

遗传算法在有时间窗车辆路径问题上的应用

李大卫¹, 王莉², 王梦光²

(1. 鞍山钢铁学院数理系, 辽宁 鞍山 114002; 2. 东北大学系统工程系, 辽宁 沈阳 110006)

摘要 本文用遗传算法求解有时间窗车辆路径问题, 获得其近优解或最优解。传统的交叉算子如 PMX, ER 和 CX 等对多约束问题的适用性受到限制, 本文使用一种直观的编码方法, 并提出基于优先关系的交叉算子。实验表明这种遗传算法能够有效地解决复杂的优化问题。

关键词 遗传算法; 优先关系; 交叉算子; 车辆路径问题

Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows

LIDawei¹, WANG Li², WANG Mengguang²

(1. Anshan Institute of Iron and Steel Technology, Anshan 114002; 2. Department of Systems Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006)

Abstract In this paper, we apply genetic algorithm to solve the vehicle routing problem with time windows. The traditional crossover operators, such as PMX, ER and CX lose their power if used for problems with multiple constraints. A directly encoding method is used and a new crossover operator based upon precedence relationship is proposed. The experimental results show that this genetic algorithm can suit for solving complexity problems.

Keywords genetic algorithm; precedence relationship; crossover operator; vehicle routing problem

1 引言

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem-VRP)是为一些车辆(确定或不确定数量)确定访问一些客户的路径, 每一客户被而且只被访问一次, 且每条路径上的客户需求量之和不超过车辆的能力。目标是使总成本(如距离、时间等)为最小。有时间窗车辆路径问题(Vehicle Routing Problem with Time Windows-VRPTW)是在VRP上加上了客户的被访问的时间窗约束。在VRPTW问题中, 除了行驶成本之外, 成本函数还要包括由于早到某个客户而引起的等待时间和客户需要的服务时间。Bodin^[1]和Solomon^[2]分别对VRP及其变形问题和VRPTW问题作了较详细的综述。生产实际中许多问题都可以归结为VRPTW来处理, 如钢铁厂编制热轧带钢轧制计划问题实际上就是一个VRPTW问题。一些服务性行业中也普遍存在这样的问题, 如邮政投递, 飞机、火车及公共汽车的调度等。自从Savelsbergh^[3]证明了VRPTW是一个NP-难问题之后, 对其算法的研究就主要集中到各种启发式算法上。遗传算法、禁忌搜索和模拟退火等智能化启发式算法的出现为求解VRPTW问题提供了新的工具。Thangiah^[4]和Joe^[5]都曾应用遗传算法求解VRPTW问题, 前者的目标是使总的服务成本最小, 而后的目标有两个, 首先是使用最少的车辆, 其次是在使用最少车辆的前提

下使总成本最小

本文在文献[5]的基础上使用一种更为自然直观的编码方法,设计出新的交叉算子MX3 下一节给出用于求解VRPTW 的遗传算法构成要素,实验结果放在第三节,最后一节是本文的结论部分

2 求解 VRPTW 的遗传算法的构成要素

2.1 优先关系的确定

所谓优先关系指的是客户被服务的先后次序,它可以根据起点到各客户的距离确定,也可以根据每个客户的服务时间窗来确定 在这里给出一种既考虑距离,又考虑到时间窗的确定优先关系的方法 设 0 为起点, r_i 表示客户 i ($i=1, 2, \dots, n$, 下同)的需求量, $[a_i, b_i]$ 表示客户 i 的访问时间窗, $D = (d_{ij})$ 为距离矩阵, q 为车辆的能力 对于 VRPTW 问题,有两个约束是相当重要的 其一是车辆的能力约束,即某个车辆所访问的客户的需求总量不能超过车辆本身的能力,若用 S_k 表示第 k 台车辆所访问客户的集合,则就有 $\sum_{i \in S_k} r_i \leq q$; 另一个是时间窗约束,即车辆到达客户 j 的时间既不能早于 a_j ,也不能迟于 b_j ,若用 t_{ij} 表示从客户 i 访问到达客户 j 的时间,则应有 $a_j \leq t_{ij} \leq b_j$. 因此,在满足上面两个约束的前提下,有理由访问与起点 0 距离成本较小的客户 为此构造出下面的评价函数:

