第二十四章　信用风险

练习题

24.1 某家企业 3 年期债券的收益率与相似的无风险债券收益率之间的溢差为 50 个基点，债券回收率为 30%，估计 3 年内每年的平均违约率。

平均违约率近似为 $\frac{S}{1-R}=0.005/0.7\approx 0.007$ 。

24.2 在练习题 24.1 中，假定同一家企业 5 年期债券的收益率与相似的无风险债券收益率之间的溢差为 60 个基点，回收率同样为 30%。估计 5 年内每年的平均违约率。你对第 4 年内和第 5 年内平均违约率的计算说明了什么?

近似计算，$0.006\times 5=0.007\times 0.7\times 3+x\times 2\times 0.7,\ x=0.0107$ 。

24.3 对以下情形，研究人员应当采用现实世界还是风险中性违约概率?（a）计算信用风险价值度，（b）因违约而做的价格调整。

（a）计算信用风险价值度应该用现实世界中的违约概率，（b）计算因违约而做的价格调整应该用风险中性违约概率。

24.4 回收率通常是怎么定义的?

指在刚刚违约后的的几天里，债券的市场价值与面值的百分比。

24.5 解释无条件违约概率密度与违约率的区别。

无条件概率违约密度为违约具体发生在某一时刻的可能性。违约率应该是指在某一段时间内具体违约的可能性，应该是条件概率。

24.6 验证：（a）表 24-3 中第 2 列里的数字与表 24-1 中的数值一致；（b）表 24-4 中第 4 列里的数字与表 24-3 中的数值一致，其中回收率为 40%。

（a）用 $\bar{\lambda}(7)=-\frac{1}{7}(1-Q(7))$ 可以验证是对的。（b）补偿历史违约率的溢差约等于历史违约率乘以回收率。

24.7 解释净额结算的运作方式。一家银行与某一交易对手已经有一笔交易，解释为什么与同一交易对手进行另一笔交易时，又可能会增加也有可能会减小对于该交易对手的信用风险敞口。

净额结算的规则明确了如何计算在违约事件发生时的权益，如何计算必须提交的抵押数量，所有介于两家公司之间的未平仓交易都应当视作一项交易。考虑交易对该公司的价值减去相对对方多付出抵押品的价值为交易的净价值，如果净价值为正，那么信用风险敞口增加，因为如果对手违约自己将会有大于零的总损失。如果交易净价值为负，那么信用风险敞口可能会减小。

24.8 “当银行经历财政困难时，DVA 可能会使其处境改善。“解释为什么这句话是对的。

DVA 时由于银行自身违约可能给自己带来的预期收益的贴现值。不知道为什么是对的。

24.9 从以下两个方面解释关于违约时间的高斯 Copula 模型和 CreditMetrics 的不同：(a) 信用损失的定义；(b) 违约相关性的处理方式。

（a）高斯 Copula 模型里信用损失在明确相关因子和每笔贷款历史违约概率分布之后可以计算得出，CreditMetrics 需要对相关公司的信用评级转移和违约都进行蒙卡模拟抽样，得到信用损失的分布。(b) 高斯 Copula 模型里违约相关性是由模型的相关因子确定，CreditMetrics 里违约的相关性体现在不同公司信用评级转移之间的相关性。

24.10 假定 LIBOR/互换曲线为水平 6%（以连续复利计），5 年期券息为 5%（每半年付息一次）的债券价格为 90.00，如何构造对应于这一债券的资产互换？此时资产互换的溢差应当如何计算？

A 开始时支付 B（100-90）乘以对应债券份数，之后定期支付 B 券息，B 定期支付 A LIBOR 加一定利率 r 的利息。A 与 B 支付的现金流贴现之后之差，应该等于该债券和无风险债券价格之差。

24.11 证明在违约发生时，如果可以索赔的数量是关于无违约情形下债券的价值，那么一个企业的带息债券价值等于其所包含的零息债券价值的和。但如果可以索赔的数量是关于债券面值加上累计利息，以上结论不再成立。

在不考虑违约可能性时带息债券价值就为其所包含的零息债券价值之和，如果违约发生，可以索赔的数量即为无违约情形下的债券价值，那么可以认为没有违约的风险。

债券面值加上累计利息的价值是大于相应零息债券价值之和的，相当于索赔的数量大于无违约情况下债券的价值，那么这个带息债券的价值就应该大于其所包含的零息债券价值之和。

24.12 一个 4 年期企业债券的券息为 4%（每半年付息一次），收益率为 5%（以连续复利为计），无风险收益率曲线为水平，利率为 3%（以连续复利为计），假定违约事件只可能在年末（支付券息或本金之前）发生，回收率为 30%。在今后每年内都相当的假设下，估计风险中性违约概率。

