

选修3-4

机械振动

1. 机械振动

基本概念：物体在某一中心位置附近所做的往复运动，简称振动。

特征：
① 有一个“中心位置”，即平衡位置。
② 往复性

2. 简谐振动

定义：振动图象($x-t$ 图)是一条正弦图象

特点：① 简谐振动是特殊的机械振动。

② 具有对称性。位移、速度、加速度都关于平衡位置对称。

③ 具有往复性和周期性。

(弹簧振子中)

→ 受力平衡的点，并不一定是原长。

→ 回复力为0的位置。

A C O D B

物体在AB之间做简谐运动。O为平衡位置，C、D关于O对称：

(1) 时间对称 ① $t_{OC} = t_{CO}$ 、 $t_{OC} = t_{OD}$ 等。

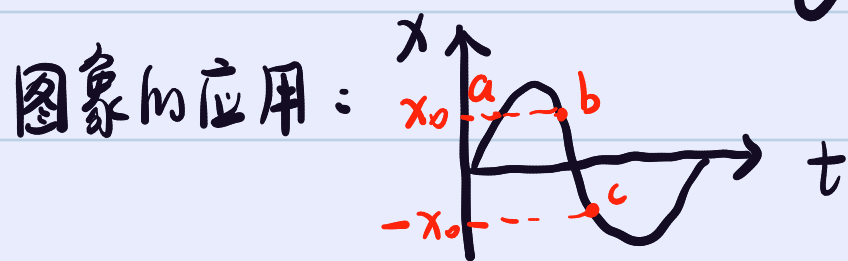
② $t_{OC} = t_{OD}$ ， $t_{OA} = t_{BO}$

(2) 速度对称 ① 连续两次经过同一点，速度大小相等，方向相反。

② 经过关于O点对称的两点，速度大小相等，方向可能相同/相反。

(3) 位移和加速度对称 ① 经过同一点，位移和加速度均相同。

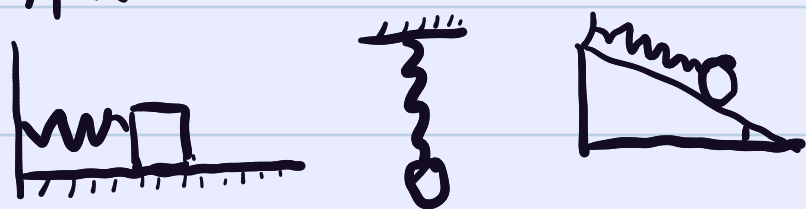
② 经过关于O对称的两点，位移与加速度均是大小相等，方向相反。



b点：从正位移向平衡位置移动，速度为负且增大，位移、加速度↓

c点：从负位移远离平衡位置移动，速度为负且减小，位移、加速度↑

3. 弹簧振子 理想化模型



4. 简谐运动的物理量

(1) 振幅：振动过程中离开平衡位置的最大距离， A ，标量，只取正值。

对于一个稳定的简谐运动，物体的振幅不变，且与 T 、 f 无关。

(2) 全振动：振动物体以相同速度相继通过同一位置所经历的过程为一次全振动。
先后两次经过平衡位置(x)

5. 简谐运动的表达式

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{非特殊点可使用公式求})$$

x ：振动物体相对平衡位置的位移。

t ：振动时间

A ：振幅

ω ：物体振动的角频率。

φ ： $t=0$ 时，振动物体的相位，称：初相位 (* 浙江省不考案。)

6. 简谐运动的特征

动力学特征：回复力 $F = -kx$ (回复力可类比圆周运动的向心力：按效果命名)

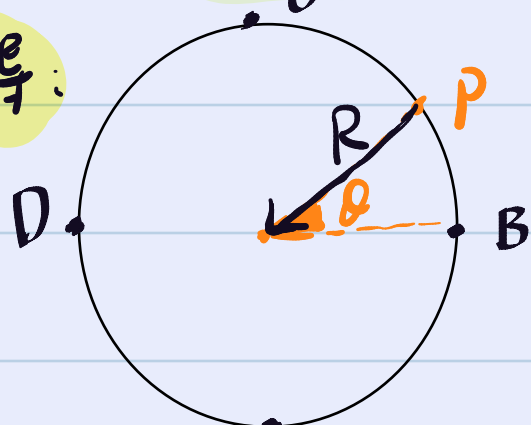
$$\text{加速度 } a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x$$

