安徽大学 2016—2017 学年第二学期

《 高等数学 A(一) 、B(一) 》考试试卷(A 卷)

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系　　年级　　专业　　姓名　　学号

答题勿超装订线

装　订　线

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 设函数 $f(x)=x\sin(\frac{1}{x^2}+1), x\neq 0$, 则 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$ ________

2. 曲线 $y=1+\arctan x$ 在 $x=0$ 处的切线斜率是 ________

3. 曲线 $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+1}$ 的渐近线为 ________

4. $y=y(x)$ 是由方程 $y=1+xe^y$ 确定的隐函数，则 $dy=$________

5. $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{x^3\cos x+1}{x^2+1}dx=$ ________

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设函数 $y=f(x)$ 有 $f'(x_0)=\dfrac{1}{2}$，则当自变量 $\Delta x\to 0$ 时，该函数在 $x=x_0$ 处的微分 dy 是（　　）

A. 与 Δx 等价的无穷小　　B. 与 Δx 同阶的无穷小

C. 比 Δx 低阶的无穷小　　D. 比 Δx 高阶的无穷小

7. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,\infty)$ 内可导，且对任意的 x_1,x_2，当 $x_1>x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则（　　）

A. 对任意的 x，都有 $f'(x)>0$　　B. 对任意的 x，都有 $f'(x)<0$

C. 对任意的 x，都有 $f'(x)\geq 0$　　D. 对任意的 x，都有 $f'(x)\leq 0$

8. $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，则 $\int \sin xf(\cos x)dx=$（　　）

A. $F(\sin x)+C$　　B. $-F(\sin x)+C$

C. $F(\cos x)+C$　　D. $-F(\cos x)+C$

9. 设 $f(x)$ 是连续函数，且 $F(x)=\int_x^{e^{-x}} f(t)dt$，则 $F'(x)$ 等于（　　）

A. $-e^{-x}f(e^{-x})-f(x)$　　B. $-e^{-x}f(e^{-x})+f(x)$

C. $e^{-x}f(e^{-x})-f(x)$　　D. $e^{-x}f(e^{-x})+f(x)$

10. 具有特解 $y_1=e^{-x},y_2=e^{x}$ 的二阶常系数齐次微分方程是（　　）

A. $y''-y=0$　　B. $y''-y'-y=0$

C. $y''+y=0$　　D. $y''+y'=0$

三、计算题（每小题 7 分，共 56 分）

得 分	

11. 计算极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\sqrt{n+\frac{1}{2}}$

12. 计算极限 $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^m-1}{x^n-1}$（$m$，$n$ 为正整数）

13. 已知 $y=\frac{x^2(x-3)}{(x-1)(x+3)^2}$ 用对数求导法求 $\frac{dy}{dx}$

14. 已知 $\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=t+t^2 \end{cases}$ 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

15. 计算不定积分$\int \frac{x^3}{x+1}dx$

16. 计算不定积分$\int \frac{\sin^2 x \cos x}{1+\sin^2 x}dx$

17. 计算定积分$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+2}dx$

18. 用定积分计算：$\lim_{n\to\infty}\frac{1^p+2^p+\cdots+n^p}{n^{p+1}}(p>0)$

四、应用题（每小题 8 分，共 8 分）

得 分	

19. 有一个半径为 a 的圆，圆心到一定直线的距离为 $b(b>a)$，求此圆绕定直线旋转所得旋转体的体积。

五、证明题（每小题 8 分，共 8 分）

得 分	

20. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导, 且 $f(a)f(b)>0$， $f(a)f(\frac{a+b}{2})<0$，试证明：至少存在一点 $\xi\in\left(a,b\right)$，使得 $f'\left(\xi\right)=f\left(\xi\right)$。