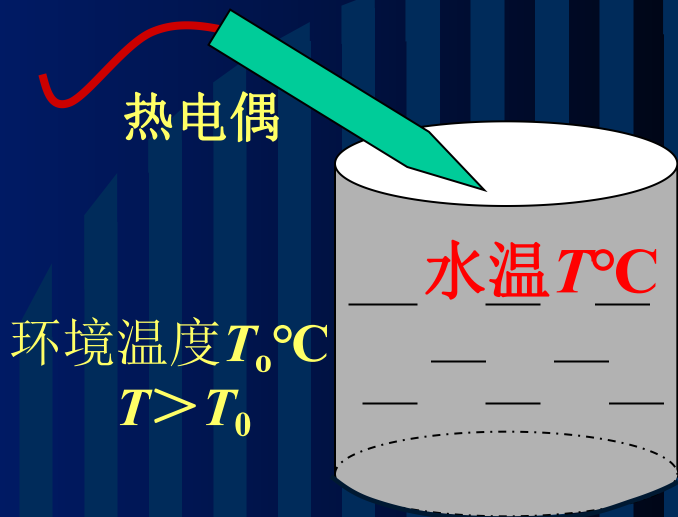
第一章
传感器的一般特性

哈尔滨工业大学　仪器科学与工程学院
授课教师：张晓琳

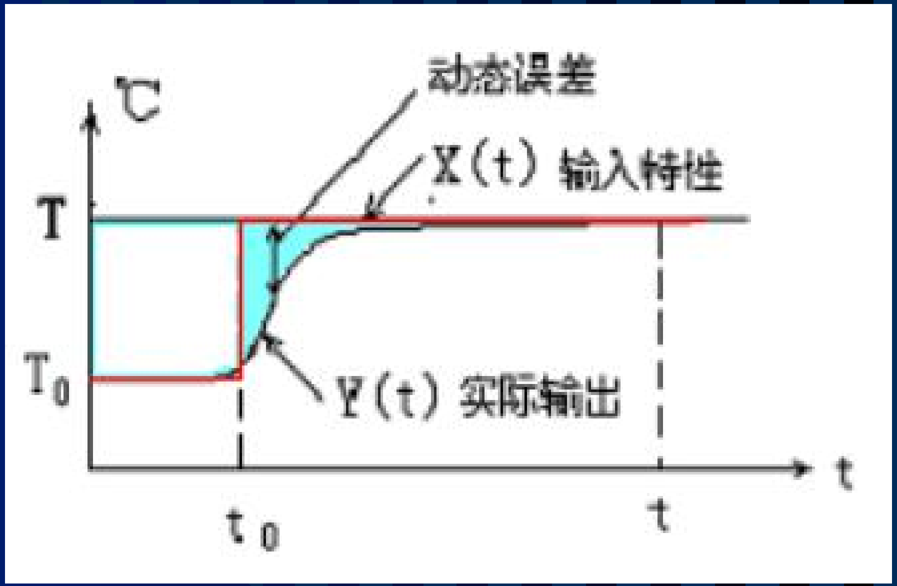
Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2 传感器的动特性

1.2.1 一个实例----动态测温



- ★ 用热电偶测温
- ★ 设环境温度为T_0
- ★ 水槽中水的温度为T
- ★ $T > T_0$
- ★ 传感器突然插入被测介质中
- ★ 理想情况测试曲线T是阶跃变化
- ★ 实际输出曲线是缓慢变化
- ★ 响应存在一个过渡过程



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

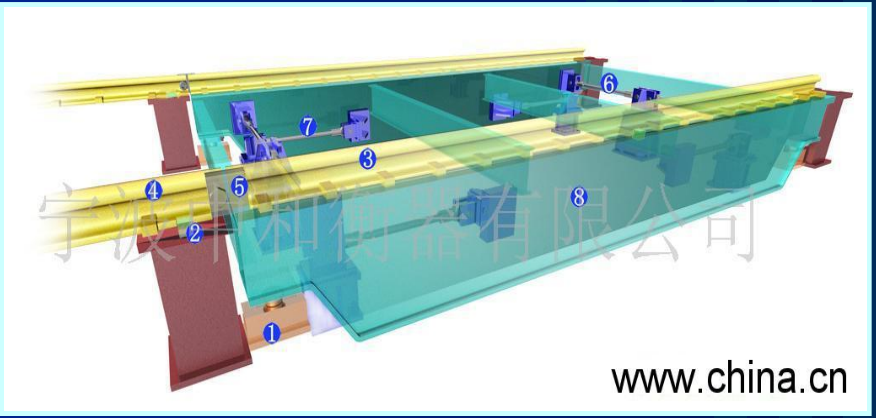
1.2.2 传感器动特性概述

动特性定义: 指传感器对随时间变化的输入量的响应特性。

用时域法表示： $y(t) = f\left[x(t)\right]$

用频域法表示： $Y(j\omega) = f\left[X(j\omega)\right]$

振动测量



轨道衡

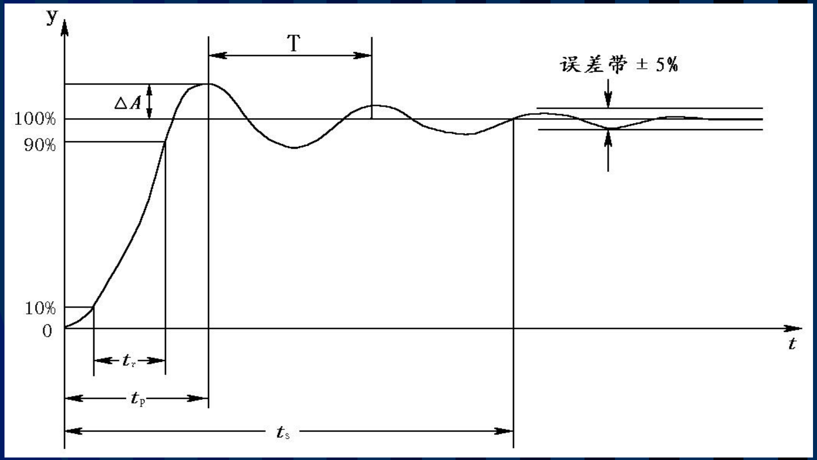
导弹发射力

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

研究传感器动态特性的方法及其指标

由于输入信号的时间函数形式是多种多样的，在时域内研究传感器的响应特性时，只能研究几种特定的输入时间函数如阶跃函数、脉冲函数和斜坡函数等的响应特性。
在频域内研究动态特性一般是采用正弦函数得到频率响应特性。

