

基础物理学 A1

2025年春季学期

谢柯盼

kpxie@buaa.edu.cn

物理学院

第八章 相对论

§ 8-1 相对论以前的力学和时空观

§ 8-2 电磁场理论建立以后呈现的新局面

§ 8-3 爱因斯坦的假设与洛伦兹变换

§ 8-4 相对论时空观

§ 8-5 相对论多普勒效应*（基物2讲授，本课程不讲）

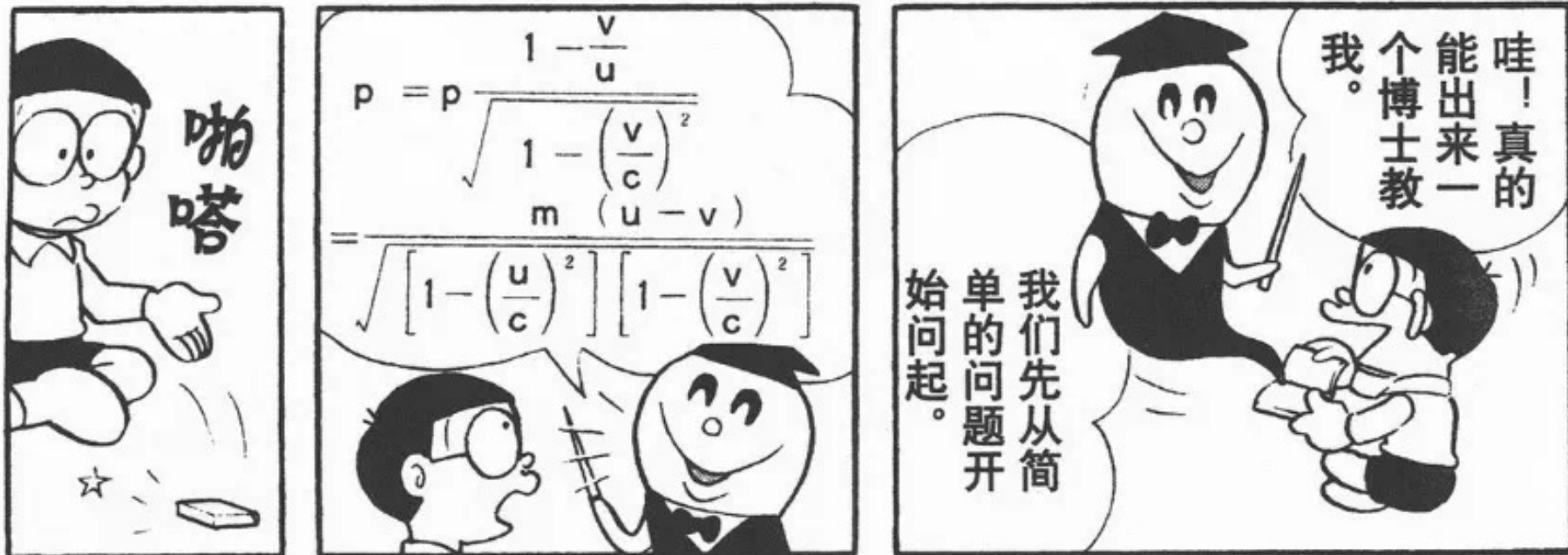
§ 8-6 速度变换公式

§ 8-7 质量、能量和动量

§ 8-8 广义相对论简介

心理建设

*读图顺序从右向左



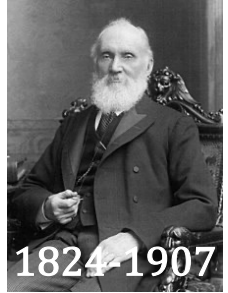
相对论是一个相当“古老”的理论，有百余年历史，其**基本内容**早已是现代科学的**常识**，**并非**前沿理论

*狭义相对论的基本图景极其简单，高中生也能理解

相对论一章是期末考核的**重点内容**，请同学们认真对待学习，有疑惑时要及时讨论

§ 8-0 引子

19世纪末，力学、热学、电磁学陆续建立起完整的理论体系，经典物理学的大厦已经落成
开尔文勋爵的著名**世纪演讲**（1900）



§ 1. **T**HE beauty and clearness of the dynamical theory, which asserts heat and light to be modes of motion, is at present obscured by two clouds. **I.** The first came into existence with the undulatory theory of light, and was dealt with by Fresnel and Dr. Thomas Young; it involved the question, How could the earth move through an elastic solid, such as essentially is the luminiferous ether? **II.** The second is the Maxwell-Boltzmann doctrine regarding the partition of energy.

