数字电子技术

主讲人：覃爱娜

中南大学自动化学院

登陆：爱课程–中国大学MOOC，数字电子技术-中南大学

http://www.icourse163.org/course/CSU-1001907006

1.5 逻辑函数的公式化简法

一、逻辑函数的最简形式

$$Y = AB + \bar{A}C \quad \longrightarrow \text{与-或式}$$

$$= \overline{\overline{AB + \bar{A}C}}$$

$$= \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\bar{A}C}} \quad \longrightarrow \text{与非—与非式}$$

$$= \overline{(\bar{A} + \bar{B})(A + \bar{C})} \quad \longrightarrow \text{或—与非式}$$

$$= \overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{A + \bar{C}} \quad \longrightarrow \text{或非—或式}$$

$$Y=\overline{A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{C}}$$ 与或非式

$$=\overline{A\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\,\overline{C}}$$ 与非—与式

$$=(\overline{A}+B)(A+C)$$ 或—与式

$$=\overline{\overline{(\overline{A}+B)(A+C)}}$$

$$=\overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{A+C}}$$ 或非—或非式

最简与或式：乘积项最少，每项的因子最少

逻辑函数实现完备性：用与非门、或非门、与或非门独立地实现逻辑函数。

二、逻辑函数公式化简法

公式化简法就是反复利用逻辑代数的基本公式和定理消去逻辑函数中的多余乘积项和多余因子。

1.并项法 $AB + A\overline{B} = A$

$$A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C = A\overline{B}$$

$$AB\overline{C} + A\overline{B\overline{C}} = A$$

2. 吸收法 $A + AB = A$

$$\overline{B} + A\overline{B}D = \overline{B}$$

$$A\overline{B} + A\overline{B}CD(E + F) = A\overline{B}$$

合作 進取 求實 創新

3. 消项法 $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

$$AB+\overline{B}C+AC(D+E)$$
$$=AB+\overline{B}C$$

$$A\overline{B}+AC+ADE+\overline{C}D$$
$$=A\overline{B}+AC+\overline{C}D$$

4.消因子法 $A+\overline{A}\cdot B = A+B$

$$AB+\overline{A}+DE$$
$$=B+\overline{A}+DE$$

$$AB+\overline{A}C+\overline{B}C$$
$$=AB+C(\overline{A}+\overline{B})$$
$$=AB+C\overline{AB}$$
$$=AB+C$$

5.配项法 $A+\overline{A}=1$ $A+A=A$

$$ABC+\overline{A}BC+\overline{A}\,\overline{B}C$$

$$=ABC+\overline{A}BC+\overline{A}BC+\overline{A}\,\overline{B}C$$

$$=BC+\overline{A}C$$

1.6 逻辑函数的卡诺图化简法

一、逻辑函数卡诺图表示法

1. 什么是卡诺图？

将n变量的相邻最小项在几何位置上相邻地排列起来所组成的图形

$Y=F(A,B)$

Y

A \ B	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

$Y=F(A,B,C)$

Y $A \backslash BC$	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

$Y=F(A,B,C,D)$

Y: AB \ CD	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

2. 用卡诺图表示逻辑函数

例1:

$$Y = F(A,B,C,D) = \sum m(0,3,4,5,8,11,15)$$

Y AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	1	1	0	0
11	0	0	1	0
10	1	0	1	0

1）间接填入法

例2:

$$Y = F(A,B,C) = \overline{A}B + A\overline{B}\overline{C} + BC$$

$$= \overline{A}B(C+\overline{C}) + A\overline{B}\overline{C} + (A+\overline{A})BC$$

