禁带区域随空气孔半径的变化。计算发现：随着空气孔半径逐渐增大，所求禁带的频率逐渐增加，且在一定范围内，禁带宽度也呈现单调增加的趋势。因而，可得如下研究结论：通过引入 PCW，结合材

料热物性及本构特性，可用标准光源检测禁带带宽，进而可为设计力学传感器或者温度传感器提供基础理论保证。

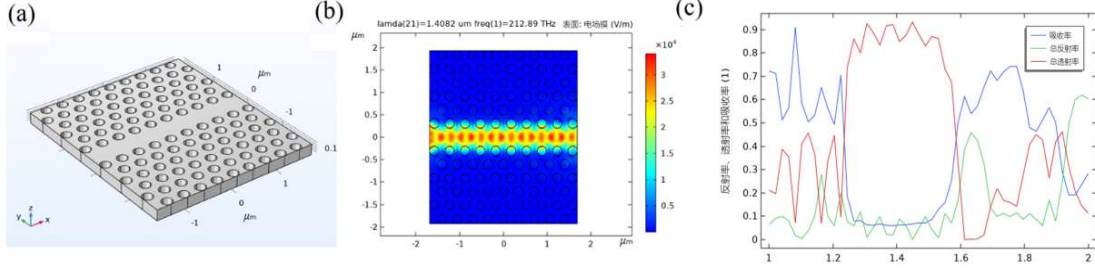


Fig. 6. PCW 光子晶体的电磁学理论分析。(a) 三维的引入线缺陷的光子晶体模型示意图。(b) 入射波长为 1.4082μm 时光子晶体内部电场模分布图。(c) 透射率、反射率、吸收率随波长的演化规律。

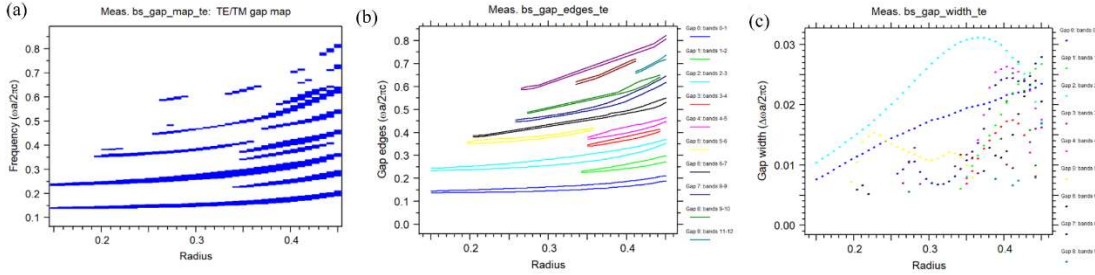


Fig. 7. 光子禁带数值解。(a) 光子禁带区域随空气孔半径的演化规律。(b) 光子禁带区域包络随空气孔半径的演化规律。(c) 光子禁带宽度随空气孔半径的演化规律。上述禁带区域为图示浅蓝色曲线所代表的带隙。

3. 光子晶体线缺陷波导特性

本节重点剖析引入线缺陷情形下光子晶体电磁学特性，且以电磁学理论分析、数值计算、模拟仿真为研究技术手段。

3.1 电磁学理论分析

首先，推导电磁波在光纤中传输的一般方程。现设定：(1) 电流密度及电荷密度为 0；(2) 相对磁导率为 1；(3) 光纤内部相对介电常数为常量。故基于方程 (1) 取旋度及求导可得：

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \quad (9)$$

进而可得平面波特解：

$$\psi = A(k)e^{i[\omega(k)t - \vec{k} \cdot \vec{r}]}, \quad (10)$$

式中：

$$|k| = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} = \frac{\omega}{v} \quad (11)$$

由傅里叶光学相关原理，一束光可以表示为一系列单色波的叠加。对于一个横向均匀的偏振光，其脉冲信号的波方程可表示为：

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{i[\omega(k)t - \vec{k} \cdot \vec{z}]} dk. \quad (12)$$

由于叠加的单色波有无限束，这里采用积分表示叠加。为了描述同一个介质

中光信号存在的色散现象，现将圆频率 ω 对波矢 k 进行泰勒展开：

$$\omega = \omega_0 + \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega_0} (k - k_0) + \dots \quad (13)$$

忽略 $(k-k_0)$ 的高阶项，代入可得：

$$E(z, t) = e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{i \left(\left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega_0} t - z \right) (k - k_0)} dk. \quad (14)$$

基于方程（14），可得电场表达式的积分只和变量 ξ 有关：

$$\xi = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega_0} t - z. \quad (15)$$

该式表明：除常值相位因子，脉冲信号可无失真地在介质中传播。此外，脉冲信号传播速度（即：群速度）可表示为：

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega_0}. \quad (16)$$

代入 $k = \frac{\omega v}{c}$ 可得：

$$v_g = \frac{c}{n + \omega_0 \left. \frac{dn}{d\omega} \right|_{\omega_0}}. \quad (17)$$

然而，在高速光通信中， $(k-k_0)$ 的二次项不再是小量，故：不可以被忽略。此时，脉冲信号不可避免地出现失真现象，并且在传播过程中会展宽。脉冲群速度展宽的现象被称为群速度色散（GVD）。首先可采用如下式所述的 D 表征群速度色散：

$$D = \frac{1}{L} \frac{dT}{d\lambda}. \quad (18)$$

式中： T 表征通过长度为 L 的光纤时脉冲的传输时间，且满足下列约束：

$$T = \frac{L}{v_g}. \quad (19)$$

代入可得：

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}. \quad (20)$$

其次，可使用 β 表征 GVD。由于脉冲群速度展宽量级为：

$$\Delta v_g = \left. \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \Delta \omega. \quad (21)$$

