基础物理学 A1
2025年春季学期

谢柯盼
kpxie@buaa.edu.cn
物理学院

第二章 牛顿力学的基本定律

§ 2-1 牛顿运动定律

§ 2-2 几种常见的力

§ 2-3 牛顿定律应用举例

§ 2-4 力学相对性原理

§ 2-5 惯性系与非惯性系 惯性力

§2-3 牛顿定律应用举例

动力学方程及其在各坐标系中的表达式

除了第八章（相对论），均认为质点的质量m与运动状态无关，因此牛顿第二定律的矢量表达式可写为

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = m\dot{\vec{v}} = m\vec{a}$$

直角坐标系

$$F_x = m\ddot{x}, \qquad F_y = m\ddot{y}, \qquad F_z = m\ddot{z}$$

平面极坐标系（即径横向分解）

$$F_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right), \qquad F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$$

自然坐标系（即切法向分解）

$$F_\tau = m\dot{v}, \qquad F_n = \frac{mv^2}{\rho}$$

根据所研究的问题建立恰当的坐标系，能事半功倍

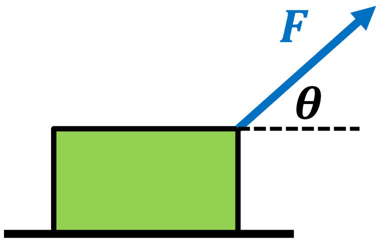
牛顿定律的基本应用方法：

选对象，看运动，查受力，定坐标，列方程

1. 认定研究对象，将其隔离出来
2. 对其基本运动情况作出判断（或作出假设）
3. 分析物体受力，画出受力图
4. 建立**适当坐标系**，列出动力学方程、运动学方程及所需的辅助方程（需用文字简要说明每个物理量的含义，及**列方程的依据**）
5. 求解方程（先文字简述，再代入数值）

6. 快速**验证**结果是否正确，如量纲是否正确，在极限情形下是否符合预期等等

例：物体与水平面间的滑动摩擦系数为μ。加一大小恒定为F的力于其上，如图所示。欲使物体水平方向的加速度最大，则夹角θ应满足



A. $\sin\theta = \mu$

B. $\cos\theta = \mu$

C. $\tan\theta = \mu$

D. $\cot\theta = \mu$

解：竖直方向正压力为

$$N = mg - F\sin\theta$$

水平方向加速度则满足

$$ma = F\cos\theta - \mu N$$

代入可得$ma = F(\cos\theta + \mu\sin\theta) - \mu mg$

其极值在$\mathrm{d}a/\mathrm{d}\theta = 0$处，求导得C选项正确。

例：质量为M的质点沿x轴正向运动，通过坐标为x的位置时的速度为kx，且$k > 0$为常量。求此时作用于该质点上的F，以及该质点从x_0点出发运动到x_1处所经历的时间Δt。

解：由题知$\dot{x} = kx$，因而

$$F = M\ddot{x} = M\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = M\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = Mk(kx) = Mk^2x$$

灵活运用链式法则。

要求时间间隔，则需要改写已知关系式$\dot{x} = kx$为

$$\mathrm{d}t = \mathrm{d}x/kx$$

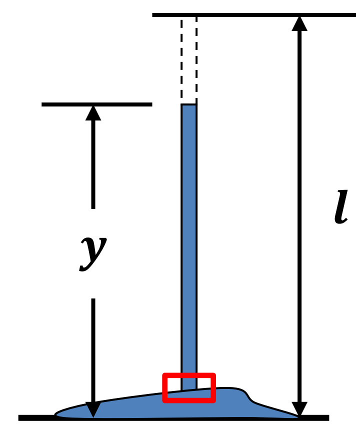
从而得到

$$\Delta t = \int_{x_0}^{x_1}\frac{\mathrm{d}x}{kx} = \frac{1}{k}\ln\frac{x_1}{x_0}$$

例：柔软绳长l，线密度ρ，一端着地开始自由下落。当空中绳长为y时，地面的压力N为多少?

解："柔软绳"只能承受**拉力**，不能承受压力。

空中**有限长的部分**不会受到来自地面的力，始终处于自由落体状态



据此得$v=\sqrt{2g(l-y)}$

受到压力的仅有$\mathrm{d}t$时间内落到地面的**无限短**绳元，质量为$\mathrm{d}m=\rho v\mathrm{d}t$

在$\mathrm{d}t$时间内，绳元速度降至零，其动量变化$\mathrm{d}p=(\mathrm{d}m)v=\rho v^2\mathrm{d}t$，得其所受外合力

$$F=\mathrm{d}p/\mathrm{d}t=\rho v^2=2\rho g(l-y)$$

此亦为绳元对地面**有限长**的部分所产生的力

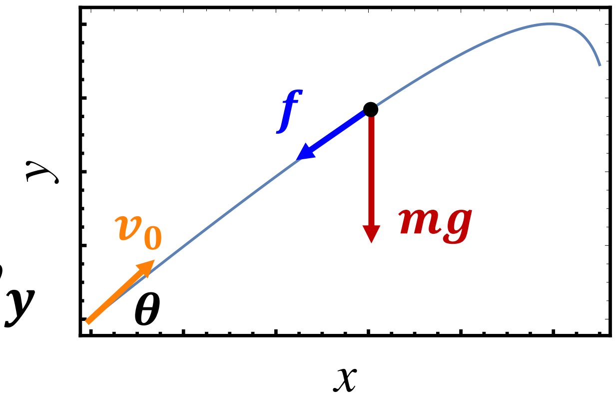
地上部分始终受力平衡，得到$F+\rho g(l-y)=N$

联立得$N=3\rho g(l-y)$

例：以初速度v_0、与x轴夹角θ抛出物体，空气阻力与速率成正比，比例系数为k，求运动轨迹。

解：x方向运动方程为$m\dot{v}_x = -kv_x$

初始条件$v_x(0) = v_0 \cos\theta$



y方向运动方程为$m\dot{v}_y = -mg - kv_y$

初始条件$v_y(0) = v_0 \sin\theta$

对x方向的方程分离变数，积分得

$$v_x(t) = v_0 \cos\theta \, e^{-kt/m}$$

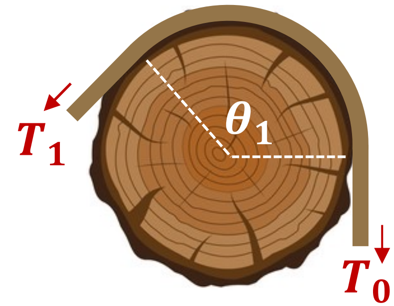
类似地，y方向的方程给出

$$v_y(t) = -\frac{mg}{k} + \left(v_0 \sin\theta + \frac{mg}{k}\right) e^{-kt/m}$$

