主要内容

- 1.1 逻辑运算
  - 对象、运算、关系
- 1.2 命题逻辑合式公式
- 1.3 谓词逻辑合式公式
- 1.4 自然语言命题

命题逻辑表达的局限性

- 自然语言： “北京是大城市” “上海是大城市”， “西安是大城市”
- 命题逻辑：三个原子命题p、q、r
- 存在问题：虽然这三个命题表达了相同类型的断言，但是从*p, q, r*三个命题变元看不出来他们代表的断言类型是相同的。
- 命题逻辑在知识的表达和推理上有一定的局限性，因此需要引入谓词逻辑。

谓词

- **定义1.3.1** 表示事物性质和事物关系的词统称为谓词
  - n 元谓词表示成 $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots, \boldsymbol{x}_n)$，其中$\boldsymbol{Q}$是谓词，$\boldsymbol{x}_i$是个体
  - $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$表示一元谓词，$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$表示二元谓词

- **定义1.3.2** 表示所有个体都具有某种性质的词称为全称量词，记为∀；表示至少有一个个体具有某种性质的词称为存在量词，记为∃。

谓词

- 在逻辑学中，将命题中表示思维对象的词称为主词，将表示对象性质的词称为谓词。
- 例1.1 考察下面的命题：

1. 张华是学生。
2. 李明是学生。
    - 两个命题的主词分别是“张华”和“李明”，
    - 谓词都是“是学生”。
    - a：张华 b：李明 $H(x)$：x 是学生
- 这两个命题分别表示为 $H(a)$ 和 $H(b)$，这样的表示就显示了这两个命题有相同谓词的特征。

论域、个体（常元、变元）

- 研究的对象组成了一个非空集合，称这个非空集合为论域。例如，点、线、面、体组成了几何学的论域，数论的论域是正整数集合。对论域的唯一要求是它不能为空集。
- 论域中的元素称为个体。
- 论域的子集可看做从论域到集合 $\{0,1\}$ 的函数，称这样的函数为论域上的一元谓词。例如，设论域是自然数集，偶数集可看作如下定义的一元谓词 E：

$$E(x)=\begin{cases}1 & \text{若 } x \text{ 是偶数}\\ 0 & \text{若 } x \text{ 是奇数}\end{cases}$$

- 其中的变元 x 取论域中的元素，即个体为值，故称其为个体变元。表示具体个体的符号，称为常元。

二元谓词

- 考察下面的命题：

  张华的父亲爱张华。

  a：张华　　$f(x) = x$ 的父亲　　$L(x, y)$：x 爱 y

- 该命题表示为 $L(f(a), a)$。
- 取所有人组成的集合为论域 D。
- L 表示人与人之间的关系，可看作从 D^2 到 $\{0, 1\}$的函数，称为二元谓词。若 x 爱 y，则 $L(x, y) = 1$，否则 $L(x, y) = 0$。
- f 表示从论域 D 到 D 的一元函数，对每个人 x，f (x) 是 x 的父亲。
- 函数与谓词的区别在于：对于一元函数 f，$f(x)$ 是论域中的元素；对于一元谓词 P，$P(x)$ 是 0 或 1。

二元谓词

- 需要注意：这里的函数 f 是单值函数，并且 f 的自变量和函数值都取自同一个集合 D，还要求 f 是全函数，即对于任意 $x \in D$，$f(x)$ 有定义。
- 因此，用 $f(x)$ 表示 x 的父亲确实定义了一个函数，因为每个人都有唯一的父亲，并且任何人的父亲也是人。
- 如果用 $f(x)$ 表示 x 的舅舅，那么并没有定义一个函数，因为有的人有多个舅舅，即 f 不是单值函数，并且有的人没有舅舅，即 f 不是全函数。
- 自变量和函数值都取自同一个集合 D 的函数称为 D 上的运算。

