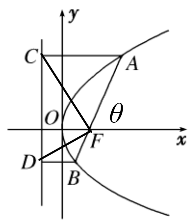
圆锥曲线公式

圆锥曲线类型	椭圆		双曲线		抛物线	
中点弦斜率（切线斜率）公式	横式	$k=-\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}$	横式	$k=\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}$	横式	$k=\dfrac{p}{y_0}$
	竖式	$k=-\dfrac{a^2x_0}{b^2y_0}$	竖式	$k=\dfrac{a^2x_0}{b^2y_0}$	竖式	$k=\dfrac{x_0}{p}$
切线方程	横式	$\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$	横式	$\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=1$	横式	$y_0y=p(x_0+x)$
	竖式	$\dfrac{y_0y}{a^2}+\dfrac{x_0x}{b^2}=1$	竖式	$\dfrac{y_0y}{a^2}-\dfrac{x_0x}{b^2}=1$	竖式	$x_0x=p(y_0+y)$
点差法	横式	$\dfrac{b^2}{a^2}=-\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}$	横式	$\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}$		
	竖式	$\dfrac{a^2}{b^2}=-\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}$	竖式	$\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{y_1^2-y_2^2}{x_1^2-x_2^2}$		

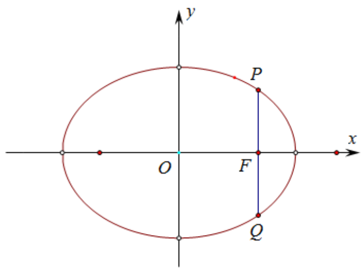
抛物线中：若 AB 为焦点弦，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

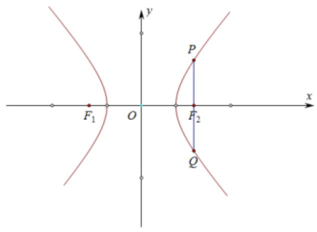
①以 AB 为直径的圆与准线相切；以 AF 和 BF 为直径的圆与 y 轴相切。

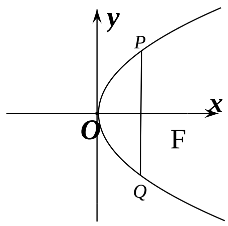
②$|AF|=\dfrac{P}{1-\cos\theta}$，$|BF|=\dfrac{P}{1+\cos\theta}$；$\dfrac{1}{|AF|}+\dfrac{1}{|BF|}=\dfrac{2}{P}$ ③$S_{\triangle AOB}=\dfrac{P^2}{2\sin\theta}$ ④$\angle CFD=90°$。



一、通径公式：



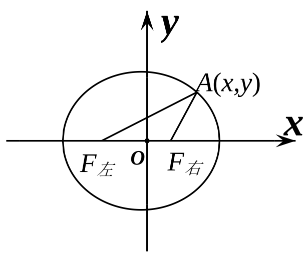




椭圆通径长= $\underline{\dfrac{2b^2}{a}}$　　双曲线通径长= $\underline{\dfrac{2b^2}{a}}$　　抛物线通径长= $\underline{2p}$

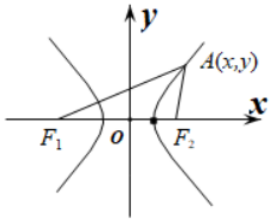
二、焦半径公式：

椭圆：



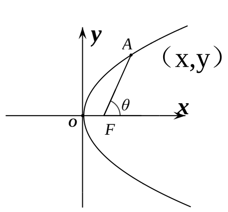
$|AF_{左}|=$ $\underline{a+ex}$ (填带 x 的表达式)　　$|AF_{右}|=$ $\underline{a-ex}$ (填带 x 的表达式)

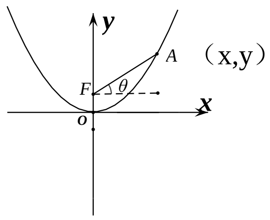
双曲线：



$|AF|_{长}$ = $\underline{e|x|+a}$ (填带$|x|$的表达式)　　$|AF|_{短}$ = $\underline{e|x|-a}$ (填带$|x|$的表达式)

