有多种运输方式的供应链排序问题 *

王 磊 [1,2†] 王国庆 [2] 易余胤 [2]

摘要 考虑由一个制造商和多个客户组成的供应链系统. 每个客户有一个订单交给制造商加工, 每个订单都有一个强制交货期. 工厂采用承诺到货时间的发货方式, 目标是在满足客户强制交货期的情况下, 合理地安排订单的加工顺序, 以极小化总运输费用. 考虑了多种情况, 分别给出了相应的算法.

关键词 排序, 供应链, 运输方式, 承诺到货时间

中图分类号 O223

数学分类号 68B20, 90B35

Supply Chain Scheduling with Multiple Transportation Modes

WANG Lei[1,2†] WANG Guoqing[2] YI Yuyin[2]

Abstract This paper considers a make-to-order production-distribution system with one manufacturer and multiple customers. A set of orders with deadlines needs to be processed by the manufacturer and to be delivered to the customers upon completion. The manufacturer adopts a commit-to-delivery business mode. The problem is to find a joint schedule of order processing at the manufacturer and order delivery from the manufacturer to the customers that minimize the total distribution cost with deadline constraint. We study the solvability of multiple cases of the problem by providing efficient algorithms.

Keywords Scheduling, supply chain, transportation mode, commit-to-delivery

Chinese Library Classification O223

2010 Mathematics Subject Classification 68B20, 90B35

0 引 言

排序问题也称调度问题, 是在一定的生产加工约束条件下, 合理地安排工件在机器上的加工顺序, 从而使某一个或多个目标达到最优. 供应链是围绕核心企业, 通过对信息流、物流、资金流等的控制, 从采购原材料, 到中间产品 (服务) 、最终产品 (服务) , 最后由销售网络把产品 (服务) 送到客户, 是供应商, 制造商, 分销商, 零售商, 直到顾

收稿日期: 2011 年 3 月 11 日.

* 基金项目: 教育部人文社科项目 (09YJC630102)

1. 曲阜师范大学管理学院, 山东日照 276826; School of Management, Qufu Normal University, Rizhao Shandong 276826, China

2. 暨南大学管理学院, 广州 510632; Department of Business Administration, Jinan University, Guangzhou 510632, China

† 通讯作者 Corresponding author

客形成的网链结构．产品的生产与配送是供应链中的关键两步．最近几年来，有许多学者从具体的排序角度来综合研究产品的生产和配送问题，目标是在考虑相关的效益、费用和顾客满意度的基础上，找到关于生产与配送产品的最优排序．这方面的文献有 [1-3].

然而，对于有多种运输方式的供应链排序问题的研究还比较少． Wang 和 Lee[4] 研究了两个具有两种运输方式的排序问题．第一个问题是工件不允许误工的情况下极小化总的运输费用． Wang 和 Lee 证明了此问题至少是 NP- 难的，同时对其中一类特殊情形给出了伪多项式时间动态规划算法．第二个问题是极小化加权总误工时间与运输费用之和．这个问题是强 NP- 难的，他们对这个问题给出了一个分支定界算法． Chen 和 Lee[5] 研究了多个客户，多种运输方式的排序问题，目标是极小化加权工件到达时间与运输费用之和．对于一般的问题给出了近似算法，对于几种特殊情况给出了最优算法．对于产品批量生产的问题， Stecke 和 Zhao[6] 研究了订单有配送截止日期的排序问题，运输费用与货物的数量和距离截止日期的时间有关，目标是在满足配送截止日期的情况下，最小化总的运输费用．对于订单可以部分配送的情况，是多项式可解的．对于订单不允许部分配送的一般情况，证明了这类问题是强 NP- 难的，并且给出了启发式算法． Zhong, et al.[7] 对这一问题研究了线性配送费用的情况，给出了一个最差性能比为 2 的启发式算法．

以上研究的都是在一台机器上加工工件或生产产品的问题，本文打算研究 m 台专用机生产 m 种产品的情况．有多个客户分布在不同位置，每个客户订购 m 种产品的组合，并且有一个强制交货期．工厂采用承诺到货时间的发货方式，运输费用与产品数量以及运输时间有关．目标是在满足客户强制交货期的前提下，合理的安排订单的加工顺序，以极小化总的运输费用．本文对于订单是否允许部分运输，客户是否订购每种产品以及需求量与产量的关系的不同情况，研究了多个问题，分别给出了问题相应的算法．

1 问题与基本性质

一个工厂有 m 台专用机 (dedicated machines) 生产 m 种产品，每台机器生产一种产品．工厂的生产计划期为 H 天．工厂在 0 时刻从 n 个分布在不同位置的客户处得到 n 个订单．每个订单 i 包含 m 种产品的组合．令 $L_i=\{l_{i1},l_{i2},\cdots,l_{im}\}$ 为第 i 个客户每种产品的订货量， $i=1,2,\cdots,n$. 每个客户 i 有一个强制交货期 $\overline{d}_i$, ($\overline{d}_i$ 为整数，单位是天). 每种产品每天的产量分别为 $q_j, j=1,2,\cdots,m$. 令 $o_{ij}=\frac{l_{ij}}{q_j}$ 为生产客户 i 的第 j 种产品所需的天数，注意 o_{ij} 可能不是整数。定义最迟完工时间 $d_i=\overline{d}_i-1,\ i=1,2,\cdots,n$. 这表示即使用最快的运输方式 (运输时间为一天) ，订单 i 必须在这一天完成加工。为了确保可行解的存在，即所有的订单可以满足客户的强制交货期，假设所有的 n 个订单满足以下可行性条件：

$$\sum_{i\in A_k} o_{ij}\leqslant k;\quad k=1,\ \cdots,H, j=1,2,\cdots,m.$$

其中 $A_k=\{i\,|d_i\leqslant k\}$ 为最迟完工时间在第 k 天或之前的订单集合．

当订单完成加工后，需要运输给客户．通常运输工作由第三方物流 (third-party logistics , 以下记作 3PL) 公司来承担，例如 FedEx 或者 DHL. 3PL 公司会根据运输的时间长短，例如，一天、两天或三天，提供不同的运输方式．为方便叙述，本文中的运输方式等同于运输时间，而运输费用与运输时间成反比，与送货量成正比．生产企业为了达到客户对订单的及时性要求，可以采用两种发货方式：承诺发货时间 (commit to ship) 和承诺

