

第六章 利率期货

练习题

6.1 一个美国长期国债在每年 1 月 7 日和 7 月 7 日支付券息, 券息率为 7%, 对于面值为 100 美元的美国国债, 从 2014 年 7 月 7 日至 2014 年 8 月 8 日之间的应计利息为多少? 如果这一债券为企业债券, 你的答案会有什么不同?

(a) $\frac{32}{184} \times 3.5\% = 0.61\%$, 0.61 美元。(b) 如果为企业债券, $\frac{31}{180} \times 3.5\% = 0.603\%$, 0.60 美元。

6.2 假定现在时 2015 年 1 月 9 日。券息率 12% 并在 2030 年 10 月 12 日到期的美国长期国债的报价为 102-07。这一债券的现金价格为多少?

现金价格 = 报价 + 累计利息 = $102\frac{7}{32} + \frac{9}{181} \times 6 = 102.52$ 。

6.3 如何计算 CME 集团的债券转换因子? 如何使用这些转换因子?

转换因子时计算债券当前价值, 减去累计利息, 最后除以面值所得因子。转换因子主要用来计算空头方交割收取价格 (期货成交价 \times 转换因子 + 累计利息)

6.4 当一个欧洲美元期货价格由 96.76 变化为 96.82 时, 一个持有 2 份合约多头的投资者的盈亏为多少?

$(96.82 - 96.76) \times 2500 \times 2 = 300$, 亏 300 美元。

6.5 对于欧洲美元期货利率所做的曲率调整目的是什么? 为什么这种调整是必要的?

1. 期货每日结算, 利率高时有现金流入, 2. 期货结算比远期造, 利率高时收益更高, 利率低的时候亏损, 损失相应要小。同利率的期货两方面都比远期有利, 所以做曲率调整来平衡。

6.6 350 天的 LIBOR 利率是 3% (连续复利), 而且由 350 天期限的欧洲美元期货合约所得出的远期利率是 3.2% (连续复利)。估计 440 天期限的零息利率。

$\frac{440}{360} \times r = \frac{350}{360} \times 3\% + \frac{90}{350} \times 3.2\%$, $r = 3.06\%$ 。

6.7 今天是 1 月 30 日。你负责管理的债券组合价值为 600 万美元。债券组合在 6 个月后的久期为 8.2 年。9 月份到期的国债期货的当前价格为 108-15, 并且最便宜可交割债券在 9 月份的久期为 7.6 年。你将如何对今后 6 个月内的利率变化进行对冲?

债券如果半年付券息一次的话, 6 月份的久期和 9 月份的久期应该一致, 如果收益率不变的话。

$N = \frac{8.2}{7.6} \times 10^6 \frac{1}{108+15/32} \times \frac{1}{1000} = 9.95$ 份, 所以空头 10 份 10 万美元国债。

6.8 一个 90 天期限的国库券的报价为 10.00。某投资者将这一债券持有 90 天, 该投资者的连续复利收益率 (基于“实际天数/365”) 为多少?

对于短期国债, 报价 $\times \frac{n}{360} = 100 -$ 现金价格, 这里 n 为 90 天, 所以可以得现金价为 97.5, 90 天利息为 2.5。所以考虑收益率为 r 的话, $\frac{2.5}{97.5} = \frac{(e^{\frac{90}{365}r} - 1)e^{-\frac{90}{365}r}}{1}$, $r = 10.5\%$ 。

6.9 今天是 2014 年 5 月 5 日。一个在 2024 年 7 月 27 日到期、券息率为 12% 的政府国债报价为 110.07。这一债券的现金价格为多少？

$$\text{现金价} = \text{报价} + \text{累计利息} = 110\frac{7}{32} + \frac{126}{181} \times 6 = 114.40 \text{ 美元。}$$