4 年期券息为 4%，收益率为 5%，价格为

$$2\sum_{i=1}^{8} e^{-i\frac{y}{2}} + 100e^{-4y} = 96.19 \tag{1}$$

对于无风险利率 3%，债券的风险中性定价为 103.66，由于可能的违约造成的价值变化为 7.47 。

如果平均违约率为 λ，那么第 i 年内违约的概率为 $e^{-(i-1)\lambda} - e^{-i\lambda}$，由于可能的违约造成的总损失应该等于债券实际价值和无风险利率下价值之差，记无风险利率下债券价值为 P, 无风险利率为 r。所以有：

$$7.47 = \sum_{i=1}^{4}(e^{-(i-1)\lambda} - e^{-i\lambda}) \times (P - 30e^{-ir} - 2\sum_{k=1}^{2i-1} e^{-\frac{k}{2}r}) \tag{2}$$

可以迭代得 $\lambda = 0.029$。

24.13 假定某公司发生的 3 年期和 5 年期债券的券息均为每年 4%（每年支付一次），这两个债券的收益率（以连续复利为计）分别为 4.5 % 和 4.75%。对应所有期限的无风险利率均为 3.5%（连续复利），回收率为 40%，违约事件只能发生在每年的正中间，从第 1～3 年的风险中性违约率为每年 Q_1，第 4 年和第 5 年的违约率为每年 Q_2。估计 Q_1 和 Q_2。

$$y_1 = 0.045,\ y_2 = 0.0475,\ r = 0.035 \tag{3}$$

$$P_1(y_1) = 4e^{-y_1} + 4e^{-2y_1} + 104e^{-3y_1} = 98.346,\ \ P_1(r) = 4e^{-r} + 4e^{-2r} + 104e^{-3r} = 101.226 \tag{4}$$

$$P_2(y_2) = \sum_{i=1}^{5} 4e^{-iy_2} + 100e^{-5y_2} = 96.243,\ \ P_2(r) = \sum_{i=1}^{5} 4e^{-ir} + 100e^{-5r} = 101.974 \tag{5}$$

$$\text{可能的违约价值贴现分别为}2.880,\ 5.731 \tag{6}$$

$$\text{考虑每年违约的概率为}p_i, \tag{7}$$

$$\text{对于前 3 年}, p_i = e^{-(i-1)\lambda_1} - e^{-i\lambda_1},\quad \text{4、5 两年}p_4 = e^{-3\lambda_1}(1 - e^{-\lambda_2}), p_5 = e^{-3\lambda_1}(e^{-\lambda_2} - e^{-2\lambda_2}) \tag{8}$$

$$2.880 = \sum_{i=1}^{3} p_i[P_1(y_1) - \sum_{j=1}^{i-1} 4e^{-jr} - 40e^{-(i-0.5)r}] \tag{9}$$

$$5.731 = \sum_{i=1}^{5} p_i[P_2(y_2) - \sum_{j=1}^{i-1} 4e^{-jr} - 40e^{-(i-0.5)r}] \tag{10}$$

$$\text{可迭代，解得：}\lambda_1 = 0.0174,\ \ \lambda_2 = 0.0346 \tag{11}$$

$$\tag{12}$$

24.14 假定某金融机构与交易对手 X 之间有一笔与英镑利率有关的利率互换交易，同时与交易对手 Y 之间有一个完全与此相抵消的互换交易，以下哪一种观点是正确的？哪一种是错误的？解释你的答案。

(a) **违约费用的总贴现值等于与 X 交易的违约费用的总贴现值加上与 Y 交易的违约费用的总贴现值。**

(b) **在 1 年内，对两项交易的预期敞口头寸等于与 X 交易的预期敞口头寸加上于 Y 交易的预期敞口头寸。**

(c) **以后在 1 年内在两项交易上的风险敞口头寸所对应的 95% 置信区间上限，等于 1 年内与 X 交易风险敞口头寸的 95% 置信区间上限加上 1 年内与 Y 交易风险敞口头寸的 95% 置信区间上限。**

(a) 正确，（b）正确，（c）错误。

24.15“具有信用风险的远期合约多头寸等于无违约看跌期权空头寸与一个具有信用风险的看涨期权多头寸之间的组合。”解释这句话。

当多头远期有正收益时，多头看涨期权有相似的正收益，对方的违约都会给自己带来损失。当多头远期亏损时，空头看跌期权会有类似的亏损，这种情况下对方应该不会违约。

24.16 解释为什么对于不同交易对手的两个相反方向的远期交易与一个跨式组合交易（straddle）相似。

如果没有违约的可能，两个相反方向的远期交易的盈亏等于一个无风险债券。但是考虑当自己有正收益时对方可能违约，所以盈亏曲线正收益部分的斜率小于亏损部分，两个相反方向和不同交易对手的远期之和，会和空头一个看涨一个看跌相似。

