北京林业大学

数据库原理与应用

关系代数

* 关系代数的分类及其运算符

- ◆ 关系代数是一种抽象的**查询语言**
- ◆ 关系代数的**运算对象与运算结果**都是关系
- ◆ 关系代数运算符

集合运算符

X

关系运算符

7711

П

_

竹 比较运算符

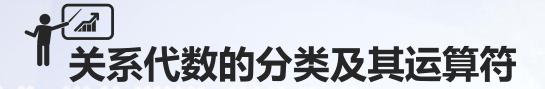
>, ≥

=', -

逻辑运算符

٨

٦



关系代数的运算按运算符的不同主要分为两类:

传统的集合运算

专门的关系运算



传统的集合运算:

把关系看成元组的集合,以元组作为集合中元素来进行运算,其运算是从关系的"水平"方向即行的角度进行的。包括并、差、交和广义笛卡尔积等运算。

* 关系代数的分类及其运算符



专门的关系运算:

不仅涉及行运算,也涉及列运算,这种运算是为数据库的应用而引进的特殊运算。 包括选取、投影、连接和除法等运算。

传统集合 (除笛卡尔积) 是典型的二目运算,因此,需要在两个关系中进行,两个关系R、S,若满足:



(1) 具有相同的度n;



(2) R中第i个属性和S中第i个属性必须来自同一个域。(列同质)

则说关系R、S是相容的

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \lor t \in S\}$$

$$R-S = \{t \mid t \in R \land \neg t \in S\}$$

$$R \cap S = \{t \mid t \in \mathbb{R} \land t \in S\}$$

广义笛卡尔积(Extended Cartesian Product)

$$R \times S = \{t_r \cap t_s | t_r \in R \land t_s \in S\}$$



如所示的两个关系R与S为相容关系,进一步计算为R与S的并,R与S的交,R与S的差以及R与S的广义笛卡尔积。

R

A	В	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	В	C
a1	b 1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2



R

A	В	C
a1	b 1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	В	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cup S$

A	В	C
a1	b 1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1
a2	b3	c2

(c)

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \lor t \in S\}$$



R

A	В	С
a1	b 1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	В	C
a1	b 1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cap S$

A	В	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1

(d)

$$R \cap S = \{t \mid t \in \mathbb{R} \land t \in \mathbb{S}\}$$



R

A	В	С
a1	b 1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

R-S

A	В	C
a1	b1	c2

S

A	В	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

(e)

$$R-S = \{t \mid t \in R \land \tau t \in S\}$$



R

A	В	C
a1	b 1	c1
a1	b1	c2
aı	UI	C2

S

A	В	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$\mathbf{R} \times \mathbf{S}$

A	В	C	A	В	C
a1	b1	c1	a1	b1	c1
a1	b1	c1	a2	b2	c1
a1	b1	c1	a2	b3	c2
a1	b1	c2	a1	b1	c1
a1	b1	c2	a2	b2	c1
a1	b1	c2	a2	b3	c2
a2	b2	c1	a1	b1	c1
a2	b2	c1	a2	b2	c1
a2	b2	c1	a2	b3	c2

$$R \times S = \{t_r \cap t_s | t_r \in R \land t_s \in S\}$$





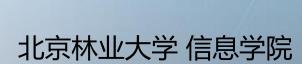
应用: 并运算: 在学生表增加一条记录

SNO	SNAME	BIRTHDAY	
s003	李林	1998-1-2	
s005	王其	1998-3-21	

SNO	SNAME	BIRTHDAY	
s007	赵新	1998-4-2	



SNO	SNAME	BIRTHDAY	
s003	李林	1998-1-2	•••••
s005	王其	1998-3-21	
s007	赵新	1998-4-2	





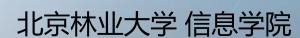
应用: 差运算: 在学生表删除一条记录

SNO	SNAME	SNAME BIRTHDAY	
s003	李林	1998-1-2	
s005	王其	1998-3-21	
s007	赵新	1998-4-2	******

