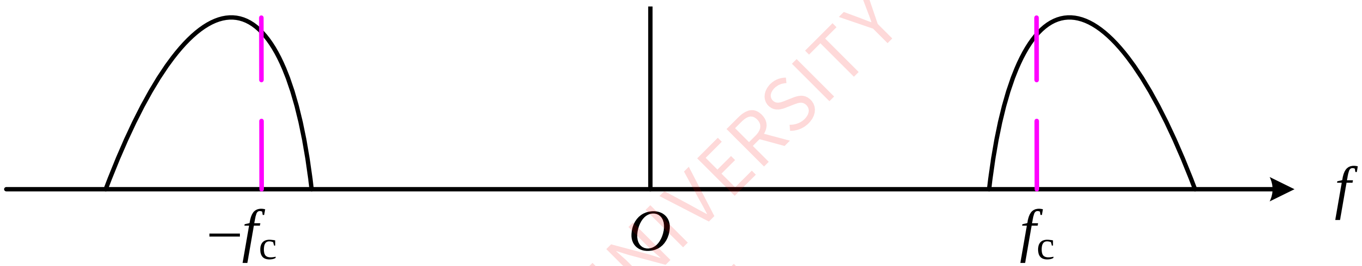
知识回顾及理解

什么是复包络？在模拟调制中，带通信号复包络呢？

带通信号

带通信号是指频谱集中在某个载频f_c附近的信号。注意f_c不一定必须是信号频带的中心频率。

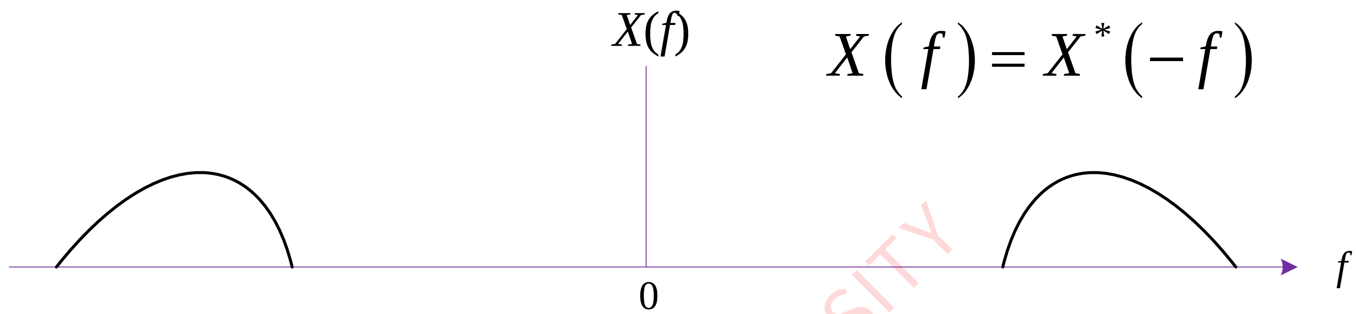


带通信号一般指手机等无线通信设备发射的信号，因此带通信号默认是实信号。一般来说，手机等无线通信的信号带宽远小于载波频率f_c。这样的信号也可称为窄带信号。

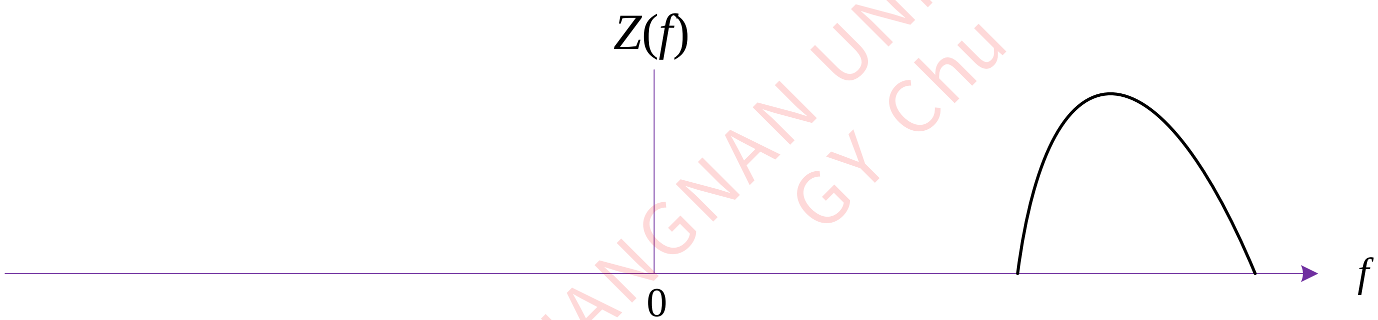
我们假设最高频率不会超过$2f_c$。也就是假设带通信号的正频率部分处在（$0,2f_c$)范围内。

