

第三章 干 涉

3-1. 设想一下, 在杨氏双孔实验中(见图3-7)若 S 沿平行于 S_1 、 S_2 联线的方向作微小位移, 干涉图样发生怎样的变化? 沿垂直 S_1 、 S_2 联线的方向位移时情况如何?

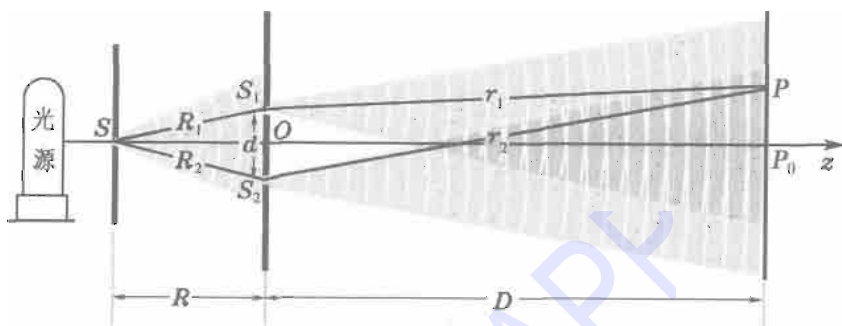


图3-7 杨氏实验

答: (1) 当点光源(小孔) S 沿平行于双孔 S_1S_2 方向平移到轴外时, 双孔 S_1 、 S_2 相对于 S 附加固定的前场光程差, 后场光程差仍与 S 在轴上时无异。因此, 干涉条纹的形状、走向、间距等性质保持不变。但由于这时零光程差点 P_0 在轴外, 且 S 在轴上方时 P_0 点在轴下方, S 在轴下方时 P_0 点在轴上方, 所以条纹整体反向平移。

(2) 若 S 在垂直于 S_1S_2 连线方向作微小位移, 屏幕上的零光程差点也要作反向移动。但由于条纹只是作平行于自身的移动, 因此不会引起干涉条纹的变动。由此可见, 光源沿此方向扩展时, 不但不会减小干涉条纹的衬比度, 反而会使条纹变得更加明亮可见。在激光没有出现以前, 为了增加干涉条纹亮纹的强度, 在实际的杨氏干涉装置中通常都采用狭缝光源; 与之相应地, S_1 和 S_2 孔也采用平行于光源的双狭缝。这就是杨氏最初发明的经典装置——双缝干涉实验。

3-2. 在杨氏双孔实验中, 双孔 S_1 、 S_2 彼此稍微移近时, 干涉条纹有何变化?

答: 双孔移近, 即双孔的间隔 d 变小, 根据条纹间距公式 $\Delta x = D\lambda/d$ 可知, 此时条纹间距变大, 条纹变稀, 其它性质不变。

3-3. 设想我们用声波或无线电波来模拟杨氏双孔干涉实验, 采用的数据如下:

(1) 两声波源间距为 60 cm, 到接收场的距离为 10 m, 声频率为 1000 Hz, 声速为 340 m/s.

(2) 两无线电波源间距为1m, 到接收场的距离为10m, 频率为10MHz. 这样的装置能得到什么结果?

答: 干涉现象是一切波动所具有的重要特征之一, 因此, 用声波或无线电波来模拟杨氏双孔实验时, 应当有与用光波作为光源时类似的结果。我们可以用杨氏干涉条纹的间距公式来计算声波和无线电波相应的干涉场中强度分布的空间周期。

(1) 由声频 $\nu = 1000 \text{ Hz}$ 、声速 $v = 340 \text{ m/s}$ 可算出, 相应的声波波长 $\lambda = v/\nu = 0.34 \text{ m}$. $d = 0.6 \text{ m}$, $D = 10 \text{ m}$, 算出干涉强度空间周期为

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda = 5.7 \text{ m}.$$

(2) 由无线电波频率 $\nu = 1.0 \times 10^7 \text{ Hz}$ 、波速 $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 算出, 无线电波 $\lambda = v/\nu = 3.0 \times 10 \text{ m}$. $d = 1.0 \text{ m}$, $D = 10 \text{ m}$, 算出干涉强度空间周期为

$$\Delta x = \frac{D}{d} \lambda = 3.0 \times 10^2 \text{ m}.$$

上述两种情形中, 显然相邻两强度极大或极小距离的数量级已远远超出实验室可接受的条件, 换句话说, 试图通过干涉条纹间距的测量来确定声波长或无线电波长的方案是行不通的。唯有短波长的光波, 在杨氏干涉实验中展现了便于人们观测的干涉条纹。历史上正是杨氏本人从干涉强度的周期场中感悟到光是一种周期性的波动, 第一次提出“光波长”的概念, 并实现了对光波长的干涉法测量。而光频极高, 长期以来直至20世纪70年代, 人们正是通过光波长的测量数据推算出光频值。对于声波和无线电波, 倒是可以由其频率的测量值而推算出它们的波长值来。

3-4. 在实验中观察分波前干涉装置的干涉条纹时往往不用屏幕, 而是用测微目镜。我们知道, 在光束交叠区里前前后后都有干涉条纹, 我们用目镜看到的是哪里地方的条纹? 试说明理由。

答: 我们在测微目镜中看到是干涉条纹的像, 它实际上是物面上的条纹。根据目镜的成像特点, 所看到的条纹应在目镜前焦面附近以内一个小范围的平面上。

3-5. 判断以下各种说法是否确切:

(1) 等厚条纹就是薄膜表面的干涉条纹。

(2) 等厚干涉条纹不仅存在于薄膜表面, 而且还存在于薄膜前后的空间里。

答: 上述说法都是不确切的, 简要分析如下:

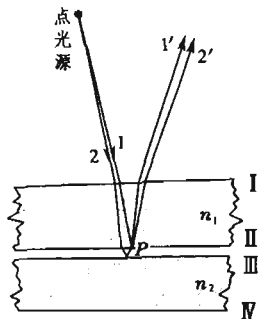
(1) 等厚条纹是指薄膜表面沿等厚线分布的干涉条纹。如书上图 3-21 所示,从点源 Q 发出、交于薄膜表面上一点 P 的两条相干线间的光程差为

$$\Delta L = 2nh \cos i.$$

可见,当光线近似正入射时, ΔL 只与厚度有关,从而干涉强度也近似地仅与 h 有关。这时的干涉条纹是沿等厚线分布的。但普遍地讲, ΔL 还与倾角 i 有关,从而等光程(即等强度)的轨迹与 h 和 i 都有关,条纹是会偏离等厚线的。因此,一般说来,薄膜表面的干涉条纹并不严格是等厚线。只在正入射的条件下才在薄膜表面出现严格的等厚干涉条纹。

(2) 发自点光源的光束在的薄膜两表面反射后形成的相干光束交叠区可以从薄膜表面附近一直延伸到薄膜前后甚至无穷远处,从而薄膜干涉条纹不仅存在于薄膜表面,而且还存在于薄膜前后的空间里。若光源有一定宽度,则并不在交叠区内所有地方的干涉条纹都有足够大的衬比度,然而衬比度大到可观测程度的干涉条纹也存在于薄膜前后一定深度的区域内。但这种条纹不是等厚线,不能笼统地把这种干涉条纹叫做等厚条纹。

3-6. 在实际中经常遇到的情况里,产生干涉条纹的薄膜是夹在两片固体介质间的空气层(见本题图)。这里有 I、II、III、IV 四个反射面,为什么我们只考虑 II、III 两个面反射的光之间的干涉,而不考虑 I、IV 两个面?



思考题 3-6

答:这主要是因为上、下两块平板的厚度过大(远大于其间的空气层),以致所允许的光源宽度远小于空气膜层对应的光源极限宽度。换句话说,在实际扩展光源照明下,上平板或下平板自身产生的干涉场的衬比度近似为 0(详见书上 3.5 节)。

3-7. 按图 3-31c 方式用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹时,宜采用点光源还是扩展光源?有时当我们找不到干涉条纹时,可在一小片纸上刺一针孔,透过针孔注视薄膜表面时,就比较容易看到干涉条纹。这是为什么?

答:根据空间相干性的要求,为提高条纹的衬比度,应限制光源的宽度。点光源照明时,衬比度最高。但在用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹时,由于眼瞳对光束截面的限制,只能接收来自扩展光源上一部分点源的反射线,从而限制了光源的有效宽度(参见图 3-42)。因此,决定视场中条纹衬比度的不是扩展光源的实际宽度,而是被瞳孔所限制的有效宽度。同时,若光源的宽度不够大,肉眼只能同时看到薄膜表面上很小一块面积内的

干涉条纹,其它地方的条纹均看不到。因此,较大的扩展光源还有利于扩展观察条纹的视场。透过针孔比较容易看到干涉条纹,其原因在于针孔进一步限制了扩展光源的有效宽度,从而提高了观察区域中的条纹的衬比度。

3-8. 窗玻璃也有两个表面,为什么我们从来未看到在其上有干涉条纹?你能否估计一下,薄膜厚到什么程度,我们用肉眼就看不到干涉条纹了?

【提示:参看图 3-33 和下面习题 3-21。】

答: 如右图所示,来自扩展光源不同点 Q_1 、 Q_2 到同一场点 P 的两对相干光线的倾角 i 不等,从而光程差是不等的。这表明,光源上不同点在薄膜表面产生的条纹彼此错开,总的强度是各套条纹强度的非相干叠加,叠加结果使条纹衬比度下降。当扩展光源上两点源 Q_1 、 Q_2 在同一场点 P 产生的光程差之差达到光波长 λ 时,衬比度下降到 0。由于倾角 i 变化引起的 P 点处两相干光线的光程差改变为

$$\delta(\Delta L) = -2nh \sin i \delta i, \quad (1)$$

式中负号表示当 i 增大时光程差 ΔL 减小。上式说明 $\delta(\Delta L)$ 膜厚 h 成正比, h 愈大,扩展光源造成的条纹衬比度下降愈严重; h 大到一定程度时,干涉条纹就看不见了。窗玻璃两表面间的厚度太大,所以总是看不见干涉条纹的。

由式 (1) 可知,欲使条纹有一定的衬比度,必须满足

$$2nh \sin i \delta i \leq \lambda,$$

由此得极限厚度为

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{2n \sin i \delta i}, \quad (2)$$