在采用正弦输入研究传感器频域动态特性时，常用幅频特性和相频特性来描述传感器的动态特性，其重要指标是频带宽度，简称带宽。



带宽是指增益变化不超过某一规定分贝值的频率范围。

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

精确的数学模型--困难的。

在工程上：近似的方法；忽略一些影响不大的因素。

通常认为可以用线性时不变系统理论来描述传感器的动态持性。

线性时不变系统重要性质——叠加性和频率保持性：也就是说，各个输入所引起的输出是互不影响的。

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.3 数学模型与传递函数-1

传感器的输入输出关系可用如下的数学模型来表示：

（n阶微分方程），常系数线性微分方程

$$a_n\frac{d^n y}{dt^n}+\cdots+a_1\frac{d\ y}{dt}+a_0 y=b_m\frac{d^m x}{dt^m}+\cdots+b_1\frac{d^1 x}{dt^1}+b_0 x$$

式中：x ---- 输入

y ---- 输出

a_i、b_i ---- 传感器结构参数

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.3 数学模型与传递函数-2

拉氏变换 定义为：

$$Y(s)=L[F(t)]=\int_0^\infty y(t)e^{-st}dt \qquad X(s)=L[F(t)]=\int_0^\infty x(t)e^{-st}dt$$

对n阶微分方程两边取拉氏变换，将实函数变换到复变函数

$$Y(s)(a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0) = X(s)(b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0)$$

传递函数 定义为 *Y(s)* 与X *(s)*的比值

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.3 数学模型与传递函数-3

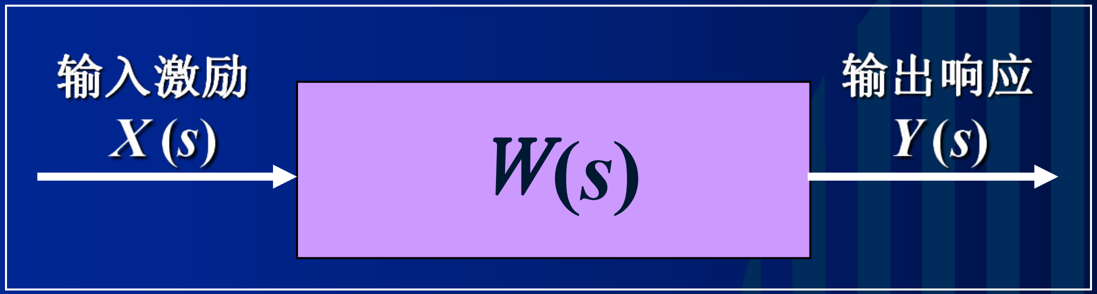
传递函数

$$W(s)=\frac{\mathrm{Y}(s)}{\mathrm{X}(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}$$

传感器传递函数的定义：初始条件为零，输出的拉氏变换与输入的拉氏变换之比。

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.3 传递函数与输出求解



$$Y(s) = W(s) \bullet X(s)$$

可由输入 $X(s)$ 和传递函数 $W(s)$ 求出输出的拉氏变换 $Y(s)$，再利用拉氏逆变换得出 $y(t)$，将频域变换为时域。

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 实际中的低阶传感器模型

传递函数理论模型：

$$W(s)=\frac{\mathrm{Y}(s)}{\mathrm{X}(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}$$

实际中， $n\le 2$，而且：

$$b_m=b_{m-1}=\cdots=b_1=0$$

传递函数简化为

$$W(s)=\frac{b_0}{a_2 s^2+a_1 s+a_0}$$

n=0时，称零阶传感器； n=1时，称一阶传感器；
n=2时，称二阶传感器； n>2时，称高阶传感器；

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 零阶传感器模型

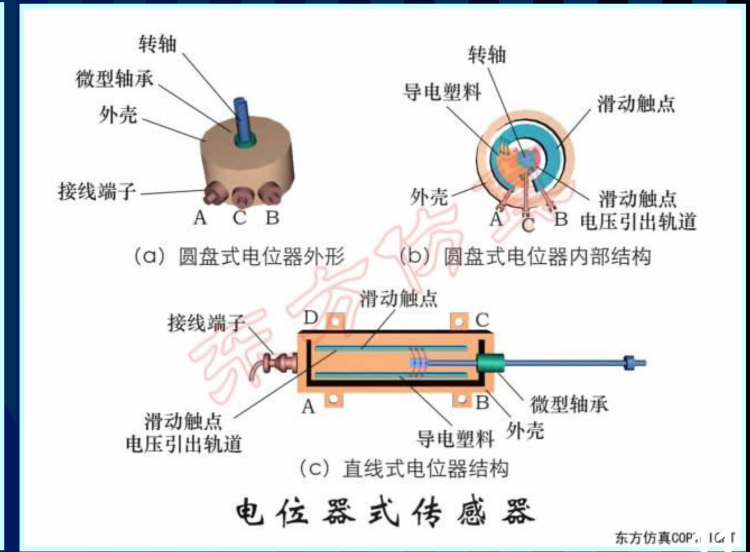
①零阶传感器

零阶系统是个特例，无时间滞后，n=0时，

$$y = \frac{b_0}{a_0} x = kx$$

电位器式传感器

忽略寄生电感
忽略寄生电容



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 一阶传感器模型-1

② 一阶传感器

一阶系统，n = 1

$$W(s) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}$$

例如，液体温度传感器

某些气体传感器

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 一阶传感器模型-2

② 一阶传感器

把传递函数进一步整理，得到

$$W(s)=\frac{\mathrm{Y}(s)}{\mathrm{X}(s)}=\frac{b_0}{a_1 s^1+a_0}=\frac{b_0/a_0}{\left(a_1/a_0\right)s+1}=\frac{k}{\tau s+1}$$

