第30卷 第16期 计 算 机 工 程 2004年8月
Vol.30 № 16 Computer Engineering August 2004

·人工智能及识别技术· 文章编号：1000—3428(2004)16—0139—02 文献标识码：A 中图分类号：TP393

基于遗传算法的多人旅行商问题求解

代 坤[1]，鲁士文[2]，蒋祥刚[3]

(1.中国科学院研究生院信息学院，北京 100080；2.中国科学院计算技术研究所，北京 100080；3.华东计算技术研究所，上海 200233)

摘 要： 旅行商问题是一个经典的NP完全问题，多人旅行商问题的求解则更具挑战性。以往对求解多人旅行商问题的研究局限于以所有成员路径总和最小为优化标准，而对以所有成员路径最大值最小为优化标准的另一类多人旅行商问题却未加注意。文章给出了这两类多人旅行商问题的形式化描述，探讨了利用遗传算法求解这两类多人旅行商问题的基本思想和具体方案，进行了仿真实验验证。仿真实验数据表明，这是一种高效而且适应性强的多人旅行商问题求解方法。

关键词： 旅行商问题；遗传算法；路径规划

Genetic Algorithm Based Solution of Multiple Travelling Salesman Problem

DAI Kun[1]，LU Shiwen[2]，JIANG Xianggang[3]

(1. College of Information，Graduate School, Chinese Academy of Sciences，Beijing 100080;
2. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences，Beijing 100080;
3. East-China Institute of Computing Technology，Shanghai 200233)

【Abstract】 Previous researches on multiple travelling salesman problem are mostly limited to the kind that employed total-path-shortest as the evaluating rule，but little notice is paid on the kind that employed longest-path-shortest as the evaluating rule. The formalized models of the two kinds of multiple travelling salesman problem are presented in this paper，and the main idea and specific way of applying genetic algorithm in solving the two kinds of travelling salesman problem are also discussed，the simulation is made at the end. As the simulation result shows，it is an effective and robust way of solving travelling salesman problem.

【Key words】 Travelling salesman problem; Genetic algorithm; Path planning

旅行商问题(Travelling Salesman Problem，TSP)是一个公认的NP完全问题，大规模的旅行商问题通常无法求得最优解。回顾这些年对多人旅行商问题的研究成果可以发现几个问题：一是目前对多人旅行商问题的研究停留在以所有成员路径总和最小为优化的评价标准，因为这类多人旅行商问题可以转化为标准的单人旅行商问题，从而可以应用已有的单人旅行商问题求解方法，而这些方法对以所有成员路径最大值最小为优化标准的另一类多人旅行商问题却无能为力；二是目前使用的旅行商问题求解方法，如分支定界法(branch and bound)、剥脱法(strip)、k-交叉法等，普遍存在着效率不高、适应性弱等缺点。

美国Michigan大学的Holland教授提出的遗传算法(Genetic Algorithm，GA)是求解复杂的组合优化问题的有效方法，其思想来自于达尔文进化论和门德尔松遗传学说，它模拟生物进化过程来从庞大的搜索空间中筛选出较优秀的解，是一种高效而且具有强鲁棒性的方法，所以本文采用了遗传算法来求解多人旅行商问题。

1 问题定义

多人旅行商问题可直观描述为：一个旅行商团队要分头遍历若干个城市，每个城市至少被一个旅行商经过一次，要找到一条遍历全部城市的最短路线，多人旅行商问题也同样包括旅行商路和旅行商回路。已经证明，当网络中任意两个节点都满足三角形不等式时，旅行商(回)路转化为最优Hamilton(回)路。当各个旅行商速度为定值时，所需时间相当于各个旅行商分得的路径中最长的那一条与旅行商速度之商，此时长度最短的最佳路线也是花费时间最少的路线。

2 算法设计

(1) 遗传编码

旅行商问题的编码策略中近邻和次序表示在杂交时很容易打断好路径；矩阵表示的存储量随顶点个数的增加而迅速增长。本文采用的是路径表示，较适宜于旅行商问题的编码表示。本文对标准的路径表示作了适应于多人旅行商问题要求的改进，提出的编码方案如下。

