

## 第二讲：万有引力定律的应用

### 一、两条线索：

1. 天体运动近似为匀速圆周运动有： $F_{万} = F_{向}$

2. 物体在星球表面或附近可看为  $F_{万} = mg$

### 二、两组公式：

1.  $\frac{GMm}{r^2} = ma_n = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = \frac{m4\pi^2}{T^2} r$  其中  $\begin{cases} M \text{ 为中心天体质量} \\ r \text{ 为轨道半径 区别于天体半径 } R \\ (r = R + h) \text{, 距地表高度} \end{cases}$

2.  $\frac{GMm}{R^2} = mg \Rightarrow$  黄金代换： $GM = gR^2$  其中  $\begin{cases} g \text{ 为天体表面重力加速度} \\ R \text{ 为天体半径} \end{cases}$

### 三、可求量：

1. 知二求全： $M, r, a_n, v, \omega, T$

$$\frac{GM}{r^2} = a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

★ 注：对于质量，只能求中心天体质量  $M$ ，环绕天体质量  $m$  不可求

2. 中心 天体密度  $\rho$

$$\rho = \frac{M}{V} \begin{cases} \text{① 求 } M \begin{cases} GM = gR^2 \text{ (知天体表面重力加速度)} \\ M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{\omega^2 r^3}{G} = \frac{a_n r^3}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \text{ (知=求 } M) \end{cases} \\ \text{② 求 } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ (} R \text{ 为天体半径)} \Rightarrow \text{知=加 } R \text{ 求 } \rho \\ \text{③ } \rho = \frac{M}{V} = \frac{3g}{4\pi GR} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3} \end{cases}$$

★ 对近地卫星  $r = R$ ，知  $T(\omega)$  即可

### 四：高轨低速大周期

$$\text{推导： } a_n = \frac{GM}{r^2}, v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$\Rightarrow \text{轨道半径 } r \uparrow \begin{cases} a_n \downarrow \\ v \downarrow \\ \omega \downarrow \\ T \uparrow \end{cases}$$

适用条件：只针对绕同一中心天体的匀速圆周运动