

#### 2016 CUMCM D 风电场运行状况分析及优化 评述

谈之奕 (浙江大学数学科学学院) tanzy@zju.edu.cn



# 赛题特点

- 问题表述
  - 题意清楚、目标明确
  - 简化专业背景
- 综合能力
  - 三个小题、数据整理
  - 统计、运筹
  - 数学软件
- 专科要求
  - 两种途径













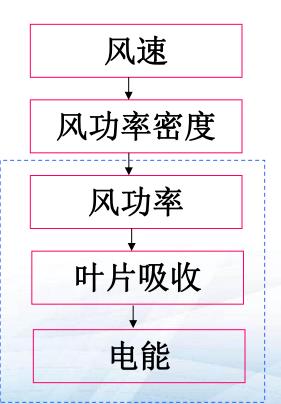
# 风能资源

- 附件1给出了该风电场一年内每隔15分钟的各风机安装处的平均风速和风电场输出功率。试利用这些数据对该风电场的风能资源及其利用情况进行评估
  - 35040条数据
  - 个别数据格式错误

D	风电场日实际发电曲线统计表												
2019	5年1月	1日					功率	単位(	MW.	风速单	单位: m/s		
时间	功率	风速	时间	功率	风速	时间	功率	风速	时间	功率	风速		
0:15	34	4.1	6:15	25	4.7	12:15	0	2.3	18:15	13	3.9		
0:30	24	4.9	6:30	25	5.7	12:30	0	2.3	18:30	18	3.5		
0:45	36	4.7	6:45	24	4.7	12:45	1	2.5	18:45	24	4.1		
1:00	29	5.6	7:00	23	5.4	13:00	1	2.5	19:00	22	4.6		
1:15	21	5.1	7:15	27	5.6	13:15	2	2.5	19:15	20	4.5		
1:30	19	3.9	7:30	29	5.4	13:30	2	2.4	19:30	12	4.0		
1:45	25	4.2	7:45	30	4.9	13:45	0	2.2	19:45	9	4.2		



#### 风力发电



 $\nu$ 

$$\frac{1}{2}\rho v^3$$

$$\frac{1}{2}\dot{m}v^{2} = \frac{1}{2}(\rho A v) \cdot v^{2} = \frac{1}{2}\rho v^{3} A$$

$$\frac{1}{2}\rho v^3 A \cdot C_p \qquad C_p \leq \frac{16}{27} \quad \textbf{Betz 极限}$$

额定功率



Albert Betz (1885-1968) 德国物理学家



#### 评估指标

- 风能资源指标
  - 平均风速
  - 平均风功率密度
  - 有效小时数
  - 风频分布
  - 风向
  - 风切变
  - 湍流强度

$$\overline{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} v_i$$
  $D_{wp} = \frac{\rho}{2n} \sum_{i=1}^{n} v_i^3$ 

$$D_{wp} = \frac{\rho}{2} \overline{v}^3 \times$$

$$D_{wp} < \frac{\rho}{2} \overline{v}^3 \times$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n v_i^3 \ge \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n v_i\right)^3$$

ICS 27-180 F 11



中华人民共和国国家标准

GB/T 18710-2002

风电场风能资源评估方法

Methodology of wind energy resource assessment for wind farm

2002 - 04 - 28 40 4

2002 - 10 - 01 %: \$

中华人民共和国 发布 国家质量监督检验检疫总局



风

功率密

度

# 利用情况

输出功率 额定功率 风功率 风资源 正常维护 弃风限电?



