

基础物理学 A1

2025年春季学期

谢柯盼

kpxie@buaa.edu.cn

物理学院

第八章 相对论

§ 8-1 相对论以前的力学和时空观

§ 8-2 电磁场理论建立以后呈现的新局面

§ 8-3 爱因斯坦的假设与洛伦兹变换

§ 8-4 相对论时空观

§ 8-5 相对论多普勒效应*（基物2讲授，本课程不讲）

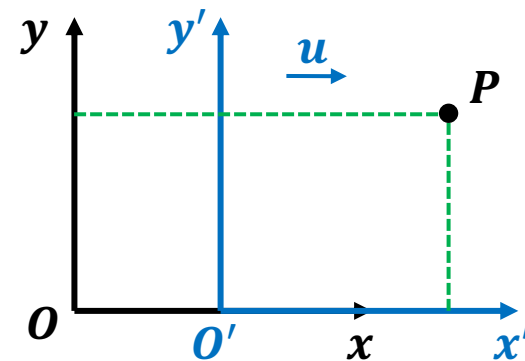
§ 8-6 速度变换公式

§ 8-7 质量、能量和动量

§ 8-8 广义相对论简介

(标准)
洛伦兹变换

$$\begin{cases} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{cases}$$



相关题目的解题要点

1. 要跳出“一遇到时间或长度换算必乘除 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ 因子”的**思维误区**，此为**最易错点**
2. 列出事件表格求解。第一个事件通常可以取为**时空零点**，并根据表格中的空缺列出方程求解
3. 当既存在若干惯性系，又存在运动的质点时，要注意区分 u （参考系的相对运动速度，出现在**坐标变换公式**中）和 v （质点的运动速度，出现在**固有时**和后续的相对论力学计算中）

例：飞船以 $0.8c$ 的速度匀速飞行，经过地球时把时钟和地球同步到12:00。舱内时间显示12:30时，飞船经过与地球相对静止且使用地球时间的空间站。

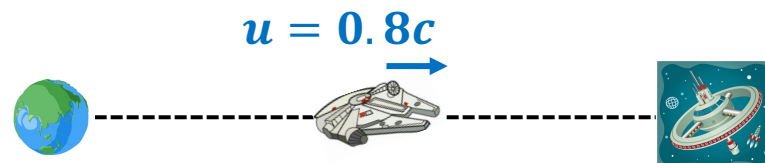
- 一. 空间站认为飞船何时到达？
- 二. 按照地球上的坐标，空间站离地球多远？
- 三. 此时飞船给地球发信，地球时间何时收到？
- 四. 地球秒回信息，飞船时间何时收到回信？

（此为课本1.7题）

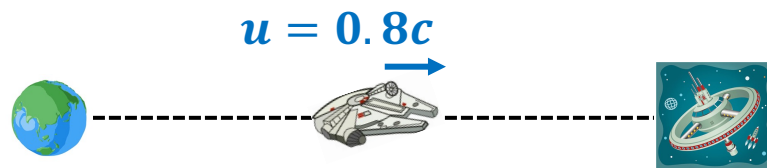
解：按题意列出4个事件

1. 飞船经过地球并将时钟与地面校准
2. 飞船经过空间站并向地球发信
3. 地球收信并秒回
4. 飞船收到回信

可按因果顺序串联起来并求解



解：以地球为 S 系，飞船为 S' 系，事件1为时空原点



事件2： S' 系中 $(x', t') = (0, T)$ ，这里 $T = 30 \text{ min}$

变换到 S 系得 $(x, t) = (4cT/3, 5T/3)$

可回答**第一、二问**：空间站认为飞船12:50经过，空间站与地球距离 $L = 4cT/3 \approx 7.2 \times 10^{11} \text{ m}$

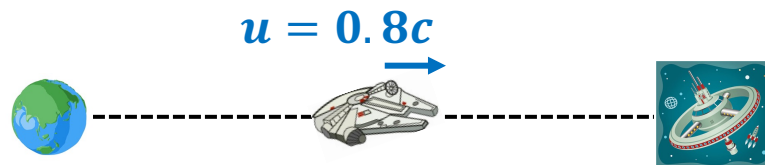
飞船向地球发的信需要 $L/c = 4T/3$ 时间才能收到，故事件3发生于 S 系的 $5T/3 + 4T/3 = 3T$ 时刻，或称地球时钟示数13:30（**第三问**）

事件3对应 S 系 $(x, t) = (0, 3T)$ ，变换到 S' 系得 $(x', t') = (-4cT, 5T)$ ，可知该地点距离飞船 $L' = 4cT$

故信号经过 $L'/c = 4T$ 时间才能收到

收到时 S' 系的时刻为 $5T + 4T = 9T$ ，或称时钟示数16:30（**第四问**）

解：如果列表格求解，则过程如下



	S 系坐标 (x, t)	S' 系坐标 (x', t')
事件1 (飞船过地球)	$(0, 0)$	$(0, 0)$
事件2 (飞船发信)	$(4cT/3, 5T/3)$	$(0, T)$
事件3 (地球收信和回信)	$(0, 3T)$	$(-4cT, 5T)$
事件4 (飞船收信)	能算，但题目没问	$(0, 9T)$

令“ \rightarrow ”为洛伦兹变换的计算方向，而“ \rightarrow ”为光信号的传播计算，则如上图所示

列表格时，**同一行**的时空坐标由洛伦兹变换相联系，由题目所给信息能导出未知信息

同一列的时空坐标通常由相互作用的传递相联系，如光信号的传播或者质点的运动

计算同一列的坐标时，注意不要被另一个参考系影响

要更好地理解相对论的时空观，一个很好的方法是考察它的各种**佯谬**

相对论的很多推论较为反常识、反直觉，令人觉得不可思议且似乎能找到论证中的漏洞，从而在**思辩**上驳倒相对论

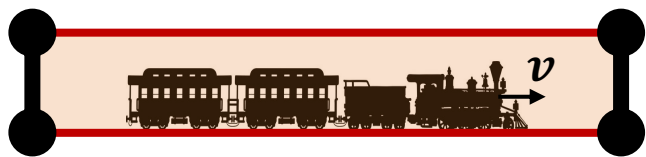
实际上，狭义相对论的假设很简洁，且都经历了实验验证，理论推导则是**自洽**的，没有内部矛盾

任何**表观上**的“悖论”或“矛盾”均是因为我们对经典时空观放弃得不够彻底而出现的**假象**，而不是真正的矛盾。例如上次课说过的：

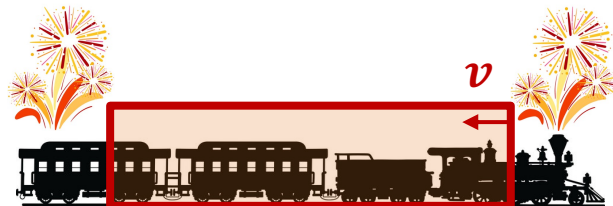
- 飞船过双空间站对钟问题，飞船和空间站彼此觉得对方钟慢，洛伦兹变换完美解释
- 双生子问题，利用固有时概念完美解释

思考 and 解决这些佯谬有助于更好地理解相对论

例：火车隧道悖论（亦称为梯子谷仓悖论）。设火车静止时与隧道一样长。现火车高速通过隧道，则以下哪种情况为真？



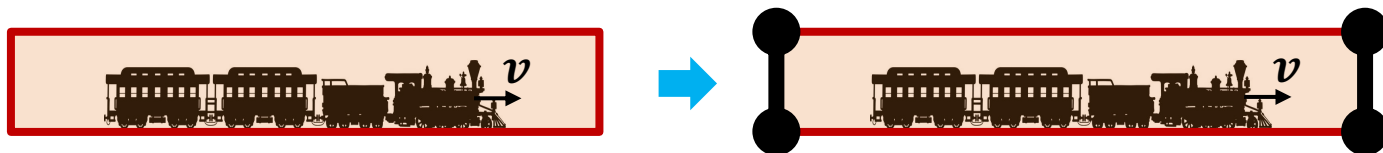
地面上的人认为：
火车运动，长度收缩，
因而可以完全装进隧道
在这段时间内关上隧道
两端的屏蔽门，可以把
火车完全困在里面
这就能证明**火车确实比
隧道短**



