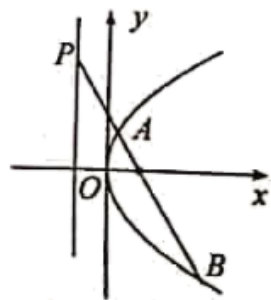


## 2021 届冲刺圆锥曲线选填 100 道

- 已知点  $F(-c, 0) (c > 0)$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左焦点, 过  $F$  且平行于双曲线渐近线的直线与圆  $x^2 + y^2 = c^2$  交于点  $F$  和另一个点  $P$ , 且点  $P$  在抛物线  $y^2 = 4cx$  上, 则该双曲线的离心率是 ( )  
 A.  $\sqrt{5}$       B.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$       C.  $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$       D.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
- 已知  $P$  为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  上一个动点, 过点  $P$  作圆  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  的两条切线, 切点分别是  $A, B$ , 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的取值范围为 ( )  
 A.  $[\frac{3}{2}, +\infty)$       B.  $[\frac{3}{2}, \frac{56}{9}]$       C.  $[2\sqrt{2}-3, \frac{56}{9}]$       D.  $[2\sqrt{2}-3, +\infty)$
- 已知点  $F_1(-c, 0), F_2(c, 0) (c > 0)$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 点  $P$  是这个椭圆上位于  $x$  轴上方的点, 点  $G$  是  $\triangle PF_1F_2$  的外心, 若存在实数  $\lambda$ , 使得  $\overrightarrow{GF_1} + \overrightarrow{GF_2} + \lambda \overrightarrow{GP} = \vec{0}$ , 则当  $\triangle PF_1F_2$  的面积为 8 时,  $a$  的最小值为 ( )  
 A. 4      B.  $4\sqrt{3}$       C.  $2\sqrt{6}$       D.  $4\sqrt{3} + 2$
- 已知点  $P$  是焦点为  $F$  的抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  上的一点, 且  $|PF| = 10$ , 点  $Q$  是直线  $l_1: 2x - y + 3 = 0$  与  $l_2: x + 2y - 6 = 0$  的交点, 若  $PQ \perp QF$ , 则抛物线的方程为 ( )  
 A.  $y^2 = 4x$       B.  $y^2 = 4x$  或  $y^2 = 36x$       C.  $y^2 = 12x$       D.  $y^2 = 12x$  或  $y^2 = 28x$
- 设椭圆  $E$  的两焦点分别为  $F_1, F_2$ , 以  $F_1$  为圆心,  $|F_1F_2|$  为半径的圆与  $E$  交于  $P, Q$  两点, 若  $\triangle PF_1F_2$  为直角三角形, 则  $E$  的离心率为 ( )  
 A.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       B.  $\sqrt{2}-1$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\sqrt{2}+1$
- 已知  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点, 抛物线  $C$  上动点  $A, B$  满足  $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{FB}$ , 若  $A, B$  的准线上的射影分别为  $M, N$  且  $\triangle MFN$  的面积为 5, 则  $|AB| =$  ( )  
 A.  $\frac{9}{4}$       B.  $\frac{13}{4}$       C.  $\frac{21}{4}$       D.  $\frac{25}{4}$
- 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ ,  $A$  为双曲线  $C$  的右支上一点, 且  $|AF_1| = 2c$ ,  $AF_1$  与  $y$  轴交于点  $B$ , 若  $F_2B$  是  $\angle AF_2F_1$  的平分线, 则双曲线  $C$  的离心率  $e =$  ( )  
 A.  $\sqrt{5}-1$       B.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$       C.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$       D.  $\sqrt{5}$
- 已知椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , 若此椭圆上存在不同的两点  $A, B$  关于直线  $y = 4x + m$  对称, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $(-\frac{2\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{2}}{13})$       B.  $(-\frac{2\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13})$       C.  $(-\frac{\sqrt{2}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13})$       D.  $(-\frac{2\sqrt{3}}{13}, \frac{2\sqrt{3}}{13})$