故 β 被定义为：

$$\beta = \frac{d^2 k}{d\omega^2}. \quad (22)$$

3.2 色散曲线及相关参数

为了对 PCW 作为光纤传输的特性进行计算, 首先使用 Comsol 波束包络模块计算得光子晶体带隙传播的有效折射率 n_{eff} 。随后, 利用下列公式求得相应模式下的频率:

$$\omega = \frac{kc}{n_{eff}}. \quad (23)$$

绘制 PCW 的色散曲线如图 8 所示。为便于剖析色散曲线所代表的传播模式, 故采取手动计算的方法, 计算了其中四条主要曲线。为了寻找到所需要的传输模式, 现计算各曲线下在波长 $1.5\mu\text{m}$ 处电场模分布。

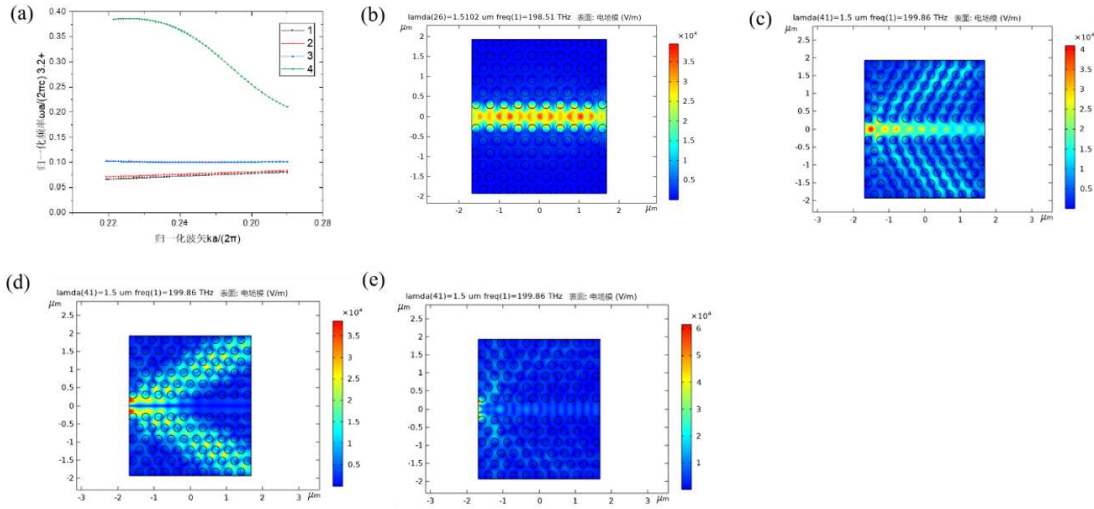


Fig. 8. PCW 计算。(a) 光子晶体色散曲线；(b) 模式 1 曲线所代表的波传导电场模图像；(c) 模式 2 曲线所代表的波传导电场模图像；(d) 模式 3 曲线所代表的波传导电场模图像；(e) 模式 4 曲线所代表的波传导电场模图像。

基于上图 8, 可得: 模式 1 正是所求的模式。随后, 以模式 1 的色散曲线以及群折射率曲线为基础, 计算其它描述波导所需的序参量。由于扫描计算得到的群折射率曲线为散点图, 折射率曲线计算色散曲线需要对参数进行求导运算。为了保证求导过程的准确度, 采用向后第二微分公式进行计算得到进一步数值解。

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 4f(x_{i+1}) - 3f(x_i)}{2h}. \quad (24)$$

由上式可得: 光子晶体线缺陷波导群折射率较稳定。群速度色散参数 β 能够维持在 $10^7 \text{ps}^2/\text{km}$ 量级以下。此外, 已说明在光子晶体中光信号失真率极低, 故考虑到损耗低、体积小、灵活性强的优势, 该结构设计优化方案足够支撑光纤材料被应用在精密光学材料中。

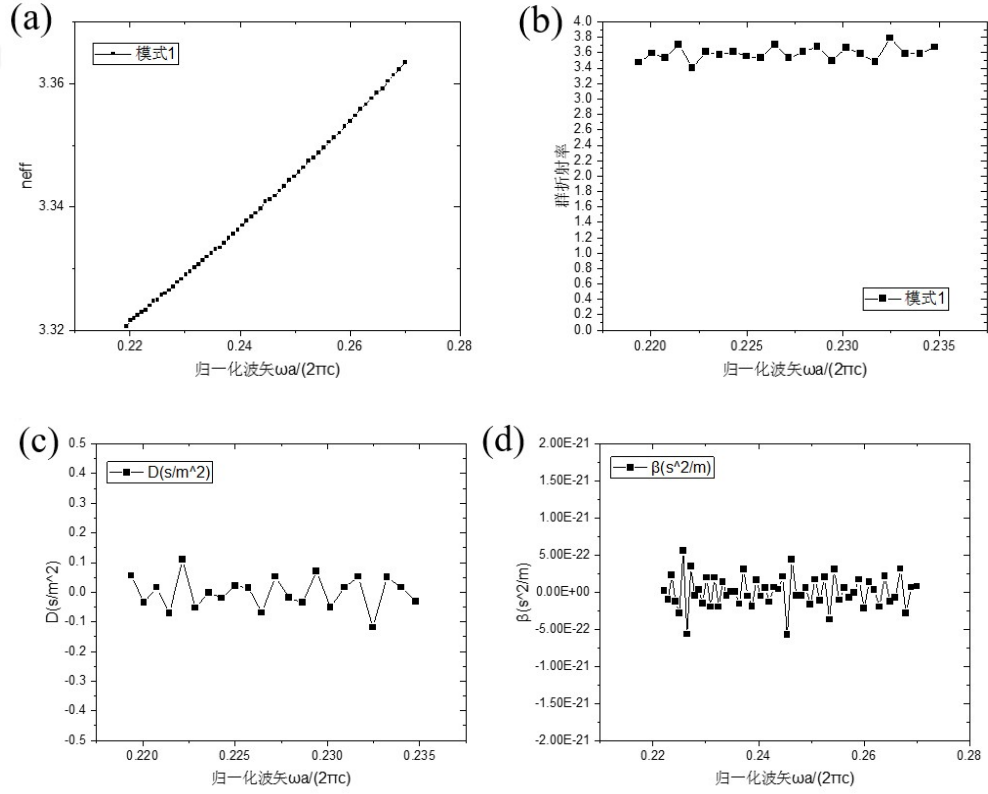


Fig. 9. 模式 1 的色散曲线对应的描述波导所需的核心序参量。(a) 有效折射率；(b) 群折射率；(c) D 随归一化波矢变化的演化规律；(d) β 随归一化波矢变化的演化规律。

