

C 题



队员姓名	学号	学院	专业班级	联系电话
王云鹏	8210181717	计算机学院	物联网 1802	18350518810
徐益祥	1605170307	商学院	金融 1703	13278883605
阮佳龙	8213180228	土木工程学院	土木 1803	15256200427

## 摘要

无线传感器网络 WSN 在生活中具有很高的应用价值。WSN 的生命周期取决于能源，而电池供电是 WSN 现阶段最重要的能量来源。本文针对题目给定的数据中心和各数据点的经纬度，计算数据中心及数据点两两间的距离，运用模拟退火算法和遗传算法分别求解二维平面下的移动充电器最优线路，并对结果进行对比。我们利用线性规划和遗传算法，通过 matlab 和 lingo 对单充电器和多充电器的线路规划和最小容量问题进行求解。

针对问题一，首先利用 matlab 软件对经纬度数据进行处理；接着根据假设 5，已知移动充电器的能量消耗只与行驶路程有关，将问题一简化为求解最短线路的旅行商问题（TSP），建立移动充电器路线规划模型；然后结合文献研究，对模拟退火算法和遗传算法两种算法进行评价分析；分别选择模拟退火算法和遗传算法对模型求解；最后，根据路线对应的目标函数，结合文献研究，对两种算法进行评价和对比，可知遗传算法更适用于路线规划模型求解。

针对问题二，对于给定条件下的最小电池容量问题，我们通过线性加权法的方式将多目标线性规划问题转为单目标问题，建立了单目标线性规划模型，运用 Lingo 寻求最优解。考虑到问题二给定参数的数值不确定性，我们参考权威性的文献确定参数。

针对问题三，考虑到多充电器充电情况，移动充电器最优线路问题由问题一的单旅行商问题转化为多旅行商问题（MTSP）。为进一步完善模型，考虑到充电器数量除了 4 还有其他可能性，问题三建立多充电器线路优化模型。在原先遗传算法基础上，我们引入 break 个体，将 MTSP 简化为 TSP 问题进行求解，得到最优线路。对于最小电池容量的求解，首先根据问题二的方法建立四个独立的线性规划模型，明确最优线路下的最小电池容量；接着运用由局部到整体的设计思想，放开最小能源消耗的约束，更新全局最优值，求取最小电池容量。

本文的优点在于充分发挥 excel、lingo、matlab 的优势，如 matlab 对遗传算法和模拟退火算法的实现 lingo 解决最小电池容量规划问题等，快速、准确地完成了问题的求解和数据处理；而且建立多充电器线路优化模型，操作简便、易推广；考虑了多充电器的模型情况，在 4 充电器基础上研究 2 充电器和 3 充电器的情况，以进一步提高模型的适用性。不足之处主要在于问题二参数根据参考文献取得，模型结果具有一定的主观性和偶然性。

**关键词** 充电路线规划，遗传算法，（多）旅行商问题，线性规划

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

物联网崛起以来，WSN 作为分布式传感涉及的应用范围越来越多，诸如军事、环境、医疗、工业、商业等。作为其生命周期决定因素的 WSN 能量供应越来越受重视。目前，受限于环境和能源稳定性要求，我国主要采用移动充电器的方式实现各传感器的定期供电，即无线可充电传感器网络 WRSN。因此，基于 WRSN，规划移动充电器最优充电路线，并结合各传感器的充电容量、工作要求等实际情况，给出合理的设计方案显得尤为必要。

### 1.2 问题提出

无线可充电传感器网络一般由数据中心和传感器组成。为确保 WRSN 的数据采集正常运行，数据中心的移动充电器定期给传感器充电，保证其电量不低于正常工作的阈值。其中，移动充电器的速度、充电速率和传感器的电池容量、能量消耗速率是恒定的。

为实现充电器移动过程中的最低能量损耗和传感器正常工作，根据以上背景，以及给出的两个附件，需要解决以下问题：

(1) 研究附件 1 中各节点的直线距离和移动充电器最低能量损耗的路线规划。

(2) 基于问题一的路线规划，给定传感器的能量消耗速率、阈值  $f(\text{mA})$  和移动充电器的移动速度  $v(\text{m/s})$ 、充电速率  $r(\text{mA/s})$ ，研究附件 2 中各传感器正常工作的最小电池容量

(3) 基于问题一和问题二，研究 4 个移动充电器同时工作时，移动充电器最低能量损耗的路线规划和各传感器正常工作的最小电池容量

## 二、问题分析

针对问题一，依据附件一中各点的经纬度可推算出各点的距离，得到距离矩阵，为解决路上最小能耗，在假设移动充电器移动能量消耗功率恒定的前提下，问题转化为规划一条经过 29 个传感器的最短充电路径。可证明最短路径比不会重复经过传感器，此时问题即为旅行商问题。对于 NP 完全问题，其可行解是节点数的全排列，随着节点数增加，产生组合爆炸，该问题共有三十个节点，存在  $10^{30}$  种情况，难以穷举验证，可运用启发式算法，如遗传算法、退火算法进行近似求解。

针对问题二，在充电路线已知且移动速率恒定的情况下，充电车在路上消耗的时间为定值，此时电池充电量与小车的停留时间相关。为了使得各传感器的电池容量最小，充电车应在小车电量达到阈值时达到进行充电，电池容量满足一定约束条件，可建立起以最小电池容量为目标函数的规划模型。

针对问题三，当有四个充电车同时工作时，其路上最小损耗同样可以转化为固定起始点的多旅行商问题进行求解，充电车的增加引入了更多可能的情况，难以精确验证，同样可运用启发式算法进行近似求解。基于最优线路的求解，求取最小电池容量，；为了进一步求取一般情况下的最小电池容量，局部最优至全局最优，在更新全局最优值，进入多目标线性规划算法求解，得到非最优的四条线路的最低电池容量总和。

### 三、模型假设

- 1.假设数据中心、移动充电器和传感器分布在一个二维平面上；
- 2.假设各节点间无向联通且节点间路径可近似看作直线；
- 3.假设传感器的电池容量、能量消耗速率恒定，不考虑充电对电池性能的损耗；
- 4.假设移动充电器的移动速度、充电速率恒定，移动过程无意外事故发生；
- 5.假设移动充电器移动过程中的能量消耗功率恒定；
- 6.假设 WRSN 一直处于正常工作状态