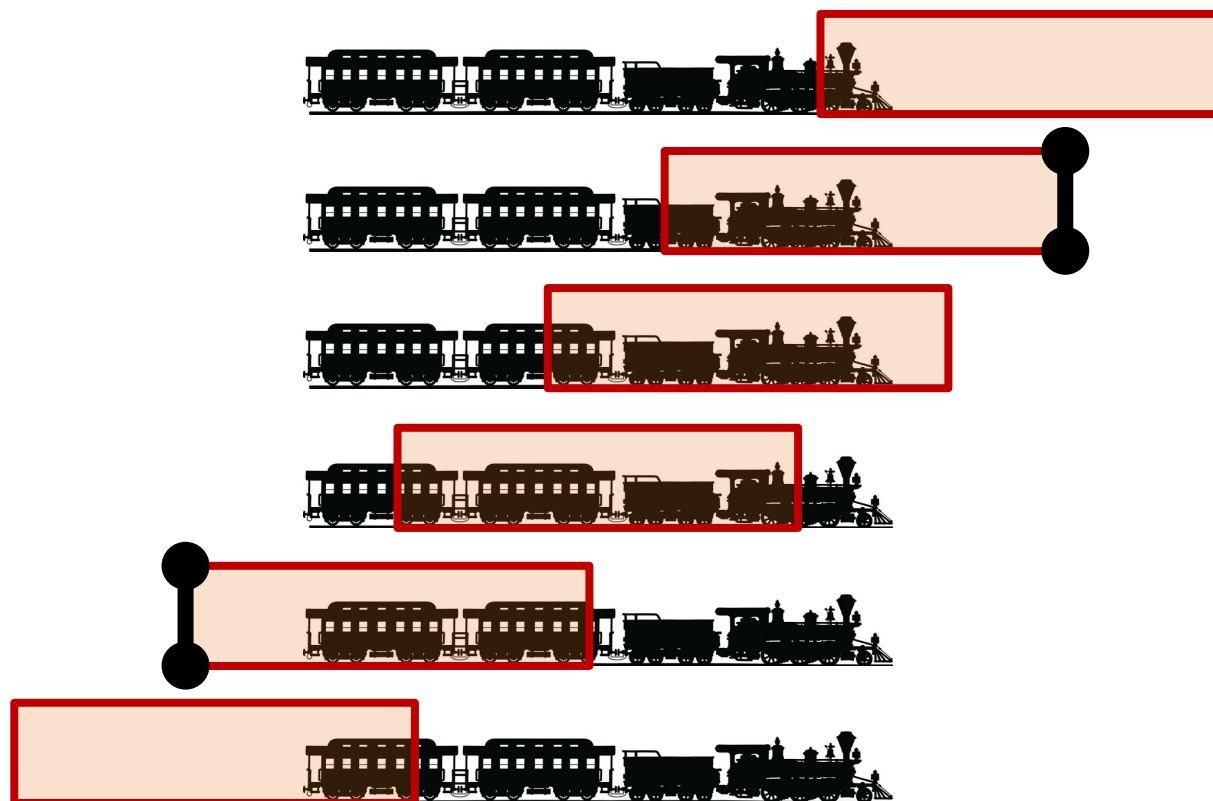
火车上的人认为：
隧道运动，长度收缩，
因而火车首尾可以同时
在隧道之外
在这段时间内车头车尾
可以同时向天空放烟花
这就能证明**隧道确实比
火车短**

谁描述的过程能完成？到底是谁缩短了？

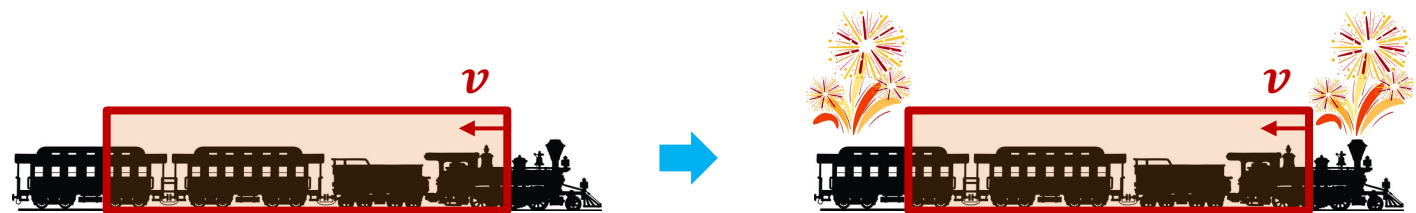
解：两种情况均为真，因为**同时**具有相对性
地面观测者认为隧道两端的门是**同时开闭**的