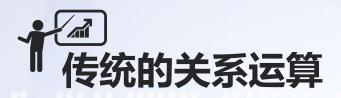
SNO	SNAME	BIRTHDAY	
s007	赵新	1998-4-2	



SNO	SNAME	BIRTHDAY	
s003	李林	1998-1-2	••••
s005	王其	1998-3-21	••••
•••••			



总结



② 总结

相关概念

笛卡尔积操作

- ◆ 由于传统的集合运算,只是从行的角度进行,而要 灵活地实现关系数据库多样的查询操作,必须引入 专门的关系运算。
- ◆ 在讲专门的关系运算之前,为叙述上的方便先引入 几个概念。

(1)设关系模式为 $R(A_1,A_2,\ldots,A_n)$,它的一个 关系为R, $t \in R$ 表示t是R的一个元组, $t[A_i]$ 则表示 元组t中相应于属性 A_i 的一个分量。



(2) 若A={A_{i1},A_{i2},....., A_{ik}}, 其中
A_{i1},A_{i2},....,A_{ik}是A₁,A₂,...., A_n中的一部分,
则A称为属性列或域列, Ã则表示{A₁,A₂,....,
A_n}中去掉{A_{i1},A_{i2},...., A_{ik}}后剩余的属性组。
t[A]={t[A_{i1}],t[A_{i2}],....,t[A_{ik}]}表示元组t在属性
列A上诸分量的集合。

010100010101101

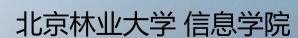


(3) R为n目关系, S为m目关系, tr∈R, ts∈S,tr ↑ ts称为元组的连接(concatenation), 它是一个n+m列的元组, 前n个分量为R的一个n元组, 后m个分量为S中的一个m元组。





(4) 给定一个关系R(X, Z), X和Z为属性
 组, 定义当t[X]=x时, x在R中的象集(image set),
 为Zx={t[Z]|t∈R,t[X]=x},它表示R中的属性组X
 上值为x的诸元组在Z上分量的集合。



选取 (Selection)

F为选取的条件

$$\sigma_F(R) = \{ t \mid t \in R \land F(t) = '真' \}$$

[例] 查询计算机系的全体学生

σ_{Dept='}计算机'</sub>(S)

SNo	SN	Sex	Age	Dept	
S1	赵亦	女	17	计算机	
S5	周武	男	19	计算机	

从行的角度进行的运算

S(学生关系)

_					
	SNO	SN	Sex	Age	Dept
	S1	赵亦	女	17	计算机
	S2	钱尔	男	18	信息
	S 3	孙珊	女	20	信息
	S4	李思	男	21	自动化
	S5	周武	男	19	计算机
	S6	吴丽	女	20	自动化



[例] 查询工资高于1000元的男教师

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
Т3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息



 $\sigma_{(Sal>1000)}$ $\wedge_{(Sex='男')}$ (T)



TNo	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机



O 投影 (Projection)

T

教

师

关 系 A为R中的属性列

$$\Pi_A(R) = \{t[A] \mid t \in R\}$$

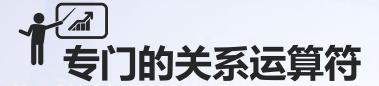
[例] 查询教师的姓名、教师号及其职称。

 $\Pi_{\text{TN,TNo,Prof}}(T)$

TNo	Prof	
T1	教授	
T2	讲师	
T3	讲师	
T4	教授	
T5	副教	授
	T1 T2 T3 T4	T1 教 T2 讲 T3 讲 T4 教

从行的角度 进行的运算

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
Т3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息
	T1 T2 T3 T4	T1 李力 T2 王平 T3 刘伟 T4 张雪	T1 李力 男 T2 王平 女 T3 刘伟 男 T4 张雪 女	T1 李力 男 47 T2 王平 女 28 T3 刘伟 男 30 T4 张雪 女 51	T1 李力 男 47 教授 T2 王平 女 28 讲师 T3 刘伟 男 30 讲师 T4 张雪 女 51 教授	T1 李力 男 47 教授 1500 T2 王平 女 28 讲师 800 T3 刘伟 男 30 讲师 900 T4 张雪 女 51 教授 1600	T1 李力 男 47 教授 1500 3000 T2 王平 女 28 讲师 800 1200 T3 刘伟 男 30 讲师 900 1200 T4 张雪 女 51 教授 1600 3000



[例] 查询教师关系中有哪些系

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
Т3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
Т5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息