到货时间 (commit to delivery). 承诺发货时间指生产企业接到订单时承诺在某一时间之前把货物从企业发送出去，交由 3PL 公司来运输，而顾客在发出订单时，必须自己选择运输方式以及付给 3PL 公司运输的费用. 承诺到货时间指企业接到订单时会承诺在某一时间之前把货物送到顾客处. 这种发货方式下，生产企业选择各个订单的运输方式以及付给 3PL 公司运输费用. 采用承诺发货时间的企业只需要安排好企业内部的生产排序，不用去安排由顾客自己选择的运输过程. 而采用承诺到货时间的企业必须同时考虑生产与运输问题. 如果一个订单的任务提前完成了，则可以选择较长的运输时间来降低运输成本；若一个订单的完成时间与承诺的时间较为接近，则必须采用较快的运输方式以满足顾客的要求. 采用承诺到货时间的方式一方面可以使客户按时收到订单的机会增大，从而提高客户的满意度；另一方面可以提高生产企业的利润，因此采用承诺到货时间的发货方式对于客户和生产企业都是有益的.

一个 3PL 公司在每天生产结束后来提取完工的订单，把它们运输给客户. 工厂给每个订单选择运输时间，并付给 3PL 公司相应的运输费用. 假设第 i 个订单的完工时间是第 t_i 天，相应的订单强制交货期为第 $\bar{d}_i$ 天，则此订单的运输时间为 $r_i = \bar{d}_i - t_i$ 天. 假设各种产品的单位重量相同，从而运输费用与订单中产品的数量成正比，与运输时间成反比. 我们定义运输费用为 $G(r_i, Q_i) = Q_i \cdot F(r_i)$. Q_i 为运货量， $F(r_i)$ 为时间 r_i 的凸减函数. 这表明运输费用 $G(r_i, Q_i)$ 随着运输数量的增加而线性增加，随着运输时间的增加而凸减.

对于订单是否允许部分运输，我们考虑了以下三种情况：

(1.1) 每个客户的订单每天可以部分运输.

(1.2) 每个客户的每种产品完工后可以单独运输.

(1.3) 每个客户的订单必须整体运输.

根据客户是否订购每种产品，可以分为两种情况：

(2.1) 每个客户每种产品都订购，即 $l_{ij} > 0, \ \ i = 1, 2, \cdots, n, \ j = 1, 2, \cdots, m$.

(2.2) 每个客户不一定订购所有种类产品，即存在某些 $l_{ij} = 0$.

根据需求量 l_{ij} 与产量 q_j 的关系，又可以分为两种情况：

(3.1) 需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍，从而 o_{ij} 是整数.

(3.2) 需求量 l_{ij} 不一定是产量 q_j 的整数倍，从而 o_{ij} 不一定是整数.

称一个排序为 NED(non-preemptively earliest deadline) 序列，如果订单按照强制交货期的非减序不间断的排列. 如果不同的订单有相同的强制交货期，则把它们按照订单编号排列. 以上定义了一个唯一的 NED 序.

2 问题的算法

2.1 订单每天可以部分运输

当每个客户的订单每天可以部分运输时，不论每个客户是否订购所有种类产品，或者需求量是否为产量的整数倍，问题都是多项式可解的. 我们给出以下定理.

定理 1 当每个客户的订单每天可以部分运输时，最优排序是将订单按照 NED 序在每台专用机上连续进行加工.

证明 考虑每个客户不一定订购所有种类产品，且需求量不是产量整数倍的一般情况. 首先将订单按照 NED 序在每台专用机上连续进行加工，若某些 $l_{ij} = 0$ ，则在机器 j 上直接跳过订单 i ，加工订单 $i + 1$ 的第 j 种产品. 运输费用 $G(r_i, Q_i)$ 只与产品的运

输数量和运输时间有关．由于完工的产品每天都可以运输，所以采用任何加工顺序每天运输的数量都是相同的．而采用 NED 序，每天运输的产品所用的运输时间最长，从而运输费用最小．所以当每个客户的订单每天可以部分运输时，最优排序是将订单按照 NED 序在每台专用上连续进行加工．

2.2 每种产品完工后可以单独运输

若每个客户的每种产品完工后可以单独运输，对于需求量 l_{ij} 是否是产量 q_j 的整数倍，可以分为两种情况．

(1) 当需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍时， o_{ij} 是整数，问题可以转化为 m 个独立的单机排序问题．我们给出问题的最优排序．

定理 2 当每个客户的每种产品完工后可以单独运输，且需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍时，问题的最优排序是将订单按照 NED 序在每台专用机上进行加工．若不同的订单有相同的强制交货期，则这样的订单在每台专用机上分别按照产品加工时间的非增序 (LPT) 进行排列．

证明 当每个客户的每种产品完工后可以单独运输，且需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍时，问题可以转化为 m 个独立的单机排序问题，考虑单机情况下生产一种产品的问题．由于 o_{ij} 是整数，所以每个客户的每种产品的完工时间是整数天．假设有两个订单 1 和 2，强制交货期分别为 $\overline{d}_1$, $\overline{d}_2$, 且 $\overline{d}_1 < \overline{d}_2$, 订购量分别为 l_1 和 l_2, 且所需生产天数为 t_1 和 t_2. 当两个订单按 NED 序在 0 时刻进行生产的时候，总的运输费用为

$$G(r_i, Q_i) = l_1 \cdot F(\overline{d}_1 - t_1) + l_2 \cdot F(\overline{d}_2 - t_1 - t_2).$$

