

安徽大学 2008—2009 学年第一学期

《高等数学 B(三)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. A 是 m 阶方阵, B 是 n 阶方阵, 且 $|A|=a, |B|=b$,

得分

若 $C = \begin{pmatrix} 3A & 0 \\ 0 & -B \end{pmatrix}$, 则 $|C| = (\quad)$.

A. $-3ab$; B. $3^m ab$; C. $-3^m ab$; D. $(-1)^n 3^m ab$.

2. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & \lambda + 4 \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 则 $\lambda = (\quad)$.

A. 0; B. 2; C. 1; D. -1.

3. 设 A 为 n 阶方阵, 且齐次线性方程组 $AX=0$ 有非零解, 则下列表述正确的是 ().

- A. A 的列秩等于 n ;
 B. A 中必有两个列向量对应成比例;
 C. A 的任一列向量可有其它列向量线性表示;
 D. A 中必有一列向量可由其它列向量线性表示.

4. 如果二维随机变量 (ξ, η) 的相关系数 $\rho=0$, 则下列结论中不一定成立的是 ().

- A. ξ, η 独立; B. $E(\xi\eta) = E\xi \cdot E\eta$;
 C. ξ, η 不相关; D. $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$.

5. 设总体的均值为 μ , X_1, X_2, X_3 是从该总体中抽取的样本, 则下面统计量中不是 μ 的无偏估计量的是 ().

- A. $\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$; B. $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{5}X_3$;
 C. $X_1 + X_2 - X_3$; D. $\frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}$.

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

1. 设 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ，则 $A^* =$ _____.
2. 如果二次型 $x_1^2 + 4x_2^2 + tx_3^2 + 2x_1x_2$ 正定, 则 t 应满足_____.
3. 设离散型随机变量 X 的概率分布为 $P(X = k) = \frac{a}{2^k}, k = 1, 2, \dots$, 则 $a =$ _____.
4. 设随机变量 ξ 与 η 相互独立, 且 ξ 服从参数为 2 的泊松分布, η 服从参数为 3 的指数分布, 则 $D(2\xi - \eta + 3) =$ _____.
5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为 X 的简单随机样本, 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 需要用的统计量是_____.

三、计算题（本大题共 5 小题，共 55 分）

得 分	
-----	--

1. (10 分) 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$ 的值.

2. (10 分) 当 a, b 取何值时, 方程组
$$\begin{cases} ax_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_2 + bx_3 = 2 \\ 2ax_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases}$$
 有唯一解, 无解, 有无穷多解?

当方程组有无穷多解时, 求其通解.

3. (10分) 设有三个地区的考生报名表分别为10份、15份和25份, 其中女生的报名表分别为3份、7份和5份, 随机地取出一个地区的报名表, 从中抽出一份.

(1) 求抽到的这份是女生报名表的概率;

(2) 已知抽到的这份是女生报名表, 求抽到的这份是来自第一个地区的概率.

4. (15 分) 设二维随机变量 (ξ, η) 具有联合概率度: $\varphi(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

(1) 求 ξ, η 的边际密度, 并判断 ξ, η 是否独立?

(2) 求 $E\xi, E\eta, \text{Cov}(\xi, \eta)$;

(3) 求 $\zeta = \xi + \eta$ 的分布.

5. (10 分) 设总体 X 的概率密度为

$$p(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1, \theta > 0, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的一个简单随机样本, 分别求 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 共 25 分)

得分	
----	--

1. (10 分) 已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明 $2\alpha_1 + 3\alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ 线性无关.

2. (15 分) 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

证明 A 可对角化, 并求 A^n .