

北京林业大学

数据库原理与应用

关系的形式化

定义、概念、性质

本节目录 CONTENTS

- | 关系的形式化定义和概念
- | 关系的性质
- | 总结

关系的形式化 定义和概念



关系的形式化定义和概念



关系上域的定义

域 (Domain)

整数、实数和字符串的集合都是域

- ◆ 域是一组具有相同数据类型的值的集合，又称为值域。

(用 D 表示)

- ◆ 域中所包含的值的个数称为域的基数 (用 m 表示)。

在关系中用域表示属性的取值范围。

$D1 = \{\text{李力, 王平, 刘伟}\}, m=3;$
 $D2 = \{\text{男, 女}\}; m=2;$
 $D3 = \{18, 20\}; m=2。$



关系的形式化定义和概念



笛卡尔积的定义

笛卡尔积 (Cartesian Product)

定义：给定一组域 D_1, D_2, \dots, D_n （它们可以包含相同的元素，即可以完全不同，也可以部分或全部相同）。 D_1, D_2, \dots, D_n 的笛卡尔积为

$$D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n = \{ (d_1, d_2, \dots, d_n) \mid d_i \in D_i, i=1, 2, \dots, n \}$$

- ◆ 每一个元素 (d_1, d_2, \dots, d_n) 中的每一个值 d_i 叫做一个分量 (Component), $d_i \in D_i$
- ◆ 每一个元素 (d_1, d_2, \dots, d_n) 叫做一个 n 元组 (n-Tuple), 简称元组 (Tuple)



关系的形式化定义和概念



笛卡尔积特点及举例

笛卡尔积 (Cartesian Product)

笛卡尔积 $D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ 的基数 M (即元组 (d_1, d_2, \dots, d_n) 的个数) 为所有域的基数的累乘之积, 即 $M = \prod_{i=1}^n m_i$ 。

例如, 上述表示教师关系中姓名、性别两个域的笛卡尔积为:
 $D_1 \times D_2 = \{ (李力, 男), (李力, 女), (王平, 男), (王平, 女), (刘伟, 男), (刘伟, 女) \}$



分量: 李力、王平、刘伟、男、女

元组: $(李力, 男), (李力, 女), \dots$, $M = m_1 \times m_2 = 3 \times 2 = 6$

$D_1 = \{李力, 王平, 刘伟\}$, $m_1 = 3$; $D_2 = \{男, 女\}$; $m_2 = 2$;
 $D_1 \times D_2$ 的 $M = m_1 \times m_2 = 3 \times 2 = 6$



关系的形式化定义和概念



笛卡尔积的表现形式

笛卡尔积可用二维表的形式

姓 名	性 别
李力	男
李力	女
王平	男
王平	女
刘伟	男
刘伟	女

元组

同一域

◆ 笛卡尔积实际是一个二维表



关系的形式化定义和概念



关系的定义

关系 (Relation)

定义：笛卡尔积 $D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ 的任一子集称为定义在域 D_1, D_2, \dots, D_n 上的 n 元关系 (Relation)

关系的
名字

$R (D_1, D_2, \dots, D_n)$

n 是关系的
目或度

如，上例 $D_1 \times D_2$ 笛卡尔积的某个子集可以构成教师关系 T_1

姓 名	性 别
李力	男
王平	女
刘伟	男



关系的形式化定义和概念



关系的相关概念

关系 (Relation)

- ◆ 在关系 R 中, 当 $n=1$ 时, 称为单元关系。当 $n=2$ 时, 称为二元关系, 以此类推。
- ◆ 关系中的每个元素是关系中的元组, 通常用 t 表示, 关系中元组个数是关系的基数
- ◆ 由于关系是笛卡尔积的子集, 因此, 也可以把关系看成一个二维表。
- ◆ 具有相同关系框架的关系称为同类关系。

属性

姓 名

性 别

李力

男

王平

女

刘伟

男

元组

同一域

属性的名字惟一



关系的形式化定义和概念



使用关系头和体定义关系

关系 (Relation)

◆ 在关系模型中，关系可进一步定义为：

不变

可变

关系头 (Heading) + 关系体 (Body)

由属性名的
集合组成

关系结构中的
内容或者数据

姓 名	性 别
李力	男
李力	女



不符合实际意义的关系

关系的性质



关系的性质

关系具备的性质

一种规范化了的二维表中行的集合

- ◆ 每一列中的分量必须来自同一个域，必须是同一类型的数据。
- ◆ 不同的列可来自同一个域，每一列称为属性，不同的属性必须有不同的名字。
- ◆ 列的顺序可以任意交换，名字同时换。
- ◆ 关系中元组的顺序（即行序）可任意。
- ◆ 关系中每一分量必须是不可分的数据项。



关系的性质

关系的性质举例

籍贯含有省、市 / 县两项，出现了“表中有表”的现象，则为非规范化关系，而应把籍贯分成省、市 / 县两列，将其规范化

非规范化的
关系向规范
化关系转换

姓名	籍 贯	
	省	市 / 县
张强	吉林	长春
王丽	山西	大同



姓名	籍 贯	
	省	市 / 县
张强	吉林	长春
王丽	山西	大同

总结



总结



知识点总结



关系模式、 关系数据库和 关系数据库模式

本节目录 CONTENTS

- | 关系模式
- | 关系数据库和关系数据库模式
- | 总结

关系模式



关系模式



关系模式是对关系的描述，具体需要哪些信息呢？

- ◆ 关系是笛卡尔积的子集，子集由元组构成，关系模式需要指出元组的结构，即由哪些属性构成，属性取自哪一个域，属性与域之间的映射关系。
- ◆ 现实世界不断变化，关系模式的关系也不断变化，但是关系模式限定了关系的变化可能性，即关系的变化必须满足约束条件。



关系模式



关系的描述称为关系模式 (Relation Schema)