4. 三维角度光子晶体线缺陷的分析

4.1 三维光子晶体薄板波导效应

在现实制作中，光子晶体因其三维结构厚度的存在，应考虑厚度对光子晶体波导的定量影响。鉴于较大的模型会导致 Comsol 运算量超出内存容许额度，故在不失一般性的前提下，为了减少运算量，使用如下三维模型（如图 10 所示）进行计算。具体而言，模型在 xy 方向上参数配置与前述平面模型相同。

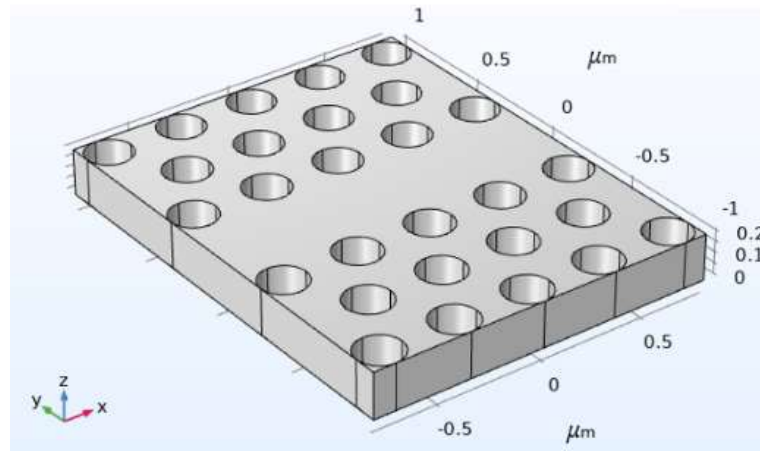


Fig. 10. Comsol 三维计算所用模型

首先，应确定光子晶体薄板合理厚度及上下两侧的物质组成。由于二维模式下并不能计算在垂直薄板方向上的光波传播，因此在三维情况下薄板厚度及两侧

物质的性质可能会对实际波导产生较大影响。随后,对薄板厚度进行参数化扫描,并且在薄板两侧分别添加 $0.1\mu\text{m}$ 厚的空气层及理想良导体,以分别模拟裸露在空气中及被导电金属层涂覆两种情况下的波导性质。相同入射光源(即: $1.5\mu\text{m}$ 的 TE 模式光源)的情况下两种环境下出口处功率流出(如图 11 所示)。对于裸露于空气中的情形,随着光子晶体板厚度增加,流出功率逐渐增加,但均处于较低的水平。同时,由于空气层厚度固定为 $1\mu\text{m}$ 不变(即:在厚度增加过程中空气层相对厚度在变薄),故可得:光子晶体裸露的空气范围越大,传导性能越差。对比之下,涂覆有良导体的光子晶体薄板的透射强度始终维持在较高水平,且随着高度的变化透射强度几乎不变。上述研究发现可为工业加工生产提供了较大的调整空间,且具有较好的应用前景。此外,TE 模式光入射三维光子晶体电场模的切面图如图 12 所示。

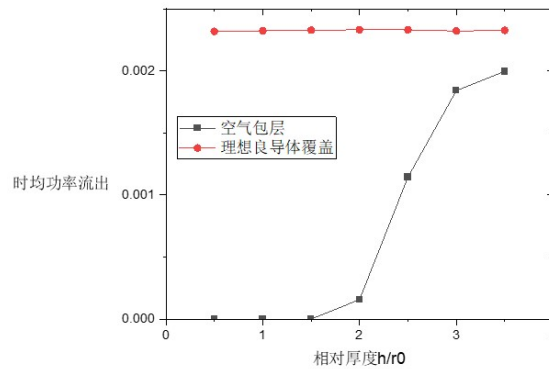


Fig. 11. TE 模式暴露在空气中和导体覆盖两种情况下,线缺陷出口处时均流出功率随厚度的变化的演化规律。

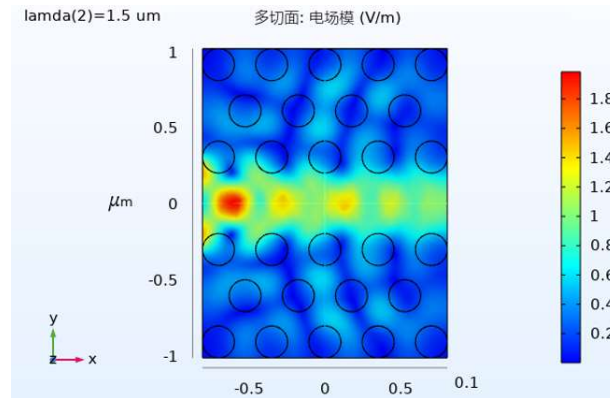


Fig. 12. TE 模式光入射三维光子晶体电场模的切面图。

4.2 光子晶体波导的偏振效应

除了损耗效应外,本研究发现:TE 模式和 TM 模式的光子禁带范围并不相同,对于一束偏振光,以 TE 模式和 TM 模式两种不同模式入射光子晶体线缺陷之后,产生的模场以及相应透射率并不相同。由空间相对介电常数分布亦可预见上述研究发现。

具体而言,在前述 TE 模式下,若使用同一束波长为 $1.5\mu\text{m}$ 振幅为 1V/m 的偏振光以转过 90° 的 TM 模式沿着同样路径入射,电场能量分布具有明显不同(如图 13 所示)。进一步地,仍使用同样的 $1.5\mu\text{m}$ 完全偏振光,以入射光电场强度 E

