

安徽大学 2008—2009 学年第一学期

《高等数学 C（一）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							
阅卷人							

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

1. 已知 $f(x) = \sin x$, $f[\varphi(x)] = 1 - x^2$, 则 $\varphi(x) =$ _____.
2. 设 $x \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{ax^2 + bx}$ 与 $\sin \frac{1}{x}$ 是等价无穷小量, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
3. 曲线 $C: y = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + 3x + 1$ 上的拐点坐标为 _____.
4. 设 $f(x) = xe^x$, 则 n 阶导函数 $f^{(n)}(x) =$ _____.
5. 设 $y = f(x)$ 为由方程 $x^3 + y^3 - \sin 3x + 3y = 0$ 所确定的隐函数, 则 $y'(0) =$ _____.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

1. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^n}$ ($x > -1$), 则对于函数 $f(x)$ ()
 - A. 不存在间断点.
 - B. 仅有 $x=1$ 是间断点.
 - C. 仅有 $x=0$ 是间断点.
 - D. $x=0$ 与 $x=1$ 都是间断点.
2. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的左、右导数存在且相等是 $f(x)$ 在点 x_0 处可导的 ()
 - A. 充分非必要条件 .
 - B. 必要非充分条件.
 - C. 充分必要条件
 - D. 无关条件.
3. 设 $f(x)$ 的导函数为 $\sin 2x$, 则 $f(x)$ 有一个原函数为 ()
 - A. $-\frac{1}{2} \cos 2x$
 - B. $\frac{1}{2} \cos 2x$
 - C. $-\frac{1}{4} \sin 2x$
 - D. $\frac{1}{4} \sin 2x$

4. 下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内的极值点一定是驻点.
- B. 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 内的最大值一定是极大值.
- C. 函数 $f(x)$ 的驻点一定不是间断点.
- D. 若 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, 则 $x = x_0$ 一定不是 $f(x)$ 的极值点.

5. 下列各种描述正确的是 ()

- A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = -x^{-1} \Big|_1^{+\infty} = 1.$
- B. 因为 $f(x) = \frac{1}{x}$ 为奇函数, 所以 $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = 0.$
- C. $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin x dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{-a}^a \sin x dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} 0 = 0.$
- D. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = -x^{-1} \Big|_{-1}^1 = -2.$

三、计算下列极限 (每小题 6 分, 共 24 分)

得 分	
-----	--

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} [\sqrt{1+2+\cdots+n} - \sqrt{1+2+\cdots+(n-1)}]$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2008^n + 2009^n + 2010^n + 2011^n}$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

四、计算下列积分（每小题 6 分，共 24 分）

得 分	
-----	--

$$1. \int \frac{a-x}{\sqrt{a^2-x^2}} dx \quad (a>0)$$

$$2. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{1+x} + \sqrt{(1+x)^3}}$$

$$3. \int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}} dx$$

$$4. \int_{e^{-1}}^e |\ln x| dx$$

五、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	
-----	--

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ ax+b, & x > 1. \end{cases}$ 试确定 a, b 的值, 使得 $f(x)$ 处处可导, 并求其导函数 $f'(x)$.

2. 设 D 为由曲线 $xy=1$ 和直线 $x=1, x=2, y=0$ 所围成的平面图形.

(1) 求 D 的面积.

(2) 求由 D 绕 x 轴旋转所得到的旋转体体的体积.

六、证明题（每小题 6 分，共 12 分）

得 分	
-----	--

1. 证明方程 $1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}=0$ 有且仅有一个实根.

2. 设 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $g(x) \neq 0$, $x \in [a, b]$. 试证明至少存在一个 $\xi \in (a, b)$,

使得
$$\frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx} = \frac{f(\xi)}{g(\xi)}.$$