

文章编号:1007-5429(2011)01-0074-05

需求和供应不确定下的选址研究

王国利, 胡丹丹, 杨 超
(华中科技大学 管理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 在需求不确定的同时, 考虑了由于意外事件导致设施失灵而造成的供应不确定性, 提出了这两个不确定因素下的设施选址模型。已知各个设施的失灵风险概率, 通过情景规划描述需求不确定性, 在保证供应系统的稳定性和鲁棒性不低于既定值的情况下, 使得运输费用和设施失灵不能提供服务时的风险费用之和最小, 提出了拉格朗日松弛算法, 并通过大量算例验证了算法的有效性。

关键词: 不确定; 选址; 启发式算法; 设施失灵

中图分类号: O202 **文献标识码:** A

Location Problem with Uncertain Demands and Supplies

WANG Guo-li, HU Dan-dan, YANG Chao

(School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: With consideration of demand uncertainty, supply uncertainty with facility disruption caused by unexpected calamities is also considered, and facility location model with these two uncertainty factors is proposed. The probability of facility disruption is known, and demand uncertainty is described by different scenarios. With constraints of reliability and robustness of supply system more than given value, the objective is to minimize the total cost of travel cost and risk cost of facility disruption. Lagrangian relaxation is applied to the model, and it is proved to be efficient through a large of examples.

Key words: uncertain; location; heuristic; facility disruption

1 引言

近年来供应不确定情况下的研究越来越受到关注。供应不确定包括设施失灵、生产不确定和提前期不确定三种情况。很多学者研究了生产不确定和提前期不确定的情况, Yano 和 Lee 研究了生产不确定的情况^[1], Cakanyildirim 和 Bookbinder 给出了提前期随机模型的综述^[2]。本文主要研究设施失灵情形下的供应不确定。随着近年来自然灾害的频繁发生, 人们越发感受到其带来的严重后果, 如雪灾、飓风、地震等, 当灾害来临时会影响设施的正常工作。

虽然设施失灵概率小, 但是一旦设施遭到破坏引起的后果往往非常严重。

设施失灵现象已经得到普遍的关注, Parlar 和 Berkin 最早将设施失灵的情况考虑到库存模型中^[3]。Qi 和 Shen 研究了供应不稳定情况下, 多级供应链采取的库存策略^[4]。Snyder 等人通过模拟, 研究了设施失灵与需求不确定时采取的决策^[5]。Chopra 等研究了设施失灵和生产不确定之间的关系, 研究表明研究整个供应系统的不确定时不能同时考虑这两类不确定, 因为这样产生的结果只会遵从生产不确定性的结果^[6]。Tomlin 研究了如何缓解设施失灵带来的损失^[7]。此外, 有部分文章将设

收稿日期: 2010-05-25; 修回日期: 2010-07-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70871044); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-06-0653)

作者简介: 王国利(1964-), 男, 河南武陟人, 博士研究生, 主要研究方向为网络优化、科学决策等。

设施失灵与选址模型结合在一起。Snyder 和 Daskin^[8]将设施失灵引入了 p 中位选址模型和无容量限制的固定费用选址模型,研究表明通过增加一定费用,就可以大幅提高设施的稳定性,能有效避免设施失灵带来的风险。Berman 等^[9]研究了设施失灵概率不同的情况,结果表明随着设施失灵风险增加,设施的选址点会更加集中甚至会选择相同的地址。

目前不确定选址研究基本只考虑了单方面的不确定,即供应不确定或是需求不确定。本文同时考虑了供应不确定和需求不确定的两种情况,研究了在这两种情况下的选址问题,其中供应不确定是由设施失灵造成的。当选择的设施增加时,会增加供应的不稳定性,在供应链中,生产商往往只选择少量的供应商。如果选择的设施较少,又会增加日常的运输费用,如何在这两方面取得平衡,是本文所要研究的。由于是多个设施的选址,该问题是 NP 困难问题,本文给出了拉格朗日松弛算法。

2 问题阐述

本文给出以下假设。不考虑设施失灵时还能够提供部分服务的情况,即设施提供全部服务或不提供服务这两种情况;假设各个设施之间是相互独立的,同一个时间只有一个设施失灵的情况;当某个设施失灵时,供应商需承担较高的缺货费用,由惩罚系数表示。