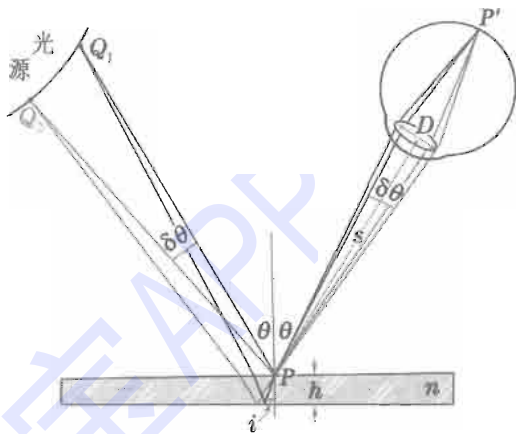
式中 i 为膜内光线倾角(即折射角)。按折射定律, $n \sin i = \sin \theta$, $n \cos i \delta i = \cos \theta \delta \theta$, $\delta \theta$ 由场点 P 对眼瞳的入射孔径角决定:

$$\delta \theta = D/s.$$

于是

$$h_{\max} = \frac{s \lambda \cos i}{2D \sin i \cos \theta}. \quad (3)$$

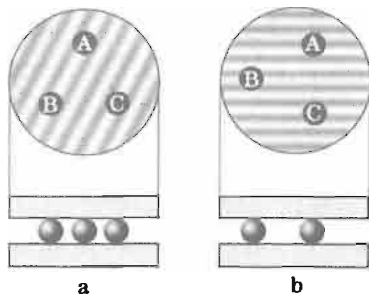
作为估算,取观察距离 $s = 25 \text{ cm}$ (明视距离),眼瞳直径 $D = 4 \text{ mm}$,对于玻璃 $n = 1.5$, $i = 30^\circ$, $\sin i = 0.5$, $\sin \theta = 0.75$, $\cos i = 0.8660$, $\cos \theta = 0.6614$, $\lambda = 0.50 \mu\text{m}$,由此算出



$$h_{\max} = \frac{0.25 \times 0.50 \times 10^{-6} \times 0.8660}{2 \times 4 \times 10^{-3} \times 0.5 \times 0.6614} \text{m} \approx 41 \mu\text{m}.$$

可见,欲用肉眼看到薄膜干涉条纹,膜层应很薄(远小于窗玻璃的厚度)。

3-9. 本题图 a、b 所示是检验滚珠质量的干涉装置。在两块平玻璃板之间放三个滚珠 A、B、C。在钠黄光的垂直照射下,形成如图上方所示的干涉条纹。根据这样的干涉条纹,你能就 a、b 两情形分别对三个滚珠直径的一致性做出什么结论? 用什么办法可进一步判断它们之中哪个大哪个小?

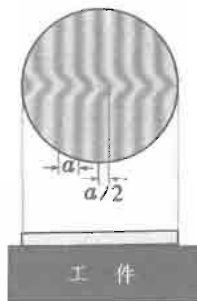


思考题 3-9

答: 根据本题图所示的静态等厚条纹可判断,在图 a 中,滚珠 A 与 B 直径一致,与滚珠 C 不一致, A、B、C 的直径分别相差 $3\lambda/2$ ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 为钠黄光波长)。在图 b 中,滚珠 A、B、C 直径均不同, A 与 B 的直径相差 λ , B 与 C 直径相差约 $3\lambda/2$, A 与 C 直径相差约为 $5\lambda/2$ 。

仅根据静态条纹不能判断滚珠大小,必须利用动态条纹才能进一步判断。具体方法是用手指轻轻压一下盖在上面的平板玻璃的中央,观察条纹移动的方向。在图 a 情形中,如果条纹向滚珠 A、B 方向移动,则说明 A、B 比 C 大;反之, C 比 A、B 大。在图 b 情形中,如果条纹向滚珠 A 方向移动,则说明 A 最大, C 最小;反之, A 最小, C 最大。

3-10. 本题图是检验精密加工工件表面光洁度的干涉装置。下面是待测工件,上面是标准的平玻璃板,在钠黄光的垂直照射下看到如图上方所示的干涉花样。根据这样的干涉花样,你能对工件表面的光洁度做出怎样的结论?

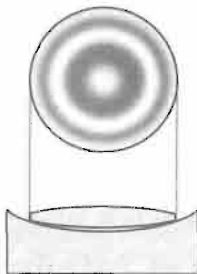


思考题 3-10

答: 等厚条纹指示了薄膜(空气层)等厚线的轨迹。根据各条纹弯曲处在一条直线上可知,工件表面有一极小的不平整纹路;并且根据条纹是背离尖劈交棱方向弯曲的,可以判断出纹路是凸的,其高度为

$$\lambda/4 = 589.3 \text{ nm}/4 = 147.3 \text{ nm}.$$

3-11. 本题图是检验透镜曲率的干涉装置。在钠黄光的垂直照射下显示出图上方的干涉花样。你能否判断透镜的下表面与标准模具之间气隙的厚度最多不超过多少?



思考题 3-11

答：本题图所示的干涉花样为等厚条纹，相邻条纹间厚度差为 $\lambda/2$ 。图中共有三圈完整条纹，其厚度差均为 λ ；中央环形条纹与中心的厚度差小于 $\lambda/2$ 。由此可知气隙厚度为

$$\Delta h < \frac{3\lambda}{2} = \frac{3}{2} \times 589.3 \text{ nm} = 884.0 \text{ nm}.$$

即气隙厚度最多不超过 884.0 nm。

3-12. 试解释图 3-29 所示现象，即下压验规时，若光圈扩大，则表示透镜曲率太大（见图 a），反之表示曲率过小（见图 b）。

答：图 3-29 是用牛顿圈（俗称光圈）检测透镜曲率的装置，其中牛顿圈是由验规 G 和透镜 L 之间的气隙产生的等厚条纹。当下压验规时，气隙的厚度普遍减小。当透镜曲率半径过大时，接触点在中心，即气隙厚度内小外大，厚度普遍减小使等厚线外移，所以条纹向外扩张。这就是图 3-29a 的情形。当透镜曲率半径过小时，接触点在边缘，即气隙厚度内大外小，厚度普遍减小使等厚线向中心靠拢，所以条纹收缩。这就是图 3-29b 所示的情形。

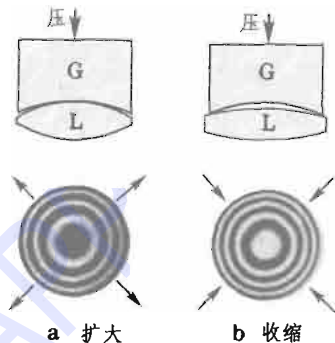


图 3-29

3-13. 说明水面浮的汽油层呈现彩色的原因。从不同的倾斜方向观察时颜色会变吗？为什么？

答：水面上的汽油层呈现彩色是白光照射下油层薄膜干涉的结果。薄膜表面的两相干光线的光程差为

$$\Delta L = 2nh\cos i,$$

从而相位差为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh\cos i.$$

在膜厚 h 和倾角 i 不变时，相位差还与波长 λ 有关。相干叠加结果使某些波长的光强加强，某些波长的光削弱。因白光中含有各种波长成分，所以薄膜干涉的结果使原来无色透明的汽油呈现彩色。又由于相位差 $\Delta\varphi$ 与倾角 i 有关，因此当改变观察方向时，油膜呈现的彩色也要发生变化。

3-14. 在日常生活中你还能列举出哪些薄膜干涉现象？

答：由车床切削下来的铁屑因高温而产生一个氧化层，往往因薄膜干涉现象而呈现一定的色彩。某些昆虫翅膀的色彩是薄膜干涉效应产生的。

3-15. 试做下列两个观察性实验：

(1) 吹肥皂泡。起初当肥皂泡很小时不显示颜色；随着肥皂泡的胀大，

开始出现彩色,而且彩色愈来愈鲜艳,颜色不断地变化;最后光泽变暗,彩色消失,此时肥皂泡即将破裂。试解释以上现象。

(2) 用一根细铁丝折成小方框,浸入肥皂水后取出,这时在方框上蒙了一层肥皂膜。现将方框平面竖直放置,观察其上肥皂膜色彩变化的情况。解释你所观察到的现象。

答:(1) 肥皂泡的彩色是由于白光照明下的薄膜干涉现象而出现的。起初,肥皂泡很小时不显示彩色,是由于扩展光源照明下膜太厚使干涉条纹的衬比度为0。随着肥皂泡的胀大,膜变薄,干涉条纹的衬比度增加,开始出现干涉条纹。由于白光照明,各种波长的干涉条纹彼此错开,呈现彩色。肥皂泡愈大,膜愈薄,条纹的衬比度愈高,彩色愈鲜艳。但是,膜太薄,以致当有效光程差小于一个光波长(考虑到半波损,膜厚度小于 $\lambda/4$)时,光程差小于 $\lambda/2$,相位差小于 π ,相干光束叠加不会完全抵消,于是看不到明显的干涉现象了。这时肥皂泡因太薄而即将破裂。

(2) 把细铁丝小方框上的肥皂膜竖直放置,形成上薄下厚的尖劈状薄膜。在白光照明下,可以观察到水平的彩色等厚条纹。由于从上到下膜的厚度不是线性增加的,条纹间隔上大下小。肥皂液在重力作用下缓慢地向下流动,肥皂膜上部愈来愈薄,下部愈来愈厚,干涉条纹向下移动。当上部肥皂膜的厚度小于 $\lambda/4$ 时,那里就失去色彩,直到肥皂膜破裂。

3-16. 从以下几个方面比较等厚条纹和等倾条纹:

(1) 两者对光源的要求和照明方式有何不同?能否用扩展光源观察等厚条纹?用平行光观察等倾条纹将会怎样?

(2) 两者的接收(观测)方式有何不同?如果用一小片黑纸遮去薄膜表面某一部位,这将分别给等厚条纹和等倾条纹带来什么影响?

答:(1) 对于等厚条纹,严格观测须用傍轴窄光束照明。扩展光源照明将导致条纹对等厚线的偏离和条纹衬比度的下降。膜愈厚,以上现象愈严重。但在要求不太高时,采用扩展光源照明对观察反而往往是利大于弊的,这是因为扩展光源有利于增加视场,影响条纹衬比度的光源有效宽度可以用接收条纹的光瞳来限制。

对于等倾条纹,扩展光源照明有利无害,不但不会影响条纹的衬比度,反而可以增加亮纹的强度,使等倾条纹变得更加明亮。反之,若照明光源方向性太强会使等倾条纹的图样残缺不全。在平行光照明的极端情形下,屏幕上相干光束的交叠区收缩为一个点,不可能出现干涉图样。

(2) 等厚条纹出现在非均匀薄膜表面,只能用成像系统接收或肉眼直接观察,不能用屏幕接收;等倾条纹出现在无穷远处,宜用屏幕接收(当

然,也可用成像系统或肉眼对无穷远调焦观察)。

如果用一小片黑纸遮去薄膜表面某一部分,对等厚条纹来说,会遮去这部分条纹,其它地方条纹不变;对等倾条纹来说,部分地遮去薄膜表面,只会使干涉条纹整体变暗,不会影响干涉图样的完整性。

3-17. 在傍轴条件下等倾条纹的半径与干涉条纹级数有什么样的依赖关系?牛顿环的情况怎样?两者有区别吗?你怎样把二者区分开来?