$$k=\frac{b_0}{a_0}$$ 静态灵敏度

$$\tau=\frac{a_1}{a_0}$$ 时间常数

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 二阶传感器模型-1

③ 二阶传感器

$$W(s)=\frac{b_0}{a_2 s^2+a_1 s+a_0}$$

例如，如电动式测振传感器等

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.4 二阶传感器模型-2

③ 二阶传感器

把传递函数进一步整理，得到

$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_0}{a_2s^2+a_1s^1+a_0}=\frac{k\omega_o^2}{s^2+2\xi\omega_o s+\omega_o^2}$$

$\omega_o=\sqrt{a_0/a_2}$ ---无阻尼固有频率

$\tau=\sqrt{a_2/a_0}$ ---时间常数

$\xi=\dfrac{a_1}{2\sqrt{a_0a_2}}$ ---阻尼比

$k=b_0/a_0$ ---静态灵敏度

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

评价传感器动态特性方法：

频率特性–输入为正弦信号时

幅频特性–输出的幅度随频率变化特性

相频特性–输出的相位随频率变化特性

过渡函数–输入为阶跃信号时，输出的变化过程

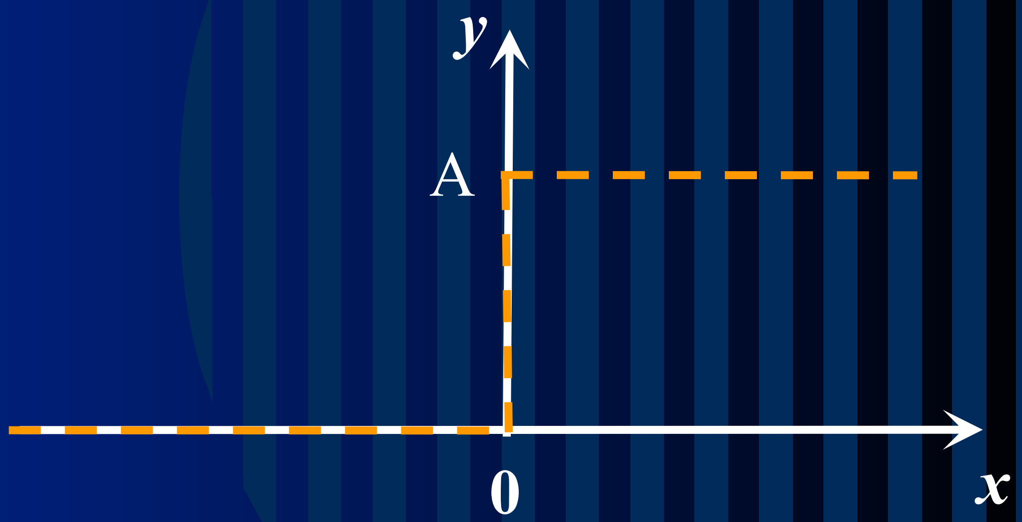
Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.5 过渡函数-1