编码方案：每个Agent使用m位非负整数串，Agent R_i的子串记作$S_i= s_{i1}\, s_{i2}\cdots s_{im}$，且$S_i$每位都不大于m(即对任意$i\in\{1, 2, \cdots, n\}$，$j\in\{1, 2, \cdots, m\}$，有$s_{ij}\in\{0, 1, \cdots, m\}$)，$s_{ij}$=k表示全局第j步时$R_i$访问k号城市，$s_{ij}$=0表示全局第j步时$R_i$未动作，而且各子串的第j位上有且只有一个非0值，即对任意 $j\in\{1, 2, \cdots, m\}$有：

$$\sum_{i=1}^{n} s_{ij} - s_{kj} = 0 \quad if \quad s_{kj} > 0 \tag{1}$$

以上方案中的“全局第j步”只是为了表述方便，实际中各个Agent可以并行工作，而并不限于任一时刻只有一个Agent工作。实际应用中，可以将代表最优解的个体进行压缩，去除其中的0，使其长度减为m，每个Agent分得属于自己的一段作为任务执行。

(2)遗传算子

基金项目： 国防预研项目

作者简介： 代 坤(1975－)，女，硕士生，主要研究计算机网络；鲁士文，研究员、博导；蒋祥刚，学士

收稿日期： 2003-07-13 **E-mail：** kundai@sohu.com

本文针对对路径表示的改进设计了专门的遗传算子。

1)选择算子。选择算子的好坏直接影响遗传算法的收敛性，选择压力过大容易导致未成熟收敛，选择压力过小又容易导致收敛速度过慢[2]。Thomas Back仔细分析了各种选择算子的收敛能力，结论是收敛能力按适应值比例选择、线性排名选择、锦标赛选择、(μ，λ)选择、(μ+λ)选择的顺序从弱到强[3]。由于多人旅行商问题的搜索空间较大，因此本文采用线形排名选择以便达到成熟收敛。

2)杂交算子。文献[1]中提出了几种适用于路径表示的杂交算子，本文采用次序杂交并加以改进如下：首先，对选中的两父体进行压缩，去除其中的0，使其长度减为m。然后在压缩后的两父体中随机地选择两个杂交点，并交换两杂交点之间的部分，其它位置保持在父体中的原来顺序。

3)变异算子。本文中设计了两种变异算子：倒位和交换。

①倒位：在变异个体中随机地选择两个倒位点，并将两倒位点之间部分的非0值的顺序颠倒过来。

②交换：首先在变异个体中随机地选择一个0值s_{ik}和一个非0值s_{ij}进行交换，即$s_{ik} \leftarrow s_{ij}$，$s_{ij} \leftarrow 0$；其次，必然存在$s_{i'k} \neq 0$($i' \in \{1, 2, \cdots, n\}-\{i\}$)，随机选择$j' \in \{1, 2, \cdots, n\}$，将$s_{i'k}$的值与$s_{ij'}$进行交换，即$s_{ij'} \leftarrow s_{i'k}$，$s_{i'k} \leftarrow 0$。

(3)适应值函数

适应值函数取值越小说明寻得的Hamilton(回)路越短，个体给出的解越优，其适应度也就越强。

(4)遗传算法中的参数

1)群体规模N。

群体规模N影响到遗传算法的最终性能和效率，N过小则由于对空间的采样量较小而效果不佳；较大的N可以防止过早地收敛到局部最优解，然而较大的计算量可能导致收敛过慢。本文采用N=20。