二元谓词-例子

- 例1.2 2 与 3 之和小于 2 与 3 之积。

取正整数集合为论域 D。

a：2　　　　b：3

$f(x, y) = x + y$　$g(x, y) = x \times y$

$L(x, y)$：　$x < y$

该命题可表示为 $L(f(a, b), g(a, b))$，这是一个真命题。

这里 f 和 g 分别表示的加法和乘法是正整数集合上的二元运算，而减法 – 不是正整数集合上的二元运算，因为 $1 - 2 = -1$，-1 不是正整数。

多元谓词

- 有时需要三元谓词、四元谓词等。
- 例1.3 考察下面的命题：

  郑州在北京和广州之间。

取城市的集合为论域。

a：郑州　　b：北京　　c：广州

$B(x, y, z)$：x 在 y 和 z 之间

该命题可表示为 $B(a, b, c)$，这是一个真命题。

$B(b, a, c)$ 表示北京在郑州和广州之间，这是一个假命题。

全称量词

- 例1.4 考察下面的命题：

  所有的人都是男人。

  - 这是一个假命题。
  - 取所有人组成的集合为论域 D。$M(x)$：x 是男人。
  - 该命题的意思是：取 x 为任意人， $M(x)=1$。
  - 该命题不能表示为 $M(x)$， $M(x)$ 没有确定的真值，不是命题。
  - 该命题不能表示为 $M(a)$， $M(a)$ 的意思是 a 所指的那个人是男人。
  - 需要引进全称量词 $\forall$。称 $\forall x$ 为关于 x 的全称量词，读做"凡 x"，"所有的 x"，"每个 x"。
  - 该命题可表示为 $\forall x M(x)$。

存在量词

- 例1.5 考察下面的命题：
- 有的人是男人。
  - 这是一个真命题。
  - 取所有人组成的集合为论域 D。 $M(x)$：x 是男人。
  - 该命题的意思是：至少有一个人 x 使得 $M(x)=1$。
  - 需要引进存在量词 $\exists$。称 $\exists x$ 为关于 x 的存在量词，读做 “有 x”， “至少有一个 x”， “存在x”。
  - 该命题可表示为 $\exists x M(x)$。

语法：字符集

- **定义1.3.3**
- 逻辑符号包括变元、联接词、量词、逗号以及括号等：
  - 变　元：$x_1, x_2, \ldots$
  - 联接词：$\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, \oplus$
  - 量　词：$\forall, \exists$
  - 逗　号：$,$
  - 括　号：$(,)$
- 非逻辑符号包括常元、函词、谓词等：
  - 常　元：$c_1, c_2, \ldots$
  - 函　词：$f_1^1, f_2^1, \ldots; f_1^2, f_2^2, \ldots$
  - 谓　词：$P_1^1, P_2^1, \ldots; P_1^2, P_2^2, \ldots$

函词

- 由函词和个体构成的项指称客体，而不是命题。函词和个体变元组成的表达式是项的形式而不是公式（命题形式）。
- 例如：f是二元函词，则f（1,2）是个体，不是命题；f（a,b）是项的形式，不是公式。
- 在分析命题的形式时，可以自由选择是否使用函词。虽然函词不是必不可少，但毕竟是不同于谓词的一种命题成份，有时表达命题比较方便。
- 例如：自然数加上0等于其本身。
- 用二元函词f表示“+”，表达该命题比较方便.Q(x)表示x是自然数，P（x,y）表示x与y相等。$\forall x(Q(x) \rightarrow P(f(x, 0), x))$

函词选择

- 一般说来，就研究数学语言和数学证明来说，在谓词逻辑语言中通常需要包括函词。
- 对于研究一般推理形式和规律来说，谓词逻辑也可以完全不涉及函词。
- 由谓词和常元组成命题，由谓词和个体变元组成的公式是命题形式。
- 由函词和个体构成的项指称个体，而不是命题。函词和个体变元组成的表达式是项形式而不是公式（命题形式）。
- 在分析命题的形式时，可以自由选择是否使用函词。虽然函词不是必不可少，但毕竟是不同于谓词的一种命题成份，有时表达命题比较方便。

函词选择

- 设L是一阶语言， D是论域，f是一元函词，并且 D={a, b, 1, 2}， f(a) = 1 ; f(b) =2
- 设L是一阶语言， D是论域，P是二元谓词，并且 D={a, b, 1, 2}， P(a, 1) = 1; P(b, 2) = 1，并且当(x, y) ≠(a, 1)和(b, 2)时，p(x, y) = 0

量词和论域

- 量词的意义与论域有关。
- 若取所有人组成的集合为论域，令

  $B(x)$：x 是要呼吸的。

  则 $\forall x B(x)$ 表示命题“每个人都是要呼吸的”。
- 若取所有动物组成的集合为论域，则 $\forall x B(x)$ 表示命题“每个动物都是要呼吸的”。
- 若取所有椅子组成的集合为论域，则 $\forall x B(x)$ 表示命题“每个椅子都是要呼吸的”。
- 结合量词对论域中的元素作判断。