6.10 假定国债期货的价格为 101-12，以下 4 个债券中哪一个为最便宜可交割债券？

债券	价格	转换因子
1	125-05	1.2131
2	142-15	1.3792
3	115-31	1.1149
4	144-02	1.4026

考虑要最小化（债券报价-（最新成交价 \times 转换因子）），应该选第 4 个。

6.11 今天是 2015 年 7 月 30 日。在 2015 年 9 月到期的国库债券期货对应的最便宜可交割债券的券息率为 13%，预计交割时间为 2015 年 9 月 30 日，债券券息的支付时间为每年的 2 月 3 日和 8 月 4 日。期限结构为水平，每半年复利一次的利率为每年 12%。这一债券的转换因子为 1.5，债券的当前报价为 110 美元。计算这一期货合约的报价。

$$\text{债券现金价} = 110 + \frac{176}{181} \times 6.5 = 116.32 \text{ 美元。半年复利 12\% 约等于连续复利 11.65\%。}$$

$$8 \text{ 月 } 4 \text{ 日券息贴现值 } 6.5 \times e^{-\frac{5}{365} \times 0.1165} = 6.49 \text{ 美元。}$$

$$\text{期货价} = (\text{债券现金价} - \text{券息贴现}) e^{\frac{61}{365} \times 0.1165} = 111.99 \text{ 美元。}$$

$$\text{期货价} - \text{累计利息} = 111.99 - 6.5 \frac{57}{184} = 109.98 \text{ 美元。}$$

$$\text{期货报价} = \frac{109.98}{1.5} = 73.32 \text{ 美元。}$$

6.12 一个投资者在国债期货市场上寻找套利机会。一个具有空头的投资者可以选择支付任意期限大于 15 年并且小于 25 年的债券，这一选择会带来什么复杂性呢？

选择最便宜交割债券。。。。

6.13 假定 9 个月期 LIBOR 利率为每年 8%，6 个月期 LIBOR 利率为每年 7.5%（两个利率天数计算惯例均为“实际天数/365”并连续复利）。估计在 6 月时到期的 3 个月期欧洲美元期货报价。

$$\frac{273}{365} \times 0.08 - \frac{181}{365} \times 0.075 = \frac{92}{365} \times r, r = 8.98\%。$$

6.14 假设 300 天期限的 LIBOR 零息利率是 4%，而对 300、398 和 489 天到期合约的欧洲美元报价分别为 95.83、95.62 和 95.48。计算 398 天和 489 天的 LIBOR 零息利率。假设在计算中不区别远期利率与期货利率。

$$0.04 \times \frac{300}{365} + 0.0417 \times \frac{98}{365} = \frac{398}{365} \times r_1 \quad (1)$$

$$\frac{398}{365} \times r_1 + \frac{91}{365} \times 0.0452 = \frac{489}{365} \times r_2 \quad (2)$$

$$(3)$$

得 $r_1 = 4.04\%$, $r_2 = 4.13\%$ 。

6.15 假设一个久期为 12 年的债券组合用标的资产具有 4 年久期的期货合约来对冲。由于 12 年利率没有 4 年利率波动性大，这会给对冲造成什么影响？

利率波动性大的话不能忽略除了久期之外的二阶项，所以该对冲将不稳定。

6.16 假设现在为 2 月 20 日, 某资金部主管意识到公司将必须在 7 月 17 日发行 500 万美元、期限为 180 天的商业票据。如果商业票据在今天发行, 公司将收入 482 万美元 (也就是说, 公司可得资金 482 万美元, 在 180 天后以 500 万美元将票据赎回)。9 月份欧洲美元的报价为 92.00。资金部主管如何来对冲其风险敞口呢?