- 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ,  $F_1, F_2$  为其左、右焦点,  $P$  为椭圆  $C$  上除长轴端点外的任一点,  $G$  为  $\triangle F_1PF_2$  内一点, 满足  $3\overrightarrow{PG} = \overrightarrow{PF_1} + \overrightarrow{PF_2}$ ,  $\triangle F_1PF_2$  的内心为  $I$ , 且有  $PM = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 1 + 4 - 2x^2} = \sqrt{6 - (x+1)^2}$  (其中  $\lambda$  为实数), 则椭圆  $C$  的离心率  $e$  等于 ( )  
 A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 已知双曲线:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 焦距为  $2c$ , 直线  $y = \sqrt{3}(x+c)$  与双曲线的一个交点  $M$  满足  $\angle MF_1F_2 = 2\angle MF_2F_1$ , 则双曲线的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{3}$  C. 2 D.  $\sqrt{3} + 1$
11. 若随机变量  $\xi \sim N(3, 2019^2)$ , 且  $P(\xi \leq 1) = P(\xi \geq a)$ . 已知  $F$  为抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点,  $O$  为原点, 点  $P$  是抛物线准线上一动点, 若点  $A$  在抛物线上, 且  $|AF| = a$ , 则  $|PA| + |PO|$  的最小值为 ( )  
A.  $\sqrt{5}$  B.  $\sqrt{13}$  C.  $2\sqrt{5}$  D.  $2\sqrt{13}$
12. 过双曲线  $X$  的一个焦点  $F$  作双曲线  $C$  的一条渐近线的垂线, 若垂足恰好在线段  $OF$  的垂直平分线上, 则双曲线  $C$  的离心率是 ( )  
A. 3 B.  $\sqrt{3}$  C. 2 D.  $\sqrt{2}$
13. 已知梯形  $ABCD$  满足  $AB \parallel CD$ ,  $\angle BAD = 45^\circ$ , 以  $A, D$  为焦点的双曲线  $\Gamma$  经过  $B, C$  两点. 若  $CD = 7AB$ , 则双曲线  $\Gamma$  的离心率为 ( )  
A.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  B.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  C.  $\frac{3\sqrt{5}}{4}$  D.  $\frac{3 + \sqrt{5}}{4}$
14. 过抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  作直线与抛物线在第一象限交于点  $A$ , 与准线在第三象限交于点  $B$ , 过点  $A$  作准线的垂线, 垂足为  $H$ . 若  $\tan \angle AFH = 2$ , 则  $\frac{|AF|}{|BF|} =$  ( )  
A.  $\frac{5}{4}$  B.  $\frac{4}{3}$  C.  $\frac{3}{2}$  D. 2
15. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 以  $F_1F_2$  为直径的圆与双曲线的四个交点依次连线恰好构成一个正方形, 则双曲线的离心率为 ( ).  
A.  $\sqrt{2}$  B.  $2 + \sqrt{2}$  C. 2 D.  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$
16. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线交曲线左支于  $A, B$  两点,  $\triangle F_2AB$  是以  $A$  为直角顶点的直角三角形, 且  $\angle AF_2B = 30^\circ$ . 若该双曲线的离心率为  $e$ , 则  $e^2 =$  ( )  
A.  $11 + 4\sqrt{3}$  B.  $13 + 5\sqrt{3}$  C.  $16 - 6\sqrt{3}$  D.  $19 - 10\sqrt{3}$
17. 已知抛物线  $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$  与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 12x + 11 = 0$  交于  $A, B, C, D$  四点. 若  $BC \perp x$  轴, 且线段  $BC$  恰为圆  $C_2$  的一条直径, 则点  $A$  的横坐标为 ( )  
A.  $\frac{11}{6}$  B. 3 C.  $\frac{11}{3}$  D. 6
18. 过抛物线  $C: y^2 = 4x$  焦点的直线交该抛物线  $C$  于点  $A, B$ , 与抛物线  $C$  的准线交于点  $P$ , 如图所示, 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的最小值是 ( )  
A. 8 B. 12 C. 16 D. 18
19. 已知双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  且与  $x$  轴垂直的直线  $l$  与双曲线的两条渐近线分别交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 3\sqrt{5}$ ,  $M(4, 1)$ , 若双曲线上存在一点  $P$  使得  $|PM| + |PF_2| \leq t$ , 则  $t$  的最小值为 ( )  
A.  $5\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{2}$  C.  $5\sqrt{2} + 4$  D.  $5\sqrt{2} - 4$
20. 过抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  且倾斜角为  $\frac{\pi}{3}$  的直线交抛物线于  $A, B$  两点, 若  $|AF| > |BF|$ , 则  $\frac{|AF|}{|BF|} =$  ( )  
A.  $\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{3}$  C. 2 D. 3
21. 直线  $l$  与抛物线  $y^2 = 4x$  相交于  $A, B$  两点, 若  $OA \perp OB$  ( $O$  是坐标原点), 则  $\triangle AOB$  面积的最小值为 ( )



