

華中科技大學

本科生毕业设计（论文）开题报告

题 目: 早期宇宙 Bubble 碰撞引力波研究

院 系 物理学院

专业班级 物理 1701

姓 名 钟浩文

学 号 U201713139

指导教师 龚碧平

2021 年 2 月

开题报告填写要求

一、 开题报告主要内容：

1. 课题来源、目的、意义。
2. 国内外研究现状及发展趋势。
3. 预计达到的目标、关键理论和技术、主要研究内容、完成课题的方案及主要措施。
4. 课题研究进度安排。
5. 主要参考文献。

二、 报告内容用小四号宋体字编辑，采用 A4 号纸双面打印，封面与封底采用浅蓝色封面纸（卡纸）打印。要求内容明确，语句通顺。

三、 指导教师评语、教研室（系、所）或开题报告答辩小组审核意见用蓝、黑钢笔手写或小四号宋体字编辑，签名必须手写。

四、 理、工、医类要求字数在 3000 字左右，文、管类要求字数在 2000 字左右。

五、 开题报告应在第八学期第二周之前完成。

一 课题来源、目的及其研究意义

1 课题来源

引力波 (GWs) 的产生从广义上说一共有两种不同起源。其中第一种起源于天体物理过程, 比如由双黑洞, 双中子星以及黑洞-中子星在旋进-并合-铃宕 (Inspiral-Merger-Ringdown) 过程中所辐射出的引力波以及由超新星爆发产生的引力波等等 [1][2]。这一类天体物理起源的引力波由于其频段通常处于几十到几百赫兹之间因此恰好落在地面的激光干涉引力波探测器的探测范围内。2015 年 9 月 14 日 Laser Interferometer Gravitational waves Observatory(LIGO) 直接探测到了人类历史上发现的第一个双黑洞并合导致的引力波事件并将之命名为 GW150914[3], 这一发现直接证明了引力波的存在并且拉开了引力波天文学以及多信使天文学的序幕。除了这种天体物理过程起源的引力波事件之外, 在早期宇宙中还存在众多物理过程同样可以产生引力波 [4]。这其中就包括了暴涨引力波, 相变引力波, 预加热过程中产生的引力波以及由宇宙的拓扑缺陷比如宇宙弦、畴壁等结构产生的引力波等等, 本课题的研究对象就是宇宙学一阶相变过程中 Bubble 碰撞产生的引力波。

2 课题研究目的及其意义

随着诸如国外的 eLISA[5], BBO[6], DECIGO[7] 以及国内的 Taiji[8], Tian-qin[9] 等空间引力波探测计划的提出, 宇宙学起源的引力波被探测到的可能性正在逐步增加。为了保证这些探测计划在实施时能够有明确的探测目标以及对目标信号有足够精确的理解与分析, 从理论上将这些宇宙学起源的引力波的谱特征分析清楚是十分有必要且有意义的。本课题主要研究对象为宇宙学一阶相变过程中 Bubble 碰撞产生的引力波, 事实上在宇宙学一阶相变过程中除了 Bubble 碰撞之外还有其他的物理过程同样可以产生引力波, 例如在相变过程中产生的声波起源的引力波以及磁湍流引起的引力波。但是本课题并不关心上述其他物理过程而仅仅专注于 Bubble 碰撞这一过程的分析与研究。虽然如此, 我们也并不否认其他物理过程中产生的引力波的重要性, 因为我们只有在精确地了解了整个相变过程中产生的引力波的谱特征才有可能进行精确的数据分析以及后续