多头对应价值的欧洲美元期货, 如果到 7 月份利率上升, 那时发行商业票据的现金收入会降低, 但是如果利率上升到 8% 以上, 欧洲美元期货会有收益。以此保证利率上升带来的损失在一定范围之内。

6.17 在 8 月 1 日, 某证券组合经理的债券组合价值为 1000 万美元。在 10 月份债券组合的久期将为 7.1 年。12 月份国债期货在目前的价格为 91-12, 并且最便宜可交割债券在期货到期时的久期为 8.8 年。组合经理如何能使债券价值在两个月里对利率变化得到免疫?

$$N = \frac{10^7 \times 4.1}{91.375 \times 100 \times 8.8} = 88.30, \text{ 空 } 88 \text{ 份国债期货。}$$

6.18 一个证券组合的经理采取什么样的交易可将练习题 6.27 中的债券组合的久期转换为 3.0 年?

$$N = \frac{10^7 \times 4.1}{91.375 \times 1000 \times 8.8} = 50.99, \text{ 空 } 51 \text{ 份国债, 对冲掉 } 4.1 \text{ 年的久期。}$$

6.19 在 2015 年 10 月 30 日与 2015 年 11 月 1 日之间, 你可以选择券息率为 12% 的美国国债或者券息率为 12% 的美国企业债券。仔细考虑考虑这一章所讨论的天数计算惯例, 在其他条件相等的情况下, 你会更愿意持有哪一个债券? 忽略违约风险。

持有按实际天数计算的国债更有利。

6.20 假定一个在 60 天到期的欧洲美元期货的报价为 88。介于 60 天与 150 天之间的 LIBOR 远期利率为多少? 在这一问题中忽略期货合约与远期合约的不同。

12%。

6.21 一个在 6 年后到期的 3 个月欧洲美元期货合约的报价为 95.20。短期利率在 1 年内变化的标准差为 1.1%。计算介于 6 年与 6.25 年之间的 LIBOR 远期利率。

$$\text{远期利率} = \text{期货利率} - \frac{1}{2}\sigma^2 T_1 T_2 = 4.8\% - \frac{1}{2}0.011^2 \times 6.25 \times 6 = 4.57\%$$

6.22 解释为什么远期利率小于相应由欧洲美元期货合约中得出的期货利率。

考虑多头远期合约和多头欧洲美元期货, 如果利率相同, 当利率上升时, 欧洲美元期货由于每天结算会直接产生现金流, 而且欧洲美元期货的最后结算是在约定时间区间 (3 个月) 的开始, 远期合约的最终结算是在时间区间的结束或贴现到区间开始。两方面期货合约都比远期合约有利, 所以期货合约对应的利率比远期高, 来抵消它的优势。

作业题

6.23 今天是 2014 年 4 月 7 日, 每年券息为 6% (半年付息一次) 的美国国债报价为 120-00, 该国债的现金价格为多少? 如果该债券为企业债券, 你的答案会有什么变化?

$$\text{现金价} = \text{报价} + \text{累计利息} = 120 + \frac{97}{181} \times 3 = 121.61, \text{ 如果是企业债券, 累计利息为 } \frac{97}{180} \times 3.$$

6.24 某国债期货的报价为 103-12, 3 个可交割债券的价格分别为 115-06、135-12 及 155-28, 债券相对应的转换因子分别为 1.0679、1.2264 及 1.4169, 哪一个是最便宜可交割债券?

第三个。

6.25 12 月份的欧洲美元期货合约报价为 98.40，一个公司预计在 12 月份要借入 800 万美元，为期 3 个月，利率为 LIBOR 加 0.5%。

- (a) 用欧洲美元期货合约，该公司可以锁定什么样的利率？
- (b) 公司应该进入什么样的头寸？
- (c) 如果到时的实际 3 个月利率为 1.3%，那么期货合约的最终结算价格是多少？
- (a) 1.6%。
- (b) 多头寸。
- (c) 98.70。

6.26 在 5.1~5.35 年间的欧洲美元期货的报价为 97.10。短期利率在 1 年内变化的标准差为 1.4%，估计 FRA 的远期利率。

$$r_F = 2.9\% - \frac{1}{2}\sigma^2 T_1 T_2 = 2.9\% - \frac{1}{2}0.014^2 \times 5.1 \times 5.35 = 2.63\%。$$

