

2022 美赛 A 题思路

本思路是根据题中所给，在查阅相关文献的基础上，给出该题的一些求解的流程和方法，希望对读者有些启发。

题目基本介绍

开发一个模型，该模型可以应用于**任何类型的骑手**，以确定骑手在赛道上的**位置**与骑手施加的**力量**之间的关系。请记住，骑手在整个过程中**可以消耗的总能量有限制**，以及从过去的侵略性和超过功率曲线限制中**累积的限制**。

此题的主要研究的内容为建立一个骑手所用功率与位置之间的关系。首先我们的模型需要应用于任何类型的骑手，所谓的不同类型的骑手，其本质区别在于每个人的功率曲线都不相同，除此之外还需要考虑骑手疲劳和总能量有限的因素。

您的模型开发和报告应包括以下内容：

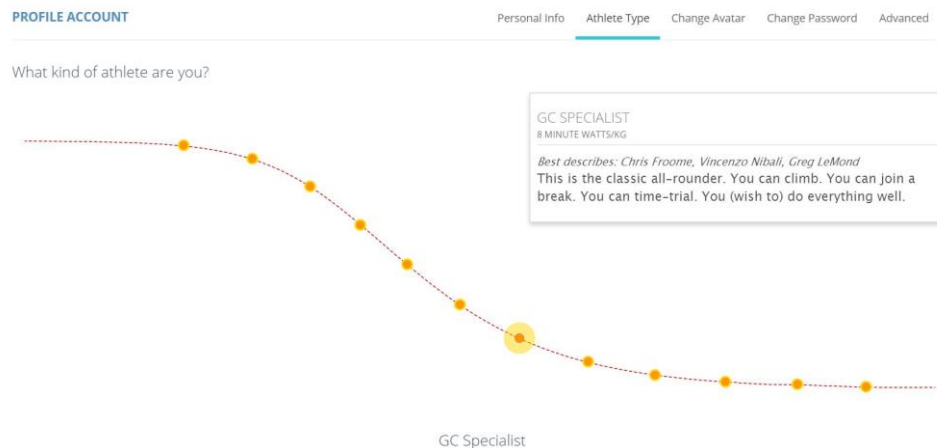
□ 定义两种类型的骑手的**力量曲线**。您的一位骑手应该是计时赛专家，另一位是不同类型的骑手。您还应该考虑**不同性别**骑手的个人资料。

□ 将您的模型应用到各种计时赛课程中，至少包括以下针对您在上面定义的每个功率配置文件列出的课程：

- 1) 2021 年日本东京奥运会计时赛，
- 2) 2021 UCI 世界锦标赛计时赛在比利时法兰德斯举行，
- 3) 至少一门您自己设计的路线，包括至少四个急转弯和至

少一个重要的道路坡度。课程的终点应该在起点附近。

首先我们需要定义不同骑手的功率曲线，所谓的功率曲线，例如下图所示：



模型的应用场景需要我们收集相应的赛道信息进行仿真建模，利用我们的模型得到相应的结果。

- 确定天气条件的潜在影响，包括风向和风力强度，以确定您的结果对天气和环境的微小差异的敏感程度。

- 确定结果对骑手偏离目标功率分布的敏感程度。骑手不太可能遵循非常详细的计划而错过功率目标。骑手和 Directeur Sportif 将对给定路线的关键部分的预期分段时间的可能范围有所了解。

- 讨论如何扩展您的模型，以包括每个团队六名车手的团队计时赛的最佳功率使用，其中团队的时间由第四名车手越过终点线时确定。

考虑针对不同赛道，我们需要从物理学上考虑自行车运动功率与速度的关系，

根据查阅相关文献，我们可以初步得出以下四个结论：

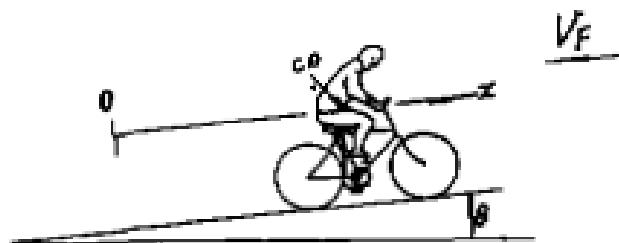
1. 就平均阻力而言，高海拔场地的空气阻力小于低海拔场地。

2. 木质跑道的摩擦阻力小于水泥跑道，半径大的场地摩擦阻力小于半径小的场地。

3. 木质跑道上领骑阻力与尾随阻力的变化幅度较大，水泥场地上领骑阻力与尾随阻力的变化幅度较小。

4. 领骑状态阻力与速度呈强相关，在尾随状态阻力与速度呈弱相关。

在下图所示的系统中,要使人 and 车的组合重心由原点 O 移至义点,必须克服上述四种阻抗做功.因此,其功率损耗也由此四个部分组成.