进一步积分给出$x(t)$和$y(t)$，消去t得

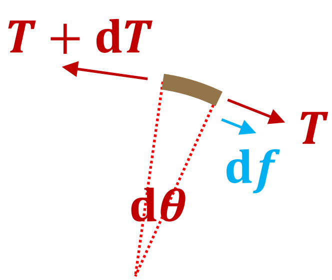
$$y = \left(\tan\theta + \frac{mg}{kv_0 \cos\theta}\right) x + \frac{m^2 g}{k^2} \ln\left(1 - \frac{kx}{mv_0 \cos\theta}\right)$$

例：绳子缠绕在木桩上，绕角为θ_1，接触面的静摩擦系数为μ_0。在一端以力T_1拉绳，为使绳子保持静止，另一端的拉力T_0最小为多少？



解：绳中的张力是绕角θ的函数，可记为$T(\theta)$，满足**边界条件**$T(0)=T_0$和$T(\theta_1)=T_1$

对任意的θ角，取微元$\mathrm{d}\theta$



力的平衡给出$T+\mathrm{d}T=T+\mathrm{d}f$

最大静摩擦力$\mathrm{d}f\approx\mu_0 T\mathrm{d}\theta$

（一阶精度，**略去**二阶无穷小）

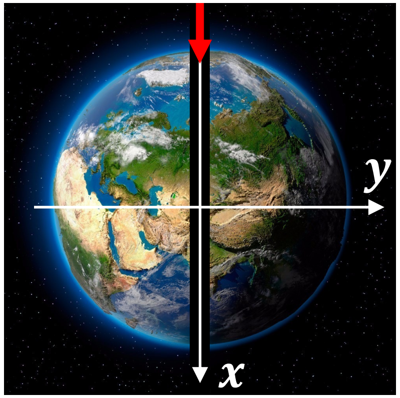
联立可得$\mathrm{d}T/\mathrm{d}\theta=\mu_0 T$

积分，给出$T(\theta)=T_0 e^{\mu_0\theta}$

即$T_0=T_1 e^{-\mu_0\theta_1}$

只要很小的力就能维持平衡！

例：如果挖一条通过地心的隧道，从一端跳进去自由下落，要多久才能从另一端出来？假定地球为均质球体，质量M_E，半径R_E。



解：牛顿第二定律$F = m\ddot{x}$

受力为万有引力，根据球对称质量分布物体的特性可知

$$F = -G\left(\rho_E \frac{4\pi}{3} x^3\right)\frac{m}{x^2}$$

其中ρ_E为地球密度，据此改写

$$F = -\frac{GM_E m}{R_E^3} x$$

如何求解该二阶微分方程？

联立得到运动方程

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

是否可将其转化为“能解决的问题”？

参数$\omega^2 = GM_E/R_E^3$，初始条件$x(0) = -R_E$，$\dot{x}(0) = 0$

问题：求解方程$\ddot{x}+\omega^2 x=0$

解法1：左右两边均乘上$\dot{x}$，化为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dot{x}^2+\omega^2 x^2\right)=0$$

据此知$\dot{x}^2+\omega^2 x^2=\omega^2 R_E^2$为常量，故

$$\dot{x}=\pm\omega\sqrt{R_E^2-x^2}$$

可**分离变数**为

$$\omega\mathrm{d}t=\pm\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{R_E^2-x^2}}=\pm\frac{\mathrm{d}\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

两边积分可给出$\omega t=\arcsin(x/R_E)+\mathrm{const.}$

结合初始条件，给出$x(t)=-R_E\cos\omega t$

解法2：对任意常数C，下式恒成立

$$(\ddot{x}+C\dot{x})-C\left(\dot{x}-\frac{\omega^2}{C}x\right)=0$$

若$C=i\omega$，则$C=-\omega^2/C$，此时令$\xi=\dot{x}+i\omega x$

方程就变成$\dot{\xi}-i\omega\xi=0$，**我们就会解了**

结合初条件，给出$\xi(t)=-i\omega R_E e^{i\omega t}$

代回x，待解方程退化为**一阶**的$\dot{x}+i\omega x=-i\omega R_E e^{i\omega t}$

梅开二度，下式对任意的B成立

$$\left(\dot{x}+B\omega e^{i\omega t}\right)+i\omega\left[x+(iB+R_E)e^{i\omega t}\right]=0$$

若$B=iR_E/2$，则$B\omega=i\omega(iB+R_E)$，此时可定义η为

$\eta=x+R_E e^{i\omega t}/2$，方程化为一阶的$\dot{\eta}+i\omega\eta=0$

得$\eta(t)=-R_E e^{-i\omega t}/2$，最终$x(t)=-R_E\cos\omega t$

实数域中，连接两个真理的最短路径通过复数域。

——（法国数学家）阿达马

由运动方程的解

$$x(t) = -R_E \cos \omega t$$

知隧道内的自由落体实为简谐振动，且其角频率

$$\omega = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}$$

仅与**地球密度**有关

代入数据 $M_E \approx 5.972\times10^{24}\ \mathrm{kg}$ 及 $R_E \approx 6.371\times10^{6}\ \mathrm{m}$

得运动时间（半个周期）为

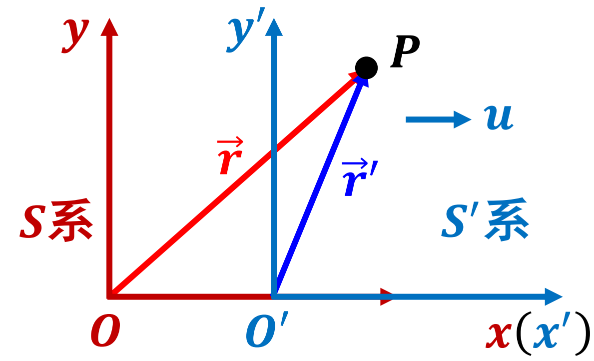
$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega} \approx 42\ \mathrm{min}$$