过渡函数定义：输入为阶跃信号时的响应。

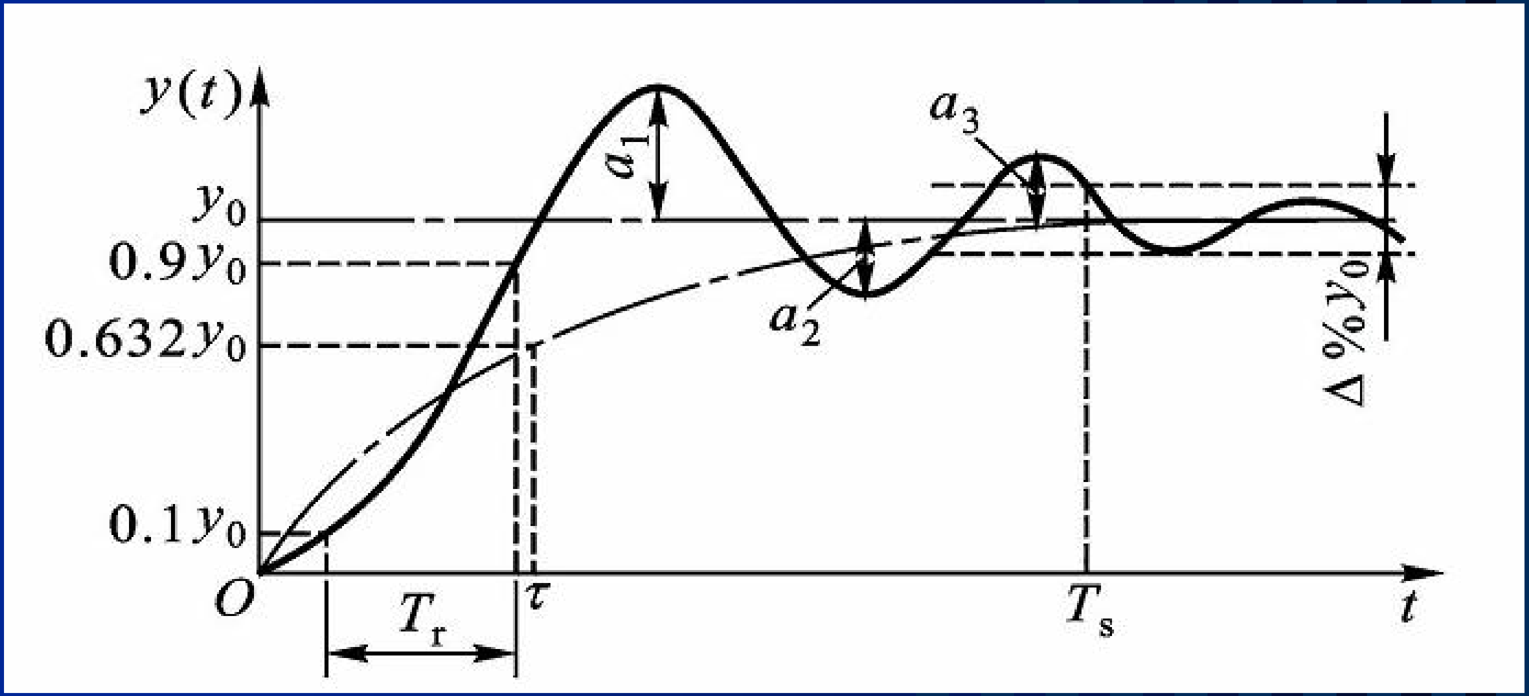
阶跃信号

$$x = \begin{cases} 0(t \leq 0) \\ A(t \geq 0) \end{cases}$$



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.5 过渡函数-2



一阶、二阶两条典型的阶跃响应曲线

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.6 一阶传感器的阶跃响应-1

单位阶跃信号 $x(t)=1(t)$

拉氏变换为： $X(s)=\dfrac{1}{s}$

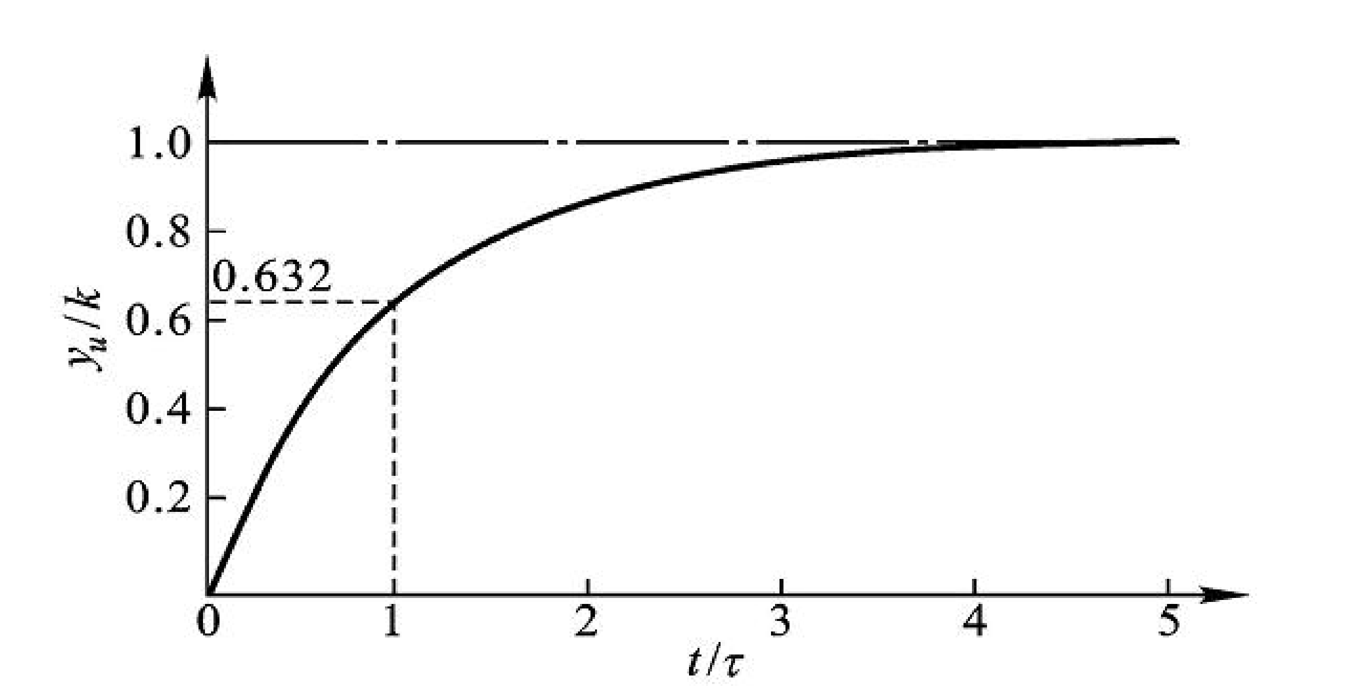
一阶系统输出： $Y(s)=X(s)W(s)=\dfrac{1}{\tau s+1}\dfrac{1}{s}$

拉氏反变换

单位阶跃的响应信号 $y(t)=k(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

Tel.: 0451-86402601；　Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.6 一阶传感器的阶跃响应-2