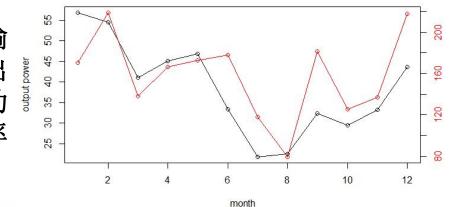
央广网财经 > 天下财经

撕裂的风电:弃风限电恶化 百亿元风电在流失

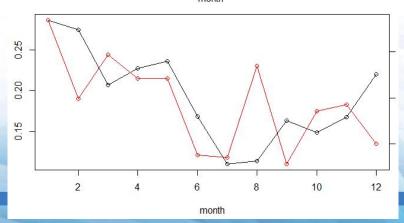
2015-12-08 08:16:00 来源: 央广网

20	4:15	15	3.1	10:15	0	3.2
21	4:30	4	3.8	10:30	0	3.4
22	4:45	1	2.5	10:45	0	3.1
23	5:00	0	1.9	11:00	0	4.1
24	5:15	0	2.3	11:15	0	4.5
25	5:30	1	2.3	11:30	0	4.7
26	5:45	2	2.5	11:45	0	4.5
27	6:00	7	3.1	12:00	1	4.4

输出功率



输出vs额定



输出vs风功率



#### Weibull分布

• Weibull分布

k: 形状参数

• 密度函数

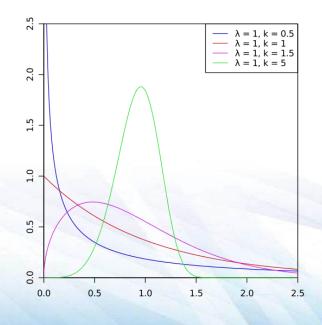
λ: 尺度参数

$$f(x;k,\lambda) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k}} & x > 0, \\ 0 & x \le 0, \end{cases}$$

- 数字特征

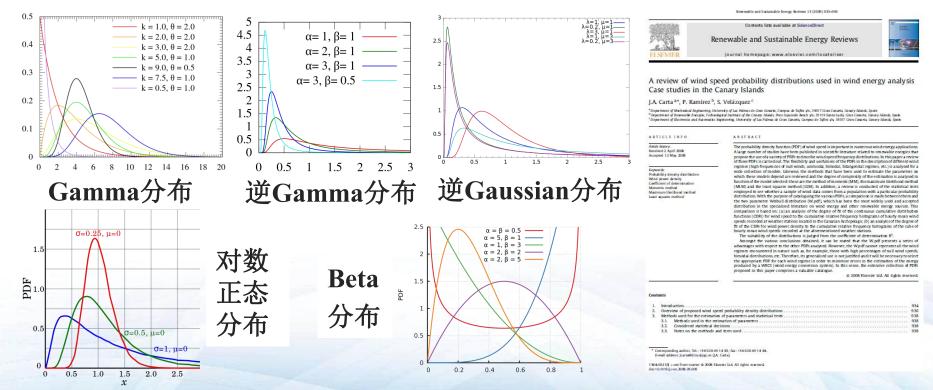
  - 均值  $\lambda\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)$  方差  $\lambda^2\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{k}\right)-\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right)^2\right)$

$$\mathbf{E}(D_{wp}) = \frac{1}{2} \rho \mathbf{E}(v^3)$$





#### 风速分布



Carta JA, Ramirez P, Velazquez S. A review of wind speed probability distributions used in wind energy analysis: Case studies in the Canary Islands. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2009, 13: 933-955.

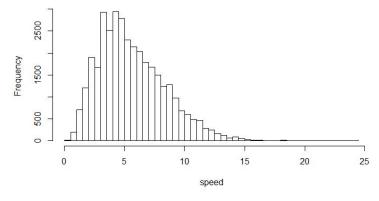


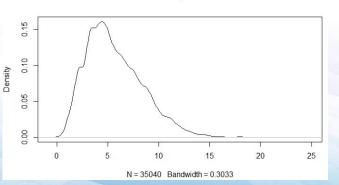
#### Weibull分布

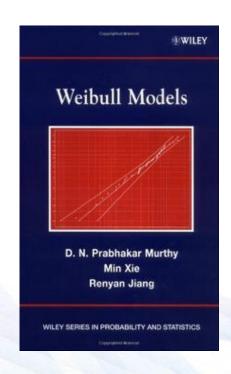
- 参数估计
  - 矩估计
  - 极大似然估计
- 分布拟合检验
  - Kolmogorov-Smirnov

必要性?

如何做?