函词、量词、谓词

- 谓词逻辑语言，又称一阶逻辑语言
- 逻辑联结词集合；量词集合—与逻辑推理有关
- 常元集合；函词集合；谓词集合—与逻辑无关

- 谓词逻辑，又称狭义谓词逻辑
- 谓词只涉及个体的性质和个体间的关系
- 不涉及关系的性质或关系间的关系
- 函数是关于个体的函数
- 量词只作用于个体变元

特殊命题逻辑表达

- $\forall x \forall y Q(x, y)$：
  - 所有的x和所有的y有关系Q(x, y)
- $\forall x \exists y Q(x, y)$：
  - 所有的x，都存在(至少)一个y有关系Q(x, y)
- $\exists x \forall y Q(x, y)$：
  - 存在(至少)一个的x和所有的y有关系Q(x, y)
- $\exists x \exists y Q(x, y)$：
  - 存在(至少)一个的x，存在(至少)一个y有关系Q(x, y)

语法：项的形成规则

- **定义1.3.4 项**
  1. 个体常元是项；
  2. 个体变元是项；
  3. 若是$\boldsymbol{t_1, \dots, t_n}$项，$\boldsymbol{f_i^n}$是$\boldsymbol{n}$元函词，则$\boldsymbol{f_i^n(t_1, \dots, t_n)}$是项
- 注：个体常元、变元和函词都是不表示任何意义的抽象符号 。
  - $\boldsymbol{a, b, c}$是个体常元；
  - $\boldsymbol{x, y}$是个体变元,；
  - $\boldsymbol{f_1^1}$是1元函词，$\boldsymbol{f_1^2}$是2元函词
  - $\boldsymbol{f_1^2(a, f_1^1(x))}$是项；而$\boldsymbol{f_1^2(a, b, c)}$不是项，$\boldsymbol{f_1^2}$不是3元函词

谓词合式公式

- **定义1.3.5**
- 谓词合式公式是按如下规则构成的有穷长符号串。

(1) 若$\boldsymbol{t_1}, \dots, \boldsymbol{t_n}$是项，$\boldsymbol{Q_i^n}$是$n$元谓词，则$\boldsymbol{Q_i^n}(\boldsymbol{t_1}, \dots, \boldsymbol{t_n})$是合式公式;

(2) 若$\boldsymbol{Q}$是合式公式，则$(\neg \boldsymbol{Q})$是合式公式；

(3) 若$\boldsymbol{Q}$和$\boldsymbol{R}$是合式公式，则$(\boldsymbol{Q} \wedge \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \vee \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \rightarrow \boldsymbol{R})$、

$(\boldsymbol{Q} \leftrightarrow \boldsymbol{R})$及$(\boldsymbol{Q} \oplus \boldsymbol{R})$是合式公式；

(4) 若$\boldsymbol{Q}$是合式公式，$\boldsymbol{x}$是变元，则$\forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$，$\exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$是合式公式

(5)只有有限次应用(1)—(4)构成的公式是谓词合式公式。

命题合式公式(回顾)

- **0 和 1** 是常量。
- 值取为逻辑真值的变量称为命题变量，为原子公式。
  - 表示为大写英文字母$\boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{S}$，$\boldsymbol{T}$等

- **定义1.2.1**

(1) 常量**0**和**1**是合式公式；

(2) 命题变量是合式公式；

(3) 若$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}$是合式公式，则$(\neg \boldsymbol{Q})$、$(\boldsymbol{Q} \wedge \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \vee \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \rightarrow \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \leftrightarrow \boldsymbol{R})$、$(\boldsymbol{Q} \oplus \boldsymbol{R})$是合式公式；

(4) 只有有限次应用(1)—(3)构成的公式是命题合式公式。

谓词合式公式判断

- 判断$\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}))$是否为合式公式
  - $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 是合式公式
  - $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$，$\exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 是合式公式
  - $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ 是合式公式
  - $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \exists \boldsymbol{y}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}))$ 是合式公式

关系式

- **定义1.3.6** 推论式，或论证式

  若$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}$是合式公式，则$\boldsymbol{Q} \vDash \boldsymbol{R}$是推论式