本例要求掌握正确列出运动方程的方法，至于其求解方法则理解即可

§ 2-4 力学相对性原理

考虑两惯性系S和S'，

- $t = t' = 0$时坐标轴重合
- S'相对S以速度u沿x轴正向运动



则某时空事件P在S的坐标(x, y, z, t)及在S'的坐标(x', y', z', t')存在以下关联

$$\begin{aligned} x' &= x - ut, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t, \end{aligned}$$

伽利略变换

$$\begin{aligned} x &= x' + ut', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t', \end{aligned}$$

伽利略逆变换

伽利略变换是经典力学时空观的数学实现

牛顿《自然哲学的数学原理》：

绝对的、真实的数学时间，就其本质而言，是永远均匀平静地流逝着的，与任何外界事物无关。

数学关系$\Delta t = \Delta t'$

- 两事件的时间间隔在任何参考系看来都一样

绝对空间就其本质而言，是与任何外界事物无关的，它从不运动，而且永远不变。

数学关系$|\Delta\vec{r}| = |\Delta\vec{r}'|$

- 两事件的空间间隔在任何参考系看来都一样

经典力学时空观符合日常经验和运动速度远小于光速的实验，为人们所广泛接受

- 第八章相对论会扬弃这一时空观

伽利略速度变换和加速度变换，对$t(t')$求导得

$v_x' = v_x - u$，$v_y' = v_y$，$v_z' = v_z$；

$a_x' = a_x$，$a_y' = a_y$，$a_z' = a_z$

加速度在伽利略变换下保持不变

若S系中$\vec{F} = m\vec{a}$成立，则在S'系如何？

- 经典力学中质量与质点运动状态无关，故在S'系中质点质量$m' = m$
- 加速度在伽利略变换下不变，故S'系中质点加速度$\vec{a}' = \vec{a}$
- 力$\vec{F}$与相对位置、形变有关，而空间间隔在变换下不变，故S'系中质点受力$\vec{F}' = \vec{F}$

综上，S'系中的质点运动满足$\vec{F}' = m\vec{a}'$

即牛顿运动定律在不同惯性系中有相同的形式

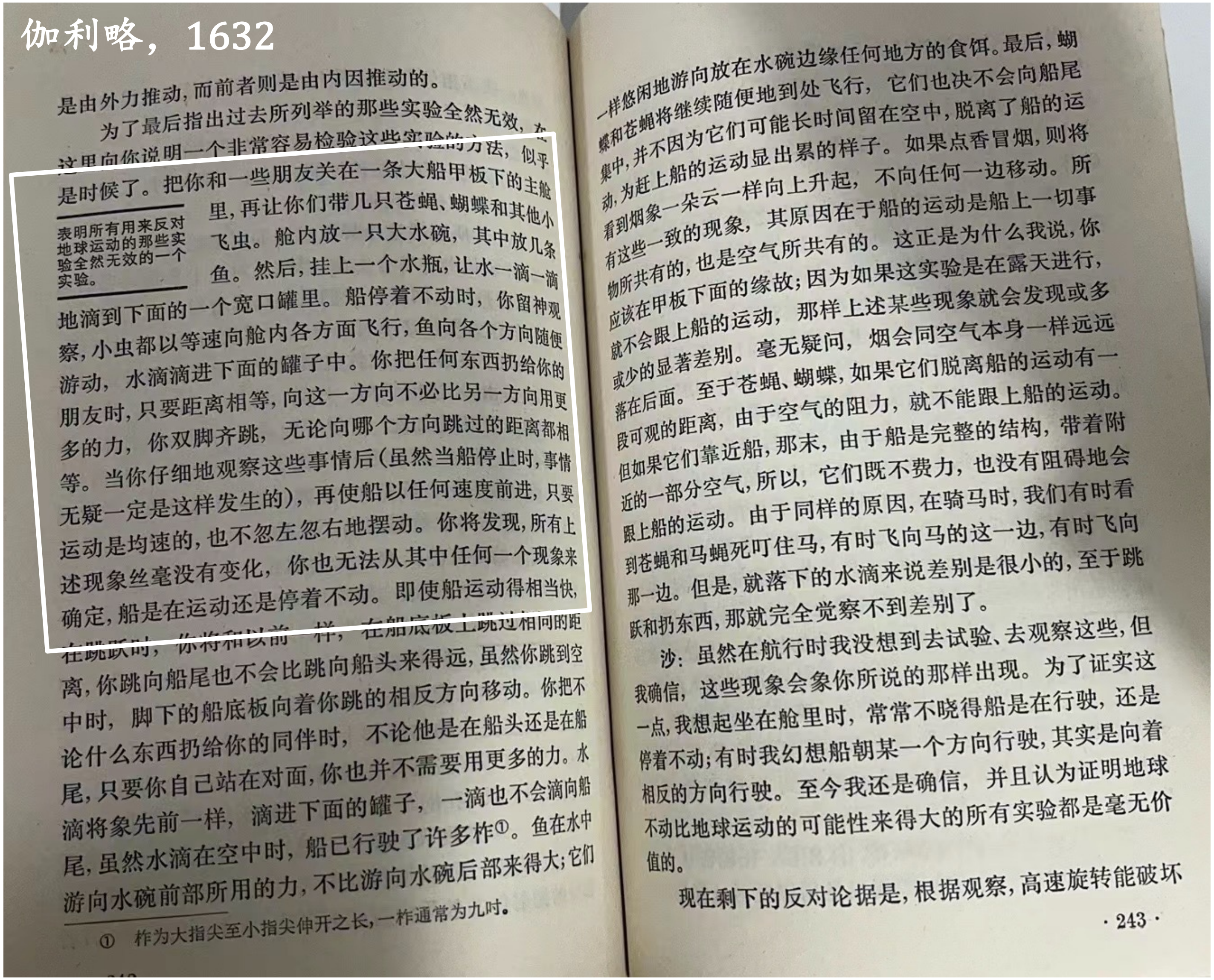
或者以下一系列等价表述：

- 经典力学规律在任何惯性系中都具有相同的形式
- 经典力学规律的数学表达式具有伽利略变换不变性
- 任何惯性系所描述的力学定律都是等价的，没有哪个惯性系更为优越
- 任何力学实验都无法确定自己的参考系是处于静止还是匀速直线运动状态
- 任何力学方法都不可能找到绝对静止的参考系

