基础物理学 A1
2025年春季学期

谢柯盼
kpxie@buaa.edu.cn
物理学院

第一章 质点运动学

§1-1 质点、参考系与坐标系

§1-2 位置矢量与轨道方程

§1-3 位移、速度、加速度

§1-4 质点运动学的两类问题

§1-5 圆周运动与一般曲线运动

§1-6 相对运动

§1-1 质点、参考系与坐标系

质点：有质量但不存在体积的点

- 当物体的大小和形状对于所研究的问题来说不重要时所抽象出来的理想模型，有相对性

思考：下列物体哪些能视为质点，哪些不能？

- 绕太阳转动的地球，在研究其轨道形状和周期时
- 正在有丝分裂的细胞，研究其纺锤体时
- 从南京开往北京的高铁，在研究其运行时刻表时
- 从南京开往北京的高铁，在车厢内寻找座位时

物体能否抽象为质点，不取决于其绝对大小，而取决于其大小和形状是否对所研究的内容来说可忽略

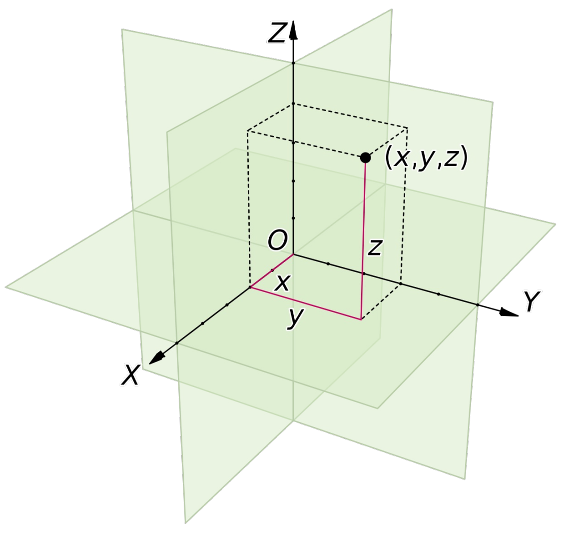
当所研究的物体的大小形状不可忽略时，我们会将其抽象为质点系，即若干质点的集合

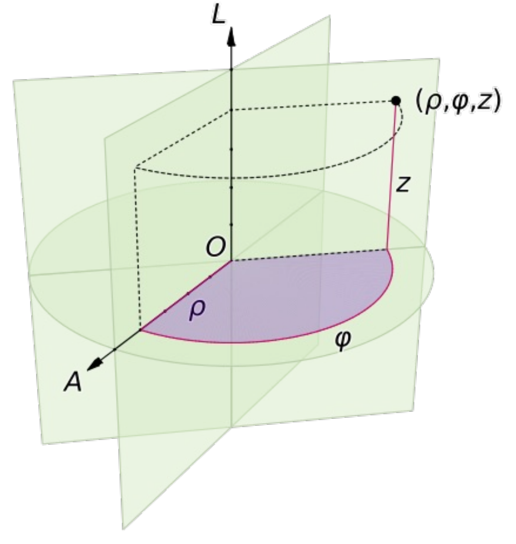
参考系与坐标系

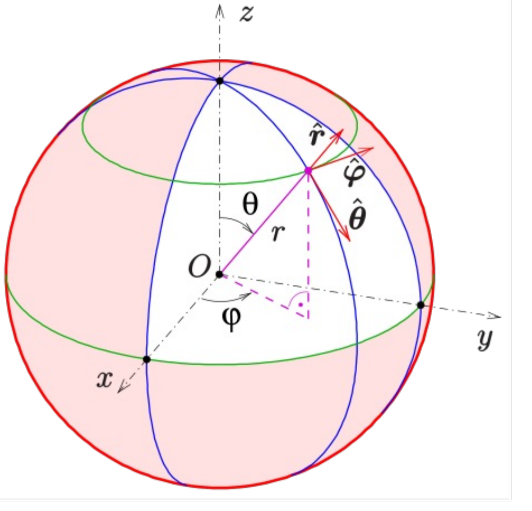
1. 参考系：描述物体运动时选作参考的物体
2. 坐标系：固结在参考系上的有刻度的曲线族，是实物构成的参考系的**数学抽象**

同一参考物体上可以建立**多个**相对静止的坐标系

常见坐标系：

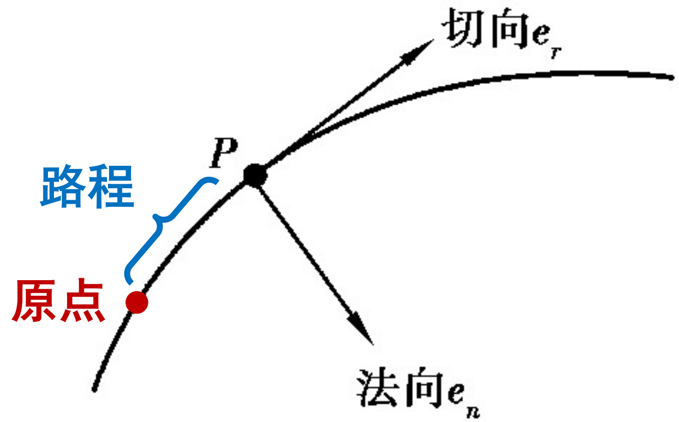




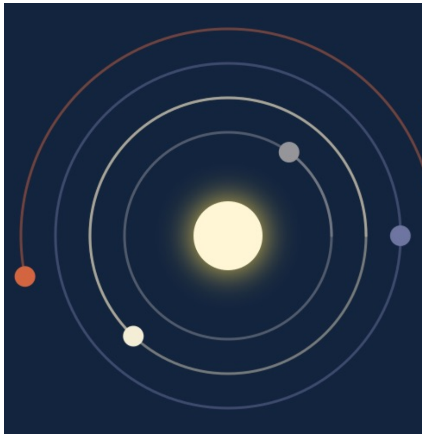


*详细公式见上节课课件

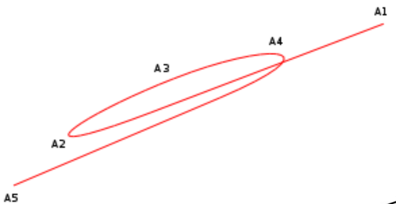
自然坐标系：在已知轨迹形状的情况下建立
取轨迹上任一点为原点O，由路程s一个变量即可确定质点位置