  （同前定义）

- **定义1.3.7** 等价式

  若$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}$是合式公式，则$\boldsymbol{Q} \Leftrightarrow \boldsymbol{R}$是等价式

合式公式举例

- $\forall x P(x) \leftrightarrow \neg\exists x \neg P(x)$
- $\exists x P(x) \leftrightarrow \neg\forall x \neg P(x)$
- $\exists x \neg P(x) \leftrightarrow \neg\forall x P(x)$
- $\neg\exists x \neg P(x) \leftrightarrow \forall x P(x)$

等价式

- $\forall x Q(x) \Leftrightarrow \forall y\, Q(y)$
- $\exists x Q(x) \Leftrightarrow \exists y\, Q(y)$
- $\forall x \forall y\, Q(x, y) \Leftrightarrow \forall y \forall x Q(x, y)$
- $\exists x \exists y\, Q(x, y) \Leftrightarrow \exists y \exists x Q(x, y)$

谓词逻辑语言

- **定义1.3.8** 设 **P** 是谓词集合，**F** 是函词集合，**C** 是常元集合，语言由联结词集合、量词集合以及 **P**、**F**、**C**构成，表示为 $\mathbf{L} = < \{\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow, \oplus\}, \{\forall, \exists\}, \mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{C} >$。
- 一般来说，谓词逻辑语言 L 是无穷集，也就是说合式公式及其关系有无穷多个

谓词逻辑语言

- 谓词逻辑语言，又称一阶逻辑语言
  - 逻辑符号：包括变元、联接词、量词；
  - 非逻辑符号：包括常元、函词、谓词；
  - 仅有个体变元；
  - 按形成规则构成的合式公式集合
- 谓词逻辑，也称为狭义谓词逻辑
  - 谓词都是关于个体的性质或关系，而不涉及关系的性质或关系之间的关系；
  - 函数是关于个体的函数；
  - 量词只作用于个体变元。

子公式、约束变元和辖域

- **定义1.3.9** 若公式R在公式Q中出现，称R为Q的子公式。
- **定义1.3.10** 若$(\forall xQ)$(或$\exists xQ$)是公式，则称变元x在公式$(\forall xQ)$ (或$\exists xQ$)中为约束出现，称x是约束变元，并称 x 出现的辖域为Q。
- 例如在公式$\forall x(Q(x) \to \exists yR(x, y))$中：
  - 变元 x, y 都是约束出现
  - 变元 x 出现的辖域为$Q(x) \to \exists yR(x, y)$
  - 变元 y 出现的辖域为$R(x, y)$

自由变元、基项与语句

定义1.3.11

- 如果变元x在公式Q中的出现不是约束出现，则称x在Q中为自由出现。
- 在公式Q中有自由出现的变元称为Q的自由变元，将Q中自由变元的集合记为$\mathrm{Var}(Q)$。
- 例如变元z在公式$\forall x\ (Q(x,z) \rightarrow \exists x \exists y R(x,y))$中是自由出现，变元$x,y$都是约束出现。
- x有两次约束出现，表示它们是同名的两个不同变元。
  - 其中一个变元x的辖域是$Q(x,z) \rightarrow \exists x \exists y R(x,y)$，而另一个变元$x$的辖域是$\exists y R(x,y)$。
  - 辖域是$Q(x,z) \rightarrow \exists x \exists y R(x,y)$的$x$与辖域是$\exists y R(x,y)$的$x$是同名的不同变元。

定义1.3.12

- 不出现变元的项称为基项。没有自由变元的公式称为语句

代入

- 定义1.3.13/15-16
  - 设L是一阶语言，t和t'是L的项，x是t中变元，若t中x的任何出现都替换为t'，则称项t中的变元x被项t'代入(substitution)，$[x/t]$称为代入实例。
  - 设L是一阶语言，t是L的项，$[x/t]$为代入实例，Q是合式公式，x是Q中自由变元，若Q中x的任何自由出现都替换为t，则称公式Q的代入，记为Q_x^t。

  - 项$f(y)$，y是变元，公式$\forall x(Q(x) \to \exists z(x > z))$
  - $(Q(x) \to \exists z(x > z))[x/f(y)]$变为$(Q(f(y)) \to \exists z(f(y) > z))$

