学号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿＿＿＿＿ 院/系＿＿＿＿＿＿＿＿

装 订 线　答 题 勿 超 装 订 线

安徽大学 2008—2009 学年第一学期

《高等数学 A（三）》考试试卷（A 卷）

（闭卷　时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、单项选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得　　分	

1、下列陈述正确的是（　　）。

(A) 若方程组 $A_{m\times n}x=0$ 有唯一解，则方程组 $A_{m\times n}x=b$ 有唯一解

(B) 若方程组 $A_{m\times n}x=b$ 有唯一解，则方程组 $A_{m\times n}x=0$ 有唯一解

(C) 若方程组 $A_{m\times n}x=0$ 有无穷多解，则方程组 $A_{m\times n}x=b$ 有无穷多解

(D) 若方程组 $A_{m\times n}x=b$ 无解，则方程组 $A_{m\times n}x=0$ 无解

2、已知 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s(s\ge 2)$ 线性相关，则下列选项中必正确的是(　　)。

(A) 对于任何一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$，使得 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$

(B) $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中任何两个向量线性相关

(C) 存在一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$，使得 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$

(D) 对于每一个 α_i 都可以由其余向量线性表出

3、设 $0<P(A)<1, 0<P(B)<1$ 且 $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$，则（　　）。

(A) 事件 A 与事件 B 互不相容　　(B) 事件 A 与事件 B 对立

(C) 事件 A 与事件 B 不独立　　(D) 事件 A 与事件 B 独立

4、设 $X\sim E(\lambda)$（指数分布），$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 X 的样本，则参数 λ 的矩估计是(　　)。

(A) $\max\limits_{1\le i\le n}\{X_i\}$　　(B) $2\overline{X}$　　(C) $\overline{X}$　　(D) $1/\overline{X}$

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则下列结论正确的是(　　)。

(A) $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n)$　　(B) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim\chi^2(n-1)$

(C) $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim\chi^2(n)$　　(D) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim\chi^2(n-1)$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得　分	

6、若齐次线性方程组$\begin{cases} kx_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - kx_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$有非零解，则$k$ = ____________。

7、矩阵$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$的逆矩阵为____________________。

8、若 3 阶方阵A的特征值分别为-1、0、1，则行列式$\left|A^3 + 2A^2 + 2E\right|$=_____________。

9、已知$X \sim P(\lambda)$（泊松分布），$\lambda > 0$，且$P(X = 1) = 2P(X = 2)$，则$D(-3X + 5) =$_____。

10、从一批零件中，抽取 9 个零件，测得其直径（单位：毫米）为：

19.7，20.1，19.8，19.9，20.2，20.0，19.0，20.2，20.3

设零件直径服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，其中μ未知，$\sigma = 0.21$（毫米），$\Phi(1.96) = 0.975$，则这批零件平均直径μ的对应于置信度为 0.95 的置信区间为__________________。

三、计算题（本大题共 4 小题，共 46 分）

得　分	

11、（本小题 10 分）计算下列行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} x_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & x_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x_n \end{vmatrix} \quad (x_i \neq a_i, i = 1, 2, \cdots, n)$$

12、（本小题 14 分）已知三阶矩阵

$$A=\begin{pmatrix}4&0&0\\0&4&2\\0&2&4\end{pmatrix}$$

求：（1）矩阵A的特征值及特征向量（6 分）；

（2）正交矩阵Q，使得$Q^{-1}AQ$为对角矩阵，并写出相应的对角阵（4 分）；

（3）A^k（k为正整数）(4 分)。

13、（本小题 10 分）已知二次型

$$2x_1^2+ax_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$$

正定，求a的取值范围。

14、（本小题 12 分）设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Cx^2y, & x^2\le y\le 1 \\ 0\quad, & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1) 常数C (6 分)；

(2) $P(0\le X\le Y)$ (6 分)。

四、证明题（本大题共 2 小题，共 24 分）

得　分	

15、(本小题 12 分）设 A 为 $n\times n$ 实矩阵，且满足 $A^2-6A-7E=0$。

（1）若 $A+E\neq 0$，证明 $A-7E$ 不可逆（5 分）;

（2）证明 $A-E$ 可逆，并求其逆（7 分）。

16、(本小题 12 分）设二维随机向量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-x^3y+xy^3}{4}, & |x|\le 1,|y|\le 1\\ 0\qquad, & 其它\end{cases}$$

证明：(1)　X 与 Y 不相关(6 分)；

(2)　X 与 Y 不独立(6 分)。

五、综合分析题（本大题共 10 分）

得　分	

17、 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 为未知参数，$(X_1, X_2,\cdots, X_n)$ 是总体 X 的一个子样。

(1) 求参数 μ 和 σ^2 的极大似然估计 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}^2$ (6 分)；

(2) 判断 $\hat{\sigma}^2$ 是否为 σ^2 的无偏估计量(4 分)。