而交换两个订单的加工顺序，总的运输费用表示为

$$G'(r_i, Q_i) = l_2 \cdot F(\overline{d}_2 - t_2) + l_1 \cdot F(\overline{d}_1 - t_1 - t_2).$$

在满足问题可行性的条件下，两个费用相减得，

$$G'(r_i, Q_i) - G(r_i, Q_i) = l_1 \cdot [F(\overline{d}_1 - t_1 - t_2) - F(\overline{d}_1 - t_1)] + l_2 \cdot [F(\overline{d}_2 - t_2) - F(\overline{d}_2 - t_1 - t_2)].$$

由于函数 $F(r_i)$ 为时间 r_i 的凸减函数，且有 $l_1 = t_1 q$, $l_2 = t_2 q$, 其中 q 为该产品每天的产量．所以有

$$G'(r_i, Q_i) - G(r_i, Q_i) = q\{t_1 \cdot [F(\overline{d}_1 - t_1 - t_2) - F(\overline{d}_1 - t_1)] + t_2 \cdot [F(\overline{d}_2 - t_2) - F(\overline{d}_2 - t_1 - t_2)]\} > 0.$$

这表明当订单的强制交货期不同时，按 NED 序排总的运输费用最小．

若不同的订单有相同的强制交货期，假设有两个订单 1 和 2，强制交货期为 $\overline{d}$, 订购量分别为 l_1 和 l_2, $l_1 > l_2$, 且所需生产天数为 t_1 和 t_2. 当两个订单按 LPT 序在 0 时刻进行生产的时候，总的运输费用为

$$G(r_i, Q_i) = l_1 \cdot F(\overline{d} - t_1) + l_2 \cdot F(\overline{d} - t_1 - t_2),$$

而交换两个订单的加工顺序，总的运输费用为

$$G'(r_i, Q_i) = l_2 \cdot F(\overline{d} - t_2) + l_1 \cdot F(\overline{d} - t_1 - t_2).$$

在满足问题可行性的条件下，两个费用相减得，

$$G'(r_i,Q_i)-G(r_i,Q_i)=q\{(t_1-t_2)\cdot F(\overline{d}-t_1-t_2)-t_1F(\overline{d}-t_1)+t_2\cdot F(\overline{d}-t_2)\}>0,$$

则这样的订单在每台专用机上分别按照产品加工时间的 LPT 序进行排列.

(2) 当需求量 l_{ij} 不一定是产量 q_j 的整数倍时， o_{ij} 不一定是整数. 问题也可以转化为 m 个独立的单机排序问题. 我们给出问题的混合整数规划模型. 下标 i, j, k 和 h 分别代表第 i 个订单，第 j 台机器，某台机器上的第 k 个加工位置，生产计划期的第 h 天. 决策变量如下定义：

$$X_{ijk}=\begin{cases}1 & \text{若在最优排序中订单 } i \text{ 在机器 } j \text{ 上的第 } k \text{ 个位置加工;}\\ 0 & \text{其它.}\end{cases}$$

$$Y_{ijh}=\begin{cases}1 & \text{若订单 } i \text{ 在机器 } j \text{ 上的产品在第 } h \text{ 天生产完成;}\\ 0 & \text{其它.}\end{cases}$$

$f'_{ij}=$ 订单 i 在机器 j 上的精确完工时间. f'_{ij} 可能不是整数.

$f_{jk}=$ 机器 j 上的第 k 个订单的精确完工时间.

$$\min\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{h=1}^{d_i}Y_{ijh}\cdot G(\overline{d}_i-h,l_{ij})$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{i=1}^{n}X_{ijk}=1,\ j=1,\cdots,m;k=1,\cdots,n. \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^{n}X_{ijk}=1,\ i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{2}$$

$$\sum_{h=1}^{d_i}Y_{ijh}=1,\ i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{3}$$

$$f_0=0 \tag{4}$$

$$f_{jk}=f_{jk-1}+\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}l_{ij}\cdot X_{ijk}}{q_j},j=1,\cdots,m;k=1,\cdots,n. \tag{5}$$

$$f_{jk}-f'_{ij}\leqslant MZ_{ijk},\quad i,k=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{6}$$

$$f'_{ij}-f_{jk}\leqslant MZ_{ijk},\quad i,k=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{7}$$

$$X_{ijk}\leqslant 1-Z_{ijk},\quad i,k=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{8}$$

$$f'_{ij}\leqslant d_i,\quad i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{9}$$

$$f'_{ij}\leqslant\sum_{h=1}^{d_i}h\cdot Y_{ijh},\quad i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{10}$$

$$X_{ijk},Y_{ijh},Z_{ijk}\in\{0,1\},i,k=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m;h=1,\cdots,d_i;$$

M 为一个非常大的正数.

约束 (1) 和 (2) 表明每个订单在每台机器上只能占据一个位置，并且每台机器上的每个位置只能有一个订单. 约束 (3) 表明每个客户在每台机器上的每种产品只有在完工后才能运输. 约束 (4) 给出了生产的开始时间，约束 (5) 为第 j 台机器上完工时间的迭代公式. 约束 (6)-(8) 表明若 $X_{ijk}=1$, 则 $f_{jk}=f'_{ij}$. 约束 (9) 表明订单 i 在第 j 台机器上的完工时间应该不超过最迟完工时间 d_i. 约束 (10) 表明订单 i 在第 j 台机器上的精确完工时间应不大于它的生产完工日期. 因此，约束 (10) 和目标函数一起决定了每台机器上每个客户的各种产品的生产完工日期.

