2011年《线性代数》试卷

注意事项：1.六道大题共10页

2. 考试时间：120分钟

3. 文科系、理科系应做题目的区别

题目：

一、 填空题（24分）

二、 单项选择题（24分）

三、 计算题（13分）

四、 讨论题（13分）

五、 综合题（26分）（此题理科题系做，文科题不做）

六、 综合题（26分）（此题文科题系做，理科题不做）

一、 填空题（本题8x3=24分）

1. 设n阶矩阵A满足A^2+3A-E=0，则$(A+3E)^{-1}$=____________.

2. 设矩阵A=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，E为2阶单位矩阵，矩阵B满足BA=B+2E，则|B|=______________.

3. 设$\alpha_1=(0,0,-1,1)^T$，$\alpha_2=(1,1,-1,0)^T$，$\alpha_3=(-5,-5,5,0)^T$，则α_1,α_2，α_3的一个最大线性无关组为____________________.

4. 在R^3中，向量α＝（2,0，0）^{T}在基α_1＝（1,1，0）^{T}，$\alpha_{,2}$＝（1，0，1）^{T}，$\alpha_{,3}$＝（0，1，1）^{T}下的坐标为____________________.

5. 已知$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$相似，则 x=____________，y=____________.

6. 设 A 为 n 阶矩阵,|A|=0,A^*为 A 的伴随阵,若 A 有特征值λ，则$(A^*)^2$必有特征值__________________.

7. 设 A 为 n 阶方阵,|A|≠0,将 A 的第 i 行与第 j 行互换得到矩阵 B，则AB^{-1}=_____________.

8. 若二次型f(x_1,x_2, x_3)=2${x_1}^2$+${x_2}^2$+${x_3}^2$+2x_1x_2+tx_2x_3是正定的，则 t 的取值范围是__________________.

二、 单项选择（本题共 8x3 分=24 分）

1. 设 A 是 3 阶矩阵，|A|=1,|$(-2A)^2$|=( ).

A. -64　　B. 64　　C. -4　　D. 4

2. 设 A,B 是两个 n 阶矩阵，满足$(AB)^2$=E，则( )成立。

A． AB=E　　B. |A||B|=-1　　C. AB=BA　　D. $(BA)^2$=E

3. 若 n 维基本单位向量ε_1，ε_2…,ε_n,可由 n 维向量组α_1，α_2…，α_n线性表出，则向量组α_1，α_2…，α_n的秩（ ）

A. 小于 n　　B. 大于 n　　C.等于 n　　D. 很难说

4. 若方程组 AX=0 只有零解，则 AX=β（≠ 0 ）( )

A.必有无穷多组解　　B. 必有唯一解　　C. 必定没有解　　D. A,B,C 都不对

5. 向量空间 V={$(x_1,x_2,\ldots,x_n)$|$x_1+x_2,\ldots,x_n$=0|}的维数是（　）

A． n　　B. 1　　C. n-1　　D. 4

6. 设 A=$\begin{pmatrix} 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \\ 11111 \end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix} 50000 \\ 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ 00000 \end{pmatrix}$,则 A 与 B(　　)

A. 合同且相似　　B. 合同但不相似　　C. 不合同但相似

D. 不合同且不相似

7. 设 A,B 为满足 AB=0 的任意两个非零矩阵，则必有（　）

A.　A 的列向量线性相关，B 的行向量线性相关

B.　A 的列向量线性相关，B 的列向量线性相关

C.　A 的行向量线性相关，B 的行向量线性相关

D.　A 的行向量线性相关，B 的列向量线性相关

8. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)$=$x_1{}^2$+2$x_2{}^2$+$x_3{}^2$-2x_1x_2的正惯性指数、负惯性指数与符号差分别是（　）

A. 0,3,3　　B. 3,3,0　　C. 3,0,3　　D. 0,0,2

三、 ,(本题共 13 分)

1. （本题 4 分）

已知 3 阶行列式|α，β，γ|=3，求|3α−β+2γ，−α+β+γ，2α+5β−7γ|

2. （本题 9 分）

设矩阵 A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$,矩阵 X 满足 X=AX+B,求 X.

四、（本题 13 分）设方程组$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3=4 \\ x_1+bx_2+x_3=3 \\ x_1+2bx_2+x_3=4 \end{cases}$,问当 a,b 取何值时，

(1) 方程组有唯一解；

(2) 方程组无解；

(3) 方程组有无穷多解，求其通解（用解向量形式表示）

五、（本题共 26 分，此题理科院系做，文科不做）

1. （本题满分 14 分）已知二次型$f(x_1,x_2,x_3)$=${x_1}^2$+t${x_2}^2$+2${x_3}^2$+2x_1x_2的秩为 2，

(1) 求 t，并写出此二次型对应的矩阵 A;

(2) 求正交变换 x=Qy,把二次型$f(x_1,x_2,x_3$化为标准型。

2. 证明题（本题共 6×2=12 分）

(1) 设 A 为 2n+1 阶正交矩阵，且|A|=1,试证：A 必有特征值 1.

(2) 设 A 为 n 阶方阵，A^*为 A 的伴随矩阵，数 a≠0，当 R(A)=n-1 时，证明：R(aA^*)=1.

六、（本题共 26 分，此题文科院系做，理科不做）

1. （本题满分 12 分)求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4=0 \\ 2x_1+4x_2+x_3+x_4=0 \\ -x_1-2x_2-2x_3+x_4=0 \end{cases}$的一个基础解系，并写出通解。

2. （本题满分 14 分）试用配方法将二次型$f(x,y,z)$=x^2+2y^2+5z^2+2xy+2xz+6yz 化为标准形，并写出所用可逆线性变换