$$P(j) = \omega_1 \frac{|t_{0j} - a_j|}{b_j - a_j} + \omega_2 \frac{|t_{0j} - b_j|}{b_j - a_j} + \omega_3 \frac{d_{0j}}{\max_{1 \leq k \leq n} d_{0k}} \quad (1)$$

在(1)式中, ω_1 、 ω_2 和 ω_3 为权重系数,满足 $0 \leq \omega_1, \omega_2, \omega_3 \leq 1$ 且 $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$; (1)式中的前两项分别为从起点 0 访问到达客户 j 的时间 t_{0j} 和客户 j 的时间窗口左右边界的绝对差与整个时间窗口宽度的比值 显然当 t_{0j}

$[a_j, b_j]$ 时, $\frac{|t_{0j} - a_j|}{b_j - a_j} \leq 1, \frac{|t_{0j} - b_j|}{b_j - a_j} \leq 1$ 同时成立 而当 $t_{0j} \notin [a_j, b_j]$ 时, $\frac{|t_{0j} - a_j|}{b_j - a_j}$ 和 $\frac{|t_{0j} - b_j|}{b_j - a_j}$ 二者中至少有一项大于 1 第三项考虑的是距离因素,显然 $\frac{d_{0j}}{\max_{1 \leq k \leq n} d_{0k}} \leq 1$ 总成立 称(1)式为评价函数 把客户按照其评价价值从小到大的顺序进行排列,就得到一个优先关系式

在(1)式中,如果 $\omega_1 = \omega_2 = 0, \omega_3 = 1$,则评价函数就只考虑距离因素而不考虑时间窗因素,反之,如果 $\omega_1 = 1, \omega_2 = 0, \omega_3 = 0$,则评价函数就是只考虑时间窗因素而不考虑距离因素

2.2 编码

在遗传算法的应用中,自然数编码被广泛用于求解旅行商问题,VRP 问题,Flow shop 环境下的调度等与顺序有关的问题 为了使染色体能够简单地表示VRPTW 问题的解,采取一种比较直观的编码方法,同样使用自然数编码,但起点客户不出现在染色体中,并允许染色体表示不可行解

在一个染色体中,按照从左向右的顺序,满足优先关系的基因段确定一个车辆路径,例如 $S: 2 \ 1 \ 4 \ 7 \ 3 \ 8 \ 5 \ 6 \ 9$,共有四个基因段满足优先关系,它们分别是: (2), (1 4 7), (3 8) 和 (5 6 9). 因此 S 就表示使用的车辆数为 4

2.3 交叉算子

对于VRPTW 问题,Joe 曾应用遗传算法求解^[5]. Joe 采用自然数编码,允许染色体表示不可行解,并设计出基于某种事先给定的优先关系的交叉算子MX1 和MX2 下面通过例子说明MX1 和MX2 的操作过程

$A: 2 \ 5 \ 6 \ 1 \ 7 \ 3 \ 8 \ 4 \ 9$

$B: 4 \ 1 \ 6 \ 9 \ 3 \ 8 \ 2 \ 5 \ 7$

优先关系为: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

MX1 按从左到右的次序对 A, B 的基因进行考虑(用下划线表示). 因为在优先关系中 A 的基因 2 优于 B 的基因 4,所以子代 $AB1$ 中的第一基因选择 A 中的 2,再把 B 中的 2 与 4 进行交换,以保证染色体的合理

性 经过一次选择, 得到下面的形式:

$A: 2 \underline{5} 6 1 7 3 8 4 9$
 $B: 2 \underline{1} 6 9 3 8 4 5 7$
 $AB1: 2 X X X X X X X X$

