

北京林业大学

数据库原理与应用

关系代数



关系代数的分类及其运算符

- ◆ 关系代数是一种抽象的**查询语言**
- ◆ 关系代数的**运算对象与运算结果**都是关系
- ◆ 关系代数运算符

集合运算符

\cup
 $-$
 \cap
 \times

关系运算符

σ
 \bowtie
 \div

比较运算符

$>, \geq$
 $<, \leq$
 $=, \neq$

逻辑运算符

\wedge
 \vee
 \neg



关系代数的分类及其运算符

关系代数的运算按运算符的不同主要分为两类：

传统的集合运算

专门的关系运算



关系代数的分类及其运算符

传统的集合运算：

把关系看成元组的集合，以元组作为集合中元素来进行运算，其运算是从关系的“水平”方向即行的角度进行的。
包括并、差、交和广义笛卡尔积等运算。



关系代数的分类及其运算符

专门的关系运算：

不仅涉及行运算，也涉及列运算，这种运算是为数据库的应用而引进的特殊运算。

包括选取、投影、连接和除法等运算。



传统的集合运算

传统集合（除笛卡尔积）是典型的二目运算，因此，需要在两个关系中进行，两个关系 R 、 S ，若满足：



(1) 具有相同的度 n ;



(2) R 中第 i 个属性和 S 中第 i 个属性必须来自同一个域。（列同质）

则说关系 R 、 S 是相容的



传统的集合运算

并 (Union)

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$

差 (Difference)

$$R - S = \{t \mid t \in R \wedge \neg t \in S\}$$

交 (Intersection)

$$R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$$

广义笛卡尔积 (Extended Cartesian Product)

$$R \times S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S\}$$



传统的集合运算

如所示的两个关系 R 与 S 为相容关系，进一步计算为 R 与 S 的并， R 与 S 的交， R 与 S 的差以及 R 与 S 的广义笛卡尔积。

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cup S$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1
a2	b3	c2

(c)

$$R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \cap S$

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1

(d)

$$R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

R-S

A	B	C
a1	b1	c2

(e)

$$R-S = \{t \mid t \in R \wedge \neg t \in S\}$$



传统的集合运算

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b1	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c1
a2	b3	c2

$R \times S$

A	B	C	A	B	C
a1	b1	c1	a1	b1	c1
a1	b1	c1	a2	b2	c1
a1	b1	c1	a2	b3	c2
a1	b1	c2	a1	b1	c1
a1	b1	c2	a2	b2	c1
a1	b1	c2	a2	b3	c2
a2	b2	c1	a1	b1	c1
a2	b2	c1	a2	b2	c1
a2	b2	c1	a2	b3	c2

$$R \times S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S\}$$



传统的集合运算



应用：并运算：在学生表增加一条记录

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
.....			

U

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s007	赵新	1998-4-2



SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
s007	赵新	1998-4-2
.....			



传统的集合运算



应用：差运算：在学生表删除一条记录

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
s007	赵新	1998-4-2
.....			

-

SNO	SNAME	BIRTHDAY
s007	赵新	1998-4-2



SNO	SNAME	BIRTHDAY
s003	李林	1998-1-2
s005	王其	1998-3-21
.....			

总结



传统的关系运算



总结

传统的关系运算

相关概念

集合操作

笛卡尔积操作

专门的关系运算



专门的关系运算符

- ◆ 由于传统的集合运算，只是从行的角度进行，而要灵活地实现关系数据库多样的查询操作，必须引入专门的关系运算。
- ◆ 在讲专门的关系运算之前，为叙述上的方便先引入几个概念。

(1) 设关系模式为 $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ ，它的一个关系为 R ， $t \in R$ 表示 t 是 R 的一个元组， $t[A_i]$ 则表示元组 t 中相应于属性 A_i 的一个分量。



专门的关系运算符

(2) 若 $A = \{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$, 其中 $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}$ 是 A_1, A_2, \dots, A_n 中的一部分, 则 A 称为属性列或域列, \tilde{A} 则表示 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 中去掉 $\{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ik}\}$ 后剩余的属性组。
 $t[A] = \{t[A_{i1}], t[A_{i2}], \dots, t[A_{ik}]\}$ 表示元组 t 在属性列 A 上诸分量的集合。



专门的关系运算符

(3) R 为 n 目关系, S 为 m 目关系, $tr \in R$,
 $ts \in S$, $tr \frown ts$ 称为元组的连接(concatenation),
它是一个 $n+m$ 列的元组, 前 n 个分量为 R 的一个
 n 元组, 后 m 个分量为 S 中的一个 m 元组。



专门的关系运算符

(4) 给定一个关系 $R(X, Z)$ ， X 和 Z 为属性组，定义当 $t[X]=x$ 时， x 在 R 中的象集(image set)，为 $Z_x = \{t[Z] | t \in R, t[X]=x\}$ ，它表示 R 中的属性组 X 上值为 x 的诸元组在 Z 上分量的集合。