抛物线：

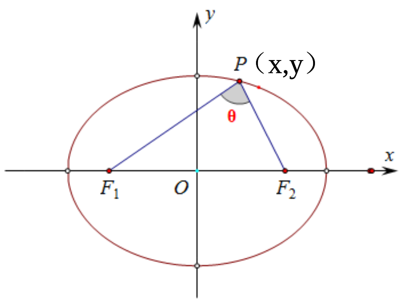


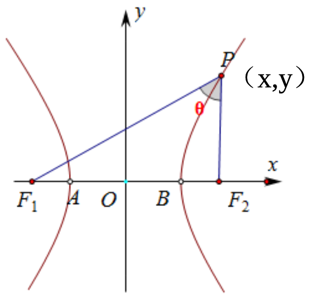


横：$|AF|=\underline{x+\frac{p}{2}}=\underline{\frac{p}{1-\cos\theta}}$　　竖：$|AF|=\underline{y+\frac{p}{2}}=\underline{\frac{p}{1-\sin\theta}}$

(填带 x 的表达式)　(填带θ 的表达式)　　(填带 y 的表达式)　(填带θ 的表达式)

三、焦点三角形：





$S_{\triangle}PF_1F_2$ = $\underline{c|y|}$= $\underline{b^2\cdot\tan\frac{\theta}{2}}$　　$S_{\triangle}PF_1F_2$ = $\underline{c|y|}$= $\underline{\dfrac{b^2\cdot\frac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}}{}}$

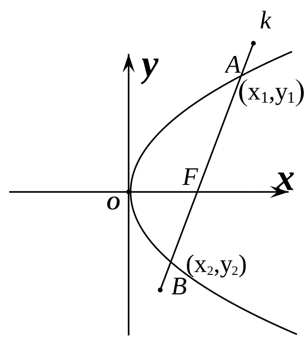
(填带 y 的表达式)　(填带θ 的表达式)　　(填带 y 的表达式)　(填带θ 的表达式)

四.弦长公式：

二次曲线与直线相交弦长$|AB|$ = $\underline{\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}}$ (填含 x 的形式)

= $\underline{\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}}$ (填含 y 的形式)

五.抛物线焦点弦长：



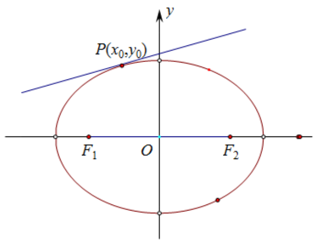
焦点弦$|AB| = \underline{x_1+x_2+p} = \underline{\dfrac{2p}{\sin^2\theta}} = \underline{(1+\dfrac{1}{k^2})\cdot 2p}$ （横）

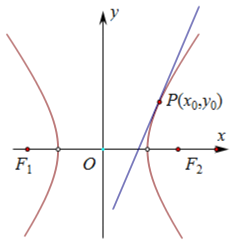
(填带 x_1,x_2 的表达式)　(填带θ 的表达式)　(填带 k 的表达式)

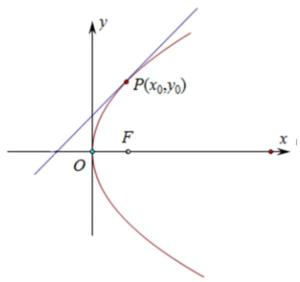
焦点弦$|AB| = \underline{y_1+y_2+p} = \underline{\dfrac{2p}{\cos^2\theta}} = \underline{(1+k^2)\cdot 2p}$ （竖）

(填带 y_1,y_2 的表达式)　(填带θ 的表达式)　(填带 k 的表达式)

六.中点弦斜率（切线斜率公式）：





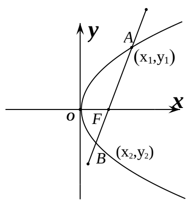


椭圆：$k = \underline{-\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}}$ (横)　　双曲线：$k = \underline{\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}}$ (横)　　抛物线：$k = \underline{\dfrac{p}{y_0}}$ (横)