本文通过不同的情景来描述需求的不确定性,为了保证在不同情景下,费用都能保持较低,引入鲁棒系数。表示所允许的相对最大后悔值,的定义如下: X 是所有情景 $s(s \in S)$ 下的可行解, $Z_s(X)$ 表示在情景 s 下解集 X 的期望费用,若 $Z_s(X) \leq (1 + \alpha) Z_s^*$, 则称 X 是 α -鲁棒的解集^[10]。

当建立设施数目较多时,运输费用就会降低,但是整个供应系统的稳定性也会降低,供应系统面临的设施失灵风险就会增加。系统的稳定性取决于由各个设施的可靠性,系统稳定性表示为 $p_j^{(11)}$, p_j 表示在设施 j 的可靠性。设施的可靠性受到该地区可能发生的自然灾害情况的影响,在我国每年都有一定规律的可预测的自然灾害,如东南沿海地区的台风,同时也包括无法预料到的灾害发生的可能性,如雪灾、火灾、地震等,除了以上的客观原因之外,当然还包括一些主观原因,如该地区的供应商的信用等。

首先给出供应和需求不确定情况下的选址模型

中的参数定义。 I 表示需求点集合,由下标 i 表示。 J 表示候选设施的位置的集合,由下标 j 表示。 S 为情景集合,由下标 s 表示,情景 s 发生的概率为 q_s ,需求点 i 在情景 s 下的需求量为 a_{is} 。 w 表示运输费用所占总费用的权重。 d_{ij} 表示需求点 i 与设施 j 之间的最短距离。 C 为惩罚系数,表示设施失灵时,供应商承担的单位损失费用。 p_j 为设施 j 的可靠性,表示在预期的一段时间内,设施 j 能够正常提供服务的概率。 R 表示供应系统要求达到的稳定性。为鲁棒系数。 Z_s^* 表示情景 s 下最优目标值。当 j 点建设设施时, $x_j = 1$, 否则, $x_j = 0$; 在情景 s 下如果设施 j 为需求点 i 提供服务, $y_{ijs} = 1$, 否则, $y_{ijs} = 0$ 。

根据以上的说明,同时考虑需求和供应不确定情况下的选址模型如下(UDSLP)。

$$\min Z = \sum_s q_s \left(w \sum_i \sum_j a_{is} y_{ijs} d_{ij} + (1 - w) \sum_j C_j (1 - p_j) \sum_i a_{is} y_{ijs} \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } p_j^{x_j} \geq R \quad (2)$$

$$y_{ijs} = 1 \quad i \in I, s \in S \quad (3)$$

$$y_{ijs} = x_j \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (4)$$

$$w \sum_i \sum_j a_{is} y_{ijs} d_{ij} + (1 - w) \sum_j C_j (1 - p_j) \leq (1 + \alpha) Z_s^* \quad s \in S \quad (5)$$

$$x_j, y_{ijs} \in \{0, 1\} \quad i \in I, j \in J, s \in S \quad (6)$$

目标函数(1)表示期望费用最小,包括运输费用和设施失灵不能提供服务时的风险费用;约束条件(2)表示整个供应系统所要求达到的稳定性;约束条件(3)表示每个需求点只能由一个设施提供服务;约束条件(4)表示每个需求点只能由已选择的供应商提供服务;约束条件(5)表示的是供应系统要求达到的鲁棒性,在情景 s 下,系统的费用与最优费用之间的相对后悔值不超过 α ; 约束条件(6)表示的是 0-1 整数约束。

由于约束条件(2)不是线性表达式,将约束条件(2)做如下变换: $\sum_j x_j \ln(p_j) \geq \ln(R)$, 令 $m_j = -\ln(p_j)$, $j \in J$, $M = -\ln(R)$, 所以约束条件(2)变为如下线性表达式:

$$\sum_{j \in J} m_j x_j \geq M; \quad (7)$$

3 启发式算法

UDSLP 模型是从中位选址模型演变过来,由

于中位选址模型是 NP 困难问题,所以 UDSLP 也是 NP 困难问题。对于大规模的 UDSLP 问题,可以用启发式算法找到满意解。本文基于拉格朗日松弛算法和次梯度优化方法,结合 Greedy Drop 对 UDSLP 模型求解。由于更新对偶变量的步长是上下界之差与松弛约束条件左右两边差值的平方之和的比值,如果某个约束条件两边的差值过大,就会影响步长^[12],所以本文将约束条件(2)的等式两边都除以 M ,约束条件(5)两边都除以 $(1 +) Z_s^*$ 。

