第二十五章　信用衍生产品

练习题

25.1 解释普通 CDS 同两点 CDS 的区别。

普通 CDS 当参考实体违约时收益和回收率相关，两点 CDS 当参考实体违约时收益系数始终为 1 。

25.2 某 CDS 需要每半年付款一次，付费溢价为每年 60 个基点，本金为 3 亿美元，交割方式为现金。假设违约发生在 4 年零 2 个月后，在刚刚违约时，由 CDS 指定计算人所估计的最便宜可交割债券的价格等于面值的 40%，列出 CDS 出售方的现金流和支付时间。

违约前每半年收入 90 万美元，违约发生时支付 1.8 亿美元，同时收入 30 万美元。

25.3 说明 CDS 的两种交割方式。

实物交割：CDS 买入方可以以面值向卖出方出售由参考实体发出的债券。

现金交割：信用事件发生之后，根据最便宜可交割债券的市场中间价，CDS 卖出方支付买入方面值和该价格的差值。

25.4 说明现金 CDO 和合成 CDO 的构造过程。

类似 ABS 构成，当标的资产为债券时，所得结构为现金 CDO 。合成 CDO 是发起者选取一个公司组合与结构的期限，然后出售组合中每家公司的 CDS 保护。

25.5 什么是第一次违约 CDS 合约？当信用相关性增加时，其价格是将会增加还是减小？解释你的答案。

第一次违约 CDS 合约是只对参考实体中的首次违约提供赔偿。当信用相关性增加时，出现一个参考实体违约的概率会降低，所以价格会降低。

25.6 解释在风险中性世界与现实世界中违约概率的不同。

现实世界中违约概率低于风险中性世界里的违约概率。因为风险中性世界中的违约概率的计算包括了其它非违约因素的贡献。

25.7 解释为什么总收益互换可以被用来作为融资工具？

总收益的收入方通过支付 LIBOR 和一定差价从总收益付出方获取一定额度债券的总收益，并在到期日进行最后结算。对于买入方等价于借入资金买入债券，对于付出方等价于借出资金，但持有债券作为抵押品。

25.8 假定零息收益率曲线为水平，每年为 7%（连续复利）。假定在新建立的 5 年期 CDS 合约中违约只可能发生在每年的年中，回收率为 30%，违约率为 3%。估计 CDS 的溢价，在计算中假定 CDS 付费为 1 年 1 次。

可能违约产生的收益期望贴现应该等于预期支付溢价贴现。

$$\sum_{i=1}^{5}(e^{-\lambda(i-1)}-e^{-i\lambda})\times(1-R)\times e^{-(i-0.5)r} \tag{1}$$

$$=\sum_{i=1}^{5}(ae^{-i\lambda}e^{-ir}+\frac{a}{2}(e^{-(i-1)\lambda}-e^{-i\lambda})e^{-(i-0.5)r}) \tag{2}$$

$$=a\times\sum_{i=1}^{5}e^{-ir}\left[e^{-i\lambda}+\frac{1}{2}e^{0.5r}(e^{-(i-1)\lambda}-e^{-i\lambda})\right] \tag{3}$$

代入相关参数，得溢价 a 为 0.040 。

25.9 假定在练习题 25.8 中 CDS 溢价为面值的 150 个基点，这一 CDS 对于信用买入方的价值为多少?

类似上题，这里计算可能的违约产生的预期收益的贴现减去该溢价下预期支付的贴现。结果为 0.0514 每美元。

25.10 假如练习题 25.8 中的 CDS 为两点 CDS，这时的溢价是多少?

如果 CDS 为两点 CDS，R = 0，此时溢价为 0.0567 。

25.11 一个 5 年期第 n 次违约互换的运作方式是什么? 假定有一个由 100 个参考实体所构成的组合，每一个参考实体的违约概率为每年 1%，当参考实体的违约相关性增加时，第 n 次违约互换合约在以下情形下的价值会如何变化：n=1 和 n=25，解释你的答案。

只对参考实体组合里出现的第 n 次违约提供赔偿。当违约相关性增加时，对于小的 n，出现第 n 次违约的概率降低，违约互换价值降低，对于大的 n，出现第 n 次违约的概率增加，违约互换的价值增加。

25.12 将 CDS 收益、面值和回收率联系到一起的公式是什么?