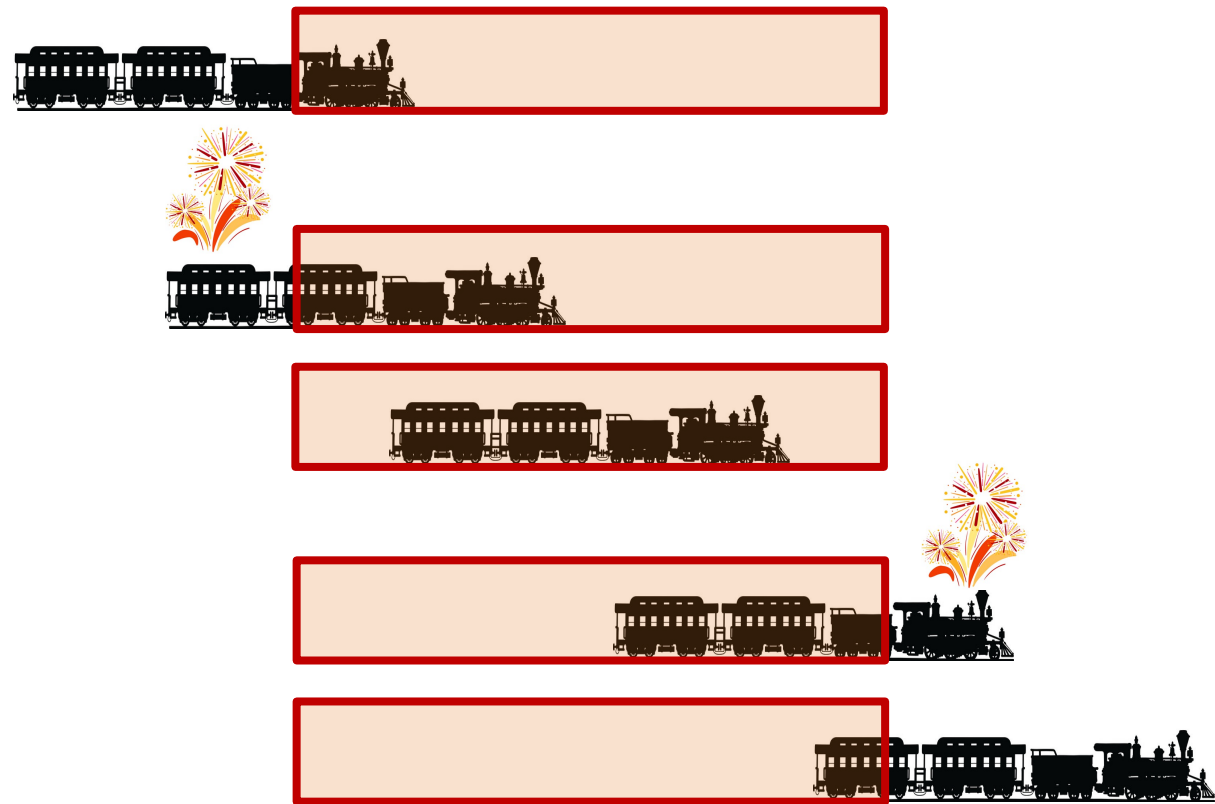
而火车上的人认为前后两端的门**不是同时开闭**的：



火车上的观测者认为车头车尾同时放烟花



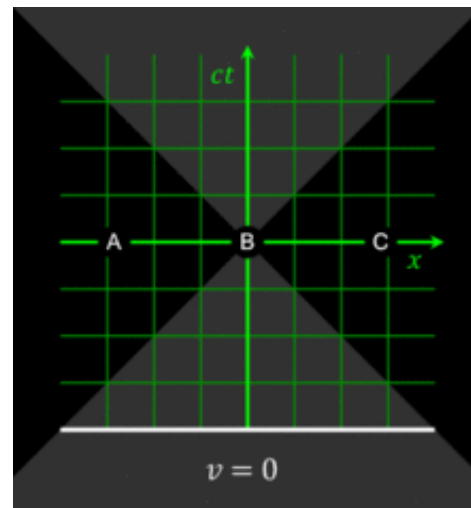
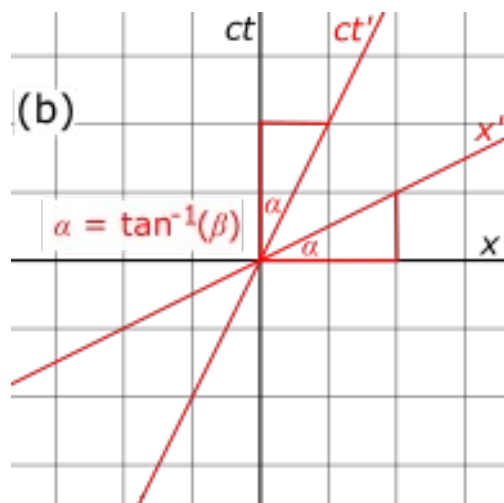
而地面上的人认为这两件事绝非同时



记 $\beta = u/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, 则洛伦兹变换改写为

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

可视为时空平面上的坐标变换



事件的先后次序在不同惯性系中可以不同

质点在时空图中的轨迹形成**世界线**

同一世界线在不同惯性系里形状不同，由洛伦兹变换联系。**四维时空图**无法画在纸上，但可由数学来把握

注意： 存在因果关系的事件，次序不会因变换而改变

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - u\Delta x/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

若两事件之间存在因果关系，则有 $|\Delta x| \leq c\Delta t$ ，因为相互作用传递的最快速度是光速

结合 $|u| < c$ 知 $\Delta t'$ 与 Δt 有**同样的正负号**

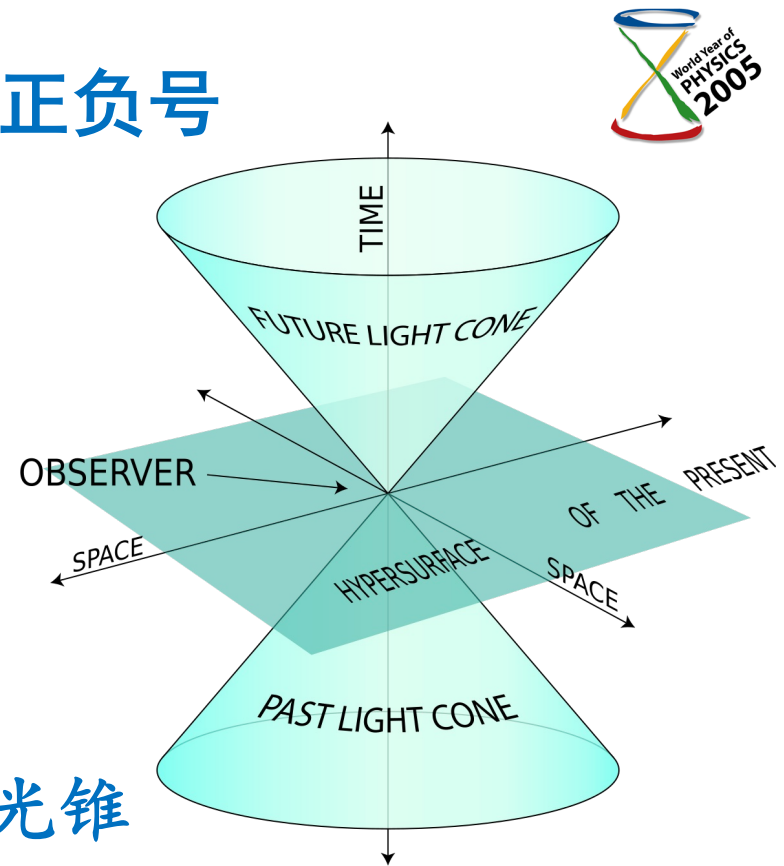
另一视角：四维距离模方

$$\Delta s^2 \equiv c^2 \Delta t^2 - |\Delta \vec{r}|^2$$

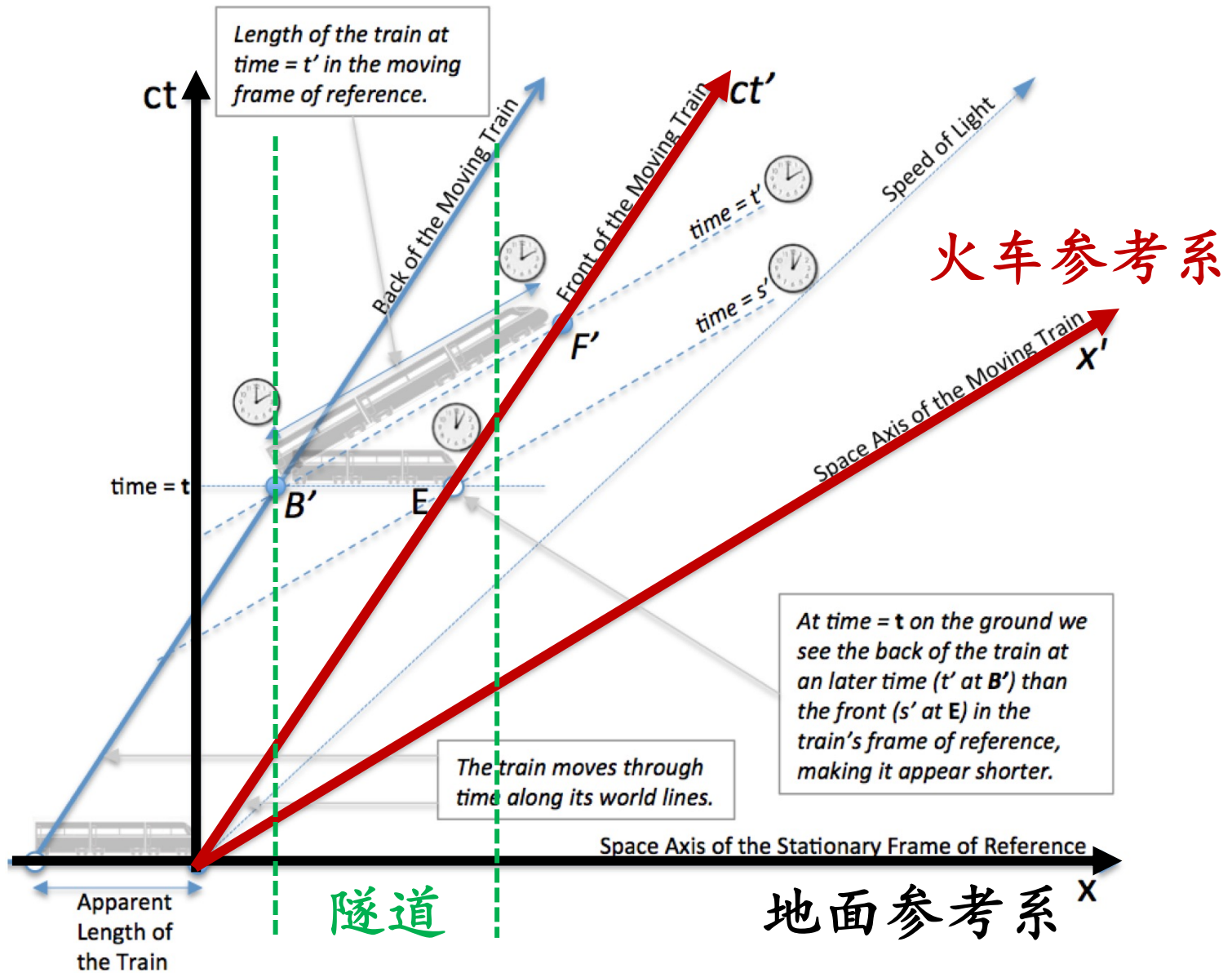
若 $\Delta s^2 \geq 0$ ，两事件可以有因果关系； $\Delta s^2 < 0$ 则无因果关系