松弛约束条件式(2)、式(3)、式(5),得到原问题的拉格朗日对偶问题(D),如下所示:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \min_{X,Y} \quad & q_s (w_{ij} a_{is} y_{ijs} d_{ij} + (1 - w_{ij}) C_j (1 - p_j) a_{is} y_{ijs}) + (1 - w_{ij} m_j x_j / M) + \\ & u_{is} (1 - y_{ijs}) + v_s \cdot \\ & ((w_{ij} a_{is} y_{ijs} d_{ij} + (1 - w_{ij}) C_j (1 - p_j) a_{is} y_{ijs}) / ((1 +) Z_s^*) - 1) \end{aligned} \quad (8)$$

s.t. 约束条件式(4),式(6)

将式(8)转化如下:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \min_{X,Y} \quad & ((q_s + v_s / ((1 +) Z_s^*)) \cdot \\ & (w a_{is} d_{ij} + C_j (1 - w_{ij}) (1 - p_j) a_{is}) - u_{is}) y_{ijs} - \\ & \frac{m_j x_j}{M} + u_{is} + v_s \end{aligned} \quad (9)$$

令 $ij_s = (q_s + v_s / ((1 +) Z_s^*)) (w a_{is} d_{ij} + C_j (1 - w_{ij}) (1 - p_j) a_{is}) - u_{is}$, $K_j = - m_j / M + i_{is} s (0, ij_s)$, 如果 $K_j > 0$, $x_j = 0$, 否则 $x_j = 1$ 。如果 $K_j < 0$, 并且 $ij_s < 0$, $y_j = 1$, 否则 $y_j = 0$ 。当得出 X, Y 的值,已知各拉格朗日乘子,计算式(9)就可得出原问题下界。为书写方便,假设:

$$s = (w_{ij} a_{is} y_{ijs} d_{ij} + (1 - w_{ij}) C_j (1 - p_j) a_{is} y_{ijs}) / ((1 +) Z_s^*) - 1 \quad (10)$$

本文用次梯度优化来调整拉格朗日乘子的值,已知拉格朗日乘子的初始值为 $^0, \mu_{is}^0, v_s^0$ 。则接下来的拉格朗日乘子计算如下式所示。

$$\begin{aligned} ^{n+1} &= \max \left(0, ^n + t^n \left(1 - \frac{m_j x_j}{M} \right) \right); \\ u_{is}^{n+1} &= u_{is}^n + t^n \left(1 - y_{ijs} \right); \\ v_s^{n+1} &= \max \left(0, v_s^n + t^n r_s \right); \end{aligned} \quad (11)$$

$$t^n = \frac{^n (UB - L^n)}{\left(1 - \frac{m_j x_j}{M} \right)^2 + \left(1 - y_{ijs} \right)^2 + r_s^2} \quad (12)$$

UB 是已知的最小的上界, L^n 是第 n 次迭代计算得出的下界值, 0 是初始梯度,如果连续经过 l 次迭代,下界值没有增大, $^{n+1} = ^n / 2$ 。具体步骤如下。

步骤 1 $n = 0$ 。给定 $^0 = 0, \mu_{is}^0 = 0, v_s^0 = 0, UB = 0$ 。

步骤 2 $n = n + 1$, 按照以上方法求出 $^n, \mu_{is}^n, v_s^n, L^n$ 。

步骤 3 如果解 X, Y 满足约束条件式(2)、式(3)、式(5),则所得的解是原问题的可行解,为原问题目标值的上界值,即 UB ,此时所选择的地址集合为 J' 。如果所得的解不满足约束条件(3)时,则在每个情景 s 下,选择离需求点 i 最近的设施 j ($j \in J'$) 为其服务,令 $y_{ijs} = 1$,对于其他的设施, $y_{ijs} = 0$,如果求得的解满足约束条件(5),则更新 UB ,否则, UB 不变。如果所得的解不满足约束条件(2)时,即 $\sum_j m_j x_j > M$,则用 Greedy Drop 方法寻找满足条件的解,即在每一次迭代中,在已经选好的地址中找到点 j^* ,并删除 j^* 。在每个情景 s 下,将分配给 j^* 的需求重新分配给剩下的设施,使得增加的费用(目标值)最小,直到满足 $\sum_j m_j x_j \leq M$ 停止,如果求得的解满足约束条件(5),则更新 UB ,否则, UB 不变。