动态测温是典型的一阶系统

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.6 一阶传感器的阶跃响应-3

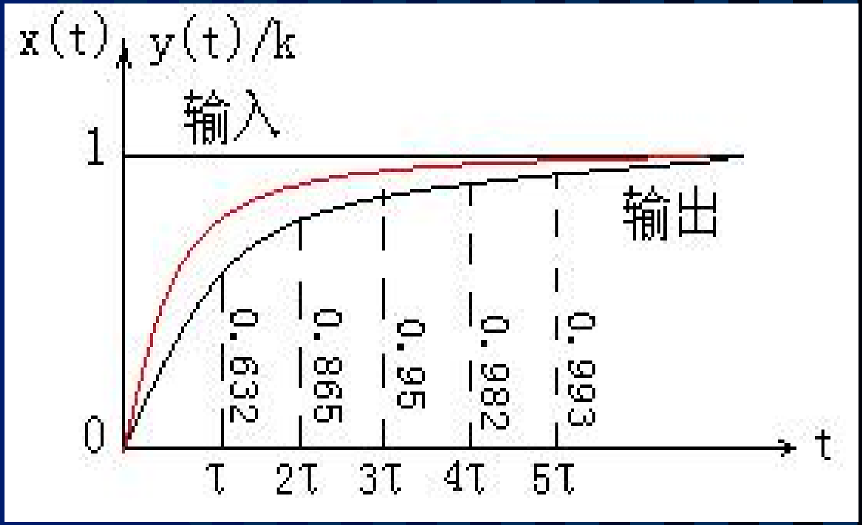
单位阶跃的响应信号是指数函数，输出曲线成指数变化逐渐达到稳定。

时间常数τ越小越好，是反映一阶传感器的重要参数。

① 理论上t—∞时才能达到稳定

② t=τ时即达到稳定值的63.2%

③ t = 4τ时工程上认为达到稳定



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.7 二阶传感器的阶跃响应-1

单位阶跃信号 $x(t)=1(t)$

拉氏变换为： $X(s)=\dfrac{1}{s}$

二阶系统输出： $$Y(s)=W(s)X(s)=\frac{\omega_o^2}{s^2+2\xi\omega_o s+\omega_o^2}\frac{1}{s}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.7 二阶传感器的阶跃响应-2

拉氏反变换求出输出函数为：

$$y(t)=1-\left[\frac{e^{-\xi\omega_o t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]\cdot\sin(\omega\, t+\phi)$$

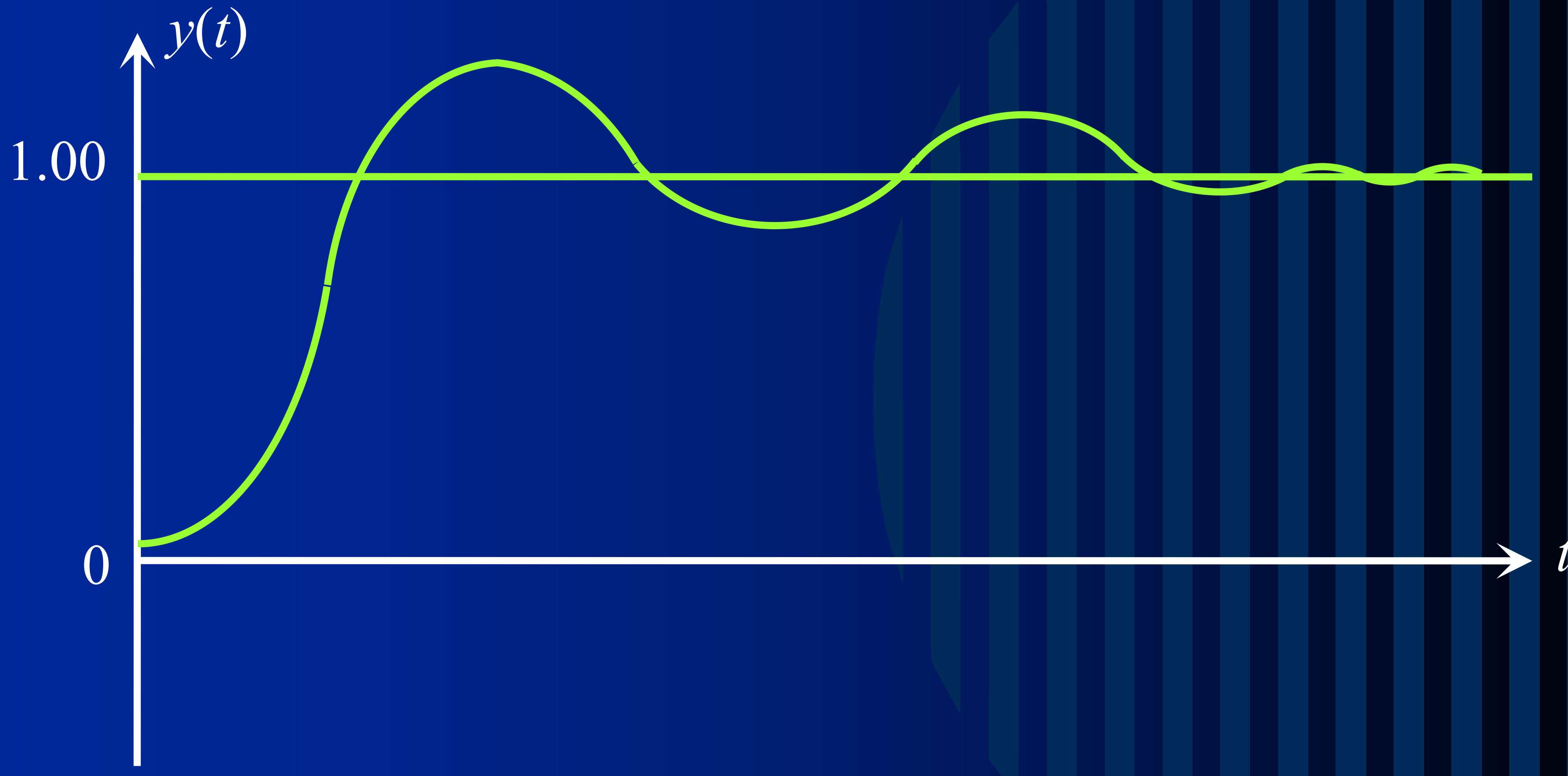
式中：

$$\phi=-arctg\left[\sqrt{1-\xi(\frac{\omega}{\omega_o})}\,/\,\xi\right]$$

$$\omega=\omega_o\sqrt{1-\xi^2}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