Δs^2 在洛伦兹变换下**不改变**，故因果性也不会变换下改变

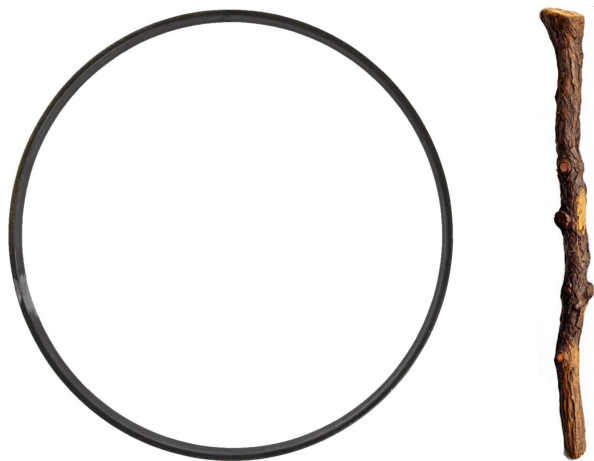
因果性的分界线（面）称为**光锥**



用时空图可以很清楚地把整个图景讲清楚

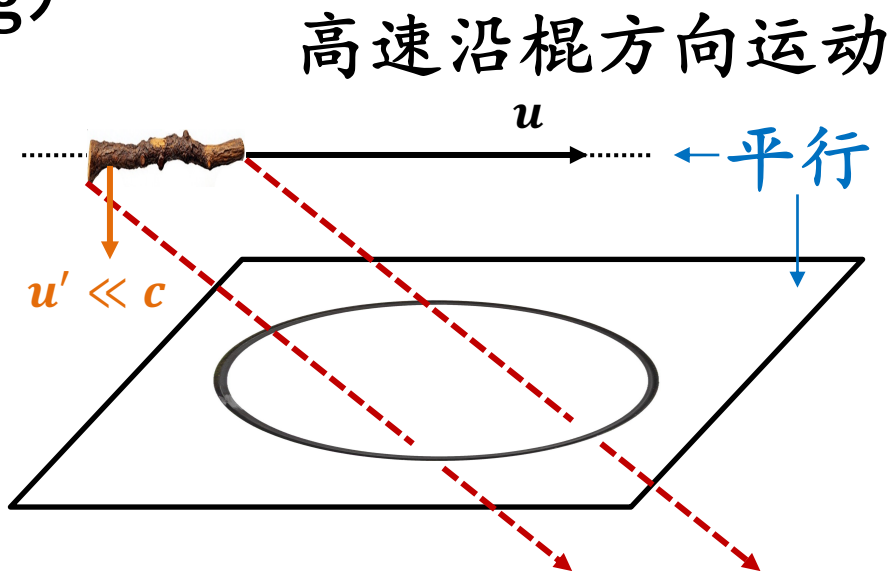


例：棍环悖论 (bar and ring)