作为实信号，带通信号$x(t)$的频谱$X(f)$具有共轭对称性：

$$X(f) = X^*(-f)$$



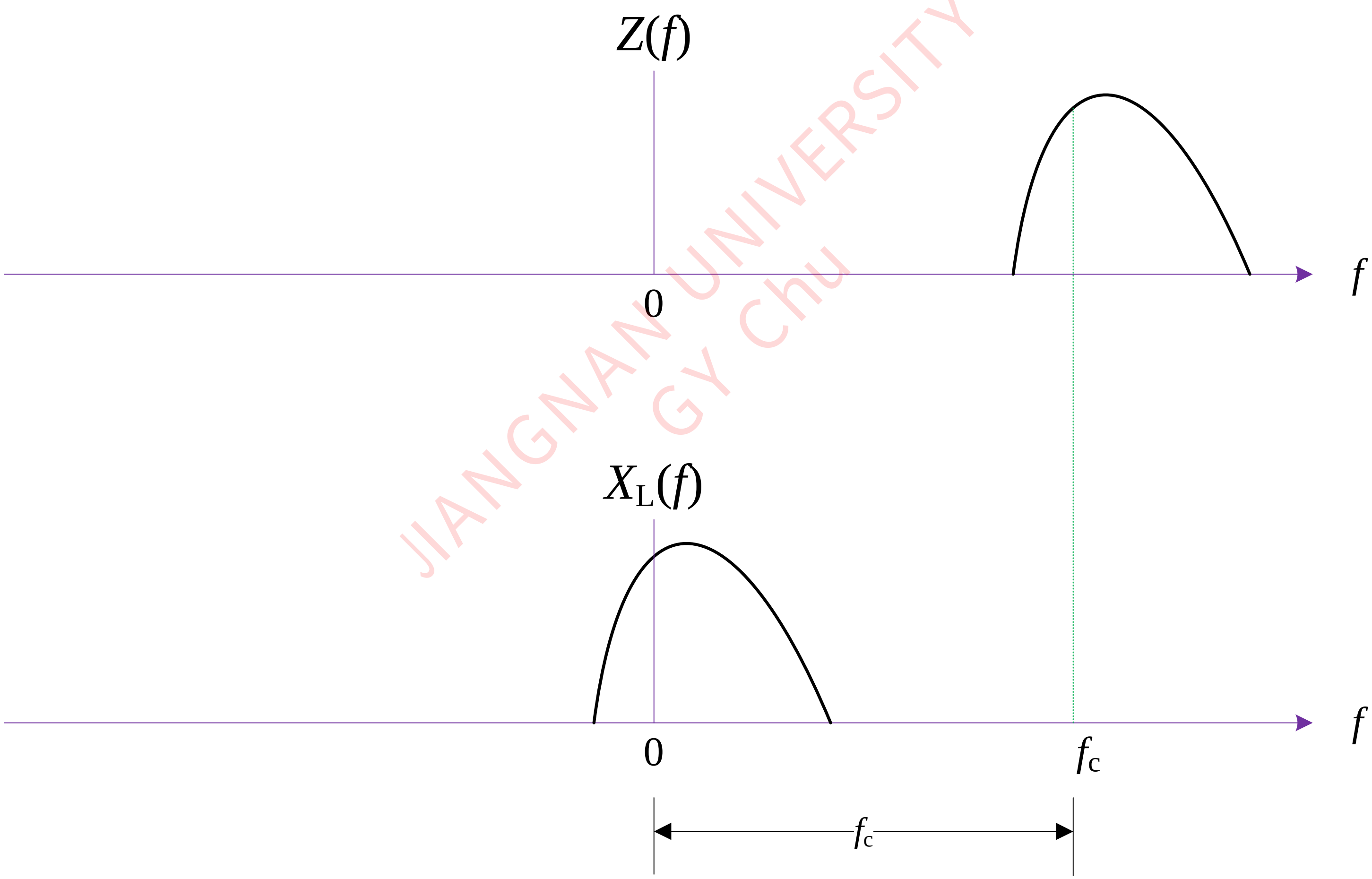
给定正频率部分$X(f), f > 0$，便能给定全部频谱$X(f), -\infty < f < \infty$。



也就是说，给定解析信号$z(t) = x(t) + \mathrm{j} \cdot \hat{x}(t)$便能给定$x(t)$

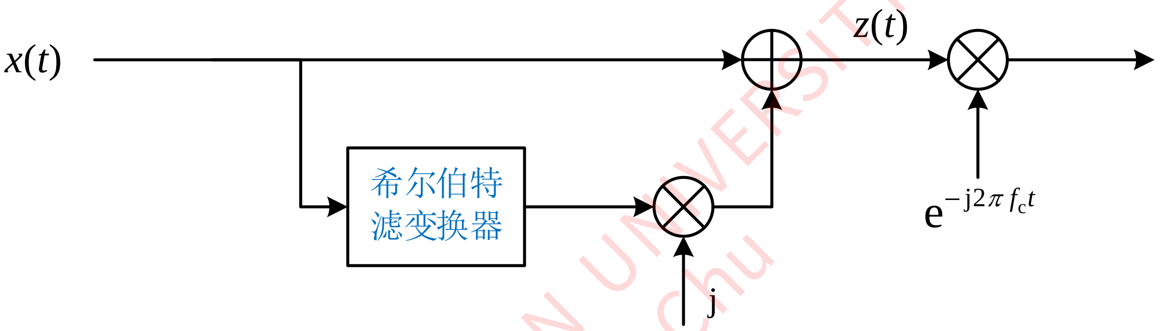
$$x(t) = \mathrm{Re}\{z(t)\} = \frac{z(t) + z^*(t)}{2} \qquad X(f) = \frac{Z(f) + Z^*(-f)}{2}$$

将解析信号$z(t)$的频谱$Z(f)$搬移至基带（把f_c移到原点），所得到的频谱$X_L(f)$对应一个基带信号$x_L(t)$，称$x_L(t)$为$x(t)$的复包络（complex envelope）。



时域关系

上述频域关系对应到时域如下图所示



按公式可以表示为

$$x_{\mathrm{L}}(t) = z(t)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c t} = [x(t) + \mathrm{j} \cdot \hat{x}(t)]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c t}$$

其中$z(t) = x(t) + \mathrm{j} \cdot \hat{x}(t)$是带通信号$x(t)$的解析信号，$\hat{x}(t)$是$x(t)$的希尔伯特变换。

频谱关系

解析信号$z(t)$是$x(t)$通过传递函数为$1+\mathrm{sgn}(f)$的滤波器后的输出。

若$x(t)$的傅氏变换为$X(f)$，则解析信号$z(t)$的傅氏变换为

$$Z(f)=\begin{cases}2X(f), & f>0\\ 0, & f<0\end{cases}$$

若$x(t)$的能量谱密度为$E_x(f)$，则解析信号$z(t)$的能量谱密度为

$$E_z(f)=|Z(f)|^2=\begin{cases}4|X(f)|^2, & f>0\\ 0, & f<0\end{cases}=\begin{cases}4E_x(f), & f>0\\ 0, & f<0\end{cases}$$

若$x(t)$是功率信号，其功率谱密度为$P_x(f)$，则解析信号$z(t)$的功率谱密度为

$$P_z(f)=\begin{cases}4P_x(f), & f>0\\ 0, & f<0\end{cases}$$

根据前面的假设，带通信号$x(t)$的最高频率最高频率不超过$2f_c$，因此以上关系式也可以写成

$$Z(f) = \begin{cases} 2X(f), & 0 < f < 2f_c \\ 0, & f < 0 \end{cases}$$

$$E_z(f) = |Z(f)|^2 = \begin{cases} 4|X(f)|^2, & f > 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} = \begin{cases} 4E_x(f), & 0 < f < 2f_c \\ 0, & f < 0 \end{cases}$$

$$P_z(f) = \begin{cases} 4P_x(f), & 0 < f < 2f_c \\ 0, & f < 0 \end{cases}$$

在频域，复包络是解析信号的频谱左移f_{c}

若$x(t)$的傅氏变换为$X(f)$，则复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$的傅氏变换为

$$X_{\mathrm{L}}(f)=Z(f+f_{\mathrm{c}})=\begin{cases}2X(f+f_{\mathrm{c}}), & |f|<f_{\mathrm{c}}\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

若$x(t)$的能量谱密度为$E_x(f)$，则复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$的能量谱密度为

