

条件异方差模型

1、ARCH 模型

①回归模型: $Y_t = X_t' \beta + \varepsilon_t$

②方差模型: $\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \varepsilon_{t-q}^2 + \eta_t, E\eta_t = 0, D\eta_t = \lambda^2$

或 $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t \quad h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \varepsilon_{t-q}^2, E v_t = 0, D v_t = 1$

③保证过程平稳条件: $\alpha_0 > 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$

④序列 ARCH 效应检验: $H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \cdots = \alpha_q = 0$

⑤检验统计量: $LM = nR^2 \sim \chi^2(q)$ 若 $LM > \chi^2_\alpha(q)$, 存在 ARCH 效应

2、GARCH 模型

① 方差模型

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \varepsilon_{t-q}^2 + \theta_1 h_{t-1} + \cdots + \theta_p h_{t-p} = \alpha_0 + \alpha(B) \varepsilon_t^2 + \theta(B) h_t$$

② 平稳性条件: $\alpha(B) + \theta(B) < 1$

③ GARCH 模型的阶 q 远比 ARCH 模型中的阶 q 小, 一般地, GARCH(1,1)就能描述大量的金融时间序列数据。

3、ARCH—M 模型

回归模型: $Y_t = X_t' \beta + r h_t + \varepsilon_t$

方差模型: $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ 称为 ARCH—M (q) 模型。

$$h_t = \alpha_0 + \alpha(B) \varepsilon_t^2 + \theta(B) h_t \text{ 称为 ARCH—M (p,q) 模型。}$$

①增加一项 h_t 表投资回报率与风险相联系。

②条件方差 h_t 代表期望风险的大小。

4、TARCH(Threshold ARCH)模型

方差模型: $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \varphi \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^p \theta_j h_{t-j}$

① d_t 是一个名义变量 $d_t = \begin{cases} 1 & \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases}$

② 股价上涨信息 ($\varepsilon_t > 0$) 和下跌信息 ($\varepsilon_t < 0$) 对条件方差的作用效果不同; 上涨时, $\varphi \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} = 0$, 影响用系数 $\sum_{i=1}^q \alpha_i$ 代表, 下跌时 $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \varphi$ 为代表; $\varphi \neq 0$ 时, 信息非对称, $\varphi > 0$ 时, 存在杠杆效应。

③ 输出结果中项 $(Resid < 0) * ARCH(1)$ 代表杠杆效应的估计值。

5、EGARCH 模型

方差模型: $\log(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \right| + \varphi_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \right) + \sum_{j=1}^p \theta_j \log(h_{t-j})$

① h_t 非负且杠杆效应是指数型的;

② $\varphi \neq 0$ 信息非对称;

③ $\varphi < 0$ 杠杆效应显著;

④ 输出 $RES/SQR[GARCH(i)]$ 表示杠杆效应 φ_i 的估计值, 输出 $|RES|/SQR[GARCH(i)]$ 表示 α_i 的估计值; $EGARCH(j)$ 表示 θ_j 的估计值。