I. 测量**以太风**实验的零结果

II. 经典能量均分定理对黑体辐射谱的失效

分别带来了相对论（**本章内容**）和量子论（基物2）

狭义与广义相对论的基本理论均由**爱因斯坦**所建立

阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein)

1879年生于德国乌尔姆

1895年搬往瑞士，于次年放弃德国国籍

1897年进入**苏黎世联邦理工学院**师范系学习数学和物理，1900年以全班5名学生中第4名的成绩毕业



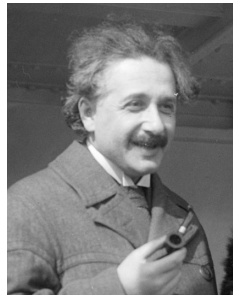
1901年获得瑞士国籍，次年入职瑞士伯尔尼专利局成为技术员，利用业余时间研究物理并攻读博士学位

1905年（物理学**奇迹年**）：

- 提出测量分子大小的新方法（博士论文）
- 建立狭义相对论
- 提出光量子理论，解释光电效应



1914年回到德国，任威廉皇帝物理研究所所长兼柏林大学教授（无教学任务），随后当选普鲁士科学院院士



1915-1916年间建立**广义相对论**

1917年提出受激辐射理论，为激光技术奠定了基础

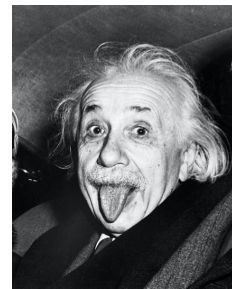
1919年，英国物理学家**爱丁顿**率领团队利用日全食观测太阳引力场引起的光线偏折，证实了广义相对论的预言，世界为之轰动

1922年因光量子理论获得1921年的诺贝尔物理学奖

1924年，与印度年轻物理学家**玻色**一同提出了描述全同粒子的量子统计理论，预言了玻色-爱因斯坦凝聚态的存在

1933年，由于纳粹的迫害而离开德国，先往英国，后到美国普林斯顿大学就职并定居

定居美国后，爱因斯坦在物理学方面仍有众多贡献，如提出量子力学EPR佯谬（1935）和虫洞概念（1935）等。1940年加入美国国籍



爱因斯坦晚年醉心于**统一场论**的研究，但由于对量子论的排斥，他没有过多关注量子场论和粒子物理在1940~1950年代的蓬勃发展，统一场论的研究**并不成功**，甚至被逐渐排斥在主流之外

1955年，爱因斯坦逝世，享年76岁

爱因斯坦在近代物理学的每一个领域都印下了不灭的足迹，留下的科学遗产至今仍在影响着物理学的发展

- 1917年建立受激辐射理论，1960年激光技术诞生
- 1924年预言玻色-爱因斯坦凝聚，1995年被验证
- 1916年预言了引力波的存在，2016年被验证，引力波天文学时代由此开启

§ 8-1 相对论以前的力学和时空观

绝对时空观（经典时空观）——经典力学的时空基础
牛顿《自然哲学的数学原理》（1687）

时间：绝对的、真实的数学时间，就其本质而言，是永远均匀平静地流逝着的，与任何外界事物无关。

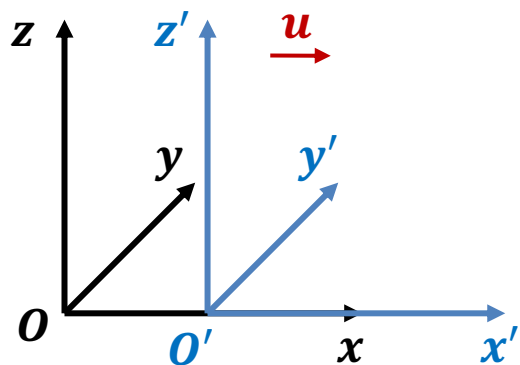
空间：绝对空间就其本质而言，是与任何外界事物无关的，它从不运动，而且永远不变。

其数学表述：两个事件的时间间隔和空间间隔，在任何两个惯性系 S 和 S' 中均有

- $\Delta t = \Delta t'$ ：绝对时间
- $|\Delta \vec{r}| = |\Delta \vec{r}'|$ ：绝对空间

这一观点与我们的日常经验相符，同时也与20世纪前的、不涉及光速的实验结果相符

绝对时空观的**坐标变换**表述：考虑两惯性系 S 和 S'



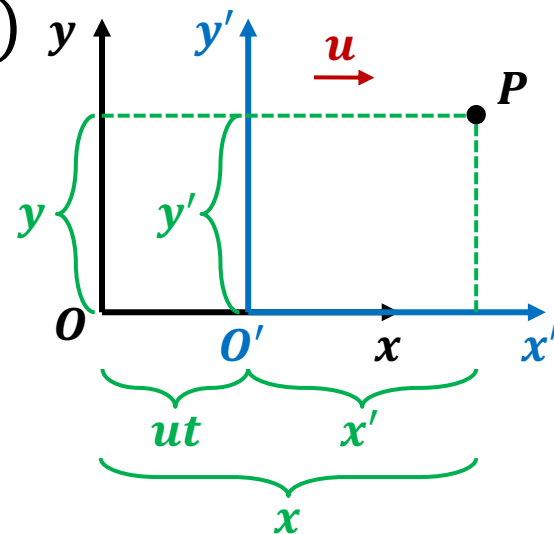
$t = t' = 0$ 时， S' 与 S 坐标轴重合，且 S' 相对于 S 以速率 u 沿着 x 轴运动

- 允许 $u < 0$ ，此时相当于沿着 x 轴负向运动

任一时空点 P 在 S 系的坐标为 (x, y, z, t)
在 S' 系的坐标为 (x', y', z', t')

由**几何关系**
立即可得

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$



称为**伽利略变换**，它沟通了同一事件在两惯性系内的坐标关系

若存在两事件 P_1 和 P_2 ，则易知

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$
$$= \sqrt{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2} = |\Delta\vec{r}'|$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \Delta t'$$