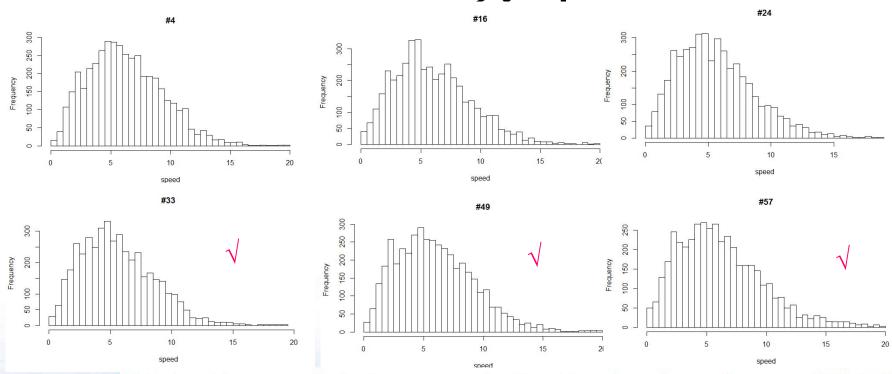




Murthy DNP, Xie M, Jiang R. Weibull Models. Wiley, 2004.



#### Weibull分布



Unfortunately, no results (not even approximations) have been known for sums of Weibull random variables. It is expected that this review could help to motivate some work for this case.

Nadarajah S. A review of results on sums of random variables. *Acta Applicandae Mathematicae*, 2008, 103: 131-140



# 风机选择

- 附件2给出了该风电场几个典型风机所在处的风速信息,其中4#,16#,24#风机属于一期工程,33#,49#,57#风机属于二期工程
- 现风机生产企业还提供了部分新型号风机,试从风能资源与风机匹配角度判断新型号风机是否比现有风机更为适合
  - 6处地点风速存在差异

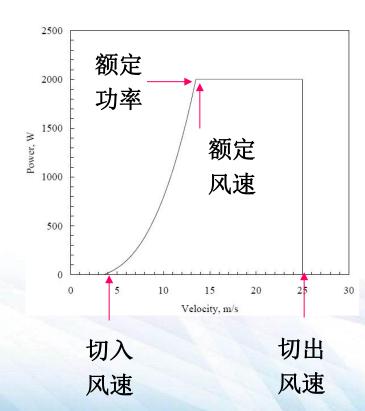
时间		2:00	4:00	6:00	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00	20:00	22:00	24:00
4#	风速 (m/s)	7.1	4.7	6.9	7.9	4.2	1.2	2.3	2.5	4.0	4.2	6.0	5.2
16#	风速 (m/s)	5.4	5.7	6.7	4.5	2.0	0.4	1.3	2.7	4.4	3.5	4.5	4.0
24#	风速 (m/s)	4.5	4.7	5.0	5.1	2.1	1.7	3.0	3.7	4.7	4.0	4.1	4.3
33#	风速 (m/s)	1.4	1.7	2.4	3.6	5.3	2.7	2.2	3.5	6.0	5.3	5.3	5.2
49#	风速 (m/s)	6.3	6.1	5.9	5.4	5.5	1.6	2.0	2.1	5.6	4.9	5.0	5.3
57#	风速 (m/s)	5.6	4.7	5.7	5.0	3.4	2.1	1.7	2.1	3.5	4.9	4.8	5.2



# 功率曲线

- · 功率曲线 (power curve): 反映 风机功率随风速变化规律的曲线
  - 切入风速 (cut-in speed)
  - 切出风速(cut-out speed)
  - 额定风速 (rated speed )
  - 额定功率 (rated power)

$$P(v) = \begin{cases} 0 & v < v_{ci} \\ p(v) & v_{ci} < v \le v_r \\ P_r & v_r \le v \le v_{co} \\ 0 & v > V_{co} \end{cases}$$