$R (U, D, DOM, F)$

R --关系名

U --属性名集合

D --属性所来自的域

DOM --属性向域的映像集合

F --属性间数据的依赖关系集合

简记为: $R (U)$ 或 $R (A_1, A_2, \dots, A_n)$

属性名



关系模式



关系模式和关系的比较

关系模式	关系
型	值
关系的框架	关系的值
关系表框架	关系表数据
对关系结构的描述	关系模式在某一时刻的状态或内容
静态的、稳定的	动态的



在教学数据库中，包括关系模式可分别表示为：

学生 (学号, 姓名, 性别, 年龄, 系别)

教师 (教师号, 姓名, 性别, 年龄, 职称,
工资, 岗位津贴, 系别)

课程 (课程号, 课程名, 课时)

选课 (学号, 课程号, 成绩)

授课 (教师号, 课程号)

关系数据库与关系数据库模式



关系数据库与关系数据库模式



在给定领域中，所有实体以及实体之间的联系所对应的关系集合构成一个关系数据库。

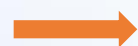
型



关系数据库模式

关系数据库

值



关系数据库值



关系数据库与关系数据库模式

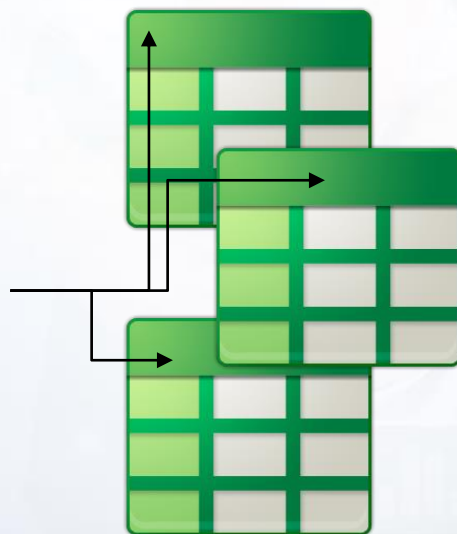
关系数据库模式

- ◆ 对关系数据库的描述，由若干域的定义以及在
这些域上定义的若干关系模式构成。
- ◆ 描述了关系数据库的结构
- ◆ 描述了关系数据库的框架。

关系模式



关系数据
库模式





关系数据库与关系数据库模式

关系数据库

- ◆ 关系数据库在某一状态下对应的关系集合。
- ◆ 描述了关系模式的内容。
- ◆ 也称关系数据库实例。



总结



总结



北京林业大学

数据库原理与应用

关系的 候选码、主码、外码

本节目录 CONTENTS

- | 关系的候选码
- | 关系的主码和外码
- | 总结

关系的候选码



关系的候选码



候选码的定义

候选码 (Candidate Key)

定义：能惟一标识关系中元组的一个属性或属性集，称为候选码(Candidate Key)



- ◆ “学生关系” 中的学号能惟一标识每一个学生
- ◆ “选课关系” 中，只有属性的组合 “学号+课程号” 才能惟一地区分每一条选课记录

关系的主码和外码



关系的主码和外码



主码的定义

主码 (Primary Key)

定义：从多个候选键中选择一个作为查询、插入或删除元组的操作变量，被选用的候选码称为主关系码（主键，主码，关系键，关键字）。

- ◆ “学生关系” 中的以学号作为数据操作的依据
- ◆ “学生关系” 中的以姓名作为数据操作的依据



每个关系必定有且仅有一个主码，选定后不能重复！



关系的主码和外码



关系的主属性

主属性 (Prime Attribute) 与非主属性 (Non-Prime Attribute)

- ◆ 主属性：包含在主码中的各个属性称为主属性
- ◆ 非主属性：不包含在任何候选码中的属性称为非主属性
(或非码属性)
- ◆ 全码：所有属性的组合是关系的候选码

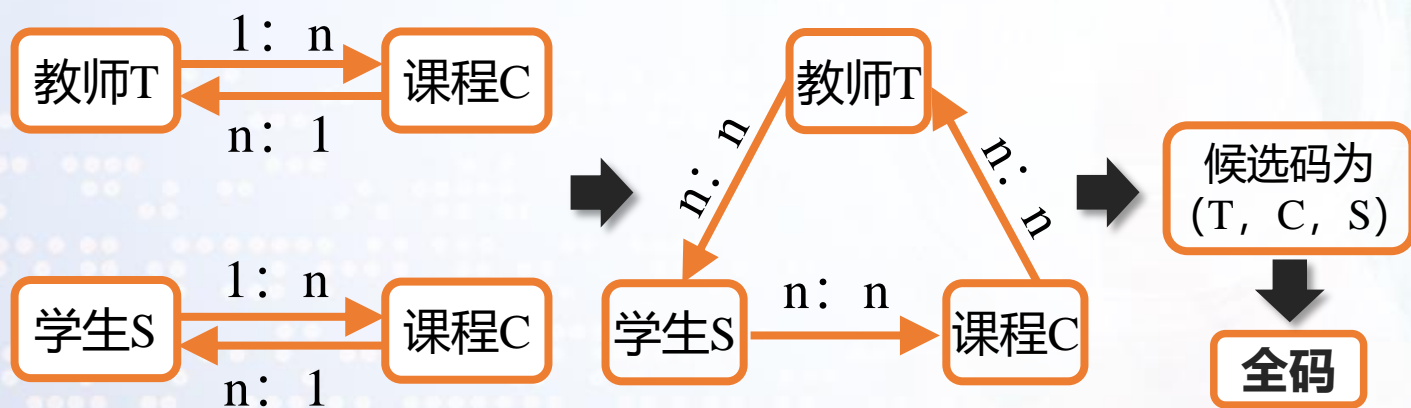


关系的主码和外码



关系的主属性

全码



超码

◆ 超码：包含候选码的属性集合。



关系的主码和外码

外码的定义

定义：如果关系 R_2 的一个或一组属性 X 不是 R_2 的主码，而是另一个关系 R_1 的主码，则该属性或属性组 X 称为关系 R_2 的外部关键键或外码(Foreign Key)，并称 R_2 为参照关系(Referencing Relation)，关系 R_1 称为被参照关系(Referenced Relation)。