CDS 收益 = 面值 ×（1 - 回收率）。

25.13 证明一个普通 CDS 的溢价等于 1-R 乘以一个两点 CDS 的溢价，这里的 R 为回收率。

通过 25-8 里的等式可以看出。

25.14 验证在表 25-1～表 25-4 的例子中如果 CDS 溢价为 100 个基点，那么违约率必须是每年 1.61%。当回收率由 40% 变为 20% 时，违约率会如何变化? 验证你的答案和违约率与 1/（1-R）成比例的结论是一致的（R 为回收率）。

回收率下降时，如果溢价不变，违约率应该下降。由 25-8 里等式可以看出 $\lambda\times(1-R)$ 约为定值。

25.15 某家公司签订总收益互换合约，在合约中这家公司的收入为某企业券息为 5% 的债券收益，而同时需要付出的利率为 LIBOR。解释这一合约和一个固定利率为 5%、浮动利率为 LIBOR 的普通利率互换之间的区别。

利率互换是只互换本金对应固定息和浮动息。而总收益互换除互换期限内现金流之外，最后需要支付对应本金价值变化。

25.16 解释 CDS 远期合约及 CDS 期权的结构。

CDS 远期合约和 CDS 期权和普通远期与期权的不同是，如果参考实体在到期前违约，CDS 远期和 CDS 期权自动失效。

25.17 “在 CDS 中买入方的头寸与无风险债券的多头寸加上企业债券的空头寸相似。”解释这一观点。

CDS 买入方支付溢价，当企业发生违约，收获 CDS 卖出方相应的支付。无风险债券多头加上企业债券空头，会多支付企业债券券息减去无风险债券券息，但如果企业发生信用事件，就不用还卖空的债券了???

25.18 为什么在 CDS 中存在信息不对称问题?

与参考实体有业务往来的金融机构可能会对其信用状况有更好的了解。

25.19 在 CDS 定价中采用现实世界违约概率（而不是风险中性违约概率）会高估还是低估信用保护的价值? 解释为什么。

会低估信用保护的价值。风险中性违约概率一般会高于现实世界历史违约概率。

25.20 总收益互换与资产互换之间的区别是什么?

总收益互换在期限结束时需要一方支付本金价值变化。

25.21 假定在一个单因子高斯 Copula 模型中，125 家公司中每一家公司的 5 年违约概率均为 3%，Copula 相关系数为 0.2 。对应于不同的因子值-2，-1，0，1，2，计算:（a）在已知因子取值条件下的违约概率;（b）在已知因子取值条件下，出现多于 10 个违约事件的概率。

因子 F 条件下违约的概率为:

$$Q(t|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q(t)] - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right) \tag{4}$$

出现多于 n 个违约事件的概率为:

$$1 - \sum_{k=0}^{k=n} \frac{n!}{(n-k)!k!} Q(t|F)^k [1 - Q(t|F)]^{n-k} \tag{5}$$

F 因子	-2	-1	0	1	2
违约概率	0.135	0.0545	0.0177	0.0046	0.0010
多余 10 个违约概率	0.959	0.0798	1.59e-5	2.36e-11	1.92e-15

25.22 解释基础相关系数与复合相关系数之间的区别。

基础相关系数和复合相关系数都是隐含相关系数，都是通过溢价倒推对应的相关系数。复合相关系数是使得每一段份额都和相应溢价匹配的对应于每一小段份额的相关系数，基础相关系数是使得从 0 到当前百分比这一段份额和其总溢价费用匹配的相关系数。