矢量与 z 轴（即：垂直光子晶体平面）夹角 θ 为变量，使用散射边界条件定义入射光，计算不同偏振角度偏振光在光子晶体线缺陷中传导时出口处功率流出（如图 14 所示）。由此可见：不同偏振方向传播光束所产生的输出功率并不相同。这一特性也就说明不同偏振方向的偏振光功率损耗不同，进而可以由此推断一束非偏振光在经过光子晶体带隙之后会产生偏振现象，因而说明：该设计方案有助于推动基于光子晶体的偏振器制备研究。

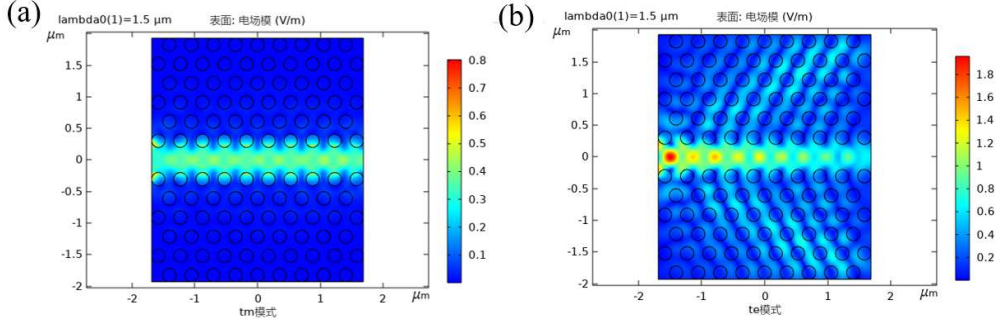


Fig. 13. 不同模式光入射三维光子晶体电场模。(a) TM 模式光入射三维光子晶体电场模图；(b) TE 模式光入射三维光子晶体电场模图。

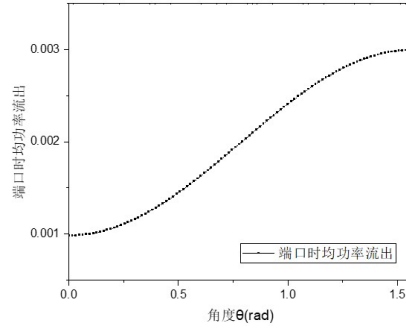


Fig. 14. 线缺陷流出功率随电场偏振方向变化。

需指出：纵然使用导体涂覆可大幅提升波导效率，但类比偏振片的性质可以推断，导体涂覆必然也会导致切向电场与自由电子作用从而产生损失。因而，三维情况下光子晶体偏振特性并不会和二维完全相同。基于上述分析，这里采用 TM 光入射导体涂覆的三维光子晶体板，TM 模式光可以使得电场分量沿着导体切向，从而最大化损耗效应。以晶体板厚度为变量，得到数值解如图 15 所示。由此可知：在光子晶体板非常薄时流出功率几乎为零，波导全部被损耗，而随着厚度增加，损耗效应越来越小。如此便验证了损耗效应的存在性，对比 TE 模式光功率输出亦可发现：增加光子晶体板的厚度可以让损耗减小到很低的水平。同时，这一性质也说明，除了改变光子线缺陷长度以外，可通过控制光子晶体板的厚度来调控偏振光的偏振程度，大大增加了实际应用的灵活性（如图 16 所示）。因此，相比于传统偏振片，光子晶体的偏振性的展现出来极强的可控性，使用光子晶体来产生所需偏振光将具备较好研究价值及可行性。

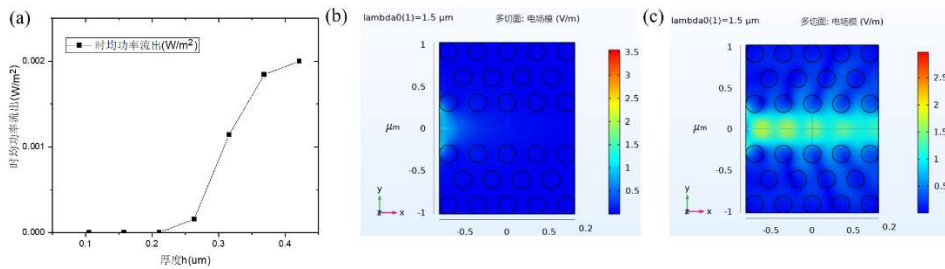


Fig. 15. 导体涂覆光子晶体流出功率及 TM 模式光入射三维光子晶体的电场模数值解。(a)导体涂覆的光子晶体板流出功率随厚度变化；(b)厚度 $0.21\mu\text{m}$ 时电场模分布切面图；(c)厚度 $0.42\mu\text{m}$ 时电场模分布切面图。