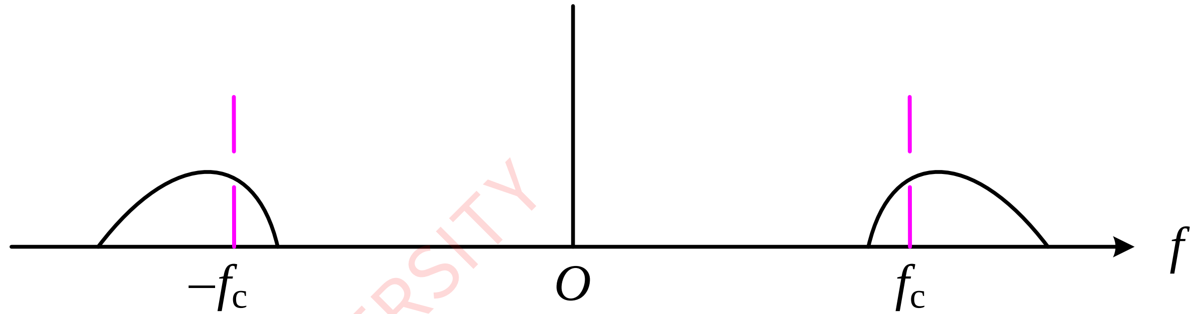
$$E_{\mathrm{L}}(f)=E_z(f+f_{\mathrm{c}})=\begin{cases}4E_x(f+f_{\mathrm{c}}), & |f|<f_{\mathrm{c}}\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

若$x(t)$是功率信号，其功率谱密度为$P_x(f)$，则复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$的功率谱密度为

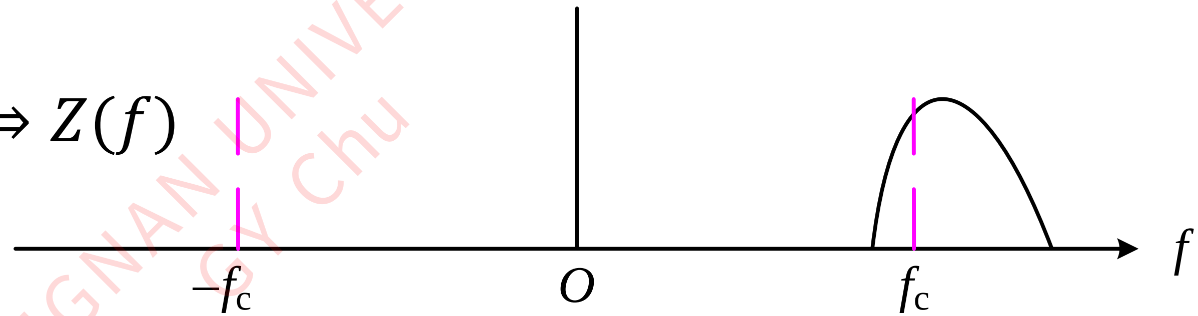
$$P_{\mathrm{L}}(f)=P_z(f+f_{\mathrm{c}})=\begin{cases}4P_x(f+f_{\mathrm{c}}), & |f|<f_{\mathrm{c}}\\ 0, & \text{else}\end{cases}$$