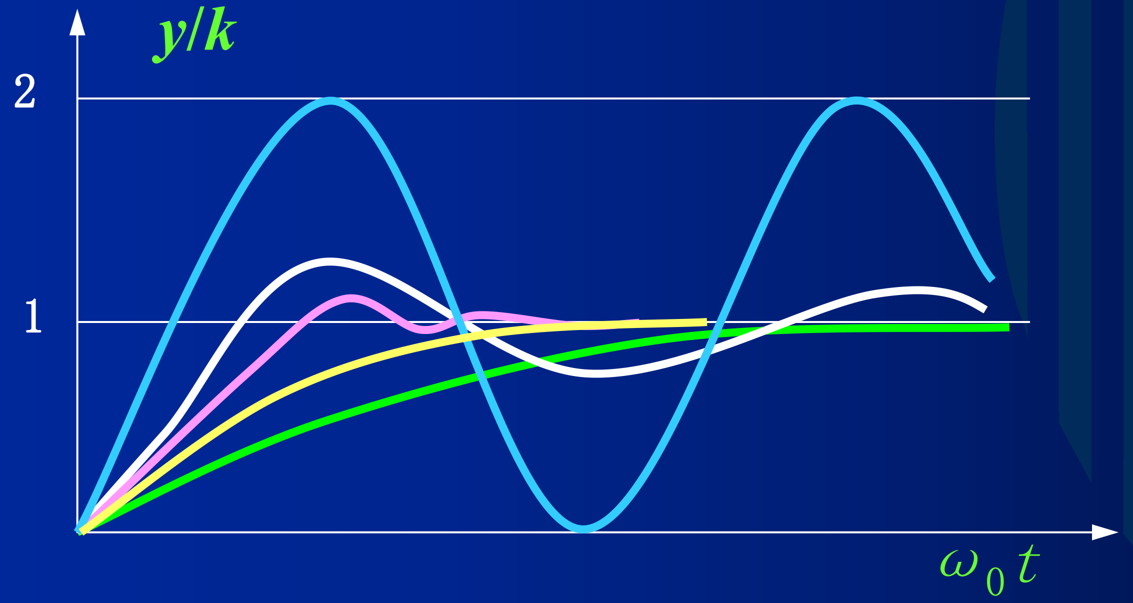
1.2.7 二阶传感器的阶跃响应-3



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.7 二阶传感器的阶跃响应-4

1. $\xi=0$,零阻尼,等幅振荡，产生自激永远达不到稳定；
2. $\xi<1$,欠阻尼,衰减振荡,达到稳定时间随ξ下降加长；
3. $\xi=1$,临界阻尼，响应时间最短；
4. $\xi>1$,过阻尼，稳定时间较长。



蓝色$\xi=0$

白色$\xi=0.2$

粉色$\xi=0.6$

黄色$\xi=1$

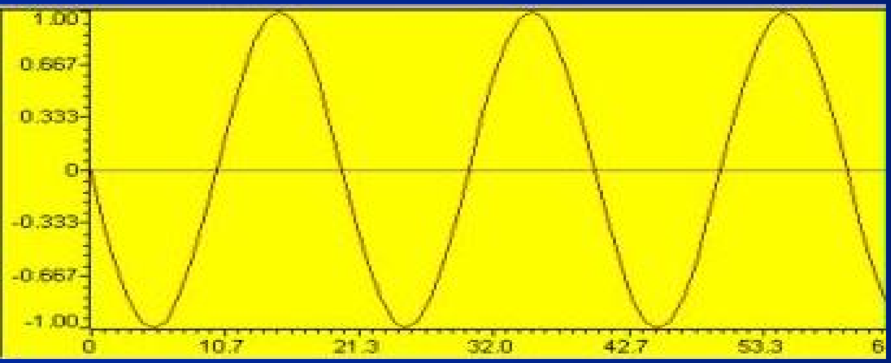
绿色$\xi=1.5$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

频率特性-1

当输入量x按正弦变化时，输出量y也是同频的正弦函数。
根据：同频正弦函数是下面微分方程的特解

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{d\ y}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \cdots + b_1 \frac{d^1 x}{dt^1} + b_0 x$$



$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi_0)$$

$$y(t) = B\sin(\omega t + \phi_0 + \phi)$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

频率特性-2

经数学推导，可以得到：

$$W(\mathrm{j}\omega)=\frac{\mathrm{Y}(\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{X}(\mathrm{j}\omega)}=\frac{b_m(\mathrm{j}\omega)^m+b_{m-1}(\mathrm{j}\omega)^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n(\mathrm{j}\omega)^n+a_{n-1}(\mathrm{j}\omega)^{n-1}+\cdots+a_0}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

频率特性-3

最终可以简化为一代数形式

$$W(\mathrm{j}\omega) = k_1 + \mathrm{j}k_2$$

或　指数形式

$$W(\mathrm{j}\omega) = k \cdot e^{j\varphi}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