2)杂交概率p_c和变异概率p_m。

p_c控制杂交的频率，p_c越大则群体中串的更新就越快。p_c过高可能过分地破坏适应度大的串而产生震荡；p_c过低可能因探索率过小而停滞不前。本文采用p_c=0.8。

p_m控制局部微调的幅度。p_m过高实际上相当于随机搜索，所以较小的p_m即可防止群体的进化停滞。本文采用p_m=0.1，倒位和交换的概率各为0.5 p_m。

3)停止准则。

由于遗传算法不包含目标函数的梯度等信息，因此在进化过程中无法确定个体在解空间的位置，也就无法给出是否收敛的理论判据。通常的做法是在达到预先规定的进化代数时停止进化，本文采用的就是这种做法，最大进化代数定为1 000代。但是也可以采用其它的停止准则，例如当相邻两代的最佳适应值之差小于某个事先确定的阈值时停止进化。

3 进化过程的收敛性分析

由于群体中个体的取值相当于在m×n个位置中选择m个进行全排列，因此位串空间I的大小为SIZE= $P_{m\times n}^{m}$。

状态空间S={$s_1, s_2, \cdots, s_l$}的大小为l=SIZE^N，其中s_i=($p_1(t), p_2(t), \cdots, p_N(t)$)，$p_i(t) \in I$表示第$t$代时个体$i$的具体编码形式。

设群体在时刻t时的状态为x_t，则x_t为在有限状态空间S上取值的随机变量。而且由于第t+1代群体只来自于对第t代群体的遗传操作，与第1, 2, …,t-1代群体无关，即x_{t+1}只与x_t有关，与$x_1, x_2, \cdots, x_{t-1}$无关，因此遗传算法可以描述为一个Markov链。而且又由于遗传算子与进化的代数无关，因此它还是一个齐次Markov链。其转移矩阵P可以被分解为3个随机矩阵C、M和S的乘积P=CMS，C、M和S分别代表杂交、变异和选择算子所引起的状态转移。

对任意的$s_i, s_j \in$ S，s_i经变异后变为s_j的概率为

$$m_{ij} = (p_m \times \frac{1}{m})^{H_{ij}} (1 - p_m)^{m \times n \times N - H_{ij}} > 0 \qquad (2)$$

p_m为变异概率，H_{ij}为s_i和s_j相异的位置数，所以M是正的。

状态s_i表示的群体为($p_1(t), p_2(t), \cdots, p_N(t)$)，假设$p_i(t)$按适应值排在第$j$位，则$p_i(t)$被选中的概率为

$$p_j = \frac{(a - \frac{b\ j}{N+1})}{N} > 0 \qquad (3)$$

其中a、b是线性排名选择的参数，控制着选择压力的强度，通常a=1.1，b=0.2。于是状态s_i经选择算子作用后仍为s_i的概率为：

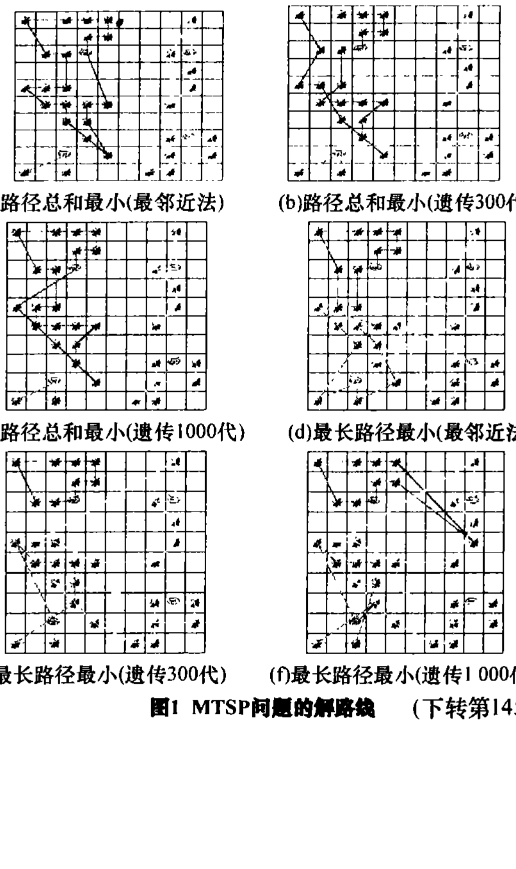
$$s_{ii} = \prod_{j=1}^{N} p_j > 0 \qquad (4)$$

