

## 第三十三章 再谈互换

### 练习题

33.1 计算业界事例 33-1 中互换的所有固定现金流及其支付时间。假设计量天数惯例时用于目标支付日期而不是实际支付日期。

不清楚“用于目标支付日期”是什么。

33.2 假设在某种互换中约定固定利率与 2 倍的 LIBOR 利率相交换。对这个互换还能利用“假设远期利率将会被实现”的规则来定价吗？

能。

33.3 如下 2 年期的定息对浮息复合互换的价值是多少？互换本金是 1 亿美元，支付每半年进行一次。互换是收取固定利率而支付浮动利率。固定利率是 8% 并按 8.3% 的利率复利（都是每半年复利一次）。浮动利率是 LIBOR 加上 10 个基点并按 LIBOR 加上 20 个基点的利率复利。LIBOR 零息曲线呈水平状，利率为 8%，按半年复利（并用来贴现）。

累计现金流（百万）：

时刻	固息	浮息
0 年	0	0
0.5 年	4	4.05
1 年	8.166	8.26605
1.5 年	12.505	12.655
2 年	17.0238	17.2238

收取固息，支付浮息，价值贴现后为  $-0.2 \times \frac{1}{(1+0.04)^4} = -0.171$ 。

33.4 在一个 5 年期的互换中，假定以通常方式付出的利率为 LIBOR，收入的利率为以 LIBOR 复利的 LIBOR 利率。双方的本金均为 1 亿美元。而付出 LIBOR 的频率为 6 个月，收入 LIBOR 的复合频率也为 6 个月。假定利率曲线为水平 5%，计算互换的价值。

$r = 0.05$ ，对于付出的 LIBOR 利息，贴现后为：

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{0.5r}{(1+0.5r)^i} = 0.2559$$

对于互换中 LIBOR 利息进行按 LIBOR 利率复合复利，价值贴现后为：

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{0.5r}{(1+0.5r)^i} = 0.2559$$

所以该互换的价值为 0。

33.5 仔细解释为什么一个银行可能会对货币互换的现金流使用与 LIBOR 稍微不同的利率进行贴现。

所谓宏观经济环境的影响，具体不知道。

33.6 在第 33.4 节的例 33-3 中, 如果所有上限波动率是 18% 而不是 20%, 5 年期互换上所有期权的波动率均为 13% 而不是 15%, 计算总的曲率/时间调整。为了计算互换价值, 3 年后的 5 年期互换利率应当设成多少? 互换的价值是多少?

曲率加时间调整之和大约变为之前的 0.8 倍, 即每年约 1 个基点。所以 3 年后 5 年期互换利率应该设为约 0.0503。

33.7 解释为什么普通互换和第 33.2 节里的复合互换可以利用“远期利率将会实现”的规则来定价, 但对第 33.4 节里的 LIBOR 后置互换却不行。

因为正常远期利率是在计利时间段结束时支付, 而远期利率  $R(t, T, T^*)$  在以  $P(t, T^*)$  为远期风险中性世界中是个鞅过程, 所以可以认为远期利率将会实现。LIBOR 后置互换由于支付时考虑的就是当前的短期利率, 所以需要进行曲率调整/时间调整。

33.8 在书中讨论的计息互换中, 只有当浮动利率低于某个水平时固定利率才会累计。讨论如何将分析推广到另一种情形, 只有当浮动利率高于某一水平而低于另一水平时才会累计。

新的情形下, 对于支付方, 相当于除了一个固定息对浮息的互换, 还拥有了考虑时间段内天数个执行时间分别在每一天的两值看跌期权。对于某一天, 如果浮动利率低于约定水平, 将有固息乘本金除一年天数的收益。

## 作业题

33.9 LIBOR 零息利率在美国是 5%, 而在澳大利亚是 10% (均为按年复利)。在一个 4 年期跨货币互换中, 收取澳大利亚 LIBOR 并支付 9%, 而两个利率均用于 1 亿美元的本金上。付款每年交换一次。澳大利亚所有一年远期利率的波动率均估计为 25%, 所有期限的远期美元/澳元汇率 (每美元的澳元数) 的波动率均为 15%, 两者之间的相关系数是 0.3, 互换的价值是多少?