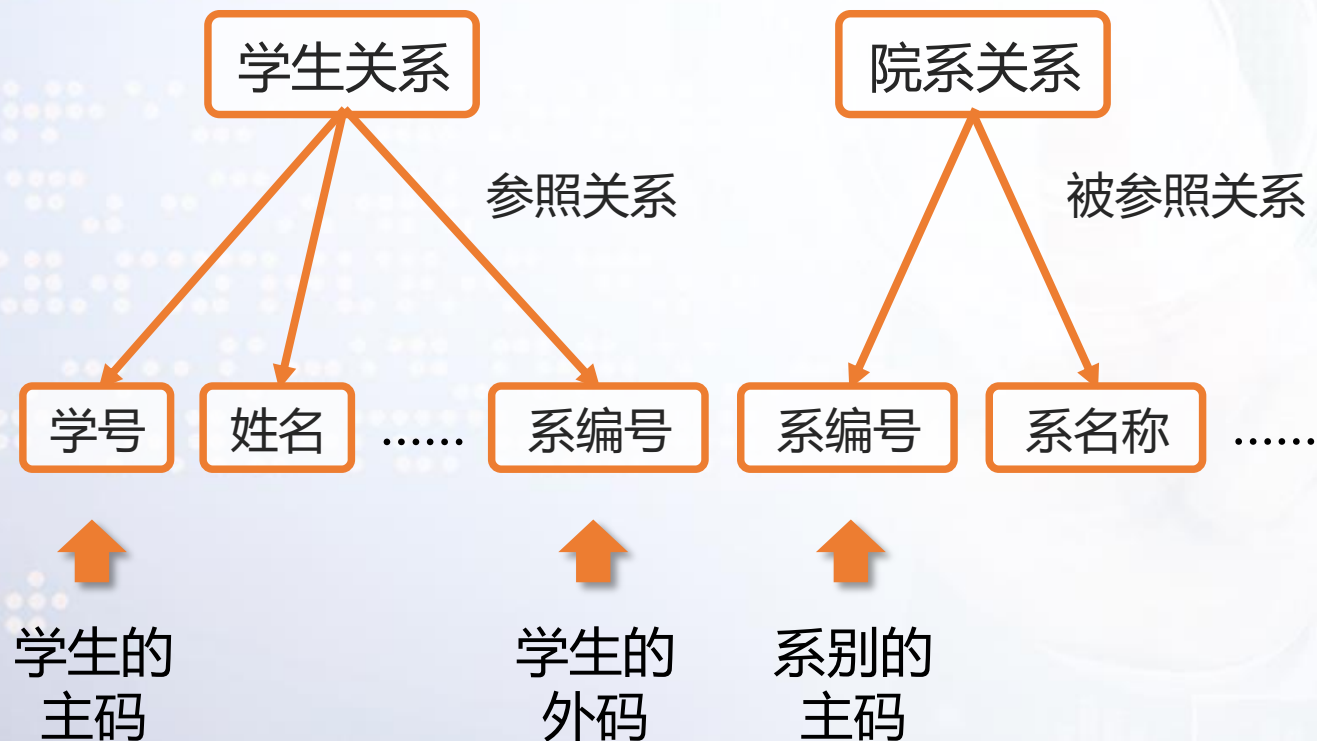
被参照关系的主码和参照关系的外码必须定义在同一个域上



关系的主码和外码

外码举例说明

举例：



总结



总结

◎ 知识点总结



关系的完整性

本节目录 CONTENTS

- | 关系完整性的概述
- | 实体完整性
- | 参照完整性
- | 用户自定义完整性
- | 总结

关系的完整性 概述



关系完整性概述

为了维护关系数据库中数据与现实世界的一致性，对关系数据库的插入、删除和修改操作必须有一定的约束条件，这些约束条件实际上是现实世界的要求。任何关系在任何时刻都要满足这些语义约束。

◎ 三类完整性约束

01 实体完整性

◆ 必须满足的性质

02 参照完整性

◆ 必须满足的性质

03 用户自定义完整性

◆ 具体领域的语义约束

实体完整性



实体完整性的定义



实体完整性是指主码的值不能为空或部分为空。

关系模型中的一个元组对应一个实体，一个关系则对应一个实体集。



现实世界中的实体是可区分的，即它们具有某种唯一性标识。



与此对应的，关系模型中以主码来唯一标识元组。



不同学生实体



- ◆ 学生关系中的属性“学号”可以唯一标识一个元组，也可以唯一标识学生实体



理解实体完整性



如果主码中的值为空或部分为空？

则不能唯一标识元组及其相对应的实体。



存在不可区分的实体，从而与现实世界中的实体是可以区分的事实相矛盾。



实体完整性无法区分
不同学生实体



- ◆ 学生关系中的主码“学号”不能为空，选课关系中的主码“学号+课程号”不能部分为空。

参照完整性



参照完整性的定义



如果关系 R_2 的外码 X 与关系 R_1 的主码相符，则 X 的每个值或者等于 R_1 中主码的某一个值或者取空值。

学生关系 S 的“系别”属性与系别关系 D 的主码“系别”相对应，因此，学生关系 S 的“系别”属性是该关系 S 的外码，学生关系 S 是参照关系，系别关系 D 是被参照关系。

S (学生关系)

SNo 学号	SN 姓名	Sex 性别	Age 年龄	Dept 系别
S1	赵亦	女	17	计算机
S2	钱尔	男	18	信息
...				
S11	王威	男	19	

D (系别关系)

Dept 系别	Addr 地址
计算机	1 号楼
信息	1 号楼
自动化	2 号楼



系别



参照完整性举例



如果某个学生（如S11）“系别”取空值，则表示该学生尚未分配到任何一个系；否则，它只能取系别关系中某个元组的系别号值。

S（学生关系）

SNo 学号	SN 姓名	Sex 性别	Age 年龄	Dept 系别
S1	赵亦	女	17	计算机
S2	钱尔	男	18	信息
...				
S11	王威	男	19	

D（系别关系）

Dept 系别	Addr 地址
计算机	1 号楼
信息	1 号楼
自动化	2 号楼



系别

按照参照完整性规则，选课关系中的外码“学号”和“课程号”可以取空值或者取被参照关系中已存在的值。但选课关系中“学号”和“课程号”是主码，因此，两者不能为空。

用户自定义 完整性



用户自定义完整性的定义和举例



用户自定义完整性是针对某一具体关系数据库的约束条件，它反映某一具体应用所涉及的数据必须满足的语义要求。

成绩约束

Score!