所以S是列可允许的。

根据文献[1]中的引理4.1和定理4.2可知，如果M是正的，S是列可允许的，则P是正的，且$k \to \infty$时P^k收敛到一个稳定的随机矩阵P^∞，最终群体p^∞没有零元且与初始群体p^0的选取无关。而且根据Radolph在文献[4]中的证明，如果在每个进化代都保留当前最好解，则遗传算法能以概率收敛到全局最优解。所以本文提出的应用遗传算法求解多人旅行商问题的解决方案可以随意选取初始群体，只需保证足够长的代数以保证成熟收敛，并在每个进化代都保留当前最好解，即可收敛到全局最优解。

4 仿真结果

以4个旅行商、32个城市的多人旅行商问题为例进行仿真实验，根据所有成员路径总和最小和所有成员路径最大值最小两种优化的评价标准，使用最邻近法、进化300代的遗传算法和进化1 000代的遗传算法分别求解100次并比较其平均值，所有旅行商都从随机起点出发并最终回到原出发点，遗传算法的所有参数都采用前面规定的值，解路线如图1所示，仿真数据如表1所示。可以看出，遗传算法的计算结果明显优于最邻近法的计算结果。



(a)路径总和最小(最邻近法) (b)路径总和最小(遗传300代)

(c)路径总和最小(遗传1000代) (d)最长路径最小(最邻近法)

(e)最长路径最小(遗传300代) (f)最长路径最小(遗传1 000代)

图1 MTSP问题的解路线 (下转第145页)

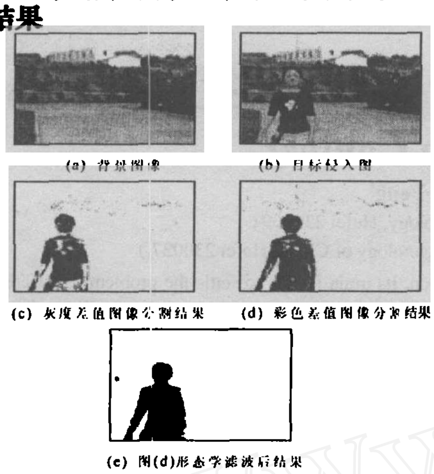
性输出特性知道，只有当其输出值大于或小于某值后，其输出才接近于0或1，这会使得在一定范围的训练次数内，校正进程十分缓慢。具体做法是，当S型函数的实际输出小于0.01或大于0.99时，使其输出直接取为0.01或0.99。此外，采用了变惯性系数的校正方法：

$$\Delta W(n) = d + \eta(n) \bullet \Delta W(n-1) \tag{21}$$

$$\eta(n) = \eta(n-1) + \Delta\eta \tag{22}$$

式中，$\Delta W(n)$ 为本次校正量，$\Delta W(n-1)$ 为前次校正量，d 为由本次误差算得的校正量，$\eta(n)$ 为本次的惯性系数，$\eta(n-1)$ 为前次的惯性系数，$\Delta\eta$ 为惯性系数每次的变化量。此外，$\eta(n)$ 的上限值设为0.89，学习系数取为0.55。

3 实验结果



(a) 背景图像　(b) 目标侵入图

(c) 灰度差值图像分割结果　(d) 彩色差值图像分割结果

(e) 图(d)形态学滤波后结果

图2 运动目标检测结果

首先利用本文提出的运动目标检测方法对户外监视场景进行了大量试验，图2是其中一次典型试验的结果。由图(c)、(d)可看出，本文提出的彩色差值模型可有效提高目标检测区域的完整性；由图(e)可看出，采用形态学滤波方法可有效滤除由于树、草摇动在分割后的二值图像产生的无用的噪声斑点。

为了进行基于神经网络的入侵目标识别试验，首先利用采集的50幅图像样本，对设计的BP神经网络进行训练，错误率为0。然后利用未经学习的另外50幅图像样本对训练好的神经网络进行了测试试验，识别精度大于98%。可见，利用目标不变矩特征组成的输入模式，由人工神经网络进行目标物的识别是十分有效和准确的。