### 四、符号说明

为便于阅读本文，表 4.1 对所需的符号进行了统一的说明

表 4.1 符号说明

符号	说明
$v_{ij}$	编号
$L_{ij}$	弧长
$d_{ij}$	实际距离
$T$	周期
$P_{ij}$	移动充电器能量消耗速率
$W$	移动充电器能量消耗
$X_{ij}$	1 表示从 $v_i$ 移动到 $v_j$ , 0 表示否
$q$	传感器能量消耗速率
$f$	阈值
$v$	移动充电器的移动速度
$r$	充电速率
$Vol_k$	传感器 $k$ 的电池容量
$T_k$	充电时间
$T'$	路程时间
$T''$	停留在数据中心的时间

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题一的模型建立与求解

问题一要求分析移动充电器从数据中心出发，遍历各节点的规划路线，实现移动充电器在路上的能量最低损耗。我们认为由以下四个步骤组成

步骤一：将附件一的空间数据离散化，求出各节点间的距离；

步骤二：基于旅行商问题，确定约束条件和目标函数，构建移动充电器路线规划模型；

步骤三：基于退火算法，求解最低能量损耗的最优线路；

步骤四：基于遗传算法，求解最低能量损耗的最优线路，与步骤三的结果进行对比，得到较合理的近似的最优解

#### 5.1.1 空间数据转换

将地球近似看成一个球体，A (WA, JA), B (WB, JB)两点分别为两个点的位置，设 AB 两点的弧长为节点间距离 L。

其中 W 为纬度, J 为经度, O 为球心, 球半径为 R, 过 A 点画出 A 的纬度并与 B 所在的经度相交与点 C, 分别过 B、C 两点做球心 O 所在直线的垂线相交与 E、H, 点 B 做垂线与 CH 的延长线相交于点 D, OH 与 BC 延长线相交与点 F。添加辅助线后的两点距离示意图如图所示。

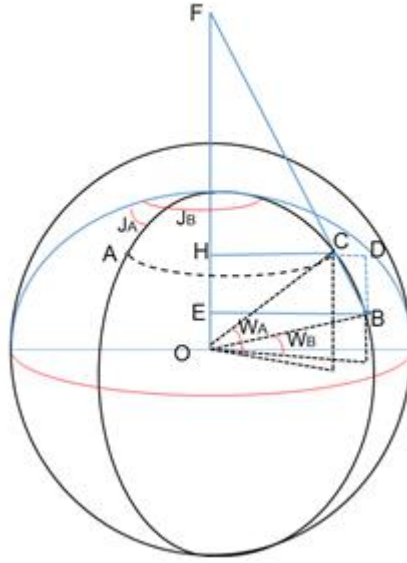


图 5.1 简化经纬度测距示意图

由示意图可知，H、E 分别为 A、B 两点所在纬度圈的圆心，C 点为与 A 点纬度相同，与 B 点经度相同，F 为 BC 与 HE 延长线的交点， $\triangle OCF \sim \triangle DCB$ ，因此，推导得：

$$AB^2 = 2[1 - \cos(WA - WB) + \cos WA \cos WB - \cos WA \cos WB \cos(JA - JB)]$$

根据弧长公式，AB 两点距离 L 为

$$L = 2R * \arcsin\left(\frac{AB}{2}\right)$$

因此，各节点距离 L 可表示为

$$L = 2R * \arcsin \left( \sqrt{\sin^2 \left( \frac{WA-WB}{2} \right) + \cos WA * \cos WB * \sin^2 \left( \frac{JA-JB}{2} \right)} \right)$$

(5.1)

得到数据中心和各节点的距离矩阵

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{130} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{230} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{301} & x_{302} & \cdots & x_{3030} \end{bmatrix}$$

代入，得

$$\begin{bmatrix} 0 & 253.9 & \cdots & 1111.5 \\ 253.9 & 0 & \cdots & 1151.9 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1111.5 & 1151.9 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

### 5.1.2 移动充电器路线规划模型

对于移动充电器路线规划问题，设数据中心和 29 个传感器分别对应  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{30}$ 。假设移动充电器从  $v_i$  到  $v_j$  时，距离为  $d_{ij}$ ，移动过程的能源消耗速率为  $P_{ij}$ ，能量损耗为  $W_{ij}$ 。