- ◆ 规定成绩属性的取值范围在0 ~ 100之间。

年龄约束

- ◆ 规定年龄必须是正整数。

age.



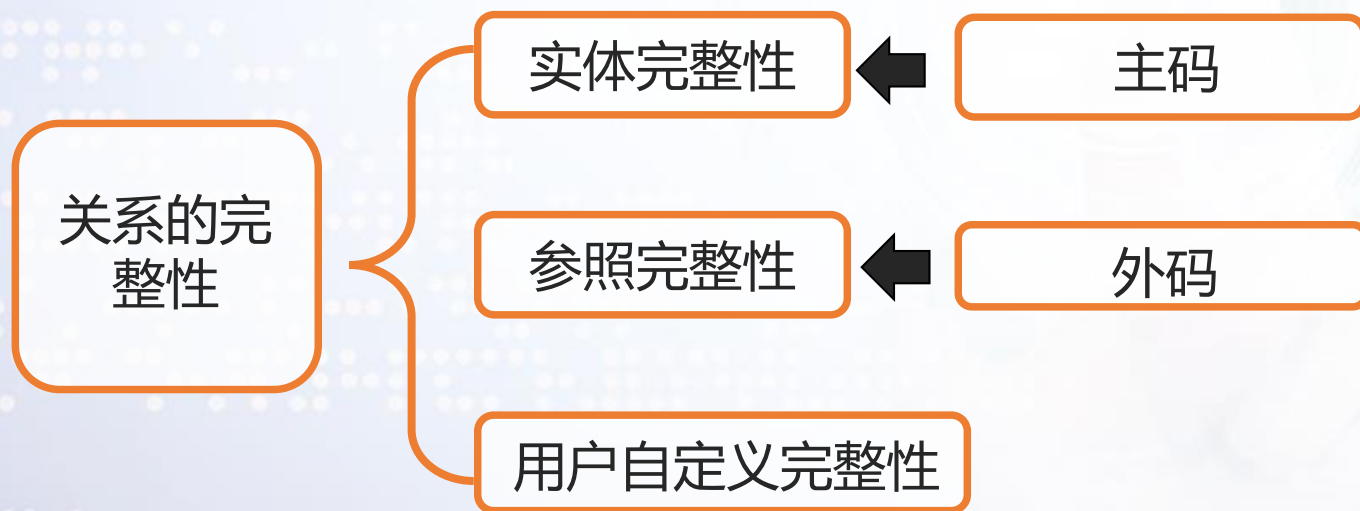
关系模型应该提供定义和检验这类完整性的机制，以使用统一的、系统的方法处理它们，而不要由应用程序承担这一功能。

总结



总结

◎ 知识点总结



北京林业大学

数据库原理与应用

关系代数



关系代数的分类及其运算符

- ◆ 关系代数是一种抽象的**查询语言**
- ◆ 关系代数的**运算对象与运算结果**都是关系
- ◆ 关系代数运算符

集合运算符

\cup
 $-$
 \cap
 \times

关系运算符

σ
 \bowtie
 \div

比较运算符

$>, \geq$
 $<, \leq$
 $=, \neq$

逻辑运算符

\wedge
 \vee
 \neg



关系代数的分类及其运算符

关系代数的运算按运算符的不同主要分为两类：

传统的集合运算

专门的关系运算



关系代数的分类及其运算符

传统的集合运算：

把关系看成元组的集合，以元组作为集合中元素来进行运算，其运算是从关系的“水平”方向即行的角度进行的。
包括并、差、交和广义笛卡尔积等运算。



关系代数的分类及其运算符

专门的关系运算：

不仅涉及行运算，也涉及列运算，这种运算是为数据库的应用而引进的特殊运算。

包括选取、投影、连接和除法等运算。



传统的集合运算

传统集合（除笛卡尔积）是典型的二目运算，因此，需要在两个关系中进行，两个关系 R 、 S ，若满足：



(1) 具有相同的度 n ;



(2) R 中第 i 个属性和 S 中第 i 个属性必须来自同一个域。（列同质）

则说关系 R 、 S 是相容的



传统的集合运算

并 (Union)

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$

差 (Difference)

$$R - S = \{t \mid t \in R \wedge \neg t \in S\}$$

交 (Intersection)

$$R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$$

广义笛卡尔积 (Extended Cartesian Product)

$$R \times S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S\}$$



传统的集合运算

如所示的两个关系 R 与 S 为相容关系，进一步计算为 R 与 S 的并， R 与 S 的交， R 与 S 的差以及 R 与 S 的广义笛卡尔积。

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cup S$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1
a2	b3	c2

(c)

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cap S$

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1

(d)

$$R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

R-S

A	B	C
a1	b1	c2

(e)

$$R-S = \{t \mid t \in R \wedge \neg t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \times S$

A	B	C	A	B	C
a1	b1	c1	a1	b1	c1
a1	b1	c1	a2	b2	c1
a1	b1	c1	a2	b3	c2
a1	b1	c2	a1	b1	c1
a1	b1	c2	a2	b2	c1
a1	b1	c2	a2	b3	c2
a2	b2	c1	a1	b1	c1
a2	b2	c1	a2	b2	c1
a2	b2	c1	a2	b3	c2

$$R \times S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S\}$$



传统的集合运算



应用：并运算：在学生表增加一条记录

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
.....			

U

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s007	赵新	1998-4-2



SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
s007	赵新	1998-4-2
.....			



传统的集合运算



应用：差运算：在学生表删除一条记录

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
s007	赵新	1998-4-2
.....			

-

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s007	赵新	1998-4-2



SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
.....			

