

第十八章 期货期权

练习题

18.1 解释一个关于日元的看涨期权和日元期货上看涨期权的不同。

日元看涨期权的执行是一定价格购入日元。日元期货看涨期权的执行是以一定价格购入日元期货，而期货合约往往被平仓，所以最后结算一般会现金形式。

18.2 为什么债券期货期权比债券期权交易更为活跃？

债券期货的价格比债券的价格更容易获取。债券期货期权的行使不需要真正地交易债券，对缺乏资金不能在期权行使后买入相应债券的投资者更有吸引力。

18.3 “期货价格类似于支付股息收益率的股票。”这里的股息收益率是多少？

无风险利率。

18.4 一个期货的当前价格为 50，在 6 个月后，价格会或者变为 56 或者 46，无风险利率为每年 6%，6 个月期限、执行价格为 50 的欧式看涨期权价格是多少？

$$p = \frac{1-d}{u-d} = 0.4, c = 6 \times 0.4 \times e^{-0.06 \times 0.5} = 2.33 \text{ 美元。}$$

18.5 期货期权的看跌-看涨期权平价关系式与无股息股票上期权的看跌-看涨期权平价关系式的不同之处是什么？

股票价格被贴现后的期货价格代替。

18.6 考虑 1 美式期货看涨期权，其中期货与期权的到期日相同，在什么情况下期货期权价格会高于相应标的资产上的美式期权？

正常市场时，即期货价格高于标的资产的即期价格时。

18.7 计算以下 5 个月期的欧式看跌期货期权价格：期货价格为 19 美元，期权执行价格为 20 美元，无风险利率为每年 12%，期货价格波动率为每年 20%。

1.50 美元。

18.8 假定你买入了关于 10 月份黄金期货的看跌期权，执行价格为每盎司 1400 美元，每一份期权合约的标的资产为 100 盎司黄金。当 10 月份期货价格为 1380 美元时，你行使期权会产生什么样的收益？

收益 2000 美元。

18.9 假定你卖出了一个关于 4 月份活牛期货的看涨期权，执行价格为每磅 130 美分，每一份期权合约的标的资产为 40000 磅活牛。在期货价格为 135 美分时，你行使期权会产生什么样的收益？

我卖出了期权，怎么行使期权。如果对方行使了看涨期货期权，我会损失 2000 美元，但是最初有收益卖出期货期权的价格。

18.10 考虑一个 2 个月期限的期货看涨期权，执行价格为 40，无风险利率为每年 10%，当前期货价格为 47。在期权为以下两种情况下，期货期权价格的下限为多少？(a) 欧式期权，(b) 美式期权。

$$(a) c \geq \max((F_0 - K)e^{-rT}, 0) = 6.88。 (b) C \geq \max(F_0 - K, 0) = 7。$$

18.11 考虑一个 4 个月期限的期货看涨期权，执行价格为 40，无风险利率为每年 10%，当前期货价格为 47。在以下两种情况下，期货期权的价格下限为多少？(a) 欧式期权，(b) 美式期权。

$$(a) p \geq \max((K - F_0)e^{-rT}, 0) = 0。 (b) P \geq \max(K - F_0, 0) = 0。$$

18.12 某一期货的当前价格为 60，波动率为 30%。无风险利率为每年 8%。利用两步二叉树来估计在期货上 6 个月期，执行价格为 60 的欧式看涨期权价格。如果看涨期权为美式期权，期权是否应被提前行使？

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1.1618, d = 1/u = 0.8607, p = \frac{1-d}{u-d} = 0.4626。$$

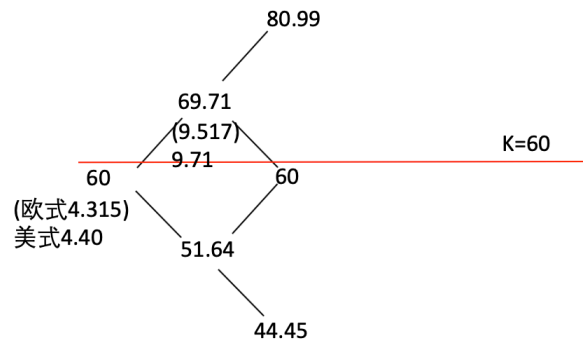


Fig 18.12

由图可知欧式看涨价格为 4.315 美元。如果为美式期权，应该提前被执行。

18.13 在练习题 18.12 中，二叉树所给出的 6 个月期，执行价格为 60 的期货上欧式看跌期权价格是多少？如果看跌期权为美式期权，期权是否应该被提前行使？验证在练习题 18.12 中计算出的欧式看涨期权价格和本题中计算出的欧式看跌期权价格满足看跌-看涨平价关系式。