24.17 解释为什么一对相反方向的利率互换的信用风险比相应的一对相反方向的汇率互换的信用风险要低。

因为利率互换不涉及本金的实际交换，但是汇率（货币）互换最后要交换本金。

24.18 "当一家银行在协商货币互换时，银行应尽量选择从低信用风险的公司接受具有低利率的货币。"解释这是为什么。

如果利率标定得合理的话，违约风险应该已经体现在利率里了，如果银行追求对方违约可能性尽量低的话，是应该选择低信用风险的公司的低利率货币。

24.19 当存在违约风险时，看跌-看涨期权平价关系式是否还成立？解释你的答案。

不成立。看跌-看涨平价关系是基于不存在无风险套利机会的要求，但由于违约风险的存在，无风险套利本身就不会存在。

24.20 考虑某资产互换，B 为对应于 1 美元面值的债券市场价格，B^* 为对应于 1 美元面值的无风险债券价值，V 为对应于 1 美元本金的溢差贴现值，证明 $V = B^* - B$。

如果只考虑零息债券，$B^* - B = e^{-rt} - e^{-yt} = e^{-rt}(1 - e^{-(y-r)t}) = V$。

24.21 证明在 24.6 节里的默顿模型中，T 年期零息债券的信用溢差等于:

$$-\ln[N(d_2) + N(-d_1)/L]/T \tag{13}$$

其中 $L = De^{-rT}/V_0$。

债券当前价值可以用债券本金用收益率贴现计算，也应该等于公司当前价值减去股票作为看涨期权的价值。

$$\begin{aligned}
De^{-yT} &= V_0 - E_0 && (14)\\
&= V_0(1 - N(d_1)) + De^{-rT}N(d_2) && (15)\\
&= V_0N(-d_1) + De^{-rt}N(d_2) && (16)\\
e^{-(y-r)T} &= \frac{V_0}{D}e^{rT}N(-d_1) + N(d_2) && (17)\\
y - r &= -\frac{1}{T}\ln\left[N(d_2) + \frac{V_0}{D}e^{rT}N(-d_1)\right] && (18)
\end{aligned}$$

24.22 假定某企业 3 年期零息债券收益率与相应的 3 年期无风险零息债券收益率的溢差为 1%。对于该企业所卖出的期权，由布莱克-斯科尔斯所计算出的期权价值比真正价值高出多少?

该公司卖出的期权的话，根据例 24-5，高出约溢差乘以年限, 这里为 3%。

24.23 对以下情形给出例子：(a) 正向风险，(b) 错向风险。

(a) 对方违约概率和己方风险敞口负相关，(b) 对方违约概率和己方风险敞口正相关。具体例子。。。

作业题

24.24 假定一个 3 年期企业债券的券息为每年 7%，券息每半年支付一次，债券的收益率为 5%（每年复利两次），对应于所有期限的无风险债券收益率均为每年 4%（每年复利两次）。假定违约事件每 6 个月可能发生一次（刚好在券息付出日之前），假定回收率为 45%。估计在 3 年内的违约率（假设是常数）。

$$P(y) = 3.5 \times \sum_{i=1}^{6}(1+0.025)^{-0.5i} + 100 \times \frac{1}{(1+0.025)^6} = 106.346 \tag{19}$$

$$P(r) = 3.5 \times \sum_{i=1}^{6}(1+0.02)^{-0.5i} + 100 \times \frac{1}{(1+0.02)^6} = 109.085 \tag{20}$$

$$P(r) - P(y) = 2.739 \tag{21}$$

$$= \sum_{i=1}^{6}(e^{-(i-1)\lambda} - e^{-i\lambda}) \times \left[P(y) - \frac{45}{(1+0.02)^i} - \sum_{j=1}^{i-1}\frac{3.5}{(1+0.02)^j}\right] \tag{22}$$

$$\Rightarrow \lambda = 0.00835 \tag{23}$$

24.25 某公司有 1 年期与 2 年期的债券尚未平仓。两种债券的券息均为 8%，券息每年支付一次，两债券的收益率分别为 6% 与 6.6%（以连续复利计）。对应于所有期限的无风险利率均为 4.5%，回收率为 35%。违约事件可能发生在年正中间，估计每年的风险中性违约率。

$$y_1 = 0.06, \quad y_2 = 0.066, \quad r = 0.045 \tag{24}$$

$$P_1(y_1) = e^{-y_1}108 = 101.711, \quad P_1(r) = e^{-r}108 = 103.248 \tag{25}$$