总结



传统的关系运算



总结

传统的关系运算

相关概念

集合操作

笛卡尔积操作

专门的关系运算



专门的关系运算符

- ◆ 由于传统的集合运算，只是从行的角度进行，而要灵活地实现关系数据库多样的查询操作，必须引入专门的关系运算。
- ◆ 在讲专门的关系运算之前，为叙述上的方便先引入几个概念。

(1) 设关系模式为 $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ ，它的一个关系为 R ， $t \in R$ 表示 t 是 R 的一个元组， $t[A_i]$ 则表示元组 t 中相应于属性 A_i 的一个分量。



专门的关系运算符

(2) 若 $A = \{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$, 其中 $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}$ 是 A_1, A_2, \dots, A_n 中的一部分, 则 A 称为属性列或域列, \tilde{A} 则表示 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 中去掉 $\{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$ 后剩余的属性组。
 $t[A] = \{t[A_{i1}], t[A_{i2}], \dots, t[A_{ik}]\}$ 表示元组 t 在属性列 A 上诸分量的集合。



专门的关系运算符

(3) R 为 n 目关系, S 为 m 目关系, $tr \in R$,
 $ts \in S$, $tr \frown ts$ 称为元组的连接(concatenation),
它是一个 $n+m$ 列的元组, 前 n 个分量为 R 的一个
 n 元组, 后 m 个分量为 S 中的一个 m 元组。



专门的关系运算符

(4) 给定一个关系 $R(X, Z)$ ， X 和 Z 为属性组，定义当 $t[X]=x$ 时， x 在 R 中的象集(image set)，为 $Z_x = \{t[Z] | t \in R, t[X]=x\}$ ，它表示 R 中的属性组 X 上值为 x 的诸元组在 Z 上分量的集合。



专门的关系运算符

◎ 选取 (Selection)

F 为选取的条件

$$\sigma_F(R) = \{t \mid t \in R \wedge F(t) = \text{'真'}\}$$

[例] 查询计算机系的全体学生

$\sigma_{\text{Dept}=\text{'计算机'}}(S)$

SNo	SN	Sex	Age	Dept
S1	赵亦	女	17	计算机
S5	周武	男	19	计算机

从行的角度进行的运算

S (学生关系)

SNO	SN	Sex	Age	Dept
S1	赵亦	女	17	计算机
S2	钱尔	男	18	信息
S3	孙珊	女	20	信息
S4	李思	男	21	自动化
S5	周武	男	19	计算机
S6	吴丽	女	20	自动化



专门的关系运算符

[例] 查询工资高于1000元的男教师

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息

$\sigma_{(Sal>1000) \wedge (Sex='男')}(T)$

TNo	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机



专门的关系运算符

投影 (Projection)

A为R中的属性列

$$\Pi_A(R) = \{t[A] \mid t \in R\}$$

[例] 查询教师的姓名、教师号及其职称。

$\Pi_{TN, TNo, Prof}(T)$

TN	TNo	Prof
李力	T1	教授
王平	T2	讲师
刘伟	T3	讲师
张雪	T4	教授
张兰	T5	副教授

从行的角度
进行的运算

T
教
师
关
系

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息



专门的关系运算符

[例] 查询教师关系中有哪些系

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息

投影后不但减少了属性,元组也可以减少,新关系与原关系不相容。

$\Pi_{\text{Dept}}(T)$

Dept
计算机
信息
计算机
自动化
信息

Dept
计算机
信息
自动化



专门的关系运算符

[例] 查询讲授C5课程的教师号

TC(授课关系)

TNO	CN
T1	C1
T1	C4
T2	C5
T3	C1
T3	C5
T4	C2
T4	C3
T5	C5
T5	C7

► $\Pi_{TNO}(\sigma_{CN='C5'}(TC))$ ►

TNo
T2
T3
T5

选取运算和投影运算的组合操作

总结



专门的关系运算



总结

专门的关系运算

相关概念

选取操作

投影操作

④连接、自然连接和除法

本节目录 CONTENTS

- | ④连接
- | 自然连接
- | 举例说明
- | 除法
- | 总结

连接



◎ 连接的定义

- ◆ 设两个关系 R 和 S ，其中 R 中的属性可以进一步分解为属性集 Z 和 X ，即 $R = (Z, X)$ 。关系 S 可以进一步分解为属性集 W 和 Y ，即 $S = (W, Y)$ 。
- ◆ 关系 R 和 S 在连接属性 X 和 Y 上 θ 连接，就是在 R 和 S 的笛卡儿积中，选取 X 属性上的分量与 Y 属性列上的分量满足比较条件的那些元组。

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[X] \theta t_s[Y] \text{ 为真} \}$$

θ 连接是二目运算符，是从两个关系的笛卡儿积中选择满足条件的元组，组成新的关系。



连接

连接运算符

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[X]\theta t_s[Y] \text{为真}\}$$

θ 为算术比较运算符

=	等值连接
<	小于连接
>	大于连接

◆ 连接可以用选取运算和广义笛卡儿积运算表示：

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \sigma_{X\theta Y}(R \times S)$$

自然连接



自然连接

◎ 自然连接的定义

- ◆ 在等值连接的情况下，当连接属性 X 与 Y 具有相同属性组时，把在连接结果中重复的属性列去掉，即如果 R 和 S 具有相同的属性组 Y ，则自然连接可以记作：

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[Y] = t_s[Y]\}$$

举例说明



通过一个抽象的实例，理解 Θ 连接和自然连接

【例】设有如图 (a)、(b) 所示的两个关系 R 与 S ,

求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的大于连接 ($C > D$)

求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的等值连接 ($C = D$)

求 R 和 S 在属性 B 的等值连接 ($R.B = S.B$)

求 R 和 S 的自然连接

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

(a)

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

(b)



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的大于连接 ($C > D$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[C] > t_s[D]\}$$

大于连接($C > D$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a2	b3	6	b1	5
a2	b4	8	b1	5
a2	b4	8	b2	6
a2	b4	8	b3	7



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的等值连接 ($C=D$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[C] = t_s[D]\}$$

等值连接($C=D$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a2	b3	6	b2	6
a2	b4	8	b3	8



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 B 的等值连接 ($R.B=S.B$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[B] = t_s[B]\}$$