幅频特性

综合得：

$$y = k \cdot e^{j\varphi} \cdot x$$

k表示输出量与输入量之比，是ω的函数—幅频特性。表示为：

$$k（\omega）$$

或

$$A(\omega)$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

相频特性

ϕ值表示输出量的相位较输入量超前的角度，也是ω的函数，称为—相频特性：

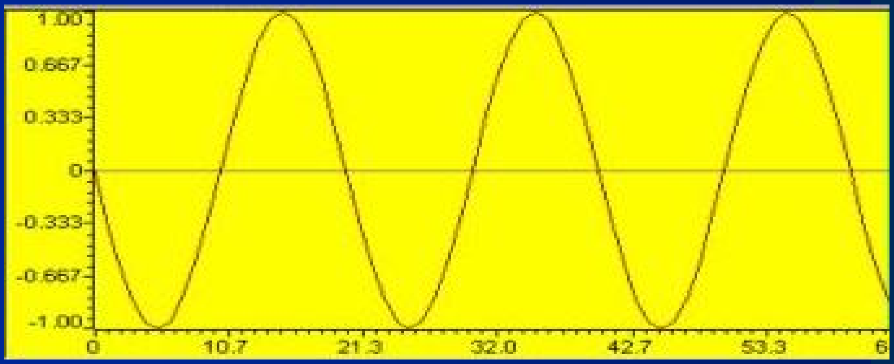
$$\boxed{\varphi(\omega)}$$

幅频特性和相频特性是衡量传感器动态特性的重要技术指标

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.8 一阶传感器的频率响应-1

频率响应：当输入信号按正弦变化时，分析动态特性的相位、振幅、频率。



$$x(t)=\sin\omega t$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.8 一阶传感器的频率响应-2

$$x(t)=\sin\omega t \xrightarrow{\text{拉氏变换}} L\left[x(t)\right]=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

一阶系统输出：

$$y(s)=W(s)\cdot X(s)=\frac{1}{\tau s+1}\cdot\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

进一步整理：

$$Y(s)=\frac{\omega}{\tau}\cdot\frac{1}{(s+1/\tau)(s^2+\omega^2)}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.8 一阶传感器的频率响应-3

拉氏逆变换后得到输出的振幅和频率变化特性

$$y(t)=\underbrace{\frac{\omega}{\tau}\cdot\frac{e^{-t/\tau}}{(1/\tau)^2+\omega^2}}_{\text{瞬态响应}}+\underbrace{\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{(\omega/\tau)^2}{(1/\tau)^2+\omega^2}}\sin(\omega t+\varphi)}_{\text{稳态响应}}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.8 一阶传感器的频率响应-4

忽略瞬态响应，稳态响应整理后为：

$$y(t)=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\sin(\omega t+\varphi)=A(\omega)\sin(\omega t+\varphi)$$

幅—频特性：

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

相—频特性：

$$\varphi(\omega)=-\arctan(\omega\tau)$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.9 二阶传感器的频率响应-1

输入正弦信号 $x(t)=\sin\omega t$

拉氏变换

$$L[x(t)]=\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

二阶系统输出：

$$Y(s)=\frac{\omega_o^2}{s^2+2\xi\omega_o s+\omega_o^2}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

式中，ω_o是传感器的固有频率，ω是信号频率

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.9 二阶传感器的频率响应-2

拉氏反变换为：

$$y(t)=\frac{k\omega_o\omega}{\sqrt{(\omega_o^2-\omega^2)^2+4\xi^2\omega_o^2\omega^2}}\sin(\omega t+\varphi)$$

$$+\frac{k\omega_o\omega}{(1-\xi^2)\sqrt{(\omega_o^2-\omega^2)^2+4\xi^2\omega_o^2\omega^2}}e^{-\xi\omega_o t}\sin\left[\omega_o(1+\xi^2)t+\varphi_2\right]$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.9 二阶传感器的频率响应-3

幅—频特性

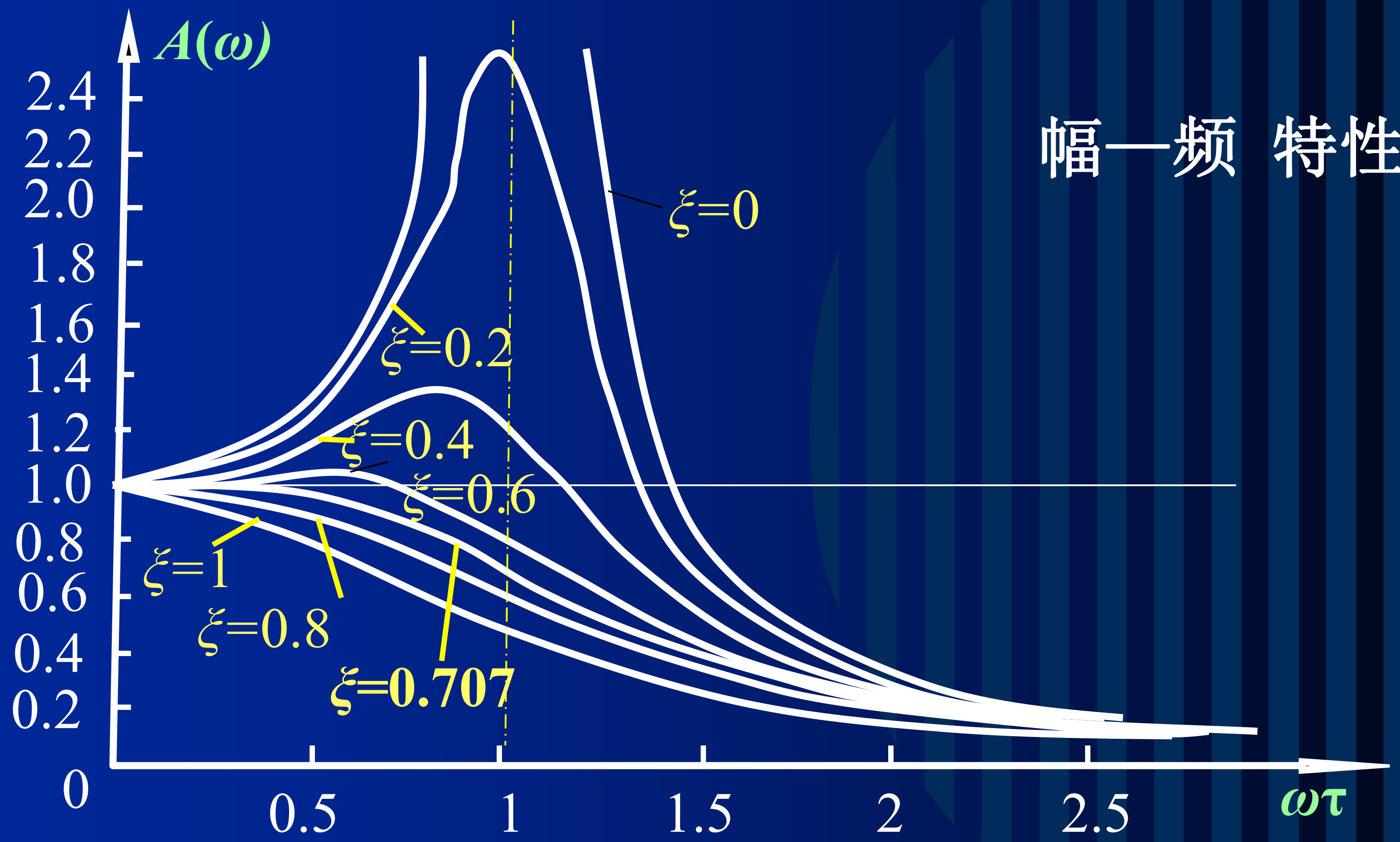
$$A(\omega)=\left|\frac{y(t)}{k}\right|=\frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right]^2+\left(2\xi\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}}$$