A. 32

B. 24

C. 16

D. 8

22. 已知抛物线  $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ , 从点  $M(4, a) (a > 0)$  发出, 平行于  $x$  轴的光线与  $\Gamma$  交于点  $A$ , 经  $\Gamma$  反射后过  $\Gamma$  的焦点  $N$ , 交抛物线于点  $B$ , 若反射光线的倾斜角为  $\frac{2\pi}{3}$ ,  $|AN| = 2$ , 则  $\triangle ABM$  的重心坐标为 ( )

A.  $(2, -\sqrt{3})$

B.  $(\frac{3}{2}, 0)$

C.  $(3, -\frac{\sqrt{3}}{3})$

D.  $(2, -\frac{\sqrt{3}}{3})$

23. 已知点  $P$  为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  右支上一点,  $F_1, F_2$  分别为双曲线的左右焦点, 且  $|F_1F_2| = \frac{b^2}{a}$ ,  $G$  为三角形  $PF_1F_2$  的内心, 若  $S_{\triangle GPF_1} = S_{\triangle GPF_2} + \lambda S_{\triangle GF_1F_2}$  成立, 则  $\lambda$  的值为 ( )

A.  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

B.  $2\sqrt{3} - 1$

C.  $\sqrt{2} + 1$

D.  $\sqrt{2} - 1$

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , 直线  $l$  与椭圆交于  $A, B$  两点, 当  $O$  到直线  $AB$  的距离为 1 时, 则  $\triangle OAB$  面积的最大值为 ( )

A.  $2\sqrt{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 1

D.  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

25. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点为  $F_1, F_2$ , 一条渐近线方程为  $l: y = -\frac{b}{a}x$ , 过点  $F_1$  且与  $l$  垂直的直线分别交双曲线的左支及右支于  $P, Q$ , 满足  $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OF_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$ , 则该双曲线的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{10}$

B. 3

C.  $\sqrt{5}$

D. 2

26. 已知点  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 (xy \neq 0)$  上的动点,  $F_1, F_2$  为椭圆的左、右焦点,  $O$  为坐标原点, 若  $M$  是  $\angle F_1PF_2$  的角平分线上的一点, 且  $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ , 则  $|\overrightarrow{OM}|$  的取值范围是 ( )

A.  $(0, 2)$

B.  $(0, \sqrt{3})$

C.  $(0, 4)$

D.  $(2, 2\sqrt{3})$

27. 已知点  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$  上非顶点的动点,  $F_1, F_2$  分别是椭圆的左、右焦点,  $O$  为坐标原点, 若  $M$  为  $\angle F_1PF_2$  的平分线上一点, 且  $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ , 则  $|\overrightarrow{OM}|$  的取值范围为 ( )

A.  $(0, 3]$

B.  $(0, 2\sqrt{2}]$

C.  $(0, 3)$

D.  $(0, 2\sqrt{2})$

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 双曲线的  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  右支与焦点为  $F$  的抛物线  $x^2 = 2py (p > 0)$  交于  $A, B$  两点, 若  $|AF| + |BF| = 4|OF|$ , 则该双曲线的渐近线方程为 ( )

A.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

B.  $y = \pm \sqrt{2}x$

C.  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

D.  $y = \pm \sqrt{3}x$

29. 已知  $P$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  上一点,  $F_1, F_2$  为双曲线  $C$  的左、右焦点, 若  $|PF_1| = |F_1F_2|$ , 且直线  $PF_2$  与以  $C$  的实轴为直径的圆相切, 则  $C$  的渐近线方程为 ( )

A.  $y = \pm \frac{4}{3}x$

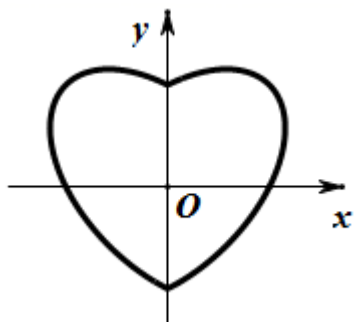
B.  $y = \pm \frac{3}{4}x$

C.  $y = \pm \frac{3}{5}x$

D.  $y = \pm \frac{5}{3}x$

30. 数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线, 曲线  $C: x^2 + y^2 = 1 + |x|y$  就是其中之一 (如图). 给出下列三个结论:





①曲线  $C$  恰好经过 6 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点);

②曲线  $C$  上任意一点到原点的距离都不超过  $\sqrt{2}$ ;

③曲线  $C$  所围成的 “心形” 区域的面积小于 3.