等值连接($R.B=S.B$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a1	b1	2	b1	5
a1	b2	4	b2	6
a2	b3	6	b3	7
a2	b3	6	b3	8



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 的自然连接

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[B] = t_s[B]\}$$

自然连接

A	B	C	D
a1	b1	2	5
a1	b2	4	6
a2	b3	6	7
a2	b3	6	8



①连接和自然连接区别及实际例子



等值连接与自然连接的区别

- ◆ 自然连接要求相等属性值的属性名相同，而等值连接不要求
- ◆ 自然连接是去掉重复列的等值连接

T (TNO, TN, Sex, Age, Prof, Sal, Comm, Dept)
C (CNO, CN, CT)
TC (TNO, CNO)

[例]查询讲授“数据库”课程的教师姓名。

$$\Pi_{TN} \left(\sigma_{CN='数据库'}(C) \bowtie TC \bowtie \Pi_{TNO, TN}(T) \right)$$

$$\text{或 } \Pi_{TN} \left(\Pi_{TNO} \left(\sigma_{CN='数据库'}(C) \bowtie TC \right) \bowtie \Pi_{TNO, TN}(T) \right)$$

除法



除法的定义



除法运算是二目运算，设有关系 $R(X, Y)$ 与关系 $S(Y, Z)$ ，其中 X, Y, Z 为属性集合， R 中的 Y 与 S 中的 Y 可以有不同的属性名，但对应属性必须出自相同的域。

关系 R 除以关系 S 所得的商是一个新关系 $P(X)$ ， P 是 R 中满足下列条件的元组在 X 上的投影：元组在 X 上分量值 x 的像集 Y_x 包含 S 在 Y 上投影的集合：

$$R \div S = \{t_r[X] \mid t_r \in R \wedge \Pi_y(S) \subseteq Y_x\}$$

其中， Y_x 为 x 在 R 中的像集， $x = t_r[X]$



除法的运算例子



举例说明

R

A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S

C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

本题中 $X=\{A, B\}=\{(a1,b2), (a2,b4), (a3,b5)\}$, $Y=\{C, D\}=\{(c3,d5), (c4,d6)\}$, $Z=\{F\}=\{f3,f4\}$ 。

元组在 X 上各个分量值的像集分别为： $(a1,b2)$ 的像集为 $\{(c3,d5), (c4,d6)\}$ ； $(a2,b4)$ 的像集为 $\{(c1,d3)\}$ ； $(a3,b5)$ 的像集为 $\{(c2,d8)\}$ 。



除法的运算例子



举例说明

R

A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S

C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在 X 上各个分量值的像集分别为：(a1,b2)的像集为{(c3,d5), (c4,d6)}；(a2,b4)的像集为{(c1,d3)}；(a3,b5)的像集为{(c2,d8)}。



S 在 Y 上的投影为{(c3,d5), (c4,d6)}。



除法的运算例子

举例说明

R			
A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S		
C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在X上各个分量值的像集分别为：
 $(a1, b2)$ 的像集为 $\{(c3, d5), (c4, d6)\}$;
 $(a2, b4)$ 的像集为 $\{(c1, d3)\}$;
 $(a3, b5)$ 的像集为 $\{(c2, d8)\}$ 。

$$R \div S = \{(a1, b2)\}$$

S在Y上的投影为 $\{(c3, d5), (c4, d6)\}$ 。



除法的运算例子



除法运算同时从行和列的角度进行运算，
适合于包含“全部”和“至少”之类的
短语的查询。

- ◆ 查询选修了全部课程的学生学号和姓名。
- ◆ $\Pi_{SNo, CNo}(SC) \div \Pi_{CNo}(C) \bowtie \Pi_{SNo, SN}(S)$
- ◆ 查询至少选修了C1课程和C3课程的学生学号。
- ◆ $\Pi_{Sno, Cno}(SC) \div \Pi_{CNo}(\sigma_{CNo='C1' \vee Cno='C3'}(C))$

总结



④连接、自然连接、除法



总结



除法

◆ 适用于内容中包含全部、至少等查询

北京林业大学

数据库原理与应用

元组关系演算

本节目录 CONTENTS

- | 定义
- | 元组关系演算与关系代数的关系
- | 举例说明
- | 总结

定义



定义

元组关系演算中，以元组为单位，通过谓词公式约束所要查找元组的条件，可以表示为：

$$\{t \mid \varphi(t)\}$$

其中：t为元组变量，即查询的目， φ 称为元组演算的谓词公式，即查询的条件。

$\{t \mid \varphi(t)\}$ 表示使 $\varphi(t)$ 为真的元组 t 的集合。



$\varphi(t)$ 可以通过原子公式、约束变量、自由变量、运算符构成

原子公式分3类：

$R(t)$ ： R 为关系名，表示 t 是 R 中的元组。

$t[i]\theta u[j]$ ：表示“元组 t 的第 i 个分量与元组 u 的第 j 个分量进行比较运算 θ ”，如 $t[2] < u[3]$ 。

$t[i]\theta C$ ：表示“元组 t 的第 i 个分量与常量 C 进行比较运算 θ ”，如 $t[3] > 5$ 。



$\varphi(t)$ 约束变量与自由变量

若元组演算公式中的一个元组变量前有“全称量词”和“存在量词”，则称该变量为约束元组变量，否则称自由元组变量。

在公式 $(\exists t) \varphi(t)$ 和 $(\forall t) \varphi(t)$ 中， φ 称为是量词的辖域。 t 出现在 $(\forall t)$ 或 $(\exists t)$ 的辖域内， t 为约束元组变量，被量词所绑定。任何没有以这种方法显示绑定的变量都称为自由变量。



任意 $\varphi(t)$ 的递归定义



原子公式是公式



设 $\varphi_1(t_1)$ 和 $\varphi_2(t_2)$ 是公式, 则 $\neg \varphi_1(t_1)$, $\varphi_1(t_1) \wedge \varphi_2(t_2)$, $\varphi_1(t_1) \vee \varphi_2(t_2)$ 也是公式



设 $\varphi(t)$ 是公式, t 是 $\varphi(t)$ 中的元组变量, 则 $(\exists t) \varphi(t)$, $(\forall t) \varphi(t)$ 也是公式