25.23 在例 25-2 中，9%∽12% 份额的溢价为多少？假设份额相关系数是 0.15 。

$$\alpha_L = 0.09, \quad \alpha_H = 0.12, \quad n_L = 125\frac{\alpha_L}{1-R} = 18.75, \quad n_H = 125\frac{\alpha_H}{1-R} = 25 \tag{6}$$

$$E_j = \sum_{k=0}^{18} P(k,\tau_j|F) + \sum_{k=19}^{25} P(k,\tau_j|F)\frac{\alpha_H - k(1-R)/n}{\alpha_H - \alpha_L} \tag{7}$$

$$A = \sum_{j=1}^{20}(\tau_j - \tau_{j-1})E_j v(\tau_j), \quad v(t) = e^{-rt}, \quad \tau_j = \frac{j}{4} \tag{8}$$

$$B = \sum_{j=1}^{20} 0.5(\tau_j - \tau_{j-1})(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{9}$$

$$C = \sum_{j=1}^{20}(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{10}$$

$$a = \frac{C}{A+B} = \frac{0.0126}{4.539 + 0.00157} = 0.00277 \tag{11}$$

作业题

25.24 假定无风险零息收益曲线为水平，每年为 6%（连续复利），并且假定在一个 2 年期普通 CDS 合约中违约只可能会发生在 0.25 年、0.75 年、1.25 年和 1.75 年，CDO 合约溢价付费为每半年一次。假定回收率为 20%，并且无条件违约概率（在时间 0 观察到）在 0.25 年时和 0.75 年时均为 1%，在 1.25 年时和 1.75 年时均为 1.5 %。CDS 溢价是多少？如果以上 CDS 变为两点 CDS，那么溢价又会是多少？

$$\frac{2}{a} \times (1-0.2) \times (0.01 \times e^{-0.06\times0.25} + 0.01 \times e^{-0.75\times0.06} + 0.015 \times e^{-1.25\times0.06} + 0.015 \times e^{-1.75\times0.06}) \tag{12}$$

$$= 0.99 \times e^{-0.5\times0.06} + 0.98 \times e^{-0.06} + 0.965 \times e^{-1.5\times0.06} + 0.95 \times e^{-2\times0.06} \tag{13}$$

$$+ \frac{1}{2} \times (0.01 \times e^{-0.25\times0.06} + 0.01 \times e^{-0.75\times0.06} + 0.015 \times e^{-1.25\times0.06} + 0.015 \times e^{-1.75\times0.06}) \tag{14}$$

$$\Rightarrow a = 0.0206 \tag{15}$$

如果 CDS 变为两点 CDS，R = 0，$a = 0.0258$ 。

25.25 假定某公司的违约率为 λ，回收率为 R，无风险利率为每年 5%。违约只可能发生在每年的正中间。一年付款一次的 5 年期普通 CDS 溢价为 120 个基点，一年付款一次的 5 年期两点 CDS 溢价为每年 160 个基点。估计 R 和 λ 。

R 为 0.25，然后计算 λ，

$$\sum_{i=1}^{5}(e^{-(i-1)\lambda} - e^{-i\lambda}) \times (1-0.25) \times e^{-(i-0.5)\times0.05}(1 - \frac{1}{1-0.25} \times 0.006) \tag{16}$$

$$= 0.012 \times \sum_{i=1}^{5} e^{-i\lambda} \times e^{-i\times0.05} \tag{17}$$

$$\Rightarrow \lambda = 0.0156 \tag{18}$$

25.26 当组合中债券的相关性增加时，你预料合成 CDO 里不同份额所给出的回报会如何变化？

当组合中债券违约的相关性增加时，CDO 高级份额的回报会增加，低级份额的回报会降低。因为低违约次数出现的概率可能会降低，高违约次数出现的概率可能会升高。

25.27 假设：

(a) **5 年期无风险债券的收益率为 7%；**

(b) **5 年期的公司 X 债券的收益率为 9.5%；**

(c) **对公司 X 违约提供保护的 5 年期 CDS 溢价为每年 150 个基点。**

这时是否存在套利机会？当 CDS 的溢价由 150 个基点变为 300 个基点时，有什么样的套利机会？

第一种情况：卖空无风险债券，买入公司 X 的债券，买入该公司违约相关的 CDS 。
第二种情况：买入无风险债券，卖空公司 X 的债券，卖出该公司违约相关的 CDS 。