#### 1.初始条件

根据假设 1 和假设 2，数据中心、移动充电器和传感器分布在一个二维平面上，各节点间的路径可近似看作直线且两两之间无向连通。构成图 5.2 的连通图

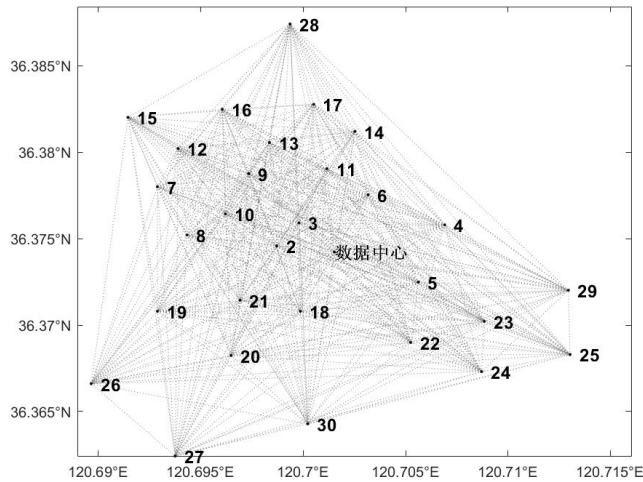


图 5.2 数据中心和各节点间连通图

因此,各节点的距离  $L_{ij}$  可看做移动充电器从  $v_i$  到  $v_j$  的实际路程  $d_{ij}$ ，满足：

$$d_{ij} = L_{ij}$$

设路线 1 表示首次经过目标节点的最短路径。为证明最短路径每个节点只经过一次，假设存在更短的路线 2 重复经过节点  $j$ ，其他路线不变。

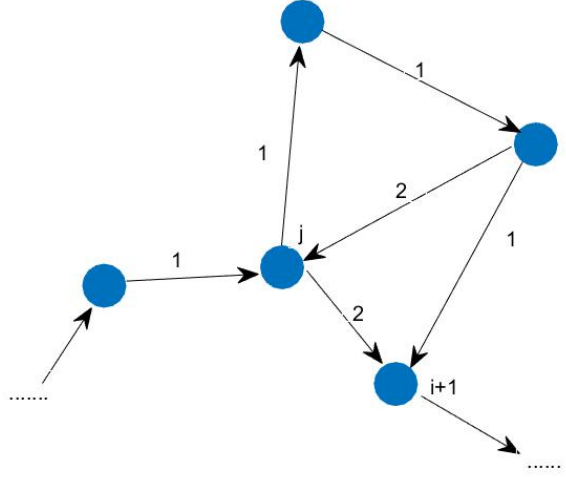


图 5.3 最短线路节点的唯一性

如图 5.3，显然，

$$D_{ii+1} < D_{ij} + D_{ji+1}$$

由于第  $i+1$  个节点具有任意性,故只要重复经过节点  $j$ ,必定不为最短路径,即在移动充电器的最短路径上,每个节点只经过一次。

## 2. 移动充电器路线规划模型的构建

已知移动充电器恒定移动速率恒定,由假设 5 可知移动充电器能量消耗速率保持不变,满足如下关系

$$P_{ij} = \bar{P}(i, j = 1, 2, \dots, 30)$$

定义  $X$  为 0-1 整数型变量,  $X_{ij} = 1$  表示从  $v_i$  到  $v_j$ , 否则  $X_{ij} = 0$ , 此时移动充电器最低能耗路线可表示为一个整数规划问题。

此时,模型的约束条件为

s.t.

$$\sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{30} x_{ij} = 30, (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, 30) \quad (5.3)$$

为实现移动充电车的能量损耗最小,则目标函数为

$$\min W = \bar{P} * \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{30} d_{ij} x_{ij}, (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, 30) \quad (5.4)$$

### 5.1.3 模型的求解——遗传算法

#### 1. 模型求解分析

根据前文的分析知，充电车只能经过各节点一次，尽管如此，问题的解空间依然复杂，仍存在  $29!$  个可行解，采用暴力求解得到最优解时不得不面临计算资源的局限和时间过长的的问题，对于该类的旅行商问题，从图论的角度来看，该问题实质是在一个带权完全无向图中，找一个权值最小的 Hamilton 回路，寻找最短路线的时间复杂的数量级为  $o(n!)$ 。在完全算法面临时间、空间复杂度过大的情况下，可采用启发式算法求得模型的较优解[3]。传统遗传算法是一种通过借鉴生物进化过程中优胜劣汰的思想，利用复制、交叉、突变等操作产生具有较强环境适应能力个体的进化算法

在迭代过程中模拟退火算法可以接受具有较高评价函数的新组态。这提供了跳出局部极小解，找到整体极小解的可能性。这种情况在遗传算法中以不同的机制出现。在交换基因与突变之后，可以出现具有较高评价函数的新组态。然而，在每次迭代中总是保持当前的最佳值不受扰动，直到找到一个更好的解为止。因此，遗传算法保持了快速下降的形式，同时提供了随机搜索的能力，从而避免陷入局部极小解。参考权威文献，发现在优化设计中遗传算法抗噪声水平更好[1]，更适用于路线规划模型的求解。

## 2. 模型求解步骤

### Step1: 染色体编码

给每一个节点一个序号，如  $v_1$  为 1， $v_{30}$  为 30。包含 1~30 的序号的数组序列表示遍访每个节点恰好一次的所有回路,是所有节点排列的集合。数组序列的排序表示移动充电器充电线路的顺序，如下图

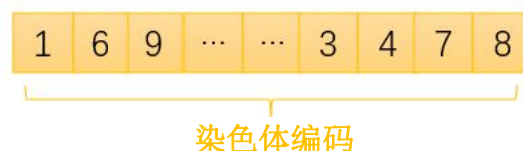


图 5.4 染色体编码

### Step2: 初始化种群

设置进化代数计数器  $t=0$ 、最大进化代数 300、交叉概率和变异概率等。随机生成  $m$  个基因编码序列作为初始种群  $P(t)$

### Step3: 评估适应度

根据式子 ( )，可知模型目标函数取决于总距离，取总距离的倒数  $1/D$ , 评估  $P(t)$  各个个体适应度，即最大适应度为最优目标。

### Step4: 产生新种群

根据适应度评估值，产生选择、交叉和变异的新种群  $P(t+1)$ ;

1、选择：采用适应值比例选择，其中每个染色体被选取的可能性与它适应值或者种群平均适应值的比值有关，使用了一种轮盘赌方法。轮盘赌的方法需要先算出每条染色体的适应函数的值，接下来算出这个适应函数度在种群适应值共同的和中占据的比值，表示该染色体在选取的整个过程中可能被选到的概率。

关于所提出的规模  $n$  的群体  $p=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，个体  $a_j \in p$  的适应函数值为

$f(a_j)$ ，其选择概率为



$$p_s(a_j) = \frac{f(a_j)}{\sum_{i=1}^n f(a_i)}, j = 1, 2, \dots, n$$

该式确定后代群体中某个个体的概率分布情况。

2、交叉：选择父代的染色体，交换片段，产生子代染色体

父代个体 1（深色部分表示选中要交换的部分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

父代个体 2

5	4	6	9	2	1	7	8	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---



子代个体 1

1	2	6	9	2	1	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

子代个体 2

5	4	3	4	5	6	7	8	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---

图 5.5 染色体交叉

3、变异：变异算子以一定概率随机进行多次，在个体基因序列中选择两个位置的基因进行交换。

Step5：最优线路及完成度结果

重复以上 1-4，直到遗传代数 为 120，以进化过程中所得到的具有最大适应度的作为最优解输出，终止计算。此时，我们在不重复遍历所有节点的基因编码中，找到所走距离最短的路径，即移动充电器实现最小能量损耗的最优路线。

3. 模型求解结果

在对模型求解时，根据遗传算法，运用 MATLAB 对 30 个数据随机初始化种群，通过适应度评估-产生新种群-适应度评估等循环，不断产生评价结果更优的新种群，最终找到一个近似最优解，目标函数的值为 L=11.485 km。得到的移动充电器最小能量损耗的最优路线为

1-3-2-10-8-7-15-12-9-13-16-28-17-14-11-6-4-5-23-29-25-24-22-30-27-26-19-20-21-18，如图 5.3 展示