相—频特性

$$\varphi(\omega)=-\tan^{-1}\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_o}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

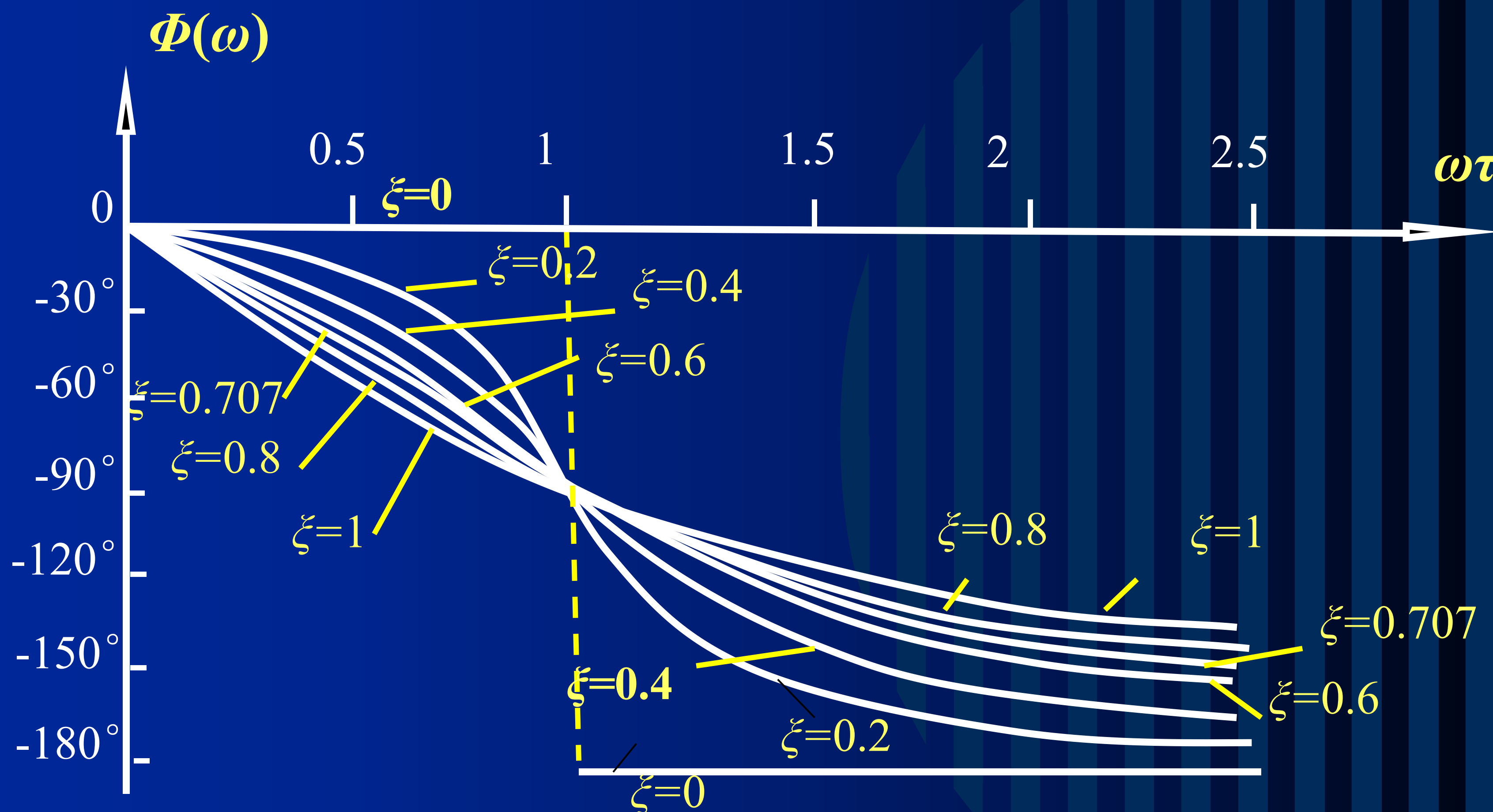
1.2.9 二阶传感器的频率响应-幅频特性



幅—频 特性

Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

1.2.9 二阶传感器的频率响应-相频特性



Tel.: 0451-86402601； Email: zhangxiaolin@hit.edu.cn

本章要点

- 传感器的静态特性指标：线性度、迟滞、重复性、灵敏度、稳定性、不确定度等；
- 传感器的动态模型与传递函数；
- 一阶传感器、二阶传感器阶跃响应特性；
- 一阶传感器、二阶传感器频率响应特性（幅频特性、相频特性）；