

例1 按定义证明

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} = 0$$

例2 求极限

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{(y-x)x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

例3 求

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^{xy}.$$

例4 求

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^3 + y^3)\pi}{x^2 + y^2}.$$

例5 求 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x+y}$.

例6 研究函数 $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^3 + y^3}$ 在 $(0,0)$ 点的重极限和累次极限 .

例7 证明: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$ 不存在 .

例8 设 $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$, 证明: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ 不存在.

例9 讨论函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

在 $(0, 0)$ 处的连续性.

例10 讨论函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

在 $(0, 0)$ 的连续性.