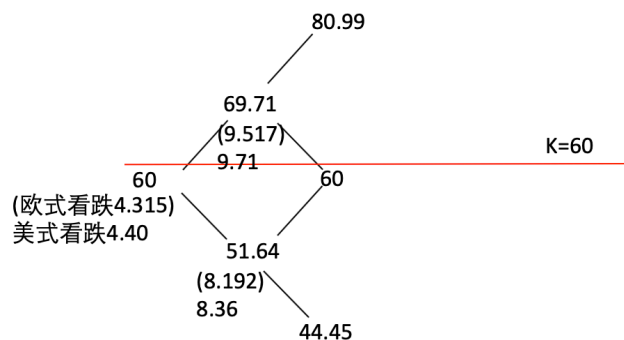


Fig 18.13

由图可知，欧式和美式看跌价格和上一题的欧式看涨与美式看涨价格一样。所以看跌-看涨平价关系满足， $p + F_0e^{-rT} = c + Ke^{-rT}$ 。

18.14 某期货的当前价格为 25，波动率为每年 30%，无风险利率为每年 10%。该期货上 9 个月期限、执行价格为 26 的欧式看跌期权价格是多少？

6.79 美元。

18.15 某期货当前价格为 70，波动率为每年 20%，无风险利率为每年 6%。该期货上 5 个月期限，执行价格为 65 的欧式看跌期权价格是多少？

1.49 美元。

18.16 假定 1 年期限的期货当前价格为 35 美元。在这个期货上 1 年期的欧式看涨期权和 1 年期的欧式看跌期权价格均为 2 美元，这里看涨与看跌期权的执行价格均为 34，无风险利率为每年 10%，识别此处的套利机会。

这里欧式期货期权看跌-看涨平价关系不成立，看跌期权价格过高。可以卖出执行价 34 的看跌期货期权，空头价格为 35 的期货合约，买入执行价为 34 的看涨期货期权，总费用为 0。到期日时，如果期货即期价格大于 34，可以执行看涨期货期权，以 34 买入，平仓价格为 35 的期货空头，执行价 34 的看跌期货期权不会被执行，总盈亏为 1。如果期货到期日的即期价格小于 34，看跌期货期权被执行，我们以 34 进入期货多头，平仓价格为 35 的期货空头，看涨期货期权不被执行，总盈亏为 1。所以该组合将来的收益总是 1，但当前投入为 0，可以无风险套利。

18.17 “一个平值欧式看涨期货期权价格总是等于一个类似的平值欧式看跌期货期权价格。”解释这句话为什么正确。

可以由欧式期货期权看跌-看涨平价关系式得出，平值看跌期货期权的价格应该等于对应的看涨期货期权的价格。该平价关系式可以由 18.16 题中的投资组合说明，如果平价关系式不成立，总是会有无风险套利机会。

18.18 假设期货当前价格为 30，无风险利率为每年 5%。3 个月期限、执行价格为 28 的美式看涨期货期权的价格为 4。计算 3 个月期执行价格为 28 的美式看跌期货期权价格的下限。

由 $C - P < F_0 - Ke^{-rT}$, $\Rightarrow P > C - F_0 + Ke^{-rT} = 1.652$ 。

18.19 假定 C 为美式看涨期货期权价格，其中执行价格 K ，期限为 T 。 P 为同一期货上具有相同执行价格与期限的美式看跌期货期权价格，证明：

$$F_0e^{-rT} - K < C - P < F_0 - Ke^{-rT} \quad (1)$$

其中 F_0 为期货价格， r 为无风险利率。假定 $r > 0$ ，并且远期和期货价格等同。（提示：采用类似练习题 17.12 中的方法。）

设无风险利率 r 大于 0。

(a) $F_0e^{-rT} - K < C - P$ 考虑：买入执行价格为 K 的美式看涨期货期权，卖出执行价格为 K 的美式看跌期货期权，空头价格为 F_0 的期货合约。如果将来一时刻 t 看跌期货期权被执行，该时刻期货价格小于 K ，我们以价格 K 进入期货多头，可以和持有的期货空头平仓，盈亏为 $F_0 - K$ ，持有的美式看涨期货期权价值大于等于 0，总盈亏大于等于 $F_0 - K$ ，贴现后为 $(F_0 - K)e^{-rt}$ ；如果美式看跌期货期权一直没有被执行，我们可以执行美式看涨期货期权，然后对期货空头进行平仓，这时总盈亏为 $F_0 - K$ ，贴现后 $(F_0 - K)e^{-rT}$ 。所以该组合将来价值的期望贴现后大于 $(F_0 - K)e^{-rT}$ 。由无风险定价 $C - P$ 等于组合未来价值的贴现值，所以 $C - P > (F_0 - K)e^{-rT} \geq F_0e^{-rT} - K$ 。

(b) $Ke^{-rT} - F_0 < P - C$ 考虑：买入执行价格为 K 的美式看跌期货期权，卖出执行价格为 K 的美式看涨期货期权，多头价格为 F_0 的期货合约。组合当前价值为 $P - C$ 。如果将来一时刻 t 美式看涨期货期权被执行，我们以价格 K 进入期货空头，可以对原本持有的价格为 F_0 的期货多头进行平仓，盈亏为 $K - F_0$ ，考虑到本身持有的美式看跌期货期权还有大于等于 0 的价值，所以总盈亏大于等于 $K - F_0$ ，贴现后大于等于 $(K - F_0)e^{-rt}$ ；如果卖出的美式看涨期货期权一直没有被执行，我们可以执行美式看跌期货期权，以价格 K 进入期货空头，对价格 F_0 的多头平仓，盈亏为 $K - F_0$ ，贴现后为 $(K - F_0)e^{-rT}$ 。所以组合当前价值 $P - C > (K - F_0)e^{-rT} > Ke^{-rT} - F_0$ 。