答:在傍轴条件下 k 级等倾条纹的半径正比于倾角 i_k ,而

$$\cos i_k \approx 1 - \frac{i_k^2}{2} = \frac{k\lambda}{2nh},$$

而中央($i=0$)的级数 $k_0=2nh/\lambda$,于是

$$i_k = \sqrt{\frac{(k_0 - k)\lambda}{nh}} \propto \sqrt{(k_0 - k)\lambda}. \quad (1)$$

在牛顿环的情况里若凸透镜与平面玻璃在中央不接触,而是有一个距离 h_0 ,则第 k 级条纹的半径

$$r_k = \sqrt{(k - k_0)R\lambda} \propto \sqrt{(k - k_0)\lambda}, \quad (2)$$

式中 $k_0=2h_0/\lambda$ 为中央的级数。比较①、②两式可以看出,傍轴条件下的等倾条纹和牛顿环,在半径与级数的关系方面非常相似,唯一的区别是从中心向外等倾条纹级数递减,而牛顿环级数递增。单从静态条纹看不出什么区别,不过当薄膜厚度略减时等倾条纹向中央收缩,而牛顿环向外扩展。

3-18. 如果薄膜上、下表面稍有夹角,我们能观察到等倾条纹吗?这时干涉条纹在哪里?

答:如果薄膜上、下表面稍有很小夹角,则其定域中心在离薄膜表面较远的地方(既可在薄膜之前,又可在薄膜之后),但不在无穷远,但那里的条纹不是严格的等倾条纹,形状是椭圆。

3-19. 如5.1节所述,迈克耳孙干涉仪中反射镜 M_1 和 M_2 的像 M_2' 组成一等效的空气层(见图3-44)。下面讨论迈克耳孙干涉仪调节中的几个问题:

(1) 当转动摇把使 M_1 平移时,我们如何判断等效的空气层在增厚还是减薄?

(2) 当你看到平行的直线干涉条纹时,怎样判断等效空气层哪边厚哪边薄?

(3) 如何有意识地调节镜面倾角,使 M_1 、 M_2' 完全平行?

(4) 根据什么现象可以比较准确地判断 M_1 、 M_2' 是否严格平行?有经验的人是这样做的:前后左右移动自己的眼睛,如果发现圆形干涉条纹的中

心有变动(条纹的吞吐),则表明 M_1 、 M_2' 尚未达到严格的平行。只有调节到干涉场的中心相当稳定,只随眼睛一起平移而不发生条纹的变化时,才算比较满意。试解释这是为什么?

答:(1) 如果视场中是同心圆环形等倾条纹,则当圆环从中心冒出且条纹变细变密时,等效空气层增厚;反之,当圆环从中心吞进且条纹变粗变稀时,等效空气层减薄。如果观察到的是等厚干涉花样,则当条纹变弯且衬比度下降时,等效空气层变厚;反之,当条纹变直且衬比度提高时,等效空气层变薄。

(2) 当看到平行直线干涉条纹时,说明等效空气层是尖劈形的,条纹越直,空气层越薄。然而,仅根据直线条纹还难以判定交棱位置。转动摇把使 M_1 平移,直线条纹将会发生弯曲,弯曲的条纹必然中间凸向交棱一方,即凸向等效空气层较薄的一边。

(3) 当 M_1 和 M_2 有微小夹角时,观察到的是等厚条纹,条纹间距与交角成反比。调节 M_1 或 M_2 后的微调螺丝,当条纹间距变大时,说明夹角在减小;当视场中强度均匀或出现同心圆环形等倾条纹时,说明 M_1 和 M_2' 已完全平行了。

(4) 当 M_1 、 M_2' 严格平行时,经等效空气膜上、下表面反射的两相干光线是严格平行的。当人眼对无穷远调焦时,平移眼睛,方向相同的两平行反射线恒交于视网膜上同一点;垂直反射的两相干光线的表观光程差恒定。故平移眼睛时,条纹形状不变,中心稳定,只是中心位置随眼睛的移动而移动。如果 M_1 和 M_2' 不是严格平行,则圆形条纹中心的强度并非倾角严格为 0 的两相干光线叠加的结果。当眼睛平移时,倾角可能改变,导致光程差的改变,从而会使中心条纹发生吞吐的不稳定现象。

3-20. 判断下列说法是否正确:

- (1) 在面光源照明的光场中,各点(次波源)都是完全不相干的。
- (2) 在点光源照明的光场中,各点(次波源)都是完全相干的。
- (3) 在理想的单色点光源激发的光场中,各点(次波源)都是完全相干的。
- (4) 以纵向的相干长度为轴,横向的相干面积为底作一柱体。有人称它的体积为相干体积。在相干体积内任意两点(次波源)都有较高度度的相干性。

答:(1) 在面光源照明的光场中,横向波面上相干孔径角以内的任意两点都有一定的相干性;纵向波线上相干长度以内的任意两点也有一定的相干性。光源扩展只对空间相干性有影响,其相干孔径角与光源宽度成反比,对时间相干性并无影响。因此,认为面光源的光场中各点都是完全不相干,是不正确的。

(2) 点光源照明的光场中具有最高的空间相干性, 即横向波面上各点都是完全相干的。但其光场的时间相干性, 即纵向波线上各点的相干性仍受单色性限制, 只有在相干长度以内的两点才有一定的相干性; 距离超过相干长度的两点仍是不相干的。因此, 不能认为点光源照明的光场中各点都是完全相干的。

(3) 点光源具有最高的空间相干性, 即横向波面上各点都是完全相干的。理想单色光的波列是无限长的, 波线上各点都是完全相干的, 即具有最高的时间相干性。因此, 在理想单色点光源激发的光场中, 各点都是完全相干的。

(4) 在相干体积内, 横向波面上的任意两点都在相干空间角内, 纵向波面上的任意两点都在相干长度以内。所以, 相干体积内的任意两点都有较高程度的相干性。

3-21. 试分别回答: 在高反射率和低反射率的情况下, 观察透射和反射条纹哪个有利? 为什么?

答: 在薄膜多光束干涉中, 透射光强为

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}, \quad (1)$$

在高反射率时, $R \approx 1$, $4R/(1-R)^2 \gg 1$, 因此 I_T 对相位差 δ 的变化很敏感, 即透射条纹中亮纹的锐度很大。根据强度互补性, 反射条纹中的亮纹就变得较宽了。可见在高反射率时观察透射条纹有利。不过, 这时若观测反射条纹, 则有同样细锐的暗线, 观察起来也不算不利。

当光强反射率 $R \ll 1$ 时, 从而 ① 式中

$$(1-R)^2 \approx 1,$$

$$[1 + 4R\sin^2(\delta/2)]^{-1} = 1 - 4R\sin^2(\delta/2) = 1 - 2R(1 - \cos\delta),$$

因此

$$I_T = I_0[1 - 2R(1 - \cos\delta)], \quad (2)$$

$$I_R = I_0 - I_T = 2RI_0(1 - \cos\delta). \quad (3)$$

② 式表明, 透射光的干涉图样中有一很强的均匀背景 $I_0(1-2R)$, 条纹的衬比度很低。③ 式表明, 反射光的干涉条纹衬比度为 1。所以, 在低反射率时观察反射条纹有利, 虽然它这时没有高锐度的优越性, 但衬比度要比透射条纹好得多。

3-22. 为什么法布里-珀罗干涉仪是高分辨本领、小量程的分光仪器? 其自由光谱范围受什么因素制约?

答: 法-珀仪的色分辨本领为

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R}.$$

由于法-珀仪是长程干涉仪,腔长 h 很长,从而干涉条纹的级别 k 很高,加之分束板镀银面的反射率 R 很高,就使仪器的分辨本领很高。

相邻级别不同波长条纹不重叠的光谱范围称为自由光谱范围。设不同波长 λ 和 $\lambda'=\lambda+\Delta\lambda$ 的两束光入射到法-珀标准具上,则各产生一组同心圆环状的干涉条纹。对于同一干涉级 k , λ' 的干涉圆环的直径比 λ 的小一些。当满足下列条件时

$$2nh\cos i_k = k\lambda = (k-1)\lambda',$$

λ 的第 k 级亮环与 λ' 的第 $k-1$ 级亮环重叠,因此得自由光谱范围为

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{k-1} = \frac{\lambda'}{k},$$

通常 i_k 很小, $\cos i_k \approx 1$, $n \approx 1$ (空气), 故 $k = 2h/\lambda$, 从而

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda\lambda'}{2h} \approx \frac{\lambda^2}{2h}.$$

因实际上 λ 和 λ' 相差很小,故式中取 $\lambda\lambda' \approx \lambda^2$. 在给定腔长 h 内 λ 到 λ' 波长范围内产生的干涉圆环不发生重叠。由上式可见,自由光谱范围与腔长 h 成反比。高分辨本领要求腔长 h 大,而大量程(即大自由光谱范围)则要求 h 小,两者相互矛盾。高分辨率是以小量程为代价的。

第三章 干 涉

3-1. 在杨氏双孔实验中,孔距为 0.1 mm,孔与屏幕的距离为 3 m,对下列三条典型谱线求出干涉条纹的间距:

F 蓝线(486.1 nm), D 黄线(589.3 nm), C 红线(656.3 nm)。

解: 根据杨氏双孔干涉条纹间距公式

$$\Delta x = \lambda D/d.$$

得到三条谱线产生的条纹间距分别为

$$\Delta x_F = 14.6 \text{ mm}, \quad \Delta x_D = 17.7 \text{ mm}, \quad \Delta x_C = 19.7 \text{ mm}.$$

3-2. 在杨氏双孔实验中,孔距为 0.45 mm,孔与幕的距离 1.2 m,测得 10 个亮纹之间的间距为 1.5 cm,问光源的波长是多少。

解: 由条纹间距 $\Delta x = 1.5 \text{ cm}/10 = 1.5 \text{ mm}$ 推算光源的光波长为

$$\lambda = \frac{d}{D} \Delta x = 562.5 \text{ nm}.$$

3-3. 一微波检测器安装在湖滨高出水面 5.0 m 处. 当一颗发射 21 cm 波长单色微波的射电星体徐徐自地平线升起时,检测器指出一系列信号强度的极大和极小. 当第一个极大出现时,射电星体相对地平线的仰角 θ 为多少?