6.27 假设现在是 2014 年 3 月 10 日，2014 年 12 月国债期货的最便宜可交割债券为 8% 券息，预计在 2014 年 12 月 31 日交割；券息支付在每年的 3 月 1 日和 9 月 1 日。对应所有期限按连续复利的利率均为每年 5%，债券的转换因子为 1.2191，现在的报价为 137 美元，计算合约期货价格的报价。

$$\text{债券现金价} = \text{报价} + \text{累计利息} = 137 + \frac{10}{183} \times 4 = 137.22。$$

$$\text{下一次券息贴现} = 4 \times e^{-\frac{173}{365} \times 0.05} = 3.91。$$

$$\text{复利为 } (137.22 - 3.91) \times e^{\frac{306}{365} \times 0.05} = 139.02。$$

$$\text{除去累计利息, } 139.02 - \frac{92}{181} \times 4 = 136.98。$$

$$\text{转换因子为: } \frac{136.98}{1.2191} = 112.36。$$

6.28 假设一家银行可以在 LIBOR 市场以相同的利率借入或借出美元。90 天的利率为每年 10%，180 天的利率为每年 10.2%，两个利率均为连续复利，天数计算惯例为“实际天数/实际天数”，91 天到期的欧洲美元期货的报价为 89.5。对银行而言，这时会有什么样的套利机会？

以 LIBOR 利率借入 90 天期资金，借出 180 天期同样数目资金，空头 89.5 元价 91 天期欧洲美元期货。90 天后再借入 90 天期资金，偿还之前的 90 天期资金，再借入时利率如果高于 10.5%，欧洲美元会有收益抵消涨幅。180 天后还清后一次借入的资金，收回借出的 180 天期资金。套利前 90 天利率差。

6.29 某加拿大公司想采用美元欧洲美元期货和外汇远期合约来生成加元的 LIBOR 期货合约。用一个例子解释公司如何可以达到目的。在本题中假定期货合约与远期合约等同。

多头外汇远期合约（以一定汇率买入美元），空头相应价值的欧洲美元期货合约，美元利率上升，多头外汇远期亏损和空头欧洲美元收益相抵消。

6.30 在 2014 年 6 月 25 日，2014 年 6 月的债券期货合约是 118-23。

- (a) 计算在 2030 年 1 月 1 日到期，券息为 10% 的债券的转换因子。
- (b) 计算在 2035 年 10 月 1 日到期，券息为 7% 的债券的转换因子。
- (c) 假定 (a) 和 (b) 中的债券报价分别为 169.00 和 136.00，哪一个债券支付更便宜？
- (d) 假定最便宜可交割债券在 2014 年 6 月 25 日确实被支付，卖出债券的现金价格为多少？

不知道利率???

6.31 在今后 3 个月，某证券经理打算采用国债期货合约来对冲其债券组合。组合价值为 1 亿美元，在 3 个月后久期为 4.0 年。期货价格为 122，每一份期货合约是关于 100000 美元的债券。在期货合约到期时，预计最便宜可交割债券的久期为 9 年。对冲所要求的期货头寸为多少？

- (a) 在 1 个月后最便宜可交割债券换成一个具有 7 年久期的债券，对冲要进行什么样的调整？
- (b) 假定在今后 3 个月内，所有利率均增长，但长期利率增长幅度小于中期与短期利率增长幅度。这对对冲效果的影响是什么？

需要头寸为： $\frac{10^8}{10^5} = 444$ 份。

- (a) $\frac{10^8}{10^5} \frac{4}{7} = 571$, 增加空头 127 份。
- (b) 国债期货对应的债券期限可能更长，长期利率增长幅度小使得长期国债的价值变化小于其债券组合的变化。空头国债期货的收益可能不足以抵消债券组合的损失。