A

北京航空航天大学

2018－2019 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试 卷（A）

班　　号______________学号_________________姓名_________

任课教师______________考场_________________成绩_________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成　绩								
阅卷人								
校对人								

2019 年 06 月 24 日

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1．将$\int_0^2 dx\int_0^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 化为极坐标下的二次积分为（　　　）.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{\frac{2}{\cos\theta}} f(r)\,dr$　　　B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{\frac{2}{\cos\theta}} f(r)\,r\,dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\frac{2}{\cos\theta}} f(r)\,r\,dr$　　　D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{\frac{2}{\sin\theta}} f(r)\,dr$

2．下列论断中正确的是（　　）

A. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy=\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$,其中$f(x,y)$是连续函数；

B. $\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le a^2} f(x^2+y^2+z^2)dv=\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^{\pi} d\varphi\int_0^a f(r^2)r^2\sin\varphi dr$,其中$f(t)$是连续函数；

C. 有界闭区域D由分段光滑的闭曲线L围成，$P(x,y),Q(x,y)$在D上有一阶连续的偏导数，则$\oint_L P(x,y)dy+Q(x,y)dx=\iint\limits_D(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y})dxdy$；

D. 若空间有界区域V关于xOy平面对称，函数$f(x,y,z)$在V上连续，且$f(x,y,-z)=f(x,y,z)$，则$\iiint\limits_V f(x,y,z)dxdydz=0$.

3．设$f(x,y)$连续，$L=\{(x,y)\,|\,(x-1)^2+(y-1)^2=R^2\}$，则$\lim\limits_{R\to0^+}\dfrac{\int_L f(x,y)ds}{2\pi R}=$（　　）.

A. $f(0,0)$;　　　B. $2f(0,0)$;

C. $f(1,1)$;　　　D. $2f(1,1)$.

4．设$F(x)=\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^x f(t)dt$，其中$f(t)$为连续函数，则$F'(x)=$（　　）.

A. $f(x)$;　　　B. $\pi f(x)$;

C. $2\pi f(x)$;　　　D. 0.

5．设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=1$，则$\iint\limits_\Sigma(x^2+y^2)dS=$（　　　）.

A. $\dfrac{2\pi}{3}$;　　　B. $\dfrac{4\pi}{3}$;

C. 2π;　　　D. $\dfrac{8\pi}{3}$.

A

二、计算题（每小题 5 分，满分 30 分）

1. 设数量场 $f(x,y,z)=x^2+2yz+xz$，求 f 的梯度 $gradf$ 以及向量场 $gradf$ 的旋度.

2. 计算 $\iint\limits_{D}\frac{1}{1+x^2+y^2}dxdy$，其中 $D:1\le x^2+y^2\le 4.$

3. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dxdydz$，其中 $\Omega=\{(x,y,z)\,|\,\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1\}$.

4. 计算第一型曲线积分$\int_L (x^2+y^2+z^2)ds$，其中$L: x=3\cos t,\ y=3\sin t, z=4t,$ $0\le t\le 2\pi$.

5. 计算第二型曲线积分$\int_L (x+y)dx+(y-x)dy$，其中L为从$(2,0)$沿上半椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$到$(-2,0)$的曲线.

6. 设Σ是平面$6x+4y+3z=12, x, y, z\ge 0$，计算第一型曲面积分$\iint_\Sigma \left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}\right)dS$.

三、（10 分） 计算第二型曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} y^3 z^2 dydz + (z+1)dxdy$，其中$\Sigma$为 上半球面

$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$，取上侧.

五、（10 分）**(利用 Gauss 公式)**

计算 $\iint\limits_{S}(y-z+x^2)dydz+(z-x+y^2)dzdx+(x-y+z^2)dxdy$，其中 S 为锥面

$z=\sqrt{x^2+y^2}, 0\le z\le 1$，方向取下侧.

六、（**10 分**）已知$\int_L xy^2dx+yf(x)dy$与路径无关，$f(x)$具有连续导数，且$f(0)=0$，计算$\int_{(0,0)}^{(2,2)} xy^2dx+yf(x)dy$.

七、（10 分）(利用 Stokes 公式)

计算 $\oint_L (z-y)dx+(x-z)dy+(y-x)dz$, 其中 L 为 $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$ 为顶点的三角形边界，从 x 轴正向看过去，方向取逆时针.