傅氏变换关系示意图

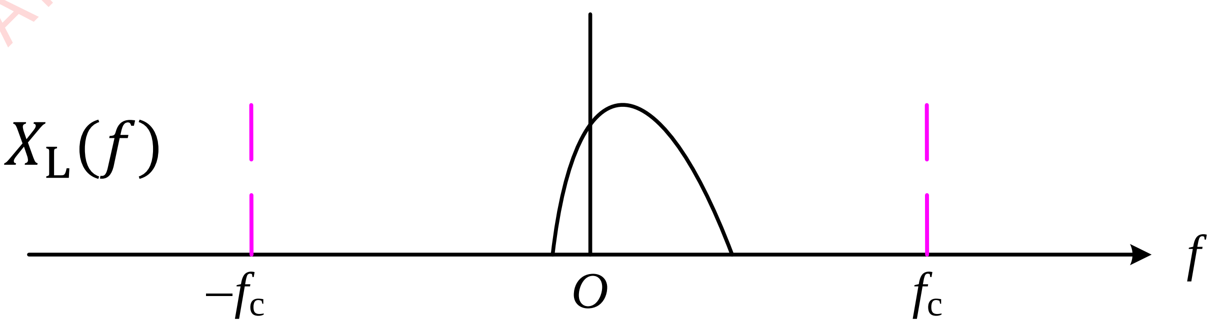
$x(t) \Leftrightarrow X(f)$



$z(t) = x(t) + \mathrm{j} \cdot \hat{x}(t) \Leftrightarrow Z(f)$

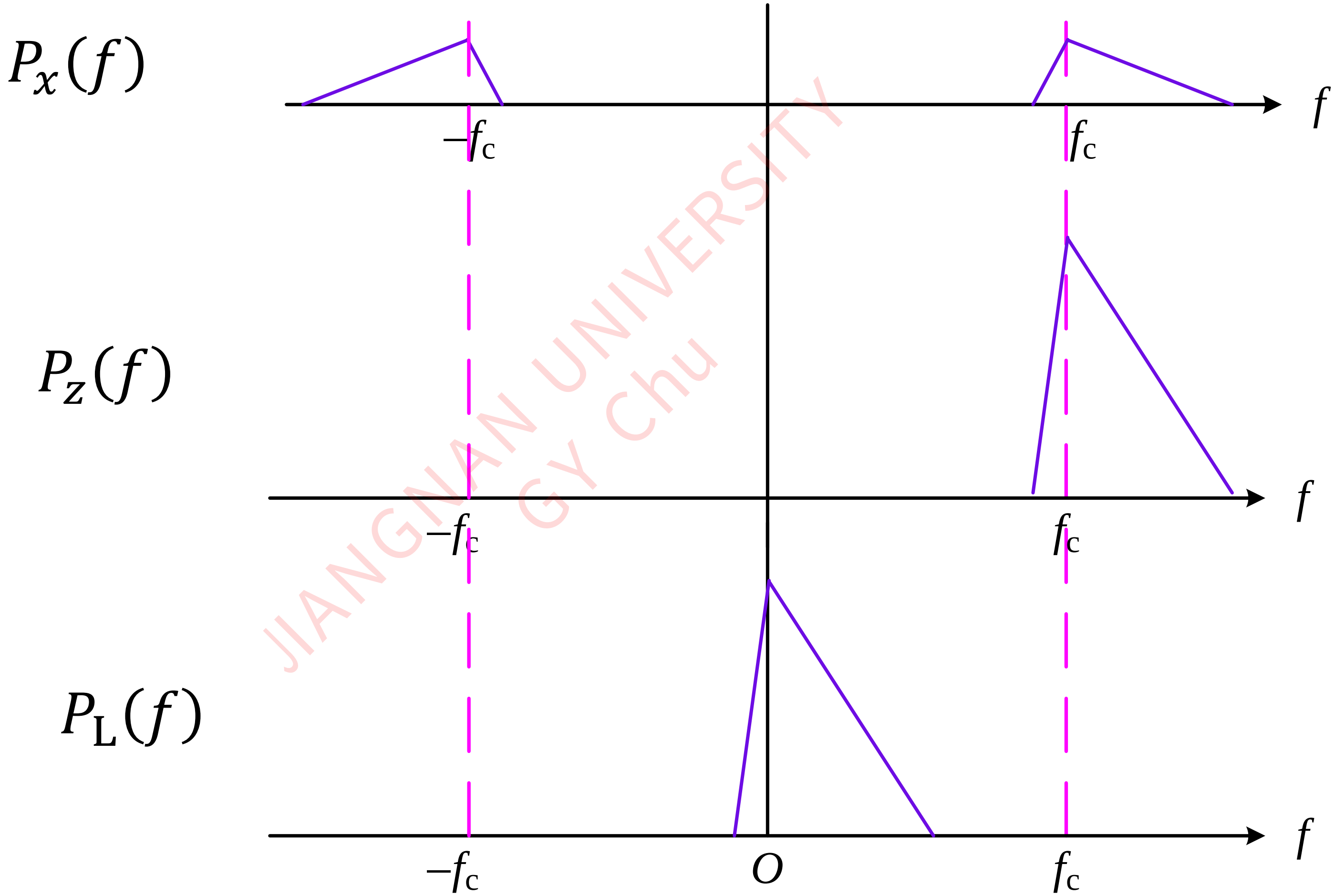


$x_{\mathrm{L}}(t) = z(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_c t} \Leftrightarrow X_{\mathrm{L}}(f)$



注意频谱搬移是将f_c搬移到原点，复包络的频谱是解析信号频谱的正频率部分向下（即向左）搬移并乘以2

功率谱密度关系示意图



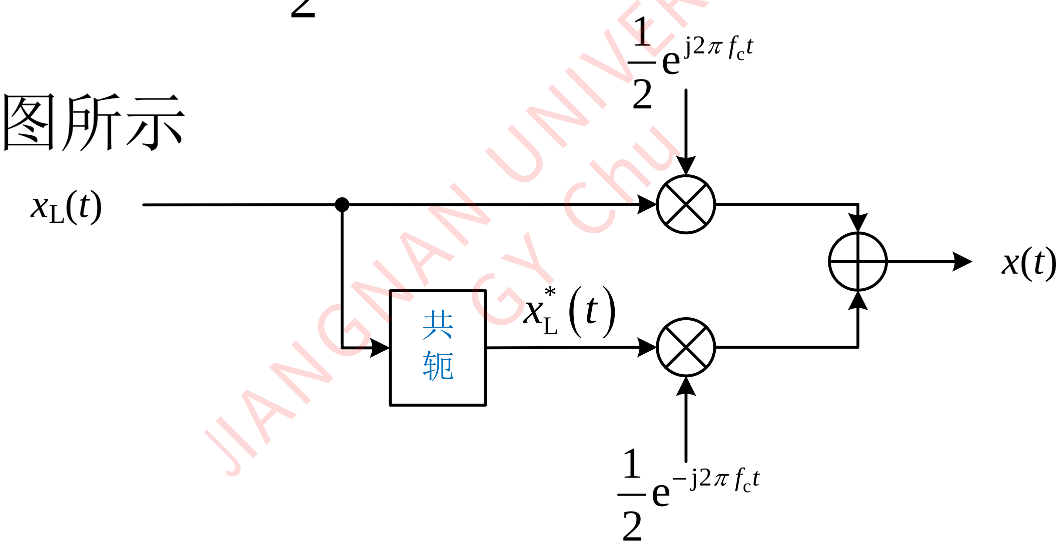
复包络的功率谱密度是解析信号的功率谱密度的正频率部分向下搬移并乘以4

以上是从带通信号导出复包络。下面从复包络导出带通信号。

带通信号$x(t)$是解析信号$z(t)$的实部，复包络$x_L(t) = z(t)e^{-j2\pi f_c t}$，故有

$$x(t) = \mathrm{Re}\{x(t) + j \cdot \hat{x}(t)\} = \mathrm{Re}\{z(t)\} = \mathrm{Re}\{x_L(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$
$$= \frac{1}{2}x_L(t)e^{j2\pi f_c t} + \frac{1}{2}x_L^*(t)e^{-j2\pi f_c t}$$

以上关系如下图所示



此图上支路对应带通信号$x(t)$的正频率部分，说明$x(t)$的正频率部分是复包络$x_L(t)$频谱右移；下支路对应$x(t)$的负频率部分，说明$x(t)$的负频率部分是复包络共轭$x_L^*(t)$的频谱左移。