步骤 4 当满足以下任何一个条件时, $^n < ; n$ 达到迭代次数的最大值 N ; $(UB - \max(L^n)) / UB < ,$ 停止运算,否则,返回步骤 2。

由于求 Z_s^* 也是 NP 困难问题,所以本文也同样用拉格朗日启发式算法。具体步骤与以上步骤类似。

4 算例

用 Matlab7.0 编写拉格朗日启发式算法,拉格朗日启发式算法的迭代次数最大为 600,使用 TOSHIBA 卫星 L20 笔记本电脑, CPU 为主频 1.5 GHz 的 Celeron M 处理器, 448M 内存。由于约束条件(5), LP 问题不一定有解, Snyder 对 - 鲁棒性问题研究了能否找到可行解的问题^[12], 本文只对能用拉格朗日启发式算法找到可行解的算例进行分析。

假设有四个情景,在平面 $[0, 100] \times [0, 100]$ 中随机产生需求点,候选设施的位置是所有需求点的位置,可靠性 p_j 随机产生于区间 $(0, 1)$ 内。情景 s 下,需求点 i 的需求量服从 $(0, 50)$ 均匀分布。给定 $w = 0.8, = 0.2$,各情景发生的概率假设为 $q = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$ 。本文设计四组规模不同的算例

组,需求点数目分别为 20,50,100,200,其中每个规模有 6 个算例,由不同的 C 值和 R 值组成, $C=600,1000,1500,R=0.6,0.8$ 。由表 2 可看到,拉格朗日启发式算法上下界的相对误差最大为 0.906,一般情况下误差都在 5 % 以内。

表 1 拉格朗日松弛算法的运行参数

| | |
|-----------------------------|--------|
| 拉格朗日乘子的初始值 μ^0, ν_s^0 | 0 |
| 初始梯度 θ^0 | 2 |
| 改变梯度值的最大迭代次数 l | 4 |
| 最小梯度 | 0.0001 |
| 最大迭代次数 N | 300 |
| 上下界之差的最小相对值 | 0.03 |

表 2 拉格朗日启发式算法计算结果

| 点数 | R | C | 下界 | 上界 | 上下界的 相对误差 | CPU 运行时间(单位/s) |
|-----|-----|------|-------|-------|--------------|----------------|
| 20 | 0.6 | 600 | 10698 | 10974 | 0.0251 | 0.5156 |
| 20 | 0.6 | 1000 | 15324 | 15638 | 0.0201 | 1.5625 |
| 20 | 0.6 | 1500 | 11794 | 12131 | 0.0278 | 1.1094 |
| 20 | 0.8 | 600 | 11522 | 11843 | 0.0271 | 1.0313 |
| 20 | 0.8 | 1000 | 19734 | 20819 | 0.0521 | 2.2969 |
| 20 | 0.8 | 1500 | 18921 | 19466 | 0.0280 | 2.4531 |
| 50 | 0.6 | 600 | 30110 | 30928 | 0.0264 | 12.9219 |
| 50 | 0.6 | 1000 | 29062 | 30499 | 0.0294 | 29.7656 |
| 50 | 0.6 | 1500 | 28378 | 28901 | 0.0181 | 29.2188 |
| 50 | 0.8 | 600 | 16524 | 17046 | 0.0306 | 21.2344 |
| 50 | 0.8 | 1000 | 29210 | 30037 | 0.0275 | 12.5938 |
| 50 | 0.8 | 1500 | 30419 | 31123 | 0.0266 | 7.0000 |
| 80 | 0.6 | 600 | 31505 | 32126 | 0.0193 | 354.4375 |
| 80 | 0.6 | 1000 | 43510 | 44845 | 0.0298 | 337.4375 |
| 80 | 0.6 | 1500 | 69713 | 71833 | 0.0295 | 303.0625 |
| 80 | 0.8 | 600 | 41488 | 42476 | 0.0233 | 373.4844 |
| 80 | 0.8 | 1000 | 32711 | 33643 | 0.0277 | 152.2188 |
| 80 | 0.8 | 1500 | 56848 | 58447 | 0.0274 | 318.7968 |
| 100 | 0.6 | 600 | 36314 | 37329 | 0.0272 | 1070.4 |
| 100 | 0.6 | 1000 | 42913 | 44090 | 0.0267 | 1830.2 |
| 100 | 0.6 | 1500 | 62575 | 64386 | 0.0281 | 2854.4 |
| 100 | 0.8 | 600 | 43604 | 44919 | 0.0293 | 2197.9 |
| 100 | 0.8 | 1000 | 42689 | 43964 | 0.0290 | 910.2656 |
| 100 | 0.8 | 1500 | 40648 | 41720 | 0.0257 | 1575.5 |

