

# 遗传算法求解函数极值的应用

周丽<sup>1,2</sup>, 张智顺<sup>3</sup>

(1.湖南农业大学 理学院 信息科学系, 湖南 长沙 410128; 2.湖南师范大学 数学与计算机科学学院, 湖南 长沙 410081;

3.贵州大学电子科学与信息技术学院, 贵州 贵阳 550003)

**摘要:** 通过用遗传算法求高等数学中的函数极值问题, 说明了遗传算法对连续、可导等条件的放宽, 同时, 也体现了遗传算法在求解高等数学中函数极值的良好应用。

**关键词:** 遗传算法; 编码; 选择; 杂交; 变异

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3044(2007)21-40802-02

Genetic Algorithms for the Application Function Extremum

ZHOU Li<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhi-shun<sup>3</sup>

(1.Hu'nan Agricultural University College of Information Science, Changsha 410128, China;

2.Hu'nan Normal University Mathematics and Computer Science, Changsha 410081;

3.Guizhou University of Electronic Science and Information Technology Institute, Guiyang 550003, China)

**Abstract:** By using genetic algorithms for higher mathematics of function optimization, the genetic algorithm to continuous, derivative and other conditions relaxed. it also demonstrated the genetic algorithm for the Higher Mathematics function extremum good application.

**key words:** Genetic Algorithms; Coding; Choice; Hybrid; Variation

遗传算法 (genetic algorithms, 简称 GA) 是根据自然界的“物竞天择, 适者生存”现象而提出的一种随机搜索算法, 是霍兰德 (Holland) 于 1975 年在他的著作《Adaption in Natural and artificial Systems》中首次提出来的。此算法将优化问题看作是自然界中生物的进化过程, 通过模拟大自然中生物进化过程中的遗传规律, 来达到寻优的目的。

根据达尔文的进化论, 在生物进化的过程中, 生物的发展进化主要有 3 个原因, 即遗传、变异、和选择。遗传是指子代总是和亲代相似, 变异却是指那些不相似的现象, 选择是指具有精选的能力, 它决定生物进化的方向, 适者生存, 不适者淘汰。

下面我们用一个实例来说明遗传算法的选择、杂交、变异的三个生物进化过程。

设函数  $f(X)=18X-X^2$  其中  $X$  为  $[0, 15]$  间的整数, 求此函数的最大值。

如果此问题用数学知识求解, 很容易, 如果把此函数看作是  $[0, 15]$  的连续函数的话,

此函数的图象就是一条开口向下的抛物线, 对称轴为  $X=-b/2a=9$ , 因此, 最大值在  $X=9$  处。

当然, 也可以用求导的方法, 先可出此函数的导数, 再令导数为 0, 确定函数的极值点, 但如果用求导的方法, 须要求此函数可导。当然, 这里因为是给出的初等函

数, 十分容易解出。如果是不连续, 又不可导呢? 那样, 我们就可以用遗传达算法来解决, 为了方便演示遗传算法的如果编码、作出适应函数、选择初始种群、选择、杂交、变异等过程, 为方便起见, 我现在还是以上面那个函数为例:

现在我们用遗传算法来解答:

## 1 遗传编码

由于  $X$  的定义域是  $[0, 15]$  的整数,  $15 < 2^4$ , 所以可以用四位的二进制来表示此问题。如: 0000 表示  $X=0$ , 1111 表示  $X=15$ , 其中 0, 1 为基因, 而此四位的二进制串就是染色体。

## 2 做出适应函数

这里因为求  $f(X)$  的最大值, 所以可以直接用  $f(X)$  作为适应函数。

## 3 选择初始种群

假设群体的规模  $N=4$ , 交配概率  $P=100\%$ , 变异概率  $P=1\%$ , 且设初始群体为: 1110、1001、0101、0011, 则第 0 代群体的总体情况由下表 1 可知:

表 1 第 0 代情况表

| 序号 | 群体   | 适应值 | 选择概率 (%) | 期望次数  | 选中次数 |
|----|------|-----|----------|-------|------|
| 1  | 1110 | 56  | 0.236    | 0.944 | 1    |
| 2  | 1000 | 80  | 0.338    | 1.352 | 2    |
| 3  | 0100 | 56  | 0.236    | 0.944 | 1    |
| 4  | 0011 | 45  | 0.190    | 0.76  | 0    |

收稿日期: 2007-08-20

作者简介: 周丽 (1980-), 女, 湖南郴州人, 硕士研究生, 研究方向为数理统计; 张智顺 (1980-), 男, 湖南郴州人, 硕士研究生, 研究方向为信息系统的研究与开发。

从上表中可知: 最大适应值为 80, 最小适应值为 45, 平均值为 59.25, 适应值总和为 237。

#### 4 选择

根据生物进化论, 适应度越强的, 适应值越大, 选择概率越大, 越可能被选上, 期望次数也越大, 而选择概率越小的就越有可能被淘汰, 所以表 1 的群体经选择后, 染色体 1110 被选择一次, 染色体 1000 被选择两次, 染色体 0100 被选择一次, 而染色体 0011 却被淘汰了。因此, 得到第 0 代的种群为: 1110、1000、1000、0100

