院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2010—2011 学年第一学期

《高等数学 B(三)》考试试卷（B 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

得 分	

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

1、设 A,B 均为 n 阶方阵，满足等式 $AB=0$，则必有(　　　).

（A） $A=0$ 或 $B=0$　　　　（B） $A+B=0$

（C） $|A|=0$ 或 $|B|=0$　　　　（D） $|A|+|B|=0$

2、设 A 为 n 阶方阵，则以下结论中不成立的是(　　　).

（A） 若 A 可逆，则矩阵 A 的属于特征值 λ 的特征向量也是矩阵 A^{-1} 的属于特征值 $\frac{1}{\lambda}$ 的特征向量

（B） A 的特征向量即为方程 $(\lambda E-A)X=0$ 的全部解

（C） 若 A 存在属于特征值 λ 的 n 个线性无关的特征向量，则 $A=\lambda E$

（D） A 与 A^T 有相同的特征值

3、设向量组 $I:a_1,a_2,\cdots,a_r$ 可由向量组 $II:\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 线性表示，则下列命题正确的是（　　　）.

（A）若向量组 I 线性无关，则 $r\le s$　　　　（B）若向量组 I 线性相关，则 $r>s$

（C）若向量组 II 线性无关，则 $r\le s$　　　　（D）若向量组 II 线性相关，则 $r>s$

4、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则随机变量 $Y=2X+1$ 的分布函数 $G(y)=$(　　　).

（A） $F(\frac{1}{2}y+1)$　　（B） $2F(y)+1$　　（C） $\frac{1}{2}F(y)-\frac{1}{2}$　　（D） $F(\frac{1}{2}y-\frac{1}{2})$

5、设随机变量 $X\sim t(n)\ (n>1)$，$Y=\frac{1}{X^2}$，则下列结论正确的是(　　　).

（A） $Y\sim\chi^2(n)$　　（B） $Y\sim\chi^2(n-1)$　　（C） $Y\sim F(n,1)$　　（D） $Y\sim F(1,n)$

得 分	

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

6、二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)^2+(x_2+x_3)^2+(x_1+x_3)^2$ 的秩为________.

7、设 A,B 为两个随机事件，满足 $P(A)=a, P(B)=0.3, P(\bar{A}\cup B)=0.7$，若事件 A 与 B 相互独立，则 $a=$ ________ .

8、设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\2&2&0\\3&4&5\end{bmatrix}$，$A^*$ 是 A 的伴随矩阵，则 $(A^*)^{-1}=$ ____________________.

9、设随机变量 X 和 Y 相互独立，并且 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(1,1)$，则随机变量 $Z=X-Y$ $\sim$ ___________________.

10、设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为-2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为-0.5，则根据切比雪夫不等式，有 $P(|X+Y|\geq 6)\leq$ _____________.

三、计算题（本大题共 5 小题，共 54 分）

得　分	

11、（本小题 8 分）已知四阶行列式

$$D_4=\begin{vmatrix}2&3&4&5\\5&5&3&3\\2&1&4&2\\2&2&1&1\end{vmatrix},$$

记 A_{ij} 是 D_4 中元素 a_{ij} 的代数余子式. 求：（1）$A_{31}+A_{32}$；（2）$A_{33}+A_{34}$.

12、（本小题 12 分）设 A 为三阶矩阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性无关的三维列向量，且满足 $A\alpha_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，$A\alpha_2=2\alpha_2+\alpha_3$，$A\alpha_3=2\alpha_2+3\alpha_3$.

（1）求矩阵 B，使得 $A(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)B$；

（2）求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}BP$ 为对角形矩阵.

答　题　勿　超　装　订　线

装　订　线

13、（本小题14分）当 λ 取何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+\lambda x_3=4, \\ -x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda^2, \\ x_1-x_2+2x_3=-4, \end{cases}$$

无解、有唯一解、有无穷多组解？并在无穷多解时写出方程组的通解.

14、（本小题10分）通讯中，等可能地传送字符AAAA、BBBB和CCCC三者之一．由于通讯中存在干扰，正确接收字母的概率为0.6，接收其他两个字母的概率均为0.2．假定前后字母是否被扭曲互不影响.

（1）求收到字符ABCA的概率；

（2）若收到字符 ABCA，求它本来是 AAAA 的概率又是多大？

答题勿超装订线

15、(本小题 10 分)设总体 X 的概率密度函数为 $p(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}x^{(1-\theta)/\theta}, & 0<x<1,\\ 0, & 其它,\end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的一个简单随机样本，求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$.

得　分	

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

16、设 A 为 $n\,(n\geq 2)$ 阶可逆矩阵， A^* 为 A 的伴随矩阵．求证：$(A^*)^*=|A|^{n-2}A$.

17、已知 A 是 n 阶正定矩阵，令二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=X^TAX+x_n^2$ 的矩阵为 B，其中 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，证明：B 是正定矩阵.

五、综合分析题（本大题共 14 分）

得　分	

18、设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

（1）求 X 和 Y 的边缘概率密度函数，并判断 X 和 Y 是否独立？

（2）判断 X 和 Y 是否不相关？

（3）求概率 $P(X+Y\geq 1)$.