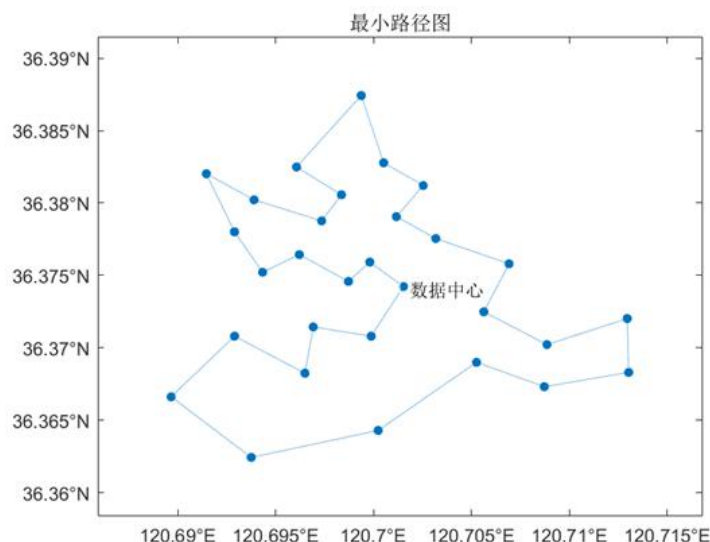


图 5.6 遗传算法的最优线路图

#### 5.1.4 模拟退火算法

在上文最优线路规划问题的求解过程中，总体思路是运用遗传算法的适应度值评估和再造方法进行个体选择，再利用种群的迭代寻求更优解，求得路程最短的最优线路。为了验证最优解的可靠度，我们采用退火算法进行模型求解，将其与之前求解的最短线路进行对比。

##### 1. 模型求解步骤

(1) 初始化：初始温度  $T$  (充分大)，随机生成初始解状态  $S$  (为 30 个节点的排列)，目标函数为总路径的长度  $S(c_1, c_2, \dots, c_{30}) = \sum_{i=1}^{29} d(c_i, c_{i+1})$ ,

每个  $T$  值的迭代次数  $L=100$ ，温度衰减系数  $\Delta T=-0.1$ ;

(2) 产生新解  $S'$ ;

(3) 计算增量  $cost = cost(S') - cost(S)$ ，其中  $cost$  为评价函数;

(4) 若  $t < 0$  则接受  $S'$  作为新的当前解，否则以概率  $\exp(-t'/T)$  接受  $S'$  作为新的当前解;

(5) 重复步骤 (2) - (4) 如果满足终止条件则输出当前解作为最优解，结束程序。终止条件通常取为连续若干个新解都没有被接受时跳出内循环;

(6)  $T$  逐渐减少，且  $T$  趋于 0，然后转第 2 步运算，直到跳出外循环，得出结果。

##### 2. 退火算法评价

在解决线路优化问题中，新解  $S$  的产生方式直接影响求解的速度与质量，为此我们采用分别或者交替用以下 2 种方法产生:

① 二变换法: 任选序号  $v, u$ , 交换  $u$  和  $v$  之间的访问顺序, 若交换前的解为  $s_i = (c_1, c_2, \dots, c_u, \dots, c_v, \dots, c_n)$ , 交换后的路径为新路径, 即:

$$s_i' = (c_1, \dots, c_{u-1}, c_v, c_{v-1}, \dots, c_{u+1}, c_u, c_{v+1}, \dots, c_n)$$

② 三变换法: 任选序号  $v, u$  和  $\omega$  ( $u \leq v < \omega$ ), 将  $v, u$  之间的路径插到  $\omega$  之后访问, 若交换前的解为  $s_i = (c_1, c_2, \dots, c_u, \dots, c_v, \dots, c_\omega, \dots, c_n)$ , 交换后的的新路径为:

$$s_i' = (c_1, \dots, c_{u-1}, c_{v+1}, \dots, c_\omega, c_u, \dots, c_v, c_{\omega+1}, \dots, c_n)$$

该方法的好处在于能够在已得较小当前解的基础上做出部分修正，寻找更小的路程。另外模型的结果与初始解无关，若初始解路径长度较大，依据算法有较大概率接受新解进一步向下搜索，为保证模型结果可靠，需要初始温度  $T$  尽可能大，使的所有转移状态都被接受。初始温度越高，获得高质量的解的概率越大，耗费的时间越长。与此同时，该模型的结果也与温度衰减系数密切相关，若温度衰减系数过大，易导致算法陷入局部最优解而无法跳出。

3. 模型求解结果

得到最短路线为  
1-6-11-16-13-10-8-2-12-17-21-18-19-20-26-27-30-22-23-29-25-24-5-3-14-28-15-7-9-4，目标函数总路程的值为 16.707km，耗能约为遗传算法求解最优线路的 1.45 倍。相较于退火算法，对于单充电器的线路优化问题，遗传算法的解更有代表性，更接近于精确解。

