A

北京航空航天大学

2017－2018 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试 卷（A）

班 号______________学号__________________姓名__________

任课教师______________考场__________________成绩__________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成 绩								
阅卷人								
校对人								

2018 年 06 月 28 日

A

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 $D=\{(x,y)\mid(x-1)^2+(y-1)^2=2\}$， 则 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 在极坐标系下为（　　）.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2(\sin\theta+\cos\theta)}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}f(r\cos\theta+1,r\sin\theta+1)dr$

C. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}d\theta\int_0^{2(\sin\theta+\cos\theta)}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$　D. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}d\theta\int_0^{2\sqrt{2}}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$

2. 积分 $\int_L xy^2dx+y\varphi(x)dy$ 与路径无关, 其中 φ 有连续导数, $\varphi(0)=0$. 则 $\varphi(x)=$（　　）.

A. x^2　B. x^2+C;　C. $2x^2$;　D. 0.

3. Σ 为椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1\,(a,b,c>0)$，取外侧． Σ_1 为右半椭球面．则（　　）.

A. $\iint\limits_{\Sigma}ydS=2\iint\limits_{\Sigma_1}ydS$;　B. $\iint\limits_{\Sigma}ydzdx=2\iint\limits_{\Sigma_1}ydzdx$;

C. $\iint\limits_{\Sigma}y^2dzdx=2\iint\limits_{\Sigma_1}y^2dzdx$;　D. $\iint\limits_{\Sigma}ydzdx=0$.

4. Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$，取外侧. Σ_1 为上半球面；Σ_2 为下半球面；Σ_3 为 xOy 平面上的圆盘 $x^2+y^2\le 1$，取上侧. Γ 为 xOy 平面上的圆周 $x^2+y^2=1$，从 z 轴正向来看为逆时针方向. 则与 $\oint_\Gamma xydx+yzdy+zxdz$ **不相等**的为（　　）.

A. $-\iint\limits_{\Sigma_1}ydydz+zdzdx+xdxdy$;　B. $-\iint\limits_{\Sigma_2}ydydz+zdzdx+xdxdy$;

C. $\iint\limits_{\Sigma_2}ydydz+zdzdx+xdxdy$;　D. $-\iint\limits_{\Sigma_3}ydydz+zdzdx+xdxdy$.

5. 设 $u(x,y,z)$ 为连续函数，Σ 是以 $M(x_0,y_0,z_0)$ 为中心，半径为 R 的球面，极限 $\lim\limits_{R\to 0^+}\frac{1}{4\pi R^2}\iint\limits_{\Sigma}u(x,y,z)dS=$（　　）.

A. $u(x_0,y_0,z_0)$；　B. $u(0,0,0)$；　C. $\frac{4u(x_0,y_0,z_0)}{3}$；　D. $\frac{u(x_0,y_0,z_0)}{2}$.

A

二、计算题（每小题 5 分，满分 30 分）

1.．设向量场 $\overrightarrow{F}(x,y,z)=(2x,-4y,8z)$，求此向量场的旋度.

2. 计算 $\int_0^1 dx\int_x^1 x\sin(y^3)dy$

3. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(z+2x+3y)dxdydz$，其中 $\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 2z\}$.

4. 计算$\oint_L (\frac{3}{10}x^2+\frac{2}{5}y^2)ds$，其中$L$为椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$, l是椭圆的周长.

5. 计算$\int_L 2xydx+x^2dy$，其中L为有向折线OAB. 这里$O(0,0), A(1,0), B(1,1)$.

6. 设Σ是圆柱面$x^2+y^2=1\,(0\le z\le 1)$，计算$\iint\limits_{\Sigma}\sqrt{1-x^2}\,dS$

三、（10 分） 计算第二型曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}\cos x dydz+\sqrt{1-y^2}dzdx+zdxdy$，其中$\Sigma$为 上半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$，取上侧.

四、（10 分）（利用 Green 公式）

计算$\oint_L \frac{xdy-ydx}{2x^2+3y^2}$, 其中 $\boldsymbol{L}$ 是以 $(1,1)$ 为中心, 4 为半径的圆周, 取逆时针方向.

五、（10 分）(利用 Gauss 公式)

计算 $\iint\limits_{\Sigma} x(z-2y+1)dydz + y(x-z+2)dzdx + z(2y-x-1)dxdy$，其中$\Sigma$是曲面

$z=\sqrt{x^2+y^2}\,(0\le z\le 1)$，取下侧.

六 、（10 分）(利用 Stokes 公式) 计算$\oint_\Gamma (3y+2e^x)dx+(3z-y^2)dy+(3x+4e^z)dz$,其中$\Gamma$是$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=R^2, \\ x+y-z=0. \end{cases}$从$z$轴正向看$\Gamma$为逆时针方向.

七、（10 分）确定函数 $f(x),g(x)$ 满足 $f(0)=0,g(0)=1$，且使得下面曲线积分与路径无关：$\int_L\left[\frac{g(x)}{2}y^2-4f(x)y\right]dx+\left[f(x)y+g(x)\right]dy+zdz$.