代入与可代入

- **定义1.3.17** 设t是项，Q是合式公式，x是Q中自由变元，如果Q中x的代入实例都不改变中Q中约束变元的出现次数，则称项t是对Q中自由变元x可代入的(substitutable)。
  - 如果公式($Q(x) \to \exists y(R(x, y))$)，代入实例[x/t]
  - 若项t中不含y，则t是可代入的
  - 若项t中含y，则t是不可代入的
  - 可将$\exists y(R(x, y)$的约束变元y换名为$\exists z(R(x, z)$，即公式$\forall x(Q(x) \to \exists y(R(x, y))$改为公式$\forall x(Q(x) \to \exists z(R(x, z))$，则项$y$对于公式$Q(x) \to \exists z(R(x, z)$中自由变元$x$是可代入的。

公式复杂度

- **定义1.3.14** 公式P的复杂度表示为$\tau(P)$
  - $\tau(0)=\tau(1)=0$
  - 如果 $Q(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ 是谓词，则$\tau(Q)=0$
  - $\tau(\forall xQ)=\tau(Q)+1$，$\tau(\exists xQ)=\tau(Q)+1$
  - 如果公式$P=\neg Q$，则$\tau(P)=\tau(Q)+1$。
  - 如果公式$P=Q\wedge R$，或

    $P=Q\vee R$，或

    $P=Q\rightarrow R$，或

    $P=Q\leftrightarrow R$，或

    $P=Q\oplus R$

    则$\tau(P)=max\{\tau(Q),\tau(R)\}+1$。

一阶谓词语言

- 一阶谓词逻辑语言是多样的
- **定义1.3.20** 一阶谓词公理系统中的谓词合式公式
  - 在一阶谓词公理系统中，一阶谓词逻辑语言仅有联结词$\neg$，$\rightarrow$和量词$\forall$
  - 量词 $\exists$ 可以用 $\forall$ 做定义，看做是某种缩写
- 在一阶谓词语言中，具有自由变量的合式公式称为命题形式，没有自由变量的合式公式称为命题公式，或逻辑语句

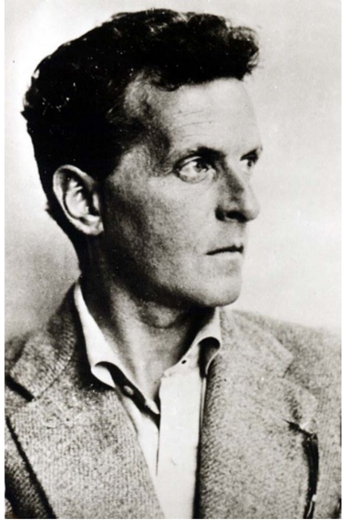
主要内容

- **1.1 逻辑运算**
  - **对象、运算、关系**
- **1.2 命题逻辑合式公式**
- **1.3 谓词逻辑合式公式**
- **1.4 自然语言命题**

自然语言与原子命题（回顾）

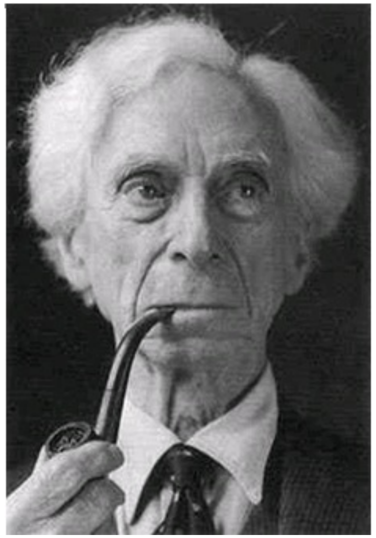
- 自然语言是人们思维和交际的工具，也是一种表达观念的符号系统。
- 自然语言由各种句式的语句组成，如陈述句、疑问句、感叹句、祈使句等等。
- 陈述句是表达一个的语句。
- 陈述句的意义就是对一个事实的判断，即确定陈述句是真，还是假。
- **定义 1.4.1** 具有确定真或假含义的陈述句称为原子命题，或简单命题。

逻辑哲学



维特根斯坦

- 世界是由事实构成的
  - 《逻辑哲学论》
- 事实是事物的性质，以及事物之间的关系
  - 《我们关于外间世界的知识-哲学上科学方法应用的一个领域》



罗素

- 根据维特根斯坦和罗素的哲学思想，事实是表达事物的性质或表达一些事物之间的关系。
- 命题是事实概括。
- 事实使一个命题为真或为假。最简单的事实称为原子事实，与原子事实对应的是原子命题。
- 原子命题的真或假取决于它与相应的原子事实是否符合。