重复这个过程就可以得到子代:

$AB1: 2 \underline{1} 6 5 3 7 4 8 9$

MX2 的操作过程如下

$A: 2 \underline{5} 6 1 7 3 8 4 9$
 $B: 4 \underline{1} 6 9 3 8 2 5 7$
 优先关系为: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

在优先关系中 A 的第一个基因比 B 的第一个基因优先, 那么把 A 的第一个基因 2 放到 $AB2$ 的第一个位置上, 再把 2 从 A, B 中去掉(用 X 标记), 得到下面的形式:

$A: X \underline{5} 6 1 7 3 8 4 9$
 $B: 4 \underline{1} 6 9 3 8 X 5 7$
 $AB2: 2 X X X X X X X X$

然后比较带下划线的基因, 因为 4 比 5 优先, 所以选择 4 放到 $AB2$ 的第二个位置上并在 A, B 中有 4 的位置划上 X , 重复这个过程就可以得到:

$AB2: 2 4 \underline{1} 5 6 7 3 8 9$

不难发现, 在 MX1 操作过程中存在交换, 这个交换不能照顾被交换基因的前后基因, 使得父代染色体中较好的“建筑块”遭到破坏。从模式的角度看, 就是有用模式受到侵害。为此提出下面的称做 MX3 的交叉算子, 下面通过例子说明 MX3 的操作过程

$A: 2 \underline{5} 6 1 7 3 8 4 9$
 $B: 4 \underline{1} 6 9 3 8 2 5 7$
 优先关系为: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

首先在 A 中随机地选择一个基因, 例如 2, 然后比较 2 的前后基因(如果存在的话)。如果其后的基因优先于其前面的基因, 则把 2 之后的基因段(包括 2)移到最左端, 其余基因放到这个基因段的后面, 这种移动称做向左旋转; 如果其前面的基因优先于其后面的基因, 则需把 2 前面的基因段(包括 2)移到最后, 其后面的部分移到左面, 再把移动的结果颠倒, 使得 2 放在首位, 这种移动称做向右旋转。注意 A 中 2 在首位无需旋转, 而在 B 中 2 后面的基因 5 优先于 2 前面的基因 8, 故作向左旋转, 并把 2 放到子代 $AB3$ 的首位, 最后去掉 A, B 中的 2, 得到下面的形式:

$A: X \underline{5} 6 1 7 3 8 4 9$
 $B: X \underline{5} 7 4 1 6 9 3 8$
 $AB3: 2 X X X X X X X X$

下面需要考虑带下划线的基因。因为都是 5, 所以把 5 放到 $AB3$ 的第二个位置, 就得到下面的形式:

$A: X X \underline{6} 1 7 3 8 4 9$
 $B: X X \underline{7} 4 1 6 9 3 8$
 $AB3: 2 5 X X X X X X X$

此时带下划线的 6 优先于 7, 所以把 B 作向右旋转, 使 6 在 B 的第三个位置上, 得到下面的形式:

$A: X X X \underline{1} 7 3 8 4 9$
 $B: X X X \underline{1} 4 7 8 3 9$
 $AB3: 2 5 6 X X X X X X$

重复上述过程就可以得到:

$$AB\ 3:2\ 5\ 6\ 1\ 4\ 7\ 3\ 8\ 9$$

为了区别不同的优先关系得到的交叉算子,用MX1D,MX2D 和MX3D 表示优先关系是根据距离确定的,MX1T,MX2T 和MX3T 表示优先关系是根据时间窗确定的,而用MX1P,MX2P 和MX3P 表示优先关系是根据评价函数(1)确定的