投影后不但 减少了属性, 元组也可以 减少,新关 系与原关系 不相容。



 $\Pi_{Dept}(T)$





Dept 计算机 信息 自动化

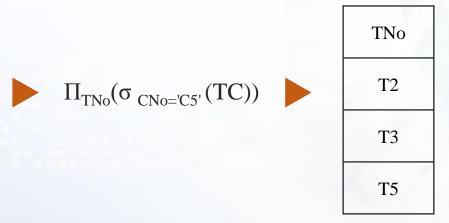




[例] 查询讲授C5课程的教师号

TC(授课关系)

TNO	CN		
T1	C1		
T1	C4		
T2	C5		
Т3	C1		
Т3	C5		
T4	C2		
T4	C3		
T5	C5		
T5	C7		



选取运算和投影运算的组合操作

SEARCH STATE OF THE STATE OF TH

总结



② 总结

相关概念

专门的关系运算

选取操作

投影操作

Θ连接、自然连接和除法



Contents

- ▶│⊕连接
- 自然连接
- > | 举例说明
- ▶ │ 除法
- ▶│总结



0连接

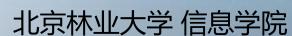


⑥ ④连接的定义

- ◆ 设两个关系R和S,其中R中的属性可以进一步分解为属性集Z和X,即R=(Z, X)。关系S可以进一步分解为属性集W和Y,即S=(W, Y)。
- ◆ 关系*R*和*S*在连接属性*X*和*Y*上Θ连接,就是在*R*和*S* 的笛卡儿积中,选取*X*属性上的分量与*Y*属性列上的分量满足比较条件的那些元组。

 $R \bowtie_{X \theta Y} S = \{t_r \cap t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[X] \theta t_S[Y]$ 为真}

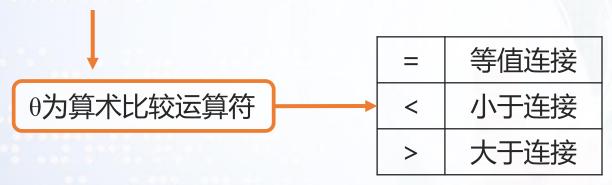
Θ连接是二目运算符,是从两个关系的笛卡儿积中选择满足条件的元组,组成新的关系。





◎ ④连接的运算符

 $R \bowtie_{X \theta Y} S = \{t_r \curvearrowright t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[X] \theta t_S[Y]$ 为真}



◆ 连接可以用选取运算和广义笛卡儿积运算表示:

$$R \bowtie_{X \theta Y} S = \sigma_{X \theta Y} (R \times S)$$

自然连接



● 自然连接的定义

◆ 在等值连接的情况下,当连接属性X与Y具有相同属性组时,把在连接结果中重复的属性列去掉,即如果R和S具有相同的属性组Y,则自然连接可以记作:

$$R\bowtie S=\{t_r \frown t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[Y]=t_S[Y]\}$$

举例说明

北京林业大学信息学院

【例】设有如图(a)、(b)所示的两个关系R与S,求R和S在属性C和D上的大于连接(C>D)求R和S在属性C和D上的等值连接(C=D)求R和S在属性B的等值连接(R.B=S.B)求R和S的自然连接

R		
A	В	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

(a)

S	
В	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

(b)

【例】设有如图所示的两个关系R与S, 求R和S在属性C和D上的大于连接(C>D)

<u> </u>		
A	В	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

$\underline{\hspace{1cm}}$	
В	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R\bowtie S = \{t_r \frown t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[C] > t_S[D]\}$$

大于连接(C>D)

A	R.B	C	S.B	D
a2	b3	6	b1	5
a2	b4	8	b1	5
a2	b4	8	b2	6
a2	b4	8	b3	7



【例】设有如图所示的两个关系R与S, 求R和S在属性C和D上的等值连接(C=D)

R		
A	В	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

$\underline{\hspace{1cm}}$	1
В	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \cap t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[C] = t_S[D]\}$$

等值连接(C=D)

A	R.B	C	S.B	D
a2	b3	6	b2	6
a2	b4	8	b3	8

【例】设有如图所示的两个关系R与S, 求R和S在属性B的等值连接(R.B=S.B)

R		
A	В	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
В	D
b1	5
b2	6
b 3	7
b 3	8

$$R\bowtie S=\{t_{r} \frown t_{S} | t_{r} \in R \land t_{S} \in S \land t_{r}[B]=t_{S}[B]\}$$

等值连接(R.B=S.B)