解: 这题里的微波干涉相当于光学里的劳埃镜干涉。如图所示,湖面



相当于镜面,直射波与反射波在检测器处交叠,发生干涉。我们可以利用双点源干涉的公式:

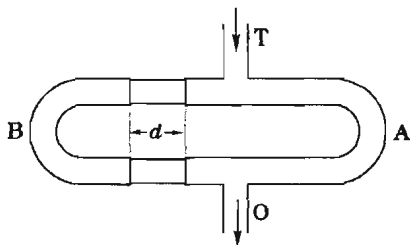
$$\Delta x = \lambda D/d.$$

不过这里 D 和 d 都几乎是无穷大,但它们之比 $d/D = 2\theta$. 此外,由于接近掠入射时湖面反射有半波损失,零高度处为暗纹,接收到第一个极大的检测器的高度是半个条纹宽度,即 $\Delta x/2$. 于是

$$\theta = \frac{\lambda}{2\Delta x} = \frac{21}{2 \times (2 \times 500)} = 1.05 \times 10^{-2} \text{ rad} \approx 36'.$$

3-4. 本题图所示装置是昆克(G. Quincke)用来测声波波长的。管口 T 置于单一声调的声源之前,声波分 A、B 两股传播到出口 O,其中一股 B 的

长度像乐队中的长号那样,可以拉出拉进。当A、B两股等长时,声音近似保持原有的强度。当A逐渐拉开到 $d = 16.0 \text{ cm}$ 时,在管口O处的声音第一次消失,求此声波的波长。



习题 3-4

解: 声波沿B股多走了 $2d = \lambda/2$ 时声音第一次消失,故 $\lambda = 4d = 64 \text{ cm}$ 。

3-5. 设菲涅耳双镜的夹角为 $20'$, 缝光源离双镜交线 10 cm , 接收屏幕与光源经双镜所成的两个虚像连线平行, 幕与两镜交线的距离为 210 cm , 光波长为 600.0 nm , 问:

- (1) 干涉条纹的间距为多少?
- (2) 在幕上最多能看到几根干涉条纹?
- (3) 如果光源到两镜交线的距离增大一倍, 干涉条纹有什么变化?
- (4) 如果光源与两镜交线的距离保持不变, 而在横向有所移动, 干涉条纹有什么变化?
- (5) 如果要在幕上出现有一定衬比度的干涉条纹, 允许缝光源的最大宽度为多少?

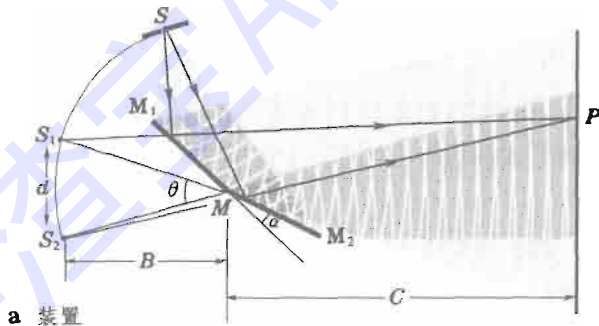


图 3-9

解: 菲涅耳双镜干涉装置如书上图 3-9a 所示。

- (1) 双镜的夹角 $\alpha = 20 \times (\pi/180 \times 60) \text{ rad} = 5.82 \times 10^{-3} \text{ rad}$.
干涉条纹的间距

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d} = \frac{\lambda(B+C)}{2\alpha B} = \frac{600.0 \times 10^{-9} \text{ m} \times (10+210)}{2 \times 5.82 \times 10^{-3} \times 10} = 1.13 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.13 \text{ mm}.$$

- (2) 因幕上两光束的最大交叠区的宽度为
 $\Delta l = 2\alpha C = 2 \times 5.82 \times 10^{-3} \times 210 \text{ cm} = 2.44 \text{ cm}$,
幕上最多能看到的条纹数约为

$$N = \frac{\Delta l}{\Delta x} = 21.6 \approx 22.$$

- (3) 由于 $B \ll C$, $B \rightarrow 2B$ 时 D 几乎不变, 而 $d \rightarrow 2d$, 故
 $\Delta x \rightarrow \Delta x/2$, $N \rightarrow 2N$.

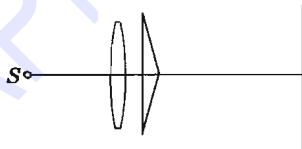
(4) 若点光源横向移动 δs , 则虚像 S_1 和 S_2 皆沿圆弧朝反方向移动 δs , 它们之间的距离 d 保持不变, 因此条纹间距 Δx 保持不变。但是双像中垂线转了角度 $\beta = \delta s/B$, 此时幕上的条纹总体发生一个平移, 移动距离为

$$\delta x = C\beta = \frac{C}{B}\delta s.$$

(5) 当扩展光源边缘两点间隔 $b = \delta s$ 在屏幕上产生的干涉条纹错开的距离 δx 等于条纹间距 Δx 时, 幕上干涉条纹衬比度降为 0。据此得光源的极限宽度:

$$\begin{aligned} b_{\max} = \delta s_{\max} &= \frac{B}{C}\delta x_{\max} = \frac{B}{C}\Delta x = \frac{B}{C}\frac{\lambda(B+C)}{2\alpha B} \approx \frac{\lambda}{2\alpha} \\ &= \frac{600.0 \times 10^{-9} \text{ m}}{2 \times 5.82 \times 10^{-3}} = 5.15 \times 10^{-5} \text{ m} \approx 0.05 \text{ mm}. \end{aligned}$$

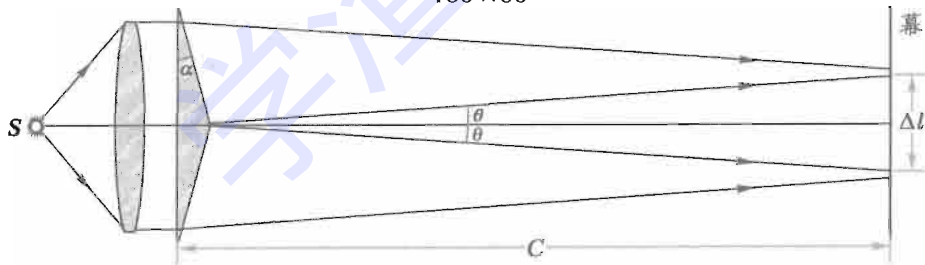
3-6. 一点光源置于薄透镜的焦点, 薄透镜后放一个双棱镜(见本题图)。设双棱镜的顶角为 $3'30''$, 折射率为 1.5, 屏幕与棱镜相距 5.0m, 光波长为 500.0nm。求幕上条纹的间距。幕上能出现几根干涉条纹?



习题 3-6

解: 如下图, 双棱镜的顶角

$$\alpha = 3'30'' = 3.5' = \frac{3.5\pi}{180 \times 60} = 1.02 \times 10^{-3} \text{ rad}.$$



(1) 点光源置于薄透镜的焦点时, 经透镜成为一束平行光正入射于棱镜, 经双棱镜偏转, 成为两束平行光对称地斜入射于屏幕。棱镜顶角 α 很小, 利用折射定律, 并作小角近似, 则斜入射的平行光的倾角为

$$\theta = (n-1)\alpha.$$

双点源干涉条纹间距公式 $\Delta x = \lambda D/d$ 对于两束平行光干涉条纹仍可用, 只需将其中 d/D 理解为 2θ 。于是

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} = \frac{500.0 \text{ nm}}{2 \times (1.5-1) \times 1.02 \times 10^{-3}} = 0.49 \text{ mm}.$$

(2) 幕上交叠区的宽度为

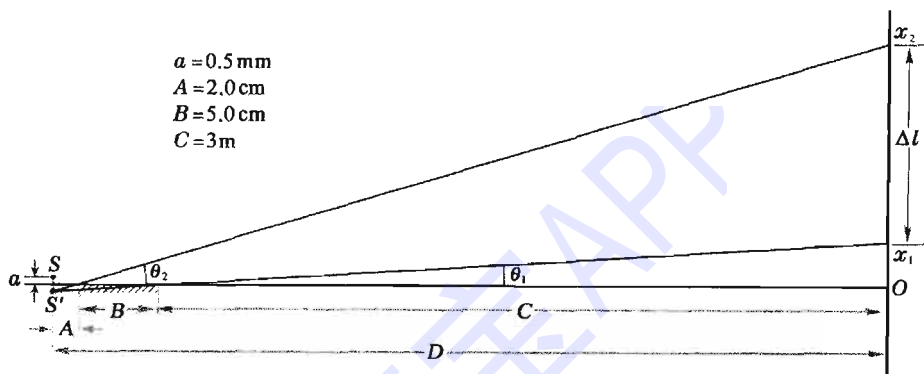
$$\Delta l = 2\theta C = 2(n-1)\alpha C = 2 \times (1.5-1) \times 1.02 \times 10^{-3} \times 5.0 \text{ m} = 5.1 \text{ mm}.$$

幕上产生的条纹数目为

$$N = \frac{\Delta l}{\Delta x} = \frac{5.1}{0.49} \approx 10.$$

3-7. 设劳埃德镜的镜长有 5.0 cm, 幕与镜边缘的距离为 3.0 m, 缝光源离镜面高度为 0.5 mm, 水平距离 2.0 cm, 光波长为 589.3 nm. 求幕上条纹的间距。幕上能出现几根干涉条纹?

解: 劳埃镜干涉装置如下图。



双点源干涉条纹间距公式 $\Delta x = \lambda D/d$ 中双像 S 、 S' 间隔 $d = 2a = 1.0 \text{ mm}$, $D = A + B + C = (2.0 + 5.0 + 300) \text{ cm} = 307 \text{ cm}$, 于是

$$\Delta x = \frac{\lambda D}{d} = \frac{589.3 \text{ nm} \times 307 \text{ cm}}{1.0 \text{ mm}} = 1.8 \text{ mm}.$$

交叠区域的线度为

$$\begin{aligned} \Delta l = \overline{x_1 x_2} &= D(\theta_2 - \theta_1) = D\left(\frac{a}{A} - \frac{a}{A+B}\right) = \frac{DaB}{A(A+B)} \\ &= \frac{307 \times 0.05 \times 5.0}{2.0 \times (2.0 + 5.0)} \text{ cm} = 5.48 \text{ cm}. \end{aligned}$$

幕上产生的条纹数目为

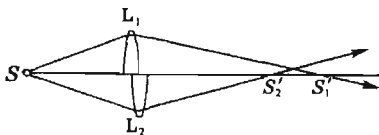
$$N = \frac{\Delta l}{\Delta x} = \frac{5.48}{0.18} \approx 30.$$

3-8. 本题图为梅斯林(L. Meslin)干涉装置, 将透镜对剖后再沿光轴方向将两半 L_1 、 L_2 错开一定距离。光点 S 位于光轴上, S_1 、 S_2 是它的像。

(1) 在图上标出相干光束的交叠区;

(2) 在交叠区中放一屏幕垂直于光轴, 幕上干涉条纹的形状是怎样的?