4 结论

本文针对户外监视应用背景，对传统的背景图像灰度差值法进行了改进，引入了彩色图像差值模型、自适应阈值分割算法、图像形态学噪声滤除方法，实现了户外场景中运动目标的鲁棒检测；采用目标区域的7个不变矩特征，利用人工神经元网络作为模式识别器，能够快速、精确地对入侵目标进行识别。

参考文献

1 Kim J B, Kim H J.Efficient Region-based Motion Segmentation for a Video Monitoring System.Pattern Recognition Letters,2003, 24:113

2 Coifman B, Begmer D. A Real-time Computer Vision System for Vehicle Tracking and Traffic Surveillance. Transportation Research Part C,1998,(6): 276-288

3 谢树煜,陈 倩,朱 虹.实时视频对象识别与计数系统的模型和算法设计.清华大学学报, 2001, 41(7): 61-64

4 王润生.图像理解.北京:国防科技大学出版社, 1998

5 Hu M K.Visual Pattern Recognition by Moment Invariant.IRE Trans . Information Theory,1962,8:179-18

☆☆

(上接第140页)

表1 仿真结果数据表

评价标准	随机初始值	最邻近法	遗传算法(300代)	遗传算法(1 000代)
所有成员路径总和最小	189.704 544	58.318 840	54.730 118	52.925 682
所有成员路径最大值最小	59.606 819	21.126 753	20.948 606	19.718 674

5 总结

本文对利用遗传算法求解多人旅行商问题的方法进行了深入的探讨，分析了算法的收敛性，并给出了仿真实验结果数据。仿真实验表明，这是一种高效而且适应性强的多人旅行商问题求解方法。与以往的多人旅行商问题求解方法相比，本方法具有几个显著的优越性：

(1)适用于所有成员路径总和最小和所有成员路径最大值最小两种优化的评价标准，甚至可以同时兼顾这两种评价标准，只需将适应值函数定义为这两种评价标准的加权和即可；

(2)所有计算都仅基于两点之间的距离，所以无须修改即可从二维路径规划扩展到三维路径规划；

(3)由于单人旅行商问题是多人旅行商问题的特例，因此当n=1时，本方法即可应用于标准的单人旅行商问题；

(4)只要求每个城市至少对一个旅行商可达，不要求是连通图，也不要求所在区域是矩形区域；

(5)对于各个旅行商都从同一起点出发都从某一随机起点出发还是从各不相同的起点出发，都回到起点、都回到某一个指定点还是都停止在最后一个城市上等各种情况都只需稍作修改即可实现；

(6)本方法甚至可以不要求满足三角形不等式，在AB+BC<AC时，只需认为AC =AB+BC，即将点A到点C的距离由直接距离AC缩减到经由点B的间接距离AB+BC，这样得到的等价网络必满足三角形不等式，而且可以很容易地变换回原网络。由于旅行商问题并不禁止一个城市被经过多于一次，因此虽然本文把旅行商(回)路当作Hamilton(回)路进行讨论，但结论却并不局限于Hamilton(回)路。

本文提出的方案可以适用于科研与社会生活的诸多领域，如水下机器人集群在三维水域中协同清扫水雷、机器人集群协同多移动目标跟踪、铁路调度等，因而具有较大的理论和现实意义。提出的利用遗传算法求解多人旅行商问题的方法可以进而推广应用到其它类似的组合优化问题上。

参考文献

1 潘正君,康立山,陈毓屏.演化计算.北京:清华大学出版社,桂林:广西科学技术出版社, 1998

2 Rudolah G.Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms. IEEE Transaction on Systems , Man and Cybernetics,1994,24(4): 656-667

3 Back T.Selective Pressure in Evolutionary Algorithms:A Characterization of Selection Mechanisms. ICEC94,1994,1: 57-62

4 Radolph G. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithm. IEEE Transaction on Neural Network,1995,6(2):290-295