何谓事实，何谓命题

- 自然数事实
  - （1）0是自然数；1是自然数；2是自然数；……
  - （2）0大于等于0； 1大于等于0； 2大于等于0；……
- 自然数命题
  - 对于任意$\boldsymbol{x}$，若$\boldsymbol{x}$是自然数，则$\boldsymbol{x}$大于等于$\mathbf{0}$。
  - 对于任意$\boldsymbol{x}$，若$\boldsymbol{x}$是自然数，则$\boldsymbol{x}+\mathbf{1}$是自然数。
- 事实逻辑表示
  - $\boldsymbol{N}(\mathbf{0}), \boldsymbol{N}(\mathbf{1}), \boldsymbol{N}(\mathbf{2})$
  - $\geq (\mathbf{0},\mathbf{0}), \geq (\mathbf{1},\mathbf{0}), \geq (\mathbf{2},\mathbf{0})$
- 谓词逻辑表示
  - $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \geq (\boldsymbol{x},\mathbf{0}))$
  - $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \boldsymbol{N}(\boldsymbol{x}+\mathbf{1}))$
  - $\exists \boldsymbol{x}(\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x}) \wedge \forall \boldsymbol{y}(\boldsymbol{N}(\boldsymbol{y} \rightarrow \geq (\boldsymbol{y},\boldsymbol{x})))$

命题判断（回顾）

- (1) 北京是中国首都。
- (2) 8是奇数。
- (3) 人类于21世纪在月球居住
- (4) 我正在说谎。
- (5) $x < 9$。
- (6) $10 > 12$。

- (1) 真命题。
- (2) 假命题。
- (3) 命题。
- (4) 悖论，不是命题
- (5) 不是命题。
- (6) 假命题。

命题逻辑表示

- 在自然语言中，‘并且’、‘或’、‘并非’、‘如果…，则…。’、‘当且仅当’等连词。
- 命题用'并且'、'或'、'并非'、'如果…，则…'、'当且仅当‘等连词联接的语句为复合命题
- 如果Q和R是命题，则命题表示形式为

(1) ‘Q并且R'，表示为$Q \wedge R$

(2) ‘Q或R'，表示为$Q \vee R$

(3) ‘并非Q’,表示为$\neg Q$

(4) ‘如果Q，则R’, 表示为$Q \rightarrow R$

(5) ‘Q当且仅当R’ ,表示为$Q \leftrightarrow R$

命题关联例

- 今天下雨了并且会议室有人在开会。
- 今天晚上我在家看电视或去剧场看戏。
- 我若今天回来得早或不累就去找你。
- 如果太阳从西边出来，则雪是黑的。
- 如果明天下雨，则不开运动会。
- 两个三角形全等，当且仅当它们的三组对应边相等。
- 2+2=4当且仅当雪是白的

命题逻辑表示(续)

- 如果Q和R是命题，则命题表示形式为

(6) '既不Q，也不R'，表示为$\neg Q \wedge \neg R$

(7) '要么Q，要么R'，表示为

(8) '只有Q，才能R'，表示为

(9) '除非Q，否则R'。表示为

命题逻辑表示(续)

- 如果$\boldsymbol{Q}$和$\boldsymbol{R}$是命题，则命题表示形式为

  (6) '既不$\boldsymbol{Q}$，也不$\boldsymbol{R}$'，表示为$\neg \boldsymbol{Q} \wedge \neg \boldsymbol{R}$

  (7) '要么$\boldsymbol{Q}$，要么$\boldsymbol{R}$'，表示为$(\neg \boldsymbol{Q} \wedge \boldsymbol{R}) \vee (\boldsymbol{Q} \wedge \neg \boldsymbol{R})$

  (8) '只有$\boldsymbol{Q}$，才能$\boldsymbol{R}$'，表示为$\neg \boldsymbol{Q} \rightarrow \neg \boldsymbol{R}$。

  (9) '除非$\boldsymbol{Q}$，否则$\boldsymbol{R}$'。表示为$\neg \boldsymbol{Q} \rightarrow \boldsymbol{R}$。