在此坐标中，切向矢量$\vec{e}_\tau$和法向矢量$\vec{e}_n$随着位置变化
典型例子：

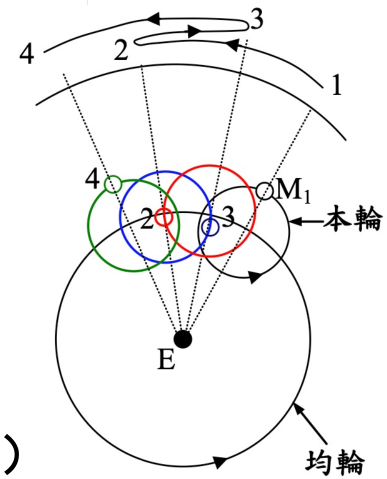


恰当选取参考系，对于研究问题有极大帮助



夜空中火星的“逆行”现象，如何解释？

托勒密（2世纪）



托勒密地心说：

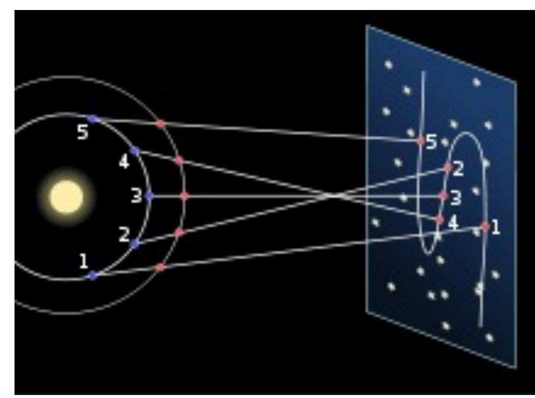
以地球为参考系，太阳和火星都在绕地球转，火星在均轮的基础上还绕着本轮转，由此造成视觉上的逆行