有限次使用上述规则得到的式子都是公式



$\varphi(t)$ 中运算符的优先级



公式运算符

- ◆ 算术比较符: $<, >, \leq, \geq, \neq, =$
- ◆ 存在量词 \exists 和全称量词 \forall
- ◆ 逻辑运算符: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

高
↓
低

元组关系演算 与关系代数的 关系



元组关系演算与关系代数的关系

并操作

<i>R</i>		
A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

<i>S</i>		
A	B	C
d	a	f
b	g	a

<i>R ∪ S</i>		
A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d
b	g	a

$$\{ t \mid R(t) \vee S(t) \}$$



元组关系演算与关系代数的关系

差操作

<i>R</i>		
A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

<i>S</i>		
A	B	C
b	g	a
d	a	f

<i>R-S</i>		
A	B	C
a	b	c
c	b	d

$$\{ t \mid R(t) \wedge \neg S(t) \}$$



元组关系演算与关系代数的关系

选择操作

R

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

$\sigma_{B='b'}(R)$

A	B	C
a	b	c
c	b	d

$$\{ t \mid R(t) \wedge F \}$$

F表示B='b'



元组关系演算与关系代数的关系

投影操作

R

A	B	C
a	b	c
d	a	f
c	b	d

$\Pi_{A,C}(R)$

A	C
a	c
d	f
c	d

$$\{t^{(2)} | (\exists u) (R(u) \wedge t[1]=u[1] \wedge t[2]=u[3])\}$$



元组关系演算与关系代数的关系

笛卡儿积操作

R

A	B	C
a1	b1	C1
a1	b2	C3

S

D	E
b1	c1
b1	c1
b2	c2

RxS

A	B	C	D	E
a1	b1	c1	b1	c1
a1	b1	c1	b1	c1
a1	b1	c1	b2	c2
a1	b2	c3	b1	c1
a1	b2	c3	b1	c1
a1	b2	c3	b2	c2

$$\{t^{(5)} \mid (\exists u)(\exists v) (R(u) \wedge S(v) \wedge t[1]=u[1] \wedge t[2]=u[2] \\ \wedge t[3]=u[3] \wedge t[4]=v[1] \wedge t[5]=v[2])\}$$

举例说明



元组关系演算举例说明



例:使用教学数据库进行元组关系演算



学生关系: S (学号、姓名、性别、年龄)



课程关系: C (课程号、课程名、先修课程号)



选课关系: SC (学号、课程号、成绩)



元组关系演算举例说明

学生关系： S (学号、姓名、性别、年龄)

课程关系： C (课程号、课程名、先修课程号)

选课关系： SC (学号、课程号、成绩)

查询学生年龄大于等于20岁的学生姓名

$\{ t^{(1)} \mid (\exists u)(S(u) \wedge u[4] \geq 20 \wedge t[1]=u[2]) \}$

学号	姓名	性别	年龄
S1	王小艳	女	18
S2	李明	男	20
S3	司马南	男	18
S4	李昕	女	19
S5	成功	男	21



元组关系演算举例说明

学生关系: S (学号、姓名、性别、年龄)

课程关系: C (课程号、课程名、先修课程号)

选课关系: SC (学号、课程号、成绩)

查询选修了课程名为“操作系统”课程的所有学生的姓名

$$\{t^{(1)} \mid (\exists u)(\exists v)(\exists w) (S(u) \wedge SC(v) \wedge C(w) \wedge w[2] = \text{'操作系统'} \\ \wedge v[2] = w[1] \wedge u[1] = v[1] \wedge t[1] = u[2])\}$$

$$\{t^{(1)} \mid (\exists u)(\exists v)(\exists w) (S(u) \wedge SC(v) \wedge C(w) \wedge w[2] = \text{'操作系统'} \\ \wedge v[2] = w[1] \wedge u[1] = v[1] \wedge t[1] = u[2]) \}$$

$S(u)$	学号	姓名	性别	年龄
u	S1	王小艳	女	18
	S2	李明	男	20
	S3	司马南	男	18
	S4	李昕	女	19
	S5	成功	男	21

$SC(v)$	学号	课程号	成绩
	S1	C1	98
	S1	C4	78
	S2	C2	88
	S1	C2	98
	S1	C3	89

用 Q 表示

$$(\exists u)(S(u) \wedge u[1] = v[1] \wedge Q) \quad (\exists v)(SC(v) \wedge v[2] = w[1] \wedge P)$$

用 P 表示

$C(w)$	课程号	课程名	先修课程号
	C1	数据库	C2
w	C2	操作系统	C1
	C3	数据结构	C1
	C4	微机原理	C3

$$(\exists w)(C(w) \wedge w[2] = \text{'操作系统'})$$



使用元组关系演算实现查询的注意事项

语句形式化过程需要注意如下问题

- ◆ 准确地从查询语句中提取谓词，即元组变量和元组分量所满足的谓词条件。
- ◆ 涉及某个关系上的全部个体或某个个体时，使用限于该关系的“限定谓词”。
- ◆ 准确确定量词和量词的辖域，当辖域中多于一个谓词时必须注意括号的使用。

总结



总结



域关系演算

本节目录 CONTENTS

- | 定义
- | 域关系演算举例
- | 域关系演算语言
- | 总结

定义



域关系演算的定义

定义 以元组中的域为单位，按照谓词公式所约束的条件查询所需的元组，表示为：

$$\{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \mid R(x_1, x_2, \dots, x_n) \}$$

其中 x_1, x_2, \dots, x_n 代表域变量，即元组的分量， R 代表由原子构成的公式。

R 的定义如元组关系演算，同样是反复由原子公式、自由变量、约束变量和运算符构成。

域关系演算举例



域关系演算举例



学生关系: S (学号、姓名、性别、年龄)
课程关系: C (课程号、课程名、先修课程号)
选课关系: SC (学号、课程号、成绩)

