

手机购买方案

摘要:现今，越来越多的大学生把手机作为日常生活的必需品，商家也为大学生量身定做多款手机，在琳琅满目的手机市场，如何挑选一部价格较低又能在最大程度上满足学生需求的手机显得尤为重要。

本文就如何让大多数大学生购买到合适且满意的手机建立了利用层次分析法解决该问题的数学模型。首先本文建立了清晰的层次结构图，即：目标层为大学生购买到合适的手机，准则层为手机的品牌、手机的价格、手机的外观设计，手机的性能以及手机的主要功能（学生关心的功能），决策层为 9 款手机（9 款手机均来自于天极网中价位在 500-2000 元且在学生群体中销售好的机型）；其次本文又从手机的颜色，厚度，主屏幕尺寸来综合评价手机的外观设计，从手机的摄像头像素，电池容量，内存，处理器，操作系统来综合评价手机的性能，接着反复利用层次分析法并通过其一致性检验，得到 9 款手机的综合排名，排在前四位的手机均与其价格排名相同，表明价格在学生购机过程中占有重要比重。

最后本文还评价了层次分析法的优缺点并对模型进行了推广。

关键词:大学生购买手机，层析分析法

一 问题重述

如今，大学生都把手机当成了一种日常生活中的必需品。同时，越来越多的商家也已开始把大学生作为手机购买群中最重要的消费群体之一，开始为大学生量身订做了很多款适合大学生使用的手机。作为一种重要的联络手段，一种高端科技产品，一种时尚的象征和身份的标志，手机在校园里的普及率已经超乎人们的想象，在有些院校几乎达到“人手一部”。我们在此并不准备讨论大学生购买手机的利与弊，而是向目前大量准备购买新手机或者即将更换自己的手机的大学生朋友们提出一些指导性意见，即考虑功能、价格等因素，给出选择不同品牌手机的决策方案。

二 问题分析

对大学生购机问题，本文先利用层次分析法，画出层次结构图，再通过选取有代表性的机型，并作出其参数表，最后对数据进行处理，得到准则层的等级，最后利用 excel 及 matlab 软件得到代表机型的综合排序。

三 模型假设

1. 假设大学生买的都是正品新机，价格是以网上报价为基准的。
2. 假设大学生购机不分“男式手机”和“女式手机”。
3. 假设大学生购机的价位均在 500-2100 元。
4. 假设大学生购买手机不考虑手机所能使用手机卡的制式。

四 符号说明

λ :成对比较矩阵的最大特征根。
w :成对比较矩阵的最大特征根的特征向量，即为权向量。
CI :一致性指标。
RI :平均随机一致性指标。（查表可得）
CR : 一致性比率。
p_i :第 i 款手机。（ $i = 1, 2, \dots, 8, 9$ ）

五 模型建立

对大学生购买手机问题，可用层次分析法进行解决。将该问题分为三个层次，最上层为目标层，即大学生购买到合适的手机，用 A 表示；最下层为方案层，即选择哪款手机，用 p_i 表示；中间层为准则层，本文选取手机的品牌，手机的价格，手机的外观设计，手机的性能以及手机的主要功能这五个准则，用 C_j 表示。层次结构图如图 5-1 所示。