VS

哥白尼日心说：

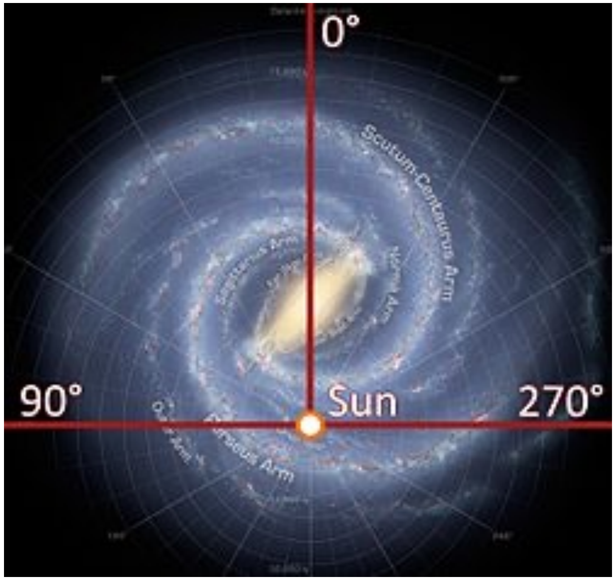
以太阳为参考系，地球和火星都在绕太阳转，地球与火星的相对运动导致视觉上逆行

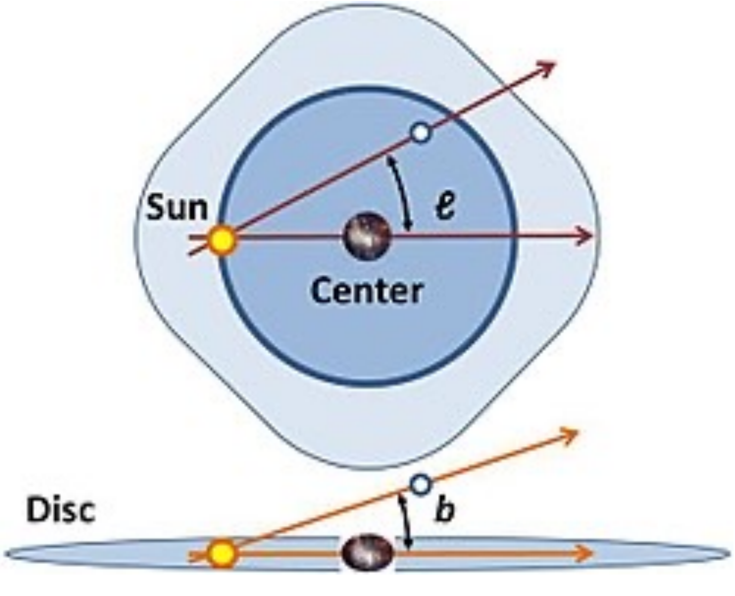
哥白尼（16世纪）



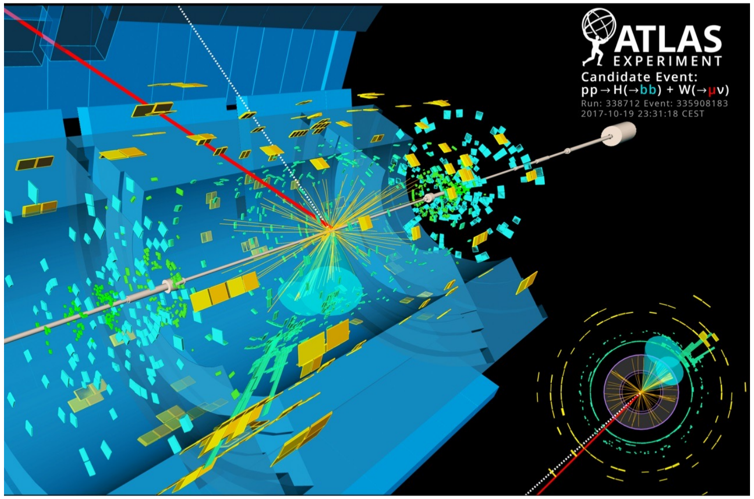
恰当建立**坐标系**，对于研究问题有极大帮助

天文学：银道坐标系



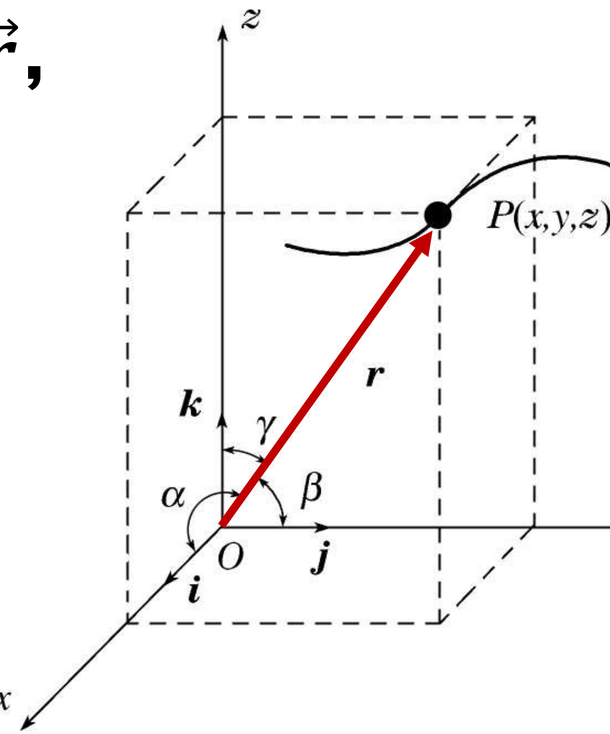


高能粒子对撞机：柱坐标系



§ 1-2 位置矢量与轨道方程

位置矢量：从原点指向质点的矢量$\vec{r}$，简称位矢，亦称矢径



在直角坐标系内，位矢可分解为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

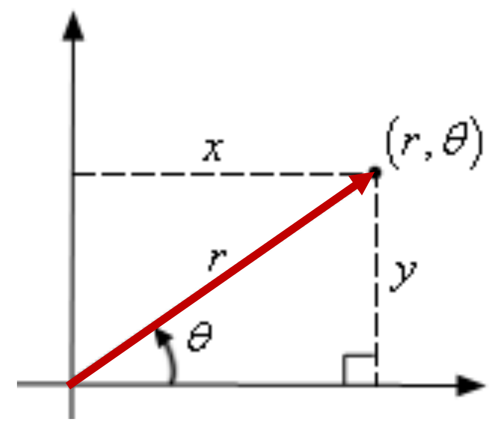
位矢大小为

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

三个方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\vec{r}|};\quad \cos\beta = \frac{y}{|\vec{r}|};\quad \cos\gamma = \frac{z}{|\vec{r}|}$$

