安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 B（三）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1、设 A 是 n 阶方阵，则下列结论正确的是（　　）.

(A) $A=O \Leftrightarrow |A|=0$　　(B) $A^2=O \Leftrightarrow A=O$

(C) $A^2=A \Leftrightarrow A=O$ 或 $A=E$　　(D) $A=O \Leftrightarrow A^TA=O$

2、设 A 是 5 阶方阵且 $|A|=5$，B 是 2 阶方阵且 $|B|=-2$，则 $\begin{vmatrix} -A & 0 \\ 0 & (3B)^{-1} \end{vmatrix} =$（　　）.

(A) $\frac{5}{18}$　　(B) $\frac{5}{6}$　　(C) $\frac{15}{2}$　　(D) $\frac{45}{2}$

3、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\ (s>4)$ 的秩为 3，则下列选项中正确的是（　　）.

(A) 任意三个向量线性无关　　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中无零向量

(C) 任意四个向量线性相关　　(D) 任意两个向量线性无关

4、设随机变量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$EX=3$，$DX=1$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则

$P(-1 \le X \le 1) =$（　　）.

(A) $\Phi(0)-\Phi(-2)$　　(B) $\Phi(1)-\Phi(-1)$　　(C) $\Phi(4)-\Phi(2)$　　(D) $\Phi(2)-\Phi(4)$

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$\bar{X}$ 与 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 分别是样本均值和样本方差，则下列结论正确的是（　　）.

(A) $2X_2-X_1 \sim N(\mu,\sigma^2)$　　(B) $\frac{n(\bar{X}-\mu)^2}{S^2} \sim F(1,n-1)$

(C) $\frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$　　(D) $\frac{\sqrt{n-1}(\bar{X}-\mu)}{S} \sim t(n-1)$

得 分	

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

6、已知 $\alpha=(a_1,a_2,\cdots,a_n)^T$ 与 $\beta=(b_1,b_2,\cdots,b_n)^T$ 都是 $n\ (n\geq 2)$ 维实向量，且 $\alpha^T\beta=0$．若 $A=\alpha\beta^T$，则 A 至少有一个特征值是________.

7、矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&0\\2&1&0\end{pmatrix}$ 的逆矩阵为____________________.

8、设事件 A,B,C 满足：$P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AB)=0$，$P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{16}$，则 A,B,C 三个事件都不发生的概率为________.

9、设 $D(X)=25,\ D(Y)=16,\ \mathrm{cov}(X,Y)=8$，则 $D(2X-Y)=$______.

10、已知一批零件的长度 X（单位：cm）服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机地抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40cm，则 μ 的置信度为 95%的置信区间为_____________.

（$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.65)=0.95$）

得 分	

三、计算题（本大题共 5 小题，共 56 分）

11（本小题 8 分）、已知三阶行列式 $D=\begin{vmatrix}2&2&3\\1&1&2\\2&y&x\end{vmatrix}$，且 $M_{11}+M_{12}-M_{13}=3,\ A_{11}+A_{12}+A_{13}=1$，其中 M_{ij} 是 D 中元素 a_{ij} 的余子式，$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$．试求 D 之值.

学号________ 姓名________ 专业________ 院/系________

答题勿超装订线

装 订 线

12（本小题 12 分）、已知三阶矩阵

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

（1）求矩阵 A 的特征值及特征向量；

（2）求 A^k（k 为正整数）.

13（本小题14分）、当 λ 为何值时，下列方程组

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=\lambda-3\\ x_1+\lambda x_2+x_3=-2\\ x_1+x_2+\lambda x_3=-2\end{cases}$$

无解、有唯一解、有无穷多解？并在无穷多解时写出方程组的通解.

14（本小题10分）、高射炮向敌机发三发炮弹，每发炮弹击中敌机的概率均为0.3，且假设各炮弹是否击中敌机是相互独立的. 又知若敌机中零弹，其坠落的概率为0，若敌机中一弹，其坠落的概率为0.2，若敌机中两弹，其坠落的概率为0.6，若中三弹，则必坠落.

（1）求敌机被击落的概率；

（2）若敌机被击落，求它中两弹的概率.

15（本小题 12 分）、设总体 X 的概率密度函数为

$$p(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{6x(\theta-x)}{\theta^3}, & 0\le x\le\theta,\\ 0, & 其它,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一个简单随机样本.

（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$；

（2）求$\hat{\theta}$的方差$D(\hat{\theta})$.

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

得　分	

四、证明题（本大题共 2 小题，共 14 分）

16（本小题 6 分）、设E为$n\,(n>1)$阶单位矩阵，A, B均为n阶方阵，并且矩阵B和$E+B$皆可逆．若$(A+E)^T=(E+B)^{-1}$，证明：A可逆．

17（本小题8分）、设A, B分别是m, n阶正定矩阵，证明：$m+n$阶矩阵$C=\begin{pmatrix} A & O \\ O & B \end{pmatrix}$是正定矩阵．

五、综合分析题（本大题共 10 分）

得　分	

18、设 A, B 为两个随机事件，且 $P(A)=\dfrac{1}{4}$，$P(B|A)=\dfrac{1}{3}$，$P(A|B)=\dfrac{1}{2}$，令

$$X=\begin{cases}1, & A\text{发生},\\ 0, & A\text{不发生},\end{cases}\qquad Y=\begin{cases}1, & B\text{发生},\\ 0, & B\text{不发生}.\end{cases}$$

（1） 求二维随机变量 (X, Y) 的联合概率分布列；

（2） 求 X 和 Y 的边缘分布列，并判断 X 和 Y 是否独立？