称为力学相对性原理，最早由伽利略明确表述。

思考：生活中哪些例子体现了相对性原理？


《关于托勒密与哥白尼两大世界体系的对话》



伽利略，1632

是由外力推动，而前者则是由内因推动的。

为了最后指出过去所列举的那些实验全然无效，在这里向你说明一个非常容易检验这些实验的方法，似乎是时候了。把你和一些朋友关在一条大船甲板下的主船舱里，再让你们带几只苍蝇、蝴蝶和其他小飞虫。舱内放一只大水碗，其中放几条鱼。然后，挂上一个水瓶，让水一滴一滴地滴到下面的一个宽口罐里。船停着不动时，你留神观察，小虫都以等速向舱内各方面飞行，鱼向各个方向随便游动，水滴滴进下面的罐子中。你把任何东西扔给你的朋友时，只要距离相等，向这一方向不必比另一方向用更多的力，你双脚齐跳，无论向哪个方向跳过的距离都相等。当你仔细地观察这些事情后（虽然当船停止时，事情无疑一定是这样发生的），再使船以任何速度前进，只要运动是均速的，也不忽左忽右地摆动。你将发现，所有上述现象丝毫没有变化，你也无法从其中任何一个现象来确定，船是在运动还是停着不动。即使船运动得相当快，在跳跃时，你将和以前一样，在船底板上跳过相同的距离，你跳向船尾也不会比跳向船头来得远，虽然你跳到空中时，脚下的船底板向着你跳的相反方向移动。你把不论什么东西扔给你的同伴时，不论他是在船头还是在船尾，只要你自己站在对面，你也并不需要用更多的力。水滴将象先前一样，滴进下面的罐子，一滴也不会滴向船尾，虽然水滴在空中时，船已行驶了许多柞①。鱼在水中游向水碗前部所用的力，不比游向水碗后部来得大；它们一样悠闲地游向放在水碗边缘任何地方的食饵。最后，蝴蝶和苍蝇将继续随便地到处飞行，它们也决不会向船尾集中，并不因为它们可能长时间留在空中，脱离了船的运动，为赶上船的运动显出累的样子。如果点香冒烟，则将看到烟象一朵云一样向上升起，不向任何一边移动。所有这些一致的现象，其原因在于船的运动是船上一切事物所共有的，也是空气所共有的。这正是为什么我说，你应该在甲板下面的缘故；因为如果这实验是在露天进行，就不会跟上船的运动，那样上述某些现象就会发现或多或少的显著差别。毫无疑问，烟会同空气本身一样远远落在后面。至于苍蝇、蝴蝶，如果它们脱离船的运动有一段可观的距离，由于空气的阻力，就不能跟上船的运动。但如果它们靠近船，那末，由于船是完整的结构，带着附近的一部分空气，所以，它们既不费力，也没有阻碍地会跟上船的运动。由于同样的原因，在骑马时，我们有时看到苍蝇和马蝇死叮住马，有时飞向马的这一边，有时飞向那一边。但是，就落下的水滴来说差别是很小的，至于跳跃和扔东西，那就完全觉察不到差别了。

表明所有用来反对地球运动的那些实验全然无效的一个实验。

沙：虽然在航行时我没想到去试验、去观察这些，但我确信，这些现象会象你所说的那样出现。为了证实这一点，我想起坐在舱里时，常常不晓得船是在行驶，还是停着不动；有时我幻想船朝某一个方向行驶，其实是向着相反的方向行驶。至今我还是确信，并且认为证明地球不动比地球运动的可能性来得大的所有实验都是毫无价值的。

现在剩下的反对论据是，根据观察，高速旋转能破坏

① 柞为大指尖至小指尖伸开之长，一柞通常为九吋。

· 243 ·

§2-5 惯性系与非惯性系 惯性力

牛顿定律适用的参考系称为惯性系

牛顿定律不适用的参考系称为非惯性系

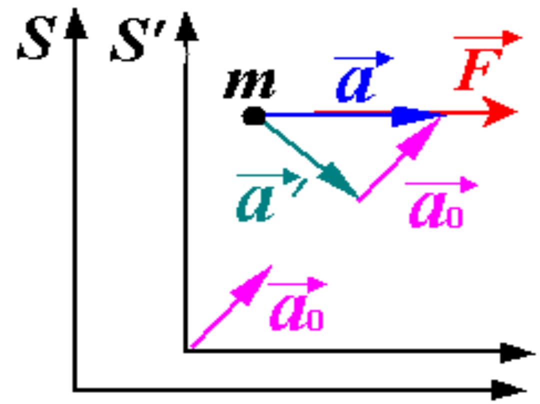
思考：我们见过哪些非惯性系的例子？

以公交车为参考系，
乘客水平方向不受外力却向后倒去
破坏了牛顿第二定律

以空间站为参考系，
航天员受地球万有引力，却可以在空中漂浮
破坏了牛顿第二定律

在很多情况下，我们不得不在**非惯性系**中描述和分析运动。此时如何应用牛顿定律呢？

令S'为相对于S以$\vec{a}_0$加速**平动**的非惯性系



- 在S系中有$\vec{F} = m\vec{a}$
- 在S'系中，力$\vec{F}' = \vec{F}$，质量$m' = m$，对于加速度则有

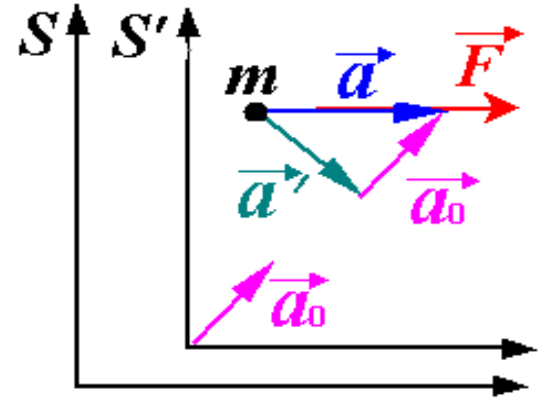
$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0$$