伽利略变换反映了绝对时空观，是后者的数学实现，二者之间可以互相导出

$$\text{微分} \left\{ \begin{array}{l} dx' = dx - u dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = dt \end{array} \right.$$

$$\text{速度变换} \left\{ \begin{array}{l} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{array} \right.$$

经典速度叠加律。 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ 为质点在 S 系内的速度， $\vec{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)$ 为质点在 S' 系内的速度

$$\text{微分} \begin{cases} dv'_x = dv_x \\ dv'_y = dv_y \\ dv'_z = dv_z \end{cases} \quad \text{加速度变换} \begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases}$$

即同一质点在两惯性系中的加速度相同, $\vec{a} = \vec{a}'$

经典力学认为:

- 质量 m 衡量质点的惯性, 与参考系无关, $m = m'$
- 相互作用由物体的相对位置及速度决定, $\vec{F} = \vec{F}'$

因此, 如果在某一惯性系中满足 $\vec{F} = m\vec{a}$, 则其他任一惯性系中也必满足 $\vec{F}' = m\vec{a}'$

- 或称牛顿定律具有伽利略变换下的**不变性**
- 或称力学定律在一切惯性系中都取相同的形式, 即
伽利略相对性原理

这一切都无比自然, **直到麦克斯韦电磁理论的出现**

§ 8-2 电磁场理论建立后呈现的新局面

英国物理学家麦克斯韦在19世纪60年代的一系列研究中，统一了电、磁和光，建立了经典电磁理论

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} & \text{电荷产生电场} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 & \text{不存在独立的“磁荷”} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{变化的磁场产生电场} \\ \nabla \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J} & \text{电流和变化的电场产生磁场} \end{array} \right.$$



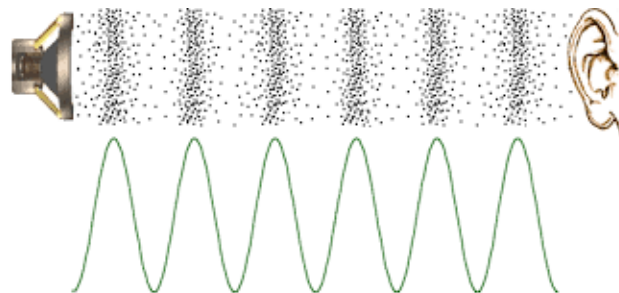
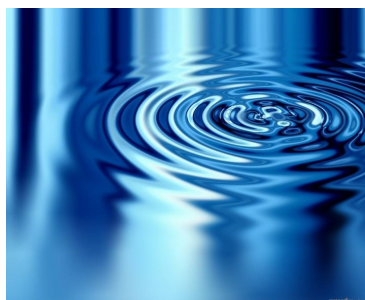
1831-1879

电磁场的扰动以**电磁波**的形式传播，其速度为

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

问题：这是相对于什么的速度？

19世纪人们对**波**的认识：通过介质传播的机械波



今有一陈述：室温下空气中的声速为 340 m/s

问：这是相对于什么的速度？

答：相对于**静止空气**（介质）的速度

问：光速 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 是相对于什么的速度？

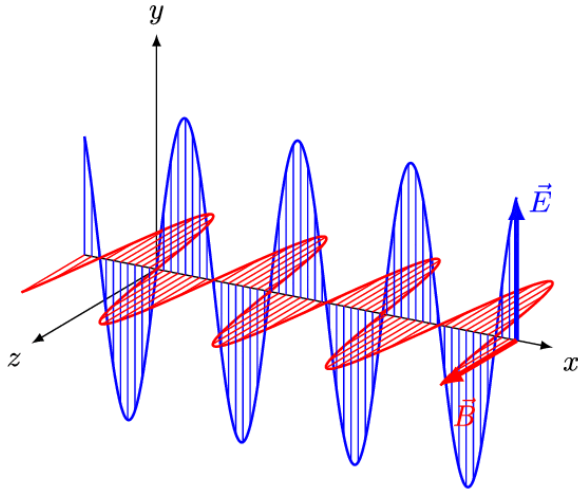
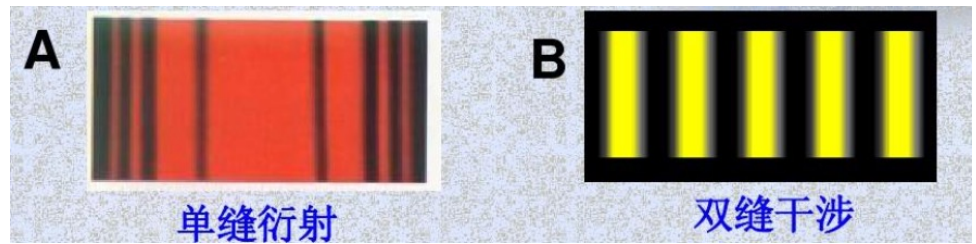
答：相对于**以太**（Aether）的速度