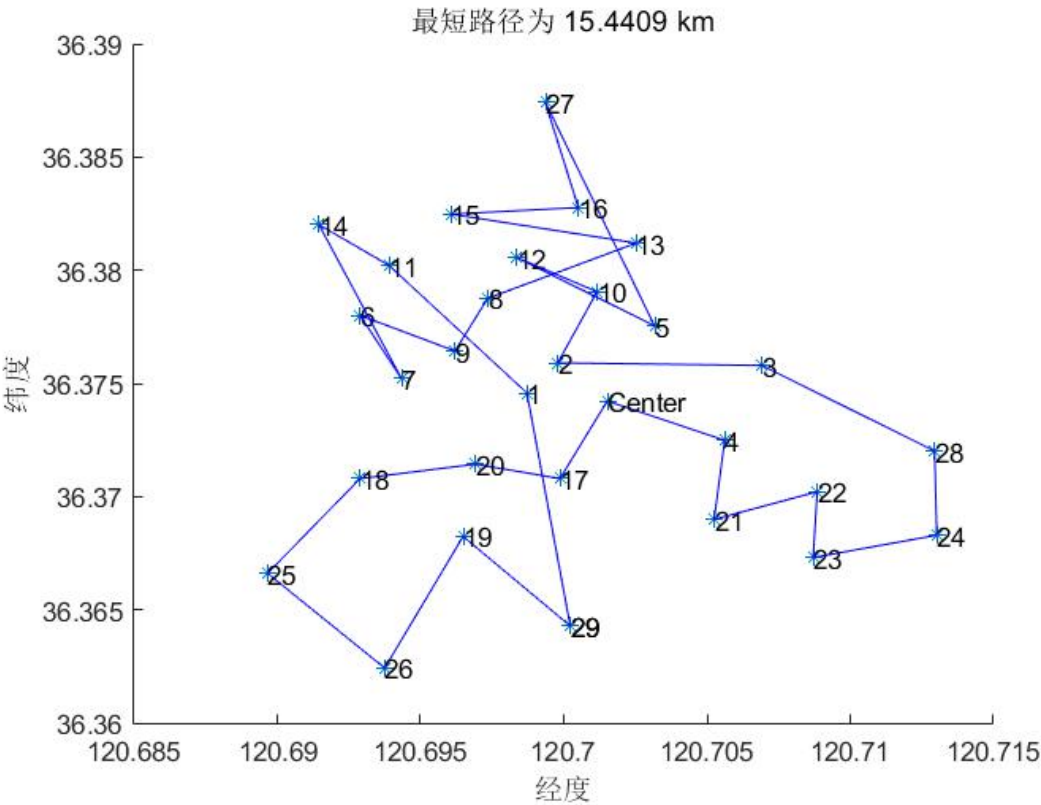


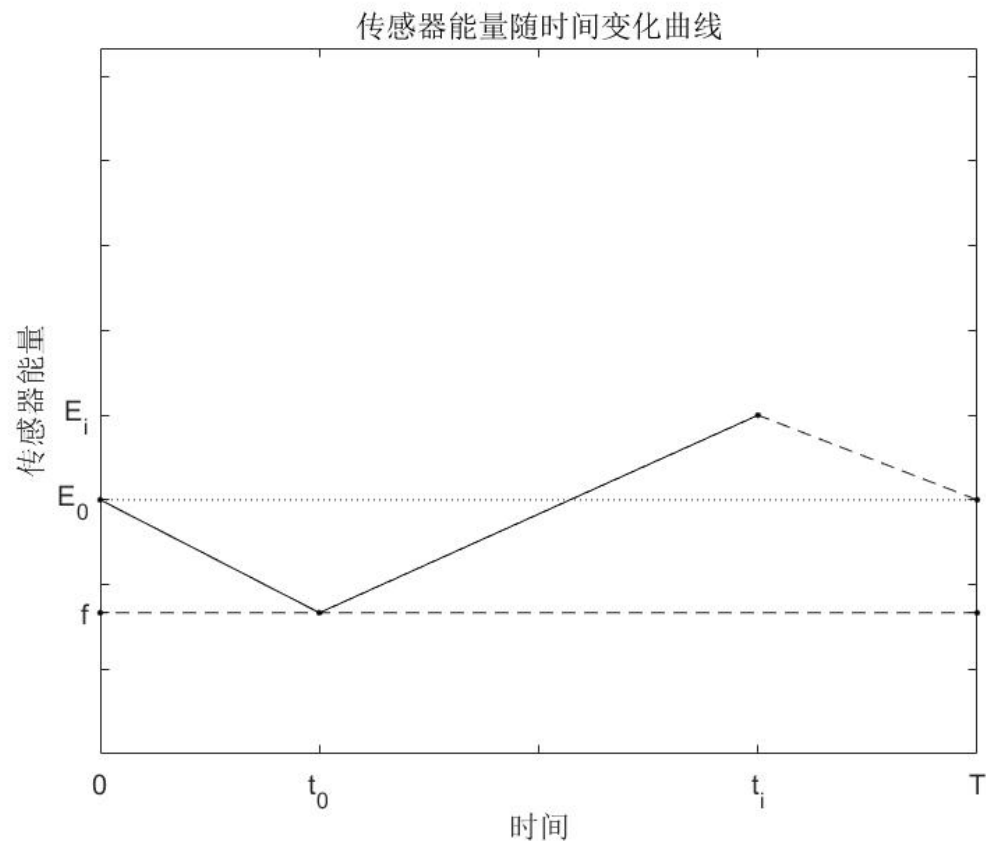
图 5.7 退火算法的最优线路图

从模拟退火算法的结果中可知，该算法选取了多个衰减系数，但仍无法收敛到最优近似解，而遗传算法在提高交叉、变异概率并增加子代数数目后对于结果有一定程度的提高。

## 5.2 问题二的模型建立与求解

### 5.2.1 传感器能量随时间变化的最优曲线

为了更好地表征电池容量与充电过程的关系，作得第  $i$  个传感器能量随时间变化曲线如下图



$E_0$ : 传感器的初始能量     $f$ : 传感器的阈值     $E_i$ : 传感器容纳的最大能量

图 5.8 传感器能量随时间变化的曲线图

充电车在  $T=0$  时刻出发，第  $i$  个传感器以耗电功率  $P_i$  消耗电量，充电车  $T=t_0$  时到达传感器  $i$ ，随后以充电功率  $r$  充电至  $E_i$ ，充电车离开去往下一个传感器，传感器  $i$  继续以耗电功率  $P_i$  消耗电量直到下一个周期开始，这样的周期性贪心充电方案，单充电车能保证一组传感器节点不死亡[4]。在充电车路线已知的前提下，各传感器的充电量与停留充电时间相关，而停留充电时间则与各传感器耗电功率相关，彼此之间存在一定约束关系。为了使得传感器电池容量尽可能小，充电车到达每个传感器时，各传感器应当恰好达到阈值，此时各传感器电池容量之和达到最小。

### 5.2.2 目标函数的构建

我们将以各传感器电池容量来构建最优目标函数：

根据问题二，给定传感器的能量消耗速率  $q$ 、阈值  $f$  (mA) 和移动充电器的移动速度  $v$  (m/s)、充电速率  $r$  (mA/s)，假设传感器  $k$  的电池容量为  $Vol_k$ 。