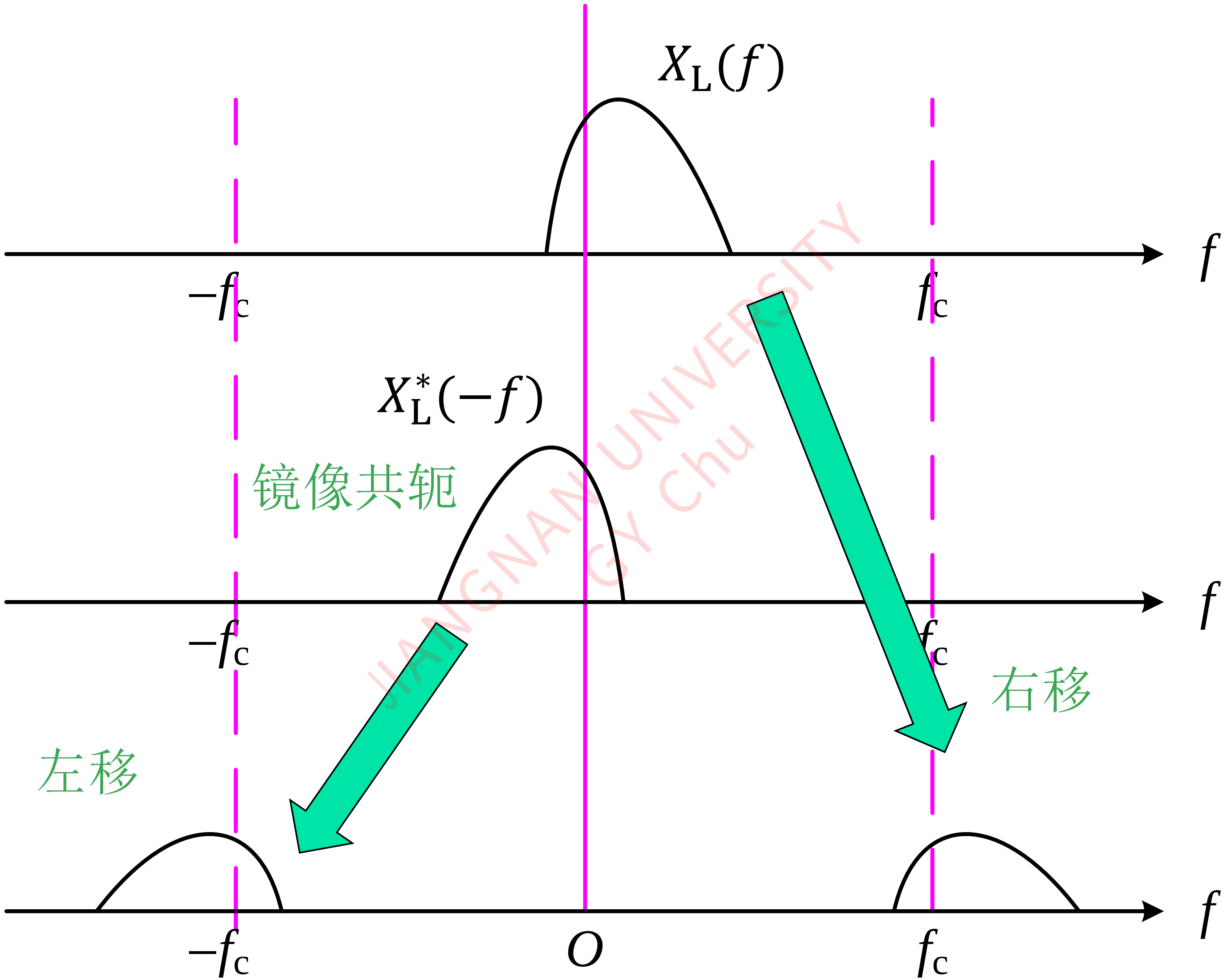
若$x_{\mathrm{L}}(t)$的傅氏变换为$X_{\mathrm{L}}(f)$，则$x_{\mathrm{L}}^{*}(t)$的傅氏变换是$X_{\mathrm{L}}^{*}(-f)$，$x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$的傅氏变换是$X_{\mathrm{L}}(f-f_{\mathrm{c}})$，$x_{\mathrm{L}}^{*}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$的傅氏变换是$X_{\mathrm{L}}^{*}(-(f+f_{\mathrm{c}}))=X_{\mathrm{L}}^{*}(-f-f_{\mathrm{c}})$，于是带通信号$x(t)$的频谱是

$$X(f)=\frac{1}{2}X_{\mathrm{L}}(f-f_{\mathrm{c}})+\frac{1}{2}X_{\mathrm{L}}^{*}(-f-f_{\mathrm{c}})$$

对于功率信号，若$x_{\mathrm{L}}(t)$的功率谱密度为$P_{\mathrm{L}}(f)$，则$x_{\mathrm{L}}^{*}(t)$的功率谱密度是$P_{\mathrm{L}}(-f)$，$x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$的的功率谱密度是$P_{\mathrm{L}}(f-f_{\mathrm{c}})$，$x_{\mathrm{L}}^{*}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$的的功率谱密度是$P_{\mathrm{L}}(-f-f_{\mathrm{c}})$，带通信号$x(t)$的功率谱密度是

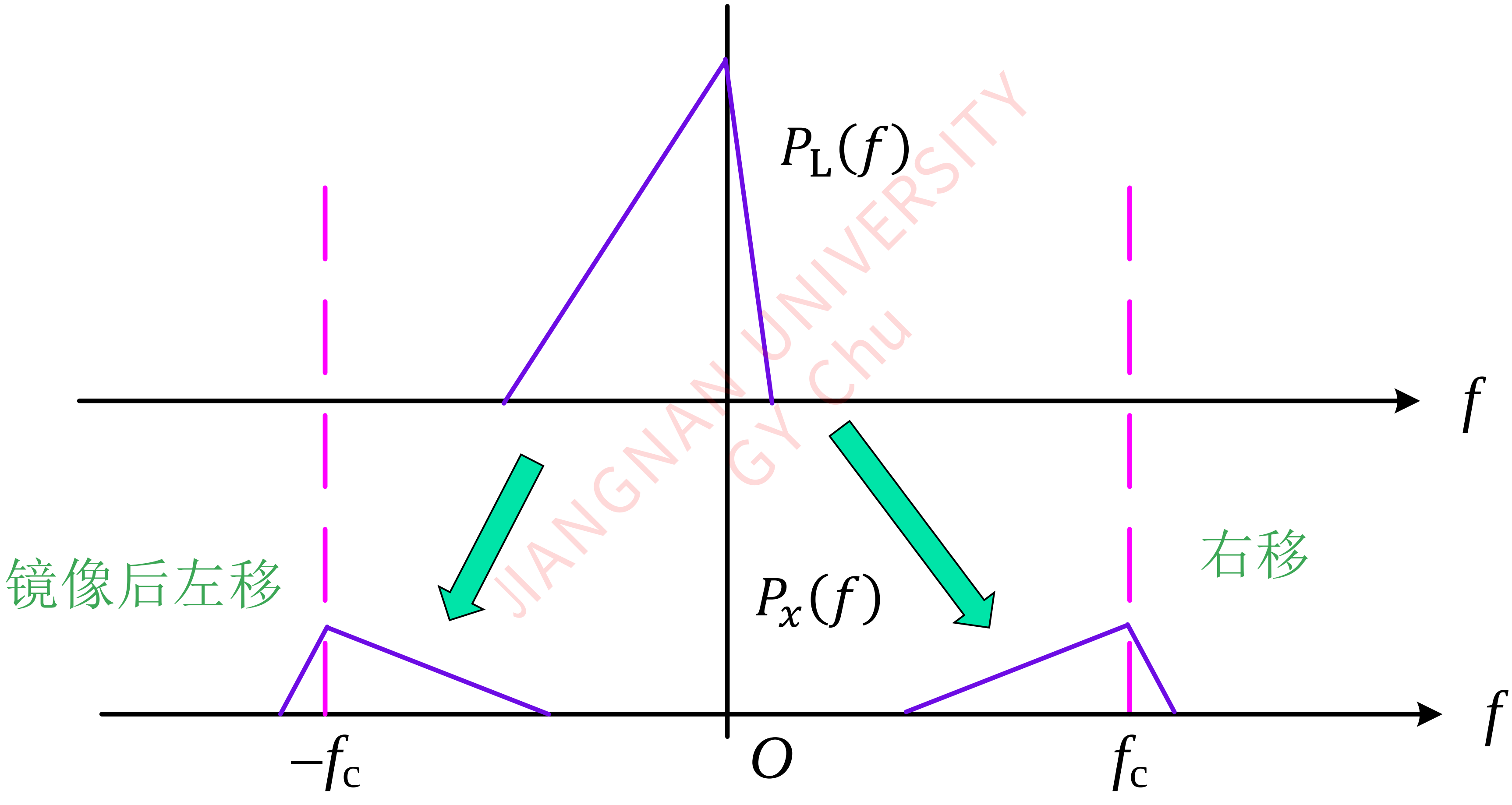
$$P_{x}(f)=\frac{1}{4}P_{\mathrm{L}}(f-f_{\mathrm{c}})+\frac{1}{4}P_{\mathrm{L}}(-f-f_{\mathrm{c}})$$