其中,所有正确结论的序号是

A. ①

B. ②

C. ①②

D. ①②③

31. 已知  $P$  是抛物线  $x^2 = 4y$  上的一个动点,则点  $P$  到直线  $l_1: 4x - 3y - 7 = 0$  和  $l_2: y + 2 = 0$  的距离之和的最小值是 ( )

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

32. 过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  左支上一点  $A$  作相互垂直的两条直线分别经过两焦点  $F_1, F_2$ , 其中一条与双曲线交于点  $B$ , 若  $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF_2}) \cdot \overrightarrow{BF_2} = 0$ , 则双曲线的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{4} + 2\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{4} - 2\sqrt{2}$

33. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上一点  $M(1, m) (m > 0)$  到其焦点的距离为 5, 双曲线  $\frac{x^2}{a} - y^2 = 1$  的左顶点为  $A$ , 若双曲线一条渐近线与直线  $AM$  平行, 则实数  $a$  等于 ( )

A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$

34. 设  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 过坐标原点  $O$  的直线与双曲线  $C$  在第一象限内交于点  $P$ , 若  $|PF_1| + |PF_2| = 6a$ , 且  $\triangle PF_1F_2$  为锐角三角形, 则直线  $OP$  斜率的取值范围是 ( )

A.  $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{4}{3})$

B.  $(\frac{4}{3}, \sqrt{3})$

C.  $(1, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

D.  $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2})$

35. 已知双曲线的顶点与焦点分别是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦点与顶点, 若双曲线的两条渐近线与椭圆的交点构成的四边形恰为正方形, 则椭圆的离心率为 ( )

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

36. 设  $F$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点,  $O$  为坐标原点, 点  $A, B$  分别在双曲线的两条渐近线上,  $AF \perp x$  轴,  $BF \parallel OA$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ , 则该双曲线的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

37. 已知  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点, 过点  $R(2, 1)$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点,  $R$  为线段  $AB$  的中点, 若  $|FA| + |FB| = 5$ , 则直线  $l$  的斜率为 ( )

A. 3

B. 1

C. 2

D.  $\frac{1}{2}$

38. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右顶点为  $A$ ,  $O$  为原点, 以  $A$  为圆心与双曲线  $C$  的一条渐



近线交于两点  $P, Q$ , 若  $\angle PAQ = 60^\circ$  且  $\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP}$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{39}}{6}$  B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  C.  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  D.  $\sqrt{3}$

39. 以椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的顶点为焦点、焦点为顶点的双曲线方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 + b^2} = 1$  B.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - b^2} = 1$  C.  $\frac{x^2}{a^2 + b^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  D.  $\frac{x^2}{a^2 - b^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

40. 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $P$  为右支上一点, 且  $|\overrightarrow{PF_1}| = 8$ ,  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ , 则双曲线的渐近线方程是 ( )

- A.  $y = \pm 2\sqrt{2}x$  B.  $y = \pm 2\sqrt{6}x$  C.  $y = \pm 5x$  D.  $y = \pm \frac{3}{4}x$

41. 设  $O$  为坐标原点,  $P$  是以  $F$  为焦点的抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上任意一点,  $M$  是线段  $PF$  上的点, 且  $|PM| = 2|MF|$ , 则直线  $OM$  的斜率的最大值为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  D. 1

42. 已知过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的中心的直线交双曲线于点  $A, B$ , 在双曲线  $C$  上任取与点  $A, B$  不重合的点  $P$ , 记直线  $PA, PB, AB$  的斜率分别为  $k_1, k_2, k$ , 若  $k_1 k_2 > k$  恒成立, 则离心率  $e$  的取值范围为 ( )

- A.  $1 < e < \sqrt{2}$  B.  $1 < e \leq \sqrt{2}$  C.  $e > \sqrt{2}$  D.  $e \geq \sqrt{2}$

43. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  与椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  有相同的焦点  $F$ , 点  $A$  是两曲线的一个公共点, 且  $AF \perp x$  轴, 则椭圆的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{3} - 1$  B.  $\sqrt{2} - 1$  C.  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$  D.  $\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}$

44. 已知抛物线  $C: y^2 = 12x$  的焦点为  $F$ ,  $A$  为  $C$  上一点且在第一象限, 以  $F$  为圆心,  $FA$  为半径的圆交  $C$  的准线于  $B, D$  两点, 且  $A, F, B$  三点共线, 则  $|AF| =$  ( )

- A. 16 B. 10 C. 12 D. 8

45. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 过点  $F$  作与  $x$  轴垂直的直线  $l$  交两渐近线于  $A, B$  两点, 且与双曲线在第一象限的交点为  $P$ , 设  $O$  为坐标原点, 若  $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB} (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$ ,  $\lambda\mu = \frac{3}{16}$ , 则该双曲线的离心率为 ( )

- A.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  B.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$  C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  D.  $\frac{9}{8}$

46. 抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 已知点  $A$  和  $B$  分别为抛物线上的两个动点, 且满足  $\angle AFB = 120^\circ$ , 过弦  $AB$  的中点  $M$  作抛物线准线的垂线  $MN$ , 垂足为  $N$ , 则  $\left| \frac{MN}{AB} \right|$  的最大值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$  B. 1 C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

