院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2008—2009 学年第二学期

《高等数学 C（二）》考试试卷（A 卷）

（闭卷　时间 120 分钟）

题　号	一	二	三	四	五	总　分
得　分						
阅卷人						

得　　分	

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1．已知两个 4 维向量 $\alpha_1=(1,\ t^2,1,0)$ 与 $\alpha_2=(2,1,-3t,2)$ 正交，则 $t=$________.

2．幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$ 的收敛半径为________.

3．设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&2&0\\3&4&5\end{pmatrix}$，$A^*$ 是 A 的伴随矩阵，则 $(A^*)^{-1}=$____________________________.

4．设平面区域 D：$0\le x\le y,\ 0\le y\le 1$，$f(x,y)$ 在 D 上连续，则利用极坐标变换可将二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma$ 化为__________________________.

5．二次型 $x_1^2+2x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2+4x_2x_3$ 的秩为________.

得　　分	

二、单项选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6．二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0\ \ , & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

A. 连续，偏导数也存在　　B. 连续，偏导数不存在

C. 不连续，偏导数存在　　D. 不连续，偏导数也不存在

7．若 $A,\ B$ 均为同阶可逆矩阵，则必有（　　）.

A. A 可经行初等变换变到 B　　B. $|A|=|B|$

C. 存在可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$　　D. $A+B$ 为可逆矩阵

8．若n阶矩阵A的一个特征值为 2，则A^2+3A+E必有一个特征值为(　　)．

A. 0　　B. 1　　C. 11　　D. 不能确定

9．若级数$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$收敛，则(　　)．

A. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$、$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$中至少有一个收敛　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$、$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$均收敛

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\left|a_n+b_n\right|$收敛　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$、$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$敛散性相同

10. 差分方程$y_{t+2}-3y_{t+1}+2y_t=0$的通解为（　　）(其中C_1, C_2为任意常数）．

A. C_1t+C_2　　B. $C_1 2^t+C_2$　　C. $C_1(-2)^t+C_2$　　D. $C_1(-1)^t+C_2$

三、计算题

（第 11 小题至第 14 小题每题 8 分，
第 15 小题至第 17 小题每题 10 分，共 62 分）

得　分	

11. 已知$z=\sin\dfrac{y}{x}$，求(1) $\dfrac{\partial z}{\partial x}$、$\dfrac{\partial z}{\partial y}$；（2）$d\,z$；（3）$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

12. 求二重积分$\iint\limits_{D}\frac{\cos x}{x}dxdy$，其中$D$为直线$y=x$与抛物线$y=x^2$所围成的区域.

13. 求微分方程$y''-3y'+2y=e^{-x}$的通解.

14. 将 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开成 $(x-3)$ 的幂级数，并求该幂级数的收敛半径、收敛域.

15. 已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. 若 X 满足 $AX+2B=BA+2X$ ，求 X .

16．求矩阵 $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ -4 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量；判断它是否可以对角化，并说明理由.

院/系______ 专业______ 姓名______ 学号______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

17．对于非齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=1,\\ x_1+2x_2+2x_3=0,\\ x_1-x_2+ax_3=0.\end{cases}$

（1） a 为何值时，方程组无解；

（2） a 为何值时，方程组有解，并求其解.

四、应用题（本题 10 分）

得　　分	

18．在平面上求一点，使它到三条直线 $x=0$、$y=0$、$x+2y-16=0$ 距离的平方和最小.

五、证明题（本题 8 分）

得　　分	

19．设 A 为 $m\times n$ 矩阵，其秩为 r，β 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的一个解，

$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{n-r}$ 是对应的齐次线性方程组 $AX=0$ 的一个基础解系. 证明：向量组

$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{n-r}, \beta$ 线性无关.