

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 某物体的运动规律为 $dv/dt = -Kv^2$ ，式中的 K 为大于零的常量。当 $t = 0$ 时，初速度为 v_0 ，则速度 v 与时间 t 的函数关系是：

- (A) $\frac{1}{v} = -\frac{Kt^2}{2} + \frac{1}{v_0}$. (B) $\frac{1}{v} = -Kt + \frac{1}{v_0}$.
(C) $\frac{1}{v} = \frac{Kt^2}{2} + \frac{1}{v_0}$. (D) $\frac{1}{v} = Kt + \frac{1}{v_0}$.
[]

2. 一弹道火箭自身质量（含燃料） $M_0 = 12.9 \text{ t}$ (吨)，所载燃料的质量为 $m = 9.0 \text{ t}$ (吨)，发动机工作时喷出气体的速率（相对于火箭体）为常量 $u = 2 \times 10^3 \text{ m/s}$ ，此火箭由静止开始发射，若不计重力及空气阻力，则在燃料耗尽后，它的速度为：

- (A) $1.8 \times 10^3 \text{ m/s}$. (B) $2.4 \times 10^3 \text{ m/s}$.
(C) $2.6 \times 10^3 \text{ m/s}$. (D) $3.0 \times 10^3 \text{ m/s}$.
[]

3. 关于机械能守恒条件和动量守恒条件有以下几种说法，其中正确的是：

- (A) 不受外力作用的系统，其动量和机械能必然同时守恒。
(B) 所受合外力为零，内力都是保守力的系统，其机械能必然守恒。
(C) 不受外力，而内力都是保守力的系统，其动量和机械能必然同时守恒。
(D) 外力对一个系统做的功为零，则该系统的机械能和动量必然同时守恒。
[]

4. 一刚体以每分钟 30 转绕 z 轴做匀速转动(ω 沿 z 轴正方向)。设某时刻刚体上一点 P 的位置矢量为 $\vec{r} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ，其单位为“ 10^{-2} m ”，若以“ $10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ”为速度单位，则该时刻 P 点的速度为：

- (A) $\vec{v} = 12.56\vec{k}$. (B) $\vec{v} = -9.42\vec{i} + 6.28\vec{j}$.
(C) $\vec{v} = 6.28\vec{i} - 9.42\vec{j} + 12.56\vec{k}$. (D) $\vec{v} = 9.42\vec{i} + 6.28\vec{j}$.
[]

5. 设电子静止质量为 m_e ，将一个电子从静止加速到速率为 $0.7c$ (c 为真空中光速)，需做功：

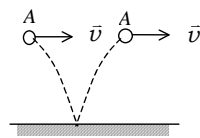
- (A) $0.25m_e c^2$. (B) $0.40m_e c^2$.
(C) $0.49m_e c^2$. (D) $1.40m_e c^2$.
[]

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 已知质点的运动学方程为 $\vec{r} = (3t - \frac{1}{6}t^3)\vec{i} + (4 - 3t + \frac{1}{2}t^2)\vec{j}$ (SI)

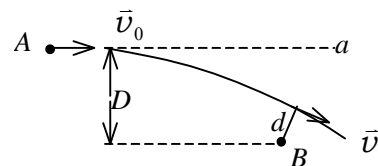
当 $t = 2$ s 时,速度的大小为 $v =$ _____ ;加速度 \vec{a} 与 x 轴正方向间夹角 $\alpha =$ _____ .

2. 一质量为 m 的小球 A , 在距离地面某一高度处以速度 \vec{v} 水平抛出, 触地后反跳. 在抛出 t 秒后小球 A 跳回原高度, 速度仍沿水平方向, 速度大小也与抛出时相同, 如图. 则小球 A 与地面碰撞过程中, 地面给它的冲量的方向为 _____, 冲量的大小为 _____.



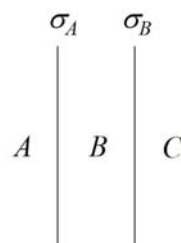
3. 一特殊的轻弹簧, 弹性力 $F = -kx^2$, k 为一常量系数, x 为伸长(或压缩)量. 现将弹簧水平放置于光滑的水平面上, 一端固定, 一端与质量为 m 的滑块相连而处于自然长度状态. 今沿弹簧长度方向给滑块一个冲量, 使其获得一速度 v , 压缩弹簧, 则弹簧被压缩的最大长度为 _____.

4. 质点 B 固定不动. 质量为 m_A 的质点 A 起初离 B 很远 ($r = \infty$), 具有初速度 \vec{v}_0 , 方向沿图中所示直线 Aa , B 与这直线的垂直距离为 D . 此后, 质点 A 受到质点 B 的万有引力作用, 沿着图中所示的轨道运动. 已知这轨道与 B 之间的最短距离为 d , 则质点 B 的质量 m_B 为 _____.