这是17世纪以来光的**波动说**所持的普遍观点：

- 光是在名为**以太**的介质中传播的机械波

荷兰物理学家惠更斯是此观点的代表性人物，与牛顿（支持光的**粒子说**）存在激烈冲突

18、19世纪以来，光的波动说逐渐被广泛接受



1865年，麦克斯韦电磁理论更是明确了光是一定频段的**电磁波**，
且是**横波**而非纵波
——即光的场振荡方向垂直于其传播方向

但人们仍未摆脱机械波的图景。**当时的人们认为：**
以太之于光，就像空气之于声

- 光是以太的振荡，光必须依靠以太才能传播
- 麦克斯韦方程组中所出现的光速，是光**相对于以太**的速度

这一**假设**可以由实验验证吗？



若飞行员测得向前和向后的声速分别为 200 m/s 和 480 m/s
则可推知自己在相对于空气以 140 m/s 的速度飞行

*注意此处为开放式机舱，飞行员直接与大气接触

类似地，观测者可以通过测量**不同方向的光速**来判断自己是否相对以太运动，或更进一步说

- 电磁定律中隐含着绝对静止的参考系——**以太系**，麦克斯韦方程组只在这个参考系中成立，在其他参考系中要修正
- 这与牛顿力学完全不同！牛顿定律无法区分静止与匀速直线运动（伽利略相对性原理）

即是说，**若以太存在**，则麦克斯韦方程**不满足**相对性原理，观测者可以判断**自己是静止还是在运动**

1879年，麦克斯韦给美国航海历书局局长写信，建议用**天文方法**测量地球在以太中的绝对运动
当时刚到局里工作、时年只有28岁的迈克尔逊读了此信，决定尝试以**地球上的方法**来进行实验



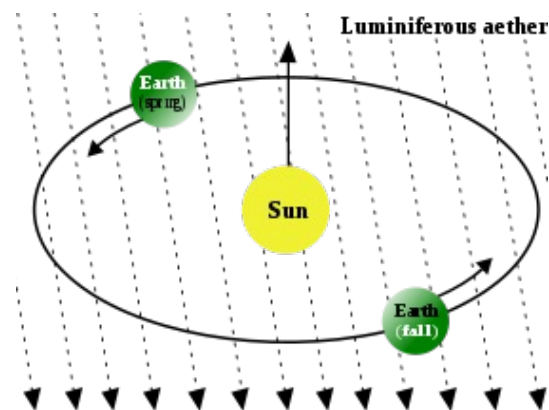
1881年设计迈克尔逊干涉仪

1887年与莫雷一起完成实验，得到了著名的“零结果”，亦即**没有观测到**地球相对以太的任何运动

此为开尔文世纪演讲中提到的**乌云**

迈克尔逊-莫雷实验促使人们接受**以太不存在**的事实，并接受相对论

迈克尔逊于1907年独自一人获得诺贝尔物理学奖，是美国第一位获奖者

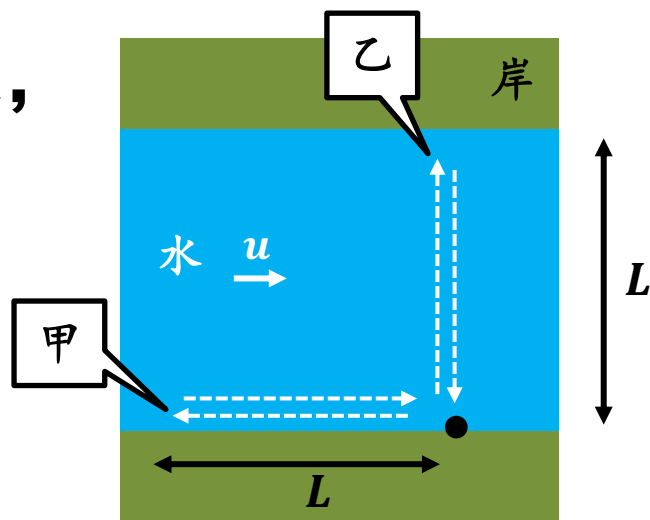


例：甲和乙都在河中游泳，河水流速为 u 。已知两人相对于水的速度都是 c ，问谁先回到起点。

解：对于甲，去程逆流，回程顺流，
花费时间

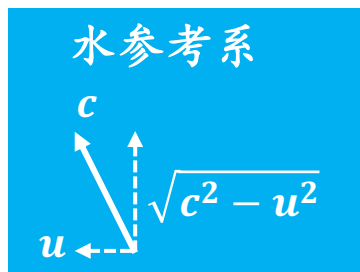
$$t_1 = \frac{L}{c - u} + \frac{L}{c + u} = \frac{2cL}{c^2 - u^2}$$

对于乙，速度分解



故花费时间

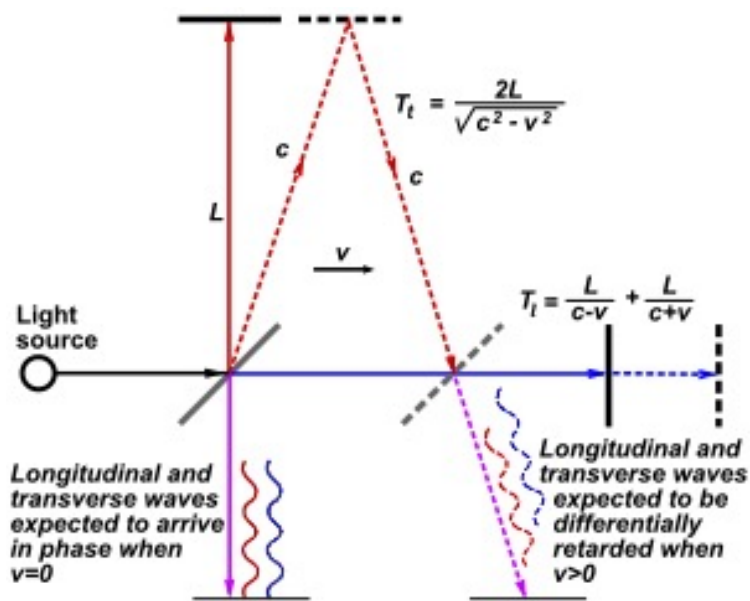
$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$