因此，S'系中$\vec{F}' = m\vec{a}' + m\vec{a}_0$，
物体加速度乘以质量**不等于**其受的**真实外力**
但是，将上式移项

$$\vec{F}' - m\vec{a}_0 = m\vec{a}'$$

真实外力 惯性力 其“合力”将如何？

在非惯性系S'中，如果定义任一质点在所受真实力$\vec{F}'$以外，还受一虚拟惯性力



$$\vec{F}_I = -m\vec{a}_0$$

则质点的运动满足

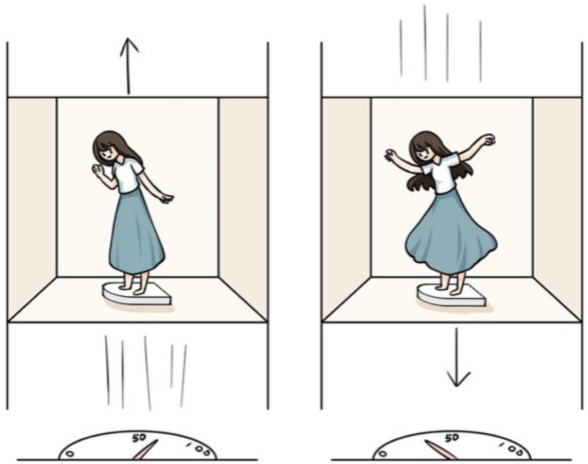
$$\vec{F}' + \vec{F}_I = m\vec{a}' \quad \text{合外力}=\text{质量}\times\text{加速度}$$

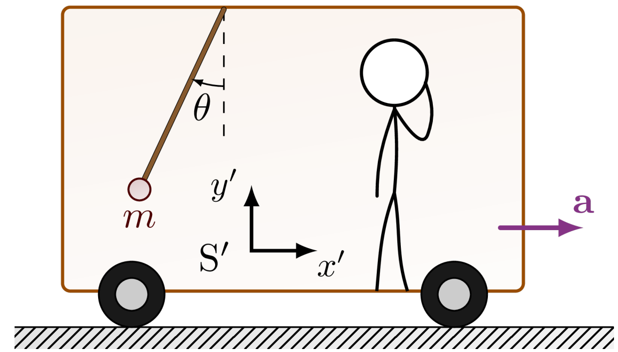
形式上满足牛顿第二定律

惯性力是参考系加速运动引起的附加力，是物体惯性的体现。

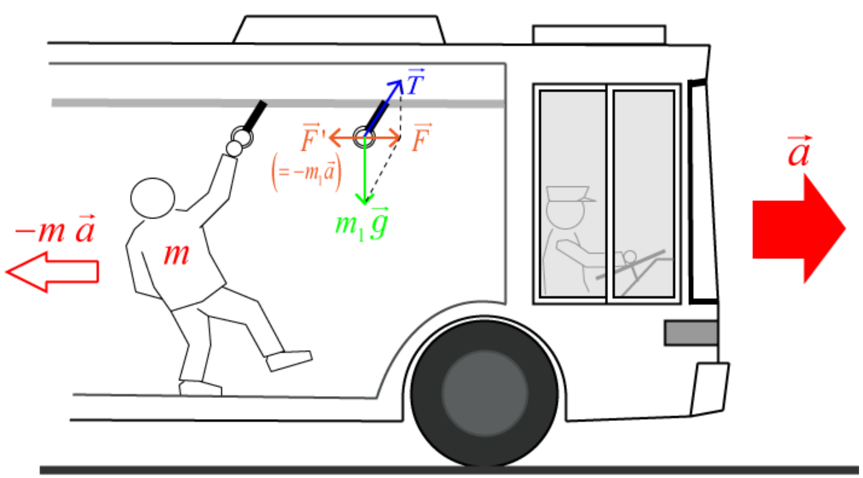
- 它的大小正比于受力物体的质量。
- 它不是物体间的相互作用，没有施力物体，因而也没有反作用力。
- 在非惯性系中用它分析问题通常比较方便。

尝试分别在惯性系和非惯性系中分析以下现象





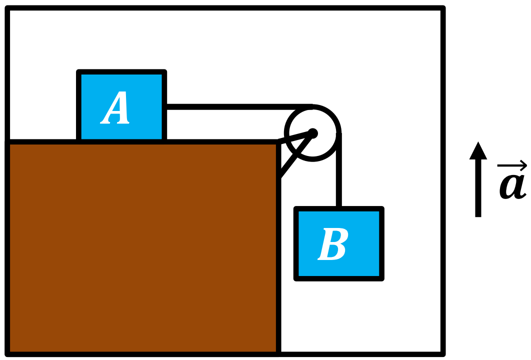
下列场景只会发生于车辆**突然启动**时吗？



如果车辆在**倒车**的时候**急刹**，则也会发生。

惯性力只关乎**加速度**，与速度无关

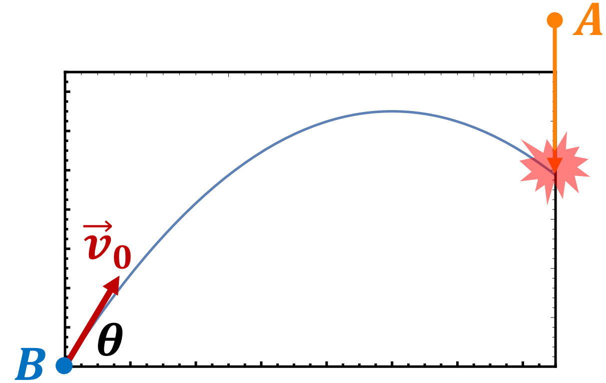
例：升降机在以$a = g/2$的加速度上升，其内部A和B两物体质量均为m。桌面水平，绳子和定滑轮的质量不计，忽略摩擦力，则绳中张力为



A. $3mg/4$
B. $mg/2$
C. $2mg$
D. mg

解：以升降机为参考系，B所受惯性力$mg/2$，方向向下。因此B合计受到向下的力$3mg/2$
A和B由不可伸长的绳相连，加速度大小相等
可知加速度大小为$3g/4$。故绳中张力为$3mg/4$
思考：以地面为参考系，AB的加速度大小还相等吗？
在地面看来，A的水平位移与B的竖直位移不相等，因为还要叠加上升降机的位移。故加速度大小不等。

