A

北京航空航天大学

2014－2015 学年 第二学期期末

《 工科数学分析（2） 》

试 卷（A）

班号__________ 学号__________ 姓名__________ 成绩__________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
成 绩								
阅卷人								
校对人								

2015 年 07 月 10 日

A

一、 选择（每小题 4 分，共 20 分）

1. 向量场 $\vec{F}=(x-z, x^3+yz, -3xy^2)$ 的旋度为 (　　　　)

A. $(-6xy-y, 3y^2-1, 3x^2)$；　　B. $(-6xy-y, 3y^2+1, 3x^2)$；

C. $(-6xy+y, 3y^2-1, -3x^2)$；　　D. $(-6xy-y, 3y^2-1, 3x^2+1)$.

2. 已知 $f(x,y,z)$ 为连续函数，则极限 $\lim\limits_{r\to 0^+}\dfrac{1}{\pi r^3}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le r^2} f(x,y,z)dxdydz=$ (　　　　)

A. $f(0,0,0)$；　　B. $\dfrac{4}{3}f(0,0,0)$；　　C. $4f(0,0,0)$；　　D. $\dfrac{3}{4}f(0,0,0)$.

3. 改变积分次序：$\int_0^1 dy\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{2-y} f(x,y)dx=$（　　　　）

A. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy+\int_0^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy$；

B. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy$；

C. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy$；

D. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy+\int_0^2 dx\int_1^{2-x} f(x,y)dy$.

4. 已知 $I_1=\iint\limits_D (x+y)dxdy,\ I_2=\iint\limits_D \ln(x+y)dxdy,\ I_3=\iint\limits_D [\ln(x+y)]^2dxdy$ 其中 D 是三角形闭区域，三顶点各为 $(1,0), (1,1), (2,0)$, 则大小顺序为（　　　　）

A. $I_1>I_2>I_3$；　　B. $I_1>I_3>I_2$；　　C. $I_2>I_1>I_3$；　　D. $I_3>I_2>I_1$.

5. 设 L 是上半平面 $(y>0)$ 有向分段光滑曲线，如果积分 $\int_L \dfrac{(x+ay)\mathrm{d}x+ydy}{x^2+y^2}$ 与路径无关，则 a 的值为（　　　　）

A. -1；　　B. 0；　　C. 1；　　D. 2 .

二、计算（每小题 5 分，满分 30 分）

1. 已 知 椭 圆 型 区 域 $D=\{(x,y)|\frac{x^2}{4}+y^2\le$ 利 用 广 义 极 坐 标 变 换 计 算 积 分

$I=\iint\limits_D (x^2+4y^2)dxdy$.

2. 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} zdS$, 其中曲面 Σ 为锥面 $z=1-\sqrt{x^2+y^2}$ $(0\le z\le 1)$.

3. 利用对称性计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}[(xy^3\cos z - x^3e^{-z^2})+5]\,dxdydz$，其中 是上半球面 $x^2+y^2+z^2=4\,(z\geq 0)$ 和旋转抛物面 $x^2+y^2=3z$ 所围成的区域.

4. 计算第一型曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\left[(2x^2+y^2)+3xyz\right]dS$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$，其中 $a>0$.（可利用对称性）

Σ

5. 计算第一型曲线积分$\int_{\Gamma} xyz\ ds$, 其中$\Gamma: x=\cos t, y=\sin t, z=t, 0\le t\le 2\pi$.

6. 计算第二型曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z^2 dydz + dzdx - y^2 dxdy$,其中Σ为$z=x^2+y^2$介于平面 $z=0, z=4$之间的部分，取下侧.

三（1)、（本题 8 分）求方程 $y''-2y'-3y=e^{-x}$ 的通解.

三(2)、（本题 10 分） 已知 $I=\int_{\Gamma}(y+z)dx+(z+x)dy+(x+y)dz$，

（1）证明曲线积分 I 与路径无关;

（2）设曲线 Γ 为从点 到点 的有向曲线，求曲线积分 I .

四、（本题 12 分）（利用 Green 公式）

计算 $\int_L \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$，其中 是上半椭圆：$\frac{(x-1)^2}{9} + y^2 = 1\ (y \geq 0)$，**方向为逆时针方向.**

五 、（10 分）(利用 Gauss 公式)

计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x-y)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y-z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}$，其中 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 介于

$z=0, z=h\,(h>0)$之间的部分，取下侧.

六、（10 分）(利用 Stokes 公式)

计算$\oint_{\Gamma}(y+x)dx+(z-\sin y)dy+2xdz,$其中 为柱面$x^2+y^2=1$与平面$x+y+z=1$的交线，从 **z** 轴正向看 为顺时针方向.

七、附加题（本题 10 分）

已知平面区域$D=\{(x,y)|\,0\le x\le\pi,\,0\le y\le\pi\}$, L为D的正向边界，试证明：

（1）

（2）$\oint_L xe^{\sin y}dy-ye^{-\sin x}dx\ge\frac{5}{2}\pi^2.$