# 安徽大学 2023—2024 学年第一学期

# 《 概率论与数理统计 A 》期中考试试卷

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

## 一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．已知事件 $B$ 发生时 $A$ 一定发生，且 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{6}$，则 $P(B|A)=$（　　）

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{1}{6}$　　（D）$\frac{1}{2}$

2．将一枚硬币独立地掷两次，事件 $A$＝{掷第一次出现正面}，$B$＝{掷第二次出现正面}，$C$＝{正、反面各出现一次}，则下列结论**错误**的是（　　）

(A)　$P(AB)=P(A)P(B)$　　(B)　$P(AC)=\frac{1}{4}$

(C)　$A,B,C$ 两两独立　　(D)　$A,B,C$ 相互独立

3．设连续型随机变量 $X$ 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a+b\arcsin x, & -1\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$，则（　　）

（A）$a=0,b=0$　　（B）$a=\frac{1}{2},b=0$　　（C）$a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{\pi}$　　（D）$a=0,b=\frac{1}{\pi}$

4．某地铁站从上午 5 点起，每隔 15 分钟有一班列车通过，若某位乘客到达该站的时刻在 7：00 到 8：00 时间段上服从均匀分布，则此人候车的时间少于 5 分钟的概率是（　　）

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{1}{4}$　　（D）$\frac{1}{2}$

5．设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y$ 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$，则（　　）

（A）$\mu_1>\mu_2$.　　（B）$\mu_1<\mu_2$.　　（C）$\sigma_1>\sigma_2$.　　（D）$\sigma_1<\sigma_2$.

## 二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6．设事件 $A$，$B$ 相互独立，$P(B)=0.5$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(B-A)=$________.

7．袋中有 5 个球，其中 3 个新球，2 个旧球，不放回地抽取两次，每次取一个，则第二次取到新球的概率是_______.

8．设随机变量 $X$ 服从指数分布 $E(\lambda)$（$\lambda>0$），若二次方程 $t^2+2t+X=0$ 无实根的概率为 $e^{-1}$，则 $\lambda=$__________.

9．设$(X,Y)$的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} k(1-x)y，0<x<1,0<y<x \\ 0, \qquad \text{其他} \end{cases}$，

则常数$k=$________.

10．设随机变量$X$的分布列为$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$，则$Y=\min\left\{X,\frac{5}{3}\right\}$的分布列为__________.

**三、计算题（每小题 10 分，共 50 分）**

11．设随机变量$X$的概率密度为$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}, & 0\le x\le \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，对$X$独立地重复观察 4 次，用$Y$表示观察值大于$\frac{\pi}{3}$的次数，求$Y$的概率分布.

12．设随机变量$X$具有概率密度$f(x)=\begin{cases} k\sin x, & 0<x<\pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，求

（1）常数$k$的值；（2）$X$的分布函数.

13．设随机变量$X,Y$的联合分布为

| $X$ \ $Y$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0.4 | $a$ |
| 1 | $b$ | 0.1 |

已知事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立，求

(1) $a,b$的值；(2) $X,Y$的边缘分布.

14．设$(X,Y)$的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} 12\mathrm{e}^{-3x-4y}, & x>0，y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，求

(1) 随机变量$X,Y$的边缘密度函数；(2) $P(0<X\le 1,1<Y\le 2)$.

15．设随机变量$Z\sim U[-2,2]$，$X=\begin{cases} -1, & Z\le -1 \\ 1, & Z>-1 \end{cases}$，$Y=\begin{cases} -1, & Z\le 1 \\ 1, & Z>1 \end{cases}$，

求$X$和$Y$的联合概率分布.

**四、应用题（每小题 10 分，共 10 分）**

**16**．甲胎蛋白常用于肝炎的筛查，已知某地区肝炎发病率为 0.0004，过去经验数据表明，肝炎患者其甲胎蛋白检测阳性的概率为 0.95，非肝炎患者其甲胎蛋白检测阴性的概率为 0.90，现在查出有一批甲胎蛋白检测阳性的人，求这批人中真的患有肝炎的概率.

**五、证明题（每小题 10 分，共 10 分）**

17．设随机变量$X$服从参数为 3 的指数分布．证明：$Y=1-\mathrm{e}^{-3X}$在区间$(0,1)$上服从均匀分布.