

学号

姓名

专业

年级

院/系

线

订

装

安徽大学 2010—2011 学年第一学期

《高等数学 C (一)》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|-----|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | |

一、填空题 (本题共五小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

得分

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x}{\sqrt{1+x}-1} = 4$, 则 $a =$ _____。

2. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)x}{nx^2+1}$, 则 $x=0$ 为 $f(x)$ 的_____间断点。

3. 设方程 $xy = e^y$ 确定 y 是 x 的函数, 则 $\frac{dy}{dx}$ 在 $(0,1)$ 处的值为_____。

4. 函数 $f(x) = 2x^2 + |x| - 1$ 的极小值点为_____。

5. 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $f(x) =$ _____。

得分

二、选择题 (本题共五小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

6. 设函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可微, $\Delta y = f(x + x_0) - f(x_0)$, 则

当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 下列说法一定正确的是

()

A. dy 是比 Δx 高阶的无穷小量。B. dy 是比 Δx 低阶的无穷小量。C. Δy 是比 Δx 高阶的无穷小量。D. $\Delta y - dy$ 是比 Δx 高阶的无穷小量。

7. 当 $x > 0$ 时, 曲线 $y = x \sin \frac{1}{x}$

()

A. 有且仅有水平渐近线。

B. 有且仅有垂直渐近线。

C. 既有水平渐近线, 也有垂直渐近线。

D. 既无水平渐近线, 也无垂直渐近线。

8. 若 $f(x)$ 为 R 上可导的奇函数, 则 $\int f(x)f'(-x)dx =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}f^2(x)+C$ B. $\frac{1}{2}f^2(x)+C$ C. $-\frac{1}{2}f(x^2)+C$ D. $\frac{1}{2}f(x^2)+C$

9. 下列广义积分收敛的是 ()

- A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ B. $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ D. $\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

10. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(1-\delta, 1+\delta)$ 内具有二阶导数, 又 $f'(x)$ 严格单调减少, 且 $f(1) = f'(1) = 1$, 则 ()

- A. 在 $(1-\delta, 1)$ 和 $(1, 1+\delta)$ 内均有 $f(x) < x$ 。
B. 在 $(1-\delta, 1)$ 和 $(1, 1+\delta)$ 内均有 $f(x) > x$ 。
C. 在 $(1-\delta, 1)$ 内, $f(x) < x$; 在 $(1, 1+\delta)$ 内, $f(x) > x$ 。
D. 在 $(1-\delta, 1)$ 内, $f(x) > x$; 在 $(1, 1+\delta)$ 内, $f(x) < x$ 。

三、计算题 (本题共八小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{n+\sqrt{n}} \right)$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \tan x} \right)$

$$13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^{x^2} (t-1) \ln t dt}{(x-1)^3}$$

$$15. \int \frac{2x-5}{x^2-6x+10} dx$$

16. $\int \sin(\ln x) dx$

17. $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + x^8 \sin x}{1 + \sqrt{1 - x^2}} dx$

18. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2y\}$ 。

四、应用题（本题共两小题，其中第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

19. 某工厂生产两种产品 I 与 II，出售单价分别为 10 元与 9 元，生产 x 单位的产品 I 与生产 y 单位的产品 II 的总费用是：

$$400 + 2x + 3y + 0.01(3x^2 + xy + 3y^2) \text{ (元)}$$

求两种产品各生产多少，工厂可取得最大利润？

20. 在曲线 $y = x^2$ ($x \geq 0$) 上某点 A 处作一切线，使之与曲线以及 x 轴所围图形的面积为 $\frac{1}{12}$ ，

试求：（1）切点 A 的坐标及过 A 的切线方程；

（2）由上述所围平面图形绕 Ox 轴旋转一周所成旋转体的体积。

五、证明题（本题共两小题，每小题 5 分，共 10 分）

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

21. 设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续且单调增加，证明：当 $x > 0$ 时，

$$x \int_0^x f(t) dt \leq 2 \int_0^x t f(t) dt .$$

22. 设不恒为常数的函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，且 $f(a) = f(b)$ ，证明：
存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $f'(\xi) > 0$ 。