2 4 变异算子

交叉只能对现有的基因进行排列组合,下能产生新的基因 变异可使搜索跳出局部最优,是避免算法早熟的重要算子 在这里变异算子为随机交换两个基因的位置

2 5 适应值函数

如果染色体的某个路径中存在不满足时间窗约束的客户,或者车辆的能力约束被破坏时,其适应值取不满足约束路径数的和,此时这个染色体所表示的解就是不可行解,如果所有的路径都满足时间窗约束和车辆的能力约束,则其适应值等于一个非常小的负数 z 加上所有路径的成本(距离或者时间),此时这个染色体所表示的解就是一个可行解

2 6 终止准则

当搜索到指定代数时终止搜索,输出最优解

3 实验结果

为了测试遗传算法的性能,对三个随机生成的VRPTW 问题进行求解 问题中所有的数据都是整数,客户之间的距离介于 6- 200 之间,并且限定所有路径的距离之和不超过 10000 使用的参数分别是:交叉概率为 0.85,变异概率为 0.02 由于是在微机上执行程序,为了节省机器的开销,所以当客户数小于 50 时,种群规模取为 50,而当客户数超过 50 个时,种群规模取为 30,当程序运行到 1000 代时停止 此外 $z = -9999$,最后把距离转换为时间 表 1,表 2 和表 3 给出了实验结果,其中第一个问题无能力约束,此时VRPTW 退化成为多旅行商问题

表 1: 计算结果(优先关系: 距离)

n	PMX	ER	MX1D	MX2D	MX3D
32	8/503	7/481	6/443	7/481	6/443
55	13/967	13/909	12/886	12/909	12/886
76	20/1987	18/1773	17/1687	18/1773	17/1687

表 2: 计算结果(优先关系: 时间窗)

n	PMX	ER	MX1T	MX2T	MX3T
32	8/523	8/514	7/481	7/481	6/432
55	13/967	13/947	12/886	12/886	12/886
76	20/1987	20/1987	18/1773	18/1773	17/1687

在表中,“/”之前为车辆数,之后为总成本,其中最优解是使用文献[6]的方法获得的 对于第一个问题,最优解为 6/432;对于第二个问题,最优解为 12/886;而对于第三个问题,最优解为 17/1687 从表中可以看出,对



于所有的问题,交叉算子 PM X 和 ER 的性能都不如 M X 1, M X 2 和 M X 3 对于使用距离和时间窗所确定的优先关系,

表 3: 计算结果(优先关系: 评价函数)

<i>n</i>	PM X	ER	M X 1P	M X 2P	M X 3P
32	7/481	7/481	6/432	6/432	6/432
55	12/886	12/886	12/886	12/886	12/886
76	18/1773	18/1773	17/1687	17/1687	17/1687

搜索到的解相差不大,但是使用评价函数确定的优先关系搜索到的解就明显优于前二者 尽管 M X 2 也能搜索到较好的解甚至最优解,但在实验过程中发现其搜索效率低于 M X 1 和 M X 3

4 结论

本文提出的交叉算子 M X 3 比 M X 1 和 M X 2 的优势更加明显,评价函数既考虑了距离,又考虑了时间窗,使用此优先关系的交叉算子对 VRPTW 问题的求解表明遗传算法对解决一些组合优化问题是有效的

参 考 文 献

[1] Bodin L , Golden B , Assad A and Ball M. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: The State of the Arts Computers & Operations Research, 1983, 10: 62~ 212

[2] Solomon M , Desrosiers J. Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems A Survey. Transportation Science, 1988, 22(1): 1~ 11

[3] Savelsbergh M. Local Search for Routing Problems with Time Windows. Annals of Operations Research, 1985, 4: 285~ 305

[4] Thangiah S, Nygard K and Juell P. Gideon A Genetic Algorithm System for Vehicle Routing with Time Windows Proceedings of the Seventh Conference on Artificial Intelligence Applications, Miami, Florida, 1991: 322~ 325

[5] Joe L. and Roger L. Multiple Vehicle Routing with Time and Capacity Constraints Using Genetic Algorithms Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, 1993, 452~ 459

[6] Desrochers M. , Desrosiers J. and Solomon M. A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Operations Research, 1992, 40(2): 342~ 354