运动学特征： $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

若一个振动系统，其回复力满足 $F = -kx$ ，则为简谐振动。

(回复力与位移大小成正比，方向相反)

推导：



$$\text{圆周: } F_{\text{合}} = m\omega^2 R = -kx$$

$$\text{P点: } F_{\text{回}} = m\omega^2 R \cos\theta$$

$$\text{位移: } x = R \cos\theta$$

$k = m\omega^2$ 不变， $\therefore k$ 是常数。

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} *$$

简谐运动周期的通解， \leftarrow

匀速圆周运动，竖直向上看，周期性往复，若是简谐，满足 $F_{\text{合}} = -kx$

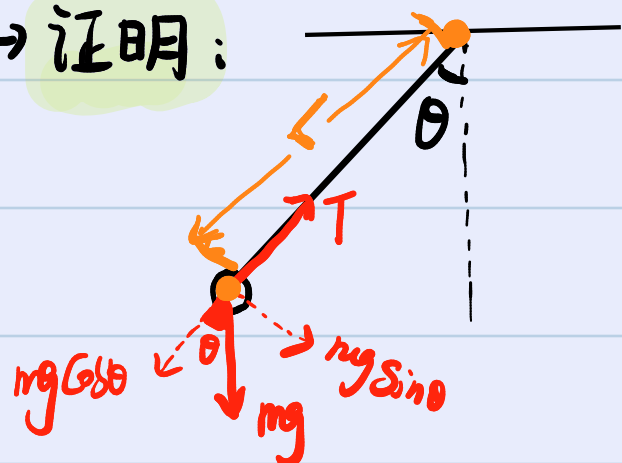
单摆

1. 实际摆看成单摆的条件:
- ① 摆线的形变量与摆长相比小很多.
 - ② 摆线的质量比摆球小很多.
 - ③ 摆球的直径比摆线小很多.
 - ④ 忽略空气阻力.

2. 单摆是理想模型

3. 当摆角小于 5° 时, 单摆可看作简谐运动.

证明:



回复力由重力沿圆弧切向的分力 $F_{\text{回}} = mg \sin \theta$ 提供.

$$\left. \begin{aligned} mg \sin \theta &= kx \\ x &= L \tan \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = \frac{mg \sin \theta}{L \tan \theta}$$

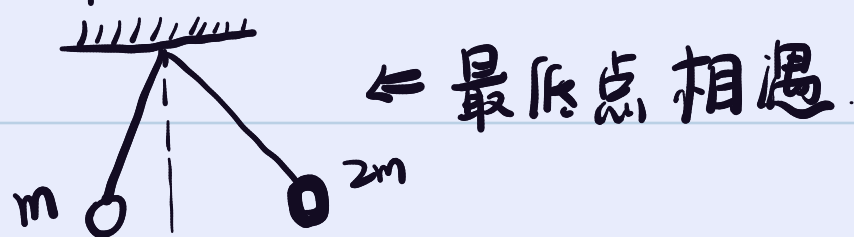
θ 很小, $\Rightarrow k = \frac{mg}{L}$ (不变) \Rightarrow 是简谐运动

由上一张笔记已推导) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ 代入 $k = \frac{mg}{L}$

单摆周期: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{L}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 平衡位置: 最低点

① L 为悬点到摆球球心的距离, g 为所在地的加速度.