满足$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$



在平面极坐标系内，$\vec{r} = r\vec{e}_r$，而$\vec{e}_r$与极角θ有关

轨道方程：质点位矢随时间变化的方程$\vec{r}(t)$

直角坐标系

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

方向矢量为常量；分量方程$x(t)$、$y(t)$、$z(t)$

平面极坐标系

$$\vec{r}(t) = r(t)\vec{e}_r\big(\theta(t)\big)$$

方向矢量是$\vec{e}_r$角度θ的函数；分量方程$r(t)$、$\theta(t)$

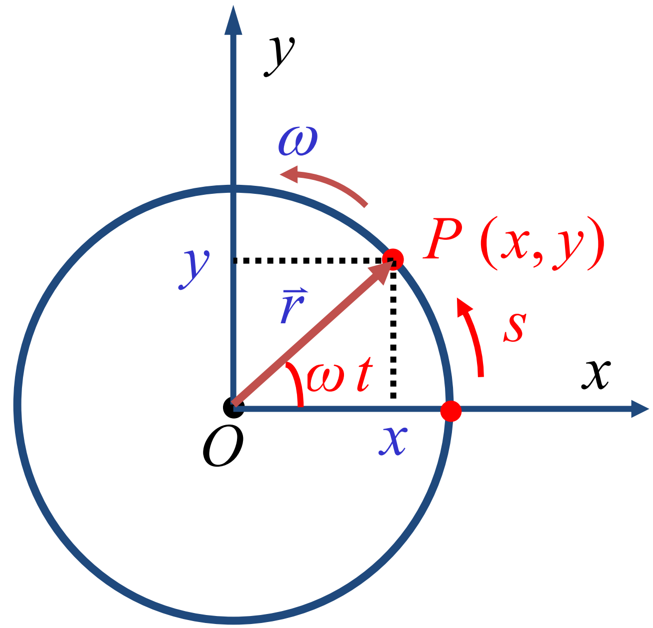
自然坐标系$s(t)$

注意"轨迹方程已知"这一信息，减少了自由度

原则上由$s(t)$可给出$x(t)$、$y(t)$、$z(t)$，表达式取决于轨道形状

运动轨迹：从轨道方程中消去时间t，即得到质点在空间中的轨迹。如平面曲线$f(x,y) = 0$或$r(\theta)$等

例：一质点做匀速圆周运动，半径为R，角速度为ω，初始时刻位于x轴。求用直角坐标、极坐标、自然坐标表示的轨道方程和运动轨迹。



解：直角坐标下，分量方程为

$$x(t) = R\cos\omega t$$
$$y(t) = R\sin\omega t$$

轨迹$x^2 + y^2 = R^2$

极坐标下，分量方程为

$$r(t) = R$$
$$\theta(t) = \omega t$$

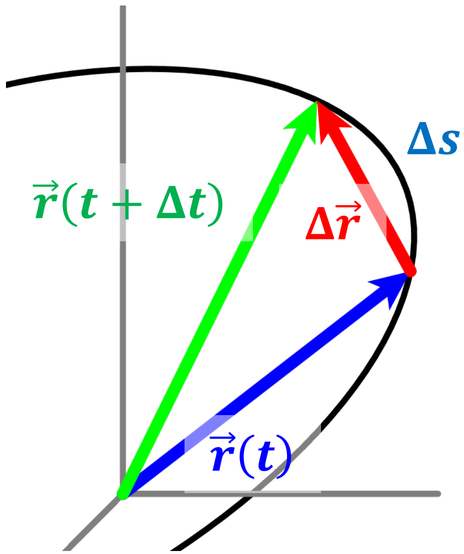
轨迹$r = R$

自然坐标下路程为$s(t) = \omega t R$，轨迹为半径R的圆

§ 1-3 位移、速度、加速度

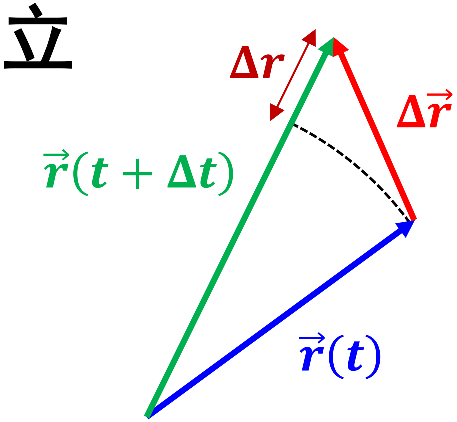
位移：质点的位矢在一段时间之内的变化

是过程量，反映质点在运动中距离与方位的改变



$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$$

1. 位移是矢量，路程是标量
2. 一般而言，$|\Delta\vec{r}|\neq|\Delta s|$
3. 更具体的关系是$|\Delta\vec{r}|\leq|\Delta s|$，等号仅对单向直线运动成立
4. 注意区分$|\Delta\vec{r}|$与Δr



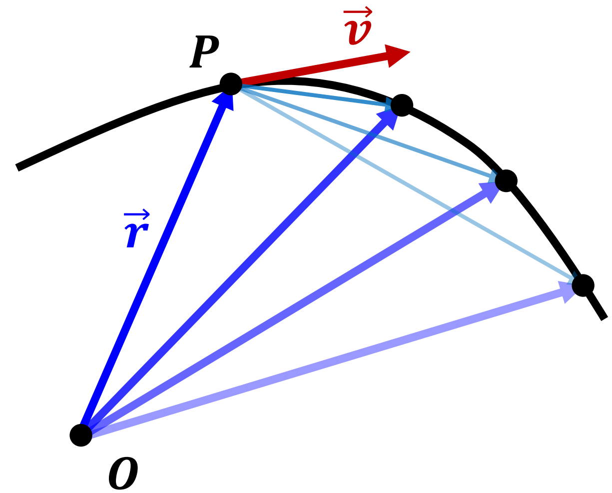
$\vec{r}$是位矢，$\Delta\vec{r}$是位矢的改变

r是位矢的大小，Δr是质点到原点距离的改变，一般而言$|\Delta\vec{r}|\neq\Delta r$

仅当质点完全沿着位矢所在直线运动时才有$|\Delta\vec{r}|=\Delta r$

质点在Δt时间内的平均速度

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



t时刻的瞬时速度（简称速度）

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

速度是状态量，表征质点运动的快慢和方向，是矢量，总是沿着轨迹的切线方向

平均速率$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$，是标量，是路程与时间的比值

瞬时速率$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，简称速率

重要：在$\Delta t \to 0$时，$|\mathrm{d}\vec{r}|$和$\mathrm{d}s$是等价无穷小

故$v \equiv |\vec{v}|$，即速率等于速度的大小

例：质点在空间中作一般曲线运动，平均速度为$\overline{\vec{v}}$，瞬时速度为$\vec{v}$，平均速率为$\overline{v}$，瞬时速率为v，则它们之间的关系必定有：

A. $\left|\overline{\vec{v}}\right| = \overline{v}$，$|\vec{v}| = v$

B. $\left|\overline{\vec{v}}\right| = \overline{v}$，$|\vec{v}| \neq v$

C. $\left|\overline{\vec{v}}\right| \neq \overline{v}$，$|\vec{v}| \neq v$

D. $\left|\overline{\vec{v}}\right| \neq \overline{v}$，$|\vec{v}| = v$

解：对一般曲线运动而言，平均速度大小、瞬时速度大小、平均速率、瞬时速率这4个**标量**，只有$|\vec{v}| = v$恒成立，其他量**不能**建立等式。

故选**D**。

对于**单向不折返**的直线运动，位移大小等于路程，存在一额外关系式$\left|\overline{\vec{v}}\right| = \overline{v}$。

直角坐标系位矢$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

速度为$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}\vec{k}$

或简记为$\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k}$

物理学家喜欢在变量上加点来表示**时间**导数

例：已知质点位矢随时间变化的函数为

$$\vec{r} = R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j}$$

其中ω和R为常数。求其速度和速率。

解：对位矢求导，得到速度

$$\vec{v} = -R\omega\sin\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j}$$

