北京航空航天大学

2019－2020 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试 卷（A）

班 号____________学号______________姓名________

任课教师____________考场______________成绩________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成 绩								
阅卷人								
校对人								

一、　计算题（**20** 分)

1. 设区域$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$，求$\iint\limits_D \dfrac{1+xy^2}{1+x^2+y^2}dxdy.$

2. 设$\Omega=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2+z^2\le 1\}$，求$\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dxdydz.$

3. 计算$\int_L (2+x^2y)\mathrm{d}s$，其中$L$为单位圆周$x^2+y^2=1$的右半部分.

二，计算题（15 分）

1. 求函数$f(x,y)=x^2-2xy+3y^2-2x+2y$的极值.

2. 设函数$f(x)=1-x^2\ (0\le x\le \pi)$,

(1) 将函数$f(x)$展成余弦级数；(2) 求$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$的和.

三、（12 分）

设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x^3y}{x^4+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，讨论：（1）$f(x,y)$在$(0,0)$点的连续性；

(2) $f_x(x,y), f_y(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点的连续性;(3) $f(x,y)$在$(0,0)$点的可微性.

四、证明题（10 分）

证明函数 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^2}$ 在 $(0,2\pi)$ 内可导.

五、（用 Green 公式计算 12 分）

已知L是第一象限中从点$(0,0)$沿圆周 $x^2+y^2=2x$ 到点$(2,0)$, 再沿$x^2+y^2=4$ 到点 $(0,2)$ 的曲线，计算曲线积分$I=\int_L 3x^2y\mathrm{d}x+(x^3+x-2y)\mathrm{d}y$.

六、（计算题 17 分）

设曲面Σ是$z=\sqrt{4-x^2-y^2}$的上侧，

（1）利用Gauss公式计算$\iint\limits_{\Sigma} xy\mathrm{d}y\mathrm{d}z+x\mathrm{d}z\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$;

（2）求$\iint\limits_{\Sigma}\frac{1}{2}(x^2y+xy+x^2z)\mathrm{d}S$.

七、（计算题　17 分）

(1) 利用Stokes公式 计算$\oint_{\Gamma}(y+x^2)\mathrm{d}x+(z+y^2)\mathrm{d}y+(2x+z^2)\,\mathrm{d}z$,其中$\Gamma$为平面$x+y+z=1$与柱面$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$的交线，从$z$轴正向看向原点时$\Gamma$为顺时针方向.

(2) 求曲线积分$\int_L\ x\mathrm{d}x-y^2\mathrm{d}y-z^2\mathrm{d}z$，其中$L$为曲线$\Gamma$从$(2,0,-1)$到$(-2,0,3)$的一段.