傅氏变换关系示意图



$X_{\mathrm{L}}(f)$
f
$-f_{\mathrm{c}}$
f_{c}
$X_{\mathrm{L}}^{*}(-f)$
镜像共轭
f
$-f_{\mathrm{c}}$
f_{c}
右移
左移
f
$-f_{\mathrm{c}}$
O
f_{c}

功率谱密度关系示意图



复载波

解析信号$z(t)$与复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$的关系是

$$z(t)=x_{\mathrm{L}}(t)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$$

$z(t)$本是带通信号$x(t)$的复数表示：$x(t)=\mathrm{Re}\{z(t)\}$，因此

$$x(t)=\mathrm{Re}\{z(t)\}=\mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{L}}(t)\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}\right\}$$

这说明，带通信号按复数可以表示为复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$与 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$的乘积，称 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$为复载波（complex carrier），对应的实载波（carrier）是$\cos(2\pi f_{\mathrm{c}}t)$，一般称为参考载波（reference carrier）

参考载波的初相

以上假设参考载波$\cos(2\pi f_c t)$的初相为零。大部分情况下，如果初相不影响问题的研究，简便起见我们都取初相为零。如果有必要关注初相，则参考载波是$\cos(2\pi f_c t+\theta)$，对应的复载波是$e^{j(2\pi f_c t+\theta)}$。此时，带通信号的复数表示成为

$$x(t)=\mathrm{Re}\{z(t)\}=\mathrm{Re}\left\{x_L(t)\cdot e^{j(2\pi f_c t+\theta)}\right\}$$

解析信号与复包络的关系变成

$$z(t)=x_L(t)\cdot e^{j(2\pi f_c t+\theta)}$$

复包络与带通信号的关系变成

$$x_L(t)=z(t)\cdot e^{-j(2\pi f_c t+\theta)}=\left[x(t)+j\cdot\hat{x}(t)\right]\cdot e^{-j(2\pi f_c t+\theta)}$$

复载波

解析信号$z(t)$与复包络$x_L(t)$的关系是

$$z(t)=x_L(t)\cdot e^{j2\pi f_c t}$$

$z(t)$本是带通信号$x(t)$的复数表示：$x(t) = \mathrm{Re}\{z(t)\}$，因此

$$x(t)=\mathrm{Re}\{z(t)\}=\mathrm{Re}\{x_L(t)\cdot e^{j2\pi f_c t}\}$$

这说明，带通信号按复数可以表示为复包络$x_L(t)$与 $e^{j2\pi f_c t}$的乘积，称 $e^{j2\pi f_c t}$为复载波（complex carrier），对应的实载波（carrier）是$\cos(2\pi f_c t)$，一般称为参考载波（reference carrier）

同相分量、正交分量、包络、相位

复包络$x_{\mathrm{L}}(t)=[x(t)+\mathrm{j}\cdot\hat{x}(t)]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$一般是一个复信号，可以写成实部、虚部这样的直角坐标形式，也可以写成模值、相角这样的极坐标形式：

$$x_{\mathrm{L}}(t)=x_{\mathrm{c}}(t)+\mathrm{j}\cdot x_{\mathrm{s}}(t)=A(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(t)}$$

称$x_{\mathrm{c}}(t)=\mathrm{Re}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}$为$x(t)$的同相分量，$x_{\mathrm{s}}(t)=\mathrm{Im}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}$为$x(t)$的正交分量，$A(t)=|x_{\mathrm{L}}(t)|$为$x(t)$的包络，$\varphi(t)=\angle x_{\mathrm{L}}(t)$为$x(t)$的相位。它们的关系如下

同相分量 $x_{\mathrm{c}}(t)=\mathrm{Re}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}=A(t)\cos\varphi(t)$

正交分量 $x_{\mathrm{s}}(t)=\mathrm{Im}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}=A(t)\sin\varphi(t)$

包络 $A(t)=|x_{\mathrm{L}}(t)|=\sqrt{x_{\mathrm{c}}^2(t)+x_{\mathrm{s}}^2(t)}$

相位 $\varphi(t)=\angle x_{\mathrm{L}}(t)=\tan^{-1}\dfrac{x_{\mathrm{s}}(t)}{x_{\mathrm{c}}(t)}$

带通信号的表示

给定带通信号$x(t)$，其复包络是$x_{\mathrm{L}}(t)=[x(t)+\mathrm{j}\cdot\hat{x}(t)]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}$。

给定复包络$x_{\mathrm{L}}(t)$，可以写出带通信号表达式为

$$x(t)=\mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}\right\}$$

将$x_{\mathrm{L}}(t)=x_{\mathrm{c}}(t)+\mathrm{j}\cdot x_{\mathrm{s}}(t)$代入后可得

$$\begin{aligned}x(t)&=\mathrm{Re}\left\{[x_{\mathrm{c}}(t)+\mathrm{j}\cdot x_{\mathrm{s}}(t)\,]\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}\right\}\\&=x_{\mathrm{c}}(t)\cos 2\pi f_{\mathrm{c}}t-x_{\mathrm{s}}(t)\sin 2\pi f_{\mathrm{c}}t\end{aligned}$$

将$x_{\mathrm{L}}(t)=A(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(t)}$代入后可得

$$\begin{aligned}x(t)&=\mathrm{Re}\left\{A(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(t)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}\right\}=\mathrm{Re}\left\{A(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}[2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi(t)]}\right\}\\&=A(t)\cos[2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi(t)]\end{aligned}$$