若运输费用 $G(r_i,Q_i)$ 随着运输数量的增加而线性增加，随着运输时间的增加而凸减，则问题转化为 Stecke 和 Zhao [6] 的一般问题，他们给出了一个启发式算法. 分别对这 m 个独立的单机排序问题运用启发式算法，可以得到 m 台专用机上的产品生产排序.

若运输费用 $G(r_i,Q_i)$ 为运输数量和运输时间的线性函数，且 $l_{ij}\leqslant q_j$，$i=1,2,\cdots,n$, $j=1,2,\cdots,m$, 则问题转化为 Zhong, et al.[7] 在线性配送费用的情况，他们给出了一个最差性能比为 2 的近似算法. 分别对这 m 个独立的单机排序问题运用近似算法，可以得到 m 台专用机上的产品生产排序，最差性能比为 2.

2.3 订单必须整体运输

当每个客户的订单必须整体运输时，问题是强 NP- 难的，因为单机情况下的问题已经是强 NP- 难的. 我们对问题进行一下转化.

假设 n 个订单的强制交货期分别为 $\overline{d}_1\leqslant\overline{d}_2\leqslant\cdots\leqslant\overline{d}_n$, 每个订单 i 的完工时间为 C_i, 则其运输的时间为第 $\lceil C_i\rceil$ 天，($\lceil C_i\rceil\leqslant d_i$). 令 $L_i=\{l_{i1},l_{i2},\cdots,l_{im}\}$ 为第 i 个客户每种产品的订货量，$i=1,2,\cdots,n$. 总的运输费用可以表示为:

$$G(r_i,Q_i)=Q_i\cdot F(r_i)=\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{m}l_{ij}\cdot F(\overline{d_i}-\lceil C_i\rceil)\right],$$

我们可以把 $\sum\limits_{j=1}^{m}l_{ij}$ 看作订单 i 的权重 ω_i. 当 $F(r_i)$ 为时间 r_i 的线性递减函数时，即 $F(r_i)=\alpha-\beta r_i$，运输费用为:

$$\begin{aligned}G(r_i,Q_i)&=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m}l_{ij}\cdot F(\overline{d_i}-\lceil C_i\rceil)\right)\\&=\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot[\alpha-\beta(\overline{d_i}-\lceil C_i\rceil)]\\&=\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\alpha-\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\beta\overline{d_i}+\beta\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\lceil C_i\rceil.\end{aligned}$$

而 $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\alpha$ 和 $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\beta\overline{d_i}$ 均为常数，问题简化为极小化 $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\lceil C_i\rceil$ 。当每个客户每种产品的需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍时，C_i 都是整数，$C_i=\lceil C_i\rceil$，这等同于在满足订单强制交货期的情况下，在 m 台专用机上极小化加权订单总完工时间的订单排序问题 $PD_m\left\|\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\cdot C_i\right.$，而这个问题是强 NP- 难的. 对于这种情况，我们有以下引理.

引理 1 若每个客户需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍，且 $F(r_i)$ 为时间 r_i 的线性递减函数时，则存在最优排序满足以下性质：

(1) 最优排序中每台机器上订单加工的顺序相同.

(2) 若对某台机器 h，存在一台机器 k，使得 $\frac{l_{ih}}{q_h} \leqslant \frac{l_{ik}}{q_k}$， $i=1,2,\cdots,n$. 则机器 h 在决定最优排序时不起作用，可以被忽略.

根据最优排序中每台机器上订单加工的顺序相同，我们定义订单的加工顺序. 假设订单的完工时间为 $C_1 \leqslant C_2 \leqslant \cdots \leqslant C_n$，若 $C_i < C_j$，则订单 i 在订单 j 之前加工. 若 $C_i = C_j$，则订单 i 和 j 按照 NED 序排列，以上定义了一个唯一的订单加工顺序.

如果有一台机器 k，每个客户都订购这台机器生产的产品，并且 $\frac{l_{ik}}{q_k} = \max_j\left\{\frac{l_{ij}}{q_j}\right\}$, $i=1,2,\cdots,n$. 即机器 k 为整个生产的瓶颈机器，每个客户在机器 k 上的加工时间最长. 在这种情况下，我们给出问题的最优排序算法.

算法 1

步 1：若机器 k 为整个生产的瓶颈机器，则在机器 k 上对订单按照 $\frac{l_{ik}}{q_k\cdot\sum_{j=1}^m l_{ij}}$ 非减序排列，将此作为整个订单的加工顺序.

步 2：分别计算出每个订单的完工时间 C_i，按照非减序排列，$C_1 < C_2 < \cdots < C_n$，订单相应的最迟完工时间为 d_i. 若 $C_i \leqslant d_i$, $i=1,2,\cdots,n$，则停止，此时得到的是最优排序.

步 3：若存在某个 C_i，使得 $C_i > d_i$，则将订单 i 的加工顺序每次向前移动一位，直到满足 $C_i \leqslant d_i$，其余订单保持先后加工顺序不变.

步 4：依次对每个订单进行检查及实行步 3，直到所有订单满足 $C_i \leqslant d_i$, $i=1,2,\cdots,n$，则停止，此时得到的是最优排序.

定理 3 算法 1 可以得到最优的订单加工顺序，时间复杂性为 $O(n^2)$.

证明 由于机器 k 为整个生产的瓶颈机器，根据引理 1 的 (2), 除了机器 k 外，其他机器都可以被忽略. 从而问题转化为单机加权总完工时间问题，而 WSPT 序为该问题的最优排序. 每个客户在机器 k 上的加工时间为 $\frac{l_{ik}}{q_k}$，权重为 $\sum\limits_{j=1}^m l_{ij}$，并且根据引理 1 的 (1), 最优排序中每台机器上订单加工的顺序相同，故在订单的完工时间均不超过它的最迟完工时间的情况下，在机器 k 上对订单按照 $\frac{l_{ik}}{q_k\cdot\sum_{j=1}^m l_{ij}}$ 非减序排列，可以得到最优的订单加工顺序. 若某个订单的完工时间超过它的最迟完工时间，则需要把此订单生产顺序前提，从而满足最迟完工时间. 一共有 n 个订单，最多有 n 个位置可以前提，所以算法复杂性为 $O(n^2)$.