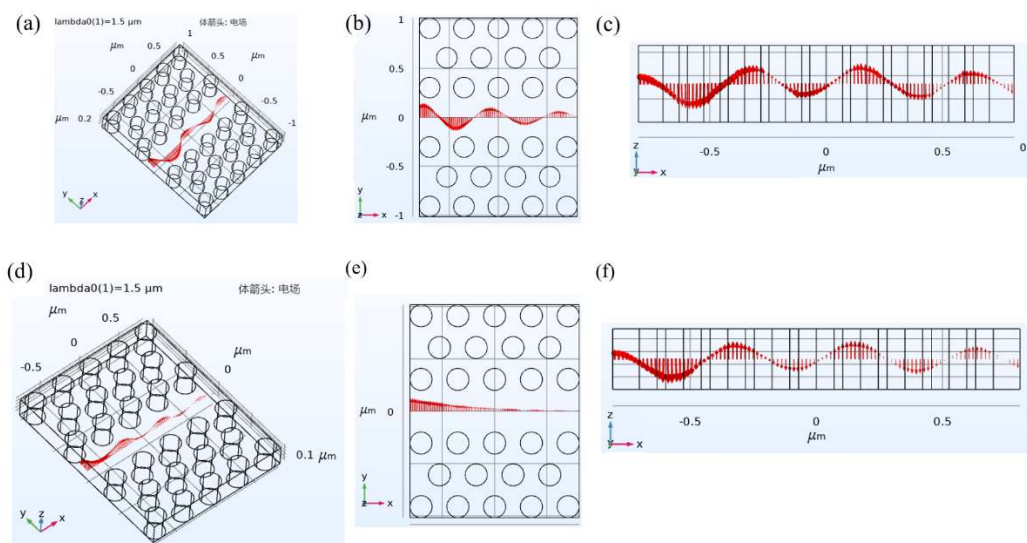


Fig. 16. 不同导体涂覆厚度情况下 45° 角偏振光入射的电场矢量对比。(a)-(c): 厚度 $0.42\mu\text{m}$ 时中轴线上电场矢量分布图及其 xy, xz 平面投影图 (备注: 输出光几乎无偏振); (d)-(f): 厚度 $0.21\mu\text{m}$ 时中轴线上电场矢量分布图及其 xy, xz 平面投影图 (备注: 输出光为 z 向偏振光)。

4.3 基于偏振效应的光子晶体拓扑优化

偏振光的产生在光纤传导信号时并不总是有利的，更多情况下光纤如果能够消除自身的偏振效应，保持入射光原本的偏振态会对信号传输更有利。原光子晶体板的偏振性究其原因即为：传统光子晶体拓扑结构在光路传播方向上不具有旋转对称性，为了消除偏振特性，设计如下模型（如图 17 所示）。该模型由平面光子晶体绕线缺陷轴转动形成，对于沿着线缺陷区域传播的光具有严格的旋转对称性。类似地，由于计算量有限，在不失一般性的前提下，本研究将模型简化到图示大小。

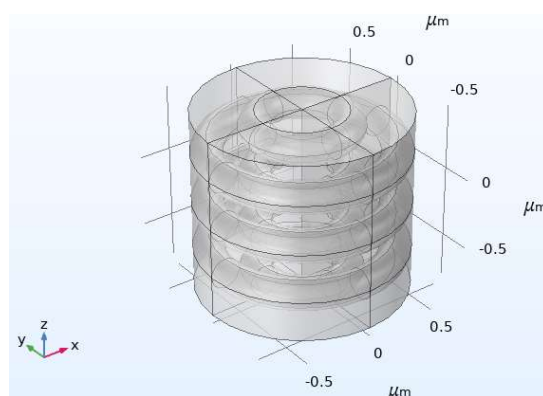


Fig. 17. 圆柱形光子晶体模型示意图。

下面验证这种结构的光子晶体光纤的导波特性。由于晶体空间结构发生了显著变化，光子晶体波导的禁带也会出现一定的差异，因此首先用 Comsol 对透射率进行参数化扫描来寻找禁带以及适宜的导波频率。通过观察流出功率变化曲线（如图 18 所示）可得：在所扫描的范围内，入射波长为 $1.2\mu\text{m}$ 附近时光的透射

最强。因此，选择波长 $1.2\mu\text{m}$ 作为进一步研究所用光源波长。绘制入射光波长为 $1.2\mu\text{m}$ 时光纤内部电场模分布，发现电场模图像（如图 19 所示）和上述探究的二维光子晶体波导图像十分相似，波导被限制在线缺陷内部，光子晶体阵列区域仍然对光波传导具有良好的遏止作用。因此在波导约束和损耗情况方面，使用圆柱形光子晶体作为光纤具备可行性。

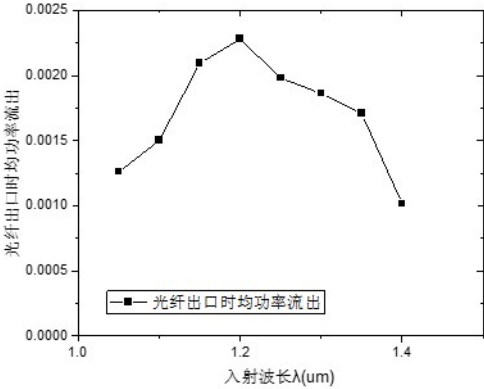


Fig. 18. 时均功率流出随入射波长变化关系图。

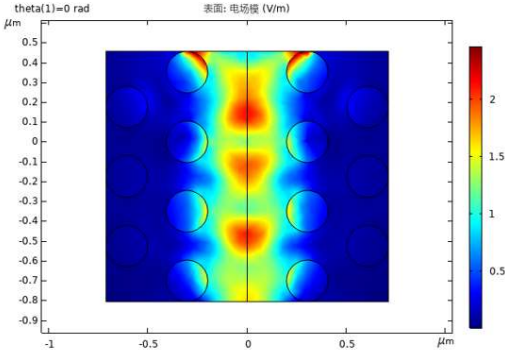


Fig. 19. 入射波长为 $1.2\mu\text{m}$ 时光纤内部电场模分布截面图。

随后，验证该种光子晶体光纤的偏振特性，采用与前文类似方法，将波长为 $1.2\mu\text{m}$ 的完全偏振光射入光子晶体，将偏振方向转过 90° 并计算光纤出口处透射功率（如图 20 所示）。图 20 可得：光纤出口功率输出不再随偏振方向变化而变化，而是几乎不变。这说明在圆柱形光子晶体光纤中，光纤本身不再具有偏振效应，并不会改变入射光的偏振态，从而实现对光波保真、低损地传导。

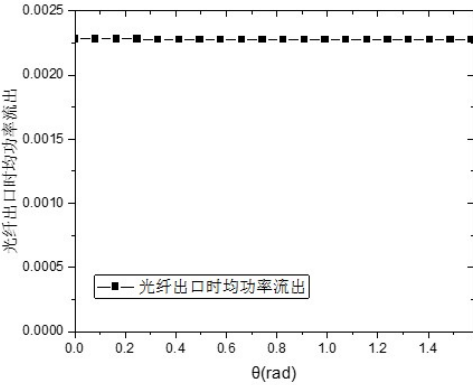


Fig. 20. 光纤时均功率流出随入射光偏振角 θ 的变化。

5. 光子晶体谐振腔

本节重点剖析评价光子晶体谐振腔的核心关键参量品质因子及折射率灵敏度的分析计算,通过较为详实的数值计算验证设计方案之理论自洽性,实现品质因子提升及灵敏度提升的双目标优化。