图一

1、滚动摩擦阻抗消耗的功和功率

这是一种线性阻抗,系统克服这种阻抗所作的功为:

$$W_1 = \int mg\mu \cos\theta dx = \int mg\mu \cos\theta \dot{x} dt \quad (1)$$

对式(1)求导得:

$$N_1 = mg\mu \cos\theta \dot{x} \quad (2)$$

2、风阻消耗的功和功率:

这是一种非线性阻抗,系统克服这种阻抗所作的功和功率为:

$$W_2 = \int \frac{1}{2} C_x \cdot P \cdot A (V_F + \dot{x})^2 \dot{x} dt \quad (3)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} C_x P A (V_F + \dot{x})^2 \dot{x} \quad (4)$$

3、惯性阻抗消耗的功和功率:

只要系统的速度 \dot{x} 不为零,则系统就具有平动动能和转动动能。其中的转动动能主要贮存于前、后轮。而链轮,由于惯量小且转速低,因此可以忽略其所贮存的很小的转动动能。

要使系统获得这两种功能,系统必须做功:

$$W_3 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_1 \left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} J_2 \left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2 \quad (5)$$

对式(5)求导得:

$$N_3 = m \dot{x} \ddot{x} + \frac{J_1}{R^2} \dot{x} \ddot{x} + \frac{J_2}{R^2} \dot{x} \ddot{x} \quad (6)$$

4、爬坡阻抗所消耗的功及功率:

系统爬坡必然使其势能增强,为此系统也必须做功:

$$W_4 = \int mg \sin\theta \cdot \dot{x} dt \quad (7)$$

$$N_4 = mg \sin\theta \cdot \dot{x} \quad (8)$$

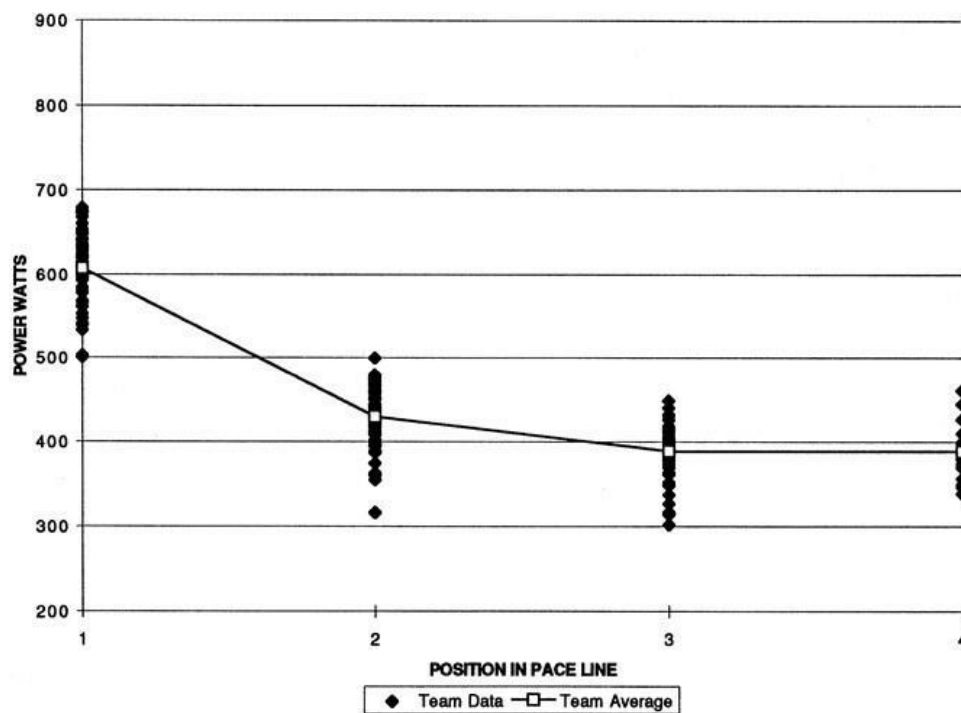
综上所述,人一车系统的总功耗为:

$$\begin{aligned} N &= N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \\ &= mg(\mu \cos\theta + \sin\theta) \dot{x} + \frac{1}{2} C_x P A (V_F + \dot{x})^2 \dot{x} + (m + \frac{J_1}{R^2}) \dot{x} \ddot{x} + \frac{J_2}{R^2} \dot{x} \ddot{x} \end{aligned} \quad (9)$$