对于问题 $PD_m\left\|\sum\limits_{i=1}^n \omega_i\cdot C_i\right.$，由于是强 NP- 难的，文献大多给出启发式算法. Leung et al.[8] 给出了几个启发式算法.

(1) Weighted Shortest Total Processing Time First (WSTP)：订单按照 $\frac{\sum_{j=1}^m p_{ij}}{\omega_i}$ 的非减序排列. ω_i 为订单 i 的权重， p_{ij} 为订单 i 在机器 j 上的加工时间.

(2) Weighted Shortest Maximum Processing Time First(WSMP)：订单按照 $\frac{\max_j\{p_{ij}\}}{\omega_i}$ 的非减序排列.

(3) Weighted Smallest Maximum Completion Time First(WSMC)：首先将订单在每台机器 j 上按照 $\frac{p_{ij}}{\omega_i}$ 非减序排列，每台机器上的订单顺序可能不同. 再按照 $C_i' = \max\limits_{j=1}^m\{C_{ij}\}$ 计算订单 i 的完工时间，接着按 C_i' 的非减序排列.

(4) Weighted Shortest Processing Time First to the machine with the largest current load (WSPL): 这是一个动态的优先选择准则，每次挑选一个订单 $i^* \in \Omega$ 满足 $i^* = \arg\min_{i\in\Omega}\{\frac{p_{ij^*}}{\omega_i}\}$, 其中 j^* 为当前部分排序中有最大负载的机器.

对于问题 $PD_m \left\| \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot C_i \right.$ ，Wang 和 Cheng [9] 证明了算法 WSTP, WSMP 和 WSMC 为 m- 近似算法. Leung et al.[8] 证明了 WSPL 的近似比无界.

对于费用函数 $G(r_i,Q_i)$, 由于 $\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\alpha$ 和 $\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot\beta\overline{d_i}$ 均为常数，我们只考虑极小化 $\sum_{i=1}^{n}\omega_i\cdot C_i$. 将此时的问题记为 P1. 由于每个客户产品需求量 l_{ij} 为产量 q_j 的整数倍，所以 p_{ij} 和 C_i 均为整数，我们给出问题的整数规划模型.

下标 i ，j ，k 分别代表第 i 个订单，第 j 台机器，订单加工顺序的第 k 个位置.

$\omega_i = \sum_{j=1}^{m} l_{ij}$,　定义为订单$i$的权重;

$J(i)$ ：订单 i 订购的产品种类的集合;

$I(j)$ ：在机器 j 上需要生产的订单集合;

p_{ij} ：订单 i 在机器 j 上的加工时间，$p_{ij} = \frac{l_{ij}}{q_j}$.

决策变量如下定义：

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{若订单 } i \text{ 在第 } k \text{ 个位置加工;} \\ 0 & \text{其它.} \end{cases}$$

C_{ik} = 订单 i 在第 k 个位置加工时的完工时间.

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\omega_i\cdot C_{ik}$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{k=1}^{n} X_{ik} = 1,\ i = 1,\cdots,n. \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ik} = 1,\ k = 1,\cdots,n. \tag{12}$$

$$C_{ik} \geqslant \sum_{s=1}^{k-1}\sum_{r=1}^{n} p_{rj}\cdot X_{rs} + p_{ij} - (1-X_{ik})\cdot M,\ i,k = 1,\cdots,n; j\in J(i). \tag{13}$$

$$C_{ik} \geqslant 0,\ i,k = 1,\cdots,n. \tag{14}$$

$$C_{ik} \leqslant d_i,\ i,k = 1,\cdots,n. \tag{15}$$

$$X_{ik} \in \{0,1\}, i,k = 1,\cdots,n.$$

M 为一个非常大的正数.

约束 (11) 和 (12) 表明每个订单在每台机器上只能占据一个位置，每台机器上的每个位置只能有一个订单，并且每台机器上订单加工的顺序相同. 约束 (13) 表明若 $X_{ik} = 1$ ，则应有 $C_{ik} > 0$ ；若 $X_{ik} = 0$, 则应有 $C_{ik} = 0$. 约束 (14) 和 (15) 表明订单 i 的完工时间非负，并且不超过最迟完工时间 d_i.

问题 P1 为在满足订单强制交货期的情况下，在 m 台专用机上极小化加权订单总完工时间的订单排序问题 $PD_m\,|C_i \leqslant d_i|\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i{\cdot}C_i$, 这个问题是强 NP- 难的．我们分析一下问题的性质，给出问题的一个近似算法．

问题 P1 肯定存在可行排序，因为所有的 n 个订单满足以下可行性条件：

$$\sum_{i\in A_k} o_{ij} \leqslant k;\ k=1,\cdots,H,\quad j=1,2,\cdots,m.$$

其中 $A_k=\{i\,|d_i\leqslant k\}$ 为最迟完工时间在第 k 天或之前的订单集合，而按照订单的最迟完工时间 d_i 的非减序排序肯定为问题的一个可行排序．

首先我们可以减少一下问题中需要排序的订单数量. 称一个订单为位置固定的订单，如果在可行排序中该订单只有一个位置可以安排，否则问题便不可行．这种位置固定的订单是在可行排序中的第一个位置或者最后一个位置．我们讨论一下位置固定的订单需要满足的条件．为了方便叙述，在下文中，我们用 p_{ij} 表示订单 i 在机器 j 上的加工时间，$\omega_i=\sum\limits_{j=1}^{m} l_{ij}$ 表示为订单 i 的权重．