5.1 品质因子

光子晶体线缺陷作为强大的约束光波导的结构,其构造变化可以轻易改变光波的传播方式,可应用于光波谐振。光子晶体缺陷腔具有良好的谐振特性,利用带有缺陷的光子晶体结构可将光有效地约束于缺陷腔内部,进而在极低模式体积下产生极高品质因子。此外,品质因子是表征电磁波阻尼性质的物理量。微腔中电磁场能量随时间变化情况可表示为:

$$U(t) = U(t_0)e^{\frac{-\omega(t-t_0)}{Q}}. \quad (25)$$

由上式可得:品质因子越大,电磁场能量衰减就越慢。故:为获得更好的谐振特性,得到更高的品质因子 Q 将极为关键。为研究基于一条光子晶体线缺陷的简单缺陷腔的谐振特性,构造如下图 21 所示的光子晶体结构。

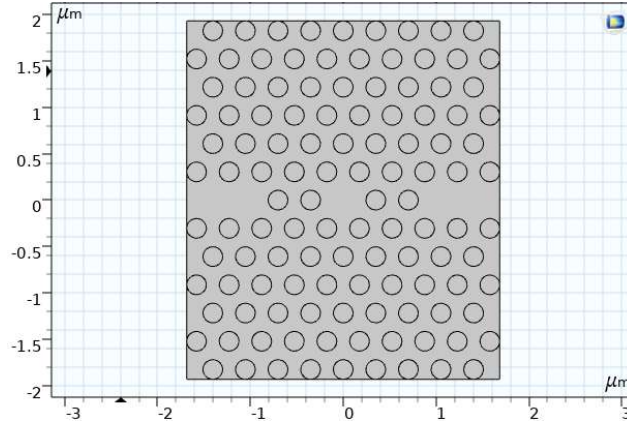


Fig. 21. 简单缺陷腔的模型示意图。

随后,使用 Comsol 波束包络模块寻找特征频率并计算相应品质因子,经过对数十个特征频率的扫描寻找,可得:特征频率 $f_0=209.89+0.018931i$ THz 处存在最大品质因子 $Q=5543.7$ 。对应谐振电场模分布图如下图 22 所示。电场模被集中在线缺陷处,经过周围光子晶体阵列的作用,光的散射损耗极小,从而形成了高达 5543.7 的品质因子。由图 22 可得:电场模分布区域只能覆盖缺陷附近两列空气孔的范围。为进一步探究周围空气孔阵列对品质因子以及谐振频率影响,现将中间一排两侧的两个空气孔的半径改变,计算并寻找特征频率和相应的品质因子的数值解如下表 1 及图 23 所示。随着两侧空气孔半径的引入及不断增加,谐振腔最大 Q 值对应的特征折射率在不断增加,同时最大品质因子 Q 也在不断增加,最大品质因子可达 7000 以上,与前人研究^[1-5]在此类谐振腔中得到的数百至一千多的品质因子取得了较大的提升。

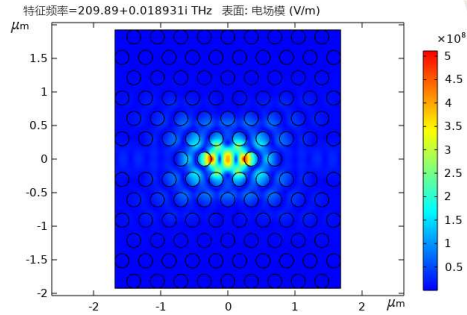
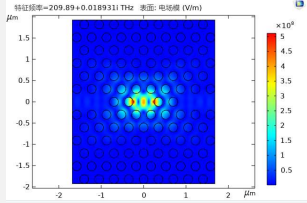
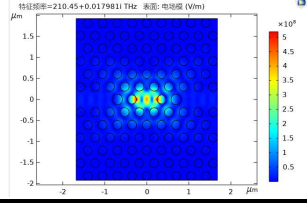
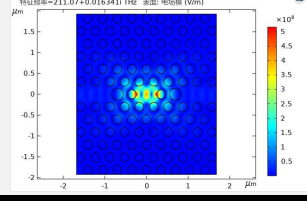
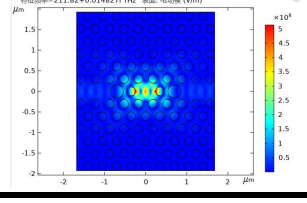


Fig. 22. 特征频率 $f_0=209.89+0.018931i$ 下谐振模式电场模分布图。

表 1. 两个空气孔的半径变化时特征频率及品质因子对比表。

两侧空气孔半径 r_1/a	特征频率 f_0 (THz)	品质因子 Q	图像
0	$207.86+0.031385i$	3311.5	
0.05	$207.94+0.029190i$	3561.8	
0.1	$208.15+0.024817i$	4193.7	
0.15	$208.48+0.021368i$	4878.1	
0.2	$208.89+0.019828i$	5267.7	
0.25	$209.37+0.019374i$	5403.4	

0.3	$209.89+0.018931i$	5543.7	
0.35	$210.45+0.017981i$	5852.0	
0.4	$211.07+0.016341i$	6458.4	
0.45	$211.82+0.014827i$	7143.3	

