A

北京航空航天大学

2021－2022 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试 卷（A）

班　　号____________学号_______________姓名________

任课教师____________考场_______________成绩________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成　绩								
阅卷人								
校对人								

2022 年 06 月 24 日

A

一、计算题（每小题 6 分, 共 30 分）

1. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n}}{2n+1}$的收敛域及和函数.

2. 将$f(x)=\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}, x\in[0,\pi]$展开为正弦级数,设该级数的和函数为$S(x)$, 求$S(\frac{\pi}{2}), S(\pi)$.

3. 已知区域$D: x^2+y^2\le 2$, 求$f(x,y)=3x^2+3y^2-2x^3$ 在D上的最大值和最小值.

4. 已知$z=x^2 f(x+y,x-y)+g(xy)$,其中f 具有二阶连续偏导数, g 具有二阶导数, 计算

$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

5. 设$f(u)$具有连续导数, $f(0)=0$,区域$\Omega: x^2+y^2+z^2\le t^2$,计算极限

$$I=\lim_{t\to 0^+}\frac{\iiint\limits_{\Omega} f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dxdydz}{\ln(1+t^4)}.$$

二、（本题 10 分）

设$S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n!x^n}{x^2+n^n}$, 证明$S(x)$在$[-2,2]$上连续.

三、（本题 12 分）

设$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x-y}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), & (x,y)\ne(0,0),\\ 0, \quad (x,y)=(0,0).\end{cases}$证明$f(x,y)$在$(0,0)$点可微,并求$df(0,0)$.

四、（本题 12 分）

计算曲线积分$\int_L\frac{(3x+y)dx-(x-3y)dy}{x^2+y^2}$, 其中$L$是沿曲线$y=\pi\cos\frac{x}{2}$从$A(0,\pi)$到$B(\pi,0)$的一段.

五、（本题 12 分）

应用$Gauss$公式计算$\iint\limits_{\Sigma}\frac{xdydz+ydzdx+zdxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$,其中$\Sigma$为椭球面$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$,取外侧.

六、（本题 12 分）

应用$Stokes$公式计算曲线积分$\oint_{\Gamma}(y^2-z)dx+(z-x^2)dy+(x+2y)dz$,其中$\Gamma$为柱面$\frac{x^2}{4}+y^2=1$与平面$x+y+z=2$的交线,从$z$轴正向看去为顺时针方向.

七、（本题 12 分）

已知$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{1}{n^p}$绝对收敛,$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt{n}\ln(1+\frac{1}{n^p})$条件收敛,试讨论$p$的取值范围.