由于各传感器电池容量不同，即目标函数为各传感器电池容量均是最小值的多目标线性规划。

$$\min (Vol_k) \quad (5.5)$$

考虑到各传感器的优先度相同,我们采用权值相等的线性加权法进行目标规划。因此,多目标线性规划问题可简化为单目标线性规划问题

$$\min \sum_{i=1}^{29} (Vol_k) \quad (5.6)$$

### 5.2.3 约束条件的构建

(1) 根据假设 6, 各传感器的电量一直在阈值  $f(\text{mA})$  以上, 因此传感器  $k$  的电池容量

$$Vol_k \geq T * q_k + f \quad (5.7)$$

移动充电器到达传感器  $k$  时, 传感器能量  $E_k \geq f$ , 则充电时间

$$T_k \geq (Vol_k - f)/r \quad (5.8)$$

(2) 基于问题一, 可知最优路线的总路程  $D$ 。则移动充电器从  $k$  节点  $v_k$  出发, 再次到达  $v_k$ , 不考虑充电过程和停留在数据中心的时间, 在这段路程上所花费的时间为  $T' = \frac{D}{v}$

(3) 根据假设 7, 移动充电器停留在数据中心的最小时间为  $T''$

综上, 移动充电器从  $v_i$  到  $v_j$  的总时间  $T$  满足以下的约束条件:

$$T \geq \sum_{h=1}^{29} T_h - T_k + T' + T'' \quad (5.9)$$

将式 (5.9), (5.8) 代入(5.7),由此有约束条件:

$$Vol_k \geq \left( \frac{D}{v} + \frac{\sum_{h=1}^{29} (Vol_h - f) - (Vol_k - f)}{r} + T'' \right) * q_k + f \quad (5.10)$$

### 5.2.4 电池容量模型建立

综上, 一元目标最优的线性规划如下

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^{29} (Vol_k) \\ & s.t. \begin{cases} Vol_k \geq T * q_k + f \\ T \geq \sum_{h=1}^{29} T_h - T_k + T' + T'' \\ T_k \geq (Vol_k - f) / r \\ T' = \frac{D}{v} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.11)$$

### 5.2.5 约束条件下的最低电池容量的求解

为得到最低电池容量, 我们参考相关文献的数据, 赋予  $v$ 、 $r$ 、 $f$  和  $T_k$  等给定参数确定的数值。通过 LINGO, 对式(5.9)中的  $Vol_k$  进行求解, 得到目标函数的每个节点的总电池容量的最小值为 1214.497mA, 运行结果如表 5-1。

表 5-1 电池容量的参数

Variable	Value	unit
D	11485.00	m
V	10.00000	m/s
R	0.05	mA/s
F	1.000000	mA
T	0.000000	s

表 5-2 最低电池容量的 lingo 求解

Variable	Value	Variable	Value
VOL(1)	10.17548	VOL(16)	8.683533
VOL(2)	14.08410	VOL(17)	10.34036
VOL(3)	8.683533	VOL(18)	13.60099
VOL(4)	10.34036	VOL(19)	10.34036
VOL(5)	7.176958	VOL(20)	8.683533
VOL(6)	8.683533	VOL(21)	7.008648
VOL(7)	11.81630	VOL(22)	10.34036
VOL(8)	8.850023	VOL(23)	13.60099
VOL(9)	8.683533	VOL(24)	7.008648
VOL(10)	10.34036	VOL(25)	10.34036
VOL(11)	8.683533	VOL(26)	8.350010
VOL(12)	13.43962	VOL(27)	7.176958
VOL(13)	11.97942	VOL(28)	11.81630
VOL(14)	8.683533	VOL(29)	10.17548
VOL(15)	7.513027		

### 5.3 问题三的模型建立与求解

基于问题一和问题二，该问题考虑到充电器优化以提高充电效率，将单充电器模型拓展为多充电器下的线路优化和最小电池容量模型。同样可以采用遗传算法和线性规划来求得。

### 5.3.1 多充电器下的线路优化模型

#### 1.模型的建立

相较于问题一的节点排序问题，4 个移动充电器遍历各个节点，还需要解决各节点的分组问题。

假设存在包含着 4 个充电器充电路线的组合，满足移动充电器在路上的总能量消耗最小。根据假设 5，由于移动充电器以固定的速率经过每个传感器，即移动充电器总能量消耗最小等效于组合内 4 个移动充电器的充电路线总路程最小。

因此，多充电器的路线规划问题可简化为多人旅行商问题（MTSP），即多个旅行商遍历多个城市，在满足每个城市被一个旅行商经过一次的前提下，旅行商遍历全部城市的最短路径。

根据问题一，已知 $X_{ij}$ 是决策变量， $X_{ij} = 1$  表示从 $v_i$ 到 $v_j$ ，否则 $X_{ij} = 0$ ，此时移动充电器最低能耗路线可表示为一个整数规划问题。

此时，模型为

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min D = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^R d_{ij} x_{ij}, & (j = 1, \dots, R) \\ \sum_{i=1}^R x_{ij} = R, & (j = 1, \dots, R) \\ \sum_{j=1}^R x_{ij} = R, & (i = 1, \dots, R) \\ X = (x_{ij}) \in S \\ x_{ij} = 0 \text{ 或 } 1, & (i, j = 1, \dots, R) \end{array} \right. \quad (5.12)$$

式中:  $R=m+29$  ;  $m$  为移动充电器的数目。

MTSP 问题可通过附加虚拟节点的方法转化为 TSP。

将另外 $(m-1)$ 个移动充电器理解为 $(m-1)$ 个虚拟节点，这 $(m-1)$ 个虚拟节点标号分别为  $31, 32, \dots, 30+m-1$ ，它们与数据中心具有相同的坐标(即相同位置)，每一个节点都与其他点相连，而这 $(m-1)$ 个虚拟节点和数据中心互相不连接。

假设 $(m-1)$ 个虚拟节点到数据中心的距离为

$$C_{ij} = M_0 (i, j = 0, 31, \dots, 30 + m - 1)$$

$M_0$ 为一无穷大的正数(即永远不能达到)。

在旅行商访问路径中出现的每一个虚拟城市均表示旅行商返回出发城市，从而组成一个回路。每个回路表示 MTSP 中一个旅行商的旅行路径。因此，可得到 TSP 线路。然后各虚拟节点合并，MTSP 线路就分解成  $m$  个分线路。