47. 已知抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ , 直线  $y = \sqrt{3}(x - 2)$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  ( $A$  在  $x$  轴上方) 两点, 若  $\overrightarrow{AF} = m\overrightarrow{FB}$ , 则实数  $m$  的值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$  B. 3 C. 2 D.  $\frac{3}{2}$

48. 在正  $\triangle ABC$  中,  $AC, BC$  边上的高分别为  $BD, AE$ , 则以  $A, B$  为焦点, 且过  $D, E$  的椭圆与双曲线的离心率分别为  $e_1, e_2$ , 则  $\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2}$  的值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$  B. 1 C.  $2\sqrt{3}$  D. 2

49. 阿基米德不仅是著名的物理学家,也是著名的数学家,他利用“逼近法”得到椭圆的面积公式,设椭圆的长半轴长、短半轴长分别为  $a, b$ , 则椭圆的面积公式为  $S = \pi ab$ . 若椭圆  $C$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 面积为  $8\pi$ , 则椭圆  $C$  的标准方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  或  $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1$       B.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  或  $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{12} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$  或  $\frac{y^2}{12} + \frac{x^2}{4} = 1$       D.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  或  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

50. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $B, C$  在椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  上, 顶点  $A$  是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在  $BC$  边上, 则  $\triangle ABC$  的周长是 ( )

- A. 10      B. 20      C. 8      D. 16

51. 已知  $A, B$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右顶点, 两个不同动点  $P, Q$  在双曲线上且关于  $x$  轴对称, 设直线  $AP, BQ$  的斜率分别为  $m, n$ , 则当  $\frac{4b}{a} + \frac{2a}{b} + \ln|mn|$  取最小值时, 双曲线的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       C. 2      D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

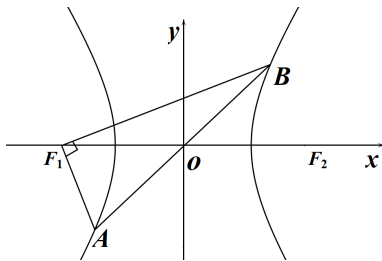
52. 已知椭圆  $E$  的中心为坐标原点, 离心率为  $\frac{1}{2}$ ,  $E$  的右焦点与抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点重合,  $A, B$  是  $C$  的准线与  $E$  的两个交点, 则  $|AB| = ( )$

- A. 3      B. 6      C. 9      D. 12

53. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点,  $P$  是双曲线右支上任意一点, 则以  $PF_2$  为直径的圆与圆  $x^2 + y^2 = a^2$  的位置关系是 ( )

- A. 相交      B. 相离      C. 内切      D. 外切

54. 如图, 已知  $F_1, F_2$  双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点,  $A, B$  为双曲线上关于原点对称的两点, 且满足  $AF_1 \perp BF_1$ ,  $\angle ABF_1 = \frac{\pi}{12}$ , 则双曲线的离心率为 ( )



- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{6}$       D.  $\frac{4}{3}\sqrt{2}$

55. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 点  $A(\frac{p}{4}, a) (a > 0)$  在  $C$  上,  $|AF| = 3$ . 若直线  $AF$  与  $C$  交于另一点  $B$ , 则  $|AB|$  的值是 ( )

- A. 12      B. 10      C. 9      D. 4.5

56. 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  中,  $F$  为右焦点,  $B$  为上顶点,  $O$  为坐标原点, 直线  $y = \frac{b}{a}x$  交椭圆于点  $C$  (点  $C$  位于第一象限), 若  $S_{\triangle BFO} = S_{\triangle BFC}$ , 则该椭圆的离心率等于 ( )

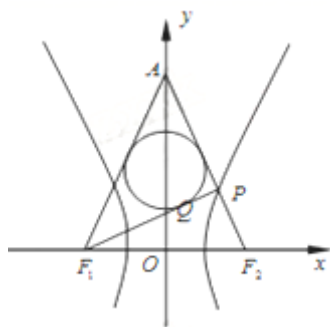
- A.  $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}$       B.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$       C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$       D.  $\sqrt{2}-1$