A	R.B	C	S.B	D
a1	b1	2	b1	5
a1	b2	4	b2	6
a2	b3	6	b3	7
a2	b3	6	b3	8



【例】设有如图所示的两个关系R与S,求R和S的自然连接

R		
A	В	C
a1	b 1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	. \\
В	D
b1	5
b2	6
b3	7
b 3	8

$$R\bowtie S=\{t_r \frown t_S | t_r \in R \land t_S \in S \land t_r[B]=t_S[B]\}$$

自然连接

A	В	C	D
a1	b1	2	5
a1	b2	4	6
a2	b3	6	7
a2	b3	6	8





Θ连接和自然连接区别及实际例子



等值连接与自然连接的区别

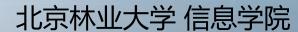
- ◆ 自然连接要求相等属性值的属性名相同,而等值连接不要求
- ◆ 自然连接是去掉重复列的等值连接

T (TNO, TN, Sex, Age, Prof, Sal, Comm, Dept)
C (CNO, CN, CT)
TC (TNO, CNO)

[例]查询讲授"数据库"课程的教师姓名。

$$\Pi_{TN} \left(\sigma_{CN=} \text{ ' 数据库 ' } (C) \bowtie TC \bowtie \Pi_{TNo,TN}(T) \right)$$

或
$$\Pi_{TN} \left(\Pi_{TNo} \left(\sigma_{CN=} ' \text{数据库}' (C) \bowtie TC \right) \bowtie \Pi_{TNo,TN}(T) \right)$$



除法

北京林业大学信息学院



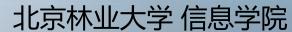


除法运算是二目运算,设有关系R(X, Y)与关系S(Y, Z),其中X, Y, Z为属性集合,R中的Y与S中的Y可以有不同的属性名,但对应属性必须出自相同的域。

关系R除以关系S所得的商是一个新关系P(X),P是R中满足下列条件的元组在X上的投影:元组在X上分量值X的像集Y,包含X在Y上投影的集合:

$$R \div S = \{t_{\mathbf{r}}[X] \mid t_{\mathbf{r}} \subseteq R \land \Pi_{\mathbf{y}}(S) \subseteq Y_{\mathbf{x}}\}$$

其中, Y_x 为x在R中的像集, $x = t_r[X]$



情 除法的运算例子

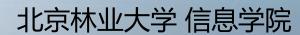
● 举例说明

R			
A	В	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S		
C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

本题中 $X=\{A, B\}=\{(a1,b2), (a2,b4), (a3,b5)\}, Y=\{C, D\}=\{(c3,d5), (c4,d6)\}, Z=\{F\}=\{f3,f4\}_{\bullet}$

元组在X上各个分量值的像集分别为: (a1,b2)的像集为 {(c3,d5), (c4,d6)}; (a2,b4)的像集为{(c1,d3)}; (a3,b5)的像集为{(c2,d8)}。



101010001010110

情 除法的运算例子

● 举例说明

R			
A	В	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S		
C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在X上各个分量值的像集分别为: (a1,b2)的像集为 $\{(c3,d5), (c4,d6)\}; (a2,b4)$ 的像集为 $\{(c1,d3)\}; (a3,b5)$ 的像集为 $\{(c2,d8)\}$ 。



*S*在*Y*上的投影为{(c3,d5), (c4,d6)}。

· 除法的运算例子

● 举例说明

1	R			
	\boldsymbol{A}	В	C	D
	a1	b2	c3	d5
	a1	b2	c4	d6
	a2	b4	c1	d3
	a3	b5	c2	d8

S		
C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在X上各个分量值的像集分别为: (a1,b2)的像集为

{(c3,d5), (c4,d6)}; (a2,b4)的像集为{(c1,d3)}; (a3,b5)

的像集为{(c2,d8)}。



$$R \div S = \{(a1,b2)\}$$

S在Y上的投影为{(c3,d5), (c4,d6)}。



· 除法的运算例子



除法运算同时从行和列的角度进行运算,适合于包含"全部"和"至少"之类的短语的查询。

- ◆查询选修了全部课程的学生学号和姓名。
- ◆查询至少选修了C1课程和C3课程的学生学号。

01010001010110

总结

北京林业大学信息学院

② 总结



除法

◆适用于内容中包含全部、至少等查询

北京林业大学 信息学院