$$t_2 - t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right) \approx -\frac{L u^2}{c c^2} < 0$$

故乙先回到起点

将甲乙视为两束光，水视为以太



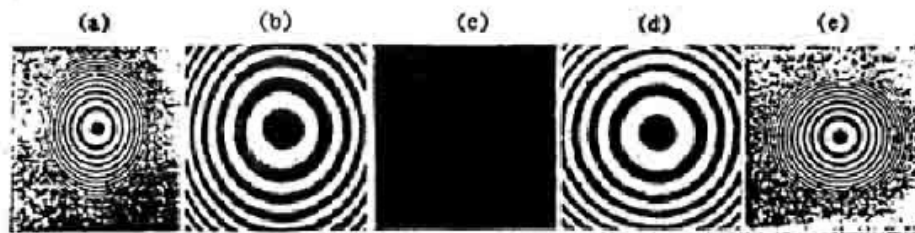
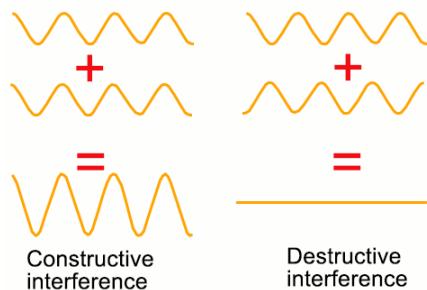
若装置相对以太的速度为 u ，
则**红色**光路比**蓝色**光路领先

$$\Delta t \approx \frac{L u^2}{c^2}$$

$L \sim 10 \text{ m}$, $u \sim 30 \text{ km/s}$

则 $\Delta t \sim 10^{-16} \text{ s}$ ，对应长度差
 $\sim 10^{-7} \text{ m}$ ，极微小

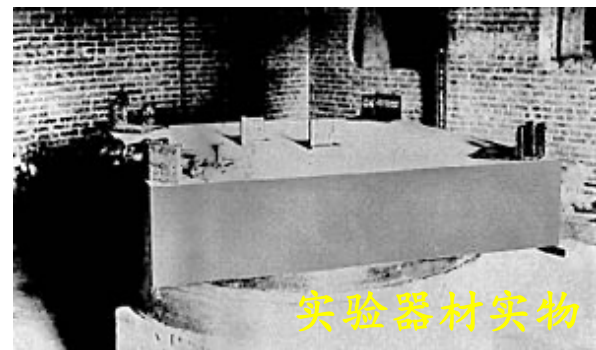
利用光的**干涉效应**来测量微小长度：干涉条纹



实验中将装置旋转 90° ，相当于光路互换，引起条纹的移动： $\Delta = N\lambda$ 。测出 N ，可推知 u （基物2**光学**会讲）

迈克尔逊和莫雷的装置预期能看到
 $N = 0.4$ 的条纹移动

但他们在不同季节测量多次，均未
发现任何变化



此为以太漂移实验的**零结果**，也是经典物理学的第一朵乌云

解释1：地球正好和以太相对静止， $u = 0$ 。

质疑：地球在宇宙中并不特殊；且地球至少在绕太阳公转，不可能一直和以太相对静止。

解释2：由于以太的某种物理效应，沿着以太运动方向的长度收缩为原来的 $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ （菲茨杰拉德1889；洛伦兹1892）

质疑：过于人为，没有其他理论或实验依据

解释3：地球的运动把周边的以太拖动了，以至于地球附近的以太速度恒为零。

有一**早于迈克尔逊**的实验可检验该假说：
斐索实验（1851）

测量物质对以太的**拖曳效应**



1819-1896

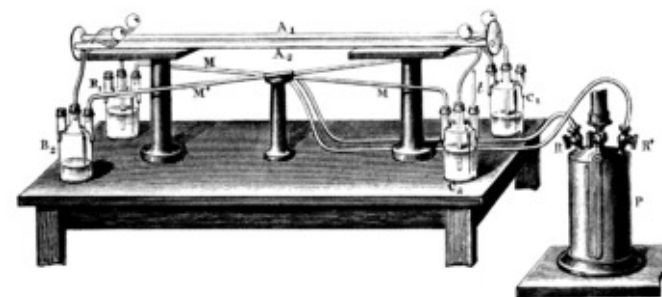
水的折射率为 $n = 1.33$ ，故光在水中的速度为 c/n

则当水以 u 的速度流动时，水中的光速应变为

$$c' = \frac{c}{n} + u$$

实验测得

$$c' = \frac{c}{n} + u \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$



似乎**拖了**，又**没完全拖动**
仍**不能解释**迈-莫实验

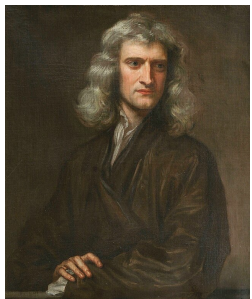
斐索实验对爱因斯坦有很大启发，他后来多次提及

以太假设的另一疑难：光与机械波似乎很不一样
介质密度越高，机械波传播速度越快

- 空气中声速340 m/s
- 水中声速1500 m/s
- 钢铁中声速5100 m/s



光速 $c \approx 3 \times 10^8$ m/s，以太的密度比钢铁高得多，但各星球又在空间中穿行无阻！似乎**自相矛盾**
这也是当初牛顿反对波动说的重要原因