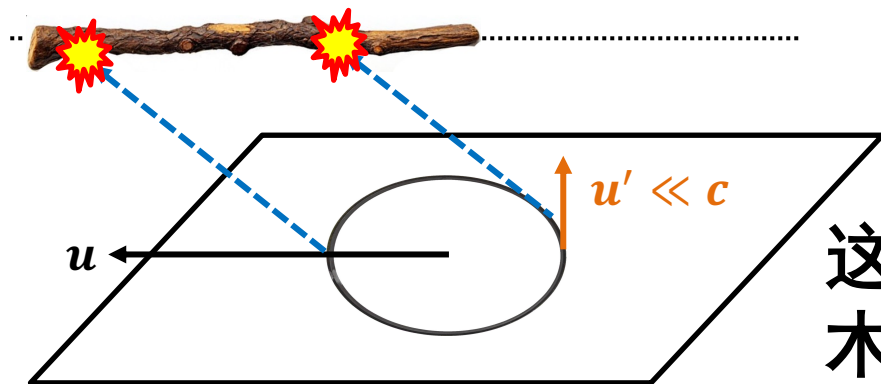
静止时，铁环直径与木棍长度相等

微小垂直速度



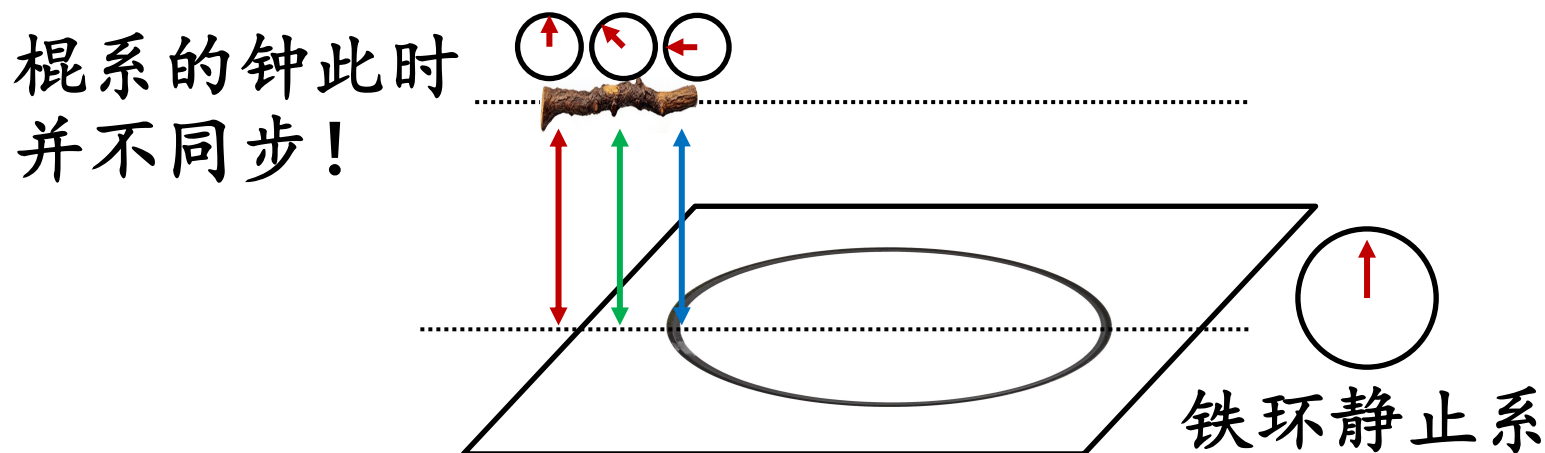
铁环静止系：木棍缩短了，可以穿过

但是，木棍静止系认为：
铁环变窄了，无法穿过

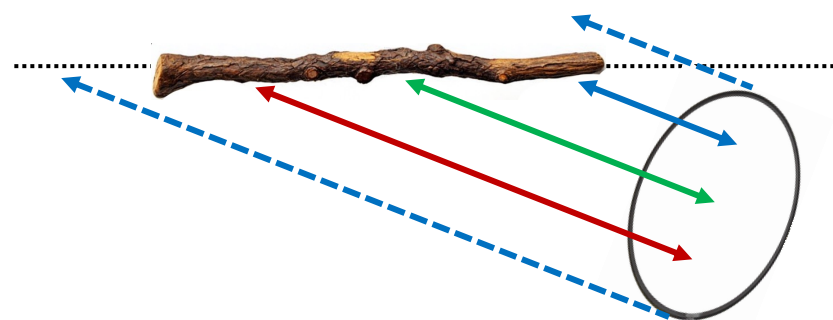


这就出现了**矛盾**！
木棍到底能不能穿过圆环呢？

解：铁环静止系中，“木棍平行于环所在平面”
其含义为在环系的某一瞬间，**红绿蓝**三线段长度相等



因此，在棍系的某一瞬间看来，长度应是**红** > **绿** > **蓝**



在木棍静止系看来，铁环与
自己所在直线成一**倾角**
二者并不平行！

即使铁环运动变窄，通过此角度依然可以实现无损穿过，不存在矛盾！*上图仅为定性示意

另一种理解方式：

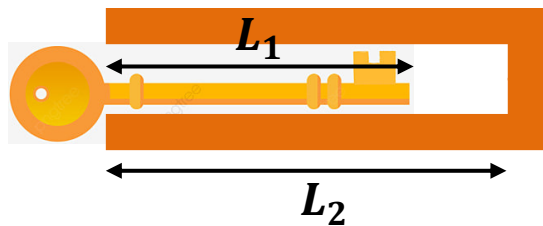
- 在环系中，棍上的任意一点均**同时**穿过了环所在平面，但“**同时**”具有相对性
- 由刚才“隧道关火车”的例子可知，棍系应认为是越靠前的部分越早穿过
- 故棍系认为铁环与棍所在直线**并不平行**，二者成一倾角，使得木棍恰好能穿过变窄了的铁环

由此可见**平行的相对性**：一惯性系认为平行的两个物体，另一惯性系不一定认为其平行

额外的评述：

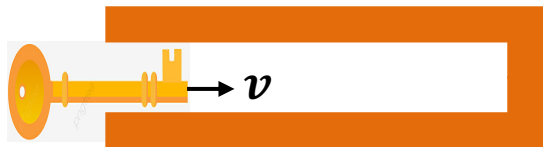
1. 这里平行出现相对性，是因为木棍有一**横向速度**；若无此速度，则木棍系也会认为其与铁环平行
2. 这里涉及了运动速度与坐标轴不平行的**非标准洛伦兹变换**，故掌握其定性解释即可

例：锁钥悖论 (lock and key)



锁与钥匙均用刚性材料制成。静止时
钥匙长度小于锁的深度，钥匙碰不到
锁的底部

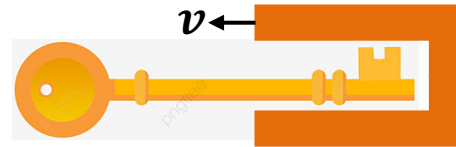
现在令钥匙向锁以速度 $v = \beta c$ 高速运动，且当钥匙和
锁碰撞时就会停止



锁静止系认为：
钥匙运动，长度收缩为

$$L'_1 = L_1 \sqrt{1 - \beta^2}$$

更碰不到底部了！



钥匙静止系认为：
锁运动，深度收缩为

$$L'_2 = L_2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

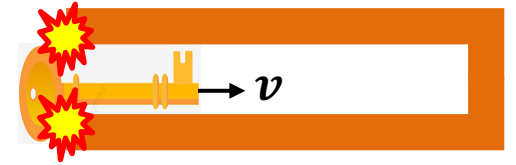
只要 $L'_2 < L_1$ 就能碰到

出现**矛盾**！钥匙到底能不能碰到锁的底部？

解： 在锁静止系

$$L'_1 = L_1 \sqrt{1 - \beta^2} < L_2$$

钥匙的后端会先撞上锁并停下



相互作用传递到前端需要经历时间

$$t_1 = L_1 \sqrt{1 - \beta^2} / (c - v)$$

后端
已静止

前端
继续运动

在此期间，钥匙前端尚未感知到碰撞，仍会继续以 v 运动

因而，在感知到碰撞前，前端运动的距离为 $\Delta L_1 = vt_1$
若 $L'_1 + \Delta L_1 > L_2$ ，则前端可碰到锁的底部，即

$$L_1 \sqrt{(1 + \beta) / (1 - \beta)} > L_2$$

此为能否碰到的判定条件

注意其与上页的钥匙静止系**初步估算**并不一样！

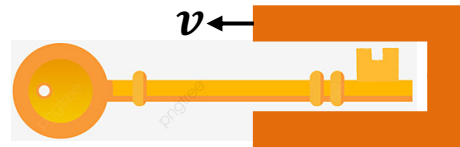
是否可以继续深究？

解： 在钥匙静止系，锁孔变浅

$$L'_2 = L_2 \sqrt{1 - \beta^2}$$

若 $L'_2 < L_1$ ，则必能碰到底部，无需多言

但若 L'_2 仍大于 L_1 呢？这时变浅了的锁孔的深度仍大于钥匙的长度，锁口会先撞上钥匙后端



但相互作用的传递需要时间，该碰撞传递到锁孔底部要

$$t_2 = L_2 \sqrt{1 - \beta^2} / (c + v)$$

在感知到碰撞前，底部运动的距离为 $\Delta L_2 = vt_2$

若 $L_1 + \Delta L_2 > L'_2$ ，则锁底可碰到钥匙，得

$$L_1 \sqrt{(1 + \beta) / (1 - \beta)} > L_2$$

与上页的结果**完全一致**，说明了相对论的自洽性

钥匙与锁在运动中的变形并非自身材料问题，而是**时空本身**的变化导致

相对论中**不允许**绝对刚体的存在，因为相互作用传递速度存在上限（真空光速），但刚体隐含着相互作用传递速度无穷大



若金箍棒为刚体且其伸长至1亿公里，则在其一端以 $1^\circ/\text{s}$ 的角速度旋转金箍棒时，其另一端线速度约为6倍光速

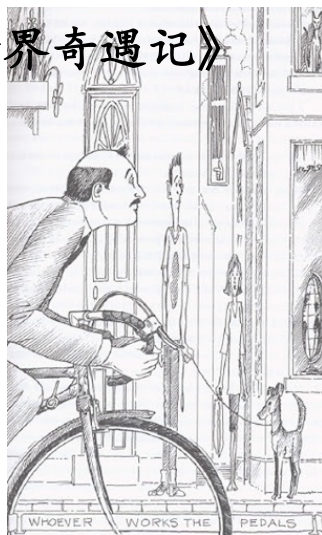
相对论中只有**不参与相互作用的**惯性坐标**标架**才可认为是刚性的，参与相互作用的物体都会因为时空效应而变形