② 单摆周期与质量 m 无关, 与摆长 L , 当地 g 有关. 与振幅无关



4. 等效摆长:



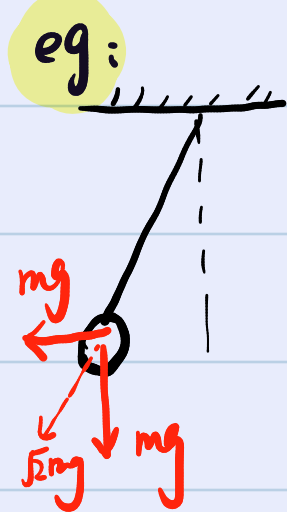
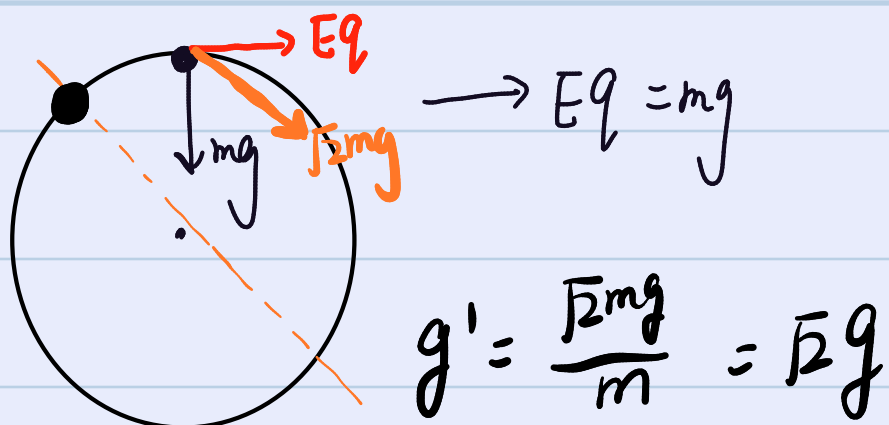
左右对称, 给垂直纸面的初速度.

$$L' = L \cos \theta$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$

5. 等效重力:

类似电场:



$Eq = mg$

等效重力 $g' = \sqrt{2}g$

解题步骤: ① 分析摆球受力, 即回复力为0的位置

② 计算摆球视重: 一般情况下, 视重大小为摆球

相对于悬点静止在平衡位置摆线拉力

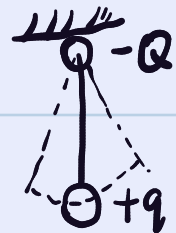
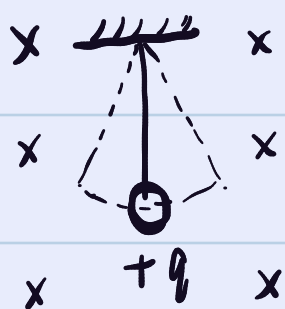
③ 由 $g' = \frac{F}{m}$, 求视重加速度.

Q: 加上向左电场后, 周期如何变化?

A: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ ↓

*

置于匀强磁场中 / 悬点处放一个点电荷, 不论正负, 都不影响单摆的振动周期.



6. 用单摆测重力加速度

① 原理: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

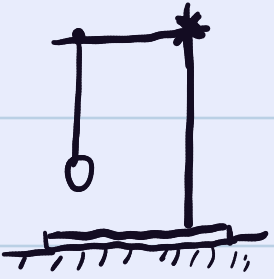
测 L 、 T

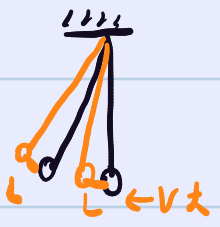
② 器材: 秒表 \rightarrow 测时间 (不估读)

米尺 \rightarrow 测线长

游标卡尺 \rightarrow 测球直径

铁架台 \rightarrow 稳定, 减小误差

③ 装置:  * 注意悬点的固定方式及摆球摆动平面.