牛顿：如果光是在介质中传播的波，这种介质一定无处不在，而且肯定会影响天体的运动。

另一个事实暗示光不是机械波：光在介质中会传播得**更慢**而非更快， $c' = c/n$

1. 经典时空观（伽利略变换）
 2. 相对性原理（所有的惯性系都彼此等价）
 3. 麦克斯韦电磁理论（给出恒定的光速）
- 以上三个命题实际上构成了一个不可能三角



三种方案：

- A. 若1和2正确，则光速不可能是恒定值，因为总可以通过速度叠加律来改变它，即3不成立
- B. 若1和3正确，则麦克斯韦方程组只在以太系成立，由此能得到绝对静止的参考系，故2不成立
- C. 若2和3正确，则任何惯性系内观测到的光速都一样，违背了经典速度叠加律，即1不成立

麦克斯韦方程经历了多次实验的考验，故方案A不可行
迈克尔逊-莫雷实验表明，方案B不可行

几乎没人想过还可以有方案C，除了1905年的爱因斯坦

§ 8-3 爱因斯坦的假设与洛伦兹变换

爱因斯坦认为相对性原理与麦克斯韦方程组都是经过实验检验的、**可靠的定律**

但是经典时空观实际上没有在精密的实验下进行过检验，只是人们的**日常经验**

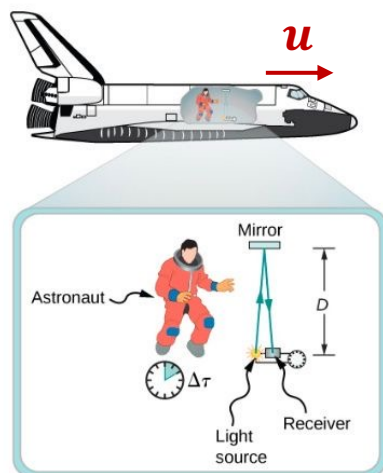
他据此提出**两个假设**

1. 狭义相对性原理：物理定律在一切惯性系中都取相同的形式
2. 光速不变原理：**真空中的光速**相对于任何惯性系都是同一个常数 c

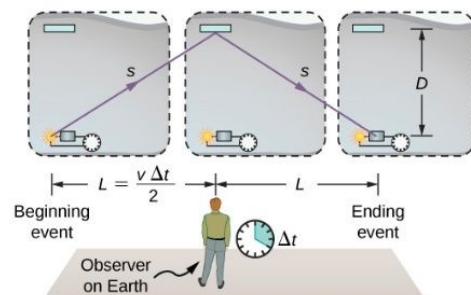
爱因斯坦明确摒弃了以太假说，认为**以太不存在**，光可以在**真空中传播**，不需要介质

第2条假设直接解释了迈克尔逊-莫雷实验的零结果，驱散了第一朵乌云

光速不变原理的推论初探 (1)



飞船系里光钟嘀嗒一次
耗时 $\Delta t' = 2D/c$



地面系认为飞船里的光钟嘀嗒一次耗时

$$\Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > \Delta t'$$

在地球上看来，飞船上的钟变慢了！

飞船上的一切必然同步变慢了，**否则违反相对性原理**
故运动参考系的时间过得更慢
称为时间膨胀效应，或钟慢效应

时间膨胀——运动的钟走得更慢

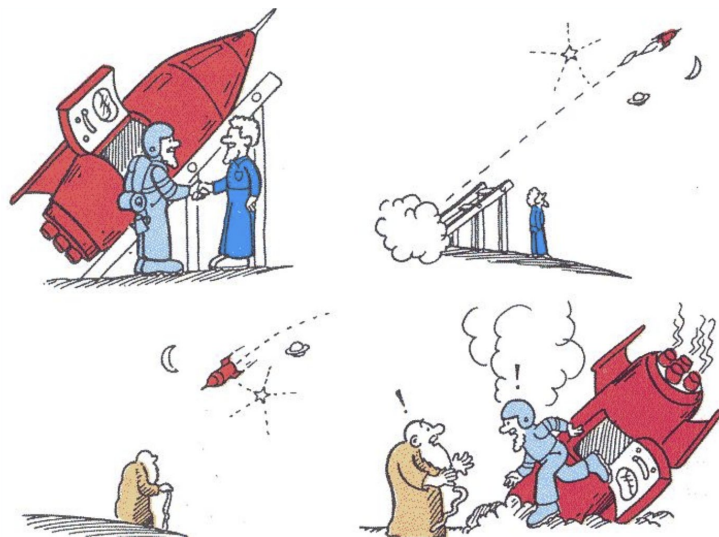
飞船速度	10^8 m/s	$2.9 \times 10^8 \text{ m/s}$	$2.99 \times 10^8 \text{ m/s}$	$2.997 \times 10^8 \text{ km/s}$
u/c	0.3336	0.9673	0.9974	0.9997
飞船上1秒相当于地球时间	1.06秒	3.94秒	13.8秒	40.3秒