利用实际观测数据印证我们的理论或者促使我们对现有的模型或者理论进行修正。

二 国内外研究现状及发展趋势

自 1992 年 Arthur Kosowsky, Michael S. Turner 以及 Richard Watkins 合著的 *Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles*[10] 发表之后,对宇宙学一阶相变过程中的 Bubble 碰撞产生的引力波的研究一直如火如荼地进行着。研究者在利用了包络近似 (envelope approximation) 以及薄壁近似 (thin-wall approximation) 的基础上从量子场论出发进行了大量的数值模拟,首先模拟 Bubble 的产生其次利用数值求解运动方程的方式逐步演化促使 Bubble 碰撞并最终计算引力波谱,这一系列工作的结果可以参考文献 [11-15]。与此同时也有研究者逐步抛弃上述两种近似,得到了一些数值模拟的结果,这一部分的进展可以参考文献 [16][17]。2017 年由日本的两位学者 Ryusuke Jinno 以及 Masahiro Takimoto 在 Caprini 等人于 2008 年的工作 [18] 的基础上采用解析分析的方式得到了在采用包络近似和薄壁近似下的 Bubble 碰撞过程中产生的引力波的谱特征并且和之前的数值模拟给出的结果符合得很好。在他们的工作中,他们通过分析参考点 (evaluation point) 的过去光锥明确指出真正对引力波谱做出贡献的物理量是能动张量的两点非等时关联函数—— $\langle T(t_x, \vec{x})T(t_y, \vec{y}) \rangle$ 。他们在一系列的理论分析后发现事实上一共有两种物理情形可以提供非零的两点非等时关联函数,他们将这两种情况分别称为单一 Bubble 情形 (Single-Bubble Case) 以及双生 Bubble 情形 (Double-Bubble Case)。Jinno 与 Takimoto 于 2019 年在抛弃了包络近似的前提下对整个物理过程重新进行了分析并且得到了一系列新的结果,这一部分可以参考文献 [19]。虽然 Jinno 与 Takimoto 给出的结果的过程完全基于解析的分析,但是最后的引力波能量密度谱的表达式中仍然包含了一个无法显式求解的积分需要利用计算机进行数值计算。

虽然在这一研究方向已经取得了一系列的重要进展,但是大部分的研究结果仍然是以平坦时空——闵氏时空为背景,这也意味着从研究的一开始就忽略了宇宙膨胀对整个物理过程的影响。虽然在例如 Jinno 的工作中有对这一点的论述,但是在没有进行具体的计算和分析的前提下我们并不能妄下结论认为宇宙膨胀效应不会对 Bubble 碰撞过程中产生的引力波造成影响。目前已有讨论宇宙

学一阶相变过程中声波导致的引力波的文章将宇宙膨胀效应考虑在内 [20], 但是目前仍然没有学者将这方面的讨论应用于 Bubble 碰撞这一过程。因此为了进一步优化模型、精确分析结果, 我们必须在 FRW 度规下去重新考虑整个物理过程并且计算引力波谱。

三 主要研究内容以及关键理论

本课题主要理论均以 Jinno 与 Takimoto 于 2017 年发表在 PHYSICAL REVIEW D 上的论文 *Gravitational waves from bubble collisions: analytic derivation*[21] 为基础, 并且尝试在该文的基础上进行研究拓展与深入。

本课题的主要研究内容共有以下几点 (优先级按照标号顺序递减)

1. 在 FRW 度规所描述的时空背景下探讨 Bubble 碰撞的物理过程

Jinno 的原文中基于平坦时空背景进行了 Bubble 碰撞的整个物理过程的详细讨论, 仅仅是通过简单假设论述就认为宇宙膨胀 (尺度因子的改变) 在 Bubble 凝结——碰撞——产生引力波的整个物理过程中并不重要因此可以不用讨论。但是事实上在没有进行具体的论证分析的前提下, 我们并不能直接给出这样的论断, 而且在研究宇宙学一阶相变的过程中由声波产生的引力波的工作中也有学者已经将宇宙学的膨胀纳入具体的思考与分析当中 [20]。因此我们将在本课题中基于 Jinno 等人的解析处理方法于 FRW 度规下重新计算引力波能谱, 并尝试得到更进一步的结果。

简单来说我们需要做的工作即是原本平坦时空背景更改为 FRW 度规所描述的宇宙学背景并进行进一步的探讨。

$$\underbrace{ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2}_{\text{闵氏度规}} \implies \underbrace{ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)}_{\text{FRW 度规}} \quad (3.1)$$