④ 步骤: 1) 从平衡位置开始计时 (最低点速度大, 时间占比短, 误差较小) 

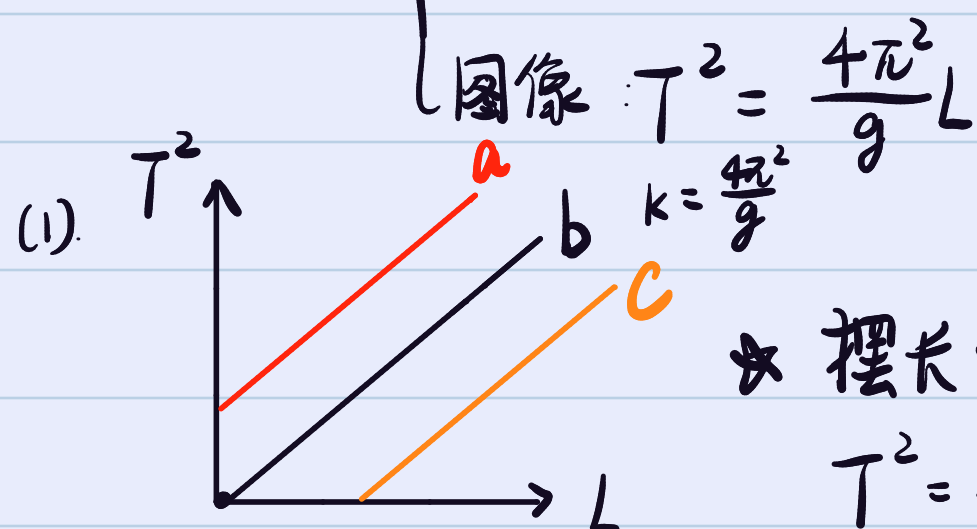
2) 50次左右全振动时间 t , 周期 $T = \frac{t}{n}$

3) 改变摆长, 重复

⑤

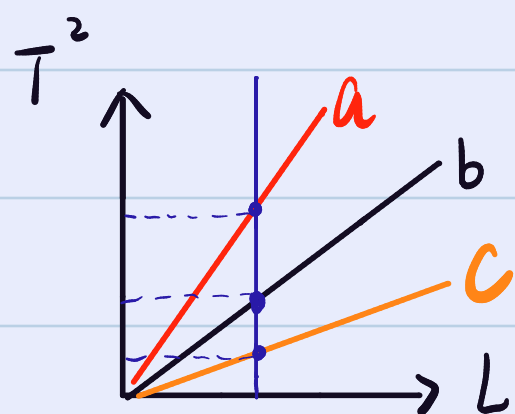
注意事项: ① 摆角小, 由静止释放 ② 摆长多次求平均值, 为线长 + r .

⑥ 数据处理: { 公式: $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ $\begin{matrix} L_1 & T_1 & g_1 \\ L_2 & T_2 & g_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \Rightarrow \bar{g} = \frac{1}{n}(g_1 + g_2 + \dots + g_n)$



* 摆长测错 (a, c), 不影响斜率 k

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} (L \pm \Delta L)$$



* 周期测错, 影响斜率 k

机械波

1. 定义：机械振动在介质中传播而形成。

2. 条件：① 有波源

② 介质

3. 波的分类：按介质质点的振动方向与波的传播方向的关系。

横波：振动与传播方向垂直，只能在固体中传播。

纵波：× × × 平行，能在固、液、气中传播

4. 实质：① 传播能量，

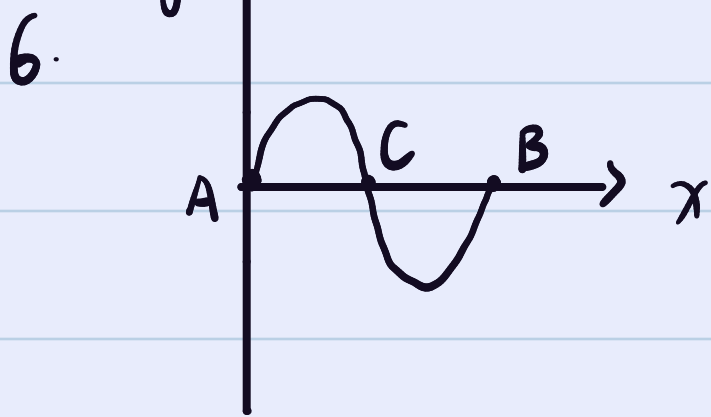
② 形式 $\begin{cases} \text{起振方式相同} \\ \text{振动周期和波}(T) \text{相同} \\ \text{振幅一致} \end{cases}$