专门的关系运算符

◎ 选取 (Selection)

F 为选取的条件

$$\sigma_F(R) = \{t \mid t \in R \wedge F(t) = \text{'真'}\}$$

[例] 查询计算机系的全体学生

$\sigma_{\text{Dept}=\text{'计算机'}}(S)$

SNo	SN	Sex	Age	Dept
S1	赵亦	女	17	计算机
S5	周武	男	19	计算机

从行的角度进行的运算

S (学生关系)

SNO	SN	Sex	Age	Dept
S1	赵亦	女	17	计算机
S2	钱尔	男	18	信息
S3	孙珊	女	20	信息
S4	李思	男	21	自动化
S5	周武	男	19	计算机
S6	吴丽	女	20	自动化



专门的关系运算符

[例] 查询工资高于1000元的男教师

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息

$\sigma_{(Sal > 1000) \wedge (Sex = '男')}(T)$

TNo	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机



专门的关系运算符

投影 (Projection)

A为R中的属性列

$$\Pi_A(R) = \{t[A] \mid t \in R\}$$

[例] 查询教师的姓名、教师号及其职称。

$\Pi_{TN, TNo, Prof}(T)$

TN	TNo	Prof
李力	T1	教授
王平	T2	讲师
刘伟	T3	讲师
张雪	T4	教授
张兰	T5	副教授

从行的角度
进行的运算

T
教
师
关
系

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息



专门的关系运算符

[例] 查询教师关系中有哪些系

T(教师关系)

TNO	TN	Sex	Age	Prof	Sal	Comm	Dept
T1	李力	男	47	教授	1500	3000	计算机
T2	王平	女	28	讲师	800	1200	信息
T3	刘伟	男	30	讲师	900	1200	计算机
T4	张雪	女	51	教授	1600	3000	自动化
T5	张兰	女	39	副教授	1300	2000	信息

投影后不但减少了属性,元组也可以减少,新关系与原关系不相容。

$\Pi_{\text{Dept}}(T)$

Dept
计算机
信息
计算机
自动化
信息

Dept
计算机
信息
自动化



专门的关系运算符

[例] 查询讲授C5课程的教师号

TC(授课关系)

TNO	CN
T1	C1
T1	C4
T2	C5
T3	C1
T3	C5
T4	C2
T4	C3
T5	C5
T5	C7

► $\Pi_{TNO}(\sigma_{CN='C5'}(TC))$ ►

TNo
T2
T3
T5

选取运算和投影运算的组合操作

总结



专门的关系运算



总结

专门的关系运算

相关概念

选取操作

投影操作

④连接、自然连接和除法

本节目录 CONTENTS

- | @连接
- | 自然连接
- | 举例说明
- | 除法
- | 总结

连接



◎ 连接的定义

- ◆ 设两个关系 R 和 S ，其中 R 中的属性可以进一步分解为属性集 Z 和 X ，即 $R = (Z, X)$ 。关系 S 可以进一步分解为属性集 W 和 Y ，即 $S = (W, Y)$ 。
- ◆ 关系 R 和 S 在连接属性 X 和 Y 上 θ 连接，就是在 R 和 S 的笛卡儿积中，选取 X 属性上的分量与 Y 属性列上的分量满足比较条件的那些元组。

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[X] \theta t_s[Y] \text{ 为真} \}$$

θ 连接是二目运算符，是从两个关系的笛卡儿积中选择满足条件的元组，组成新的关系。



连接

连接运算符

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[X]\theta t_s[Y] \text{为真}\}$$

θ 为算术比较运算符

=	等值连接
<	小于连接
>	大于连接

◆ 连接可以用选取运算和广义笛卡儿积运算表示：

$$R \bowtie_{X\theta Y} S = \sigma_{X\theta Y}(R \times S)$$

自然连接



自然连接

◎ 自然连接的定义

- ◆ 在等值连接的情况下，当连接属性 X 与 Y 具有相同属性组时，把在连接结果中重复的属性列去掉，即如果 R 和 S 具有相同的属性组 Y ，则自然连接可以记作：

$$R \bowtie S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[Y] = t_s[Y]\}$$

举例说明



通过一个抽象的实例，理解 Θ 连接和自然连接

【例】设有如图 (a)、(b) 所示的两个关系 R 与 S ,

求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的大于连接 ($C > D$)

求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的等值连接 ($C = D$)

求 R 和 S 在属性 B 的等值连接 ($R.B = S.B$)

求 R 和 S 的自然连接

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

(a)

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

(b)



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的大于连接 ($C > D$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[C] > t_s[D]\}$$

大于连接($C > D$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a2	b3	6	b1	5
a2	b4	8	b1	5
a2	b4	8	b2	6
a2	b4	8	b3	7



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 C 和 D 上的等值连接 ($C=D$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \cap t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[C] = t_s[D]\}$$