57. 已知  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  的左、右焦点,  $P$  为双曲线右支上一点,  $F_2$  关于直线  $PF_1$  的对称点为  $M$ ,  $F_1$  关于直线  $PF_2$  的对称点为  $N$ , 则当  $|MN|$  最小时,  $\angle F_1PF_2$  的大小为 ( )  
 A.  $150^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $60^\circ$
58. 直线  $y = x - 1$  与抛物线  $y^2 = 4x$  相交于  $M, N$  两点, 抛物线的焦点为  $F$ , 设  $|\overrightarrow{FM}| = \lambda |\overrightarrow{FN}|$ , 则  $\lambda$  的值为 ( )  
 A.  $3 \pm 2\sqrt{2}$       B.  $2 \pm \sqrt{2}$       C.  $\sqrt{2} \pm 1$       D.  $2\sqrt{2}$
59. 在同一直角坐标系下, 已知双曲线  $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{2}$ , 双曲线  $C$  的一个焦点到一条渐近线的距离为 2, 函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  单位后得到曲线  $D$ , 点  $A, B$  分别在双曲线  $C$  的下支和曲线  $D$  上, 则线段  $AB$  长度的最小值为 ( )  
 A. 2      B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 1
60. 已知过抛物线  $y^2 = x$  的焦点的直线交抛物线于  $A, B$  两点, 若  $O$  为坐标原点, 则  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$  ( )  
 A.  $-\frac{3}{16}$       B.  $\frac{3}{16}$       C. 0      D. -1
61. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知  $A(0, \sqrt{2}), B(0, -\sqrt{2}), P$  为函数  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  图象上一点, 若  $|PB| = 2|PA|$ , 则  $\cos \angle APB =$  ( )  
 A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{3}{5}$
62. 过双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的右支上一点  $P$  分别向圆  $C_1: (x+2)^2 + y^2 = 4$  和圆  $C_2: (x-2)^2 + y^2 = 1$  作切线, 切点分别为  $M, N$ , 则  $|PM|^2 - |PN|^2$  的最小值为 ( )  
 A. 5      B. 4      C. 3      D. 2
63. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{7} = 1$  的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ ,  $P$  为曲线  $C$  上一动点且直线  $PA_2$  的斜率的取值范围为  $[-4, -2]$ , 则直线  $PA_1$  的斜率的取值范围为 ( )  
 A.  $\left[-1, -\frac{7}{40}\right]$       B.  $\left[\frac{7}{8}, \frac{7}{4}\right]$       C.  $\left[-\frac{7}{20}, -\frac{7}{40}\right]$       D.  $\left[\frac{7}{40}, \frac{7}{20}\right]$
64. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 过点  $F$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点 (设点  $A$  位于第一象限), 过点  $A, B$  分别作抛物线  $C$  的准线的垂线, 垂足分别为点  $A_1, B_1$ , 抛物线  $C$  的准线交  $x$  轴于点  $K$ , 若  $\frac{|A_1K|}{|B_1K|} = 2$ , 则直线  $l$  的斜率为 ( )  
 A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{3}$
65. 已知点  $A$  是抛物线  $C: x^2 = 2py (p > 0)$  的对称轴与准线的交点, 点  $F$  为抛物线的焦点, 过  $A$  作抛物线的一条切线, 切点为  $P$ , 且满足  $|PA| = \sqrt{2}$ , 则抛物线  $C$  的方程为 ( )  
 A.  $x^2 = 8y$       B.  $x^2 = 4y$       C.  $x^2 = 2y$       D.  $x^2 = y$
66. 如图, 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $|F_1F_2| = 4$ ,  $P$  是双曲线右支上的一点,  $F_2P$  与  $y$  轴交于点  $A$ ,  $\triangle APF_1$  的内切圆在边  $PF_1$  上的切点为  $Q$ , 若  $|PQ| = 1$ , 则双曲线的离心率是 ( )





A. 2

B.  $\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{3}$

D. 3

67. 已知点  $A$  是抛物线  $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$  与双曲线  $C_2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线的交点, 若点  $A$  到抛物线  $C_1$  的准线的距离为  $p$ , 则双曲线的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{3}$

C.  $\sqrt{5}$

D. 2

68. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点为  $F$ , 过点  $F$  的直线  $x - y + \sqrt{3} = 0$  与椭圆  $C$  相交于不同的两点  $A, B$ . 若  $P$  为线段  $AB$  的中点,  $O$  为坐标原点, 直线  $OP$  的斜率为  $-\frac{1}{2}$ , 则椭圆  $C$  的方程为 ( )

A.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

B.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

C.  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$

D.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

69. 已知抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$  准线为  $l$ ,  $p$  为抛物线上一点,  $PA \perp l$ ,  $A$  为垂足, 若直线  $AF$  的斜率为  $-\sqrt{3}$ , 则  $|PF| =$  ( )

A. 4

B. 6

C. 8

D.  $8\sqrt{3}$

70. 已知焦点在  $x$  轴上的椭圆的离心率为  $\frac{1}{2}$ , 它的长轴长等于圆  $x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0$  的半径, 则椭圆的标准方程是 ( )

A.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

B.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

C.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

D.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

71. 椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的长轴端点为  $M, N$ , 不同于  $M, N$  的点  $P$  在此椭圆上, 那么  $PM, PN$  的斜率之积为 ( )

