北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

工科数学分析进阶课程

任课老师：苑 佳

数学科学学院

教学内容	基本要求及重点和难点
第 1 章 常微分方程	**熟练掌握**微分方程的基本概念、一阶微分方程、二阶（常系数）线性齐次和非齐次微分方程及某些高阶微分方程的求解方法。
第 2 章 Fourier 级数	**熟练掌握** Fourier 级数的基本概念、Fourier 级数计算：以 2π 为周期函数的 Fourier 展开，以 2L 为周期函数的 Fourier 展开，偶函数与奇函数的 Fourier 级数。**熟练掌握** Fourier 级数逐点收敛定理。了解 Fourier 变换。
第 3 章 广义积分和含参变量积分	**掌握**广义积分收敛性的 Dirichlet 判别法和 Abel 判别法。**掌握**含参变量常义积分、了解含参变量广义积分的相关理论。
第 4 章 工科数学分析应用进阶	**掌握**函数的插值、数值积分等微积分基本运算的数值实现等。了解相关领域的应用案例。

成绩组成：

1.平时成绩30分（作业+课堂互动+智树）；

2.项目展示20分（小论文（格式参照冯如杯）+ ppt）；

3.期末笔试 50分.

项目展示内容为：数学分析在相关工程领域上的应用，可以提前准备.

10.1 微分方程的基本概念

1. 微分方程的定义

2. 主要问题-----求方程的解

一、微分方程的定义

微分方程:

凡含有未知函数的导数或微分的方程叫**微分方程**.

例　　$y' = xy,$　　$y'' + 2y' - 3y = e^x,$

$$(t^2 + x)dt + xdx = 0,$$

实质: 联系自变量,未知函数以及未知函数的某些导数(或微分)之间的关系式.

一、微分方程的定义

例 1 一曲线通过点(1,2),且在该曲线上任一点$M(x,y)$处的切线的斜率为$2x$,求这曲线的方程.

解 设所求曲线为 $y=y(x)$, 由已知 $\dfrac{dy}{dx}=2x$

则 $y=\int 2x\,dx$, 即 $y=x^2+C$,

由于 $x=1$ 时 $y=2$, 求得 $C=1$,

所求曲线方程为 $y=x^2+1$.

一、微分方程的定义

分类1: 常微分方程, 偏微分方程.

微分方程的阶: 微分方程中出现的未知函数的最高阶导数的阶数称之.

分类2:

一阶微分方程 $F(x,y,y')=0,\quad y'=f(x,y);$

高阶(n)微分方程 $F(x,y,y',\cdots,y^{(n)})=0,$

$$y^{(n)}=f(x,y,y',\cdots,y^{(n-1)}).$$

一、微分方程的定义

分类3： 线性与非线性微分方程.

$$y' + P(x)y = Q(x), \qquad x(y')^2 - 2yy' + x = 0;$$

分类4： 单个微分方程与微分方程组.

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = 3y - 2z, \\ \dfrac{dz}{dx} = 2y - z, \end{cases}$$

二、主要问题-----求方程的解

微分方程的解:

代入微分方程能使方程成为恒等式的函数称之. 即满足

$y=\varphi(x)$ 在区间 I 上有 n 阶导数,

$$F(x,\varphi(x),\varphi'(x),\cdots,\varphi^{(n)}(x))=0.$$

若微分方程的解含有**任意常数的个数**与方程的**阶数**相同，且**任意常数之间不能合并**，则称此解为该方程的**通解**或**一般解**.

其通解的图形是平面上的一族曲线，称为**积分曲线族**.

二、主要问题-----求方程的解

用来确定通解中的任意常数的附加条件一般称为初始条件.

当通解中的各任意常数都取得特定值时所得到的解，称为方程的特解.

例2 验证：函数 $x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt$ 是微分方程

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0$$

的解. 并求满足初始条件

$$x\big|_{t=0} = A, \quad \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0$$

的特解.

二、主要问题-----求方程的解

解 $\because \dfrac{dx}{dt} = -kC_1 \sin kt + kC_2 \cos kt,$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2 C_1 \cos kt - k^2 C_2 \sin kt,$$

将 $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ 和 x 的表达式代入原方程，

$$-k^2(C_1 \cos kt + C_2 \sin kt) + k^2(C_1 \cos kt + C_2 \sin kt) \equiv 0.$$

故 $x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt$ 是原方程的解.

$$\because \ x\big|_{t=0} = A, \quad \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0, \qquad \therefore \ C_1 = A, \quad C_2 = 0.$$

所求特解为 $x = A \cos kt.$

作业

习题10.1： 1，2，3(1)，4(2,3)

本讲课程结束

北京航空航天大学数学科学学院