Snyder 等人^[12]研究了需求不确定时的情况,本文重点分析当供应不确定时的选址问题。给定 $C=1000,w=0.8, \alpha=0.2,q=(1/4,1/4,1/4,1/4)$,随机产生了一个具有 20 个需求点的算例,对该例子进行分析。当设施失灵情况下的惩罚费用不同时,决策结果也不同。当 C 增大时,一旦设施无法提供服务时,承担的风险费用将会增大。为避免风险带来

的巨大损失,决策者将会更倾向于选择可靠的地址,这使得平日的运输费用增大,总的期望费用也增加。如图 1 所示。

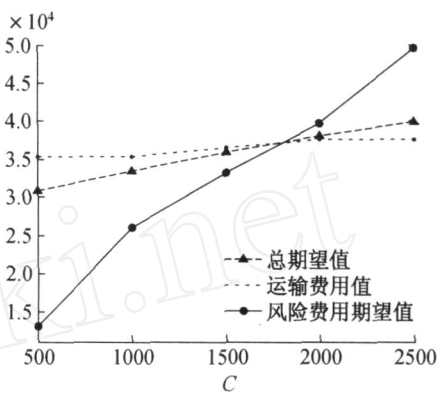


图 1 C 值不同时的结果

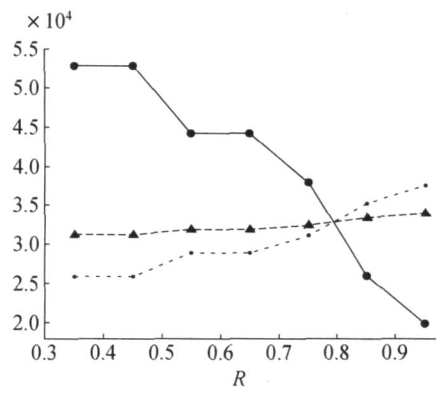


图 2 R 值不同时的结果

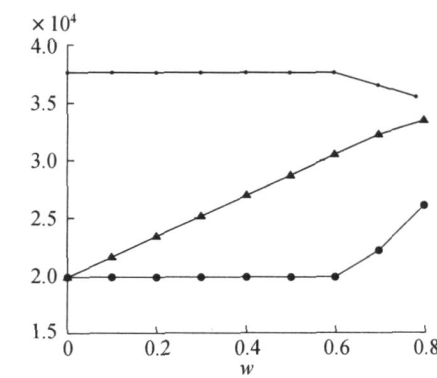


图 3 w 值不同时的结果

当整个供应系统要求达到的稳定性不同时,结果将会不同。当稳定性要求增加时,即 R 增大时,运输费用增大,设施失灵的风险费用大幅下降,由 50000 以上下降到 20000 以下,总的期望费用略有增加,如图 2 所示。由表 2 可知,供应系统稳定性要求高时的运算时间相对于稳定性要求低时的时间要长。

当选择地址时,决策者对平日的运输费用和万

一发生的风险费用考虑的偏重不同时,结果也会不同。当 w 增加时,即运输费用的权重减小,风险费用所占的权重增加时,总的期望费用增加。当决策者更倾向于减小平日的运输费用,当 w 超过 0.6 时,风险费用增加,运输费用减小。如图 3 所示。

5 结论

本文研究了在供应和需求不确定情况下的选址问题,通过不同的情景来表示需求的不确定,通过设施失灵现象来描述供应不确定性,本文建立模型,在保证供应系统的稳定性和鲁棒性不低于既定值的情况下,使总费用最小。用拉格朗日松弛算法求解,取得了较好的结果。

