

第二十二章 风险价值度

练习题

22.1 假定投资组合由价值为 100000 美元的资产 A 与价值为 100000 美元的资产 B 所组成，假定两项资产的日波动率均为 1%，两个资产回报的相关系数为 0.3，投资组合 5 天展望期的 99%VaR 是多少？

$$\sigma = \sqrt{5} \times \sqrt{1000^2 + 1000^2 + 2 \times 0.3 \times 1000 \times 1000} = 3606。5 \text{ 天 } 99\% \text{VaR} = 2.33 \times \sigma = 8401 \text{ 美元}。$$

22.2 当利用模型构建来计算 VaR 时，描述 3 种处理利率产品的不同方法。当采用历史模拟法时，你将如何对产品进行处理？

1. 假定收益曲线变化形式只有平行移动，只需要估计平行移动的大小利用修正久期可以计算组合价值变化。
 2. 现金流映射，把组合中产品的现金流映射到标准期限上零息债券上的现金流。
 3. 利用线性和二次模型。
- 采用历史模拟法时不需要额外对产品进行处理。

22.3 一家金融机构拥有一个标的变量为美元/英镑 (USD/GBP) 的汇率期权投资组合，组合的 Delta 为 56.0，当前汇率为 1.5000，推导投资组合价值变化与汇率百分比变化之间的近似线性关系式，如果汇率在 1 天内的波动率为 0.7%，估计 10 天展望期的 99%VaR。

$$\Delta S = S \delta \Delta x, \Delta x \text{ 为百分比变化。} 10 \text{ 天 } 99\% \text{VaR 为, } \sqrt{10} \delta \times .007 \times 2.33 \times 1.5 = 4.332。$$

22.4 假设在前一练习题中投资组合的 Gamma 为 16.2，这里已知的 Gamma 将如何影响投资组合价值变化与汇率百分比变化的关系式？

投资组合价值变化会对汇率百分比变化更敏感，组合的 VaR 会增加。

22.5 假定投资组合在一天内的价值变化同由主成分分析法 (PCA) 所计算出的两个因子呈很好的线性关系，投资组合对于第 1 个因子的 Delta 为 6，投资组合对于第 2 个因子的 Delta 为 -4，两个因子的标准差分别为 20 与 8，投资组合 5 天展望期的 90%VaR 为多少？

$$\sigma_{tot} = \sqrt{6^2 \times 20^2 + 4^2 \times 8^2} = 106.9, 5 \text{ 天 } 90\% \text{ 的 VaR 是 } 306.3。$$

22.6 假定某公司的投资组合中含有股票和债券，但不含衍生产品。解释在使用以下计算 VaR 的方法时所做的两种假设：(a) 线性模型，(b) 历史模拟法。

线性模型假设投资组合价格的变化同股票价格和零息债券的回报呈线性关系。历史模拟法假设投资组合的历史价格变化可以对明天将发生情况进行很好的预测。

22.7 解释在计算 VaR 时，如何将利率互换的现金流映射成一个具有标准期限的零息债券组合。

利率互换可以看作浮动利息债券和固定利息债券的交换。固定利息债券是一般带息债券，可以拆为多个标准零息债券，付息债券在下一个付息日后的价值等于面值，所以浮息债券可以被当成期限等于下一个付息日的零息债券。

22.8 解释 VaR 与预期亏损的区别。

VaR 是有一定把握损失会低于一个值。预期亏损是在一定可能性下亏损的期望值。

22.9 对包含期权投资组合的 VaR，解释为什么线性模型仅仅提供了一个近似估计。

应为期权的价值和标的资产的价格之间并不是线性相关。

22.10 在一段时间之前，某家公司签订了一项以 150 万美元买入 100 万英镑的远期合约，这一远期合约离到期日还剩 6 个月。6 个月英国零息债券的日波动率为 0.06%（价格在转换成美元后），6 个月期限美元零息债券的波动率为 0.05%，两个债券收益的相关系数为 0.8，当前的汇率为 1.53，计算远期合约在一天内价值（以美元计算）变化的标准差。10 天展望期的 99%VaR 是多少？在计算中假定英镑与美元 6 月期的利率均为 5%（连续复利）。

对于该公司，该远期合约当前的价值为 30000 美元。但计算标准差应该考虑远期总价值波动，

$$\sigma = \sqrt{1530000^2 \times 0.0006^2 + 1530000^2 \times 0.0005^2 + 2 \times 1530000^2 \times 0.0005 \times 0.0006} = 1683$$
，所以 10 天 99%VaR 为 12400。

22.11 表 22-9 所对应的例子中假设了两个因子。当你假设有 (a) 一个因子，(b) 三个因子时，计算结果会分别有什么样的变化？

(a) 一个因子计算得资产价值变化标准差为 0.8775。

(b) 考虑三个因子时，第三个因子敏感度为 $-0.157 \times 10 - 0.256 \times 4 - 0.355 \times 8 - 0.195 \times 1 + 0.068 \times 2 = -2.655$ 。

$$\sigma = \sqrt{18.48^2 + 2.655^2 \times 2.08^2} = 20.25 \quad (1)$$

99%1 天，VaR 为 47.1。

22.12 一家银行拥有某一标的资产上的期权投资组合，期权组合的 Delta 为 -30，Gamma 为 -5，解释应当如何理解这些数字？资产价格为 20，每天价格变化的波动率为 1%，采用 DerivaGem 软件中应用工具 Sample Application E 来计算 VaR。