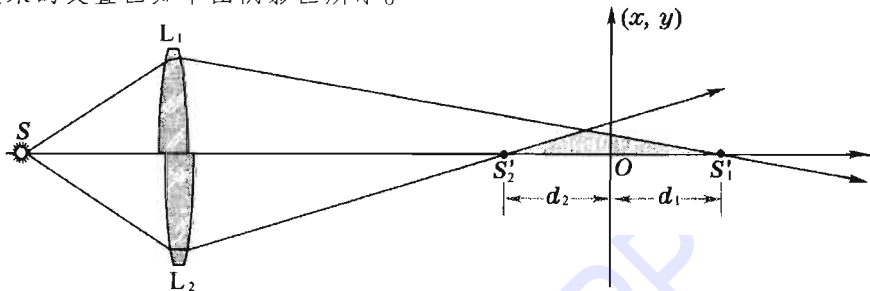
(3) 设透镜焦距为 30 cm, S 与 L_1 的距离为 60 cm, L_1 与 L_2 的距离为 2.0 cm, 光波



习题 3-8

长为 500.0 nm 。两像间的中点距离透镜 L_2 有多远? 在此放一屏幕, 在其上接收到的亮纹间距为多少?

解: (1) 由点源 S 发出的发散球面波经 L_1 后转化为以 S'_1 为中心的会聚球面波; 经 L_2 后会聚到 S'_2 , 而后成为以此为f中心的发散球面波。两相干波束的交叠区如下图阴影区所示。



(2) 在交叠区内会聚球面波和发散球面波产生干涉。设屏幕所在平面为 Oxy 面, 与 S'_1 和 S'_2 的距离分别为 d_1 和 d_2 , 则在此平面上, 会聚球面波和发散球面波的复振幅分别为

$$\tilde{U}_1 = A_1 \exp \left\{ i \left[-k \left(d_1 + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right) - \varphi_{10} \right] \right\},$$

$$\tilde{U}_2 = A_2 \exp \left\{ i \left[k \left(d_2 + \frac{x^2 + y^2}{2d_2} \right) - \varphi_{20} \right] \right\}.$$

式中 φ_{10} 和 φ_{20} 分别为两列波在中心 S'_1 和 S'_2 处的初相位。两列波在 xy 面上各处的相位差为

$$\begin{aligned} \delta(x, y) &= \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y) \\ &= k \left(d_2 + \frac{x^2 + y^2}{2d_2} \right) - \varphi_{20} + k \left(d_1 + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right) + \varphi_{10} \\ &= k \left(\frac{x^2 + y^2}{2d_2} + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right) + k(d_2 + d_1) - (\varphi_{20} - \varphi_{10}) \\ &= k \left(\frac{x^2 + y^2}{2d_2} + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right) + \varphi_0 = k \left(\frac{x^2 + y^2}{2d_2} + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right), \end{aligned}$$

式中 $\varphi_0 = k(d_2 + d_1) - (\varphi_{20} - \varphi_{10})$ 为两列波在坐标原点 O 处的相位差。因两列波从点源 S 到 O 沿光轴的光程(SO)是一样的, $\varphi_0 = 0$ 。

决定条纹形状的是等强度轨迹方程

$$\delta(x, y) = k \left(\frac{x^2 + y^2}{2d_2} + \frac{x^2 + y^2}{2d_1} \right) = \text{常量}, \quad \text{即} \quad x^2 + y^2 = \rho^2 (\text{常量}),$$

上式是以原点 O 为中心的圆的标准方程。由于两光束的交叠区只有 $x \geq 0$ 的半个平面, 干涉条纹是一系列以原点 O 为中心的同心半圆。

(3) 由薄透镜物像的高斯公式得 S'_1 离 L_1 的距离为

$$s_1' = \frac{fs_1}{s_1 - f} = \frac{30 \times 60}{60 - 30} \text{ cm} = 60 \text{ cm}.$$

S_2' 离 L_2 的距离为

$$s_2' = \frac{fs_2}{s_2 - f} = \frac{30 \times 68}{68 - 30} \text{ cm} = 53.7 \text{ cm}.$$

所以两个像的中点离 L_2 的距离为

$$s = \frac{53.7 + 60}{2} \text{ cm} = 55.85 \text{ cm}.$$

当屏幕放在两个像的中点时, $d = d_1 = d_2 = 2.15 \text{ cm}$.

$$\delta(x, y) = k \frac{x^2 + y^2}{d} = \frac{k}{d} \rho^2,$$

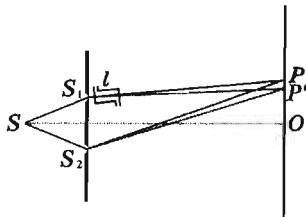
对于第 n 级亮纹 $\delta(x, y) = 2n\pi$, 即

$$\frac{k}{d} \rho_n^2 = 2n\pi \quad \text{或} \quad \rho_n = \sqrt{nd\lambda} = \sqrt{n} \rho_1.$$

即亮纹半径 ρ_n 与 \sqrt{n} 成正比, 间距不等。在本题中

$$\rho_1 = \sqrt{d\lambda} = \sqrt{2.15 \text{ cm} \times 500.0 \text{ nm}} = 0.104 \text{ mm}.$$

3-9. 本题图所示为一种利用干涉现象测定气体折射率的原理性结构, 在 S_1 孔后面放置一长度为 l 的透明容器, 当待测气体注入容器而将空气排出的过程中幕上的干涉条纹就会移动。由移过条纹的根数即可推知气体的折射率。



习题 3-9

(1) 设待测气体的折射率大于空气折射率, 干涉条纹如何移动?

(2) 设 $l = 2.0 \text{ cm}$, 条纹移过 20 根, 光波长为

589.3 nm , 空气折射率为 1.000276 , 求待测气体(氯气)的折射率。

解: (1) 判断条纹移动趋向的方法是考查特定级别(确定光程差)的条纹在新的条件下出现在什么位置。显然, 因待测气体的折射率大于空气折射率, 注入待测气体时光程差 $\Delta L = (S_2P) - (S_1lP)$ 变小, 原来光程差较 P 点处小一些的 P' 点(如图)的条纹现在移向 P 点处, 即条纹向上移。

(2) 凡光程差 $\Delta L(P)$ 改变一个波长 λ , 则 P 处干涉条纹移过一根。因此光程差改变量 $\delta(\Delta L)$ 与条纹移动数 N 的关系为

$$\delta(\Delta L) = N\lambda.$$

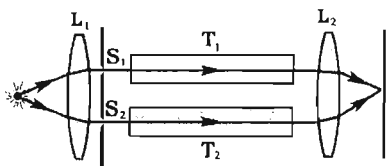
在本题中, 光程差的改变是由通过待测气体一路的光程改变引起的, 即

$$\delta(\Delta L) = (n - n_0)l = \Delta n l,$$

于是 $\Delta n = N\lambda/l$, 氯气的折射率为

$$\begin{aligned}
 n &= n_0 + \Delta n = n_0 + N\lambda/l \\
 &= 1.000276 + 20 \times 589.3 \text{ nm} / 2.0 \text{ cm} = 1.0008653.
 \end{aligned}$$

3-10. 瑞利(Rayleigh)干涉仪的结构和使用原理如下(参见本题图):以钠光灯作为光源置于透镜 L_1 的前焦点,在透镜 L_2 的后焦面上观测干涉条纹的变动。在两个透镜之间安置一对完全相同的玻璃管 T_1 和 T_2 。实验开始时, T_2 管充



习题 3-10

以空气, T_1 管抽成真空,此时开始观测干涉条纹。然后逐渐使空气进入 T_1 管,直到它与 T_2 管的气压相同为止。记下这一过程中条纹移动的数目。设光波长为 589.3 nm , 管长 20 m , 条纹移动 98 根,求空气的折射率。

解: 设空气折射率为 n , 真空折射率为 1 , 则实验过程中两管光程差的变化等于 T_1 管中光程的变化:

$$\delta(\Delta L) = (n - 1)l = N\lambda,$$

所以

$$n = 1 + N\lambda/l = 1 + 98 \times 589.3 \text{ nm} / 20 \text{ m} = 1.000289.$$

3-11. 用钠光灯做杨氏双缝干涉实验,光源宽度被限制为 2 mm ,带双缝的屏离缝光源 2.5 m ,为了在幕上获得可见的干涉条纹,双缝间隔不能大于多少?

解: 根据光场空间相干范围孔径角 $\Delta\theta_0$ 与光源宽度 b 之间的反比关系

$$b\Delta\theta_0 \approx \lambda,$$

在 b 给定的情况下干涉孔径角(即双缝对光源所张的角间隔) $\Delta\theta$ 必须小于 $\Delta\theta_0$, 即双缝间隔

$$d = R\Delta\theta < R\Delta\theta_0 = R\lambda/b = 2.5 \text{ m} \times 589.3 \text{ nm} / 2 \text{ mm} = 0.74 \text{ mm}.$$

3-12. 一个直径为 1 cm 的发光面元,如果用干涉孔径角量度的话,其空间相干性是多少弧度? 如果用相干面积量度,问 1 m 远的相干面积为多大? 10 m 远的相干面积为多大?

解: 设光波长为 $0.55 \mu\text{m}$, 若空间相干范围用孔径角 $\Delta\theta$ 量度,则

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{b} = \frac{0.55 \mu\text{m}}{1 \text{ cm}} = 0.55 \times 10^{-4} \text{ rad}.$$

在 $R = 1 \text{ m}$ 和 10 m 处的相干面积为

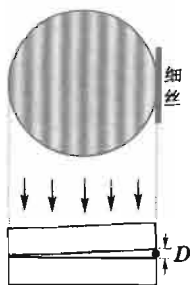
$$\Delta S \approx \frac{\pi}{4} (R\Delta\theta)^2 = \begin{cases} 2.4 \times 10^{-3} \text{ mm}^2 & R = 1 \text{ m}, \\ 2.4 \times 10^{-1} \text{ mm}^2 & R = 10 \text{ m}. \end{cases}$$

3-13. 把直径为 D 的细丝夹在两块平玻璃砖的一边, 形成尖劈形空气层 (见本题图下方)。在钠黄光 ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$) 的垂直照射下形成如图上方所示的干涉条纹, 试问 D 为多少?