25.28 在例 25-3 中，以下产品的溢价分别为多少？(a）第 1 次违约 CDS；(b）第 2 次违约 CDS 。

(a)

$$R = 0.4, \quad \rho = 0.3, \quad r = 0.05, \quad \lambda = 0.02, \quad n = 10 \tag{19}$$

$$\alpha_L = 0, \quad \alpha_H = 0.1, \quad m_L = 1, \quad m_H = 2 \tag{20}$$

$$P(k,t|F) = \frac{n!}{(n-k)!k!}Q(t|F)^k[1-Q(t|F)]^{n-k} \tag{21}$$

$$Q(t|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q(t)] - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right), \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{22}$$

$$E_j = E(t_j, F) = P(0, t_j|F) + P(1, t_j|F)\frac{0.1 - (1-R)/n}{0.1} \tag{23}$$

$$A(F) = \sum_{j=1}^{5}(\tau_j - \tau_{j-1})E_j v(\tau_j), \quad v(t) = e^{-rt}, \quad \tau_j = j \tag{24}$$

$$B(F) = \sum_{j=1}^{5} 0.5(\tau_j - \tau_{j-1})(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{25}$$

$$C(F) = \sum_{j=1}^{5}(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{26}$$

$$\Rightarrow a = C/(A+B) = 0.343/(3.25 + 0.172) = 0.100 \tag{27}$$

$$\tag{28}$$

(b)

$$R = 0.4, \quad \rho = 0.3, \quad r = 0.05, \quad \lambda = 0.02, \quad n = 10 \tag{29}$$

$$\alpha_L = 0.1, \quad \alpha_H = 0.2, \quad m_L = 2, \quad m_H = 3 \tag{30}$$

$$P(k,t|F) = \frac{n!}{(n-k)!k!}Q(t|F)^k[1-Q(t|F)]^{n-k} \tag{31}$$

$$Q(t|F) = N\left(\frac{N^{-1}[Q(t)] - \sqrt{\rho}F}{\sqrt{1-\rho}}\right), \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{32}$$

$$E_j = E(t_j, F) = P(0, t_j|F) + P(1, t_j|F)\frac{0.1 - (1-R)/n}{0.1} \tag{33}$$

$$A(F) = \sum_{j=1}^{5}(\tau_j - \tau_{j-1})E_j v(\tau_j), \quad v(t) = e^{-rt}, \quad \tau_j = j \tag{34}$$

$$B(F) = \sum_{j=1}^{5} 0.5(\tau_j - \tau_{j-1})(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{35}$$

$$C(F) = \sum_{j=1}^{5}(E_{j-1} - E_j)v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \tag{36}$$

$$\Rightarrow a = C/(A+B) = 0.0.125/(3.99 + 0.062) = 0.0308 \tag{37}$$

$$\tag{38}$$

25.29 在例 25-2 中，6% 9% 份额的溢价为多少？假设份额相关性为 0.15 。

类似 25.23，可以计算出 $A = 4.49, B = 0.0054, C = 0.043, \quad a = C/(A + B) = 0.00963$。

25.30 1 年、2 年、3 年、4 年和 5 年期 CDS 的溢价分别为 100、120、135、145 和 152 个基点。对应于所有期限的无风险利率均为 3%，回收率为 35%, 每季度支付一次。利用 DerivaGem 计算每年的违约率。在 1 年内违约的概率是多少？在第 2 年内违约的概率是多少?

略。

25.31 表 25-6 显示在 2008 年 1 月 31 日，5 年期 iTraxx 指数为 77 个基点。假定对于所有期限的无风险利率均为 5%，回收率为 40%，每季度付费一次。再假定 77 个基点的溢价对所有期限都使用。利用 DerivaGem 里的 CDS 工作表计算与溢价一致的违约率。在 CDO 工作表中利用这个结果，并选取 10 个积分点来计算对应于 2008 年 1 月 31 日报价中每个份额的隐含基础相关系数。

略。