速率是速度的大小，

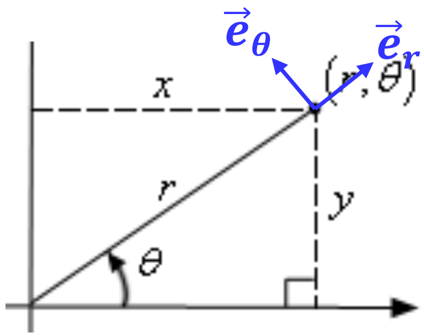
$$v = |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2\sin^2\omega t + R^2\omega^2\cos^2\omega t} = R\omega$$

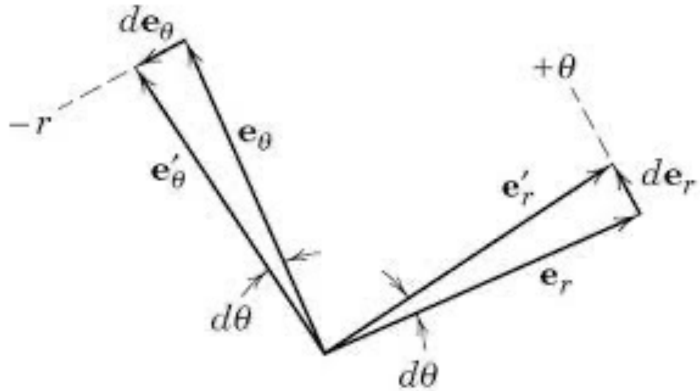
极坐标位矢$\vec{r}(t) = r(t)\vec{e}_r(\theta(t))$

速度为$\vec{v}(t) = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\vec{e}}_r$

方向矢量的时间导数$\dot{\vec{e}}_r = \dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}\theta}\dot{\theta}$

考虑极角θ增量$\mathrm{d}\theta$，导致方向矢量变化$\mathrm{d}\vec{e}_r$及$\mathrm{d}\vec{e}_\theta$





$\mathrm{d}\theta \to 0$时，$\mathrm{d}\vec{e}_r$趋于与$\vec{e}_r$垂直，且长度约为$\mathrm{d}\theta$

故$\dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}\theta} = \vec{e}_\theta$，即对$r$方向矢量求导即得到$\theta$方向矢量

自行证明$\dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_\theta}{\mathrm{d}\theta} = -\vec{e}_r$

径向 横向

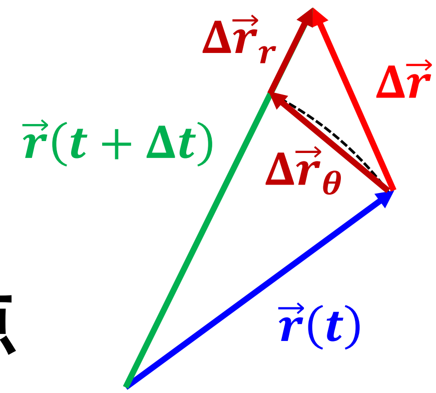
据此可得$\vec{v}(t) = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta \equiv \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$

$\vec{v}=\dot{r}\vec{e}_r+r\dot{\theta}\vec{e}_\theta\equiv\vec{v}_r+\vec{v}_\theta$，速度的径横向分解

几何意义：“位移三角形”

$$\Delta\vec{r}=\Delta\vec{r}_r+\Delta\vec{r}_\theta$$

径向　横向



- 径向速度$\vec{v}_r=\frac{\mathrm{d}\vec{r}_r}{\mathrm{d}t}=\dot{r}\vec{e}_r$，描述质点靠近或远离原点的趋势
- 横向速度$\vec{v}_\theta=\frac{\mathrm{d}\vec{r}_\theta}{\mathrm{d}t}=r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$，描述质点绕原点转动的趋势

再次注意Δr与$|\Delta\vec{r}|$的差别

- $\Delta r=|\Delta\vec{r}_r|$恒成立
- 一般而言$|\Delta\vec{r}_r|\neq|\Delta\vec{r}|$，径向位移大小与总位移大小无必然联系
- 当且仅当$\vec{v}_\theta=\vec{0}$时，才有$|\Delta\vec{r}_r|=|\Delta\vec{r}|$

例：令$\vec{r}$为平面运动质点的位矢，$r=|\vec{r}|$，当$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$且$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq 0$时，可推断质点所做的运动为：

A. 匀速直线运动

B. 圆周运动

C. 匀速率的圆周运动

D. 无法判断运动性质

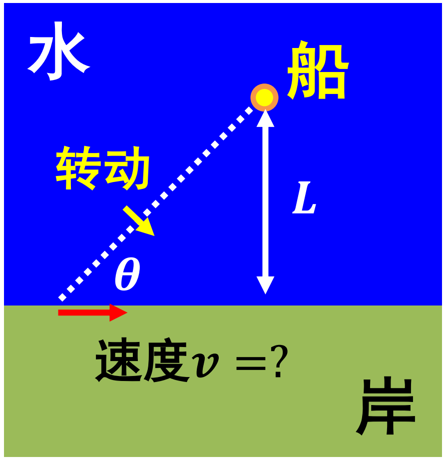
解：由$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$可知质点离原点距离不变，

又由$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq 0$可知其并非静止，

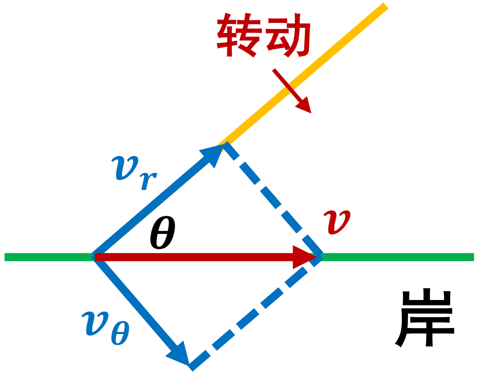
故属于圆周运动；但不能判断是否为“匀速率”。

故选B。

例：距河岸L处有一艘静止的船，船上的探照灯以ω的角速度转动。当光束与岸边夹角为θ时，求岸边光斑的移动速度。



解：速度v可进行径横向分解



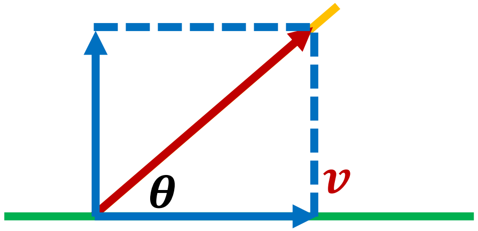
横向速度大小$v_\theta = v\sin\theta$，为光斑的转动趋势描述

