**绝密★启用前**

**未命名**

**未命名**

未命名

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

**第I卷（选择题）**

请点击修改第I卷的文字说明

**第II卷（非选择题）**

请点击修改第II卷的文字说明

**一、解答题**

1．已知动点到点的距离和到直线的距离之比为．

（1）求动点的轨迹方程；

（2）已知点，过点的直线和曲线交于、两点，直线、、分别交直线于、、．

（i）证明：恰为线段的中点；

（ii）是否存在定点，使得以为直径的圆过点？若存在，求出定点的坐标，否则说明理由．

2．已知椭圆的左、右焦点分别为，，为椭圆上一动点，当的面积最大时，其内切圆半径为，椭圆的左、右顶点分别为，，且．

（1）求椭圆的标准方程；

（2）过的直线与椭圆相交于点，（不与顶点重合），过右顶点分别作直线，与直线相交于，两点，以为直径的圆是否恒过某定点？若是，求出该定点坐标；若不是，请说明理由．

3．已知椭圆：.左焦点，点在椭圆外部，点为椭圆上一动点，且的周长最大值为.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）点､为椭圆上关于原点对称的两个点，为左顶点，若直线､分别与轴交于､两点，试判断以为直径的圆是否过定点.如果是请求出定点坐标，如果不过定点，请说明理由.

4．已知椭圆*C*的短轴的两个端点分别为，离心率为．

（1）求椭圆*C*的方程及焦点的坐标；

（2）若点*M*为椭圆*C*上异于*A*，*B*的任意一点，过原点且与直线平行的直线与直线交于点*P*，直线与直线交于点*Q*，试判断以线段为直径的圆是否过定点？若过定点，求出定点的坐标；若不过定点，请说明理由．

**参考答案**

1．（1）；（2）（*i*）证明见解析；（*ii*）存在，或.

【分析】

（1）设，由题意列式，化简得答案；

（2）证明的斜率为0时，恰为线段的中点．当的斜率不为0时，设直线，联立直线方程与椭圆方程，化为关于的一元二次方程，利用根与系数的关系求得中点的纵坐标，即可验证恰为线段的中点；

当的斜率不为0时，求出以为直径的圆的方程，取可得圆过定点或，验证的斜率为0时也成立，即可得到存在定点或，使得以为直径的圆过．

【详解】

（1）设，由题意得：，

化简可得动点的轨迹方程为：；

（2）证明：当直线的斜率为0时，直线，得．

直线，得．

为轴，故恰为线段的中点．

当直线的斜率不为0时，设直线，，，，，．

由，得．

，．

直线的方程为，得，

同理可得．

，

线段的中点坐标为，即为点．

综上，恰为线段的中点；

解：当直线的斜率不等于0时，．

故以为直径的圆的方程为．

若存在定点，使得以为直径的圆过点，由对称性可知，一定在轴上．

故令，代入圆的方程得：．

则

．

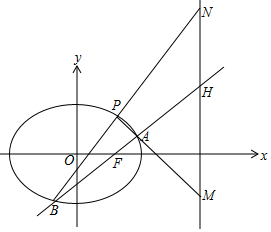
解得或．

故以为直径的圆过定点，其坐标为或．

当直线的斜率等于0时，，，，

以为直径的圆为，也过和．

综上，存在定点或，使得以为直径的圆过．



【点睛】

本题考查轨迹方程的求法，考查直线与椭圆位置关系的应用，体现了分类讨论的数学思想方法，考查运算求解能力，属难题．

2．（1）；（2）以为直径的圆恒过两定点，．

【分析】

（1）由可得的值，的面积最大时，由椭圆的性质可得当和三角形内切圆的性质可列方程，再结合 的关系，从而得出答案.

(2)设出直线的方程与椭圆方程联立得出韦达定理，由点坐标得出的方程进而得出点坐标，同理得出坐标，写出以为直径的圆的方程，从而得出圆过定点.

【详解】

解：（1）由题意及三角形内切圆的性质可得

，化简得①

又，

所以，，，

所以椭圆的标准方程为．

（2）由（1）知，，

由题意，直线的斜率不为，

设直线的方程为，

代入椭圆的方程，

整理得．

设，，

则 ，，②

直线．

令，得，

同理可得，

所以以为直径的圆的方程为

，

即，③

由②得：



代入③得圆的方程为．

若圆过定点，则

解得或

所以以为直径的圆恒过两定点，．

【点睛】

关键点睛：本题考查求椭圆方程和根据直线与椭圆的为关系求圆过定点问题，解答本题的关键是先求出点，坐标，进一步得出为直径的圆的方程为，再由韦达定理化简方程，得出答案，属于中档题.

3．（1）；（2）是，定点为和.

【分析】

（1）的三边有一边已经确定，问题转化为，何时另外两边之和最大，结合椭圆的定义，以及三角形两边之差小于第三边即可确定思路；

（2）分直线斜率存在与不存在分别研究，不存在容易得出定点，存在时，可以设出斜率，再联立椭圆方程，求出坐标，最后求出以为直径的圆的方程，方程里面含有，再令即可.

【详解】

（1）设右焦点为，则







即点为与椭圆的交点时，周长最大

 所以



所以椭圆的标准方程为

（2）由（1）知，设，则

当直线斜率存在时，设其方程为

联立得



令，得

同理得

设中点为，则, 所以以为直径的圆得方程为

即

即,令，得

所以过点和，且为定点.

当直线斜率不存在时，容易知道,此时

所以以为直径的圆是以原点为圆心，为半径的圆，显然也过定点和, 综上，此圆过定点和

【点睛】

方法点睛：对于过定点的问题，可以先通过特殊情况得到定点，再去证明一般得情况.

4．（1）（2）.

【分析】

（1）根据题目椭圆过短轴端点，以及离心率，可以求出椭圆方程为.

（2）利用直线*MA*的斜率以及直线*MB*的斜率，的方程，得出点*P,Q*的坐标，

那么就可以设出圆的方程，

再进行转化变形，就可以求出定点的坐标.

【详解】

（1）设椭圆方程为，因为椭圆短轴的两个端点为，所以*b*=1，且椭圆的离心率为，所以，并且，得出，所以椭圆方程为.

（2）设点*M*),则,所以过原点与*MA*平行的直线方程为：,

令,得,;

, 所以直线*MB*方程为：,

令,得,;

设过点*P,Q*的圆的方程为

展开后得：

即：;

令,*y*=9或*y*=-3，

故定点为.

【点睛】

（1）求椭圆的方程就是利用题目的信息求解;

（2）要注意过两点的圆的方程可以设为:

，这样求解比较方便，

特别要明确圆过定点就是与点*M*的位置无关，中，令*x=*0，即可得解.