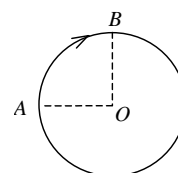
5. 观察者甲和乙分别静止于两个惯性系 K 和 K' 中 (K' 系相对于 K 系作平行于 x 轴的匀速运动). 甲测得在 x 轴上两点发生的两个事件的空间间隔和时间间隔分别为 500 m 和 2×10^{-7} s, 而乙测得这两个事件是同时发生的, 则 K' 系相对于 K 系运动速度为 _____. (真空中光速 $c = 3 \times 10^8$ m \cdot s $^{-1}$)

6. 图中所示, 真空中两个平行的“无限大”均匀带电平面 A 、 B , A 面上电荷面密度 $\sigma_A = -35.4 \times 10^{-9}$ C \cdot m $^{-2}$, B 面的电荷面密度 $\sigma_B = 17.7 \times 10^{-9}$ C \cdot m $^{-2}$. 设方向向右为正, 则图中 A 、 B 、 C 三个区域的电场强度分别为: $E_A =$ _____, $E_B =$ _____, $E_C =$ _____.



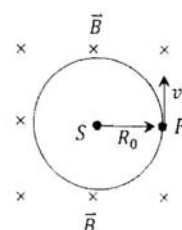
(真空介电常量 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C 2 \cdot N $^{-1}$ \cdot m $^{-2}$)

7. 在静电场中,一质子(带电荷 $e=1.6\times 10^{-19}\text{ C}$)沿四分之一的圆弧轨道从 A 点移到 B 点(如图),电场力做功 $4.0\times 10^{-16}\text{ J}$. 则当质子沿四分之三的圆弧轨道从 B 点回到 A 点时, 电场力做功 $A=$ _____. 设 B 点电势为零, 则 A 点电势 $U=$ _____.



8. 已知一平行板电容器, 极板面积为 S , 两板间隔为 d , 其中充满空气. 当两极板上加电压 U 时, 忽略边缘效应, 两极板间的相互作用力 $F=$ _____.

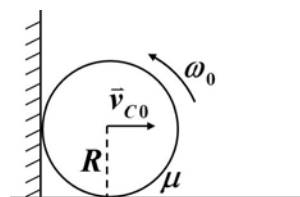
9. 如图所在平面为某个光滑水平面, S 处固定着一个带负电的点电荷, 当空间中有一均匀磁场, 磁感应强度 \vec{B} 方向垂直图平面向里, 大小为 B 时, 一个比荷(电量与质量之比)为 γ 的带正电粒子 P , 能以速率 v_0 沿着逆时针方向绕着 S 做半径为 R_0 的匀速圆周运动, 则 S 处点电荷电量的大小为 _____; 撤去磁场, 若 P 能以相同速率 v_0 绕着 S 做半径为 R 的匀速圆周运动, 则 $R=$ _____.



10. 一平行板电容器, 电容为 C , 极板是半径为 R 的圆形金属板, 其中充满空气. 某段时间内两板间电势差随时间变化的规律是: $U_{12} = Kt$ (K 是正值常量, t 是时间). 忽略边缘效应, 则电容器两板间的位移电流的大小为 _____; 在两极板间, 离中心轴线距离为 r ($r < R$) 处, 磁感应强度 \vec{B} 的大小为 _____.

三、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 质量为 m 半径为 R 的足球，在水平地面上向左运动，与光滑竖直墙发生垂直的碰撞，碰撞以后足球将先向右作有转动的平动（有滑动），再继续向右作纯滚动（无滑动）。以碰撞完成作为零时刻，设此时球的质心速度为 \bar{v}_{C0} ，球转动的角速度为 ω_0 ，方向如图示。规定向右为平动正方向，顺时针为转动正方向。求：足球开始作纯滚动的时刻及纯滚时的质心速度。设足球与地面的滑动摩擦系数为 μ ，空心球相对于直径的转动惯量为 $2mR^2/3$ 。



2. 某种介子固有寿命为 $\tau_0 = 2 \times 10^{-6} \text{ s}$ ，在静止时的能量为 $E_0 = 100 \text{ MeV}$ 。若这种介子快速运动时的能量为 $E = 2000 \text{ MeV}$ ，求它运动的距离。（真空中光速 $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ）

3. 半径分别为 1.0 cm 与 2.0 cm 的两个球形导体，所带电荷分别为 $1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ 与 $-2.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ ，两球相距很远。若用细导线将两球相连接。求达到平衡时，

(1) 每个球所带电荷；

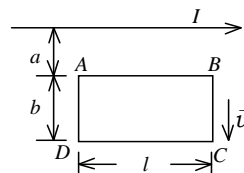
(2) 每个球所带电荷面密度；

(3) 每球的电势。（设无限远为电势零点， $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ）

4. 有一根长直导线，载有电流 I ，近旁有一个两条对边与它平行并与它共面的矩形线圈 $ABCD$ 。设 $t=0$ 时，线圈位于图示位置，

(1) 长直导线中电流 $I = I_0$ 不变，矩形线圈以匀速度 \bar{v} 沿垂直于导线的方向离开导线，求 t 时刻矩形线圈中的感应电动势 ϵ_1 。

(2) 矩形线圈不动，长直导线中电流 $I = I_0 \sin \omega t$ ，求 t 时刻矩形线圈中的感应电动势 ϵ_2 。



一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. (D) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5. (B) 6. (D) 7. (B) 8. (A) 9. (C) 10. (A)