又由转动特性知线速度$v_\theta = R\omega$

由几何关系知$R = L/\sin\theta$

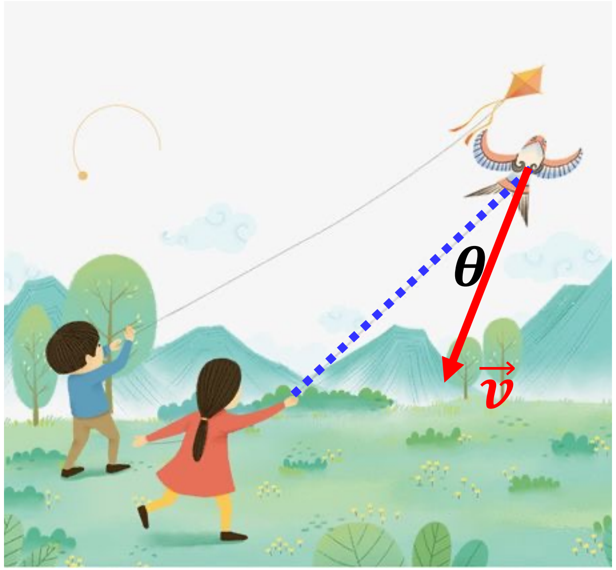
联立解得$v = L\omega/\sin^2\theta$

错误分解示例



思考：错在哪？

例：小红以恒定速率v_0收绳，当风筝速度与绳夹角为θ时，求其总速度v大小。



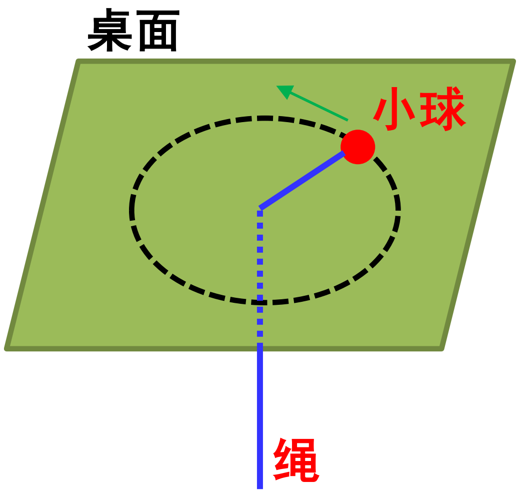
解："恒定速率v_0收绳"隐含着风筝与原点距离变化率

$$\dot{r} = -v_0$$

等价地，径向速度$v_r = -v_0$

故可知$v = v_0/\cos\theta$

同类型问题变种：



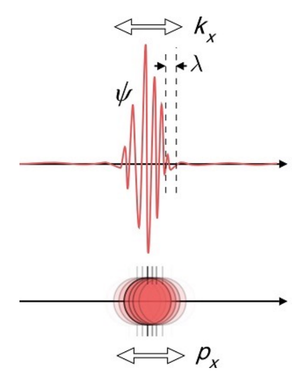
人们对运动的认识演变

前5世纪：芝诺

飞矢不动：每一时刻，箭都必须占据空间中一个确定的位置，故它是静止的。因此，箭不可能处于运动状态。

17世纪：牛顿，莱布尼茨

微积分：每一时刻，质点有确定的位置，同时它也有运动到下一个位置的趋势——速度是位置的导数。二者并不矛盾。



20世纪：海森堡，玻恩，薛定谔

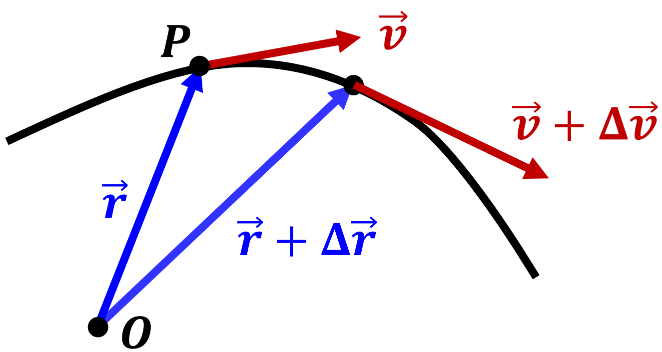
量子力学：微观粒子不能同时具有确定的位置和速度，受量子不确定原理的制约

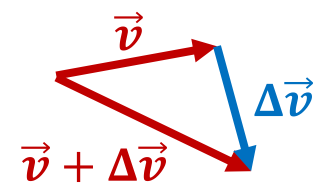
质点在Δt时间内的平均加速度

$$\vec{\bar{a}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

t时刻的瞬时加速度（简称加速度）

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$





加速度表征质点速度变化的快慢和方向，是矢量，总是指向轨迹凹的一面，一般不沿着轨迹切线

加速度$\vec{a}$是速度$\vec{v}$的导数，是位矢$\vec{r}$的二阶导数

加速度有两种常见分解方式：径横向、切法向

径向和横向分解：平面极坐标，代数运算直接给出

已知：$\vec{r} = r\vec{e}_r$及$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$