$k = \underline{-\dfrac{a^2x_0}{b^2y_0}}$ (竖)　　$k = \underline{\dfrac{a^2x_0}{b^2y_0}}$ (竖)　　$k = \underline{\dfrac{x_0}{p}}$ (竖)

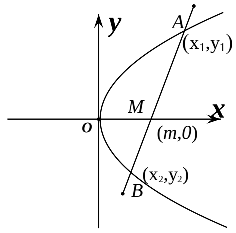
七.抛物线特有性质：（ $y^2 = 2px$ ）

①抛物线的焦点弦的端点为$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则 $x_1x_2 = \underline{\dfrac{p^2}{4}}$ ， $y_1y_2 = \underline{-p^2}$ ， $|AF|\cdot|BF| = \dfrac{p}{2}|AB|$



②过 x 轴上一点$(m,0)$ 的直线与抛物线交于$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点 ，

则 $x_1x_2=\underline{m^2}$ ， $y_1y_2=\underline{-2pm}$ ①就是②的特例



八.圆锥曲线焦点弦共同性质（图示以椭圆为例）

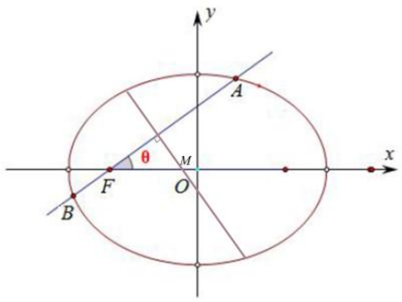
过圆锥曲线E的焦点F的直线（倾斜角为θ），与圆锥曲线交于A,B两点，E的离心率为e，记E通径的一半为p，AB的中垂线与x轴交于点M.

①$|AB|=\underline{\dfrac{2p}{1-e^2\cos^2\theta}}$ （横）

②$\dfrac{1}{|AF|}+\dfrac{1}{|BF|}=\underline{\dfrac{2}{p}}$

③$\dfrac{|MF|}{|AB|}=\underline{\dfrac{e}{2}}$

④若$|AF|=\lambda|BF|$，则有$\underline{|e\cos\theta|=\left|\dfrac{1-\lambda}{1+\lambda}\right|}$ (填含e,θ,λ的表达式)（横）

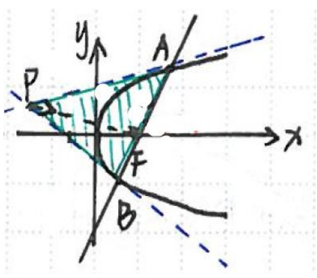


九.

阿基米德三角形：在焦点弦两端点 A, B 处分别作切线，两切线交于 P 点，△PAB 为阿基米德三角形.

① P点坐标： $P(-\frac{p}{2},\frac{y_A+y_B}{2})$

② $PA\perp PB$ ③ $PF\perp AB$ ④ $|AF|\cdot|BF|=|PF|^2=\frac{p}{2}|AB|$



十.

二次曲线的"四种线"

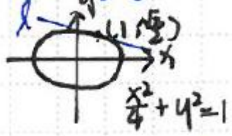
$F(x_0, y_0)$为常数式

二次曲线：若$F(x,y)=Ax^2+By^2+Dx+Ey+F$；则二次曲线方程为$F(x,y)=0$；

记$H=Ax_0x+By_0y+D\cdot\frac{x_0+x}{2}+E\cdot\frac{y_0+y}{2}+F$，则：

① 二次曲线在点(x_0, y_0) → 在曲线上，处的切线方程为：$H=0$.

eg：



一般形式：$\frac{1}{4}x^2+y^2-1=0$

$\therefore l: \frac{1}{4}\cdot 1\cdot x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot y-1=0 \Rightarrow \frac{x}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}y-1=0$.

② 过二次曲线外一点(x_0, y_0) → 在不曲线上，分别作二次曲线的两个切线；两切点连线方程为：$H=0$.

③ 二次曲线以(x_0, y_0)为中点的弦所在直线方程为：$H=F(x_0, y_0)$

④ 二次曲线过定点(x_0, y_0)的动弦中点轨迹为：$H=F(x, y)$.