## 2.模型的求解

沿用问题一的遗传算法（GA），用遗传算法求解 4 个充电器的 MTSP，具体步骤如图

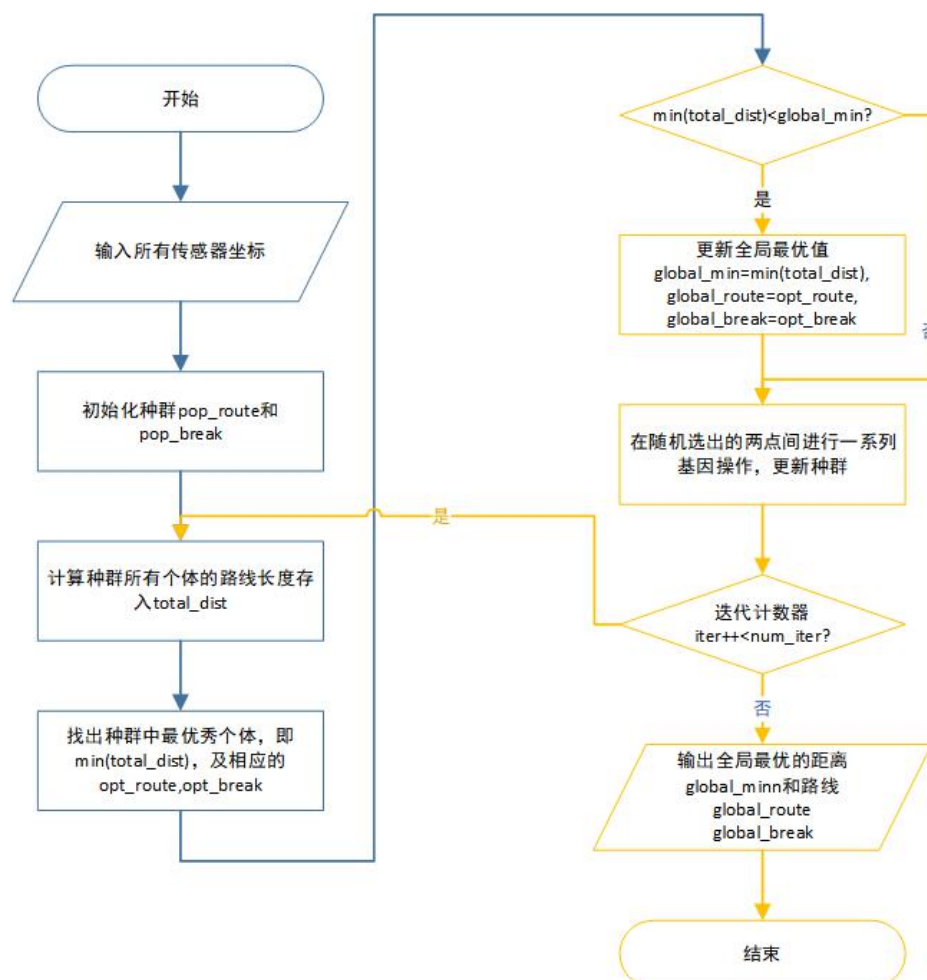


图 5.9 遗传算法流程图

该遗传算法相较于问题一的不同点在于

1.种群的每个个体由两个部分组成，route 和 break。route 是长度为 29 的整数序列，break 则是长度为 3 的整数序列。break 用于分割 route，使其分为不同的四段路线。

2.优化目标不变，只需要对每段路线分别求出路线长度，再求和即可得到 4 段路线的总长度。

3.使用 break 分割 route 的好处在于，进行变异操作时，不仅可以修 route，同时修改的 break 将使不同的路线间交换节点，试探得到整体最优，而不是分别求得四个路线的最优（这样求出的可能不是整体最优），这样可以更快的找到总路线最小的情况。



### 3.模型的结果

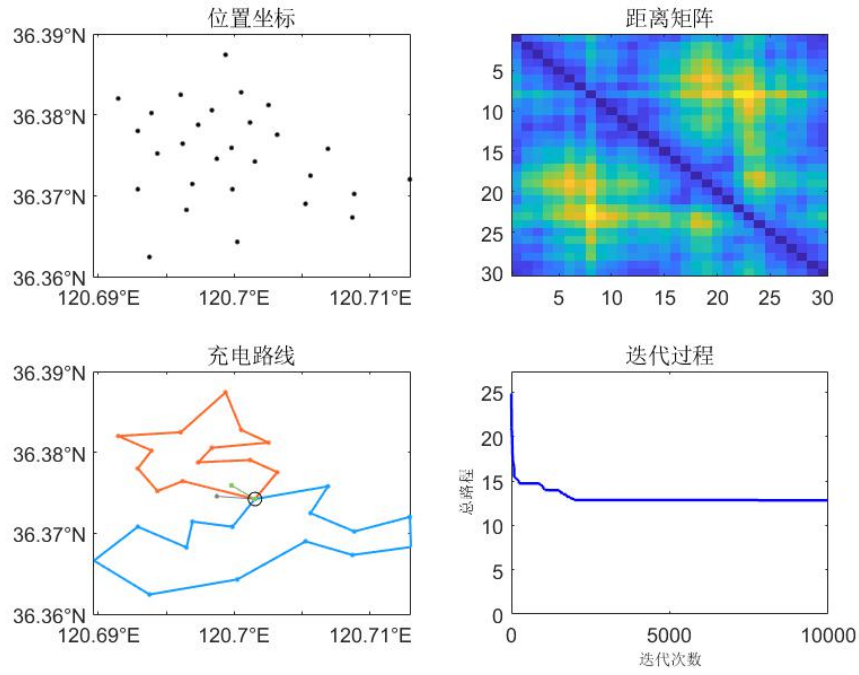


图 5.9 模型结果

求解结果为

$\{(1,5,22,23,24,25,29,4,21,19,26,27,1),(1,30,20,18,3,9,13,14,1),$   
 $(1,17,28,16,15,12,7,1),(1,8,10,2,11,6,1)\}$

最优线路距离  $D=12.8332$

#### 5.3.2 多充电器下的最小电池容量模型

##### 1.最短线路下的最小电池容量模型

多充电器下的线路优化模型给出 4 个充电器时的每个充电器的最优线路组合，在该组合下，对每条线路分别按问题二的线性规划模型进行求解，则就是四个独立的多目标线性规划问题。