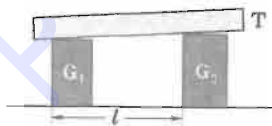
解: 薄膜表面等厚条纹相邻两条纹所在位置的厚度差半个波长。本题中从左 (空气层厚度为 0) 到右 (空气层厚度为细丝直径) 有 8 根条纹, 故细丝直径

$$D = 8(\lambda/2) = 4\lambda = 4 \times 589.3 \text{ nm} = 2.36 \mu\text{m}.$$

习题 3-13



3-14. 块规是机加工里用的一种长度标准, 它是一钢质长方体, 它的两个端面经过磨平抛光, 达到相互平行。本题图中 G_1 、 G_2 是同规号的两个块规, G_1 的长度是标准的, G_2 是要校准的。校准的方法如下: 把 G_1 和 G_2 放在钢质平台面上, 使面 and 面严密接触, G_1 、 G_2 上面用一块透明平板 T 压住。如果 G_1 和 G_2 的高度 (即长度) 不等, 微有差别, 则在 T 和 G_1 、 G_2 之间分别形成尖劈形空气层, 它们在单色光照射下产生等厚干涉条纹。



习题 3-14

(1) 设入射光的波长是 589.3 nm , G_1 和 G_2 相隔 5 cm (即图中的 l), T 和 G_1 、 G_2 间干涉条纹的间距都是 0.5 mm , 试求块规 G_2 和 G_1 的高度之差。怎样判断它们谁长谁短?

(2) 如果 T 和 G_1 间干涉条纹的间隔是 0.5 mm , 而 T 和 G_2 间的是 0.3 mm , 则说明什么问题?

解: (1) 先由条纹间距 Δx 算出空气层劈角 $\alpha = \lambda/2 \Delta x$, 再由两块规距离 l 算出高度差

$$\Delta h = \alpha l = \frac{\lambda l}{2 \Delta x} = \frac{589.3 \text{ nm} \times 5 \text{ cm}}{2 \times 0.5 \text{ mm}} = 29.47 \mu\text{m}.$$

要判断哪个块规高, 不能仅靠静态条纹的性质。轻压盖板 T 的中部, 两侧条纹疏密变化正好相反。条纹变密的一端块规长; 条纹变疏的一端块规短。

(2) 这说明 G_2 上下两表面有不平行度, 致使其上表面并不严格平行于 G_1 的上表面, 造成两边空气层劈角不等。劈角差 (用以量度不平行的程度) 为

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \left(\frac{1}{\Delta x_2} - \frac{1}{\Delta x_1} \right) \frac{\lambda}{2} \\ &= \left(\frac{1}{0.3 \text{ mm}} - \frac{1}{0.5 \text{ mm}} \right) \times \frac{589.3 \text{ nm}}{2} = 3.93 \times 10^{-4} \text{ rad} = 1.35'. \end{aligned}$$

3-15. 在图 3-27 所示的干涉膨胀计中,样品与石英环的高度约为 1 cm. 当温度升高 100°C 时,视场中的干涉条纹移过 20 根,求样品的线膨胀系数。设光波长为 589.3 nm , 石英的线膨胀系数为 $0.35 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ 。

解: 按题意,样品 C 上方空气层的厚度改变了 $\Delta h = \pm 20(\lambda/2)$. 空气层厚度的改变是由于标准石英环与样品的线膨胀系数 β_1 、 β_2 不相等引起的。线膨胀系数之差为

$$\begin{aligned}\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 &= \frac{l_2(t) - l_0}{l_0 t} - \frac{l_1(t) - l_0}{l_0 t} = \frac{l_2(t) - l_1(t)}{l_0 t} = \frac{\Delta h}{l_0 t} = \pm \frac{20\lambda}{2l_0 t} \\ &= \pm \frac{20 \times 589.3\text{ nm}}{2 \times 1\text{ cm} \times 100^{\circ}\text{C}} = \pm 5.89 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}.\end{aligned}$$

题中未说明条纹朝哪边移动,故不能确认空气层的厚度是变厚了还是变薄了,从而推知两个线膨胀系数谁大谁小。石英的线膨胀系数较小,上式中取正号物理上是合理的,从而样品的线膨胀系数为

$$\beta_2 = \beta_1 + |\Delta\beta| = 0.35 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C} + 5.89 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C} = 6.24 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}.$$

3-16. 本题图 a 所示为一种测 PN 结的结深 x_j 的方法。在 N 型半导体基质硅片表面经杂质扩散而形成 P 型半导体区。P 区与 N 区的交界面叫 PN 结, PN 结距表面的深度(即 P 区的厚度) x_j 叫做结深。在半导体工艺上需要测定结深,测量的方法是先通过磨角、染色,使 P 区和 N 区的分界线清楚地

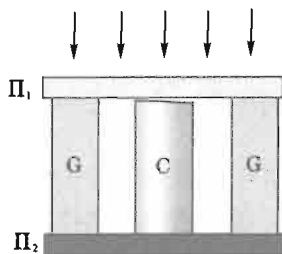
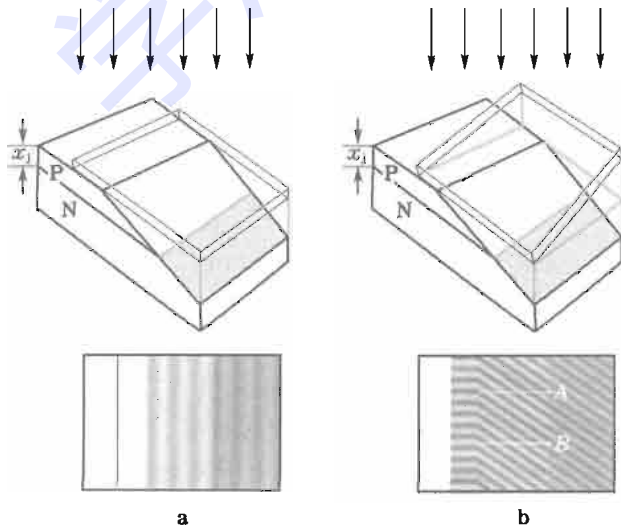


图 3-27



显示出来,然后盖上半反射膜,在它和硅片之间形成尖劈形空气薄膜。用单色光垂直照射时,可以观察到空气薄膜的等厚干涉条纹。数出 P 区空气薄膜的条纹数目 Δk 即可求出结深

$$x_j = \Delta k \frac{\lambda}{2}.$$

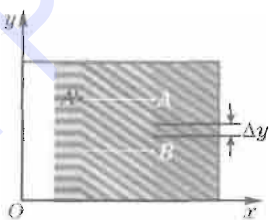
由于光在金属或半导体表面反射时相位变化比较复杂,用本方法测量结深 x_j 没有考虑此相位突变,因此测量结果不太精确。更精确的测量方法见图 b,半反射膜不是像在图 a 中那样紧贴在 P 区的上面,而是一侧稍微往上翘一点,观察到的干涉条纹如图 b 下方所示。试说明

(1) 干涉条纹为什么会是这样的?

(2) 若用 $\lambda = 550.0 \text{ nm}$ 的光测得斜干涉条纹的间隔为 0.20 mm ,交界面上两点 AB 间的距离为 1.1 mm ,结深 x_j 为多少?

(3) 此法比图 a 所示的方法精确在哪里?

解: (1) 在水平面上取直角坐标 xOy 如图。若盖片不倾斜,空气薄膜的等厚线与 y 轴平行;若盖片沿 y 方向上翘,空气薄膜的厚度沿 x 和 y 两个方向都有变化,等厚线就倾斜了。



(2) 用读数显微镜进行测量时,先选定左侧平行于 x 轴的条纹中的一条为基准,以其延长线与 P、N 区分界线的交点 A 为起点,平行于 y 轴移动镜筒,直至与该干涉条纹倾斜后的实际走向相遇于 B 点。测量距离 $\overline{AB} = 1.1 \text{ mm}$, AB 间沿 y 方向条纹间隔为 $\Delta y = 0.20 \text{ mm}$ 。沿 x 方向盖片是等高的,空气薄膜的厚度纯粹是由样品的磨角引起的,故空气薄膜的厚度差

$$h(A) - h(A') = x_j.$$

而 A', B 在同一等厚线上: $h(A') = h(B)$,

故

$$h(A) - h(B) = x_j.$$

另一方面,测量表明

$$\Delta h = h(A) - h(B) = \frac{\overline{AB}}{\Delta y} \frac{\lambda}{2}.$$

于是 PN 结深

$$x_j = \frac{\overline{AB}}{\Delta y} \frac{\lambda}{2} = \frac{1.1 \text{ mm}}{0.20 \text{ mm}} \frac{550.0 \text{ nm}}{2} = 1.51 \mu\text{m}.$$

(3) 如果采用第一种方法,让盖片与 P 区上表面密接,则由于相位变化的复杂性,其右侧交棱处的干涉强度不一定是极大(亮纹)或极小(暗纹)。换句话说,人们很难在干涉场中精确认定交棱位置,因而条纹数目就难以精确,其误差与干涉测厚精度是可比的,这就大大降低了测量精度。第二种方法从根本上避开了精确判断盖片与 P 区上表面交棱的困难,避免了由之引起的测量误差。

3-17. 测得牛顿环某环和其外第10环的半径分别为0.70mm和1.7mm, 求透镜的曲率半径. 设光波长为 $0.63\mu\text{m}$.

解: 考虑到牛顿环的中心点不一定密接, 可靠的测量方法应如本题所述, 测两环纹的半径. 这时, 透镜曲率半径 R 与干涉环的半径的关系为

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} = \frac{(1.7^2 - 0.70^2)\text{mm}^2}{10 \times 0.63\mu\text{m}} = 381\text{mm}.$$

3-18. 肥皂膜的反射光呈现绿色, 这时膜的法线和视线的夹角约为 35° , 试估算膜的最小厚度. 设肥皂水的折射率为1.33, 绿光波长为 500.0nm .

解: 考虑到存在半波损失, 出现亮场的表观光程差应满足

$$2nh\cos i = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

式中 i 为肥皂膜内的折射角: $n\sin i = \sin 35^\circ$.

取 $k=0$, 得肥皂膜的最小厚度

$$\begin{aligned} h &= \frac{\lambda}{4n\cos i} = \frac{\lambda}{4n\sqrt{1-\sin^2 i}} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 35^\circ}} \\ &= \frac{500.0\text{nm}}{4\sqrt{1.33^2 - \sin^2 35^\circ}} = 0.104\mu\text{m}. \end{aligned}$$

3-19. 在玻璃表面上涂一层折射率为1.30的透明薄膜, 设玻璃折射率为1.5.

(1) 对于波长为 500.0nm 的入射光来说, 膜厚应为多少才能使反射光干涉相消?

(2) 对波长为 400.0nm 的紫光和 700.0nm 的红光来说, 第(2)问所得的厚度在两束反射相干光之间产生多大的相位差?(不考虑色散.)