例：在某时刻，将小球A在h高度由静止释放，同时以夹角θ、速率v_0斜抛出小球B。问在何种条件下A、B能在空中碰撞。



解：建立与A**同时自由下落**的参考系S'，

S'系加速度为$\vec{g}$，在其中的质点m所受惯性力为$-m\vec{g}$，与其重力**精确抵消**

故S'系是“失重”系，A始终静止，B作匀速直线运动

只要初始时刻$\vec{v}_0$的方向对准A，且在B在A落地之前于到达A所在垂线，则二者必能相撞

“常规”解法见课本20页例题

惯性力与万有引力（或重力）的相似之处：**正比于**受力物体的质量

爱因斯坦从中获得灵感，建立了**广义相对论**（第八章）

这些非惯性系能应用前几页的惯性力公式吗？

S'系若存在转动，则不同空间点牵连加速度会不同，方向矢量$\vec{i}'$、$\vec{j}'$、$\vec{k}'$亦时刻在改变，会带来额外的惯性力效应，不适用平动系的公式

一般的非惯性系运动是平动与转动的叠加

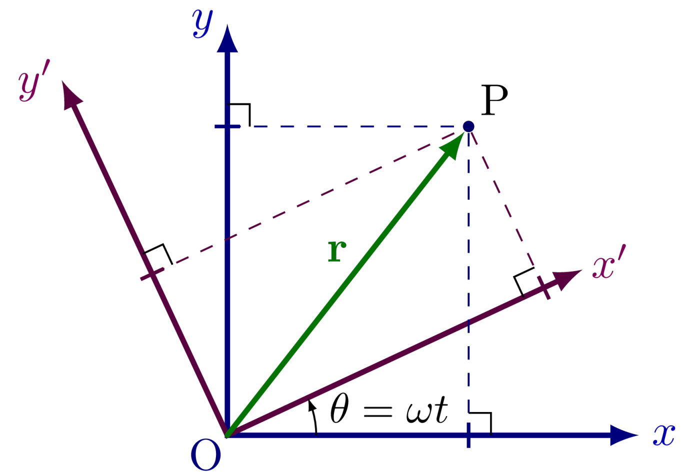
- 本课程只要求掌握平动系以及定轴匀速转动系中的惯性力公式

S'相对于惯性系S匀速转动，角速度$\vec{\omega}=\omega\vec{k}$，初始时两系坐标轴重合。两系的方向矢量之间的关系为

$$\vec{i}'=\cos\omega t\,\vec{i}+\sin\omega t\,\vec{j}$$

$$\vec{j}'=-\sin\omega t\,\vec{i}+\cos\omega t\,\vec{j}$$

$$\vec{k}'=\vec{k}$$



质点在S系内位矢为

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

牛顿第二定律为$\vec{F}=m\ddot{\vec{r}}$

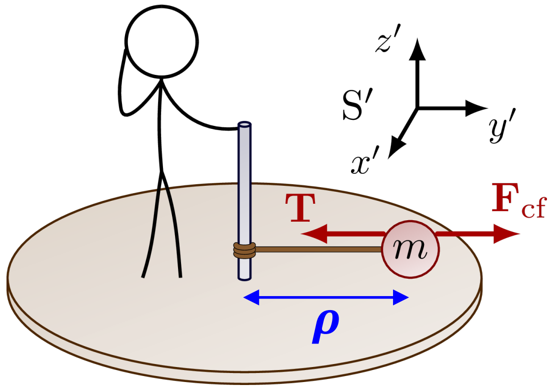
分量式为$F_x=m\ddot{x}$，$F_y=m\ddot{y}$，$F_z=m\ddot{z}$

质点在S'系内位矢为

$$\vec{r}'=x'\vec{i}'+y'\vec{j}'+z'\vec{k}'$$

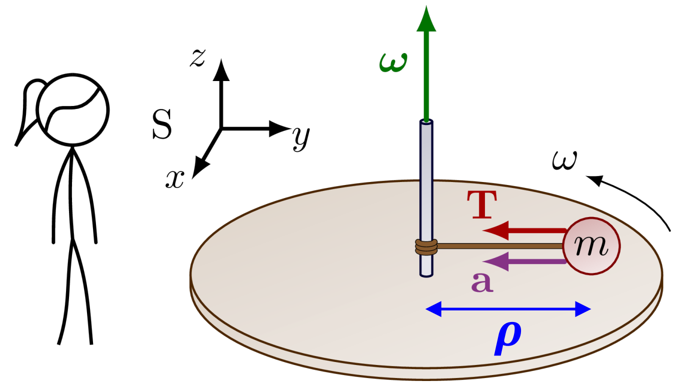
据此求S'系内的牛顿第二定律以(x',y',z')表述出来的形式，并据此得到惯性力的公式