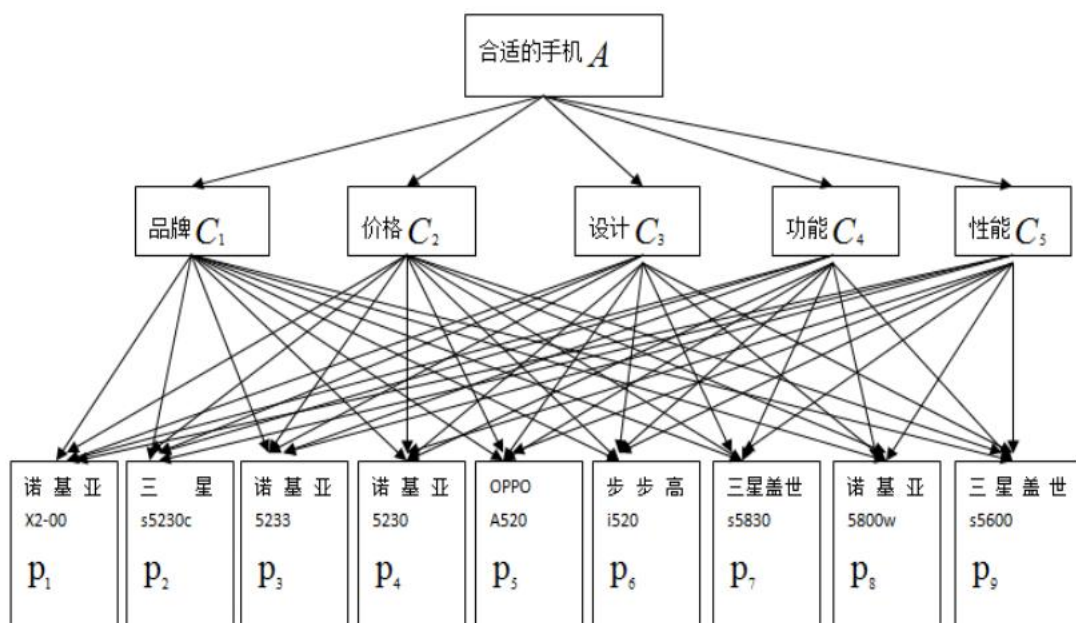


图 5-1

由于手机的外形设计及性能包括多种，针对学生群体，本文只考虑把手机的颜色，厚度以及主屏幕尺寸作为对手机外形设计的评价的准则；把手机的摄像头像素，电池容量，内存，处理器以及操作系统作为对手机性能的准则。

对准则层的比较排序具体见表 5-1。

品牌	价格	设计	功能	性能
诺基亚 X2-00	三星 s5230c	诺基亚 5233	诺基亚 5230	OPPO A520
步步高 i520	三星盖世 s5830	诺基亚 5800w	三星盖世 s5600	

价格 C_2 的排序见表 5-4

表 5-4

500-700	700-900	900-1100	1100-1300
9	8	7	6
1300-1500	1500-1700	1700-1900	1900-2100
5	4	3	2

外观设计 C_3 的比较排序见表 5-5

表 5-5

颜色	厚度	主屏幕尺寸
4	2	4

手机性能 C_5 的比较排序见表 5-6

表 5-6

像素	电池容量	内存	处理器	操作系统
5	6	4	3	3

六 模型求解

方案层对价格 C_2 的成对比较矩阵表见表 6-2

表 6-2

C_2-P	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	w
P_1	1	1	2	3	4	4	5	6	7	0.2452
P_2	1	1	2	3	4	4	5	6	7	0.2452
P_3	1/2	1/2	1	2	3	3	4	5	6	0.1636
P_4	1/3	1/3	1/2	1	2	2	3	4	5	0.1085
P_5	1/4	1/4	1/3	1/2	1	1	2	3	4	0.0695
P_6	1/4	1/4	1/3	1/2	1	1	2	3	4	0.0695
P_7	1/5	1/5	1/4	1/3	1/2	1/2	1	2	3	0.0453
P_8	1/6	1/6	1/5	1/4	1/3	1/3	1/2	1	2	0.0309
P_9	1/7	1/7	1/6	1/5	1/4	1/4	1/3	1/2	1	0.0223

解得: $\lambda_{C_2-P} = 9.2493$, $CI_{C_2-P} = 0.031163$,

$$CR_{C_2-P} = 0.021344 < 0.1$$

因为手机的外观设计又通过手机的颜色, 厚度以及主屏幕尺寸这三方面来衡量的, 故对手机的外观设计需用一次层次分析法得到 9 种手机型号的的外观设计权重值。由方案层对手机颜色, 方案层对手机厚度, 方案层对手机主屏幕尺寸的成对比较矩阵得到手机颜色, 厚度以及主屏幕尺寸的权重向量 w_1 , w_2 ,

w_3 的结果如下表 6-3。

表 6-3

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
w_1	0.095	0.037	0.095	0.284	0.284	0.095	0.037	0.037	0.037
w_2	0.141	0.215	0.042	0.042	0.042	0.021	0.215	0.067	0.215
w_3	0.021	0.083	0.133	0.133	0.030	0.030	0.133	0.133	0.306

