Quantum Field Theory
正则量子化

Haoting Xu

February 16, 2020

xuht9@mail2.sysu.edu.cn

https://github.com/HaotingXu/seminar_lec

单粒子量子力学的终结

$$P \simeq e^{-m|x|}$$

海森堡绘景

薛定谔绘景：算符不随时间改变，态随时间改变。

$$|\psi(t)\rangle_S = e^{-i\hat{H}t}|\psi(0)\rangle_S$$

海森堡绘景：算符随时间改变，态不随时间改变。为了保持算符平均值不变，定义

$$\hat{\mathcal{O}}_H = e^{-i\hat{H}t}\hat{\mathcal{O}}_S e^{i\hat{H}t}$$

利用 $i\partial_t|\psi(t)\rangle_S = \hat{H}|\psi(0)\rangle_S$，可以得到算符的演化方程

$$\frac{d\hat{\mathcal{O}}_H(t)}{dt} = -i\left[\hat{\mathcal{O}}_H(t), \hat{H}\right]$$

单粒子量子力学的终结

我们现在要试图把单粒子量子力学和狭义相对论结合起来，即简单的设想 $E_{\vec{p}} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$，我们采取归一化 $\langle \vec{x} | \vec{p} \rangle$。狭义相对论要求无法和具有类空距离的事件沟通，即要求两个态不能相互跃迁。因此我们来计算

$$\mathcal{A} = \langle \vec{x} | e^{-i\hat{H}t} | \vec{x} = 0 \rangle$$

利用套路，有

$$\begin{aligned} \langle \vec{x} | e^{-i\hat{H}t} | \vec{x} = 0 \rangle &= \int d^3p \langle \vec{x} | e^{-i\hat{H}t} | \vec{p} \rangle \langle \vec{p} | \vec{x} = 0 \rangle \\ &= \int d^3p \frac{1}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} e^{-iE_p t} \end{aligned}$$

进行积分

一阵优秀的化直角坐标为球坐标的操作后，得到

$$\mathcal{A} = \frac{-i}{(2\pi)^2 x} \int_{-\infty}^{\infty} dp p e^{ipx} e^{-it\sqrt{p^2+m^2}}$$