解: (1) 这时 $n_1 < n_2 < n_3$, 两反射光束间无半波损失. 使反射光干涉相消的光程差为

$$\Delta L = 2n_2h = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

取 $k=0$, 则膜厚

$$h = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{500.0\text{nm}}{4 \times 1.30} = 105.8\text{nm}.$$

(2) 对 $\lambda_1 = 400.0\text{nm}$ 的紫光, 反射两光束的相位差

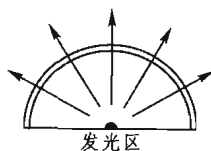
$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} 2n_2h = \frac{2\pi}{\lambda_1} \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \pi = \frac{500.0}{400.0} \pi = 1.375\pi.$$

对 $\lambda_2 = 700.0\text{nm}$ 的紫光, 反射两光束的相位差

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} 2n_2h = \frac{2\pi}{\lambda_2} \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{\lambda_2} \pi = \frac{500.0}{700.0} \pi = 0.786\pi.$$

3-20. 砷化镓发光管制成半球形, 以增加位于球心的发光区对外输出

功率,减少反射损耗(见本题图)。已知砷化镓发射光波长为 930.0nm , 折射率为 3.4 。为了进一步提高输出光功率,常在球形表面涂敷一层增透膜。



习题 3-20

(1) 不加增透膜时,球面的强度反射率有多大?

(2) 增透膜的折射率和厚度应取多大?

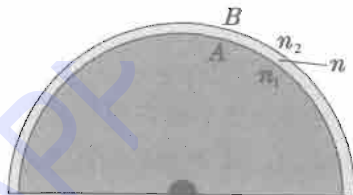
(3) 如果用氟化镁(折射率为 1.38) 能否增透?强度反射率有多大?

(4) 如果用硫化锌(折射率为 2.35) 能否增透?强度反射率有多大?

已知在正入射的情况下振幅反射率 r 与两介质折射率的关系为

$$r = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}.$$

解: 如右图, 设砷化镓, 增透膜和外部介质的折射率分别为 n_1 、 n 和 n_2 , 增透膜内外两界面为 A 和 B 。只要 $n_1 > n > n_2$, 就没有半波损。



(1) 不加增透膜时,单界面的光强反射率

$$R = r^2 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 = \left(\frac{3.4 - 1.0}{3.4 + 1.0} \right)^2 = 29.8\%.$$

(2) 如欲完全消反射,膜层折射率和光学厚度必须同时满足以下两个条件:

$$n = \sqrt{n_1 n_2} = \sqrt{3.4 \times 1.0} = 1.84. \quad (1)$$

$$nh = (2k + 1)\lambda/4, \quad (2)$$

取 $k=0$, 得 $h=0.126\mu\text{m}$ 。

(3) 如果所选增透膜介质的折射率 n 不严格满足 ① 式,但其数值仍介于 n_1 、 n_2 之间,也可以在一定程度上增透。

以双光束干涉近似计算反射光强 I , 设入射光振幅为 A_0 , 则经界面 A 一次反射光的振幅为 $A_1 = A_0 r_A$, 经界面 B 再反射回来的透射光振幅为 $A_2 = A_0 t_A r_B t'_A$ 。在正入射的情况下,对于氟化镁膜($n=1.38$)

$$r_A = \frac{n_2 - n}{n_2 + n} = \frac{3.4 - 1.38}{3.4 + 1.38} = 0.423,$$

$$r_B = \frac{n - n_1}{n + n_1} = \frac{1.38 - 1.0}{1.38 + 1.0} = 0.160.$$

$$t_A t'_A = 1 - r_A^2 = 82.1\%.$$

考虑到上述两束光之相位差为 π , 膜层反射光强为

$$I = (A_2 - A_1)^2 = [r_A - r_B(1 - r_A^2)]^2 A_0^2.$$

光强反射率为

$$R = I/I_0 = [r_A - r_B(1 - r_A^2)]^2 = 8.5\%.$$

(4) 硫化锌的折射率 $n = 2.35$ 也介于 n_1 、 n_2 之间, 对于硫化锌膜同理可得

$$r_A = \frac{n_2 - n}{n_2 + n} = \frac{3.4 - 2.35}{3.4 + 2.35} = 0.183,$$

$$r_B = \frac{n - n_1}{n + n_1} = \frac{2.35 - 1.0}{2.35 + 1.0} = 0.403.$$

$$t_A t_A' = 1 - r_A^2 = 96.7\%.$$

$$R = [r_A - r_B(1 - r_A^2)]^2 = 4.3\%.$$

3-21. 如图 3-33 用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹。设瞳孔直径为 3mm, 与表面相距 30cm, 视线与表面法线夹角 30° , 薄膜折射率为 1.5.

(1) 分别计算膜厚 2cm 及 $20\mu\text{m}$ 两种情况下, 点源 Q_1 、 Q_2 在观察点 P 产生的光程差改变量 $\delta(\Delta L)$ 。

(2) 如果为了保证条纹有一定的衬比度, 要求上述光程差改变量的数量级不能超过多少? 以此来估计一下对膜厚 h 的限制。

解: 应注意, 影响衬比度的光源有效宽度是由观察者的瞳孔径决定的。

(1) 设点源 Q_1 的入射角为 θ , 对应的折射角为 γ ; 点光源 Q_2 的入射角为 $\theta + \Delta\theta$, 对应的折射角为 $\gamma + \Delta\gamma$. 它们在同一场点 P 产生的光程差分别为

$$\Delta L_1(P) = 2nh \cos \gamma,$$

$$\Delta L_2(P) = 2nh \cos \gamma + \Delta\gamma.$$

光程差的改变量为

$$\delta(\Delta L) = \Delta L_2(P) - \Delta L_1(P) \approx \frac{d\Delta L(P)}{d\gamma} \Delta\gamma = -2nh \sin \gamma \Delta\gamma.$$

对折射定律 $n \sin \gamma = \sin \theta$ 取微分:

$$\cos \theta \Delta\theta = n \cos \gamma \Delta\gamma, \quad \text{得} \quad \Delta\gamma = \frac{\cos \theta}{n \cos \gamma} \Delta\theta.$$

于是

$$\delta(\Delta L) = -2h \frac{\sin \gamma \cos \theta}{\cos \gamma} \Delta\theta = -\frac{2h \sin \theta \cos \theta}{n \cos \gamma} \Delta\theta = -\frac{2h \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \Delta\theta.$$

表面看起来, $\delta(\Delta L)$ 由点源 Q_1 、 Q_2 之间的角距离 $\Delta\theta$ 决定, 实际上 $\Delta\theta$ 由瞳孔决定:

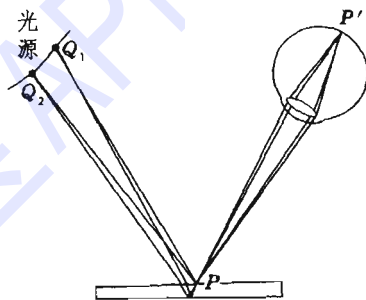


图 3-33

$$\Delta\theta = \frac{D}{s}, \quad \left(\begin{array}{l} D \text{ 为瞳孔直径,} \\ s \text{ 为瞳孔到 } P \text{ 点距离.} \end{array} \right)$$

最后得到

$$\delta(\Delta L) = -\frac{2hD\sin\theta\cos\theta}{s\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}.$$

$D=3\text{ mm}$, $s=30\text{ cm}$, $\theta=30^\circ$, $n=1.5$, 代入上式, 得

$$\delta(\Delta L) = -0.0061h = \begin{cases} -122\text{ }\mu\text{m}, & h=2\text{ cm}; \\ -0.122\text{ }\mu\text{m}, & h=20\text{ }\mu\text{m}. \end{cases}$$

(2) 为使干涉条纹有一定的衬比度, 至少要求 $|\delta(\Delta L)| < \lambda/2$. 由此应使膜层厚度

$$h < \frac{s\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}{4D\sin\theta\cos\theta} \lambda \stackrel{\text{本题中}}{=} 82\lambda.$$

若取 $\lambda=0.55\text{ }\mu\text{m}$, $82\lambda=45\text{ }\mu\text{m}$, 则 2 cm 厚的膜不合要求, 而 $20\text{ }\mu\text{m}$ 厚的膜合乎要求。

3-22. 证明迈克耳孙干涉仪中圆形等倾条纹的半径与整数的平方根成正比。

解: 薄膜等倾干涉条纹的半径 r_k 正比于薄膜外的倾角, 而 k 级条纹的光程差

$$(\Delta L)_k = 2nh\cos i_k = k\lambda,$$

这里 i_k 是薄膜介质里的倾角。在迈克耳孙干涉仪中薄膜内外介质都是空气, $n=1$, i_k 也是薄膜介质外的倾角。

设圆心的干涉级别为 k_0 , $i_{k_0}=0$, $\cos i_{k_0}=1$, 于是

$$k_0\lambda = 2nh,$$

$$(k_0 - k)\lambda = 2nh\cos i_{k_0-k}.$$

故

$$\cos i_{k_0-k} = \frac{(k_0 - k)\lambda}{2nh} = 1 - \frac{k\lambda}{2nh} \quad \text{或} \quad 1 - \cos i_{k_0-k} \approx \frac{i_{k_0-k}^2}{2} = \frac{k\lambda}{2nh},$$

条纹半径

$$r_{k_0-k} \propto i_{k_0-k} = \sqrt{\frac{k\lambda}{2nh}} \propto \sqrt{k}.$$

3-23. 用钠光(589.3 nm)观察迈克耳孙干涉条纹, 先看到干涉场中有 12 个亮环, 且中心是亮的, 移动平面镜 M_1 后, 看到中心吞(吐)了 10 环, 而此时干涉场中还剩有 5 个亮环。试求:

(1) M_1 移动的距离;

(2) 开始时中心亮斑的干涉级;

(3) M_1 移动后, 从中心向外数第 5 个亮环的干涉级。

解: (1) M_1 移动的距离 $\Delta h = 10 \times \lambda/2 = 2.947\text{ }\mu\text{m}$.

(2) 等倾干涉条纹的级别中央最高, 向外递减。设开始时中心级别为 k , 视场角范围为 θ , 则

$$2h = k\lambda, \quad 2\Delta h = 10\lambda,$$

$$\begin{aligned}2h \cos \theta &= (k - 12)\lambda, \\2(h - \Delta h) \cos \theta &= (k - 15)\lambda.\end{aligned}$$

由此解得
$$k = \frac{120}{7} \approx 17.$$

(3) M_1 移动后,从中心向外数第 5 个亮环的干涉级为 $k - 15 \approx 2$.

