评语：① 看题，做题不够细致.
② 常用方法，结论没记住（闭区间有界 介值定理 分子有理化 ∞型极限）

建议：① 及时复习.
② 用电子笔记，保留所有习题.

学号______ 姓名______ 专业______ 院/系______

答题勿超装订线 ------装------订------线------

安徽大学 2018—2019 学年第一学期

《高等数学 A（一）》期中考试试卷

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	9

1. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})\sqrt{n}=$? ~~0~~ 0.

2. 已知极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x-\sqrt{ax^2+bx+1})=2$，则 $a=$ 9，$b=$ 12.

3. 已知当 $x\to 0$ 时，$\sqrt[3]{1+2x^{\alpha}}-1$ 是 $1-\cos x$ 的同阶无穷小量，则 $\alpha=$ 2.

4. 曲线 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 在点 $(1,1)$ 处的法线方程为 $y-1=\frac{2}{3}(x-1)$.
不是切线

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$ 则 $f'(0)=$ $\frac{\pi}{2}$.

二、选择题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	15

6. 函数 $f(x)=\dfrac{|x-2|\sin x}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界 (A)

A. $(-1,0)$; B. $(0,1)$; C. $(1,2)$; D. $(2,3)$.

7. 设 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ 都是非负数列，且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=2$，$\lim\limits_{n\to\infty}c_n=+\infty$，则下面结论一定正确的是 (D)

A. 对任意 $n\in\mathbb{N}$，$a_n<b_n$; B. 对任意 $n\in\mathbb{N}$，$b_n<c_n$;

C. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n$ 不存在; D. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}b_nc_n$ 不存在

$0^{-}\cdot +\infty \quad 0^{+} \to \infty$

8．设函数 $f(x) = (x - \frac{\pi}{2})\frac{1}{\cos x}$，则 $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的　　　　（ B ）

A．跳跃间断点；　　B．可去间断点；　　C．无穷间断点；　　D．连续点．

9．设函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处　　　　（ C ）

A．二阶可导，且 $f''(x)$ 在 $x = 0$ 处连续；　　B．二阶可导，但 $f''(x)$ 在 $x = 0$ 处不连续；

C．一阶可导，且 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处连续；　　D．一阶可导，但 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处不连续．

10. 设函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续，则下列命题**错误**的是　　　　（ D ）

A．若 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0) = 0$；

B．若 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x) + f(-x)}{x}$ 存在，则 $f(0) = 0$；

C．若 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导；

D．若 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x) - f(-x)}{x}$ 存在，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导． ?

三、计算题（本题共六小题，每小题 8 分，共 48 分）

得　分	

11．求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2 + 2n + 1} + \frac{2}{n^2 + 2n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + 2n + n}\right)$.

$$n \quad \frac{\frac{1+n}{2}\cdot n}{n^2+2n+n} = \frac{(1}{2(n+3)} = \frac{1}{2}$$

$$n \quad \frac{\frac{1+n}{2}\cdot n}{n^2+2n} = \frac{(1+n)}{(n+2)2} = \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{1}{2}$$

12．求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt[3]{1-2x}}{\sin x+\tan x}$.

原式$=\dfrac{(1+3x)-(1-2x)}{\tan x(\cos x+1)\left((1+3x)^{\frac{2}{3}}-(1+3x)^{\frac{1}{3}}(1-2x)^{\frac{1}{3}}+(1-2x)^{\frac{2}{3}}\right)}$

$=\dfrac{5x}{x\cdot2(1+1+1)}$

$=\dfrac{5}{6}$

13．求极限$\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x\ln(1+x)}}$.

原式$=(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}=e^{\frac{1}{x^2}\cdot(\cos x-1)}$

$-\frac{1}{2}x^2$

$=e^{-\frac{1}{2}}$

14．求函数$y=(\arctan\sqrt{x})^x$的导数.

$y=(\arctan\sqrt{x})^x$

$y=e^{x\ln(\arctan\sqrt{x})}$

$g(x)=$

$g'(x)=\ln(\arctan\sqrt{x})+x\left(\frac{1}{\arctan\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{1+x^2}\right.$

$y'=(\arctan\sqrt{x})^x$

$\left(\ln(\arctan\sqrt{x})-\frac{\sqrt{x}}{2\arctan\sqrt{x}\,(1+x)}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

15. 设函数$y=y(x)$由参数方程$\begin{cases} x=3\sec t, \\ y=2\tan t \end{cases}$（$t$为参数）所确定，求导数$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}$$

$$=\frac{2}{\cancel{\cos^2 t}}\cdot\frac{\cancel{\cos^2 t}}{3\sin t}$$

$$=\frac{2}{3\sin t}$$

X

16. 设函数$y=y(x)$由方程$y-x\cdot 2^y=1$所确定，求导数$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

$$y=1+x\cdot 2^y$$

$$y'=2^y+x\cdot 2^y\cdot y'\cdot \ln 2$$

$$(1-x\cdot 2^y)y'=2^y$$

$$y'=\frac{2^y}{1-x\cdot 2^y\ln 2}$$

x_n

四、分析计算题（本题共 10 分）

得 分	

17．设数列$\{x_n\}$满足$0 < x_1 < \pi$，$x_n = \sin x_{n-1}$，$n \geq 2$．请判断极限$\lim\limits_{n\to\infty} x_n$是否存在；若存在，则求出该极限．

$$\cancel{x_n = \sin x_{n-1} = \underbrace{\sin \sin \sin \cdots}_{n-1} x_1}$$

学调有号

姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

五、证明题（本题共两小题，每小题 6 分，共 12 分）

得　分	

18．设数列$\{x_n\}$满足$\lim\limits_{n\to\infty} x_{3n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{3n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{3n+2} = A$. 证明：$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$.

当

19．设函数$f(x)$在闭区间$[a,\ b]$上连续，且$f(a) = f(b)$. 证明：存在$\xi \in [a,\ b)$，使得$f(\xi) = f(\xi + \dfrac{b-a}{2})$.

$F(x) = f(\xi) - f(\xi + \frac{b-a}{2})$

$F(a) = f(a) - f$

介值定理