二. 填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 1.41 m/s 或 $\sqrt{2} \text{ m/s}$ 1 分 (无单位或单位错误扣 0.5 分)

153.4° 2 分

2. 垂直地面向上 1 分

$m g t$ 2 分

3. $\left(\frac{3mv^2}{2k}\right)^{1/3}$ 3 分

4. $(D^2 - d^2)v_0^2 / (2Gd)$ 3 分

5. $3.6 \times 10^7 \text{ m/s}$ 3 分 (无单位或单位错误扣 0.5 分)

6. $1 \times 10^3 \text{ N/C}$ 1 分
 $-3 \times 10^3 \text{ N/C}$ 1 分
 $-1 \times 10^3 \text{ N/C}$ 1 分 } (无单位或单位错误扣 0.5 分)

7. $-4.0 \times 10^{-16} \text{ J}$ 1 分
 $2.5 \times 10^3 \text{ V}$ 2 分 } (无单位或单位错误扣 0.5 分)

8. $\frac{\epsilon_0 S U^2}{2d^2}$ 3 分

9. $\frac{4\pi\epsilon_0 R_0 v_0}{\gamma} (v_0 - \mathcal{R}_0 B)$ 1 分

$\frac{v_0 - \mathcal{R}_0 B}{v_0} R_0$ 2 分

10. CK 1 分

$\frac{\mu_0 r CK}{2\pi R^2}$ 2 分

三. 计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 解: 碰撞完成后, 足球的平动速度为 \bar{v}_{C0} , 转动角速度为 ω_0 , 规定向右为平动正方向, 顺时针为转动正方向

由质心运动定律得: $m \frac{dv_C}{dt} = -\mu mg$

积分, 由初始条件 $t=0, v_C = v_{C0}$ 得: $v_C = v_{C0} - \mu g t$ 2 分

由转动定律得 $I \frac{d\omega}{dt} = \mu mg R$, $I = \frac{2}{3} m R^2$

积分, 由初始条件 $t=0, \omega = -\omega_0$ 得 $\omega = -\omega_0 + \frac{3\mu g}{2R} t$ 2 分

由纯滚动条件: $v = R\omega$, 2 分

联立方程得:

$t = \frac{2}{5} \frac{v_{C0} + R\omega_0}{\mu g}$ 时, 足球开始纯滚动 2 分

$v_C = \frac{3}{5} v_{C0} - \frac{2}{5} R\omega_0$ 2 分

2. 解: 根据 $E = mc^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = E_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$ 2 分

可得 $1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = E / E_0 = 20$ 2 分

由此求出 $v \approx 2.996 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 2 分

又介子运动的时间 $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = 20\tau_0$ 2 分

因此它运动的距离 $l = v\tau = v \cdot 20\tau_0 \approx 1.198 \times 10^4 \text{ m}$ 2 分

3. 解: 两球相距很远, 可视为孤立导体, 互不影响. 设两球半径分别为 r_1 和 r_2 , 导线连接后所带电荷分别为 q_1 和 q_2 , 则

$$Q = q_1 + q_2 = -1.0 \times 10^{-8} \text{ C} \quad 1 \text{ 分}$$

则两球电势分别是:

$$U_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad U_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} \quad 1 \text{ 分}$$

(1) 两球相连后电势相等, $U_1 = U_2$, 则有

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \quad 2 \text{ 分}$$

由此得到 $q_1 = \frac{r_1 Q}{r_1 + r_2} = -3.33 \times 10^{-9} \text{ C}$ 1 分

$$q_2 = \frac{r_2 Q}{r_1 + r_2} = -6.67 \times 10^{-9} \text{ C} \quad 1 \text{ 分}$$

$$(2) \quad \sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2} = -2.6 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2} = -1.3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

$$(3) \quad \text{两球电势: } U_1 = U_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} = -3.0 \times 10^3 \text{ V} \quad 2 \text{ 分}$$

$$4. \quad \text{解: (1) } \Phi(t) = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_{a+vt}^{a+b+vt} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{a+b+vt}{a+vt}$$

$$\epsilon_1 = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I l v}{2\pi} \left(\frac{1}{a+vt} - \frac{1}{a+b+vt} \right) \quad 4 \text{ 分}$$

方向沿 $ABCD$ 即顺时针. 1 分

$$(2) \quad \epsilon_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \cdot \frac{dI}{dt} \\ = -\frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \cos \omega t \quad 4 \text{ 分}$$

以顺时针为正方向. 1 分