#### 实际功率曲线

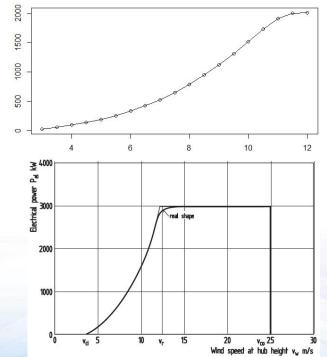
$$p(v) = C_1 + C_2 v + C_3 v^2$$

$$p(v) = P_r \frac{(v - v_{ci})^{\beta}}{(v_r - v_{ci})^{\beta}}$$

$$p(v) = P_r \frac{v^{\beta} - v_{ci}^{\beta}}{v_r^{\beta} - v_{ci}^{\beta}}$$

$$p(v) = P_r \frac{v^3}{v_{r}^3}$$

Due to the wind turbulence and characteristics of the blade pitch control, the power curve shows a more or less marked "rounding" as it nears the rated power





Carrillo C, Montaño AFO, Cidrás J, Diaz-Dorado E. Review of power curve modelling for wind turbines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2013, 21: 572-581.



#### 风机选择

- 评价标准
  - 容量系数  $\frac{\mathbf{E}(P)}{P_r}$  输出功率  $\mathbf{E}(P)$
- 影响因素
  - 风速分布
  - 功率曲线
- 更多信息
  - 理论功率曲线
  - 经济影响

风机型号	I	II	III	IV	V
切入风速	3	3.5	3	3	3
额定风速	11	11.5	10.5	11	11.5
切出风速	25	25	25	25	25
额定功率	2000	1500	1500	1500	1500

定量为主 风频 合理假设



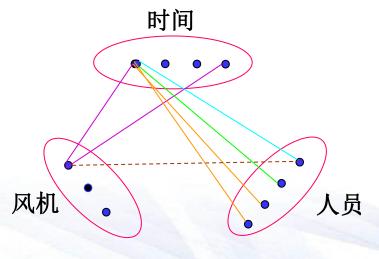
# 维护安排

- 风机每年需进行两次停机维护,两次维护之间的连续工作时间不超过270天,每次维护需一组维修人员连续工作2天
- 风电场每天需有一组维修人员值班以应对突发情况
- 风电场现有4组维修人员可从事值班或维护工作,每组维修人员连续工作时间(值班或维护)不超过6天
- 制定一维修人员的排班方案与风机维护计划,使各组维修 人员的工作任务相对均衡,且风电场具有较好的经济效益



# 问题分析

- 任务: 风机维护时间安排方案、维护人员排班方案
- 对象
  - 风机: 两次维护
  - 人员工作模式:维护、值班、休息
  - 时间
- 限制
  - 同一风机两次维护时间间隔限制
  - 每天均需有人员值班
  - 值班人员连续工作时间限制
- 目标
  - 经济性: 因维护而停机所造成的损失最小
  - 均衡性: 维护人员的工作量尽可能相等(维护、值班分别尽可能相等)





# 难点

- 三组对象的指派问题
  - 指派 v.s. 三维指派
- 双目标的处理
  - 将均衡性转化为约束条件
- 非本质难点
  - 两种工作模式
  - 一台风机维护持续两天

min 
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$
  
s.t.  $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n$   
 $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$   
 $x_{ij} = 0 \quad \text{Red} \quad 1, i, j = 1, \dots, n$ 

总工作量  $124 \times 2 \times 2 + 365 = 861$ 总工作时间  $365 \times \frac{6}{7} \times 4 \approx 1248$ 



# 整数规划

#### • 决策变量

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{维护人员} k \text{ 在 } j \text{ 日开始对风机} i \text{ 进行第一次维护,} \\ 0 & \text{其他,} \end{cases}$$
 $y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{维护人员} k \text{ 在 } j \text{ 日开始对风机} i \text{ 进行第二次维护,} \\ 0 & \text{其他,} \end{cases}$ 
 $z_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{维护人员} k \text{ 在 } j \text{ 日在风电场值班,} \\ 0 & \text{其他,} \end{cases}$ 
• 目标函数

风机 i 在 j 日的发电量

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{l} \left( a_{ij} + a_{i,j+1} \right) x_{ijk} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{l} \left( a_{ij} + a_{i,j+1} \right) y_{ijk}$$