带通信号的表示

总结起来，带通信号有三种重要的表示方法

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}t}\right\}$$

$$x(t) = x_{\mathrm{c}}(t)\cos 2\pi f_{\mathrm{c}}t - x_{\mathrm{s}}(t)\sin 2\pi f_{\mathrm{c}}t$$

$$x(t) = A(t)\cos[2\pi f_{\mathrm{c}}t + \varphi(t)]$$

- **例**：设$m(t)$是实基带信号，f_{c}充分大，则$x(t) = m(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$是带通信号。将$x(t)$的表达式$m(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$与如下的一般形式对照

$$x(t) = x_{\mathrm{c}}(t)\cos 2\pi f_{\mathrm{c}} t - x_{\mathrm{s}}(t)\sin 2\pi f_{\mathrm{c}} t$$

可知同相分量是$x_{\mathrm{c}}(t) = m(t)$，正交分量是$x_{\mathrm{s}}(t) = 0$。因此，带通信号$x(t)$的复包络是

$$x_{\mathrm{L}}(t) = x_{\mathrm{c}}(t) + \mathrm{j}\cdot x_{\mathrm{s}}(t) = m(t)$$

包络是

$$A(t) = |x_{\mathrm{L}}(t)| = |m(t)|$$

- **例**：设$m(t)$是实基带信号，f_0充分大，则$x(t) = m(t)\cos(2\pi f_0 t + \phi)$是带通信号。将$x(t)$写成如下形式：

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{m(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_0 t + \phi)}\right\} = \mathrm{Re}\left\{m(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_0 t)}\right\}$$

与如下的一般形式对照

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}} t}\right\}$$

可知此带通信号的复包络是 $x_{\mathrm{L}}(t) = m(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi}$

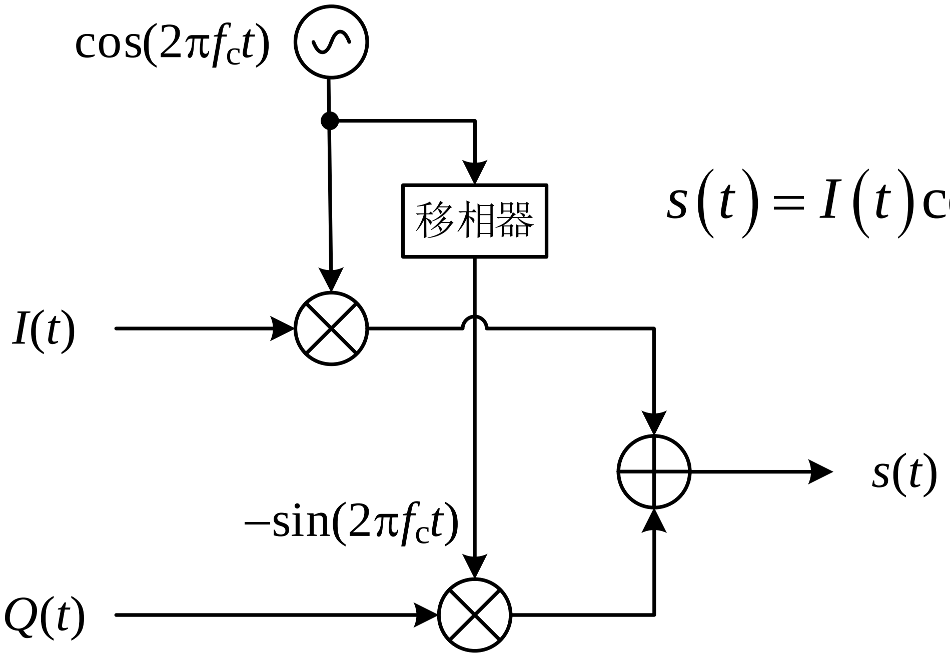
包络是 $A(t) = |x_{\mathrm{L}}(t)| = |m(t)|$

同相分量是 $x_{\mathrm{c}}(t) = \mathrm{Re}\{x_{\mathrm{L}}(t)\} = m(t)\cos\phi$

正交分量是 $x_{\mathrm{s}}(t) = \mathrm{Im}\{x_{\mathrm{L}}(t)\} = m(t)\sin\phi$

I/Q调制器

任何带通信号都可以通过I/Q调制器来产生



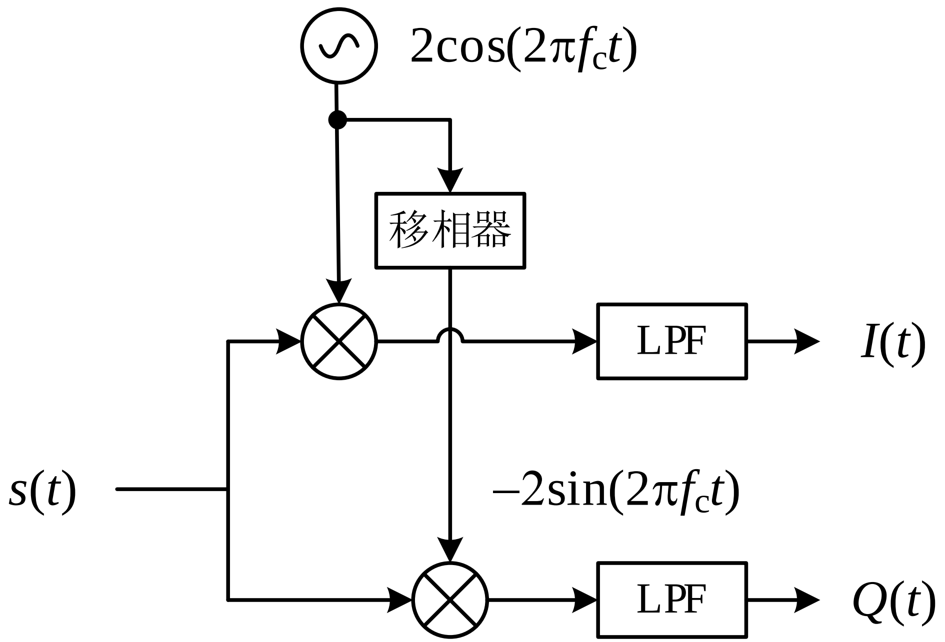
$$s(t) = I(t)\cos(2\pi f_c t) - Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$

$I(t)$、$Q(t)$分别是$s(t)$的同相分量和正交分量，称图中的上支路为I路，下支路为Q路。

I/Q解调器

给定带通信号，可用I/Q解调器来取出同相、正交分量

$$s(t) = I(t)\cos(2\pi f_c t) - Q(t)\sin(2\pi f_c t)$$



原理

$$
\begin{aligned}
s(t)\cdot 2\cos(2\pi f_c t) &= 2I(t)\cos^2(2\pi f_c t) - 2Q(t)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t) \\
&= I(t) + I(t)\cos(4\pi f_c t) - Q(t)\sin(4\pi f_c t)
\end{aligned}
$$

