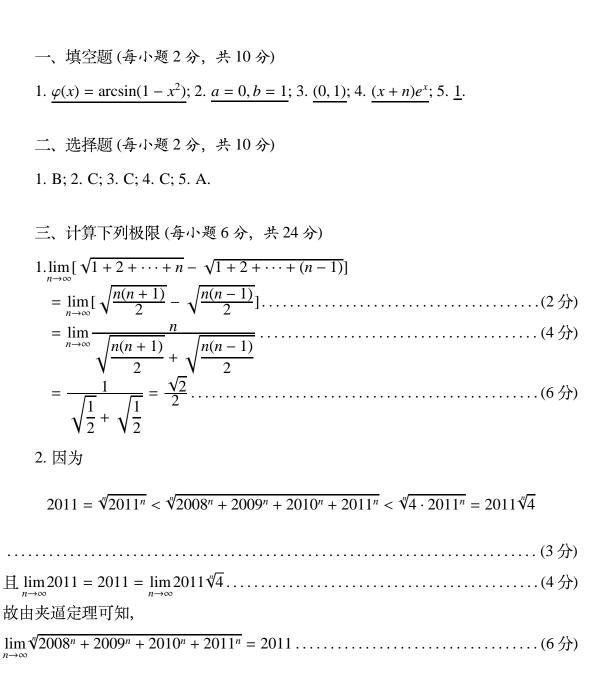
安徽大学 2008-2009 学年第一学期

《高等数学 C (一)》考试试卷 (A卷) 参考答案与评分标准



五、综合分析题 (每小题 10 分,共 20 分) $f'_{+}(1) = a$, 且 $f'_{-}(1) = 2$, f(x) 在 x = 1 处可导,故 a = 2(5 分) 此外,因为 f(x) 在 x = 1 处连续,所以 $1 = f(1) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = a + b$,(8分) 进一步 $f'(x) = \begin{cases} 2x, & x \le 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$ (10分) 2. 平面区域 D 的面积为 $S = \int_{1}^{2} \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_{1}^{2} = \ln 2.$ (4 分) 设绕 x 轴旋转所得的体积为 V_x , 取积分变量为 $x, x \in [1, 2]$, $V_x = \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{1}{2}\pi.$ (10 分) 六、证明题(每小题6分,共12分) $f(0) = 1, f(-2) = -\frac{1}{3} < 0.$ 显然 f(x) 连续,故由零点存在定理可知, $\exists \xi \in (-2,0), \text{ s.t. } f(\xi) = 0.$ (4 \Re) 另一方面, $f'(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} > 0$,所以 f(x) 在 $(-\infty, \infty)$ 上严格单调递增. 故 f(x) 有且仅有一个实根.(6分) 显然 $F'(x) = f(x), G'(x) = g(x) \neq 0, x \in [a, b],$ 且 $\int_{a}^{b} f(x) \mathrm{d}x = F(b) - F(a)$

由 Cauchy 中值定理可知,存在
$$\xi \in (a,b)$$
, s.t.
$$\frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx} = \frac{F(b) - F(a)}{G(b) - G(a)} = \frac{F'(\xi)}{G'(\xi)} = \frac{f(\xi)}{g(\xi)}.$$
(6 分)

 $\int_{a}^{b} g(x) dx = G(b) - G(a)$ (4 %)