手机颜色，厚度，主屏幕尺寸的成对比较矩阵表见表 6-4

表 6-4

	手机颜色	厚度	主屏幕尺寸	w
手机颜色	1	3	1	0.4286
厚度	1/3	1	1/3	0.1429
主屏幕尺寸	1	3	1	0.4286

由表 6-3 以及表 6-4 的权重向量结果，可以得到方案层对手机外观设计的组合权重向量如下表 6-5

表 6-5

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉
外观设计的 w	0.070	0.082	0.104	0.185	0.140	0.056	0.103	0.082	0.178

外观设计的权重 w 由以下计算得到：

$$w = \begin{pmatrix} 0.0951 & 0.1411 & 0.0211 \\ 0.0369 & 0.2148 & 0.0833 \\ 0.0951 & 0.0422 & 0.1327 \\ 0.2836 & 0.0422 & 0.1327 \\ 0.2836 & 0.0422 & 0.0295 \\ 0.0951 & 0.0213 & 0.0295 \\ 0.0369 & 0.2148 & 0.1327 \\ 0.0369 & 0.0667 & 0.1327 \\ 0.0369 & 0.2148 & 0.3057 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.4286 \\ 0.1429 \\ 0.4286 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.0822 \\ 0.1037 \\ 0.1845 \\ 0.1402 \\ 0.0564 \\ 0.1034 \\ 0.0822 \\ 0.1775 \end{pmatrix}$$

进行组合一致性检验得到：

$$CI_{C_3-P} = 0.022061, CR_{C_3-P} = 0.015109 < 0.1$$

方案层对主要功能 C_4 的成对比较矩阵表见表 6-6

表 6-6

C_4-P	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	w
P_1	1	2	1/3	1/2	3	1	1/7	2	1/5	0.0515
P_2	1/2	1	1/4	1/3	2	1/2	1/8	1	1/6	0.0326
P_3	3	4	1	2	5	3	1/5	4	1/3	0.1195
P_4	2	3	1/2	1	4	2	1/6	3	1/4	0.0806
P_5	1/3	1/2	1/5	1/4	1	1/3	1/9	1/2	1/7	0.0223
P_6	1	2	1/3	1/2	3	1	1/7	2	1/5	0.0515
P_7	7	8	5	6	9	7	1	8	3	0.3845
P_8	1/2	1	1/4	1/3	2	1/2	1/8	1	1/6	0.0326
P_9	5	6	3	4	7	5	1/3	6	1	0.2249

解得: $\lambda_{C_4-P} = 9.322$, $CI_{C_4-P} = 0.04025$,

$$CR_{C_4-P} = 0.027568 < 0.1$$

与手机外观设计相似,手机的性能因为是由摄像头像素,电池容量,内存,处理器以及操作系统来衡量,故需再用一次层次分析法得到 9 款手机性能的权重值。9 款手机性能的权重值见表 6-7。

表 6-7

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
手机性能									
w	0.099	0.062	0.098	0.098	0.030	0.024	0.205	0.123	0.262