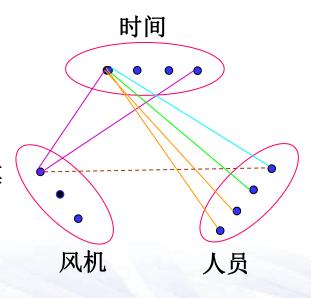


# 整数规划

- 约束条件(部分)
  - 风电场每天有一组维护人员值班  $\sum_{j}^{l} z_{jk} = 1, j = 1, \cdots, n$
  - 每组维护人员值班天数尽可能相等

$$\left|\sum_{j=1}^{n} z_{jk} - \frac{n}{l}\right| \le \varepsilon_{1}, k = 1, \dots, l$$

- 缺点
  - 变量数过多,求解困难
    - · m = 80时, 200000个变量, 3000个约束



维护人员和风机之间 不存在特异性限制



#### 整数规划II

#### • 决策变量

$$x'_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{风机} i \text{ 在 } j \text{ 日开始第一次维护}, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases}$$
  $u_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{维护人员} k \text{ 在 } j \text{ 日开始维修某台风机}, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases}$   $y'_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{风机} i \text{ 在 } j \text{ 日开始第二次维护}, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases}$   $z_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{维护人员} k \text{ 在 } j \text{ 日在风电场值班}, \\ 0 & \text{其他}, \end{cases}$ 

#### • 决策变量之间的联系

$$\sum_{i=1}^{m} x'_{ij} + \sum_{i=1}^{m} y'_{ij} = \sum_{k=1}^{l} u_{kj}, j = 1, \dots, n$$



# 典型错误

- 未完全了解问题的要求和约束,盲目套用经典指派问题模型
  - 定义了两组决策变量,但未建立两者之间的联系
  - 未区分值班和维护两种工作状态
  - 用决策变量取值0,1,2分别表示休息、维护、值班
- 未恰当处理双目标优化问题
  - 将衡量经济性和均衡性的指标简单相加
  - 均衡性指标定义为各组工作量与平均工作量差的平方和
  - 完全未考虑经济性



# 典型问题

• 将附加条件的式子写入规划

$$\begin{cases} x_{ij} = 1 \\ x_{ij'} = 1 \\ 95 < j' - j < 270 \end{cases}$$

$$x_{j} = 1 \Leftrightarrow j = \sum_{i=1}^{n} i \cdot x_{i}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_{i} = 1, x_{i} = 0, 1\right)$$

- 形式问题
  - 规划前未给出决策变量的定义
  - 规划后未解释约束条件的含义
  - 同一求和指标在不同约束中表示不同的含义
  - 同一对象用不同求和指标指代



#### 周期性安排

• 集中维护、周期安排、任务均等

	1	2	3	4	5	6	7
A					X	X	
В							X
С							X
D							X



#### 可行性与最优性

- 风速无法准确预测,但存在某种季节性趋势
- 将风机维护集中在两个风速较小或需求较少,间隔符合要求的时段进行
- 若要求集中维护持续时间尽可能短,上述方案具有较好的性质
  - 利用整数规划可求出给定机器台数时所需要持续的最短时间
  - 可估计任意机器台数时所需要持续时间的下界,并与方案需要持续的时间比较



$$m = 17$$

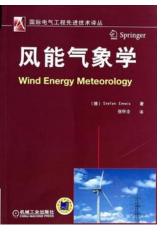
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A					X	X						X	X			
В							X							X		
C							X							X	X	X
D							X							X	X	X

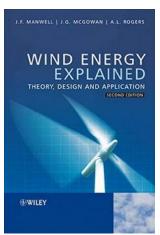
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A						X					X			
В	X							X						
C							X							X
D	Δ			•			X					X		

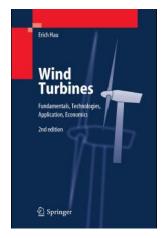


#### 进一步问题

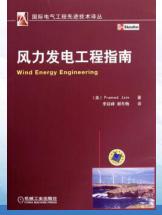
- 风速和风功率密度的 短期、中期和长期预 测
- 风电质量和稳定性
- 与风电相关的气象、 机电、环境、经济领 域的数学建模问题

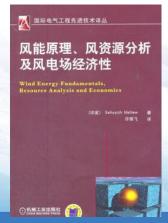














# 谢谢