3 - 24. 在迈克耳孙干涉仪中,反射镜移动 0.33 mm,测得条纹变动 192 次,求光的波长。

解: 波长
$$\lambda = \frac{2\Delta h}{N} = \frac{2 \times 0.33 \text{ mm}}{192} = 3.438 \mu\text{m}.$$

此光波长在红外波段。

3 - 25. 钠光灯发射的黄线包含两条相近的谱线,平均波长为 589.3 nm. 在钠光下调节迈克耳孙干涉仪,人们发现干涉场的衬比度随镜面移动而周期性地变化。实测的结果由条纹最清晰到最模糊,视场中吞(吐)490 圈条纹,求钠双线的两个波长。

解: 钠双线产生的两套条纹,其不相干叠加的结果将使干涉场的衬比度随光程差的增加而呈现周期性变化。从最清晰(或模糊)到最模糊(或清晰)的光程差改变量 $\delta(\Delta L)$ 和条纹的吞(吐)数 ΔN 满足下式:

$$\delta(\Delta L) = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta\lambda} = \Delta N \bar{\lambda}.$$

由此求得双线间隔为

$$\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}}{2\Delta N} = \frac{589.3 \text{ nm}}{2 \times 490} = 0.6 \text{ nm}.$$

波长分别为

$$\begin{cases} \lambda_1 = \bar{\lambda} - \Delta\lambda/2 = 589.0 \text{ nm}, \\ \lambda_2 = \bar{\lambda} + \Delta\lambda/2 = 589.6 \text{ nm}. \end{cases}$$

3 - 26. 在一次迈克耳孙干涉仪实验中,所用的最短标准具长度为 0.39 mm,如用镉灯(643.847 nm)作光源,实验时所测得的条纹变动数目应是多少?

解: 设标准具长度为 l ,则动镜移动距离 $\Delta h = l$,条纹变动为

$$N = 2l/\lambda = 2 \times 0.39 \text{ mm} / 643.847 \text{ nm} = 1211.5.$$

3 - 27. 用迈克耳孙干涉仪进行精密测长,光源为 632.8 nm 的氦氖光,其谱线宽度为 10^{-4} nm,整机接收(光电转换)灵敏度可达 1/10 个条纹,求这台仪器测长精度为多少? 一次测长量程为多少?

解: 干涉精密测长精度 δl 被接收灵敏度(可达一根条纹的分数) δN 所决定。按题意 $\delta N = 1/10$,由此算出

$$\delta l = \delta N \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{20} = 31.64 \text{ nm}.$$

此精度比最高级的螺旋测径器(千分尺)还高一个数量级。

一次测长量程 L 被相干长度 l_0 所决定,而相干长度 l_0 可由谱线宽度 $\Delta\lambda$ 算出:

$$L = \frac{l_0}{2} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} \approx 2\text{m}.$$

3-28. 迈克耳孙干涉仪中的一臂(反射镜)以速度 v 匀速推移,用透镜接收干涉条纹,将它会聚到光电元件上,把光强变化转换为电信号。

(1) 若测得电信号的时间频率为 ν ,求入射光的波长 λ 。

(2) 若入射光波长在 $0.6\mu\text{m}$ 左右,要使电信号频率控制在 50Hz ,反射镜平移的速度应为多少?

(3) 按以上速度移动反射镜,钠黄光产生电信号的拍频为多少?(钠黄光双线波长为 589.0nm 和 589.6nm 。)

解: (1)
$$v = \frac{dh}{dt}, \quad \nu = \frac{dN}{dt}.$$

而 $h = N\lambda/2$, 故 $v = \nu\lambda/2$, 即 $\lambda = 2v/\nu$ 。

(2)
$$v = \frac{\nu\lambda}{2} = \frac{50\text{Hz} \times 0.6\mu\text{m}}{2} = 15\mu\text{m/s}.$$

(3) 对于钠黄光双线 $\nu_1 = 2v/\lambda_1$, $\nu_2 = 2v/\lambda_2$.
产生电信号的拍频为

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \nu_1 - \nu_2 = 2v \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \approx \frac{2v\Delta\lambda}{\lambda^2} \\ &= \frac{2 \times (15\mu\text{m/s}) \times 0.6\text{nm}}{(589.3\text{nm})^2} = 5.2 \times 10^{-2}\text{Hz}. \end{aligned}$$

3-29. 有两个波长 λ_1 和 λ_2 , 在 600.0nm 附近相差 0.0001nm , 要用法布里-珀罗干涉仪把它们分辨开来, 间隔 h 需要多大? 设反射率 $R=0.95$ 。

解: 法布里-珀罗干涉仪的色分辨本领与干涉条纹的级数 k 成正比:

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R} \quad \text{或} \quad k = \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

而级数 k 又与间隔 h 成正比:

$$2nh = k\lambda \quad (n=1),$$

于是分辨开双线需要间隔

$$h = \frac{k\lambda}{2n} = \frac{1-R}{2n\pi\sqrt{R}} \frac{\lambda^2}{\delta\lambda} = \frac{1-0.95}{2 \times 1 \times \pi \times \sqrt{0.95}} \frac{(600.0\text{nm})^2}{10^{-4}\text{nm}} = 2.94\text{cm}.$$

3-30. 如果法布里-珀罗干涉仪两反射面之间的距离为 1.0cm , 用绿光(500.0nm)做实验, 干涉图样的中心正好是一亮斑。求第 10 个亮环的角直径。

解: 设中心级别为 k , 则 $2nh = k\lambda$,

第 10 个亮环的角半径 θ_{k-10} 满足

$$2nh \cos \theta_{k-10} = (k-10)\lambda = 2nh - 10\lambda,$$

$$\cos \theta_{k-10} = 1 - \frac{10\lambda}{2nh} = 1 - \frac{10 \times 500.0 \text{ nm}}{2 \times 1 \times 1.0 \text{ cm}} = 0.99975.$$

角半径 $\theta_{k-10} = \arccos 0.99975 = 1.28^\circ = 1^\circ 17'$, 角直径 $2\theta_{k-10} = 2^\circ 34'$.

3-31. 设法-珀腔长 5 cm, 用扩展光源做实验, 光波波长为 $0.6 \mu\text{m}$. 问:

(1) 中心干涉级数为多少?

(2) 在倾角为 1° 附近干涉环的半角宽度为多少? 设反射率 $R=0.98$.

(3) 如果用这个法-珀腔分辨谱线, 其色分辨本领有多高? 可分辨的最小波长间隔有多少?

(4) 如果用这个法-珀腔对白光进行选频, 透射最强的谱线有几条? 每条谱线宽度为多少?

(5) 由于热胀冷缩, 引起腔长的改变量为 10^{-5} (相对值), 求谱线的漂移量 (相对值) 为多少?

解: (1) 中心级别为 $k_0 = \frac{2nh}{\lambda} = \frac{2 \times 1 \times 5 \text{ cm}}{0.6 \mu\text{m}} = 1.7 \times 10^5.$

(2) 干涉环的半角宽度

$$\Delta\theta_k = \frac{\lambda}{2\pi nh \sin \theta_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{0.6 \mu\text{m}}{2\pi \times 1 \times 5 \text{ cm} \times \sin 1^\circ} \frac{1-0.98}{\sqrt{0.98}} = 2.2 \times 10^{-6} \text{ rad}.$$

(3) 色分辨本领 $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k_0 \frac{\sqrt{R}}{1-R} = 2.6 \times 10^7,$

可分辨的最小波长间隔 $\delta\lambda = \frac{\lambda}{2.6 \times 10^7} = 2.3 \times 10^{-8} \mu\text{m}.$

(4) 所选纵模频率间隔 $\Delta\nu = \frac{c}{2nh} = 3 \times 10^9 \text{ Hz}.$

可见光的波长范围为 $400.0 \sim 760.0 \text{ nm}$, 相应的光频范围为 $(3.95 \sim 7.5) \times 10^{14} \text{ Hz}$, 此范围内包含的纵模个数 (透射最强的谱线条数) 为

$$N = \frac{(7.5 - 3.95) \times 10^{14}}{3 \times 10^9} = 1.18 \times 10^5.$$

每条谱线的宽度为

$$\delta\nu = \frac{c}{2\pi nh} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} \Delta\nu = 6.4 \times 10^{-3} \Delta\nu = 19.2 \times 10^6 \text{ Hz}.$$

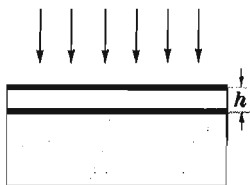
(5) $2nh = k\lambda, \quad \ln 2n + \ln h = \ln k + \ln \lambda,$

取微分:

$$\frac{\delta h}{h} = \frac{\delta \lambda}{\lambda},$$

谱线的漂移量(相对值) $\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{\delta h}{h} = 10^{-5}.$

3-32. 利用多光束干涉可以制成一种干涉滤光片。如本题图,在很平的玻璃片上镀一层银,在银面上加一层透明膜,例如水晶石($3\text{NaF} \cdot \text{AlF}_3$),其上再镀一层银。设银面的反射率 $R = 0.96$,于是两个银面之间就形成一个膜层,产生多光束干涉。透明膜的折射率为 1.55,膜厚 $h = 4 \times 10^{-5} \text{cm}$,平行光正入射。问:



习题 3-32

(1) 在可见光范围内,透射最强的谱线有几条?

(2) 每条谱线宽度为多少?

解: (1) 纵模频率间隔

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nh} = \frac{3 \times 10^{10} \text{cm/s}}{2 \times 1.55 \times 4 \times 10^{-5} \text{cm}} = 2.4 \times 10^{14} \text{Hz}.$$

可见光的波长范围为 $400.0 \sim 760.0 \text{nm}$, 相应的光频范围为 $(3.95 \sim 7.5) \times 10^{14} \text{Hz}$, 此范围内包含的纵模个数(透射最强的谱线条数)为

$$N = \frac{(7.5 - 3.95) \times 10^{14}}{2.4 \times 10^{14}} = 1.5.$$

即可见光频段内包含的纵模一至两个。具体地说,

$$\lambda = \frac{2nh}{k} = \frac{2 \times 1.55 \times 4 \times 10^{-5} \text{cm}}{k} = \frac{1240 \text{nm}}{k},$$

不难看出,波长落在可见光范围里的只有两个:

$$\begin{cases} k=2, & \lambda_1 = \frac{1240 \text{nm}}{2} = 620.0 \text{nm}, \\ k=3, & \lambda_2 = \frac{1240 \text{nm}}{3} = 413.3 \text{nm}. \end{cases}$$

(2) 上述两条谱线的宽度分别为

$$\delta \lambda_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{620.0 \text{nm}}{2\pi} \times \frac{1-0.96}{\sqrt{0.96}} = 4.03 \text{nm},$$

$$\delta \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{3\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{413.3 \text{nm}}{3\pi} \times \frac{1-0.96}{\sqrt{0.96}} = 1.79 \text{nm}.$$