安徽大学 2008—2009 学年第一学期

《高等数学 C(三)》（A 卷）考试试题参考答案及评分标准

一.选择题（每小题 2 分，共１０分）

１．B　　2. B　　3. B　　4. B　　5. D

二．填空题（每小题 2 分，共１０分）

6. 0.25　　7.　1　　8.　0.4　　9.　2.16　　10. (19.8728,20.1472)

三．解答题（共 6 小题，共７０分）

11. （本小题 10 分）

解：设 $B=\{$取到的产品为次品$\}$

$A_1=\{$取到的产品来自于甲车间$\}$

$A_2=\{$取到的产品来自于乙车间$\}$

$A_3=\{$取到的产品来自于丙车间$\}$

（１） 由全概率公式有

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

$$=0.2\times 0.05+0.35\times 0.02+0.45\times 0.04$$
$$=0.035$$

（２） 由贝叶斯公式有

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)}$$

$$=\frac{0.2\times 0,05}{0.035}=\frac{0.01}{0.035}=0.2857$$

注:计算结果错误扣 1 分.

12.（本小题 10 分）

解：（１）由 $F(x)$ 的连续性知，　$A=1$；

（２） $p(x)=F'(x)$

$$=\begin{cases}2x,0\le x<1\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

13.（本小题 10 分）

解：（１） $P\{|X-10|<4\}=P\left\{\left|\frac{X-10}{4}\right|<1\right\}$

$=P\left\{-1<\frac{X-10}{4}<1\right\}$

$=\Phi(1)-\Phi(-1)$

$=\Phi(1)-(1-\Phi(1))$

$=2\Phi(1)-1$

$=2\times 0.8413-1=0.6826$

（２）解法 1:

由正态分布的对称性知 $c=10.$

解法 2:

因为 $P\left(X>c\right)=P\left(X\le c\right)$

又因为 $P(X>c)+P(X\le c)=1$

所以 $P(X\le c)=\frac{1}{2}$

即 $P\left(\frac{X-10}{4}\le\frac{c-10}{4}\right)=\frac{1}{2}$

故 $\Phi\left(\frac{c-10}{4}\right)=\frac{1}{2}$

由标准正态分布的对称性,有 $\frac{c-10}{4}=0$

故 $c=10.$

14.（本小题１２分）

因为 $P(XY=0)=1$，故 $P(XY\neq 0)=0$

故有 $P(X=1,Y=1)=P(X=2,Y=2)=0$

由联合分布列和边缘分布列的关系得到下述概率：

X \ Y	0	1	$p_{i\cdot}$
0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
$p_{\cdot j}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

(2) $P(X=Y)=P(X=Y=0)+P(X=Y=1)=0+0=0$

(3) $EX=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=1$

$EY=0\times\frac{3}{4}+1\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$EXY=0\times0\times0+0\times1\times\frac{1}{4}+1\times0\times\frac{1}{2}+1\times1\times0+2\times0\times\frac{1}{4}+2\times1\times0=0$

$Cov(X,Y)=EXY-EXEY=0-\frac{1}{4}\times1=-\frac{1}{4}$

故 X,Y 相关。

15.(本小题 14 分)

解: $p_X(x)=\begin{cases}\int_0^1 4xydy, 0\le x\le 1\\ 0, 其它\end{cases}$

$=\begin{cases}2x, 0\le x\le 1\\ 0, 其它\end{cases}$

同理有

$p_Y(y)=\begin{cases}2y, 0\le y\le 1\\ 0, 其它\end{cases}$

$EX=\int_0^1 x\cdot 2xdx=\frac{2}{3}$

同理,

$EY=\int_0^1 y\cdot 2ydy=\frac{2}{3}$ ， $EXY=\int_0^1\int_0^1 xy\cdot 4xydxdy=\frac{4}{9}$

$Cov(X,Y)=EXY-EXEY=\frac{4}{9}-\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=0$

故 X,Y 不相关.

又 $p(x,y)=p_X(x)\cdot p_Y(y)$,故 X,Y 独立.

16.(本小题 14 分)

解:

(1) $\mu_1=EX=\dfrac{1}{\lambda}$,$A_1=\overline{X}$

令 $\mu_1=A_1$,得到 $\hat{\lambda}=\dfrac{1}{\overline{X}}$ 即为 λ 的矩估计量.

(2)似然函数为 $L(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}\lambda e^{-\lambda x_i}=\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i}$

$\ln L(\lambda)=n\ln\lambda-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i$

令 $\dfrac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial\lambda}=\dfrac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$

得到 $\tilde{\lambda}=\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}x_i}=\dfrac{1}{\overline{x}}$

即为 λ 的极大似然估计值. λ 的极大似然估计量为 $\tilde{\lambda}=\dfrac{1}{\overline{X}}$.

四.应用题

17.(本小题 10 分)

解:$H_0:\mu=32.5$; $H_1:\mu\neq 32.5$

$n=6,\sigma=1.1,\overline{x}=31.13$

由 Z 检验法,$z=\dfrac{\overline{x}-32.5}{\sigma/\sqrt{n}}=\dfrac{31.13-32.5}{1.1/\sqrt{6}}=-3.05$

$1-\alpha=0.95$,故 $z_{0.025}=1.96$

因为 $|z|>z_{\frac{\alpha}{2}}$,所以拒绝 H_0,即认为这批砖的抗断强度不是 32.5kg/cm^2.