等值连接($C=D$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a2	b3	6	b2	6
a2	b4	8	b3	8



通过一个抽象的实例，理解 Θ 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 在属性 B 的等值连接 ($R.B=S.B$)

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[B] = t_s[B]\}$$

等值连接($R.B=S.B$)

A	$R.B$	C	$S.B$	D
a1	b1	2	b1	5
a1	b2	4	b2	6
a2	b3	6	b3	7
a2	b3	6	b3	8



通过一个抽象的实例，理解 \bowtie 连接和自然连接

【例】设有如图所示的两个关系 R 与 S ，
求 R 和 S 的自然连接

R		
A	B	C
a1	b1	2
a1	b2	4
a2	b3	6
a2	b4	8

S	
B	D
b1	5
b2	6
b3	7
b3	8

$$R \bowtie S = \{t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[B] = t_s[B]\}$$

自然连接

A	B	C	D
a1	b1	2	5
a1	b2	4	6
a2	b3	6	7
a2	b3	6	8



①连接和自然连接区别及实际例子



等值连接与自然连接的区别

- ◆ 自然连接要求相等属性值的属性名相同，而等值连接不要求
- ◆ 自然连接是去掉重复列的等值连接

T (TNO, TN, Sex, Age, Prof, Sal, Comm, Dept)
C (CNO, CN, CT)
TC (TNO, CNO)

[例]查询讲授“数据库”课程的教师姓名。

$$\Pi_{TN} \left(\sigma_{CN='数据库'}(C) \bowtie TC \bowtie \Pi_{TNO, TN}(T) \right)$$

$$\text{或 } \Pi_{TN} \left(\Pi_{TNO} \left(\sigma_{CN='数据库'}(C) \bowtie TC \right) \bowtie \Pi_{TNO, TN}(T) \right)$$

除法



除法的定义



除法运算是二目运算，设有关系 $R(X, Y)$ 与关系 $S(Y, Z)$ ，其中 X, Y, Z 为属性集合， R 中的 Y 与 S 中的 Y 可以有不同的属性名，但对应属性必须出自相同的域。

关系 R 除以关系 S 所得的商是一个新关系 $P(X)$ ， P 是 R 中满足下列条件的元组在 X 上的投影：元组在 X 上分量值 x 的像集 Y_x 包含 S 在 Y 上投影的集合：

$$R \div S = \{t_r[X] \mid t_r \in R \wedge \Pi_y(S) \subseteq Y_x\}$$

其中， Y_x 为 x 在 R 中的像集， $x = t_r[X]$



除法的运算例子



举例说明

R

A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S

C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

本题中 $X=\{A, B\}=\{(a1,b2), (a2,b4), (a3,b5)\}$, $Y=\{C, D\}=\{(c3,d5), (c4,d6)\}$, $Z=\{F\}=\{f3,f4\}$ 。

元组在 X 上各个分量值的像集分别为： $(a1,b2)$ 的像集为 $\{(c3,d5), (c4,d6)\}$ ； $(a2,b4)$ 的像集为 $\{(c1,d3)\}$ ； $(a3,b5)$ 的像集为 $\{(c2,d8)\}$ 。



除法的运算例子



举例说明

R

A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S

C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在 X 上各个分量值的像集分别为：(a1,b2)的像集为{(c3,d5), (c4,d6)}；(a2,b4)的像集为{(c1,d3)}；(a3,b5)的像集为{(c2,d8)}。



S 在 Y 上的投影为{(c3,d5), (c4,d6)}。



除法的运算例子

举例说明

R			
A	B	C	D
a1	b2	c3	d5
a1	b2	c4	d6
a2	b4	c1	d3
a3	b5	c2	d8

S		
C	D	F
c3	d5	f3
c4	d6	f4

元组在X上各个分量值的像集分别为：
 $(a1, b2)$ 的像集为 $\{(c3, d5), (c4, d6)\}$;
 $(a2, b4)$ 的像集为 $\{(c1, d3)\}$;
 $(a3, b5)$ 的像集为 $\{(c2, d8)\}$ 。

$$R \div S = \{(a1, b2)\}$$

S在Y上的投影为 $\{(c3, d5), (c4, d6)\}$ 。



除法的运算例子



除法运算同时从行和列的角度进行运算，
适合于包含“全部”和“至少”之类的
短语的查询。

- ◆ 查询选修了全部课程的学生学号和姓名。
- ◆ $\Pi_{SNo, CNo}(SC) \div \Pi_{CNo}(C) \bowtie \Pi_{SNo, SN}(S)$
- ◆ 查询至少选修了C1课程和C3课程的学生学号。
- ◆ $\Pi_{Sno, Cno}(SC) \div \Pi_{CNo}(\sigma_{CNo='C1' \vee Cno='C3'}(C))$

总结



④连接、自然连接、除法



总结



除法

◆ 适用于内容中包含全部、至少等查询