#### 5 杂交

由于假定了交配概率是 100%, 所以种群中所有的染色体都参与杂交。假定种群中的染色体是按顺序两两配对杂交。可得下表 2:

表 2 第 0 代种群的交配情况表

| 序号 | 群体   | 交配对象 | 交配位 | 子代   | 适应值 |
|----|------|------|-----|------|-----|
| 1  | 1110 | 2    | 2   | 1100 | 72  |
| 2  | 1000 | 1    | 2   | 1010 | 80  |
| 3  | 1000 | 4    | 3   | 1000 | 80  |
| 4  | 0100 | 3    | 3   | 0100 | 56  |

经过交配后, 新群体为: 1100、1010、1000、0100, 其中最大的适应值仍为 80, 没有发生变化, 但平均适应值为 72, 适应值总和为 288。与第 0 代相比, 最大适应值没有提高, 平均适应值由 61.5 提高到了 72, 适应值总和由 237 提高到了 288。

我们可以发现, 上面的群体: 1100、1010、1000、0100, 不管怎么杂交都无法得到最后最后一位基因为 1。因此, 已经不可能通过交配达到最优解了。这种过早的陷入局部最优解的早熟现象。

#### 6 变异

扩大群体的规模可以防止早熟现象的发生, 因此遗传算法一般要求具有一定的群体规模。变异也可以提高群体的多样性, 从而为防止出现早熟起到一定的作用。比如: 我们在表 2 所示的子代中染色体 1000 的第四位基因发生变异, 变成 1001, 如表 3 所示:

表 3 第 0 代变异情况表

| 序号 | 群体   | 是否变异 | 变异位 | 新群体  | 适应值 |
|----|------|------|-----|------|-----|
| 1  | 1100 | N    |     | 1100 | 72  |
| 2  | 1010 | N    |     | 1010 | 80  |
| 3  | 1000 | Y    | 4   | 1001 | 81  |
| 4  | 0100 | N    |     | 0100 | 56  |

这样就可以得到新群体(第 1 代群体)。第 1 代群体为: 1100、1010、1001、0100。在此群体下的选择情况如表 4 所示:

表 4 第 1 代情况表

| 序号 | 群体   | 适应值 | 选择概率(%) | 期望次数  | 选中次数 |
|----|------|-----|---------|-------|------|
| 1  | 1100 | 72  | 0.249   | 0.996 | 1    |
| 2  | 1010 | 80  | 0.276   | 1.104 | 2    |
| 3  | 1001 | 81  | 0.280   | 1.12  | 1    |
| 4  | 0100 | 56  | 0.195   | 0.78  | 0    |

从上表中可知: 最大适应值为 81, 最小适应值为 56, 平均值为 59.25, 适应值总和为 289。

此时, 刚好是问题的适应函数的最大值, 对应染色体为 1001, 故得到最优解为

$X = (1001)$  的二进制为 9。所以函数的最大值为 81。

上述的交配到何时才能停止呢? 一般可以通过规定的最大代数来定义, 在达到了指定的进化代后, 算法停止。或是如果经过连续进化后, 得到的最优解没有任何变化, 此时也可以停止交配。

通过上例求函数的极大值问题, 说明了遗传算法是一种很好的方法, 它可以不需要适应函数的连续性, 可导性。放宽了高等数学中求极值时的条件。同时, 经过编码后, 只需做适应值的计算, 操作简单。可见, 遗传算法, 在高数求解极值问题中发挥了良好的作用。

#### 参考文献:

- [1] 马少平, 朱小燕. 人工智能[M]. 清华大学出版社, 2004.
- [2] 曹承志. 智能技术[M]. 清华大学出版社, 2004.
- [3] 蔡自兴, 徐光佑. 人工智能及其应用[M]. 清华大学出版社, 2004.
- [4] 朱福喜, 杜友福. 人工智能引论[M]. 武汉大学出版社, 2006.

(上接第 801 页)

Case 4, 5, 6

P1.Picture = LoadPicture("绿灯.ico")

if b Then Timer2.Enabled = b

End Select

(10) 设置 Timer2 的 Timer 事件代码如下:

If (a < 4) And (P2.Left > P1.Left And P2.Left < P1.Left + P1.Width) Or P2.Left <= 100 Then

Timer2.Enabled = False

Else

P2.Move P2.Left - 10, P2.Top, P2.Width, P2.Height

End If

运行程序即可完成信号灯指挥交通的功能。

#### 6 结束语

本文给出了 Timer 控件的几种用法, 起抛砖引玉的作用。Timer 控件的作用还有待进一步挖掘。

#### 参考文献:

- [1] 刘瑞新, 文成林, 汪远征. Visual FoxPro 程序设计教程[M]. 机械工业出版社, 2004.86-89.
- [2] 龚沛曾, 陆尉民, 杨志强. Visual Basic 程序设计简明教程[M]. 高等教育出版社, 2001.154-156.
- [3] 张毅, 王晓强, 等. Visual Basic 应用技巧与常见问题你问我答[M]. 北京机械工业出版社, 2003.206-210.
- [4] 申石磊, 张东生. Visual Basic 程序设计[M]. 中国科学技术出版社, 2007.31-32.