

安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 A (三)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得 分	
-----	--

1. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 且满足等式 $AB=0$, 则必有 ()。

- (A) $A=0$ 或 $B=0$ (B) $A+B=0$ (C) $|A|=0$ 或 $|B|=0$ (D) $|A|+|B|=0$

2. 设向量组 I: $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_s$; II: $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \dots, \vec{\alpha}_s, \vec{\alpha}_{s+1}, \vec{\alpha}_{s+2}, \dots, \vec{\alpha}_{s+t}$, 则下列说法必正确的是 ()。

- (A) I 线性无关, 则 II 线性无关 (B) I 线性无关, 则 II 线性相关
(C) II 线性相关, 则 I 线性相关 (D) II 线性无关, 则 I 线性无关

3. 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中目标的概率为 $p(0 < p < 1)$, 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为 ()。

- (A) $3p(1-p)^2$ (B) $6p(1-p)^2$ (C) $3p^2(1-p)$ (D) $3p^2(1-p)^2$

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0, \frac{1}{2})$, $Y \sim N(1, \frac{1}{2})$, 则与随机变量 $Z=Y-X$ 同分布的随机变量是 ()。

- (A) $X-Y$ (B) $X+Y$ (C) $X-2Y$ (D) $Y-2X$

5. 在假设检验中, 记 H_0 为原假设, 则称_____为犯第一类错误。 ()

- (A) H_0 为真时接受 H_0 (B) H_0 不真时接受 H_0
(C) H_0 为真时拒绝 H_0 (D) H_0 不真时拒绝 H_0

得分	
----	--

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

6. 方程 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 \\ -4 & 6 & x & -10 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ x-1 & -2 & -4 & -7 \end{vmatrix} = 0$ 的根为_____。

7. 设 3 阶矩阵 A 有 3 个特征值 1, 2, 3, 且矩阵 B 与 A 相似, 则 $|B + E| =$ _____。

8. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Ax^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

则概率 $P(-1 < X \leq \frac{1}{2}) =$ _____。

9. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 2 和 -2, 方差分别为 1 和 4, 而相关系数为 -0.5, 则根据切比雪夫不等式有 $P(|X + Y| \geq 6) \leq$ _____。

10. 设某农作物的平均亩产量 X (单位: kg) 服从 $N(\mu, 100^2)$, 现随机抽取 100 亩进行试验, 观察亩产量, 得到 $\bar{x} = 500$ kg, 则总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为_____。

($\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.645) = 0.95$)

三、计算题（本大题 10 分）

得分	
----	--

11. 计算下列行列式

$$D_{n+1} = \begin{vmatrix} a^n & (a-1)^n & \cdots & (a-n)^n \\ a^{n-1} & (a-1)^{n-1} & \cdots & (a-n)^{n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a-1 & \cdots & a-n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

四、分析题（本大题共 5 小题，共 62 分）

12.（本小题 13 分）已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = b \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

问： a,b 取何值时，方程组有无穷多解？并在此时求其通解。

得 分	
-----	--

13. (本小题 14 分) 设二次型

$$f(X) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3 + 5x_3^2$$

(1) 求正交变换 $X = QY$, 使 $f(QY)$ 为标准形;

(2) 判定二次型 $f(X)$ 的正定性。

- 14.（本小题 10 分）设某人按如下原则决定某日的活动：如该天下雨则以 0.2 的概率外出购物，以 0.8 的概率去探访朋友；如该天不下雨，则以 0.9 的概率外出购物，以 0.1 的概率去探访朋友。已知该日下雨的概率为 0.3。
- （1）试求那天他外出购物的概率；
- （2）若已知他那天外出购物，试求那天天下雨的概率。

- 15.（本小题 13 分）已知二维离散型随机向量 (X,Y) 的联合概率分布表如下：

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

- (1) 求 (X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；
- (2) 判断 X,Y 的独立性；
- (3) 判断 X,Y 的相关性。

16. (本小题 12 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} axe^{-\frac{x^2}{\lambda}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 a 是常数, $\lambda > 0$ 是未知参数. 从总体 X 中抽取样本 X_1, X_2, \dots, X_n 。

- (1) 求常数 a 的值;
- (2) 求参数 λ 的最大似然估计量 $\hat{\lambda}$;
- (3) 判断 $\hat{\lambda}$ 是否为 λ 的无偏估计量。



五、证明题（本大题共 8 分）

17.（本小题 8 分）设 A, B 均为 $n(n > 1)$ 阶方阵，且满足

$$A^2 + 2AB - 2E = 0。$$

证明：

- (1) $A + 2B$ 可逆；
- (2) $AB = BA$ 。

得 分	
-----	--