进行组合一致性检验得到:

$$CI_{C_5-P} = 0.030347, CR_{C_5-P} = 0.020784 < 0.1$$

9 款手机的综合性能的排序见下表 6-8

表 6-8

$A \sim P$	w_{C_1}	w_{C_2}	w_{C_3}	w_{C_4}	w_{C_5}	$w_{\text{总}}$
P_1	0.1625	0.2452	0.07	0.0515	0.0994	0.1794
P_2	0.0879	0.2452	0.0822	0.0326	0.0622	0.1563
P_3	0.1625	0.1636	0.1037	0.1195	0.0978	0.1469
P_4	0.1625	0.1085	0.1845	0.0806	0.0978	0.121
P_5	0.0518	0.0695	0.1402	0.0223	0.0295	0.0597
P_6	0.0343	0.0695	0.0564	0.0515	0.0235	0.0528
P_7	0.0879	0.0453	0.1034	0.3845	0.2052	0.1101
P_8	0.1625	0.0309	0.0822	0.0326	0.123	0.0767
P_9	0.0879	0.0223	0.1775	0.2249	0.2616	0.097

w_{C_i} 表示准则层 C_i 的权重向量, $w_{\text{总}}$ 表示在满足所有准则层条件下 9 种手机型号的权重向量, 权重值越大, 越是得到大学生的亲睐。

进行组合一致性检验得到:

$$CI_{A \sim P} = 0.025634, CR_{A \sim P} = 0.017557 < 0.1$$

七 模型结果分析

9 种手机的排序见表 7-1

表 7-1

	手机型号	组合权重值	排序
P ₁	诺基亚 X2-00	0.1794	1
P ₂	三星 S5230C	0.1563	2
P ₃	诺基亚 5233	0.1469	3
P ₄	诺基亚 5230	0.121	4
P ₇	三星盖世 S5660	0.1101	5
P ₉	三星盖世 S5830	0.097	6
P ₈	诺基亚 5800W	0.0767	7
P ₅	OPPOA520	0.0597	8
P ₆	步步高 I509	0.0528	9

由表 7-1 可知，在手机品牌，价格，外观设计，主要功能以及性能的综合排名中，排在前四位是：诺基亚 X2-00，三星 S5230C，诺基亚 5233，诺基亚 5230。这个排名和价格的排名（见附表 1）相同，说明价格在学生购买手机的过程中是首要考虑的因素，并且这四种机型是值得被大多数学生选择的。

八 模型评价

该模型利用层析分析法，原理简单易懂，但成对比较矩阵的构造过程主观性较强，层次分析法至多只能排除思维过程中的严重非一致性，却无法排除决策者个人可能存在的严重片面性，并且比较、判断过程较为粗糙，不能用于精度要求较高的决策问题；对于大学生购买手机问题，本文也只是对 9 种销量较好的机型进行评价择优，但对其他众多机型一样可以通过层次分析法判断其优越性。

九 模型推广

根据不同人选手机的出发点不同，本文可以如图 9-1 分类考虑。

做法是：从网上选出几款某一方向的销量比较好的机型，然后根据层次分析法得到其综合排名，给出最优机型，以此作为这一选择方向的指导方案。

比如本文也可从价格出发，分几个价格段，从网上选出在某个段内的销量靠前的几款手机，然后就这几款手机利用层次分析法如原模型那样得到综评排名，以此作为这一价格段的方案，以供购买者参考。同理，其他分类方向的具体方案也类似的给出，最终将会给出一系列参考方案，以供购买者从自身的出发点做出选择。