在不同的时空背景下考虑宇宙膨胀效应对 Bubble 壁的能动张量的空间-空间分量的具体形式 T_{ij} 的修改¹以及对考察点的时空图特征的修改从而分析宇宙膨胀效应对 Bubble 膨胀过程中产生的引力波的影响并与之前在平坦时空背景下的分析进行对比, 并给出新的观测预言。

¹由于引力波的产生仅仅与能动张量的横向无迹部分相关, 因此我们只需要考虑能动张量的空空部分即一个 3×3 的矩阵

2. 放弃包络近似假设下讨论 Bubble 碰撞的物理过程

所谓包络近似 (Envelope Approximation) 指的是我们假设一旦有两个 Bubble 相碰, 那么两个 Bubble 相交的区域的能动张量自动变为零, 也就是不再作为引力波源出现在爱因斯坦场方程的右边。具体的描述可以参考图 1: 图中的每一个圆形都代表一个 Bubble, 其中黑色的边框即为 Bubble

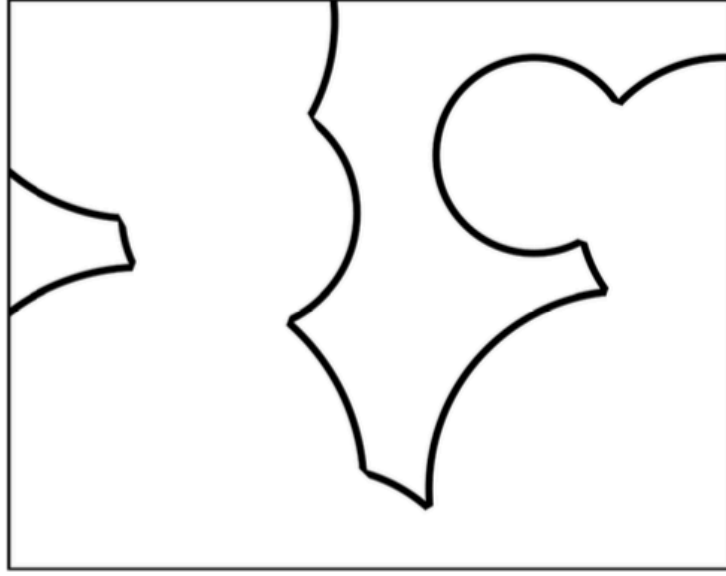


图 1 包络近似简图。该图来自于参考文献 [21]

壁, 在薄壁近似 (Thin-Wall Approximation) 下我们认为 Bubble 内部能动张量的值为零, Bubble 的能量全部集中于厚度为 $\ell_B \rightarrow 0$ 的 Bubble 壁当中。也就是说我们可以将其能动张量写成如下形式:

$$T_{ij}^B(x) = \rho(x) \widehat{(x - x_N)_i} \widehat{(x - x_N)_j} \quad (3.2)$$

其中

$$\rho_x = \begin{cases} \frac{4\pi}{3} r_B(t)^3 \frac{\kappa \rho_0}{4\pi r_b(t)^2 l_B} & r_B(t) < |\mathbf{x} - \mathbf{x}_N| < r'_B \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$r_B(t) = v(t - t_N) \quad r'_B(t) = r_B(t) + l_B \quad (3.4)$$

注意到虽然能动张量空间-空间分量的物理含义是动量流密度, 但是在 (3.2) 式中我们采用能量密度 ρ 作为能动张量 T_{ij} 分量的值。这么做的原因在于我们认为 Bubble 在膨胀的过程中会释放出巨大的能量, 这一部分能量有一部分是用来加速 Bubble 膨胀的, 因此 Bubble 壁可以在极短的时间内达到相对论速度。我们可以把 Bubble 壁看作一系列相对论粒子的集合, 我们知

道相对论粒子的能量和动量满足如下关系：

$$\mathcal{E} = pc \quad (3.5)$$

由于我们采用自然单位制 $c \equiv 1$ ，我们可以发现相对论粒子的能量和动量是相同的，因此这样的设定是合理可靠的。在上图中两个 Bubble 相交的地方即为两者相碰的地方，我们可以看到相交部分的 Bubble 壁不再用黑线特别绘出，这正是包络近似思想的体现。