$$P_2(y_2) = 8e^{-y_2} + 108e^{-2y_2} = 102.134, \quad P_2(r) = 8e^{-r} + 108e^{-2r} = 106.353 \tag{26}$$

$$C_1 = P_2(r) - P_2(y_1) = 1.537, \quad C_2 = P_2(r) - P_2(y_2) = 4.219 \tag{27}$$

$$C_1 = (1-e^{-\lambda_1})(P_1(y_1) - 35e^{-0.5r}) \tag{28}$$

$$C_2 = (1-e^{-\lambda_1})(P_2(y_2) - 35e^{-0.5r}) + e^{-\lambda_1}(1-e^{-\lambda_2})(P_2(y_2) - 35e^{-1.5r} - 8e^{-r}) \tag{29}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 0.023, \quad \lambda_2 = 0.045 \tag{30}$$

24.26 仔细解释现实世界概率与风险中性世界概率的不同，这两个概率哪个会更高？某银行签订了一个信用衍生产品合约，合约约定如果在 1 年某公司的信用从 A 降为 Baa 或更低时，银行将在年末时支付 100 美元。1 年期的无风险利率为 5 %，利用表 24-5 来估计衍生产品的价值，在计算中你需要做什么样的假设？你对衍生产品的价格往往会过高还是过低？

违约概率的话，风险中性世界里的违约概率比现实世界里的违约概率估计高。因为在风险中性条件下计算违约概率，是通过实际价格和无违约情况下价格之差来衡量，但是这部分价格之差可能有其它因素的影响，并不只是违约的可能性导致的。

依照表 24-5 的数据，公司信用从 A 降低为 Baa 或更低的概率为 0.0704，考虑这种情况下要支付 100 美元，无风险利率为 0.05，衍生品价值应为 6.70 美元。假设主要是可以使用历史信用转移矩阵来表示一年后该公司的信用变化可能，这种算法衍生品的定价会偏低，因为还需要考虑其它风险等。

24.27 某公司的股票市价为 400 万美元，股票变动的波动率为 60%，在 2 年后要偿还债券的数量为 1500 万美元，无风险利率为每年 6%，采用默顿模型来估计违约预期损失、违约概率及违约时的回收率，解释为什么默顿模型会给出一个较高的回收率。

$$E_0 = 4, \quad \sigma_E = 0.6, \quad D = 15, \quad T = 2, \quad r = 0.06 \tag{31}$$

$$E_0 = V_0 N(d_1) - De^{-rT} N(d_2) \tag{32}$$

$$\sigma_E E_0 = N(d_1)\sigma_V V_0 \tag{33}$$

$$\Rightarrow V_0 = 17.08, \quad \sigma_V = 0.158 \tag{34}$$

所以预期违约损失为 $15 \times e^{-2\times0.06} - (17.08 - 4) = 0.296$ 百万美元，违约概率为 $N(-d_2) = 0.364$，回收率为 $1 - \frac{0.296}{13.303}\frac{1}{0.364} = 0.952$ 。

回收率过高的原因是这里计算的"违约率"过高，这里的违约率是用把股票当成期权后期权不被执行的概率，这个概率是到期后公司价值低于一定值的概率，并不是实际公司的违约率。

24.28 假定某银行有一项价值为 1000 万美元的某种风险敞口，1 年的违约概率平均为 1%，回收率平均为 40%，Copula 相关系数为 0.2，估计 1 年展望期 99.5% 信用 VaR 。

99.5% 置信的把握违约概率不会超过 $V = N\left(\frac{N^{-1}[Q(T)]+\sqrt{\rho}N^{-1}(X)}{\sqrt{1-\rho}}\right) = 0.095$，对应 VaR 为 56.8 。

24.29 对违约只可能发生在每个月中间的情形，推广例 24-5 中有关 CVA 的计算。假设在第 1 年的每个月内违约概率为 0.001667，在第 2 年的每个月内违约概率为 0.0025 。

CVA 是把交易当成看涨期权价值损失的期望贴现。

$$\mathrm{CVA} = \sum_{i=1}^{24} q_i c_i e^{-(i-0.5)\times\frac{1}{12}\times0.05}(1-R) \tag{35}$$

$$t_i = \frac{i-0.5}{12}, \quad c_i = e^{-r(2-t_i)}[F_0 N(d_1(t_i)) - KN(d_2(t_i))] \tag{36}$$

$$\mathrm{CVA} = 6.007 \tag{37}$$

24.30 计算例 24-5 中的 DVA 。假设违约事件只可能在每个月的正中间发生，而在 2 年内银行的违约概率为每个月 0.001 。

DVA 是把交易当成看跌期权价值损失的期望贴现。同上题，可以计算得 DVA 价值为 1.134 。