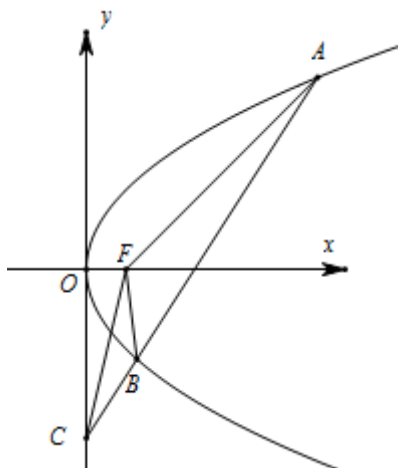
A.  $-\frac{3}{4}$

B.  $-\frac{4}{3}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{4}{3}$

72. 如图, 设抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 不经过焦点的直线上有三个不同的点  $A, B, C$ , 其中点  $A, B$  在抛物线上, 点  $C$  在  $y$  轴上, 则  $\triangle BCF$  与  $\triangle ACF$  的面积之比是 ( )





A.  $\frac{|BF| - 1}{|AF| - 1}$       B.  $\frac{|BF|^2 - 1}{|AF|^2 - 1}$       C.  $\frac{|BF| + 1}{|AF| + 1}$       D.  $\frac{|BF|^2 + 1}{|AF|^2 + 1}$

73. 已知抛物线  $C: y^2 = -4x$  的焦点为  $F$ ,  $A(-2, 1)$ ,  $P$  为抛物线  $C$  上的动点, 则  $|PF| + |PA|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

74. 过点  $P(1, 1)$  的直线  $l$  与椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  交于点  $A$  和  $B$ , 且  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$ . 点  $Q$  满足  $\overrightarrow{AQ} = -\lambda \overrightarrow{QB}$ , 若  $O$  为坐标原点, 则  $|OQ|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

75. 若  $A, B$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  上的任意两点, 且满足  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ ,  $O$  为坐标原点, 点  $M$  是该双曲线上异于点  $A, B$  的任意一点, 且直线  $MA, MB$  的斜率之积为  $\frac{1}{2}$ , 则双曲线的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

76. 设  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  的左、右焦点,  $P$  为椭圆上任一点, 点  $M$  的坐标为  $(6, 4)$ , 则  $PM + PF_1$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

77. 已知椭圆和双曲线有共同焦点  $F_1, F_2$ ,  $P$  是它们的一个交点, 且  $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$ , 记椭圆和双曲线的离心率分别为  $e_1, e_2$ , 则  $\frac{1}{e_1 e_2}$  的最大值是 \_\_\_\_\_.

78. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{12} = 1 (a > 0)$  的一条渐近线方程为  $\sqrt{3}x - y = 0$ , 左焦点为  $F$ , 当点  $M$  在双曲线右支上, 点  $N$  在圆  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$  上运动时, 则  $|MN| + |MF|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

79. 椭圆  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ , 点  $A(0, \frac{1}{2})$ , 点  $P$  为椭圆上一动点, 则  $|PA|$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

80. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的离心率为  $e_1$ , 双曲线  $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$  的离心率为  $e_2$ , 则  $e_1 + e_2$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

81. 设抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ . 过焦点的直线分别交抛物线于  $A, B$  两点, 分别过  $A, B$  作  $l$  的垂线, 垂足为  $C, D$ . 若  $|AF| = 3|BF|$ , 且三角形  $CDF$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 则  $p$  的值为 \_\_\_\_\_.

82. 已知直线  $y = -x + 1$  与椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  相交于  $A, B$  两点, 且线段  $AB$  的中点  $M$  在直线  $l: x - 2y = 0$  上, 椭圆  $C$  的右焦点  $F$  关于直线  $l$  的对称点在圆  $x^2 + y^2 = 4$  上, 则椭圆  $C$  的方程是 \_\_\_\_\_.

83. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左焦点为  $F$ , 过  $F$  且与  $C$  的一条渐近线垂直的直线  $l$  与  $C$  的右支交于点  $P$ , 若  $A$  为  $PF$  的中点, 且  $|OA| = \frac{3b}{2} - a (O$  为坐标原点), 则  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

84. 设  $P$  为方程  $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$  表示的曲线上的点,  $M, N$  分别为圆  $(x+4)^2 + y^2 = 4$  和圆  $(x-4)^2 + y^2 = 1$  上的点, 则  $|PM| + |PN|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

85. 已知斜率  $k = \frac{3}{4}$  的直线  $l$  过抛物线  $x^2 = 4y$  的焦点, 且与抛物线相交于  $A, B$  两点, 分别过点  $A, B$  作抛物线的两条切线相交于点  $M$ , 则  $\triangle MAB$  的面积为 \_\_\_\_\_.