Jinno 于 2017 年发表的工作 [21] 仍然是在采用了包络近似的前提下进行的分析计算，之后他又于 2019 年发表了放弃包络近似情况下的具体分析 [19]。不过即使这样，他于 2019 年给出的工作仍然是在平坦时空背景下的简单处理，本课题将在 FRW 度规下抛弃包络近似重新进行分析计算。

3. 尝试利用留数定理解析求解两点关联函数的积分

在 Jinno 的工作中最后给出引力波谱的解析表达式中仍然包含了无法通过简单方法直接进行显式求解的积分，其具体形式如下所示：

$$\Delta^{(s)} = \frac{k^3}{12\pi} \int_0^{+\infty} \int_{r_d}^{+\infty} \frac{e^{-r/2} \cos(kt_d)}{r^3 \mathcal{I}(t_d, r)} \left(j_0(kr) F_0 + \frac{j_1(kr)}{kr} F_1 + \frac{j_2(kr)}{k^2 r^2} F_2 \right) \quad (3.6)$$

$$\Delta^{(d)} = \frac{k^3}{96\pi} \int_0^{+\infty} dt_d \int_{t_d}^{\infty} dr \frac{e^{-r} \cos(kt_d)}{r^4 \mathcal{I}(t_d, r)^2} \times \frac{j_2(kr)}{k^2 r^2} G(t_d, r) G(-t_d, r) \quad (3.7)$$

虽然我们无法利用微积分的知识直接进行积分求解，但是我们有可能利用复变函数论中的留数定理进行解析积分。我们可以尝试利用一定的坐标变换将积分的区间变为 $(-\infty, +\infty)$ 再利用留数定理进行积分。在这个过程中我们还可以思考被积函数的极点的具体物理含义，加深我们对 Bubble 碰撞这一物理过程的理解。在引力波领域利用留数定理进行积分求解的方法已经在黑洞微扰理论 (Black Hole Perturbation Theory)[2] 的分析中得到应用，因此我们可以尝试借鉴相关经验用于解决我们所要面临的积分问题。

4. 尝试提出 Bubble 碰撞的新模型

在过去提出的各种模型中几乎都没有考虑到宇宙膨胀带来的影响，但是有可能由于 Bubble 凝结、膨胀的速度小于宇宙膨胀的速度导致 Bubble 之间难于相遇产生碰撞从而使得目前宇宙中仍然存在某些正在膨胀的 Bubble。但是根据目前的观测结果，事实上我们并没有观测到任何 Bubble 存在的证

据。因此如果在完成了以上研究内容——考虑宇宙膨胀情况下的 Bubble 碰撞的物理过程的前提下我们发现事实上这样的物理模型框架下并不能保证 Bubble 的大量碰撞从而使得目前宇宙中仍有没有发生过碰撞的 Bubble 存在,我们就需要提出一种新的物理模型或者新的 Bubble 碰撞的物理机制来解决这个问题。

四 课题研究进度安排

表 1 课题研究进度安排表

学期	周次	工作任务
2020-2021 第二学期	第一周——第四周	研究 FRW 度规下 Bubble 碰撞的物理基础与相应引力波谱特征,并完成数值计算
	第五周——第八周	研究放弃包络近似前提下在 FRW 度规背景下的 Bubble 碰撞产生的引力波能谱结构
	第九周——第十周	尝试寻找恰当的坐标变换改变两点关联函数积分上下限并利用留数定理解析积分
	第十一周——第十三周	尝试提出 Bubble 碰撞的新模型以解决原模型中 Bubble 可能无法相碰的问题

五 本报告参考文献以及课题主要参考文献

- [1] Michele Maggiore. Gravitational waves Volume 1: Theory and experiments. Oxford University Press, 2008
- [2] Michele Maggiore. Gravitational waves Volume 2: Astrophysics and Cosmology. Oxford University Press, 2018
- [3] B. P. Abbot et.al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Ob-