$$= \sum m(2,3,4,7)$$

Y

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

间接：逻辑函数都得先化为最小项之和的标准形式！

2）直接填入法（更常用）

例3: $Y = A\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + BD$

Y AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	1

直接：按照逻辑函数与-或式中每个乘积项（即留下的公因式）直接填入卡诺图中对应位置！

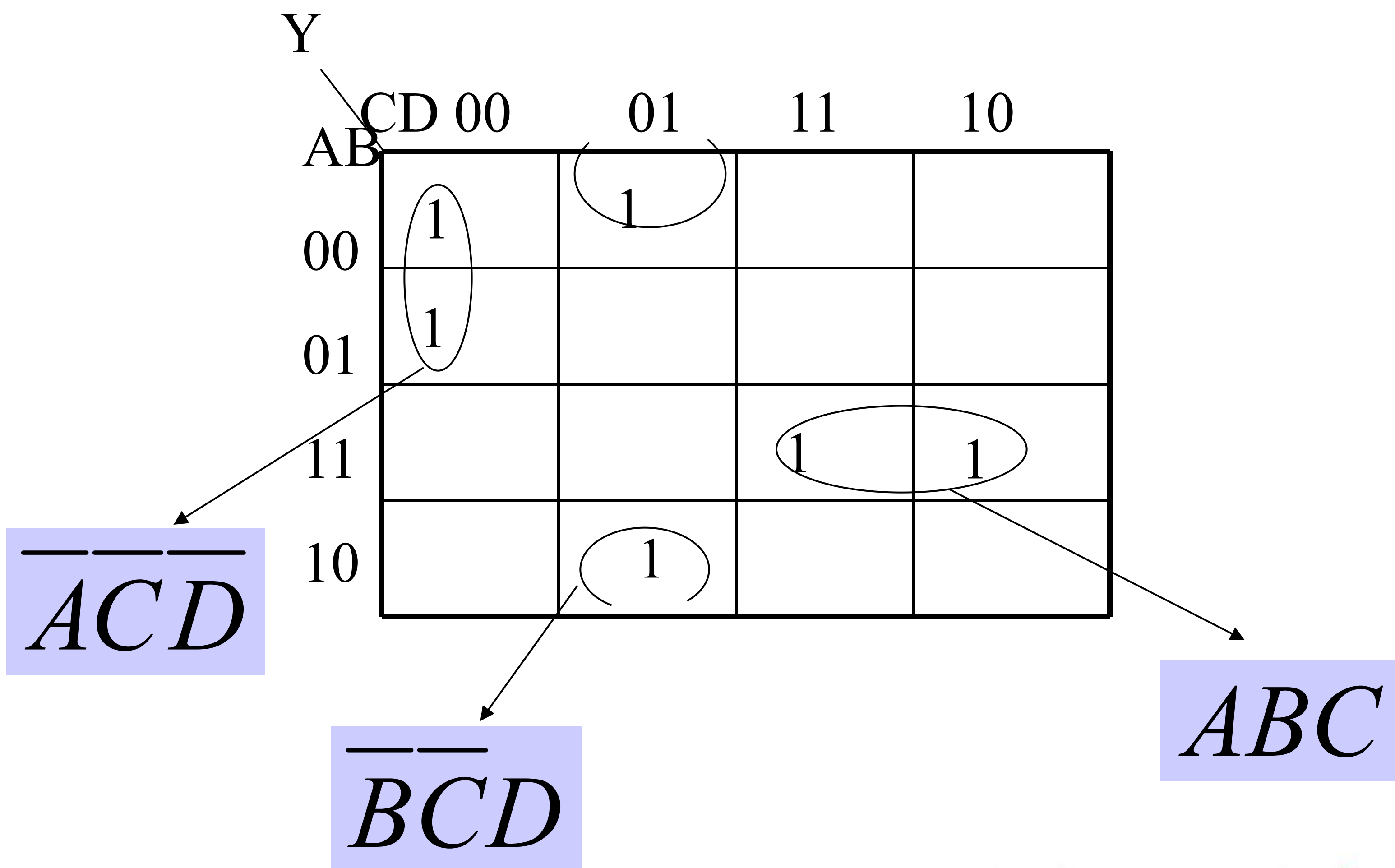
二、利用卡诺图化简逻辑函数

1. 原理依据

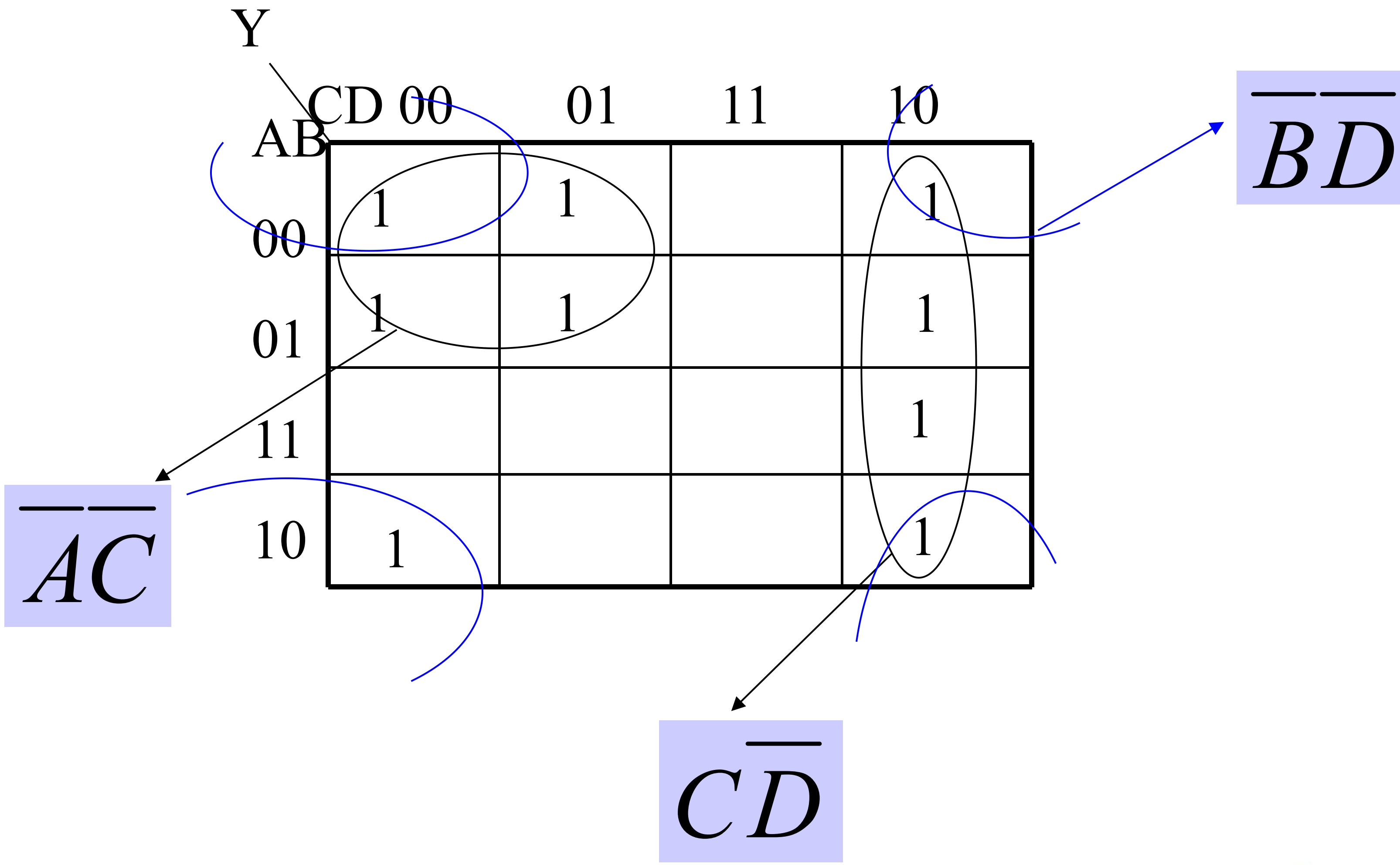
由于卡诺图几何位置相邻与逻辑相邻性一致，所以几何位置相邻的最小项可合并。

2. 基本原则

1）若两个最小项相邻，可合并为一项消去一对不同因子.



2）若四个最小项相邻，可合并为一项消去两对不同因子。



3）若八个最小项相邻，可合并为一项消去三对不同因子。

Y

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$\overline{C}$

A

3. 步骤：

1）画出对应逻辑函数的卡诺图

2）找出可以合并最小项的矩形组

3）将每个矩形组合并后留下的公因子分别写成乘积项

4）将这几个乘积项写成或式，有几个矩形组就有几个乘积项相或。

①矩形组数目最少，并包含所有的最小项

②矩形组中应尽量包含更多的最小项（2^n个）

③某矩形组中的最小项可以被另一矩形组重复运用，但必须包含新的最小项。

例: 化简 $Y = A\overline{B} + \overline{B}C + B\overline{C} + \overline{A}B$

Y

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

$A\overline{B}$

$\overline{A}C$

$B\overline{C}$

$$Y = A\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C}$$

$$Y = A\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B$$

注：逻辑函数包含较多最小项时，也可通过圈0的方法得到逻辑函数的$\overline{Y}$，进而得到逻辑函数的与或非式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$\overline{D}$

