A

北京航空航天大学

2016－2017 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试　卷

学　　号____________　姓名__________　　成绩___________

任课教师_____________　班次__________　　考场____________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成　绩								
阅卷人								
校对人								

2017 年 06 月 26 日

A

一、 选单项择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设$I_1=\iint_D \sin\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y, I_2=\iint_D \sin(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$

$I_3=\iint_D \sin[(x^2+y^2)^2]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中$\mathrm{D}=\{(\mathrm{x},\mathrm{y})|x^2+y^2\le 1\}$, 则（ ）.

A. $I_1>I_2>I_3$； B. $I_3>I_2>I_1$； C . $I_2>I_1>I_3$； D. $I_3>I_1>I_2$.

2. 设V_r表示球体$x^2+y^2+z^2\le r^2$,则极限

$\lim_{\mathrm{r}\to 0}\frac{1}{r^3}\iiint_V \cos(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$ ( ).

A. 0 B. $\frac{5}{3}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

3. 设曲线Γ为圆周$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2,\\ x+y+z=0.\end{cases}$ 则曲线积分$\int_\Gamma (x+y^2)\,ds=$ ( )

A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

4. 给定曲面Σ：$|x|+|y|+|z|=1$，已知其在第一卦限内的面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,

则曲面积分 $\oiint_\Sigma (|x|+y)\mathrm{d}S=$ ( )

A. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$; B. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$; C. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$; D. $\frac{16}{3}\sqrt{3}$.

5. 设f(x)为连续函数，$\mathrm{F}(z)=\int_1^z \mathrm{d}y\int_y^z f(x)\mathrm{d}x$, 则$\mathrm{F}'(z)=$ ( )

A. $f(z)$; B. $f(z)z$; C. $f(z)(1-z)$; D. $f(z)(z-1)$.

A

二、计算题（每空 6 分，满分 30 分）

1. 计算二重积分$\iint\limits_{D} \frac{1+x+y}{1+x^2+y^2} dxdy$，其中$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$.

2. 计算三重积分$\iiint\limits_{V} (x+y)^2 dxdydz$，其中 **V** 由 $x^2+y^2=z^2$ 与平面 $z=1$ 所围成的立体.

3. 计算第一型曲线积分$\oint_L x^{2017} y\mathrm{d}s$, 其中 L 为单位圆周.

4. 设 L 为椭圆 $x^2+2y^2=2$ 的上半部分逆时针，计算第二型曲线积分

$$I=\int_L xdy-ydx.$$

5. 计算第一型曲面积分 $\iint_\Sigma (x^2+y^2)dS$，其中 Σ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 介于$z=0$ 与$z=1$ 之间的部分.

三、（本题 8 分） 设Σ是平面$x-2y+z=1$在第四卦限内的部分，方向取与 z 轴正向夹角为锐角，求

$$\iint_{\Sigma}[f(x,y,z)+x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z+[f(x,y,z)+y]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+[f(x,y,z)+z]\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

四、（本题 8 分）（利用 Green 公式） 设L为**上半圆周** $x^2+y^2=9$，方向为逆时针方向，求$\int_L(2xy-2y)dx+(x^2-4x)dy$ 的值.

五、（本题 10 分）(利用 Gauss 公式) 计算

$$\iint_S y^2 z\, dydz + 3(x^2+z^2)y\, dzdx + x^2 y\, dxdy,$$

其中 S 为曲面 $4-y=x^2+z^2\ (y>0)$ 的外侧.

A

六 、（本题 14 分）(利用 Stokes 公式)　计算

$$\oint_{\Gamma}(y^2+z^2)dx+(z^2+x^2)dy+(x^2+y^2)dz,$$

其中　为上半球面 $x^2+y^2+z^2=2Rx(\ z\geq 0,\ \ R>1)$ 与圆柱面 $x^2+y^2=2x$ 的交线，从 z 轴正向看　为逆时针方向.

七、（附加题，本题 10 分）若在右半平面内，

曲线积分$\int_L \frac{\varphi(y)dx + xdy}{x^2 + y^2}$与路径无关，其中φ(y)连续可导.

（1）求函数$\varphi(y)$的表达式.

（2）对（1）中的$\varphi(y)$，求满足全微分

$du(x, y) = \frac{\varphi(y)}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy$ 且　　　　　的函数　　　　　.