简化场景1：S'系中的静止物体



S'系中，m所受的**真实力**和**惯性力**必定保持平衡，以使其保持静止

在S系中，m匀速圆周运动，受**真实力**$F = m\omega^2\rho$，方向垂直指向转轴

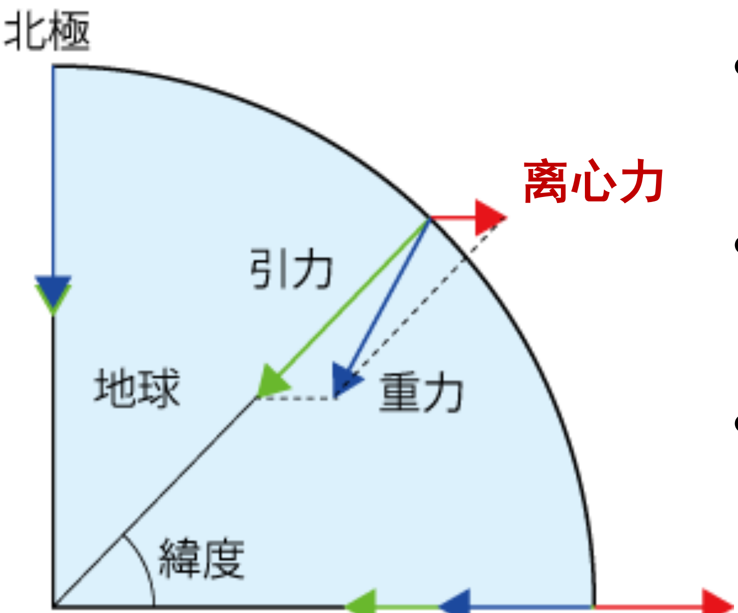


因此在S'系中m所受**惯性力**大小为$F_I = m\omega^2\rho$，方向垂直于转轴指向外侧

称为**惯性离心力**，矢量表达式为$\vec{F}_I = m\omega^2\vec{\rho}'$

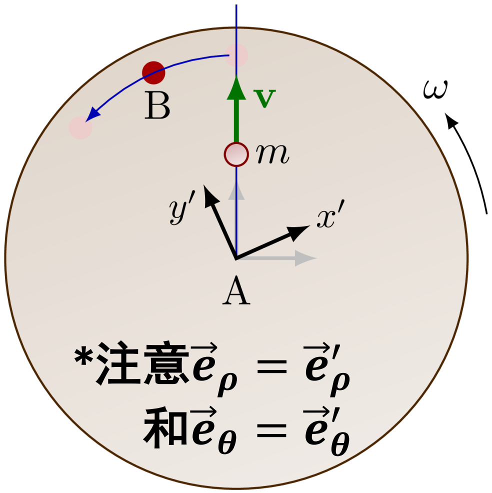
其中$\vec{\rho}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}'$，注意其与$\vec{r}'$的差别

惯性离心力实例



- 重力是万有引力和惯性离心力的合力
- 万有引力指向地心，但重力一般不指向地心
- 重力加速度的大小随着纬度变化（在千分之一量级）

简化场景2：S'系中的径向匀速运动物体



S'系中，m所受的**真实力**和**惯性力**必定保持平衡，以使其保持匀速直线运动；

在S'系中，柱坐标下轨迹为

$\rho' = v't$，$z' = 0$

在S系中，m沿**弧线**前进，轨迹$\rho = v't$，$\theta = \omega t$

运动学公式$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta = v'\vec{e}_\rho + \rho\omega\vec{e}_\theta$

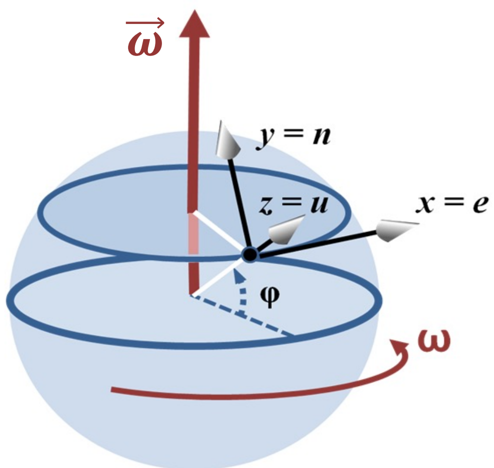
加速度$\vec{a} = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_\rho + \left(\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$

得到$\vec{a} = -\rho\omega^2\vec{e}_\rho + 2v'\omega\vec{e}_\theta$，等于**真实力**除以$m$

故S'系中的**惯性力**为　　　　离心力　科里奥利力

$$\vec{F}_I = m\omega^2\rho\vec{e}'_\rho - 2mv'\omega\vec{e}'_\theta = m\omega^2\vec{\rho}' + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$

科里奥利力实例：地球自转



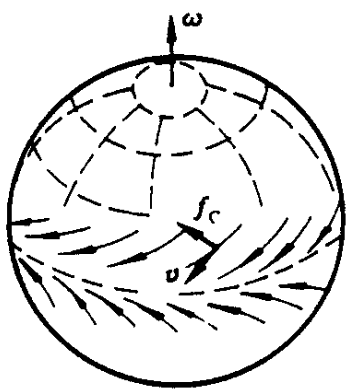
对竖直方向运动的影响：

- 自由落体偏东
- 抛体偏西

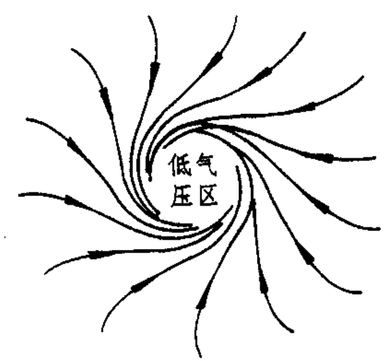
对南北半球皆如此

对水平方向运动的影响：

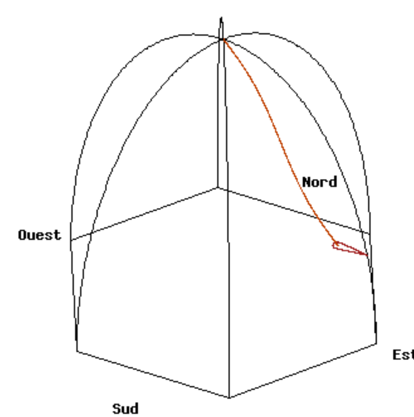
- 北半球运动物体受到偏右的力
- 南半球运动物体受到偏左的力



北半球东北信风，
南半球东南信风



北半球台风
逆时针旋转



傅科摆

一般场景：S'系中作任意运动的物体

S系中用S'系坐标表述位矢$\vec{r} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$

求导，$\vec{v} = (\dot{x}' - \omega y')\vec{i}' + (\dot{y}' + \omega x')\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}'$

- $\vec{i}'$和$\vec{j}'$在转动：$\mathrm{d}\vec{i}'/\mathrm{dt} = \omega\vec{j}'$和$\mathrm{d}\vec{j}'/\mathrm{dt} = -\omega\vec{i}'$

进一步求导给出加速度$\vec{a} =$

$$\left(\ddot{x}' - 2\omega\dot{y}' - \omega^2 x'\right)\vec{i}' + \left(\ddot{y}' + 2\omega\dot{x}' - \omega^2 y'\right)\vec{j}' + \ddot{z}'\vec{k}'$$

S系牛顿第二定律成立，故真实力$\vec{F} = m\vec{a}$

S'系的观测者认为自己的标架静止，

$\vec{v}' = \dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}'$，$\vec{a}' = \ddot{x}'\vec{i}' + \ddot{y}'\vec{j}' + \ddot{z}'\vec{k}'$

对比可得惯性力$\vec{F}_I = -\vec{F} + m\vec{a}'$

$$\vec{F}_I = m\omega^2(x'\vec{i}' + y'\vec{j}') + 2m\omega(\dot{y}'\vec{i}' - \dot{x}'\vec{j}')$$
$$= m\omega^2\vec{\rho} + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$