则$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \left(\ddot{r}\vec{e}_r + \dot{r}\dot{\vec{e}}_r\right) + \left(\dot{r}\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta + r\dot{\theta}\dot{\vec{e}}_\theta\right)$

利用链式法则知

$$\dot{\vec{e}}_r = \frac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{e}_r}{\mathrm{d}\theta}\dot{\theta} = \vec{e}_\theta\dot{\theta}$$

$$\dot{\vec{e}}_\theta = \frac{\mathrm{d}\vec{e}_\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{e}_\theta}{\mathrm{d}\theta}\dot{\theta} = -\vec{e}_r\dot{\theta}$$

最终得出

径向 横向

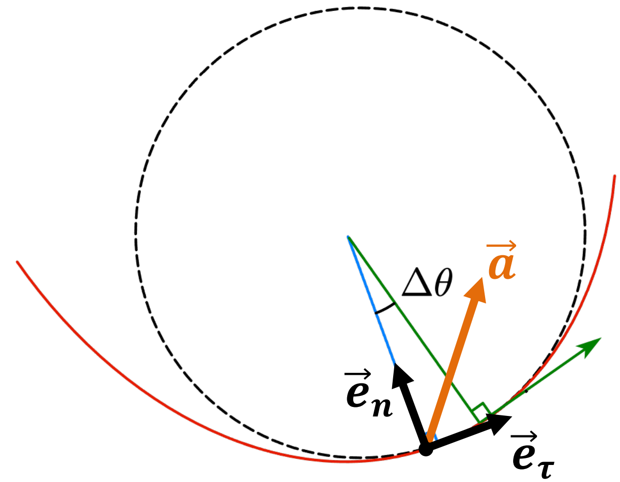
$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta \equiv \vec{a}_r + \vec{a}_\theta$$

很多运动满足$\vec{a}_\theta = \vec{0}$，例如行星绕日运动，由于万有引力沿$-\vec{e}_r$方向，$\vec{e}_\theta$方向的受力为零

切向和法向分解：加速度一般不沿切线方向，故同时存在切向和法向分量

$$\vec{a} = a_\tau \vec{e}_\tau + a_n \vec{e}_n \equiv \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

切向　　法向



$\vec{a}_\tau$反映速度大小的变化趋势

$\vec{a}_n$反映速度方向的变化趋势

在二阶精度，可将一般曲线路径近似为圆弧

半径ρ称曲率半径

且$\dot{\theta}$为“角速度”v/ρ

可得$\vec{a} = \dot{v}\vec{e}_\tau + \dfrac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$

切向　法向

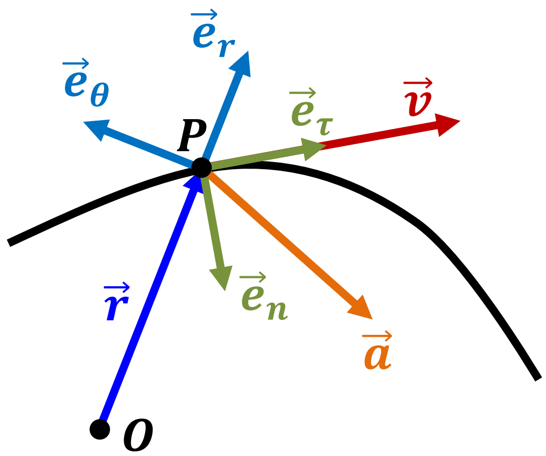
速度只有切向分量

即$\vec{v} = v\vec{e}_\tau$

故$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \dot{v}\vec{e}_\tau + v\dot{\vec{e}}_\tau$

由$\dot{\vec{e}}_\tau = \dfrac{\mathrm{d}\vec{e}_\tau}{\mathrm{d}\theta}\dot{\theta} = \vec{e}_n\dot{\theta}$（仿极坐标情形，自行推导）

“径横向”和“切法向”两种不同分解的比较



径向和横向分解是相对于坐标原点而言的

是与原点有关的运动趋势，与坐标原点的取法有关

速度和加速度均可以作径横向分解

切向和法向分解则是相对于轨迹形状而言的，

是与轨迹的局域性质有关的运动趋势，只与轨迹本身的形状有关

速度只有切向分量，加速度可以作切法向分解

一般情况下两种分解并不重合，除非原点正好取在曲率圆的圆心

- a_τ可以小于零，表示在切向减速
- $a_n = v^2/\rho$可以逆着用于求曲率半径

例：质点作一般曲线运动，$\vec{r}$为位矢，$\vec{v}$为速度，$\vec{a}$为加速度，s为路程，$\vec{a}_\tau$为切向加速度，则下列表达式

(1) $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = a$, (2) $|\mathrm{d}r/\mathrm{d}t| = v$,

(3) $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = v$, (4) $|\mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t| = |a_\tau|$,

哪些是正确的？

解：$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$是速率变化率，恒等于切向加速度a_τ，而a是完整的加速度大小，故(1)错误；

$\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$是位矢长度变化率，它恒等于径向速度v_r，而v是完整的速度大小，故(2)错误；

$\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$是速率，它恒等于速度大小，故(3)正确；

$\mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t$是完整的加速度，它的模大于切向加速度大小，故(4)错误。

直角坐标系下的位移、速度、加速度表达式

位矢$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

- 在国际单位制下，位置坐标的单位是m

速度$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k}$

即$v_x(t) = \dot{x}(t)$，$v_y(t) = \dot{y}(t)$，$v_z(t) = \dot{z}(t)$

- 在国际单位制下，速度的单位是m/s

加速度$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \dot{v}_x(t)\vec{i} + \dot{v}_y(t)\vec{j} + \dot{v}_z(t)\vec{k}$

即$a_x(t) = \dot{v}_x(t)$，$a_y(t) = \dot{v}_y(t)$，$a_z(t) = \dot{v}_z(t)$

或$\vec{a}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j} + \ddot{z}(t)\vec{k}$