思考**佯谬**有利于更好地理解相对论时空观及发现其与经典时空观、“常识”之间的不同之处

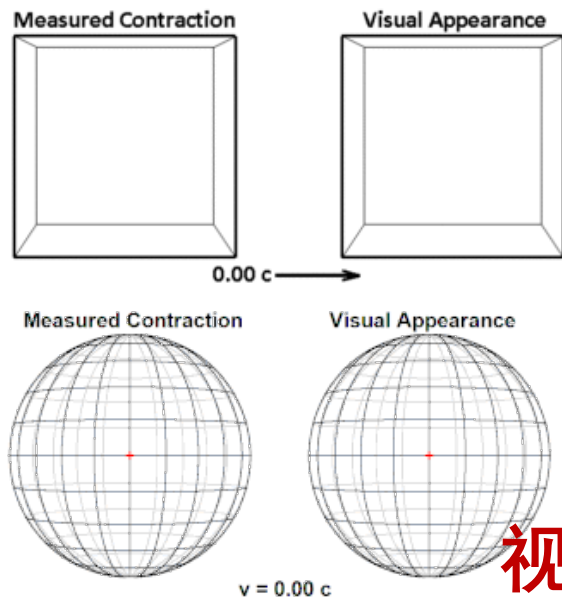
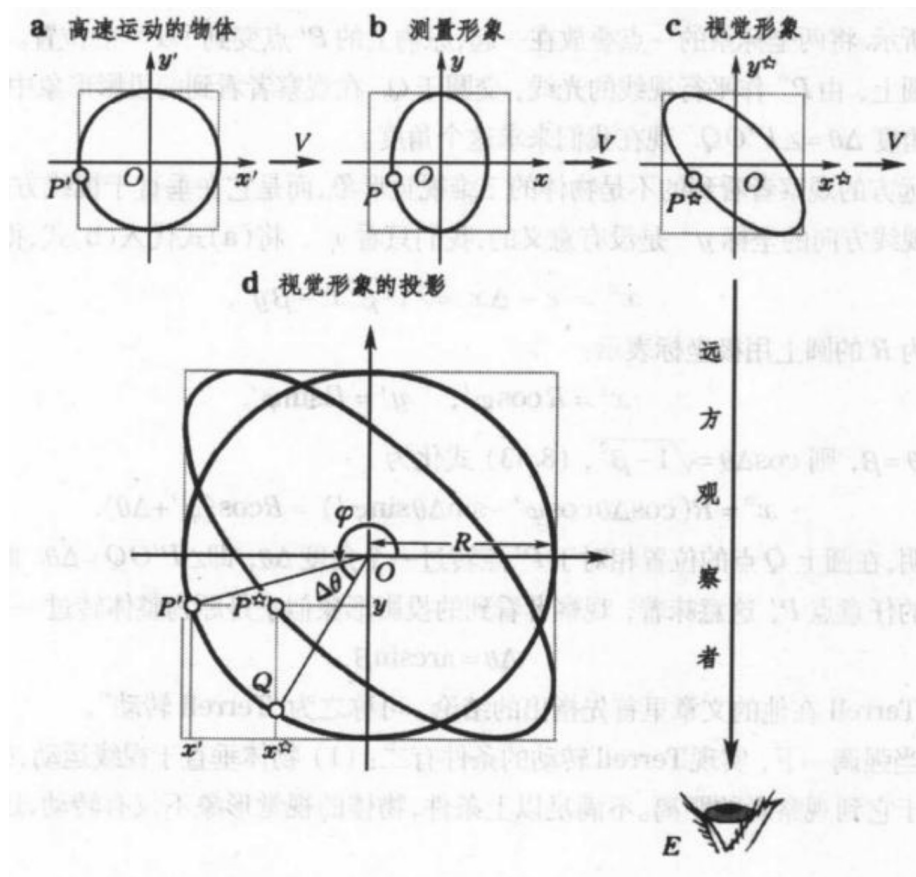
洛伦兹收缩的视觉效果：真如汤普金斯先生所见吗？



伽莫夫《物理世界奇遇记》



实际上长度收缩的物理效应和其视觉效果**并不一样**：

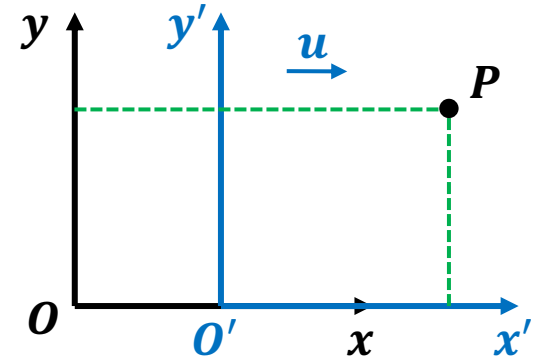


视觉效果取决于同一时间到达眼睛的光

§ 8-6 速度变换公式

质点 P 在 S 系速度为 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$

在 S' 系速度为 $\vec{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)$



伽利略变换
坐标微分

$$\begin{cases} dx' = dx - u dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = dt \end{cases}$$

速度分量可写为 $v_x = dx/dt$, $v'_x = dx'/dt'$, ...

得到伽利略
速度变换律

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \quad \text{即二者相差一个牵连速度}$$

洛伦兹变换给出（这里 $\beta = u/c$ ）

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \beta x/c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} dx' = \frac{dx - udt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \frac{dt - \beta dx/c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right.$$

速度分量可写为 $v_x = dx/dt$, $v'_x = dx'/dt'$, ...

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \beta v_x/c} \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta v_x/c}$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta v_x/c}$$

x 方向分量变换更复杂了
 y 、 z 方向分量和 x 方向有关了

洛伦兹速度变换

$$\begin{cases} v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \beta v_x/c} \\ v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta v_x/c} \\ v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta v_x/c} \end{cases}$$

洛伦兹速度逆变换

$$\begin{cases} v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \beta v'_x/c} \\ v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta v'_x/c} \\ v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta v'_x/c} \end{cases}$$

在 $c \rightarrow \infty$ 时回归到伽利略速度变换律

直接计算可发现，若 $|\vec{v}| = c$ ，则 $|\vec{v}'| = c$ ，即**光速变换后还是光速**，反映了光速不变原理

在**质点作一维运动**的情况下，退化为

$$v' = \frac{v - u}{1 - uv/c^2}, \quad v = \frac{v' + u}{1 + uv'/c^2}$$

例：两质点A和B相向运动，其相对地面系的速率均为 $0.9c$ ，求A相对于B的速率。

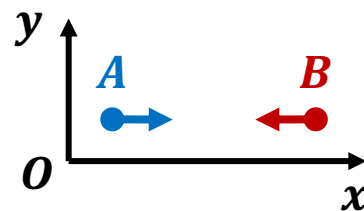
解：所谓A相对于B的速率，是指在B静止系中看A的速率

建立B静止系 S' ，速度为 $u = -0.9c$

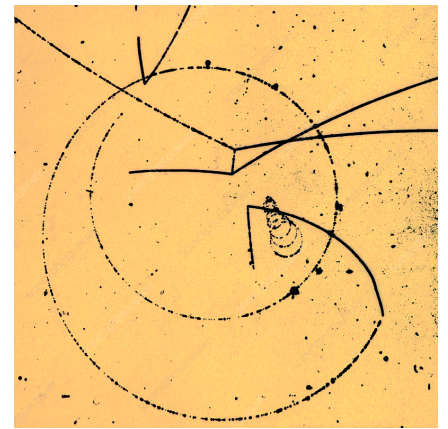
A在地面系 S 中的速度为 $v = 0.9c$ ，由洛伦兹速度变换公式得

$$v' = \frac{0.9c - (-0.9c)}{1 - (-0.9c) \cdot 0.9c/c^2} = 0.9945c$$

叠加后速率仍然小于 c ，体现了相对论的自洽性



例：已知 K^0 介子可衰变为 π^+ 和 π^- 两个介子，且静止的 K^0 衰变出来的 π^\pm 速率均为 $0.85c$ ，今有一相对于实验室以速率 $0.90c$ 运动的 K^0 衰变，问末态 π^\pm 可能的最大和最小速率分别是多少？



