安徽大学 2010—2011 学年第一学期

《高等数学 A（三）》考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

得 分	

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵, 齐次线性方程组 $Ax=0$ 仅有零解的充分条件是(　　　).
   (A) A 的列向量线性无关
   (B) A 的列向量线性相关
   (C) A 的行向量线性无关
   (D) A 的行向量线性相关

2. 设 n 阶矩阵 A 非奇异 $(n\ge 2)$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则(　　　).
   (A) $(A^*)^*=|A|^{n-1}A$　　　(B) $(A^*)^*=|A|^{n+1}A$
   (C) $(A^*)^*=|A|^{n-2}A$　　　(D) $(A^*)^*=|A|^{n+2}A$

3. 三个人独立破译一份密码，他们能单独译出的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，则此密码能被破译出的概率是（　　　）.
   (A) $\frac{1}{60}$　　(B) $\frac{59}{60}$　　(C) $\frac{2}{5}$　　(D) $\frac{3}{5}$

4. 设两个相互独立的随机变量 X 与 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则下列结论中正确的是（　　　）.
   (A) $P(X-Y\le 0)=\frac{1}{2}$　　　(B) $P(X-Y\le 1)=\frac{1}{2}$
   (C) $P(X+Y\le 1)=\frac{1}{2}$　　　(D) $P(X+Y\le 0)=\frac{1}{2}$

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma^2$ 已知， $x_1,\cdots,x_n$ 为取自 X 的样本观测值，如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受了 $H_0:\mu=\mu_0$. 若将 α 改为 0.01 时，下面结论中正确的是（　　　）.
   (A) 必拒绝 H_0　　　(B) 必接受 H_0
   (C) 犯第一类错误概率变大　　　(D) 犯第二类错误概率变小

院/系＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答题勿超装订线　装　订　线

得 分	

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

6. 设矩阵 A 满足 $A^2+A-4E=0$，其中 E 为单位矩阵，则 $(A-E)^{-1}=$____________.

7. 若 4 阶矩阵 A 与 B 相似，矩阵 A 的特征值为 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$，则行列式 $\left|B^{-1}-E\right|=$__________.

8. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，$Y$ 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数，则 $P(Y=2)=$_____________.

9. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的 Poisson 分布，且 $E((X-1)(X-2))=1$，利用 Chebyshev 不等式估计概率 $P(\left|X-EX\right|<2)\ge$________.

10. 从一批零件中抽取 9 个零件，测得其平均直径为 $\bar{x}=20.01$㎜. 设零件的直径服从正态分布 $N(u,\sigma^2)$，且已知 $\sigma=0.21$㎜，则这批零件直径的置信度为 0.95 的置信区间为_______________.
(四舍五入到小数点后两位, $\Phi(1.645)=0.95,\Phi(1.96)=0.975$）.

得 分	

三、计算题（本大题 10 分）

11. 计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix}a_1-m & a_2 & \cdots & a_n\\ a_1 & a_2-m & \cdots & a_n\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n-m\end{vmatrix}$$ 的值.

得 分	

四、分析题（本大题共 6 小题，共 62 分）

12.（本小题 12 分）讨论a取何值时，下列线性方程组无解、有唯一解、有无穷多解，当方程组有无穷多解时, 求其通解.

$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+ax_2+x_3=1 \\ x_1+x_2+ax_3=-2 \end{cases}$$

13.（本小题 12 分）已知二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+2ax_2x_3$$

通过正交变换 $X=QY$ 化成标准形 $f(y_1,y_2,y_3)=3y_1^2+3y_2^2+by_3^2$.

（1）求参数a,b的值;

（2）求正交矩阵Q.

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

14.（本小题 10 分）甲、乙二人之间经常用 e-mail 联系，他们约定在收到对方邮件的当天即给回复（即回一个 e-mail），由于线路问题，每n份 e-mail 中会有1份不能在当天送达收件人. 甲在某日发了1份 e-mail 给乙，

（1）试求甲在当天收到乙的回复的概率；

（2）如果已知甲在当天未收到乙的回复，试求乙在当天收到甲发出的 e-mail 的概率.

15.（本小题 8 分）设随机变量 X 和 Y 独立同分布，且 X 的分布律为：

$$P\left(X=1\right)=\frac{1}{3}, P\left(X=2\right)=\frac{2}{3}$$

（1） 求 $P(X=Y)$;

（2） 求 $Z=X+Y$ 的分布律.

线

答 题 勿 超 装 订 线

订

16.（本小题 12 分）已知二维连续型随机向量 (X,Y) 在区域 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2\le 1\}$ 上服从均匀分布.

（1） 求 (X,Y) 关于 X,Y 的边缘概率密度;

（2） 判断 X,Y 的独立性;

（3） 判断 X,Y 的相关性.

装

17.（本小题 8 分）设总体 X 的密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自于 X 的一个简单随机样本，求 θ 的极大似然估计量.

得 分	

五、证明题（本大题共 8 分）

18. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_t$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，β 不是 $Ax=0$ 的解，证明：向量组 $\beta+\alpha_1,\beta+\alpha_2,\cdots,\beta+\alpha_t$ 线性无关.