查询学生年龄大于等于20岁的学生姓名, 学号, 性别和年龄

$\{ \langle \text{姓名}, \text{学号}, \text{性别}, \text{年龄} \rangle \mid (\langle \text{姓名}, \text{学号}, \text{性别}, \text{年龄} \rangle \in S \wedge \text{年龄} \geq 20) \}$



域关系演算举例

学号	姓名	性别	年龄
S1	王小艳	女	18
S2	李明	男	20
S3	司马南	男	18
S4	李昕	女	19
S5	成功	男	21

u



域关系演算举例



学生关系: S (学号、姓名、性别、年龄)
课程关系: C (课程号、课程名、先修课程号)
选课关系: SC (学号、课程号、成绩)

查询学生年龄大于等于20岁的学生姓名

$\{ \langle \text{姓名} \rangle \mid \exists \text{学号, 性别, 年龄} (\langle \text{姓名}, \text{学号}, \text{性别}, \text{年龄} \rangle \in S \wedge \text{年龄} \geq 20) \}$



域关系演算举例

学号	姓名	性别	年龄
S1	王小艳	女	18
S2	李明	男	20
S3	司马南	男	18
S4	李昕	女	19
S5	成功	男	21

\cup

域关系演算语言



域关系演算语言

QBE (Query By Example)

它是一种高度的非过程化，基于屏幕表格的查询语言。

用户通过填写表格，并给出查询事例的方式获取结果。

给出的查询事例是域变量。



域关系演算语言

QBE使用的表格形式

关系名	属性1	...	属性n
操作命令	属性值或查询条件	...	属性值或查询条件

P. (打印或显示)
U. (修改)
I. (插入)
D. (删除)



域关系演算语言

QBE使用步骤

1.出现空白表格，用户在第一行的最左边栏中填写关系名

Student			

2.显示该关系的属性名

Student	Sno	...	Sdept

3.用户在表格上构造查询需要

Student	Sno	...	Sdept
	P.0001		计算机



域关系演算语言

通过例子学习QBE语言

QBE语言例子：全表查询和单表条件查询
显示全部学生信息

S	SNO	...	Dept
P		...	

查询年龄大于18岁的女学生姓名

S	SN	SEX	...	Age
	P.赵亦	=‘女’	...	>18

需要同时满足的条件写在一行中。



域关系演算语言

通过例子学习QBE语言

QBE语言例子：全表查询和单表条件查询

查询年龄大于18岁或者女学生的姓名

S	SN	SEX	Age
	P.赵亦	=‘女’	
	P.钱尔		>18

或关系的条件写在两行中。



域关系演算语言

通过例子学习QBE语言

QBE语言例子：全表查询和单表条件查询
查询选修C1课程的学生姓名

SC	SNO	CNO	...
	<u>S1</u>	C1	

S	SNO	SN	Dept
	<u>S1</u>	P.赵亦	

在进行多表查询的连接过程中，需要给出相同例子的域变量。



域关系演算语言

QBE语言例子

把刘伟教师转到信息系

QBE语言修改

T	TN	SEX	DEPT
U	刘伟		信息

在SC表中插入一条记录

QBE语言插入

SC	SNO	CNO	SCORE
I.	S6	C1	



域关系演算语言

QBE语言例子

删除S1同学选修的C1课程信息

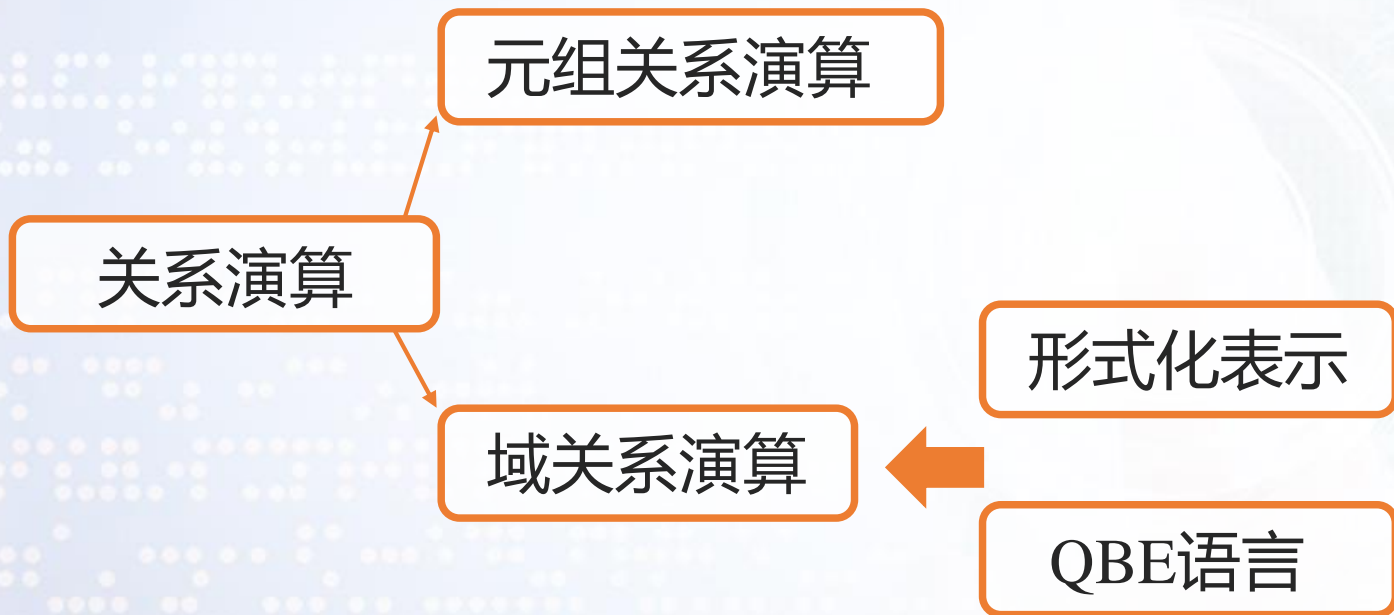
SC	SNO	CNO	SCORE
D.	<u>S1</u>	C1	

QBE语言删除

总结



总结



$$\{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \mid R(x_1, x_2, \dots, x_n) \}$$