解：当末态粒子速度与母粒子同向时，速率最大

$$v'_{\max} = \frac{0.90c + 0.85c}{1 + (0.85c \times 0.90c)/c^2} = 0.9915c$$

当末态粒子与速度反向时，速率最小

$$v'_{\min} = \frac{0.90c - 0.85c}{1 - (0.85c \times 0.90c)/c^2} = 0.2128c$$

例：斐索实验。已知光在静止水中的速度为 c/n ，其中水的折射率 $n = 1.33$ 。当光顺着以速率 v 流动的水传播时，测量到水中的光速为

$$c' = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

试解释其原因。

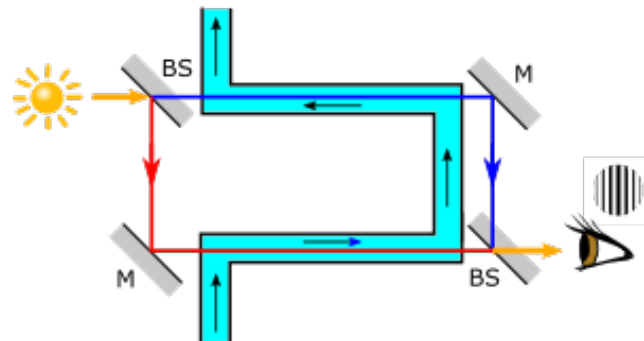
解：利用相对论速度叠加律

$$c' = \frac{c/n + v}{1 + (v \cdot c/n)/c^2} = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) + \mathcal{O}(v^2)$$

上式泰勒展开考虑到了 $v \ll c$

因而，斐索实验**不是**水“部分拖曳”了以太，而只是相对论速度叠加律的体现

爱因斯坦多次提及斐索实验对他的启发，认为这是他提出相对论的实验基础之一



§ 8-7 质量、能量和动量

考虑质点加速度 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ 在洛伦兹变换下的变换
将洛伦兹速度变换微分，结合时空变换，利用 $a_x = dv_x/dt$ ， $a'_x = dv'_x/dt'$...可得

$$\left\{ \begin{array}{l} a'_x = \frac{a_x(1 - \beta^2)^{3/2}}{(1 - \beta v_x/c)^3} \\ a'_y = \frac{a_y(1 - \beta^2)}{(1 - \beta v_x/c)^2} + \frac{a_x(1 - \beta^2)\beta v_y/c}{(1 - \beta v_x/c)^3} \\ a'_z = \frac{a_z(1 - \beta^2)}{(1 - \beta v_x/c)^2} + \frac{a_x(1 - \beta^2)\beta v_z/c}{(1 - \beta v_x/c)^3} \end{array} \right.$$

加速度的变换式
了解即可

因此， \vec{a} 在不同惯性系中不同，若 S 系中 $\vec{F} = m\vec{a}$ ，则 S' 系中**不一定**有 $\vec{F}' = m\vec{a}'$

因而相对论时空观下牛顿第二定律**不符合**相对性原理
牛顿力学不符合相对论时空观的另一依据：

根据 $\vec{F} = m\vec{a}$ ，恒力作用下的质点（例如恒定电场中的电子）加速度恒定，可以持续加速，速度**没有上限**

这与相对论中的“极限速度为光速”**直接矛盾**

据此，我们需要一套符合相对论的新**动力学定律**

	经典时空观	相对论时空观
坐标变换	伽利略变换	洛伦兹变换
动力学定律	牛顿三定律	???

“**???**” 必须满足：

- 符合相对论时空观，在洛伦兹变换下保持不变
- 在 $c \rightarrow \infty$ 时回归到牛顿力学，因为后者在低速时通过了大量实验的检验

探索：如何修改牛顿三定律使之符合相对论时空观？

第一定律只涉及不参与相互作用或受力平衡的质点，故**不需要修改**

第二定律**需要修正**为符合洛伦兹变换的形式

第三定律涉及到同时性，可将其表述改为**孤立体系动量守恒**；不过，动量的定义还需要探索

因而，相对论动力学的关键在于**新的**动量定义，第二、第三定律都需要用到

相对论改造手术



【陷阱卡】



将给定的经典物理定律改造为狭义相对论协变形式。

62015408

©基础物理学1（信息类）



要怎么修改 $\vec{F} = m\vec{a}$ 才可以使其符合相对论？

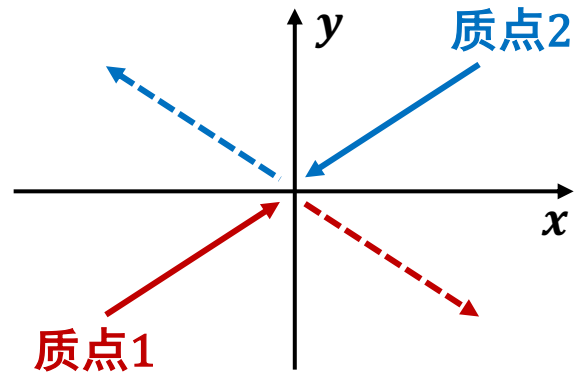
- 如果在速率 v 接近光速时，质量 m 会显著增大，则 \vec{a} 会随之降低，使质点速率不会超过光速
- 因此可以考虑令 $m(v)$ 依赖于速率 v 。且该公式必然依赖于 c ，并在 $c \rightarrow \infty$ 时回归到牛顿力学

此时，相比于使用力等于质量乘以加速度 $\vec{F} = m(v)\vec{a}$

使用力等于动量的变化率 $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ 的表述方式会更方便，因为

- 后者的物理意义更明显：力改变了物体的运动，而运动的度量就是动量
- 即使在牛顿力学中，前者也只是后者在 m 为常数时的推论
- 在技术上， $\vec{p} = m(v)\vec{v}$ ，而速度的变换比加速度的变换更简单，更容易处理

为得出 $m(v)$ ，考虑以下两个全同粒子的碰撞



在质心系 S 中的描述

- 质点1: $(v_x, v_y) \rightarrow (v_x, -v_y)$
- 质点2: $(-v_x, -v_y) \rightarrow (-v_x, v_y)$

碰撞前后总动量均为零 (**守恒**)

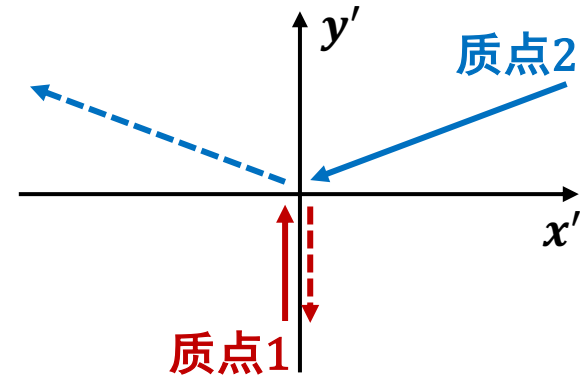
考虑在沿 x 轴以 $u = v_x$ 运动的 S' 系中的描述

利用第21页的速度变换公式得

- 质点1: $\left(0, \frac{v_y}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \rightarrow \left(0, -\frac{v_y}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$
- 质点2: $\left(\frac{-2v_x}{1+\beta^2}, \frac{-v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta^2}\right) \rightarrow \left(\frac{-2v_x}{1+\beta^2}, \frac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta^2}\right)$

其中 $\beta = v_x/c$

在 S' 系中，质点1沿着 y 轴运动，碰撞后速度反向



S' 系中碰撞前后质点1的**速率**均为（已代入 $\beta = v_x/c$ ）

$$v_1 = \frac{v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{v_y}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}}$$

