

安徽大学 2020—2021 学年第二学期

《高等数学 A (二)》期末试卷 (B)

(闭卷, 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 二元极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left[2021x \sin \frac{1}{y} \right]$ ()

- A. 不存在 B. 等于 0 C. 等于 2021 D. 存在, 但不等于 0 也不等于 2021

2. $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy =$ ()

- A. $\int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x} f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$ C. $\int_0^{1-x} dy \int_0^1 f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$

3. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z, 1 \leq z \leq 2\}$, f 在 Ω 上连续, 则三重积分 $\iiint_{\Omega} f(z) dv =$ ()

- A. $\pi \int_1^2 z^2 f(z) dz$ B. $2\pi \int_1^2 f(z) dz$ C. $2\pi \int_1^2 z f(z) dz$ D. $\pi \int_1^2 z f(z) dz$

4. 若第二类曲线积分 $\int_L (6xy - ky^2) dx + (3x^2 - 4xy) dy$ 与路径无关, 则 k 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 下列级数为条件收敛的级数是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n+1}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6. 已知 $f(x, y) = e^{-y} \sin(x + 2y)$, 则 $f'_x\left(0, \frac{\pi}{4}\right) =$ _____

7. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2021)^n}{n^2}$ 的收敛域为_____.

8. 设 L 为圆 $x^2 + y^2 = 4$, 则曲线积分 $\oint_L (2xy + 3x^2 + 3y^2) ds =$ _____

9. 已知 $z = f(x + y, xy)$, f 可微, 则全微分 $dz =$ _____

10. $f(x) = \pi x + x^2 (-\pi < x < \pi)$ 的傅里叶级数展开式中系数 $b_3 =$ _____

三、计算题（每小题 9 分，共 54 分）

11. 设 $z = z(x, y)$ 是由 $z^3 - 3xyz = a^3$ 确定的隐函数, 求偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$

12. 设平面经过两点 $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(0, 1, -1)$ 且垂直于平面 $x + y + z = 0$, 求它的方程

13. 计算第一类曲线积分 $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$, 其中 L 为 $x^2 + y^2 = ax (a > 0)$

14. 计算第二类曲面积分 $\iint_S (x^3 + 1) dydz + (y^3 + 1) dzdx + (z^3 + 1) dxdy$, S 为上半球面

$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的上侧

15. 计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (z + 1)^2 dS$, 其中 Σ 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, a > 0$

16. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ 在 $x \in (-1, 1)$ 的和函数

四、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

17. 求质点 $M(x, y)$ 受作用力 $F = (y + 3x)i + (2y - x)j$ 沿路径 L 顺时针方向运动一周所做的功, 其中 L 为椭圆 $4x^2 + y^2 = 4$

五、证明题（每小题 6 分，共 6 分）

18. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n-2}$ 发散