学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿＿＿＿＿ 院/系＿＿＿＿＿＿＿＿

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 20_21_—20_22_学年第_2_学期

《 离散数学 》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

题 号	一	二	三	四	五	**总分**
得 分						
阅卷人						

一、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	

1. 求命题公式 $\left(\left(P\vee Q\right)\to R\right)\wedge\left(P\to\left(\neg Q\wedge R\right)\right)$ 的主析取范式和主合取范式（给出范式并编号）。

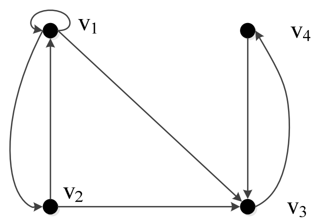
2. 设集合 $A=\{a, b, c, d, e\}$ 上的二元关系 $R=\{\langle a, c\rangle, \langle b, e\rangle, \langle d, b\rangle, \langle e, d\rangle\}$，求解如下问题：

（1）求 R^2，并画出 R^2 的关系图；

（2）求 R 的自反闭包 $r(R)$、对称闭包 $s(R)$，并写出它们对应的关系矩阵；

（3）求 R 诱导的等价关系 R'，给出等价关系 R' 的关系矩阵、关系图及其诱导的划分。

3. 设有向图 G=<V, E>如右图所示，分别求以下问题：



（1）求 G 的邻接矩阵 A 及 $A^{(2)}$、$A^{(3)}$ 和 $A^{(4)}$；

（2）G 中 v_1 到 v_4 的长度为 4 的路径有多少条？G 中经过 v_1 的长度为 3 的回路有多少条？

（3）G 中长度不超过 4 的路径有多少条？其中有多少条是回路？

（4）求出可达矩阵 P 以及各强分图的顶点集。

二、解答题（每小题 **10** 分，共 **20** 分）

得 分	

1. 设集合 $S=\{a,b,c\}$，$\pi(S)$ 为 S 上所有划分构成的集合，求解如下问题：

（1）已知 $<\pi(S),\bullet>$ 是一个代数，其中 $\bullet$ 表示划分的积运算，请写出 $<\pi(S),\bullet>$ 的运算表。并求出该代数中的么元，零元，以及每个元素的逆元。(若不存在则写“不存在”)。

（2）已知 $<\pi(S),+>$ 是一个代数，其中 + 表示划分的和运算，请写出 $<\pi(S),+>$ 的运算表。并求出该代数中的么元，零元，以及每个元素的逆元。(若不存在则写“不存在”)。

（3）代数 $<\pi(S),+,\bullet>$ 是格吗？是布尔代数吗？请写出理由。

2. 已知 $X=\{0,1,2\}$，$Y=\{0,1,2,3,4\}$，设函数 $f_1:X\to Y$，$f_1(x)=2x$。
函数 $f_2:X\times Y\to X\times Y$，$f_2(<x,y>)=<x,|x-y|>$。

（1）求 $\rho(X)$ 和 $|X\times Y|$；

（2）集合 X 上的双射函数一共有多少个；集合 X 到 Y 的函数一共有多少个；

（3）请判断 f_1 和 f_2 是否是单射，满射和双射；

（4）已知 $S=\{2,3,4\}$，求 $f_1^{-1}(S)$ 和 $f_1(f_1^{-1}(S))$，其中 f_1^{-1} 表示逆象；

（5）已知 $S=\{<1,1>,<2,4>\}$，求 $f_2^{-1}(S)$ 和 $f_2(f_2^{-1}(S))$，其中 f_2^{-1} 表示逆象。

得 分	

三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 用逻辑符号写出以下前提和结论，并用推理规则证明该命题推理，要有具体推理过程。

在一个“家庭智力秀”节目中，一对夫妇和他们的儿子、女儿参加了一场智力竞赛。结果显示：

（1）第 1 名和第 3 名性别不同；（2）最年长的成员和第 3 名性别不同；（3）父亲是最年长的成员。

因此，第 1 名是男性且第 3 名是女性。

不妨设，P：最年长的成员是男性，Q：第 3 名的性别是男性，R：第 1 名的性别是男性。

2. 用逻辑符号写出以下前提和结论，并用推理规则证明该谓词推理，要有具体推理过程。

前提：(1) 每位科学家都是勤奋的。

(2) 每个勤奋又身体健康的科学家在事业中都会获得成功。

(3) 存在着身体健康的科学家。

结论：存在着事业获得成功的科学家或事业半途而废的科学家。

不妨设，S(x)：x 是科学家，Q(x)：x 勤奋，H(x)：x 身体健康，C(x)：x 事业获得成功，F(x)：x 事业半途而废。(提示：第(2)个前提符号化为：$\forall x(S(x) \wedge Q(x) \wedge H(x) \rightarrow C(x))$。)

四、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	

1．已知代数 <G, *> 是循环群，其中 G=$\{e, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, a^7, a^8, a^9, a^{10}, a^{11}\}$，求解如下问题：

（1）分别求a^2，a^5这两个元素的阶。

（2）求出该循环群的所有生成元。

（3）已知 H=$\{e, a^4, a^8\}$，证明<H, ∗>是正规子群并写出关于<H, ∗>的陪集划分。

（4）求出除了<$\{e, a^4, a^8\}$,*>以外的所有子群。

（5）已知<H, *>和<K, *>是生成元分别为a^s与a^t的两个循环子群，求循环子群〈H∩K, ∗〉的生成元。

2. 已知偏序集合< S_{30}, D>，其中，S_n 表示正整数 n 的所有因子的集合，D 是整除关系，求解如下问题：

（1）画出< S_{30}, D>的哈斯图。

（2）基于偏序集合< S_{30}, D>, 分别在下表中填入集合 S_{30} 的子集{2，3，6}的最大元素、极大元素、上界和最小上界。

集合	最大元素	极大元素	上界	最小上界
{2，3，6}				

（3）判断< {1，2，5，30}, D>是否为格< S_{30}, D>的子格，并说明理由。

（4）已知< S_{30}, D>为布尔代数，写出其所有子布尔代数的载体。

五、应用题（每小题 **10** 分，共 **10** 分）

得 分	

如下图所示的赋权图表示某 7 个城市 a,b,…,g 以及预先计算出的他们之间一些直接通信链路的造价（单位：万元），试给出一个设计方案（注：写明步骤），使得各城市之间能够互相通信且总造价最小，并写出最小总造价。