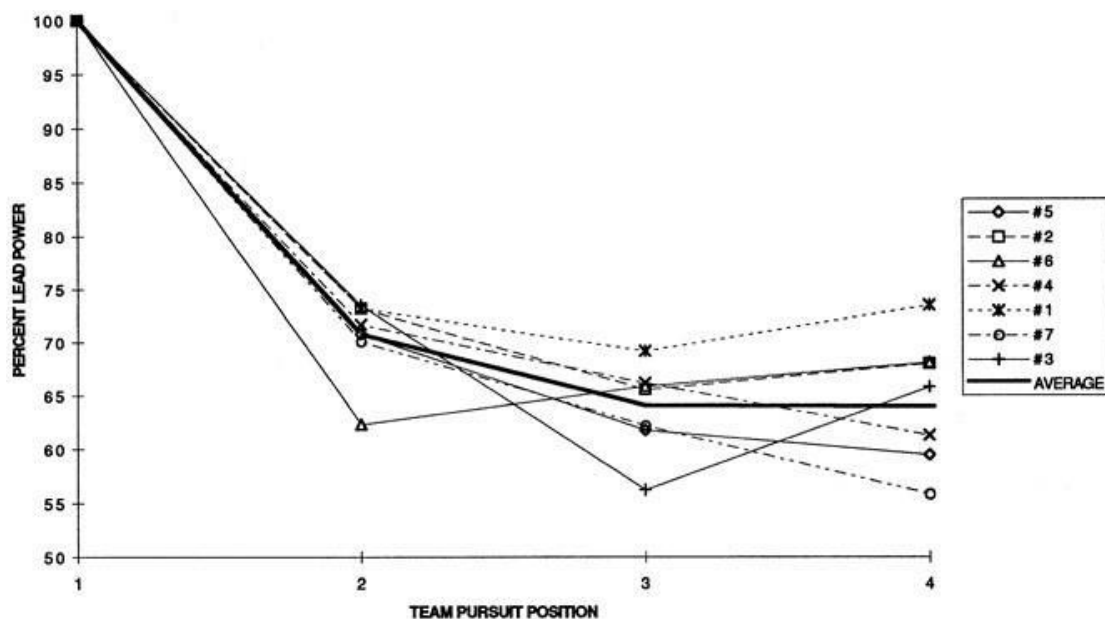
令 $\theta=0, V_F=0$ 则:

$$\begin{aligned} N &= mg\mu \dot{x} + \frac{1}{2} C_x P A \dot{x}^3 + (m + \frac{J_1}{R^2}) \dot{x} \ddot{x} \\ &\quad + \frac{J_2}{R^2} \dot{x} \ddot{x} \end{aligned} \quad (10)$$

其次，我们需要提供建议，选手在每个位置的功率满足一定的范围，而不是固定的值。而针对团队模型，我们可以采取一些简化方法，团队可以看作一个车队，车队存在平均速度，例如：



根据阻力，我们可以布置提供较小的平均风阻，考虑所有旋转。但是，不考虑骑手的特点，仅根据能耗来选择追击队阵容是不切实际的。有的骑手起步比较好，有的骑手在终点的耐力比较强，等等。所以，车队的顺序最终必须根据模型推测来决定，必须选择追赶时间最短的骑手顺序。团队先后顺序随时间的变化曲线可以如下所示：



参考一些文献，我们可以学习他们的数学模型，例如：

Bassett和Kyle等人的单轨耐力自行车的数学模型是 (2)：

数学 2 数学 3

$$P = K(0.00953 M_t V + .00775 V^2 + K_1(A_f).007551 V^3) \quad (1)$$

$$A_f = 0.0293 H^{0.725} M^{0.425} + 0.0604 \quad (2)$$

其中 P 是 W 中所需的功率， M_t 是骑手和自行车的总质量（以千克为单位）， V 是以 kph 为单位的自行车速度， A_f 是自行车和骑自行车者的投影正面面积（以平方米为单位）（ A_f 与骑手身高和体重相关， K_1 是包含以下各项的空气动力学因素：高度（密度比）、骑手位置、自行车类型、部件、服装和头盔的校正因子， K 是允许调整轨道粗糙度和其他外部条件的因子。构成 K_1 的几个因素列在参考文献中 (2)。在本文件中，每当进行计算时，都会记录用于 K 和 K_1 的值。最后， M 是没有自行车的骑手的质量（以千克为单位）。