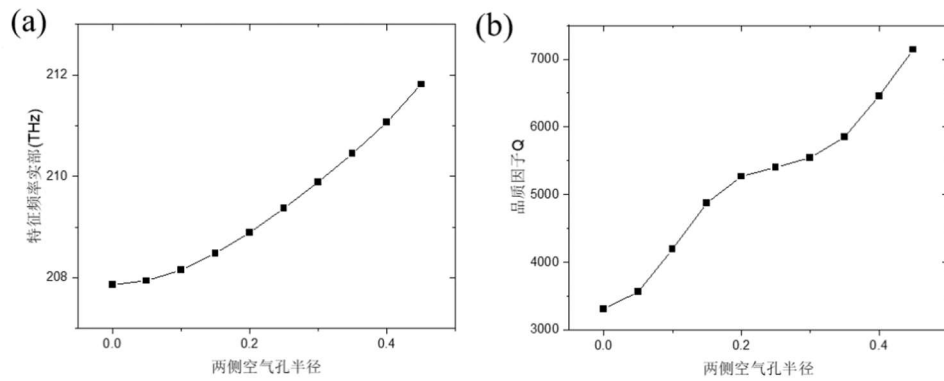


Fig. 23. 两侧空气孔半径与特征频率实部及品质因子的定量关系。(a) 特征频率实部；(b) 品质因子 Q。

上述分析为针对光子晶体谐振腔谐振情况下品质因子及其对应模场的计算。随后，微腔与外界产生有效的作用是光子晶体微腔应用化所需考虑的重要因素。从线缺陷左端向光子晶体线缺陷射入频率 $f_0=209.89$ 的 TE 模式完全偏振光，图 24 可得：光的散射十分显著，且腔内电场较为微弱，谐振腔谐振效果不够理想。进一步剖析光子晶体的偏振性质，采用其他条件相同的 TM 模式完全偏振光，得到电场模图发现光的散射效应显著减小，光波再次汇集至缺陷处。然而，微腔的电磁场强度仍不理想。

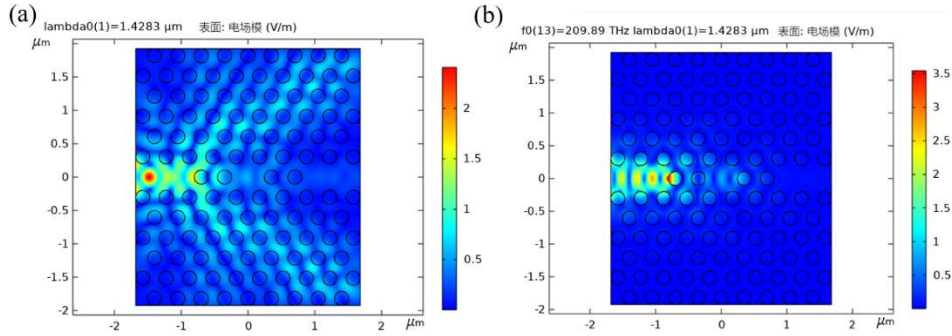


Fig. 24. 电场模分布对比。(a) $f=f_0$ 特征频率下使用 TE 模式入射产生的电场模分布图；(b) $f=f_0$ 特征频率下使用 TM 模式光入射产生的电场模分布图。

为了提高进入微腔的光波强度，在特征频率附近进行扫描计算（如图 25 所示）。在频率 $f_0=207.09\text{THz}$ 处，入射波几乎完全进入谐振腔，透射及反射均达到极低水平。精细调整入射光偏振情况及频率，从线缺陷入口射入的电磁波可以近乎完全透入谐振腔，且具有极小的反射透射，因而形成超高的品质因子。此外，可以看出实际所需入射频率和模式计算所得特征频率实部并不完全相同，而是相差一个小频段范围。

上述研究结论表明：

- （1）不同光波模式、频率在同一个微腔结构下的波导可能存在较大差距，这一特性可以被用来检验入射光模式、频率，进而作为设计光学传感器的基础；
- （2）不同的微腔结构会产生不同的特征频率，相关研究表明微腔折射率改变也会影响特征频率；
- （3）可在线缺陷腔内或周围空气孔改装搭载气液槽，使用光学方法对待测物质光学性质进行传感探测，具有极大的应用前景。

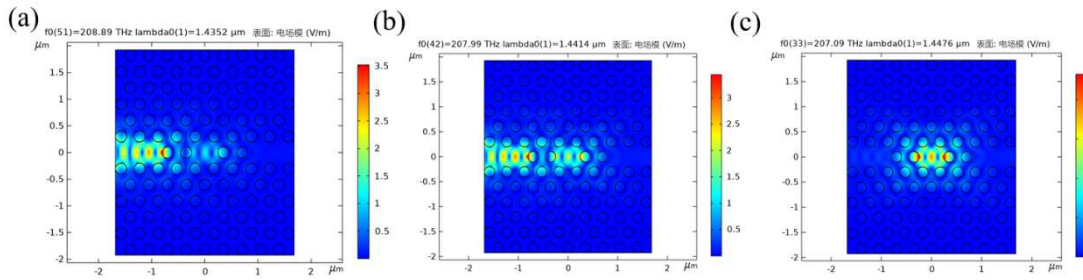


Fig. 25. (a)-(c) 随入射频率改变电场模分布情况的变化；(c) $f=207.09\text{THz}$ 时光波几乎完全进入缺陷腔的电场模分布图。

5.2 折射率灵敏度分析及潜在应用分析

为了本研究所提出的谐振腔在光学传感器领域中的潜在应用价值，本小节特进行折射率灵敏度分析。需指出：折射率灵敏度和品质因子均为评价液体浓度传感器的核心指标。上节中已进行较为完备的品质因子分析，而在本小节中重点进行折射率灵敏度计算。其物理意义为：单位折射率变化量下波长的漂移量，即：更高的折射率灵敏度表征传感器品质更优。

现向中间一行的中间两个空气孔注入待测液体，注入液体的折射率不同，谐

振腔的谐振频率会发生改变，利用这一性质设计液体浓度传感器。首先，得到折射率灵敏度的表达式：

$$S_n = \frac{d\lambda}{dn}. \tag{26}$$

现使用上述品质因子最大、两侧孔半径 $r=0.45a$ 的谐振腔，在折射率为 1.33RIU 附近计算，得到谐振谱随折射率 n 的变化（如图 26 所示）。由该图可知：最大透振频率，计算透振波长，线性回归拟合 $\lambda-n$ 曲线如图 27 所示。进而，代入方程（26）可得：折射率灵敏度 $S_n=41.6 \text{ nm/RIU}$ 。