将 n 个订单按照最迟完工时间 d_i 的非减顺序排序，$d_1\leqslant d_2\leqslant\cdots\leqslant d_n$，每个订单 i 的完工时间为 C_i，则 $C_i\leqslant d_i$, $i=1,\cdots,n$. 对于此加工顺序中的第一个订单 1，如果满足 $\min\limits_{2\leqslant i\leqslant n}\left\{\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{1j}+p_{ij}\}\right\}>d_1$，则订单 1 在可行排序中只能在第一个位置加工. 如果在某个问题的这种排序中存在只能在第一个位置加工的订单，则我们可以将订单 1 删除，从而得到一个简化的问题，其余 $n-1$ 个订单的加工时间和权重不变，最迟完工时间 $d_i'=d_i-C_1$, $i=2,\cdots,n$. 对于此加工顺序中的最后一个订单 n, 完工时间为 C_n, 如果 $C_n>d_{n-1}$, 则订单 n 在可行排序中只能在最后一个位置加工．如果在某个问题的这种排序中存在只能在最后一个位置加工的订单，则我们可以将订单 n 删除，其余 $n-1$ 个订单的所有参数不变．对将 n 个订单按照最迟完工时间 d_i 的非减序得到的排序分别检查第一个位置及最后一个位置，并且进行相关的删除操作，得到一个新的排序，然后对新的排序的第一个位置及最后一个位置重复上述操作，直到排序中没有位置固定的订单为止．上述操作可以在多项式时间内完成，所以下文中我们考虑的问题中不包含位置固定的订单.

定义 $\mathrm{O}=\{1,2,\cdots n\}$ 为所有订单的集合．对于每个子集 $S\subseteq \mathrm{O}$, 令

$$P_j(S)=\sum_{i\in S}p_{ij},P_j^2(S)=\sum_{i\in S}p_{ij}^2,\ j=1,2,\cdots,m.$$

则问题 P1 可以松弛为下列线性规划问题：

$$LP=\min\sum_{i=1}^{n}\omega_iC_i$$

$$\text{s.t.}\quad C_i\geqslant p_{ij},\ i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{16}$$

$$C_i\geqslant C_{ij},\ i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m. \tag{17}$$

$$C_i\leqslant d_i,\ i=1,\cdots,n. \tag{18}$$

$$\sum_{i\in S}p_{ij}C_i\geqslant\frac{P_j^2(S)+(P_j(S)^2)}{2},\ j=1,\cdots,m;\text{所有}S\subseteq \mathrm{O}. \tag{19}$$

约束 (16)-(18) 容易理解. 我们解释一下约束 (19). 对于每个订单 $i \in S$ ，有 $C_i \geqslant C_{ij} = \sum_{k\leqslant i} p_{kj}, j = 1, \cdots, m$. 所以

$$p_{ij}C_i \geqslant p_{ij}C_{ij} = p_{ij}\sum_{k\leqslant i} p_{kj}, j = 1, \cdots, m.$$

对于所有的订单 $i \in S$, 将 $p_{ij}C_i$ 相加即得约束 (19).

约束 (19) 生成了指数多个约束. 对于单机的情况， Queyranne[11] 指出这种约束可以拆分成多项式个约束, 所以上述线性规划可以在多项式时间内得出解. 我们有以下引理:

引理 2 令 $\overline{C}_1, \cdots, \overline{C}_n$ 为线性规划 LP 的解，则对每个订单 $i = 1, 2, \cdots, n$, 有

$$\overline{C}_i \geqslant \frac{1}{2}\max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\right\}.$$

证明 不失一般性，令 $\overline{C}_1 \leqslant \cdots \leqslant \overline{C}_n$, $S = \{1, 2, \cdots, i\}$. 由线性规划 LP 的约束 (19),

$$\max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\cdot\overline{C_k}\right\} \geqslant \max_j\left\{\frac{P_j^2(S) + (P_j(S)^2)}{2}\right\} \geqslant \max_j\left\{\frac{(P_j(S)^2)}{2}\right\}.$$

由于 $\overline{C}_k \leqslant \overline{C}_i$, $k = 1, \cdots, i$. 则有

$$\overline{C}_i \cdot \max_j\{P_j(S)\} = \max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\cdot\overline{C}_i\right\} \geqslant \max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\cdot\overline{C}_k\right\} \geqslant \max_j\left\{\frac{(P_j(S)^2)}{2}\right\}.$$

从而有

$$\overline{C}_i \geqslant \max_j\left\{\frac{P_j(S)}{2}\right\} = \frac{1}{2}\max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\right\}$$

成立.

我们对于问题 P1 给出一个基于线性规划松弛的算法.

算法 2

步 1：解上述线性规划 LP, 令 $\overline{C}_1, \cdots, \overline{C}_n$ 为线性规划 LP 的最优解.

步 2：将订单按照 $\overline{C}_i$ 的非减序排列加工，若两个订单的 $\overline{C}_i$ 取值相同，则按照订单强制交货期的 NED 序排列.

令 $\widetilde{C}_1, \widetilde{C}_2, \cdots \widetilde{C}_n$ 为利用线性规划 LP 得到的排序中订单的完工时间， $C_1^*, C_2^*, \cdots C_n^*$ 为最优排序中订单的完工时间. 我们分析一下算法 2 的性能比.

定理 4 算法 2 为问题 P1 的 2- 近似算法.

证明 对于 $S = \{1, 2, \cdots, i\}$, 由引理 2 得,

$$\widetilde{C}_i = \max_j\left\{\sum_{k=1}^{i} p_{kj}\right\} \leqslant 2\overline{C}_i,$$

所以

$$\sum_{i=1}^{n}\omega_i\widetilde{C}_i \leqslant 2\sum_{i=1}^{n}\omega_i\overline{C}_i,$$

而

$$\sum_{i=1}^{n}\omega_i C_i^* \geqslant \sum_{i=1}^{n}\omega_i \overline{C}_i,$$

所以

$$\sum_{i=1}^{n}\omega_i \widetilde{C}_i \leqslant 2\sum_{i=1}^{n}\omega_i C_i^*.$$

算法 2 为问题 P1 的 2- 近似算法.