$\overline{Y} = \overline{A}D$

A

$Y = A + \overline{D}$

1.7　具有无关项的逻辑函数及其化简

1. 约束项：输入逻辑变量的取值不是任意的，对取值外加限制

2. 任意项：在某些输入变量的取值下，函数值为1，还是为0皆不影响电路的功能，这些取值等于1的最小项

3. 无关项：约束项、任意项统称无关项

4. 带无关项的逻辑函数及其表示

描述电机的状态:

可用A、B、C三个逻辑变量

A=1：表示电机正转，

A=0：表示电机不正转；

B=1：表示电机反转，

B=0：表示电机不反转；

C=1：表示电机停止，

C=0：表示电机转动；

$$\sum m(0,3,5,6,7)=0$$

约束条件

A	B	C	Y
0	0	0	×
0	0	1	√
0	1	0	√
0	1	1	×
1	0	0	√
1	0	1	×
1	1	0	×
1	1	1	×

5. 带无关项的逻辑函数的化简

例1： $Y = F(A,B,C,D) = \sum m(1,3,5,7,9)$

$$\sum m(10,11,12,13) = 0$$

Y

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	×	×	0	0
10	0	1	×	×

$\overline{A}D$

$\overline{B}D$

$$Y = \overline{A}D + \overline{B}D$$

例2：化简 $Y=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D+\overline{A}BCD+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

给定约束条件

$$\overline{A}\,\overline{B}CD+\overline{A}B\overline{C}D+AB\overline{C}\,\overline{D}+A\overline{B}\,\overline{C}D+ABCD+ABC\overline{D}+A\overline{B}C\overline{D}=0$$

Y

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	×	0
01	0	×	1	0
11	×	0	×	×
10	1	×	0	×

$\overline{A}D$

$A\overline{D}$

$Y=\overline{A}D+A\overline{D}$

1.8 逻辑函数的变换与实现

一、用与非门实现逻辑函数：

1. 将逻辑函数化为最简与或式

2. 对表达式二次取反

3. 化为与非-与非式

4. 画出逻辑图

推论:用与非门、或非门、与或非门

可独立地实现逻辑函数。

例1：用与非门实现逻辑函数

$$Y = F(A,B,C,D) = AB\overline{D} + AD + A\overline{C}D + AC$$

Y

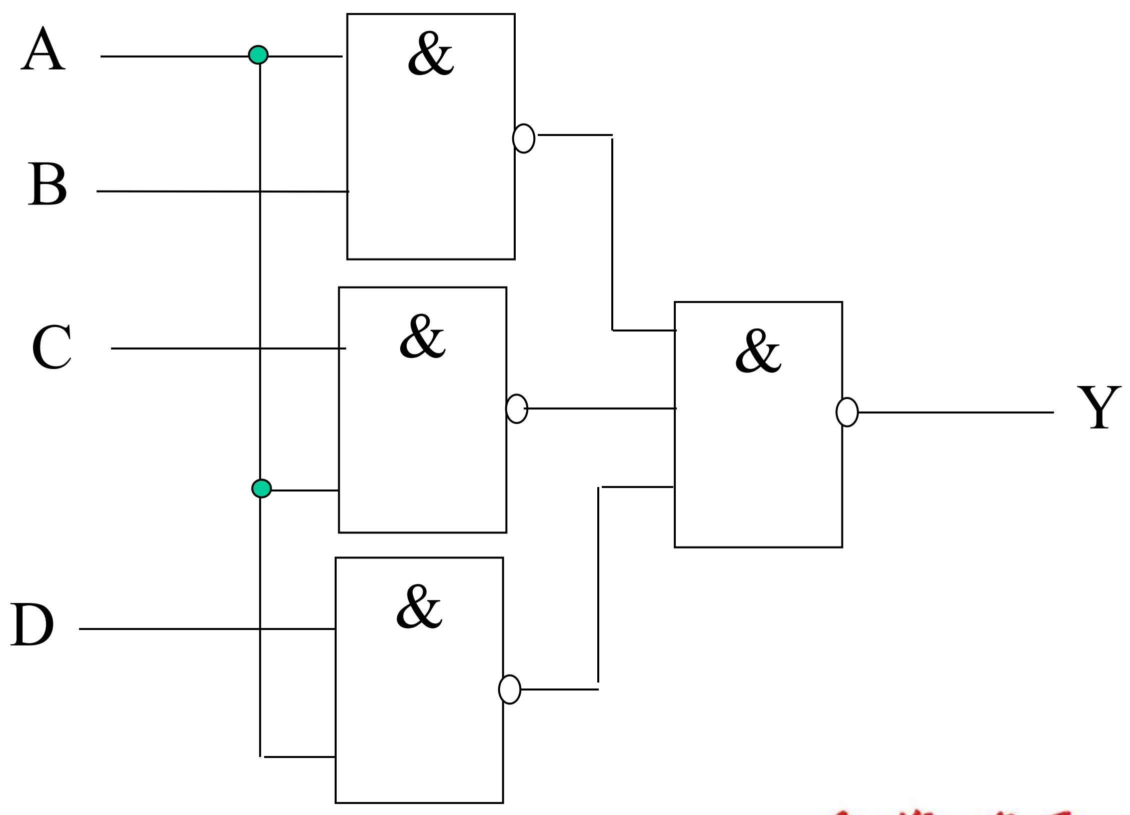
AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	1