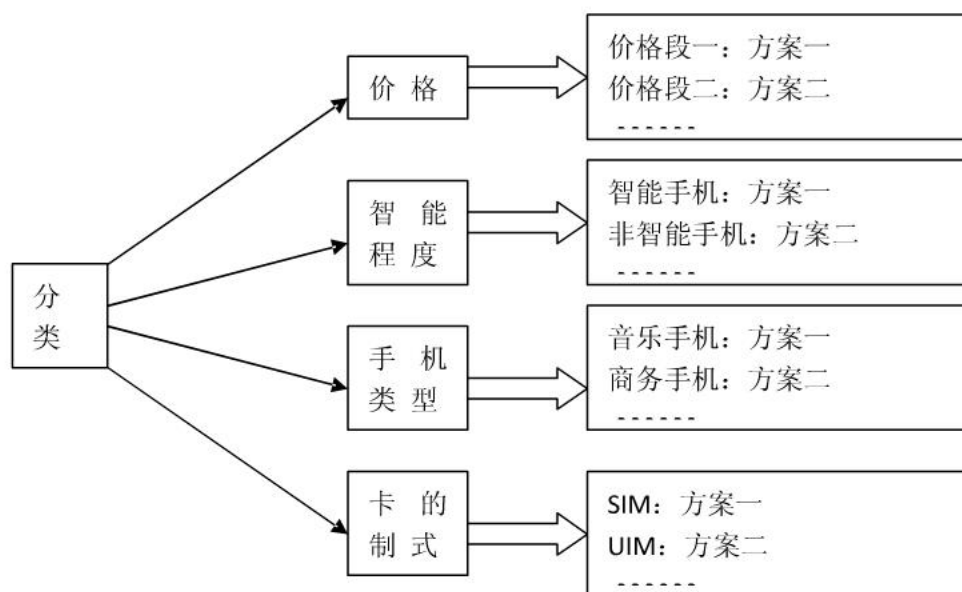


图 9-1

十 参考文献

[1]梁国业, 廖健平. 数学建模[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2004 年 9 月第一版. 299-310.

十一 附录

附表 1:9 种手机型号的参数表

型号	价格（元）	颜色种类	厚度(mm)	主屏尺寸 (英寸)	功能
诺基亚 x2-00	720	2	13.3	2.2	10
三星 s5230c	800	1	11.9	3.0	6
诺基亚 5233	900	2	15.5	3.2	14
诺基亚 5230	1200	3	15.5	3.2	13
OPPOA520	1398	3	16.4	3.2	4
步步高 i50p	1498	2	18.3	2.4	10
三星盖世 s5660	1688	1	11.5	3.2	17
诺基亚 5800w	1730	1	14.5	3.2	6
三星盖世 s5830	1990	1	11.5	3.5	23

	摄像头像素（万）	电池容量 (MAh)	内存(MB)	处理器 (MHZ)	操作系统
诺基亚 x2-00	500	860	48	低于 434	Symbians60
三星 s5230c	320	1000	85	—	—
诺基亚 5233	200	1320	70	434	Symbians60
诺基亚 5230	200	1320	70	434	Symbians60
OPPOA520	200	900	55	—	—
步步高 i50p	200	860	26	—	—
三星盖世 s5660	500	1350	150	800	Google Android
诺基亚 5800w	320	1320	81	434	Symbians60
三星盖世 s5830	300	1350	150	800	Google Android

附表 2: 方案层对手机颜色的成对比较矩阵表

方案与颜色	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	w
P ₁	1	3	1	1/4	1/4	1	3	3	3	0.0951
P ₂	1/3	1	1/3	1/6	1/6	1/3	1	1	1	0.0369
P ₃	1	3	1	1/4	1/4	1	3	3	3	0.0951
P ₄	4	6	4	1	1	4	6	6	6	0.2836
P ₅	4	6	4	1	1	4	6	6	6	0.2836
P ₆	1	3	1	1/4	1/4	1	3	3	3	0.0951
P ₇	1/3	1	1/3	1/6	1/6	1/3	1	1	1	0.0369
P ₈	1/3	1	1/3	1/6	1/6	1/3	1	1	1	0.0369
P ₉	1/3	1	1/3	1/6	1/6	1/3	1	1	1	0.0369

附表三:

```
function quanzhong(a) %求权重;
```

```
[v,d]=eig(a);
```

```
for i=1:5
```

```
v(:,i)=v(:,i)./sum(v(:,i));
```

```
end
```

```
[lmda,j]=max(sum(d(:,1:5)));
```

```
lmda
```

```
w=v(:,j)
```

附表四:

function aph(a)%生成比较矩阵, 并计算权重;

N=length(a);

b=ones(N);

for i=1:N

for j=1:N

if a(i)-a(j)>0

b(i,j)=a(i)-a(j)+1;

end

if a(i)-a(j)==0

b(i,j)=1;

end

if a(i)-a(j)<0

b(i,j)=1/abs(a(i)-a(j)-1);

end

end

end

b

rats(b)

quanzhong(b)