在将来的工作中,可以考虑同时多个设施失灵、设施失灵时还能提供部分服务等情况,还可以考虑到库存策略与设施选址结合等更为复杂的情况。

参考文献:

- [1] Yano C A, Lee H A. Lot sizing with random yield: A review [J]. Operations Research, 1995, 43(2): 311-33.
- [2] Cakanyildirim M, Boelbinder J H. Random lead times and expedited orders in (Q, r) inventory systems [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 115: 300-313.
- [3] Parlar M, Berkin D. Future supply uncertainty in EOQ models [J]. Naval Research Logistics, 1991, 38: 107-121.
- [4] Qi L, Shen Z J. A supply chain design model with unreliable supply [J]. Naval Research Logistics, 2007, 54: 829-844.
- [5] Snyder L V, Shen Z M. Supply and demand uncertainty in multi-echelon supply chains [DB/OL]. (2006 - 9) [2011 - 1 - 21] <http://ieor.berkeley.edu/~shen/papers/paper38.pdf>.
- [6] Chopra S, Reanhardt G, Mohan U. The importance of decoupling recurrent and disruption risks in a supply chain [J]. Naval Research Logistics, 2007, 54(5): 544-555.
- [7] Tomlin B T. On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply chain disruption risks [J]. Management Science, 2006, 52(5): 639-657.
- [8] Snyder L V, Daskin M S. Reliability models for facility location: The expected failure cost case [J]. Transportation Science, 2005, 39(3): 400-416.
- [9] Berman O, Krass D, Menezes B C. Reliability issues, strategic co-location and centralization in m -median problems [J]. Operations Research, 2007, 55(2): 332-350.
- [10] Snyder L V, Daskin M S. Stochastic p -robust location problems [J]. IIE Transactions, 2006, 38: 871-985.
- [11] Bundschuh M, Klabjan D, Thurston D L. Modeling robust and reliable supply chains [DB/OL]. (2003 - 7 - 2) [2011 - 1 - 21] http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2003/07/679.pdf.
- [12] Nozick L K. The fixed charge facility location problem with coverage restrictions [J]. Transportation Research Part E, 2001, 37: 281-296.

(上接第 73 页)

$T^* = 183.48$ 时最小长期期望成本率为 $C_{\min}(W, T) = 25.126$ 。

4 结语

本文根据系统故障率和维护成本随年龄变化的规律,提出一个两阶段的周期替换模型。通过引入有酬更新过程,对 k -out-of- n :f 表决系统的故障发生规律进行了深入分析,得到使长期单位维护成本最小的预防维护策略。该模型尚未考虑失效部件对剩余部件产生的负载,在下一步研究中可以进一步探讨。

参考文献:

- [1] Cho D, Parlar M. A survey of maintenance models for multi-unit systems [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 51(1): 1-23.
- [2] Lai M, Yuan J. An optimal replacement period for a parallel system with single and multiple failures [J]. Commun Statist Stochastic Models, 1993, 9(1): 81-89.
- [3] Sheu Sheyhuei, Liou Chingtien. Optimal replacement of a k -out-of- n system subject to shocks [J]. Microelectronics and Reliability, 1992, 32: 649-655.
- [4] Sheu Sheyhuei, Chien Yuhung. Optimal age-replacement policy of a system subject to shocks with random lead-time [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 159: 132-144.
- [5] Chung Chiashin, Flynn J. Optimal replacement policies for k -out-of- n systems [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1989, 38(4): 462-467.
- [6] Ushakumari P, Krishnamoorthy A. k -out-of- n system with repair: the $\max(N, T)$ policy [J]. Performance Evaluation, 2004, 57: 221-234.
- [7] LI Bai. Circular Sequential k -out-of- n congestion system [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(3): 412-420.
- [8] Yuge T, Tamura N, Yanagi S. Optimal Replacement Policy for k -out-of- n systems with dependent component failure [J]. IEIC Technical Report (Institute of Electronics, Information and Communication Engineers), 2005, 105(187): 17-22.
- [9] Sheu S H, Chang T H. An optimal replacement period for a k -out-of- n :F system subject to shocks [J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32(5): 565-573.