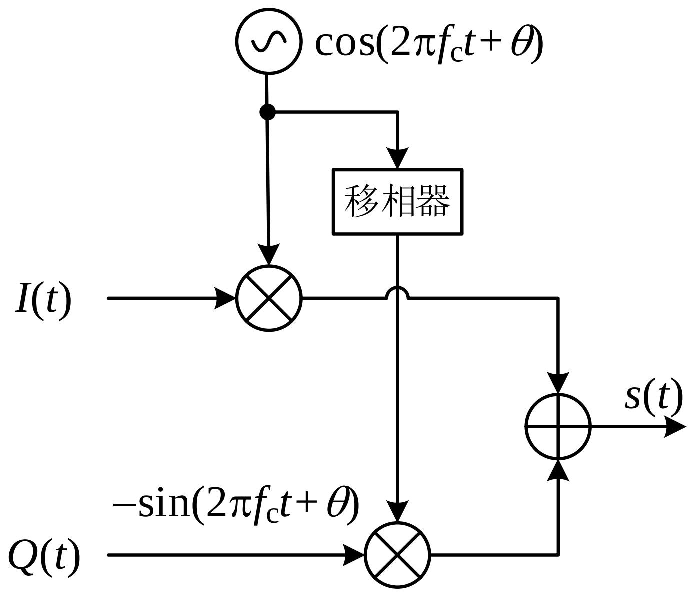
适当设计LPF的带宽，可以使$I(t)$通过，使后两项被滤除

Q路同理

$$
\begin{aligned}
s(t)\cdot -2\sin(2\pi f_c t) &= -2I(t)\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c t) + 2Q(t)\sin^2(2\pi f_c t) \\
&= Q(t) - Q(t)\cos(4\pi f_c t) - I(t)\sin(4\pi f_c t)
\end{aligned}
$$

参考载波

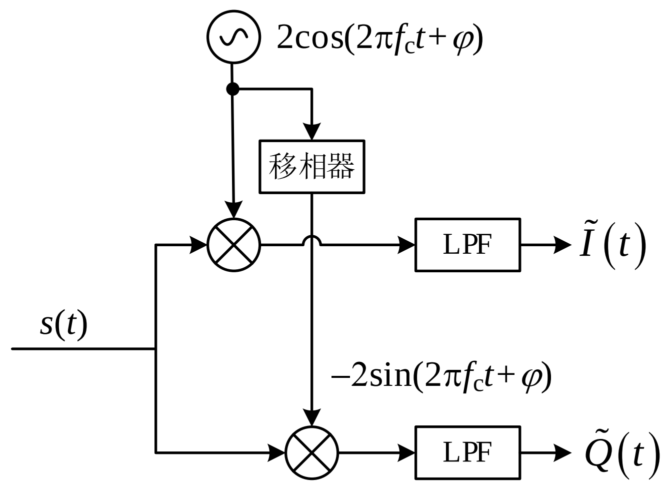
若I/Q调制器所用载波不是$\cos(2\pi f_c t)$，而是$\cos(2\pi f_c t+\theta)$，则



$$s(t)=I(t)\cos(2\pi f_c t+\theta)-Q(t)\sin(2\pi f_c t+\theta)$$

此时，$I(t)$、$Q(t)$分别是参考载波为$\cos(2\pi f_c t+\theta)$时的同相分量与正交分量。

若I/Q解调器所用载波不是$\cos(2\pi f_c t)$，而是$\cos(2\pi f_c t+\phi)$，则



$$s(t)=\tilde{I}(t)\cos(2\pi f_c t+\varphi)-\tilde{Q}(t)\sin(2\pi f_c t+\varphi)$$

其中，$\tilde{I}(t)$、$\tilde{Q}(t)$分别是参考载波为$\cos(2\pi f_c t+\varphi)$时，$s(t)$的同相分量与正交分量。

同一带通信号在不同参考载波下有不同的复包络

$$\begin{aligned} s_{\mathrm{L}}(t) &= \left[s(t)+\mathrm{j}\cdot\hat{s}(t)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\theta)} \\ &= I(t)+\mathrm{j}\cdot Q(t) \\ &= A(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(t)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{s}_{\mathrm{L}}(t) &= \left[s(t)+\mathrm{j}\cdot\hat{s}(t)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi)} \\ &= \tilde{I}(t)+\mathrm{j}\cdot \tilde{Q}(t) \\ &= \tilde{A}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\tilde{\varphi}(t)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s(t) &= \mathrm{Re}\left\{s_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\theta)}\right\} \\ &= I(t)\cos\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\theta\right)-Q(t)\sin\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\theta\right) \\ &= A(t)\cos\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\theta+\varphi(t)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s(t) &= \mathrm{Re}\left\{\tilde{s}_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi)}\right\} \\ &= \tilde{I}(t)\cos\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi\right)-\tilde{Q}(t)\sin\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi\right) \\ &= \tilde{A}(t)\cos\left(2\pi f_{\mathrm{c}}t+\varphi+\tilde{\varphi}(t)\right) \end{aligned}$$

参考载波的不同相位对应复包络的旋转

例：考虑带通信号 $s(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t)$，其中 $m(t)$ 是基带信号。$s(t)$的希尔伯特变换是$\hat{s}(t) = m(t)\sin(2\pi f_c t)$，解析信号是 $m(t)\cos(2\pi f_c t) + \mathrm{j} \cdot m(t)\sin(2\pi f_c t) = m(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c t}$ 。
若参考载波是$\cos(2\pi f_c t + \varphi)$，则$s(t)$的复包络为

$$s_{\mathrm{L}}(t) = m(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c t} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\pi f_c t+\varphi)} = m(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}$$

若参考载波的初相为$\varphi = 0$，复包络为$m(t)$；
若参考载波的初相为$\varphi = \frac{\pi}{2}$，复包络为$-\mathrm{j} \cdot m(t)$；
若参考载波的初相为$\varphi = \frac{\pi}{4}$，复包络为$m(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}} = \frac{(1-\mathrm{j}) \cdot m(t)}{\sqrt{2}}$；

小结

- 带通信号的三种表示方法

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{L}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}} t}\right\}$$

$$= x_{\mathrm{c}}(t)\cos 2\pi f_{\mathrm{c}} t - x_{\mathrm{s}}(t)\sin 2\pi f_{\mathrm{c}} t$$

$$= A(t)\cos[2\pi f_{\mathrm{c}} t + \varphi(t)]$$

$x_{\mathrm{c}}(t) = \mathrm{Re}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}$ 同相分量

$x_{\mathrm{s}}(t) = \mathrm{Im}\{x_{\mathrm{L}}(t)\}$ 正交分量

$A(t) = |x_{\mathrm{L}}(t)|$ 包络

$\varphi(t) = \angle x_{\mathrm{L}}(t)$ 相位