例：一飞船以光速的0.999倍飞离地球，之后掉头以同样的速度飞回地球。如果飞船回到地球时，地面上经过了20年，求飞船内经过的时间。

解：由题意， $u = 0.999c$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \approx 0.89 \text{ yr}$$

注：现今宇宙飞船速度 $\sim 10^{-5}c$



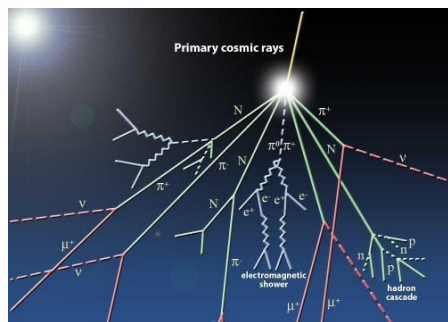
钟慢效应的实验验证 (1)

μ 轻子是一种基本粒子，带负电，质量约为电子的207倍，是不稳定粒子，能衰变到电子和两个中微子

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

当 μ 子静止时其寿命为 $\tau_0 = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$

据此，衰变前走过的最长距离为 $c\tau_0 = 660 \text{ m}$



实际上，宇宙射线在**万米高空**轰击大气原子核所产生的次级 μ 子仍可到达地面

• 最初 μ 子就是这样被发现的

这是因为次级 μ 子具有极高的速度：

若 $u = 0.999c$ ，则 $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - u^2/c^2} \approx 22\tau_0$

据此，衰变前走过的最长距离为 $c\tau = 14.8 \text{ km}$

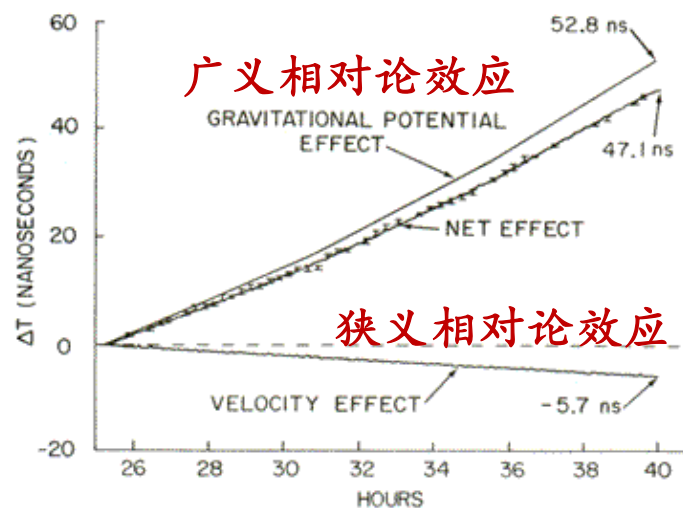
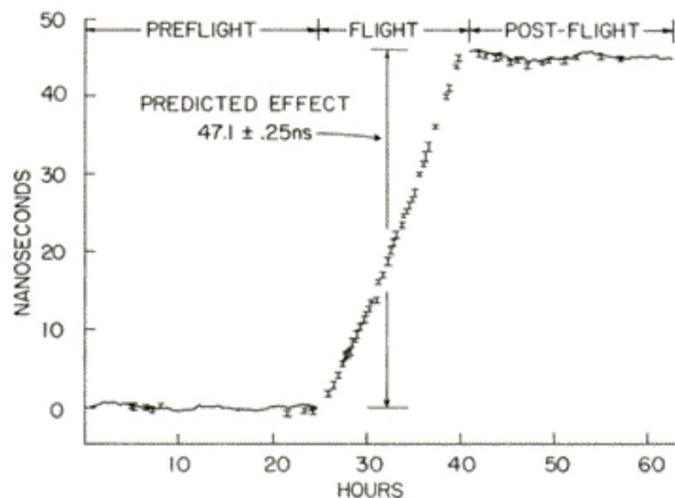
钟慢效应的实验验证 (2)

1971年, 物理学家Hafele和天文学家Keating将原子钟带上飞机测量时间

1975-1976年, 更精确的**马里兰实验**,
美国海军飞机搭载原子钟, 在15小时
和1万米高空的飞行中测量时间

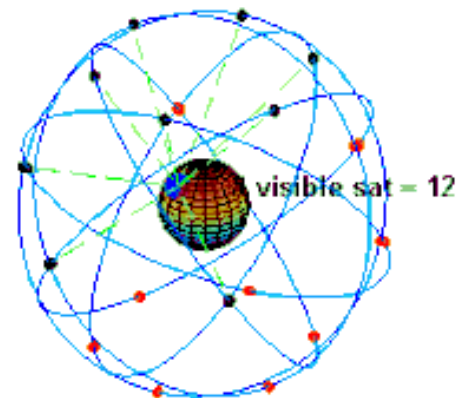
总共分析五次航班数据, 在1%的精度
内验证了相对论的预言

$u \sim 800 \text{ km/h}$, 1 s 慢 $\sim 10^{-13} \text{ s}$, 15 h 累计 $\sim 10 \text{ ns}$



