安徽大学2016-2017学年第二学期

《高等数学A（一）B(一)》考试试卷参考答案（A卷）

一、填空题：

1． 0　2． $k=1$　3. $y=1$　4. $dy=\frac{e^y}{1-xe^y}dx$　5. $\frac{1}{2}\pi$

二、选择题：

6.B　7.C　8.D　9.A　10.A

三、计算题：

11、解：原式$=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+\frac{1}{2}}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$.........4'

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{2n}}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}\text{............6'}$$

$$=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}\text{.....................7'}$$

12、解：原式$=\lim\limits_{x\to1}\frac{(x-1)(x^{m-1}+x^{m-2}+\cdots+x+1)}{(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)}$.........4'

$$=\lim_{x\to1}\frac{\mathrm{x}^{m-1}+\cdots+x+1}{x^{n-1}+\cdots+x+1}\text{...........6'}=\frac{m}{n}\text{.....................7'}$$

13、 解：$\ln y=2\ln x+\ln(x-3)-\ln(x-1)-2\ln(x+3)\cdots\cdots\cdots3'$

则$\frac{1}{y}\cdot y'=\frac{2}{x}+\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+3}\cdots\cdots\cdots5'$

则 $y'=\frac{x^2(x-3)}{(x-1)(x+3)^2}(\frac{2}{x}+\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+3})$............7'

14、解：$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{1+2t}{2t}=1+\frac{1}{2}t^{-1}$............3'

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy'/dt}{dx/dt}\text{...........}5'=\frac{-\frac{1}{2}t^{-2}}{2t}=-\frac{1}{4t^3}\text{............}7'$$

15、解：原式$=\int\frac{(x^3+1)-1}{x+1}dx=\int(x^2-x+1)dx-\int\frac{dx}{x+1}$...............4'

$$=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x-\ln|x+1|+C\text{............}7'$$

16、解：原式$=\int\frac{\sin^2 x}{1+\sin^2 x}d(\sin x)=\int(1-\frac{1}{1+\sin^2 x})d(\sin x)$....................4'

$$=\int 1\mathrm{d}(\sin x)-\int\frac{1}{1+\sin^2 x}d(\sin x)=\sin x-\arctan(\sin x)+C\text{........}7'$$

17、解：原式$=\int_0^{+\infty}\frac{d(x+1)}{(x+1)^2+1}$...........$4'=\arctan(x+1)\Big|_0^{+\infty}=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}$.........7'

18、解：原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}(\frac{k}{n})^p\frac{1}{n}=\int_0^1 x^p dx$..........$4'=\frac{1}{p+1}x^{p+1}\Big|_0^1=\frac{1}{p+1}$........7'

四、应用题（8'）：

19、解：建立如图所示的直角坐标系，则 $x^2+(y-b)^2=a^2, y=b\pm\sqrt{a^2-x^2}$

$y=y_1(x)=b-\sqrt{a^2-x^2}, y=y_2(x)=b+\sqrt{a^2-x^2}$

$$\mathrm{V}=\pi\int_{-a}^{a}[y_2(x)^2-y_1(x)^2]dx=\pi\int_{-a}^{a}4b\sqrt{a^2-x^2}dx=4\pi b\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=2\pi^2a^2b$$

五、证明题（6'）：

20、证明：不妨设 $f(a)>0, f(b)>0,$ 则 $f(\frac{a+b}{2})<0,$ 则存在 $a_1\in\left(a,\frac{a+b}{2}\right), b_1\in\left(\frac{a+b}{2},b\right)$，使得 $f(a_1)=f(b_1)=0$。作 $g(x)=f(x)e^{-x}$，则 $g(x)$ 在 $[a_1,b_1]$ 上连续，在 $\left(a_1,b_1\right)$ 内可导，且 $g(a_1)=g(b_1)=0$，则存在 $\xi\in\left(a_1,b_1\right)\subset\left(a,b\right)$ 内使得 $g'(\xi)=f'\left(\xi\right)e^{-\xi}-f(\xi)e^{\xi}=0$，即 $f'(\xi)=f(\xi)$。