安徽大学 2010—2011 学年第二学期

《高等数学 C（二）》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题　号	一	二	三	四	五	总分
得　分						
阅卷人						

学号______ 姓名______ 专业______ 年级______ 院/系______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(1-\cos\frac{1}{n})$ 是__________级数.（填收敛或发散）

2. 微分方程 $y''+y=0$ 的通解为________________.

3. 若 n 阶排列 $i_1\ i_2\cdots i_n$ 的逆序数为 k，则 $i_n\ i_{n-1}\cdots i_1$ 的逆序数为____________.

4. 设矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$， 且 $|A|=1$， $B=(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_3,2\alpha_2)$，则 $|B|=$____________.

5. 差分方程 $y_{n+1}=2y_n+1$ 的通解为_____________________.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 设 $y^*(x), y^\#(x)$ 是微分方程 $y''+py'+qy=f(x)$ 的两个解， $y_1(x), y_2(x)$ 是 $y''+py'+qy=0$ 的两个解， 则下面说法**错误**的是　　（　　）

   A. $y^*(x)+y^\#(x)$ 是 $y''+py'+qy=f(x)$ 的解.

   B. $y^*(x)-y^\#(x)$ 是 $y''+py'+qy=0$ 的解.

   C. $y_1(x)+y_2(x)$ 是 $y''+py'+qy=0$ 的解.

   D. $y_1(x)+y^*(x)$ 是 $y''+py'+qy=f(x)$ 的解.

2. n 阶行列式 D_n 为零的**必要**条件是　　（　　）

   A. 有一行（列）元素全为零.

   B. 有两行（列）对应成比例.

   C. 必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合.

   D. 各行（列）元素之和均为零.

3. 设A是主对角元全为零的4阶可逆矩阵，下列可以作为A的特征多项式的是　（　　）

A. $2x^4+x^2-4x+1$.　　B. $x^4+3x^3+4x^2+4x+1$.

C. x^4-6x^2-9x-3.　　D. x^4+4x^2-6x.

4. 下列说法**错误**的是　（　　）

A. 任一向量组的两个极大无关组等价.

B. 若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关且可由$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$线性表示， 则$s\ge t$.

C. 等价的向量组具有相同的秩.

D. 矩阵经过初等变换后秩不变.

5. 设A为n阶方阵,下列条件**不能**作为A可逆的充要条件的是　（　　）

A. A的秩为n.　　B. 线性方程组$AX=0$仅有零解.

C. A^2无零特征值.　　D. A存在n个线性无关的特征向量.

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

得 分	

1. 计算行列式$\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$.

2. 设 $AX=b$ 为三阶非齐次线性方程组， 已知 $r(A)=1$， η_1,η_2,η_3 是它的三个解，并且

$$\eta_1+\eta_2=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\quad \eta_2+\eta_3=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix},\ \eta_3+\eta_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix},$$

求该方程组的通解.

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

3. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}$， 求正交矩阵 Q，使 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵.

4．设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^{\ 2}+ax_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}+2x_1x_2-2ax_1x_3-2x_2x_3$ 的正、负惯性指数都是 1， 求 a 的值.

5．求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)(\frac{1}{2})^n$ 的和.

6． 求微分方程 $y'-\frac{y}{x}+\frac{\ln x}{x}=0$ 在初始条件 $y(1)=1$ 下的解.

答 题 勿 超 装 订 线

线 订 装

四、分析计算题（共 10 分）

得 分	

给定向量组 $\alpha_1=(6,4,1,-1,2)^T$，$\alpha_2=(1,0,2,3,-4)^T$，$\alpha_3=(1,4,-9,-16,22)^T$，$\alpha_4=(7,1,0,-1,3)^T$.

（1）判定 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的线性相关性，并求秩.

（2）求 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的一个极大无关组，并用这个极大无关组表示其余向量.

五、证明题（共 10 分）

得 分	

设 A,B 均为 n 阶方阵，

（1）若 A 或 B 可逆， 证明 AB 与 BA 具有相同的特征值.

（2）若 A,B 均不可逆，上述结论是否正确？并说明理由.