根据问题二，可知第  $m$  个充电器的线性规划方程为

$$\min \sum_{i=1}^{my} (Vol_{mk})$$

$$\text{s.t. } Vol_{mk} \geq \left( \frac{D}{v} + \frac{\sum_{h=1}^{my} (Vol_h - f) - (Vol_k - f)}{r} + T'' \right) * q_k + f \quad (5.13)$$

$Vol_{mk}$  表示第  $m$  个充电器的充电线路上的  $k$  号传感器的电量， $my$  表示第  $m$  个充电器经过的  $y$  个传感器

求解得：

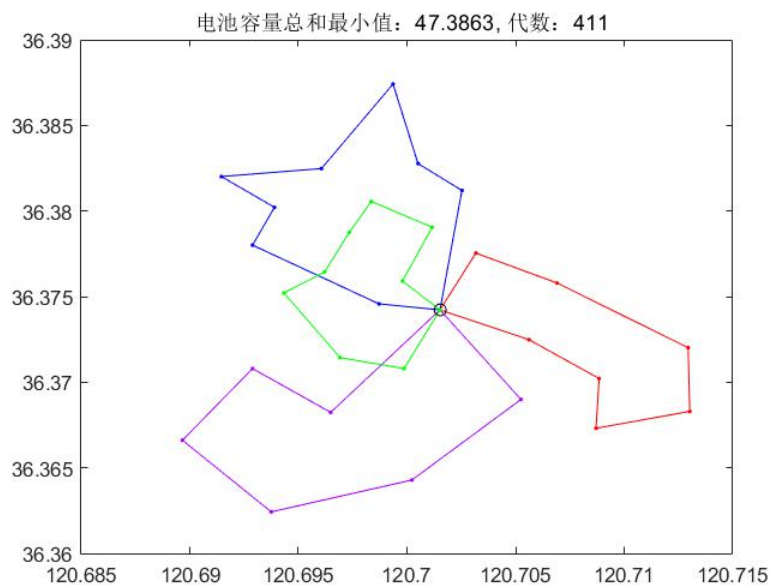


图 5.10 4 充电器最小电池容量路线图

电池容量总和最小值 47.3863mA,

由公式

$$Vol_k \geq \left( \frac{D}{v} + \frac{\sum_{h=1}^{29} (Vol_h - f) - (Vol_k - f)}{r} + T'' \right) * q_k + f \quad (5.14)$$

得知无线充电系统的最小电容总量与总路程相关,当四辆小车同时出发进行充电时,当总路程达到最小时,电池容量也达到最小。与此同时,我们对比了其他数目的充电车的路线结果,如下图

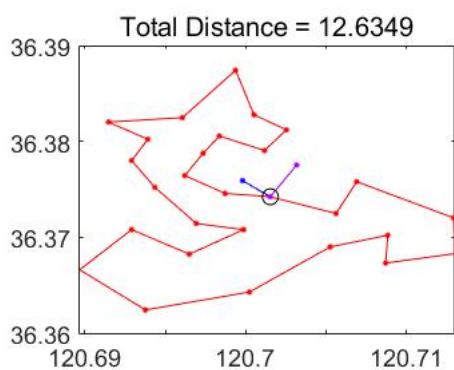


图 5.11 2 充电器的最短路线图

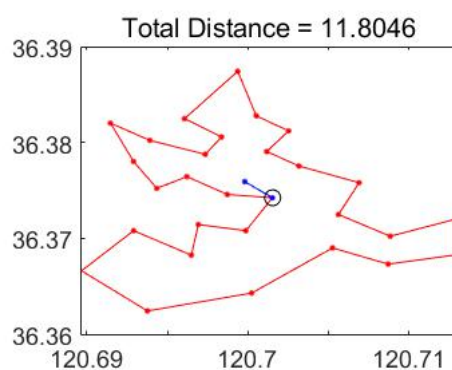


图 5.12 3 充电器的最短路线图

可知,随着充电车数目的增加,路线的总长度也随着增加,使得最小电池容量相应需要增加。

## 六、模型评价与推广

运用 MATLAB 等数学软件构建线路优化和最小电池容量模型，采用遗传算法、退火算法等多种方法求解和结果对比，所得的近似解较全面，有说服力；基于遗传算法的应用，将单充电器模型扩展为多充电器模型，建模过程从个别到一般，便于贴近实际情况。

### 6.1 模型的优点

- 参考权威文献，发现在优化设计中遗传算法抗噪声水平更好[1]，更适用于问题一和问题三的路线规划模型的求解；

- 本文的模型一对传统的旅行商模型进行了改进，不仅考虑了遗传算法，还考虑了模拟退火算法，最后通过对比两种线路的能量损耗，使最优解更接近精确解，直观展示了遗传算法求解的最优线路可信度；

- 模型的假设较少且对题干条件充分解释，模型较完整的描述了问题的实际情况；

- 考虑了多充电器的模型情况，研究四充电器下线路优化和最小电池容量问题，并研究三充电器的情况，以进一步提高充电效率；

- 灵活运用多种软件，充分发挥各自优势。MATLAB 对遗传算法和模拟退火算法的实现、LINGO 解决最小电池容量规划问题等。

### 6.2 模型的缺点

- 尽管问题二中我们得到了较好的结果，但在模型建立的过程中，给定参数是参考权威性文献进行赋值，参数具有一定的主观性和偶然性；

- 此外，模型二简化为线性规划问题，仅考虑充电器到达节点后才开始充电，没有考虑到 WRSN 系统各传感器的无线充电半径。

### 6.3 模型的推广

在模型III四充电器的非线性规划的求解过程中，我们在传统遗传算法的基础上引入三个截断点进行种群分类，寻求最优解。由此，我们可以将模型进一步扩展到多充电器，并考虑充电器的购买成本和维修成本，探讨最优的充电器数量。

### 参考文献

- [1] 胡士娟. 基于改进遗传算法的多旅行商问题的研究[D].江南大学,2019.
- [2] 羊国光.用于衍射光学元件优化设计的遗传算法及其与模拟退火算法的比较[J].光学学报,1993(07):577-584.
- [3] 邓丽芳. 遗传算法在旅行商问题中的应用研究[D].广东工业大学,2012.
- [4] 胡诚,汪芸,王辉.无线可充电传感器网络中充电规划研究进展[J].软件学报,2016,27(01):72-95.)