第二次单元测试———多元函数极限，连续，导数和微分

2020 年 5 月 24 日星期日 10:00-11:00

1. $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ y\to 0}}\dfrac{\ln(1-xy)}{\sin y}=(\quad)$.

   A. $-a$；　　B. a；　　C. 0；　　D. 不存在.

2. 关于函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{x}\sin\dfrac{1}{y}+\sqrt[3]{y}\sin\dfrac{1}{x}$ 在点 $(0,0)$ 处的重极限和累次极限，下面结论正确的是(　　).

   A. 重极限为 0，两个累次极限都不存在；

   B. 重极限为 0，两个累次极限存在且相等；

   C. 重极限不存在，两个累次极限存在但不相等；

   D. 重极限和两个累次极限都不存在.

3. 二元函数 $g(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $g_x(x_0,y_0)$，$g_y(x_0,y_0)$ 存在是 $g(x,y)$ 在该点连续的(　　).

   A. 充分条件而非必要条件；　　B. 必要条件而非充分条件；

   C. 充分必要条件；　　D. 既非充分条件又非必要条件.

4. 设函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微，且有 $\|gradf(0,0)\|=\sqrt{2}$，则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处沿任何方向的方向导数中不可能取到的值是(　　).

   A. $\sqrt{2}-1$；　　B. $-\sqrt{2}$；　　C. $-\sqrt{2}-1$；　　D. $\sqrt{2}$.

5. 关于函数 $f(x,y)=\begin{cases} x+y+\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在原点 $(0,0)$ 处，

对于如下结论，其中正确的有(　　　).

(1)两个偏导数都不存在；(2)两个偏导数都存在；(3)可微；(4)不可微.

   A. (1)和(3)；　　B. (1)和(4)；　　C. (2)和(3)；　　D. (2)和(4).

6. 设函数 $g(x,y)=f(xy,\dfrac{x^2-y^2}{2})$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续的偏导数，

则 $g_{xy}=$ (　　).

A. $f_u-xyf_{uu}+(x^2-y^2)f_{uv}-xyf_{vv}$；　　B. $f_u+xyf_{uu}+(x^2-y^2)f_{uv}-xyf_{vv}$；

C. $x^2f_{uu}-2xyf_{uv}-y^2f_{vv}-f_v$；　　D. $x^2f_{uu}-2xyf_{uv}+y^2f_{vv}+f_v$.

7. 设 $z=x\sin(x+y)$，则 $dz\big|_{(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})}=$ (　　).

A. $\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$；　　B. $\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$；　　C. $\mathrm{d}x$；　　D. $\mathrm{d}y$.

8. 函数 $z=\sin x\cos y$ 在点 $(0,0)$ 的 Taylor 公式展开正确的是(　　)，其中，$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$.

A. $x-\dfrac{x^3}{6}-\dfrac{1}{2}xy^2+o(\rho^4)$；　　B. $x-\dfrac{x^3}{6}-\dfrac{1}{3}xy^2+o(\rho^3)$；

C. $1-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{1}{4}x^2y^2+o(\rho^4)$；　　D. $xy-\dfrac{x^3y}{6}-\dfrac{xy^3}{6}+o(\rho^4)$.

9. 设 $y=y(x,z)$ 由方程 $xyz=e^{x+y}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial y}{\partial x}=$ (　　).

A. $\dfrac{y(1-x)}{x(z-1)}$；　　B. $\dfrac{y(1-z)}{z(1-x)}$；　　C. $\dfrac{y(1-x)}{x(y-1)}$；　　D. $\dfrac{z(1-x)}{x(z-1)}$.

10. 设 $y=y(x),z=z(x)$ 是由方程 $x+y+z+z^2=0$ 和 $x+y^2+z+z^3=0$ 所确定的函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\bigg|_{\substack{x=0\\y=0}}=$ (　　).

A. 1；　　B. -1；　　C. $\dfrac{1}{4}$；　　D. $-\dfrac{1}{4}$.