离心力　科里奥利力　为匀速转动系的普遍结论

匀速转动参考系内的惯性力

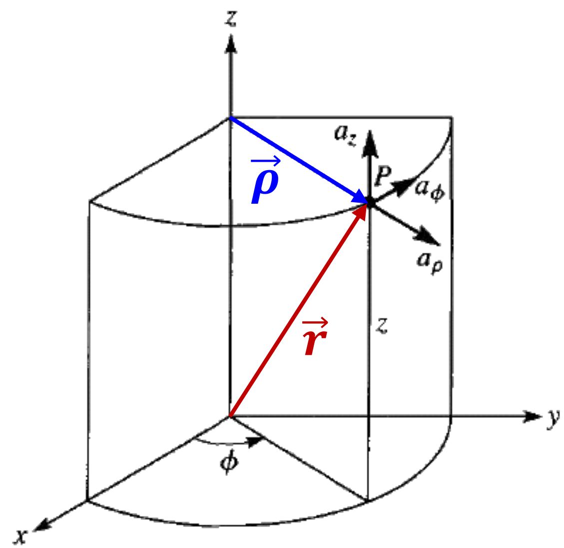
$$\vec{F}_I = m\omega^2\vec{\rho} + 2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$$

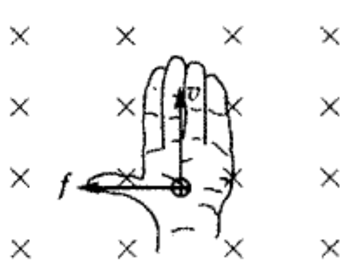
两个分量——离心力和科里奥利力

- $\vec{F}_I$的普遍公式需要掌握，其推导过程则理解即可

应用过程中注意：

- $\vec{\rho}$（由转轴垂直指向质点）与$\vec{r}$（由原点指向质点）的区别，不同书/题目中记号可能不同
- 科里奥利力定义中的叉乘顺序





科里奥利力垂直于速度，不做功，公式与洛伦兹力$q\vec{v}\times\vec{B}$很像

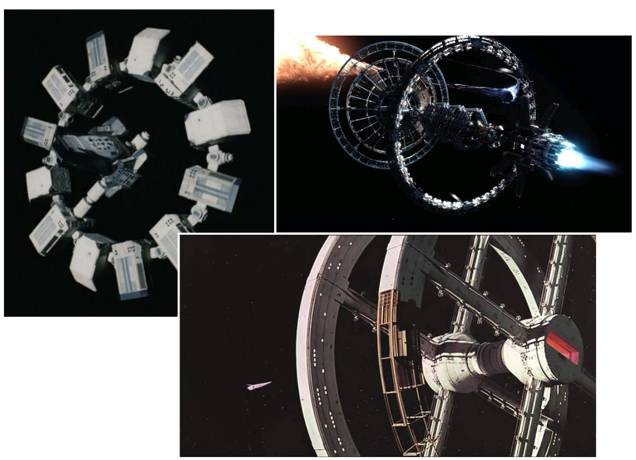
故有左手定则：令$\vec{\omega}$自下而上地穿过左手手掌，四指指向$\vec{v}'$，则大拇指指向科氏力

地球自转的科氏力引起的**附带加速度**约为

$$2v'\omega \sim 1.5\times10^{-4}\ \mathrm{m/s^2}\times\left(\frac{v'}{\mathrm{m/s}}\right)$$

仅在大团、长时间的物质迁移中呈现作用，如气流、河流等自然现象

空间站能利用离心力**模拟重力**吗？



只在科幻中出现...？

要求离心加速度

$$R\omega^2 = g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$$

同时科氏加速度**较小**

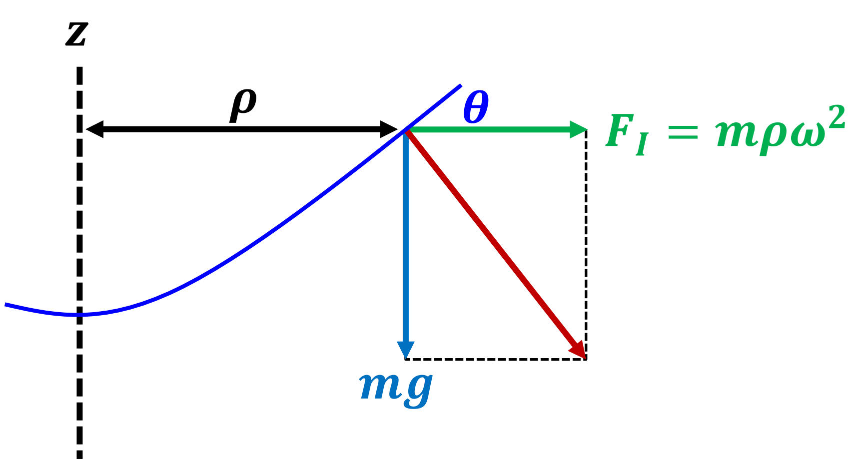
例：如果空间站$R = 20\ \mathrm{m}$，则物体以$3\ \mathrm{m/s}$运动时，科氏加速度达$4\ \mathrm{m/s^2}$，此时**不能**模拟重力

- 需很大的空间站！

例：水桶绕z轴以角速度ω匀速转动，水相对桶静止。水面凹陷，求其形状。

解：以桶为参考系，其表面质元受力必垂直于表面，否则水会流动，不能保持相对静止。

由此得受力分析图



因此$F_I = mg\tan\theta$

或等价地

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\rho} = \frac{\rho\omega^2}{g}$$

积分给出$z(\rho) = \omega^2\rho^2/(2g) + C$，**旋转抛物面**

C由水面最低处的高度确定

本节课小结

利用微积分的方法分析并解决问题

- 取质点或质量微元，进行受力分析或无穷短时间内的运动分析，列出方程
- 将方程化为常微分方程并求解

经典时空观和伽利略变换

- 牛顿定律在伽利略变换下的协变性
- 相对性原理

非惯性系和惯性力

- 平动参考系
- 转动参考系：离心力和科氏力

第二章作业

2.1, 2.3, 2.9, 2.14, 2.20, 2.22, 2.23

作业扫描提交至spoc.buaa.edu.cn，助教线上批改

提交时间段：3月7日0:00至3月21日0:00
以系统时间戳为准，原则上不接受其他解释

时间节点：3月11日（下周二）讲第三章