18.20 计算即期白银上 3 个月期限的欧式看涨期权价格，这里 3 个月期权的期货价格为 12 美元，执行价格为 13 美元，无风险利率为 4%，白银价格波动率为 25%。

0.244 美元。

18.21 一家公司已知在 3 个月时会将 500 万美元投资 90 天，投资收益率为 LIBOR-50 个基点，这家公司想确保收益率不低于 6.5%，它需要买入何种在交易时交易的期权来达到对冲目的？

买入执行价格为 93.50 的总价值相同的欧洲美元看涨期货期权。

作业题

18.22 某期货价格为 40，已知在 3 个月末，价格会变成 35 或 45。该期货上执行价格为 42 的 3 个月期限欧式看涨期权的价格为多少？这里的无风险利率为每年 7%。

$u = 1.125, d = 0.875, p = \frac{1-d}{u-d} = 0.5$, 执行价格 42 的欧式看涨将来价值期望为 1.5, 贴现后为 $1.5e^{-0.07 \times 0.25} = 1.474$ 。

18.23 关于某资产的期货价格为 78，无风险利率为 3%，期货上一个 6 个月期限、执行价格为 80 的看跌期权价格为 6.5。假定看跌期权为欧式期权，一个具有同样执行价格和同样期限的欧式看涨和看跌期权的价格为多少？如果看跌期权为美式期权，一个具有同样执行价格和同样期限的美式看涨和看跌期权的可能价格范围是什么？

同样执行价格和期限的欧式看涨期货期权价格为 $c = p + F_0e^{-rT} - Ke^{-rT} = 4.53$ 。

如果考虑美式看涨期货期权， $F_0e^{-rT} - K + P < C < P + F_0 - Ke^{-rT}, \Leftrightarrow 3.39 < C < 5.69$ 。

18.24 利用 3 步二叉树计算关于期货的美式看跌期权价格：期货价格为 50，期权期限为 9 个月，执行价格为 50，无风险利率为 3%，波动率为 25%。

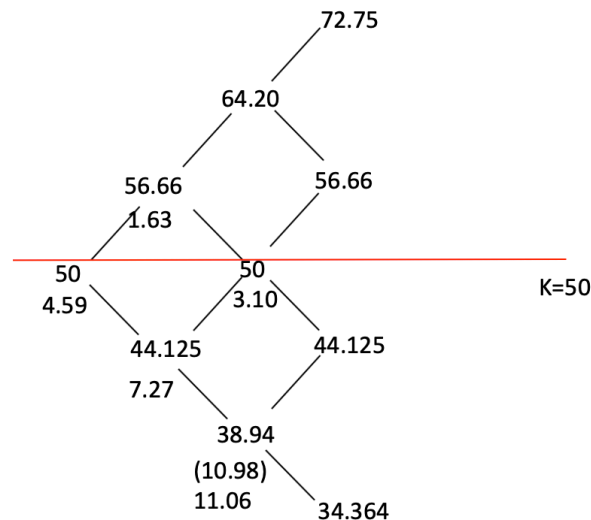


Fig 18.24

4.59 美元。

18.25 略

18.26 由以下关于大豆期货的欧式看跌期权价格来计算大豆期货的隐含波动率

期货的当前价格	525
执行价格	525
无风险利率	每年 6%
期限	5 个月
看跌期权价格	20

可以迭代得出, $\sigma = 0.151$ 。

18.27 计算标普 500 即期值上 6 个月期的欧式看跌期权价格。股指上 6 个月期限的远期价格为 1400, 执行价格为 1450, 无风险利率为 5%, 股指波动率为 15%。

86.35 美元。

18.28 期货期权的执行价格是 550 美分, 无风险利率为 3%, 期货价格的波动率为 20%, 期权的期限是 9 个月, 期货价格是 500 美分。

- (a) 当期权为欧式看涨期权时, 价格时多少?
- (b) 当期权为欧式看跌期权时, 价格时多少?
- (c) 验证看跌-看涨平价关系式。
- (d) 如果期权是期货式看涨期权, 期权的期货价格是多少?
- (e) 如果期权是期货式看跌期权, 期权的期货价格是多少?

(a) 16.20 美元。

(b) 65.08 美元。

(c) $p + F_0 e^{-rT} = c + K e^{-rT}$, $65.05 + 500 \times e^{-0.03 \times 0.75} = 16.20 + 550 \times e^{-0.03 \times 0.75}$, $553.93 \approx 553.96$ 。

(d) 16.36 美元。

(e) 66.56 美元。