类似地可以算出碰撞前后质点2的速率则均为

$$v_2 = \frac{\sqrt{4v_x^2 + v_y^2 - v_x^2 v_y^2/c^2}}{1 + v_x^2/c^2}$$

假定 S' 系中**动量守恒**，则对 y 方向有

$$m(v_1) \frac{v_y}{\sqrt{1 - v_x^2/c^2}} = m(v_2) \frac{v_y \sqrt{1 - v_x^2/c^2}}{1 + v_x^2/c^2}$$

其中 $m(v_1)$ 为质点1在速率为 v_1 时的质量， $m(v_2)$ 为质点2在速率为 v_2 时的质量

该表达式应对**任何实数** v_x 和 v_y 成立，只要 $v_x^2 + v_y^2 < c^2$

将上页的公式改写，得到

$$m(v_1) = m(v_2) \frac{1 - v_x^2/c^2}{1 + v_x^2/c^2}$$

重申：该表达式应对**任何实数** v_x 和 v_y 成立

那么考虑取 $v_y \rightarrow 0$ 的极限来简化该式，此时 $v_1 \rightarrow 0$ ，

而 $v_2 \rightarrow 2v_x/(1 + v_x^2/c^2)$

动量守恒式则化为

$$m(0) = m \left(\frac{2v_x}{1 + v_x^2/c^2} \right) \frac{1 - v_x^2/c^2}{1 + v_x^2/c^2}$$

令速率 $w = 2v_x/(1 + v_x^2/c^2)$ ，则可改写该式为

$$\frac{m(w)}{m(0)} = \frac{1}{\sqrt{1 - w^2/c^2}}$$

此为质点的质量在速率 w 时与静止时的比值

刚才我们考察了相对论时空观下的全同粒子碰撞
若假定**动量定义**为 $\vec{p} = m(v)\vec{v}$ ，假定**动量守恒**在任意惯性系中成立，则可以得出质点的质量与速度的关系

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

其中 m_0 是质点静止时的质量

- 质量随着速度增大，当 $v \rightarrow c$ 时 $m \rightarrow \infty$
- $c \rightarrow \infty$ 时回归到经典力学的结论：质量与速度无关

以上推导**并非**演绎推理，而是基于合理假设的猜测

类比：牛顿三定律并非推导得到，而是基于大量实验事实的归纳总结

相对论**质速关系**（及将要学习的**动力学定律**）也并非由推导得出，而是基于牛顿力学及相对论时空观做出的**探索和猜测**，其正确与否，要靠实验检验

质速关系的实验检验：19世纪末，早在相对论建立之前，人们就已猜测电子质量会随速度着变化



$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ + \quad \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

麦克斯韦方程组



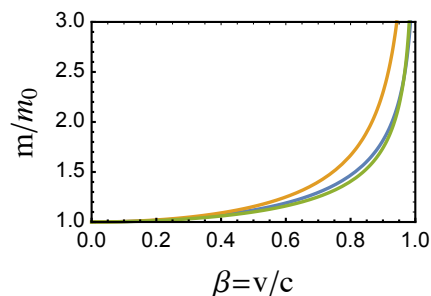
人们认为：电子携带电场，故加速电子时也加速了电场，即电场体现在电子的惯性（质量）里

麦克斯韦理论指出，电场在运动时会变化，故电子的质量在运动时也应变化。令 $\beta = v/c$,

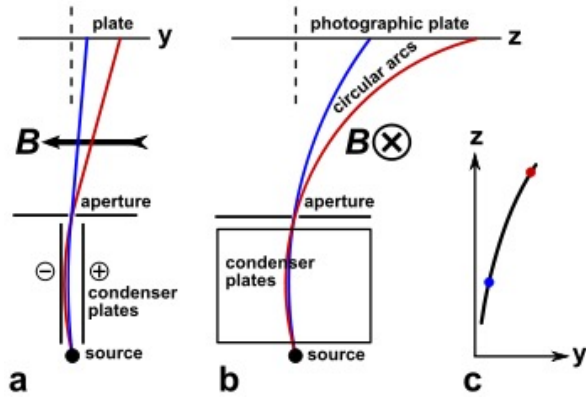
1. 亚伯拉罕：
$$m = \frac{3m_0}{4\beta^2} \left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right)$$

2. 洛伦兹-爱因斯坦：
$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$$

3. 布赫雷尔-朗之万：
$$m = m_0 / \sqrt[3]{1 - \beta^2}$$



1901-1915年：德国考夫曼实验



利用相互平行的电场和磁场，测量电子的偏转

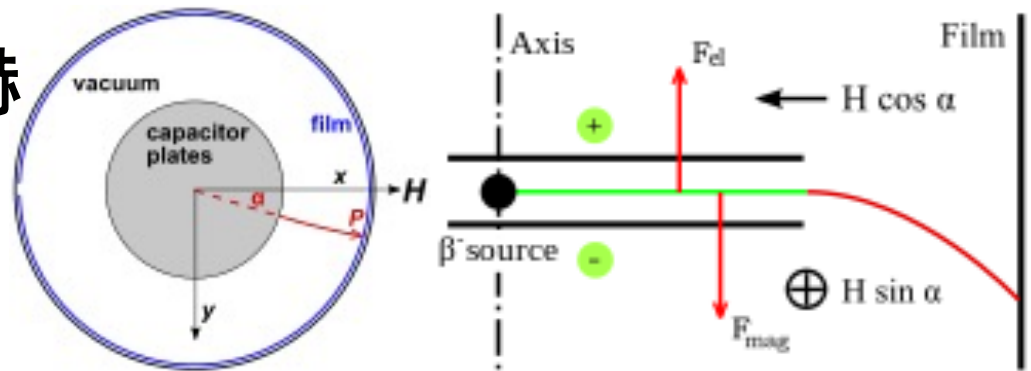
实验结果**排除了**爱因斯坦的公式，认为正确答案应是上页的1或3

爱因斯坦（1907）：尽管实验看上去更符合另外两个理论，**但那两个理论的基础不如相对论般令人信服**。因而他更相信自己的理论

1908年以后：德国布赫雷尔等人

利用正交电场和磁场，验证了爱因斯坦的公式

后续实验均支持爱因斯坦，至今已有**无数实验**验证



为什么爱因斯坦认为自己的质速关系式比其他两家更令人信服？

我们在**猜出**相对论质速关系式的时候，只利用了洛伦兹变换和动量守恒

- 因此这一关系式来源于时空性质，对**一切质点**适用

另外两家的计算则有以下局限性

- 仅针对**带电质点**，因为计算中涉及到具体的电子电荷分布，存在额外的假设
- 不能明确地回答**中性质点**（例如中子，或甚至宏观不带电物体）的质量是否会随着速度变化

故相对论质速关系更为普遍也更简洁

实验验证了该公式，证实了前文的**探索**是合理的

本节课小结

洛伦兹变换的应用

- **不可**生搬硬套 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ 因子；要列表精算

相对论时空观的学习和掌握

- 同时的相对性；长度测量的相对性
- 各类佯谬或“悖论”的解决
- 相对论速度变换公式的导出和应用

相对论力学初步

- 牛顿力学与相对论时空观不相容
- 要拓展牛顿力学，将之修正至相对论版本
- 质速关系、动量公式

第八章作业

《近代物理》分册

1.2, 1.4, 1.6, 1.10, 1.12, 1.14, 1.15, 1.16, 1.18

第1.10题已可完成，但第1.12题及其后的题目需要用到下次课才讲述的知识，如感到困难可先不完成

作业扫描提交至spoc.buaa.edu.cn，助教线上批改

提交时间段：4月11日0:00至4月25日00:00

以系统时间戳为准，原则上不接受其他解释