当客户的订单加工时间满足一定约束的时候，运用启发式算法 WSTP 确定订单的加工顺序，可以得到性能比更好的排序.

令 $\delta_i = \max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\} - \min\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\}$，$i=1,2,\cdots,n$. C_i 为运用启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间，若 $C_i \le d_i$，$i=1,2,\cdots,n$，则当 $\sum\limits_{j=1}^{m}(\frac{p_{ij}}{m}) \geqslant \delta_i$，$i=1,2,\cdots,n$ 时，对于问题 P1，有以下结果.

定理 5 若按照启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间 $C_i \leqslant d_i$ 成立，$i=1,2,\cdots,n$. 则当 $\sum\limits_{j=1}^{m}(\frac{p_{ij}}{m}) \geqslant \delta_i$ 成立时，有

$$\frac{Z_{WSTP}}{Z_{opt}} \leqslant 2-\frac{1}{m}.$$

证明 由于按照启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间 $C_i \le d_i$ 成立，$i=1,2,\cdots,n$，所以这个排序为可行排序. 令 $[h]$ 为某个排序中在第 h 位加工的订单. 不失一般性，可以令 $\frac{p_1}{\omega_1} \leqslant \frac{p_2}{\omega_2} \leqslant \cdots \leqslant \frac{p_n}{\omega_n}$，其中 $p_i = \sum\limits_{j=1}^{m} p_{ij}$，$i=1,2,\cdots,n$. 所以有 $\delta_i \le \frac{p_i}{m}$.

而

$$\sum_{i=1}^{n}\omega_i C_i^* \geqslant \sum_{i=1}^{n}\omega_{[i]}\sum_{k=1}^{i}\frac{p_{[k]}}{m} \geqslant \sum_{i=1}^{n}\omega_i\sum_{k=1}^{i}\frac{p_k}{m}.$$

第一个不等式当每个订单在每台机器上的加工时间一样时等号成立，否则最优解是严格大于第二项的. 后一个不等式根据 Smith 的 WSPT 序.

现在我们考虑由启发式算法 WSTP 生成的问题的排序. 可以看出，在排序中第 h 位加工的订单就是 h 本身. 假设订单 i 最晚完工的产品在机器 j^* 上，而 i 最早完工的产品在机器 j' 上，则有

$$\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\} - \min_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\} = \sum_{k=1}^{i}p_{kj^*} - \sum_{k=1}^{i}p_{kj'} = \sum_{k=1}^{i}(p_{kj^*}-p_{kj'}) \leqslant \sum_{k=1}^{i}\delta_k.$$

所以，对于 $j=1,\cdots,m$，以下关系成立：

$$\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\} - \overset{(j)}{\min_{1\leqslant l\leqslant m}}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kl}\right\} \leqslant \max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\} - \min_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\} \leqslant \sum_{k=1}^{i}\delta_k,$$

其中 $\min\limits_{1\leqslant l\leqslant m}^{(j)}\left\{\sum\limits_{k=1}^{i}p_{kl}\right\}$ 表示 m 个 $\sum\limits_{k=1}^{i}p_{kl}$ 取值中从小到大排在第 j 位的值. 上式也可写为

$$\min_{1\leqslant l\leqslant m}^{(j)}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kl}\right\}\geqslant\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}-\sum_{k=1}^{i}\delta_k.$$

所以有

$$\begin{aligned}C_i(WSTP)&=\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}\\&=\sum_{k=1}^{i}p_k-\sum_{j=1}^{m-1}\min_{1\leqslant l\leqslant m}^{(j)}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kl}\right\}\\&\leqslant\sum_{k=1}^{i}p_k-(m-1)\left(\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}-\sum_{k=1}^{i}\delta_k\right).\end{aligned}$$

即

$$\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}+(m-1)\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}\leqslant\sum_{k=1}^{i}p_k+(m-1)\sum_{k=1}^{i}\delta_k,$$

也就是

$$C_i(WSTP)=\max_{1\leqslant j\leqslant m}\left\{\sum_{k=1}^{i}p_{kj}\right\}\leqslant\frac{\sum\limits_{k=1}^{i}p_k+(m-1)\sum\limits_{k=1}^{i}\delta_k}{m}.$$

由于 $\delta_i\leqslant\frac{p_i}{m}$, $i=1,2,\cdots,n$ ，所以

$$C_i(WSTP)\leqslant\sum_{k=1}^{i}\frac{(2m-1)p_k}{m^2}.$$

而 $\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_iC_i^*\geqslant\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\sum\limits_{k=1}^{i}\frac{p_k}{m}$, 所以当 $\sum\limits_{j=1}^{m}(\frac{p_{ij}}{m})\geqslant\delta_i$ 成立时，有

$$\frac{Z_{WSTP}}{Z_{opt}}\leqslant 2-\frac{1}{m}.$$

若按照启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间 $C_i\leqslant d_i$, $i=1,2,\cdots,n$ ，则当 $\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\}\leqslant 3\min\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\}$ ， $i=1,2,\cdots,n$ 时，对于问题 P1 ，有以下结果.