即$a_x(t) = \ddot{x}(t)$，$a_y(t) = \ddot{y}(t)$，$a_z(t) = \ddot{z}\,(t)$

- 在国际单位制下，加速度的单位是$\mathrm{m/s^2}$

在经典力学的绝大部分情况下，$\vec{r}(t)$都是足够“好”的函数，连续且n阶可微

可定义$\vec{j}(t)=\dot{\vec{a}}(t)=\dddot{\vec{r}}(t)$，称为**急动度**

反映了物体受力的变化率，有些工程问题需要

如汽车、火车的急动度太大会导致乘客晕车

一般情况下，位置、速度、加速度已经可以完整描述质点的运动，因为加速度与**受力**直接相关

- 在力有突变时，加速度可以近似视为**不连续**

§1-4 质点运动学的两类问题

微分：已知位置求速度，已知速度求加速度

- $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$
- $\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$

例：已知质点位矢随时间变化的函数为

$$\vec{r} = R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j}$$

其中ω和R为常数。求其加速度。

解：对位矢求导，得到速度

$$\vec{v} = -R\omega\sin\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j}$$

再求导，得到加速度

$$\vec{a} = -R\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - R\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$$

可知$\vec{a}$大小为$R\omega^2$，且时刻与$\vec{r}$反向，与$\vec{v}$垂直

例：质点作曲线运动，速率v与路程s的关系为

$$v = 1 + s^2 \ (\mathrm{SI})$$

则其切向加速度a_τ可用路程表示为__________ (SI)。

解：用链式法则

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(1 + s^2\right) = 2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = 2sv$$

代入$v = 1 + s^2$，得到

$$a_\tau = 2s\left(1 + s^2\right)$$

1. 是“代入”不是“带入”，代为代换、代替之意
2. 题目里出现(SI)字样时，意味着出现的数值默认取国际单位制，如$v = 10$ (SI)等价于$v = 10\ \mathrm{m/s}$
3. 自己答题时不可以用(SI)来略去单位，因为单位也是考察的一环。<u>考试中自行写(SI)会扣分</u>

积分：已知加速度求速度，已知速度求位置

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}(t_2)-\vec{v}(t_1)=\int_{t_1}^{t_2}\vec{a}(t)\mathrm{d}t$$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t_2)-\vec{r}(t_1)=\int_{t_1}^{t_2}\vec{v}(t)\mathrm{d}t$$

是<u>定积分</u>！不要忘记积分上下限

特例：$\vec{v}$为常量时，$\Delta\vec{r}=(t_2-t_1)\vec{v}$，即匀速直线运动

特例：$\vec{a}$为常量时，可得到

$\Delta\vec{v}=(t_2-t_1)\vec{a}$，$\Delta\vec{r}=(t_2-t_1)\vec{v}(t_1)+(t_2-t_1)^2\vec{a}/2$

即匀加速运动

一般情况下，必须计算积分才能得到正确结果， $\vec{a}$、$\vec{v}$、$\vec{r}$之间无其他简单关系

常见错误集锦

$\Delta\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) t \mathrm{d}t$ 多乘了一个t

$\Delta\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\vec{a}(t)}{2} t^2 \mathrm{d}t$ 匀加速直线运动公式与一般公式的杂糅

$\Delta\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) t \mathrm{d}t$ 多乘了一个t

$v^2(t) = 2a(t)x(t)$或
$\vec{v}^2(t) = 2\vec{a}(t)\cdot\vec{r}(t)$ 生搬硬套匀加速直线运动的结论到一般曲线运动

$\vec{r}(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t) \mathrm{d}t$ 忘记初始位置$\vec{r}(t_1)$

例：初始时刻，质点位于原点，速度大小为v_0，方向与x轴夹角为θ，加速度大小为g，方向与y轴相反，求其运动轨迹。

解：由题意，初速度为

$$\vec{v}_0 = v_0(\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j})$$

加速度为$-g\vec{j}$。故t时刻速度为

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}(t')\mathrm{d}t' = v_0\cos\theta\,\vec{i} + (v_0\sin\theta - gt)\vec{j}$$

再将积分得到位置

$$\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t')\mathrm{d}t' = v_0 t\cos\theta\,\vec{i} + \left(v_0 t\sin\theta - \frac{g}{2}t^2\right)\vec{j}$$

据此可知$x(t)$和$y(t)$。消去时间得到轨迹

$$gx^2 - xv_0^2\sin 2\theta + 2yv_0^2\cos^2\theta = 0$$

此即斜抛运动中的抛物线轨迹

本次课小结

质点的概念，如何描述质点的位置（坐标系）

位置和位移，$|\Delta\vec{r}|$和$|\Delta s|$是等价无穷小

速度的径向和横向分解，$|\Delta r|$和$|\Delta\vec{r}|$的区别

加速度的径向和横向、切向和法向分解

- 由<u>速度</u>和<u>法向加速度</u>可推知曲率半径

平面极坐标系下的诸关系式

微分关系$\vec{v}(t)=\dot{\vec{r}}(t)$，$\vec{a}(t)=\dot{\vec{v}}(t)=\ddot{\vec{r}}(t)$

反过来，求定积分可以由$\vec{a}(t)$推知$\vec{v}(t)$，由$\vec{v}(t)$推知$\vec{r}(t)$，但要注意积分式别写错，积分常数别弄丢

第一章作业

1.1, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8, 1.11, 1.12, 1.16, 1.18, 1.19

作业扫描提交至spoc.buaa.edu.cn，助教线上批改

提交时间段：2月28日0:00至3月14日00:00
以系统时间戳为准，原则上不接受其他解释

有些题目需用到下周讲授的知识，可等下周讲完再做
时间节点：下次课（3月4日，周二）讲完第一章，并且开始第二章的讲授