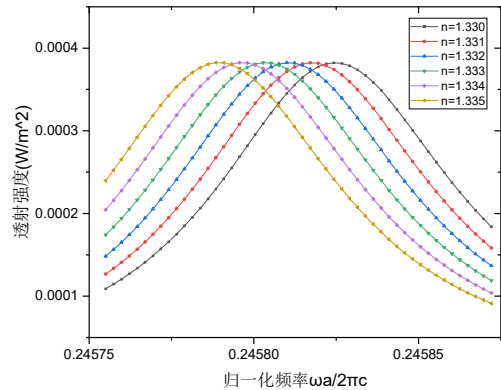


Fig. 26. 光子晶体微腔谐振谱随折射率的变化

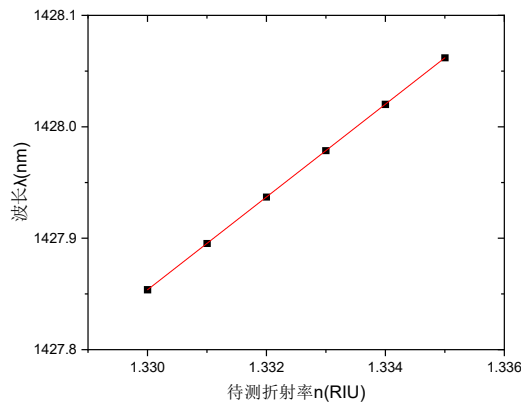


Fig. 26. 光子晶体微腔谐振谱随折射率的变化

6. 总结与展望

本电磁学课程小论文通过电磁学理论分析、数理建模、数值计算、模拟仿真等方法，剖析了描述光子晶体基本性质之一光子禁带的特征，分析了光子晶体自身传播特性，剖析了禁带范围随半径变化。研究结论表明：（1）结构改变会导致光子晶体波导性质发生变化；（2）这一特点表明：结构改变可应用于热敏传感器、力学传感器等设计研究中。

随后，引入线缺陷于光子晶体结构中，本工作计算了以光子晶体线缺陷为波导介质情况下的色散曲线及 GVD，以证明将线缺陷作为光纤约束波导的可行性。进一步地，分析了三维空间中实际构建线缺陷光子晶体板的波导，得到如下研究结论：（1）在导体涂覆情况下，光子晶体线缺陷波导仍有效；（2）对于 TE 模式光，可在一定范围内摆脱薄板厚度的约束，减少工业加工难度。

进一步,研究了光子晶体线缺陷波导存在的偏振特性。由于空间结构的旋转不对称性,TE 和 TM 模式计算出来的光子带隙范围并不相同,不同偏振方向的光射入光子晶体会产生不同的损耗,所以在经过光子晶体时光的偏振性质会发生变化。三维情况下由于导体涂覆的存在,偏振的损耗与二维计算并不完全一致,而是受到了板厚度的影响。通过调整线缺陷长度和板厚度,可分别控制 TE 模式和 TM 模式光损耗情况,可实现对偏振片所需性质调控。更进一步地,为了在波导过程中消除偏振效应,设计了圆柱形光子晶体光纤,验证了其仍然具有一般光子晶体线缺陷的波导效果,同时不会影响光的偏振态。

最后,基于上述引入线缺陷的光子晶体平板,设计了谐振腔拓扑结构,分析其特征频率及品质因子,佐证光入射进入谐振腔可行性,并计算了谐振腔浓度传感器的灵敏度,佐证谐振腔的应用价值。本研究有助于新型光学传感器研发、光子晶体谐振腔设计、光子晶体基础理论研究等工作的进一步发展。

参考文献:

- [1] Amnon Yariv, Pochi Yeh. Photonics Optical Electronics in Modern Communications[M]. Oxford: Oxford University Press, 2007.
- [2] 胡友秋, 程福臻, 叶邦角. 电磁学与电动力学[M]. 科学出版社, 2008.
- [3] 张亚男. 基于光子晶体的高灵敏度气体传感理论及关键技术研究[D]. 沈阳: 东北大学信息科学与工程学院, 2015.
- [4] 吴蓉, 马岩岩, 李龙飞. 具有宽带宽和高归一化延迟带宽积的光子晶体波导慢光传输[R]. 兰州: 兰州交通大学电子与信息工程学院, 2021.
- [5] 蔡青, 黄昌清, 梁培, 董前民. 基于平面波展开法的二维光子晶体表面模式研究[R]. 杭州: 中国计量学院, 光学与带脑科技学院, 光电工程研究所, 2012.
- [6] 邓开发, 是度芳, 蒋美萍, 等. 光子晶体研究进展[J]. 量子电子学报, 2004, 21(5): 555-564.
- [7] 倪培根. 光子晶体制备技术和应用研究进展[J]. 物理学报, 2010, 59(1): 340-350.
- [8] 王辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构[D]. 2001.
- [9] 周漩, 张凤鸣, 李克武, 等. 利用重要度评价矩阵确定复杂网络关键节点[J]. 物理学报, 2012, 61(5): 1-7.
- [10] 周漩, 张凤鸣, 周卫平, 等. 利用节点效率评估复杂网络功能鲁棒性[J]. 物理学报, 2012, 61(19): 1-7.
- [11] 魏芸, 方云团. 二维磁光光子晶体光路的编码控制[J]. 中国激光, 2020, 47(9): 0905002.
- [12] 张甜. 图案化及高机械灵敏度光子晶体凝胶的构筑[D]. 华中科技大学, 2018.

致谢

感谢父母的养育,感谢各位老师的教导。感谢在本人完成论文过程中给予了悉心指导和宝贵意见的老师,感谢一起研究相关领域相互支持的同学们。同时也感谢网络相关学习资源的分享者。感谢本文的研究过程中遇到的一系列困难的挫折,本人今后定将继续努力,砥砺前行。