钟慢效应的工程应用

全球定位系统（GPS），通过测量信号到达多个定位卫星的时间差来定位



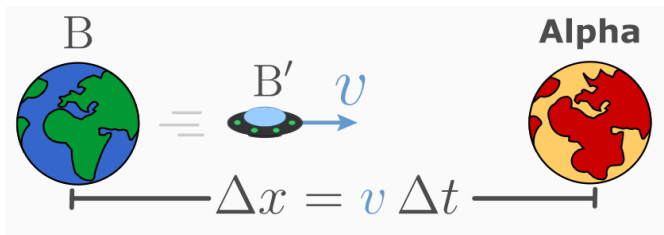
两种效应**同时存在**：

- 狭义相对论钟慢效应，卫星时速约1.4万公里，其时间一天比地球慢7微秒
- 广义相对论效应，引力会减缓时间，卫星离地心较远，所受引力较小，导致其时间一天比地球快约45微秒

综合起来，卫星时钟每天必须回拨38微秒，否则将积累**10公里**定位误差

一般说来，当GPS定位精度在30米以内时，就已经用到了相对论修正

光速不变原理的推论初探 (2)



地球系认为旅程耗时 $\Delta t = \Delta x / u$

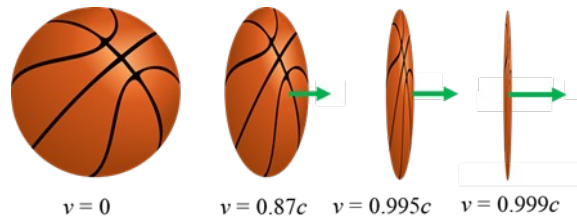
由于钟慢效应，飞船系认为旅程耗时

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - u^2 / c^2} = \frac{\Delta x}{u} \sqrt{1 - u^2 / c^2}$$

因此，飞船系认为两星球的距离为

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - u^2 / c^2} < \Delta x$$

即物体会**沿着运动方向缩短**，称为尺缩效应



公式最早由洛伦兹等人于1890s导出，故称洛伦兹收缩
但直到1905年才由爱因斯坦出正确的物理解释

关于钟慢效应和尺缩效应的几点评述

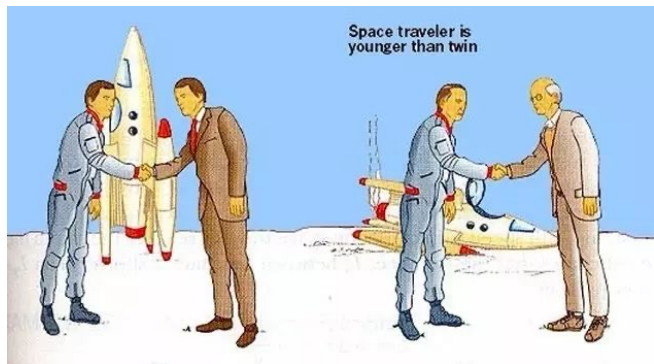
- 它们总是联合出现的，运动的物体时间变慢，长度缩短，体现的是时空的**一体性**
- 这是时空本身的性质，与物体自身材料**无关**
- 具有**相对性**，匀速运动飞船内的人并不觉得自己的时间变慢了，也不觉得自己长度缩短了。他们反而会觉得是地球上的时间变慢和长度缩短了

重要：本节课用于讨论钟慢、尺缩的场景均属于科普性质的介绍，用于为同学们提供直观的理解

本节课所导出的公式都是**二级结论**而非普遍适用的公式，并**不能**随意应用于一切习题或实例

下次课将介绍普遍公式，并导出本节课的各种公式

双生子佯谬：既然时间变慢是相对的，为什么更老的是待在地球上的人，而非他的宇航员兄弟？



一个初步且直观的解释：

两人的运动事实上**并不对称**——

- 宇航员兄弟要经历加速、匀速飞行、减速停止、掉头加速、再减速最后降落于地球等过程
- 而地球上的兄弟并不需要经历这些过程

正是这一区别导致了双生子的年龄出现差异

更普遍地说，当两人先后两次相遇时，**运动更匀速、加速更少**的那个人所经历的时间会更长

下次课会更细致地讨论这一现象

本节课小结

麦克斯韦方程组隐含着光速为常量的推论，与经典时空观、相对性原理构成了不可能三角形

为了使三者同时成立，人们提出了以太假说，但被迈克尔逊实验所证伪

爱因斯坦大胆抛弃了以太，并作出两条假设

1. 相对性原理
2. 光速不变性原理

据此提出狭义相对论

光速不变性原理可推出动钟变慢、动尺缩短

第八章作业

因只讲解了很初步的内容，本次课暂不布置作业

可先预习洛伦兹变换的内容

作业会在周五（4月11日）讲解了洛伦兹变换之后布置

***** 重要信息 *****

强烈建议提前阅读下次课的**预习版PPT**并进行一些验算

下次课会涉及非常硬核的公式推导及物理意义诠释

如果没有预习，很难跟上