86. 已知双曲线  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的上焦点、下顶点、上顶点分别为  $F, A, B$ , 过点  $F$  作  $y$  轴的垂线与双曲线交于点  $P, Q$ , 线段  $FQ$  的中点为  $M$ , 直线  $AP$  与  $x$  轴交于点  $N$ . 若  $M, B, N$  三点共线, 则该双曲线的离心率为 \_\_\_\_\_.

87. 已知  $F_1$  为椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的左焦点, 直线  $l: y = x - 1$  与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 则  $|F_1A| + |F_1B|$  的值为 \_\_\_\_\_.
88. 若抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线与双曲线  $x^2 - y^2 = 1$  的一条准线重合, 则  $p =$  \_\_\_\_.
89. 设椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过焦点  $F_1$  的直线交椭圆于  $M, N$  两点, 若  $\triangle MNF_2$  的内切圆的面积为  $\pi$ , 则  $S_{\triangle MNF_2} =$  \_\_\_\_\_.
90. 以抛物线  $C: y^2 = 8x$  上的一点  $A$  为圆心作圆, 若该圆经过抛物线  $C$  的顶点和焦点, 那么该圆的方程为 \_\_\_\_\_.
91. 已知点  $A\left(\frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  上一点,  $F_1, F_2$  是双曲线  $C$  的左、右焦点, 若  $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2} = 0$ , 则双曲线  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.
92. 已知椭圆  $C$  的两个焦点为  $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ , 过  $F_1$  的直线与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $|BF_1| = 3|AF_1|, AB \perp BF_2$ , 则  $C$  的方程为 \_\_\_\_\_.
93. 已知双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过点  $F_2$  的直线交双曲线右支于  $A, B$  两点, 若  $\triangle ABF_1$  是以  $A$  为直角顶点的等腰三角形, 则  $\triangle AF_1F_2$  的面积为 \_\_\_\_\_.
94. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线与圆  $(x - 2)^2 + y^2 = 1$  相交, 则双曲线的离心率的取值范围是 \_\_\_\_\_.
95. 设抛物线  $y^2 = 2x$  的焦点为  $F$ , 过点  $M(\sqrt{3}, 0)$  的直线与抛物线相交于  $A, B$  两点, 与抛物线的准线相交于  $C, |BF| = 2$ , 则  $\triangle BCF$  与  $\triangle ACF$  的面积之比  $\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}} =$  \_\_\_\_\_;
96. 经过原点的直线交椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  于  $P, Q$  两点 (点  $P$  在第一象限), 若点  $P$  关于  $x$  轴的对称点称为  $M$ , 且  $\overrightarrow{PA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PM}$ , 直线  $QA$  与椭圆交于点  $B$ , 且满足  $BP \perp PQ$ , 则直线  $BP$  和  $BQ$  的斜率之积为 \_\_\_\_\_, 椭圆的离心率为 \_\_\_\_\_.
97. 希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名. 他发现: “平面内到两个定点  $A, B$  的距离之比为定值  $\lambda (\lambda \neq 1)$  的点的轨迹是圆”. 后来, 人们将这个圆以他的名字命名, 称为阿波罗尼斯圆, 简称阿氏圆. 已知在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-2, 1), B(-2, 4)$ , 点  $P$  是满足  $\lambda = \frac{1}{2}$  的阿氏圆上的任一点, 则该阿氏圆的方程为 \_\_\_\_\_; 若点  $Q$  为抛物线  $E: y^2 = 4x$  上的动点,  $Q$  在直线  $x = -1$  上的射影为  $H$ , 则  $\frac{1}{2}|PB| + |PQ| + |QH|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
98. 已知曲线  $C: \frac{x^2}{m} + y^2 = 1 (m > 0)$ ,  $A(0, 1), B(0, -1)$ ,  $P$  是曲线  $C$  上的动点. 当  $P$  与  $A, B$  不重合时,  $PA, PB$  的斜率之积为 \_\_\_\_\_; 若  $|PB| \leq 2$  恒成立, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
99. 点  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{a_1} + \frac{y^2}{b_1} = 1 (a_1 > b_1 > 0)$  和双曲线  $\frac{x^2}{a_2} - \frac{y^2}{b_2} = 1 = 1 (a_2 > 0, b_2 > 0)$  的一个交点,  $F_1, F_2$  是椭圆和双曲线的公共焦点,  $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$ , 则  $\frac{b_1}{b_2}$  的值是 \_\_\_\_\_.
100. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  的直线与  $C$  的两条渐近线分别交于  $A, B$  两点. 若  $\overrightarrow{F_1A} = \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{F_1B} \cdot \overrightarrow{F_2B} = 0$ , 则  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

