

安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 C（一）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（本题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

1. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 则 $f(x)$ 的间断点为_____.

2. 已知 $y = f(x^2)$, $f'(x) = \arctan x^2$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} =$ _____.

3. 函数 $f(x) = \ln(1+x)$ 在 $x=0$ 处 n 阶带 Peano 余项的 Taylor 展开式为
_____.

4. 设 $f(x) = x \sin x + \cos x, x \in [-\pi, \pi]$, 则 $f(x)$ 的极小值点为_____.

5. 函数 $f(p) = \int_0^1 (1-x)^{p-1} dx$ 的定义域为_____.

得 分	
-----	--

二、选择题（本题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

6. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t^2)}{t^2} = 1$, 则 ()

A. $f(0) = 0$, 且 $f'_-(0)$ 存在; B. $f(0) = 1$, 且 $f'_-(0)$ 存在;

C. $f(0) = 0$, 且 $f'_+(0)$ 存在; D. $f(0) = 1$, 且 $f'_+(0)$ 存在.

7. 曲线 $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$ ()

A. 仅有水平渐近线. B. 仅有垂直渐近线.
C. 既有垂直又有水平渐近线. D. 既有垂直又有斜渐近线.

8. 二阶齐次线性差分方程 $y_{n+2} - 4y_{n+1} + 4y_n = 0$ 的通解是 ()

A. $y_n = C2^n$. B. $y_n = 2^n(C_1 + C_2n)$. C. $y_n = 2^n(C_1n + C_22^n)$. D. $y_n = C_12^n + C_24^n$.

9. 设 $\int f(x)dx = F(x) + C$, 则 $\int xf'(x)dx =$ ()

A. $xf(x) - F(x) + C$. B. $xF(x) + f(x) + C$. C. $xf(x) + F(x) + C$. D. $xF(x) - F(x) + C$.

10. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上连续, $F(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}$, $G(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}$, 则下列命题正确的是 ()

A. 若 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 条件收敛, 则 $\int_a^{+\infty} F(x)dx$ 与 $\int_a^{+\infty} G(x)dx$ 都收敛.

B. 若 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 绝对收敛, 则 $\int_a^{+\infty} F(x)dx$ 与 $\int_a^{+\infty} G(x)dx$ 都收敛.

C. 若 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 条件收敛, 则 $\int_a^{+\infty} F(x)dx$ 与 $\int_a^{+\infty} G(x)dx$ 的敛散性都不确定.

C. 若 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 绝对收敛, 则 $\int_a^{+\infty} F(x)dx$ 与 $\int_a^{+\infty} G(x)dx$ 的敛散性都不确定.

三、计算题 (本题共八小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

得 分	
-----	--

11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n} \right)$

12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

院/系 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

答 题 勿 超 装 订 线



13. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + \sqrt[n]{3}}{2} \right)^n$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\int_0^x \frac{\ln(1+t^3)}{t} dt}$

15. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

16. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{x^2}, & x < 1, \\ e, & x \geq 1, \end{cases}$ 求 $\int_0^3 f(x-1)dx$.

17. $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx$

18. 求微分方程 $xyy' = x^2 + y^2$ 在初始条件 $y(1) = 2$ 下的特解.

四、分析计算题（本题共两小题, 其中第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分）

得 分	
-----	--

19. 设曲线方程 $x^3 + y^3 + (x+1)\cos(\pi y) + 9 = 0$. 求此曲线在横坐标为 $x = -1$ 的点处的法线方程.

20. 设 D 为由曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的平面图形.
(1) 求 D 的面积.
(2) 求 D 分别绕 x 轴与 y 轴旋转所得旋转体的体积.

五、证明题（本题共两小题, 每小题 5 分, 共 10 分）

得 分	
-----	--

21. 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在开区间 (a, b) 内可导. $f(x), g(x)$ 都能在 (a, b) 内取到最大值, 且最大值相等, $f(a) = g(a)$. 证明: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = g'(\xi)$.

22. 设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上连续, 且严格单调递增. 证明: 对任意 $b > a$, 总有

$$\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx \leq 2 \int_a^b xf(x) dx.$$