其次我们还要考虑选手肌肉疲劳原因产生的影响，根据已有的研究分析表面，一个接一个地冲刺。最大的峰值功率总是第一个冲刺。得出的结论是，骑自行车重复冲刺会导致高水平的神经肌肉疲劳，特别是外周疲劳，这似乎被限制在一定水平，以免超

过临界阈值。长达 24 小时的残余疲劳会对神经肌肉功能产生负面影响；然而，所有神经肌肉变量在恢复 48 小时后恢复到基线值。

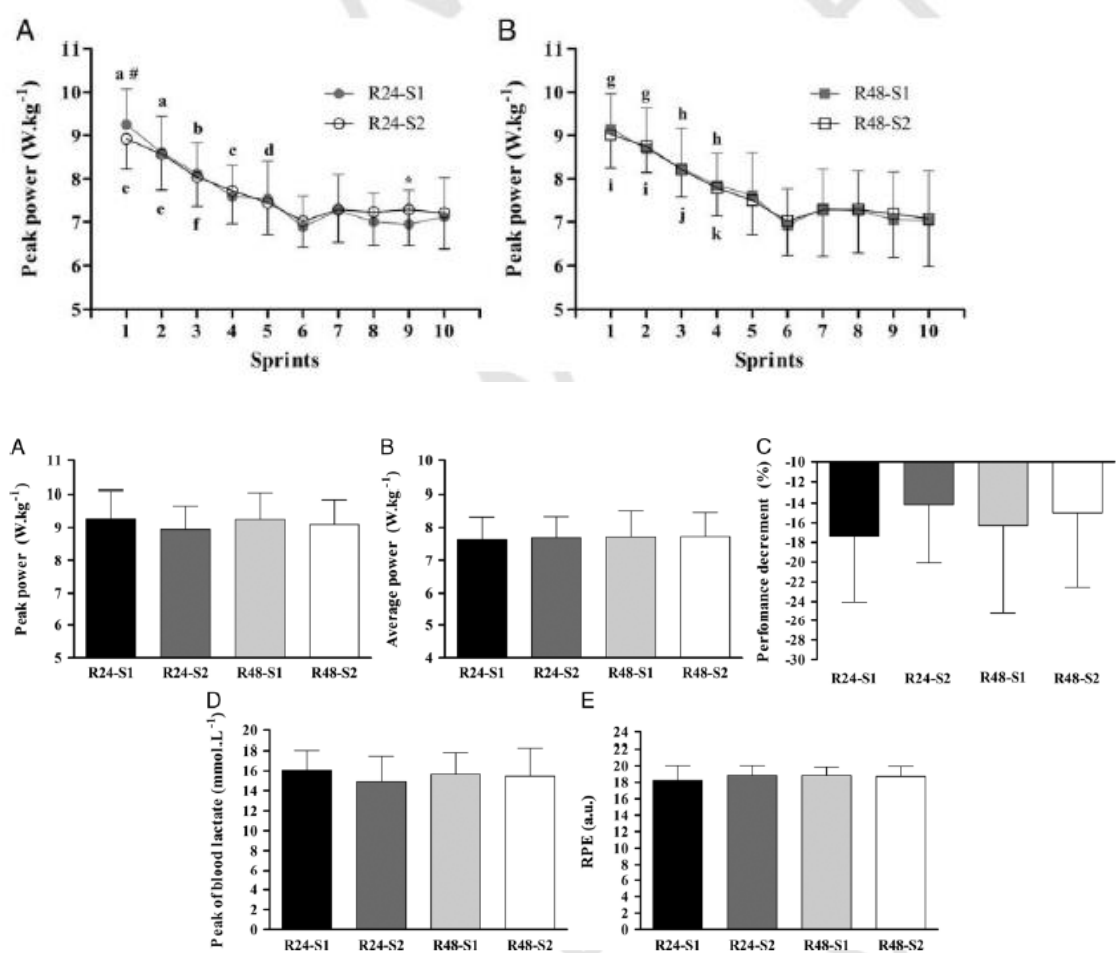


图 3——原始冲刺性能数据。峰值功率 (A)；平均功率 (B)；冲刺性能下降 (C)；血乳酸浓度峰值 (D)；视网膜色素上皮 (E)。*与 R24-S1 相比不同， $P < 0.05$ 。

根据这些信息，我们可以指定运动员短时间的恢复水平来给模型提供一定的支持。