Delta 为标的资产价格变化时投资组合价值变化率，Gamma 为标的资产价格变化时 Delta 的变化率。

$\Delta P = S\delta\Delta x + \frac{1}{2}S^2\gamma(\Delta x)^2$ ，考虑 Δx 为正态分布时，抽样得总资产 1 天 99%VaR 为 3613。

22.13 假设练习题 22.12 中投资组合中对应于年波动率 1% 变化的 Vega 为 -2。推导投资组合 1 天内的价值变化与 Delta、Gamma 和 Vega 之间的关系式。在无需进行计算的情况下，解释如何应用这一模型来计算 VaR。

此时， $\Delta P = \delta\Delta S + \frac{1}{2}\gamma(\Delta S)^2 + \text{Vega} \times \Delta\sigma$ 。对于和资产价格相关部分可以如上题进行抽样，对于和 σ 变化相关部分，需要增加一个随机变量，同时需要对考虑历史数据，估计隐含波动率的标准差。

22.14 在 22.2 节里，对于 4 个指数的例子，我们计算出组合的 1 天展望期 99%VaR 值为 253385 美元。通过网页 www.rotman.utoronto.ca/hull/OFOD/VaRExample 里的计算表，计算：(a) 1 天 95%VaR，(b) 1 天 97%VaR。

略。

22.15 当 22.2 节里的投资组合在 4 个指数上的投资比重都一样时，利用 22.2 节里的基本方法与上一题中的计算表计算 1 天 99%VaR。

略。

作业题

22.16 一家公司持有债券投资组合的价值为 600 万美元，投资组合的修正久期为 5.2 年，假定利率曲线的变化只有平行移动形式，并且利率曲线变动的标准差为 0.09（利率以百分比计），利用久期模型来估计 20 天展望期的 90%VaR，详细解释这里的 VaR 计算方式的缺点，给出两种更为准确的计算方法。

$\Delta P = -DP\Delta y$ ， $\sigma = 28080$ ，20 天 90%VaR 为 160739。

22.17 考虑由价值为 300000 美元的黄金投资与价值为 500000 美元的白银投资所组成的头寸。假定以上两资产变化的日波动率分别为 1.8% 与 1.2%，资产回报之间的相关系数为 0.6，组合 10 天展望期的 97.5%VaR 为多少？投资分散效应所减小的 VaR 数量为多少？

$\sigma = \sqrt{3000^2 \times 1.8^2 + 5000^2 \times 1.2^2 + 2 \times 1.2 \times 1.8 \times 3000 \times 5000} = 11400$ ，对应 10 天 97.5%VaR 为 70657 美元。

22.18 考虑某个标的资产上的期权投资组合，假定投资组合 Delta 为 12，标的资产价值为 10 美元，标的资产的日波动率为 2%，由 Delta 来估计投资组合一天展望期 95%VaR。接下来，假定投资组合的 Gamma 为 -2.6，推导投资组合价值在一天内变化同标的资产价格百分比变化的二次关系式。你会如何应用这一关系式来进行蒙特卡罗模拟？

$\sigma = 10 \times 12 \times 0.02 = 2.4$ ，一天展望期 95%VaR 为 3.948 美元。

$\Delta P = S\delta\Delta x + \frac{1}{2}S^2\gamma(\Delta x)^2$ ， Δx 的分布已知，对 Δx 抽样，然后计算对应资产价值变化，再找到需要的置信区间的边界。

22.19 一家公司持有 2 年期与 3 年期债券的多头与 5 年期债券的空头，每一债券的面值都是 100 美元，债券每年支付 5% 利息，计算公司投资对于 1 年、2 年、3 年、4 年与 5 年利率的风险敞口头寸，采用表 22-7 和表 22-8 中数据和以下有关利率的不同假设来计算 20 天展望期的 95%VaR，利率变动分别由 (a) 一个因子，(b) 两个因子和 (c) 三个因子来解释。在计算中假定零息利率为 5%。

略。

22.20 一家银行卖出了标的资产为某股票的看涨期权，同时银行又卖出了标的资产为另一家股票的看跌期权，看涨期权的标的股票价格为 50，期权执行价格为 51，标的股票波动率为每年 28%，期权期限为 9 个月；看跌期权的标的股票价格为 20，执行价格为 19，标的股票波动率为每年 25%，期权期限为 1 年，两种股票均不支付股息，无风险利率是每年 6%，两种股票收益的相关系数为 0.4。采用以下方式计算 10 天展望期的 99%VaR。

- (a) 只采用 Delta。
- (b) 采用局部模拟法。
- (c) 采用整体模拟法。

对两种股票价格在一天内的变化进行抽样，

$$dx_1 = \sigma_1\epsilon_1, \quad dx_2 = \rho_{12}\sigma_2\epsilon_1 + \sqrt{1 - \rho_{12}^2}\sigma_2\epsilon_2 \quad (2)$$

抽样 20000 次，找到对应置信范围 VaR。

1. VaR 为 3.042。
2. VaR 为 3.203。
3. VaR 为 3.249。

22.21 风险管理人员的一个普遍的抱怨是当投资组合的 Delta 接近 0 时，模型构建法（无论是线性模型或二次模型）的结果都不是很好。采用 DerivaGem 软件应用工具中的 Sample Application E 来进行验证（对于不同的期权头寸，调整标的产品头寸来使 Delta 为 0），并解释你的结果。

略。

22.22 假设在 22.2 节里所考虑的投资组合如下（以千美元计）：DJIA 上数量为 3000，FTSE 上为 3000，CAC40 上为 1000 和 Nikkei255 上为 3000。利用上面提到的工作标来计算投资组合的 1 天 99%VaR，这里的 VaR 与在 22.2 节里所得的结果的差别有多大？

略。