③ 各质点依次绕平衡位置振动，质点本身并不随波迁移。

5. 波长 λ

波速： $v = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T}$ 由介质决定

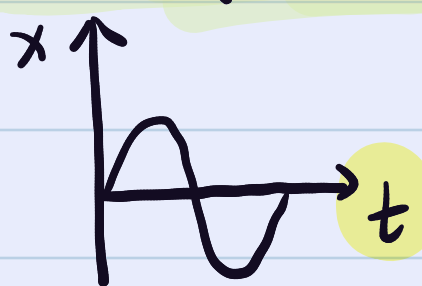
周期： T (与机械振动的周期相同) 由波源决定



两质点间 $\Delta x = n\lambda$ ，振动情况相同。

相隔半波长奇数倍，振动情况相反。

区分机械振动和机械波

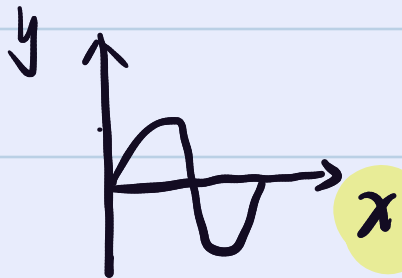


① 由纵坐标知振幅 A 。

② 由横坐标知周期 T 。

③ 由斜率可知速度大小/方向变化。

④ 由位移变化可知质点加速度大小/方向变化。



① 由纵坐标知振幅 A 。

② 由横坐标知波长 λ 。

③ 由波传播方向知各质点各时刻的运动方向。
(互推)

④ 由位移情况可确定各质点在某时刻 a 的大小/方向。

★ 两图结合，找时间 t ，确定振动方向，再由波动图判断传播方向。

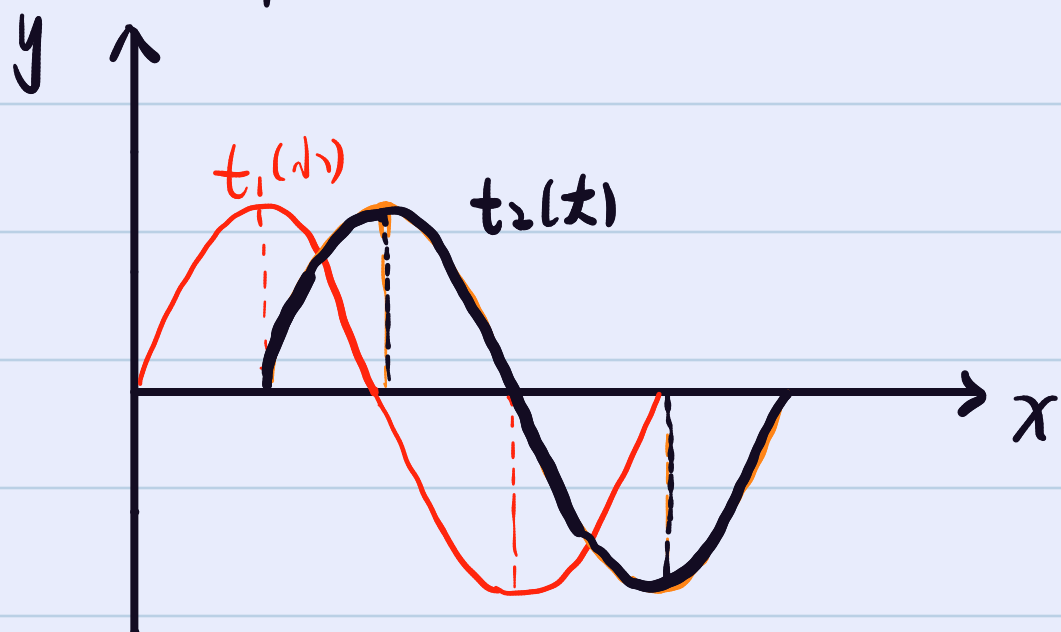
质点的振动方向与波的传播方向的相互判断

(1). 平移

(2). 同侧法 (常用)

振动与传播方向在波形图同侧.

波的多解问题



多解原因: 未告知传播方向/周期.