Y=AB+AC+AD

$$Y=AB+AC+AD$$

$$=\overline{\overline{AB+AC+AD}}$$

$$=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}}$$



二、用或非门实现逻辑函数：

1. 将逻辑函数的反函数化为最简与或式
2. 将逻辑函数变为或与式
3. 对或与式二次取反
4. 化为或非-或非式
5. 画出逻辑图

例2：用或非门实现逻辑函数

$$Y=F(A,B,C,D)=\prod M(0,1,2,3,8,12)\cdot\prod d(4,5)$$

Y

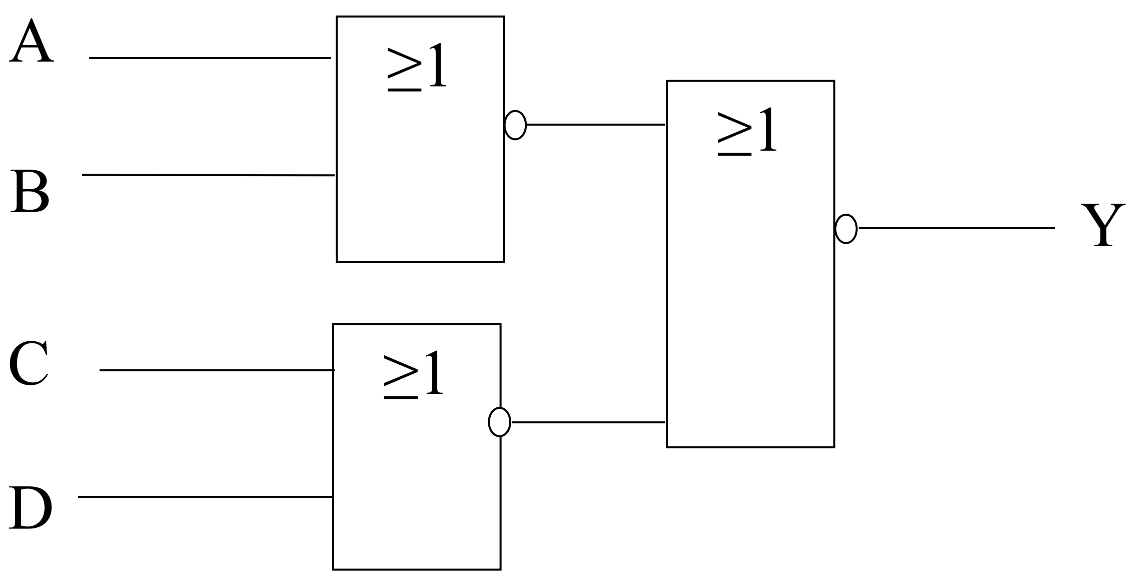
AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	×	×	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

$$\overline{Y}=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{C}\,\overline{D}$$

$$\overline{Y} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{D}$$

$$Y = \overline{\overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{D}} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}} \cdot \overline{\overline{C}\,\overline{D}} = (A+B)(C+D)$$

$$= \overline{\overline{(A+B)(C+D)}} = \overline{\overline{A+B} + \overline{C+D}}$$



三、用与或非门实现逻辑函数

方法：

1. 将逻辑函数的反函数化为最简与或式

2. 对与或式一次取反

3. 画出逻辑图

例3：用与或非门实现逻辑函数

$$Y = F(A,B,C,D) = \prod M(0,1,2,3,8,12) \cdot \prod d(4,5)$$

Y

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	×	×	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

$$\overline{Y} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{D}$$

Y=AD+AC+BC

$$\overline{Y} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{D}$$

$$Y = \overline{\overline{A}\,\overline{B} + \overline{C}\,\overline{D}}$$