定理 6 若按照启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间 $C_i\leqslant d_i$ 成立， $i=1,2,\cdots,n$. 则当

$$\max_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\}\leqslant 3\min_{1\leqslant j\leqslant m}\{p_{ij}\},\quad i=1,2,\cdots,n$$

成立时，有

$$\frac{Z_{WSTP}}{Z_{opt}}\leqslant 3-\frac{6}{m+2}.$$

证明 由于按照启发式算法 WSTP 对于问题 P1 进行排序的订单 i 的完工时间 $C_i \leqslant d_i$ 成立， $i = 1, 2, \cdots, n$, 所以这个排序为可行排序. 令 $[h]$ 为某个排序中在第 h 位加工的订单. 不失一般性，可以令

$$\frac{p_1}{\omega_1} \leqslant \frac{p_2}{\omega_2} \leqslant \cdots \leqslant \frac{p_n}{\omega_n},$$

其中 $p_i = \sum\limits_{j=1}^{m} p_{ij}$, $i = 1, 2, \cdots, n$. 可以看出，

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i C_i^* \geqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_{[i]} \sum_{k=1}^{i} \frac{p_{[k]}}{m} \geqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_i \sum_{k=1}^{i} \frac{p_k}{m},$$

而

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i C_i(WSTP) \leqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot \sum_{k=1}^{i} \max_j \{p_{kj}\}.$$

由于 $\max\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} \leqslant 3 \min\limits_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\}$ ，所以有

$$\max_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} + \frac{1}{3}(m-1) \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} \leqslant \max_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} + (m-1) \min_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} \leqslant \sum_{j=1}^{m} p_{ij} = p_i.$$

也就是

$$\max_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} \leqslant \frac{3p_i}{m+2}.$$

所以

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i C_i(WSTP) \leqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot \sum_{k=1}^{i} \max_j \{p_{kj}\} \leqslant \frac{3}{m+2} \sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot \sum_{k=1}^{i} p_k,$$

而

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i C_i^* \geqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_i \sum_{k=1}^{i} \frac{p_k}{m},$$

所以当

$$\max_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\} \leqslant 3 \min_{1 \leqslant j \leqslant m} \{p_{ij}\}, \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

成立时，有

$$\frac{Z_{WSTP}}{Z_{opt}} \leqslant 3 - \frac{6}{m+2}.$$

当每台机器上的产量 q_j 相同，并且每个客户每种产品的订货量相同，即 $q_j = q, l_{ij} = l_i$， $i = 1, \cdots, n$; $j = 1, \cdots, m$ ，则每个客户每种产品的加工时间相同， $p_{ij} = p_i$. 如果客户的加工时间和最迟完工时间一致，即 $p_i \leqslant p_k \Leftrightarrow d_i \leqslant d_k$，$i, k=1, \cdots, n$. 我们可以得到问题的最优排序.

定理 7 如果每个客户每种产品的加工时间相同， $p_{ij} = p_i$, 且客户的加工时间和最迟完工时间一致，即 $p_i \leqslant p_k \Leftrightarrow d_i \leqslant d_k$， $i, k = 1, \cdots, n$. 则将订单按照最迟完工时间 d_i 的非减顺序排序可以得到问题的最优排序.

证明 当每个客户每种产品的加工时间相同时，问题可以转化为单机的排序问题. 每个客户的权重为 $\sum\limits_{j=1}^{m} l_{ij}$，由于 $q_j = q$，$l_{ij} = l_i$，所以 $\sum\limits_{j=1}^{m} l_{ij} = m \cdot l_i$，$p_{ij} = p_i = \frac{l_i}{q}, i = 1, \cdots, n$; $j = 1, \cdots, m$.

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_i \cdot C_i = m \cdot l_1 \cdot \frac{l_1}{q} + m \cdot l_2 \cdot \frac{(l_1 + l_2)}{q} + \cdots + m \cdot l_n \cdot \frac{(l_1 + l_2 + \cdots + l_n)}{q}.$$

可以看出上式当 l_i 从小到大排列时取值最小. 而客户的加工时间和最迟完工时间一致，即 $p_i \leqslant p_k \Leftrightarrow d_i \leqslant d_k$，最迟完工时间 d_i 的非减顺序即为 l_i 的非减顺序，此时排序为可行排序，所以结论得证.

3 结束语

本文研究了多个客户分布在不同位置，每个客户订购 m 种产品的组合，并且有一个强制交货期. 工厂采用承诺到货时间的发货方式，运输费用与产品数量以及运输时间有关. 目标是在满足客户强制交货期的情况下，合理的安排订单的加工顺序，以极小化总的运输费用. 本文考虑了多种情况，分别给出了相应的算法. 由此可以继续研究每个客户的订单必须整体运输时的一般情况.

参 考 文 献

[1] Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: Batching and delivery [J]. *Operations Research*, 2003, **51**: 566-583.

[2] Chen Z L, Variraktarakis G L. Integrated scheduling of production and distribution operations [J]. *Management Science*, 2005, **51**: 614-628.

[3] Chen Z L. Integrated production and outbound distribution scheduling: review and extensions [J]. *Operations Research*, 2010, **58**: 130-148.

[4] Wang H Y, Lee C Y. Production and transport logistics scheduling with two transport mode choices [J]. *Naval Research Logistics*, 2005, **52**: 796-809.

[5] Chen B, Lee C Y. Logistics scheduling with batching and transportation [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, **189**: 871-876.

[6] Stecke K E, Zhao X. Production and transportation integration for a make-to-order manufacturing company with a commit-to-delivery business mode [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2007, **9**: 206-224.

[7] Zhong W, Chen Z, Chen M. Integrated production and distribution scheduling with committed delivery dates [J]. *Operations Research Letters*, 2010, **38**: 133-138.

[8] Leung J Y T, Li H, Pinedo M. Scheduling orders on either dedicated or flexible machines in parallel to minimize total weighted completion time [J]. *Annals of Operations Research*, 2008, **159**: 107-123.

[9] Wang G, Cheng T C E. Customer order scheduling to minimize total weighted completion time [C]. *Proceedings of the First Multidisciplinary Conference on Scheduling Theory and Applications*, 2003, 409-416.

[10] Ahmadi R, Bagchi U, Roemer T A. Coordinated scheduling of customer orders for quick response [J]. *Naval Research Logistics*, 2005, **52**: 493-512.

[11] Queranne M. Structure of a simple scheduling polyhedron [J]. *Mathematical Programming*, 1993, **58**: 263-285.