① 向右: (至少 $\frac{1}{4}T$) + nT

$$\frac{1}{4}T + nT = t_2 - t_1$$

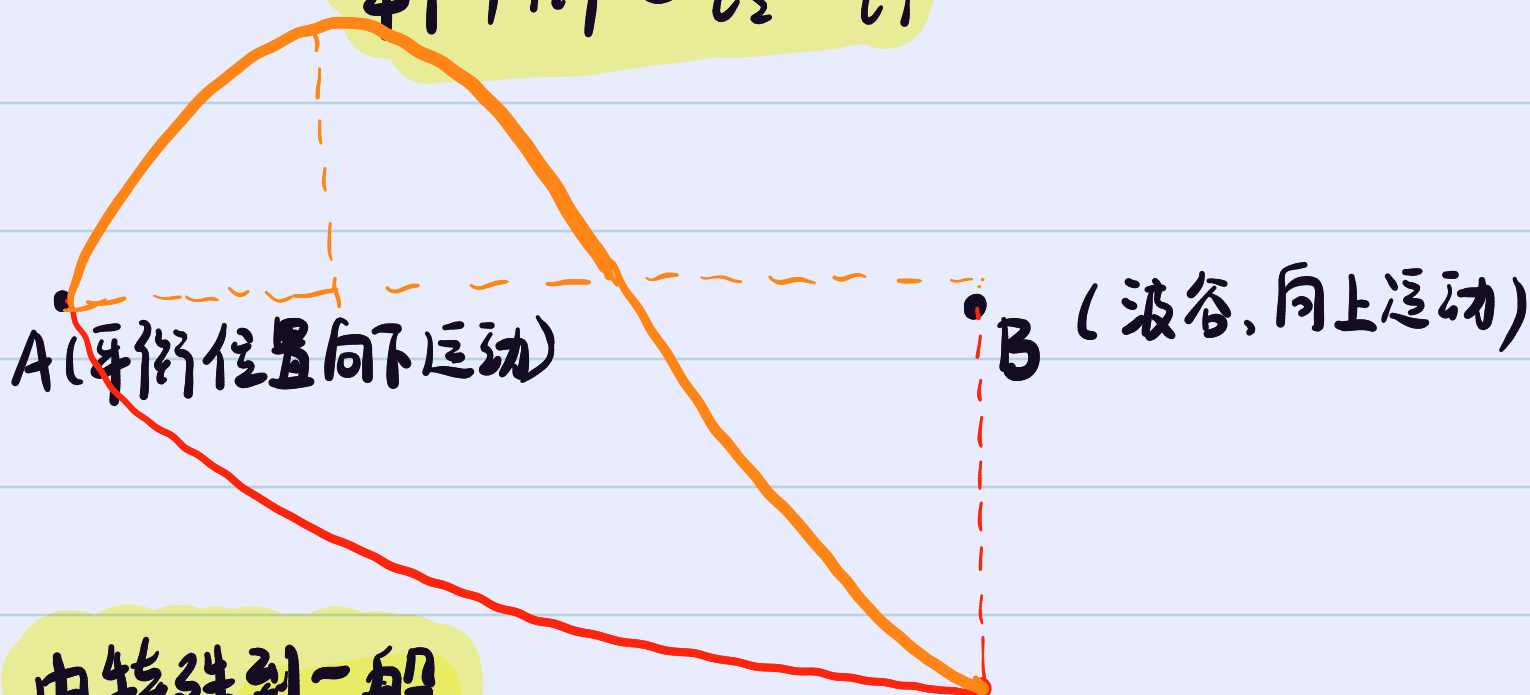
② 向左: (至少 $\frac{3}{4}T$) + nT

$$\frac{3}{4}T + nT = t_2 - t_1$$

① T 多解.

② v 多解.

③ λ 无多解 (可直接看)



AB 间距: x (m)

$$\begin{cases} \frac{1}{4}\lambda + n\lambda = x & (\text{向左传播}) \\ \frac{3}{4}\lambda + n\lambda = x & (\text{向右传播}) \end{cases}$$

由特殊到一般