收取的澳大利亚 LIBOR 远期为 0.1, 由于结算使用美元, 所以需要进行 Quanto 调整, 有效利率为  $0.1 + 0.1 \times 0.25 \times 0.15 \times 0.3 \times t_i$ ,  $t_i$  为互换时间段开始时刻。并考虑支付 0.09 利率, 该互换贴现后价值为

$$\sum_{i=1}^4 \frac{(i-1) \times 0.001125 + 0.01}{1.05^i} = 0.0412$$

即 412 万美元。

33.10 估计 P&G 在第 33.7 节里的 5/30 互换里所付的利率, 假设: (a) CP 利率是 6.5%, 国债收益率曲线是水平为 6%, (b) CP 利率是 7.5%, 国债收益率曲线是水平 7%, 按半年复利。

(a) 0.0575; (b)  $0.075 - 0.0075 + 0.2864 = 0.3539$ 。

33.11 假设你与一个不会做曲率调整的对手做一笔 LIBOR 后置互换交易。如想利用这个优势, 你会支付固定利率, 还是收取固定利率? 你会如何构造互换的有效期与付款频率? 考虑以下情形, 收益率曲线为水平, 利率为 10%, 按年复利。所有上限波动率均为 18%。对有效期分别为 (a) 5 年, (b) 10 年, (c) 20 年, 付款每年交换一次的 LIBOR 后置互换, 内行交易员和外行交易员所给价值的区别是多少? 假设面值本金是 100 万美元。

选择支付固定利率, 收取浮动利率。因为曲率调整会使有效浮动利率比远期利率要高, 同时会希望付款频率越低越好, 互换有效期越长越好。

对于有效年数  $N$ ,  $r = 0.1$ , 曲率调整产生收益贴现为

$$\Delta P = \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1+r)^i} \times L \times \frac{r^2 \sigma^2 i}{1+r}$$

所以 (a)  $N = 5$ ,  $\Delta P = 3138$ ; (b)  $N = 10$ ,  $\Delta P = 8552$ ; (c)  $N = 20$ ,  $\Delta P = 18827$ 。

33.12 假设 LIBOR 零息利率曲线是水平为 5%，按年复利并用来贴现。在一个 5 年期互换中，公司 X 付固定利率 6% 而收取 LIBOR。3 年后的 2 年期互换利率波动率是 20%。

- (a) 互换的价值是多少?
- (b) 如果公司 X 有权在 3 年后取消互换，利用 DerivaGem 计算互换的价值。
- (c) 如果对方有权在 3 年后取消互换，利用 DerivaGem 计算互换的价值。
- (d) 如果双方均有权在 3 年后取消互换，互换的价值是多少? 如果对方有权在 3 年后取消互换，利用 DerivaGem 计算互换的价值。

- (a) 对于公司 X，考虑远期利率会被实现，

$$\sum_{i=1}^5 \frac{-0.01}{(1+0.05)^i} = -0.0433$$

- (b) 公司 X 额外拥有一个 3 年后的 2 年期互换的看跌期权。该期权价值为

$$\begin{aligned} p &= LA(s_K N(-d_2) - s_0 N(-d_1)), \\ s_0 &= 0.05, \quad s_K = 0.06, \quad T = 3, \quad \sigma = 0.2 \\ L &= 1, \quad A = \frac{1}{(1+0.05)^4} + \frac{1}{(1+0.05)^5} = 1.606 \\ p &= 0.0218 \end{aligned}$$

加上原先的互换，总价值为 -0.0215。

- (c) 相当于对方额外拥有一个看涨期权，该看涨期权价值为 0.00574，所以对于公司 X 而言总价值为-0.04904。
- (d) 双方都有权取消互换的话，该互换 3 年后肯定会被取消，新的互换等价于一个 3 年期互换。该互换对公司 X 而言价值为-0.0272。

33.13 如果以 OIS 贴现，你如何去计算在业界事例 33-3 中股权互换的初始值?

支付股权收益方本金调整为  $L_0 \times \frac{r(LIBOR)}{r(OIS)}$ 。这里考虑支付股权收益方可以以 OIS 利率借入资金购买相应股指，其购买的股指收益可以抵消其需要付出的股指收益，同时付出的 OIS 利息也应该和收取的 LIBOR 利息相抵消。