- servation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.* **116**.061102(2016).
- [4] Chiara Caprini and Daniel G. Figueroa. Cosmological Backgrounds of Gravitational Waves. *arXiv:1801.04268*(2020)
- [5] P. A. Seoane et.al. (eLISA Collaboration). The Gravitational Universe. *arXiv:1305.5720*(2013)
- [6] G. M. Harry, P. Fritschel, D. A. Shaddock, W. Folkner and E. S. Phinney. Laser interferometry for the Big Bang Observer. *Class. Quant. Grav.* **23**, 4887(2006)
Erratum: [*Class. Quant. Grav.* **23**, 7361(2006)]
- [7] N. Seto, S. Kawamura and T. Nakamura. Possibility of Direct Measurement of the Acceleration of the Universe Using 0.1 Hz Band Laser Interferometer Gravitational Wave Antenna in Space. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 221103(2001)
- [8] Zhang, Yuan-Zhong; Cai, Rong-Gen; Guo, Zong-Kuan; Ruan, Wen-Hong. Taiji Program: Gravitational-Wave Sources. *arXiv:1807.09495v2*(2020)
- [9] Jun Luo; et al.. TianQin: a space-borne gravitational wave detector. *Classical and Quantum Gravity.* **33** (3): 035010.(2016)
- [10] Arthur Kosowsky, Michael S. Turner, Richard Watkins. Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles. *Phys. Rev. D* **45**.4514(1992)
- [11] Arthur Kosowsky, Michael S. Turner. Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles: Envelope approximation to many-bubble collisions. *Phys. Rev. D* **47**.4372(1993)
- [12] Mare Kamionkowski, Arthur Kosowsky and Michael S. Turner. Gravitational radiation from first-order phase transitions. *Phys. Rev. D* **49**.2837(1994)
- [13] Marek Lewicki and Ville Vaskonen. On bubble collisions in strongly supercooled phase transitions. *Phys. Dark Universe* **30**, 100672 (2020)
- [14] Marek Lewicki and Ville Vaskonen. Gravitational wave spectra from strongly supercooled phase transitions. *Eur. Phys. J. C* **80**:1003(2020)
- [15] Marek Lewicki and Ville Vaskonen. Gravitational waves from colliding vacuum bubbles in gauge theories. *arXiv: 2012.07826*(2020)
- [16] Daniel Cutting, Elba Granados Escartin, Mark Hindmarsh, and David J. Weir.

- Gravitational waves from vacuum first-order phase transitions II: from thin to thick walls. arXiv:2005.13537v2(2021)
- [17] David. J. Weir. Revisiting the envelope approximation: gravitational waves from bubble collisions. Phys. Rev. D **93**, 124037(2016)
- [18] Chiara Caprini, Ruth Durrer, and Géraldine Servant. Phys. Rev. D **77**, 124015(2008)
- [19] Ryusuke Jinno^a and Masahiro Takimoto^b. Gravitational waves from bubble dynamics: beyond the envelope. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **01**, 060(2019)
- [20] Huai-Ke Guo, Kuver Sinha, Daniel Vagie, Graham White. Phase Transitions in an Expanding Universe: Stochastic Gravitational Waves in Standard and Non-Standard Histories. arXiv:2007.08537v3(2021)
- [21] Ryusuke Jinno and Masahiro Takimoto. Gravitational waves from bubble collisions: An analytic derivation. Phys. Rev. D **95**.024009 (2017)

华中科技大学本科生毕业设计（论文）开题报告评审表

姓名		学号		指导教师	
院（系）专业					
<p>指导教师评语</p> <p>1. 学生前期表现情况。</p> <p>2. 是否具备开始设计（论文）条件？是否同意开始设计（论文）？</p> <p>3. 不足及建议。</p>					
<p>指导教师（签名）：</p> <p>年 月 日</p>					
教研室（系、所）或开题报告答辩小组审核意见					
<p>教研室（系、所）或开题报告答辩小组负责人（签名）：</p> <p>年 月 日</p>					