

# Trabalho 3 – Máquinas de Turing e Computabilidade

**Disciplina:** Linguagens Formais e Autômatos

**Curso:** Bacharelado em Sistemas de Informação (IFES Campus Serra)

**Professor:** Prof. Dr. Jefferson O. Andrade

**Aluno:** Harã Heique dos Santos

**Github:** <https://github.com/HaraHeique/LFA-maquinas-turing-trab3>

*OBS.: Os arquivos de imagem contendo o diagrama referente a Máquina de Turing e seus respectivos e suas respectivas definições no formato simulador Morphett estão presentes nos diretórios correspondente a cada questão. Ou seja, questão 1 terá o diretório chamado Questão 1 e assim por diante. Questão 10 presente apenas neste documento.*

## Questões

1. Construa uma Máquina de Turing que reconheça a linguagem  $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ . Dizemos que uma Máquina de Turing reconhece uma cadeia quando a máquina processa a cadeia e para em um estado final.

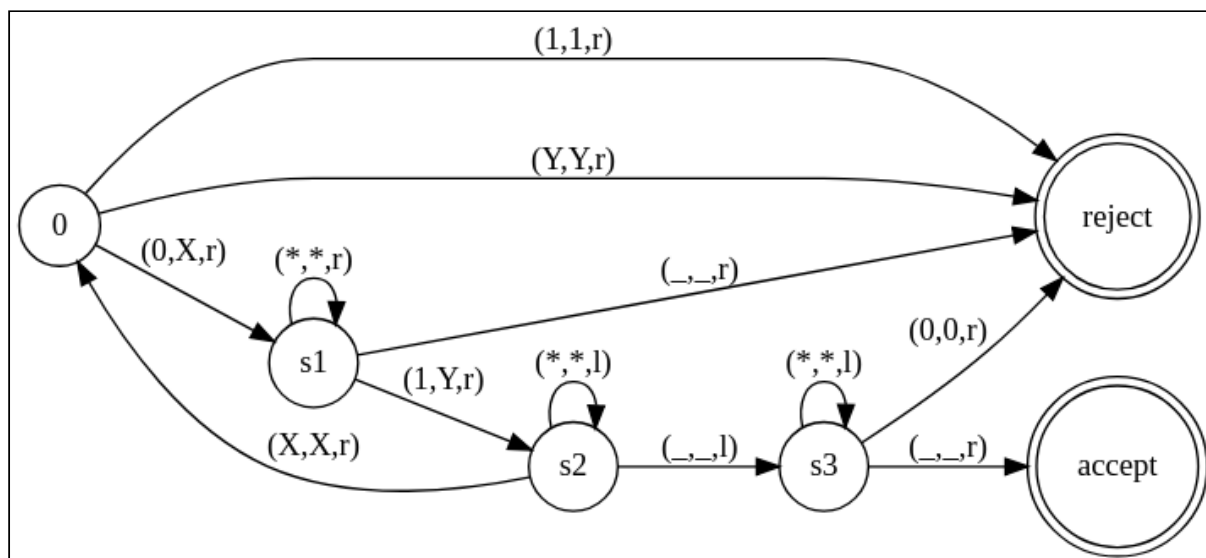


Figura 1 - Diagrama da MT da linguagem  $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ .

```

|; Questão 1
|; Máquina de Turing que reconheça a linguagem {0^n 1^n | n ≥ 1}.

|; Cadeias aceitas: 01, 0011, 000111
|; Cadeias rejeitadas: 0, 1, 001, 011, 00111, 00011

0  0 X r s1
0  1 1 r halt-reject
0  Y Y r halt-reject
s1 * * r s1
s1 _ _ r halt-reject
s1 1 Y r s2
s2 X X r 0
s2 * * l s2
s2 _ _ l s3
s3 * * l s3
s3 0 0 r halt-reject
s3 _ _ r halt-accept
  
```

Figura 2 - Definição da MT no formato morphett da linguagem  $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ .

2. Construa uma Máquina de Turing que reconheça a linguagem  $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

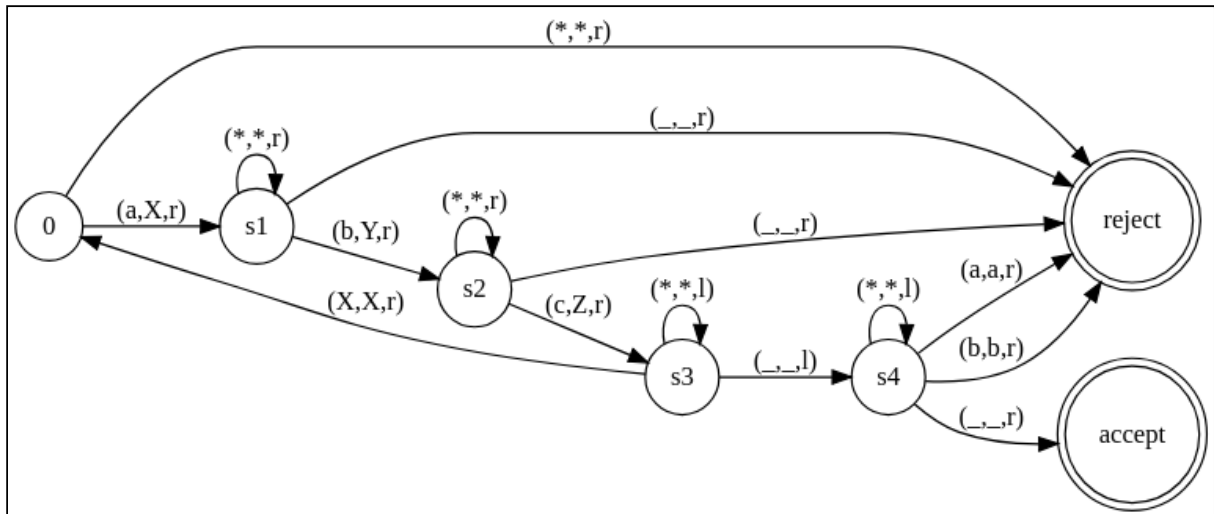


Figura 3 - Diagrama da MT da linguagem  $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ .

```

|; Questão 2
|; Máquina de Turing que reconheça a linguagem {a^n b^n c^n | n ≥ 1}.

|; Cadeias aceitas: abc, aabbcc, aaabbbccc
|; Cadeias rejeitadas: a, b, c, ab, ac, bc, aabbccc, aaabbcc, aabbbcc, abbcc

0  a X r s1
0  * * r halt-reject
s1 * * r s1
s1 _ _ r halt-reject
s1 b Y r s2
s2 * * r s2
s2 _ _ r halt-reject
s2 c Z r s3
s3 * * l s3
s3 X X r 0
s3 _ _ l s4
s4 * * l s4
s4 a a r halt-reject
s4 b b r halt-reject
s4 _ _ r halt-accept
  
```

Figura 4 - Definição da MT no formato morphett da linguagem  $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ .

3. Uma operação comum em programas de máquina de Turing envolve “deslocamento”. Gostaríamos de criar uma célula extra na posição atual da cabeça, na qual poderíamos armazenar algum caractere. Porém, não podemos editar a fita dessa maneira. Em vez disso, precisamos mover o conteúdo de cada uma das células para o à direita da posição atual da cabeça, uma célula à direita, e depois encontrar o caminho de volta para a posição atual da cabeça. Mostre como executar esta operação, ou seja, construa uma Máquina de Turing que receba uma cadeia na linguagem  $\{0,1\}^*$ , desloque a célula de entrada uma célula para a direita e retorne à posição inicial.

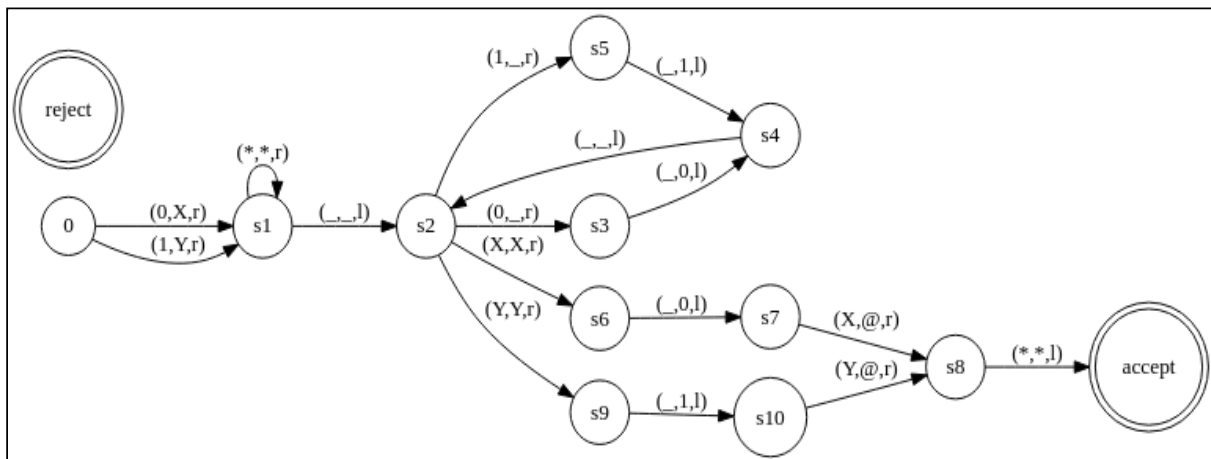


Figura 5 - Diagrama da MT da linguagem.

```
; Questão 3
; Máquina de Turing que receba uma cadeia na linguagem {0, 1}*, desloque a célula de
; entrada uma célula para a direita e retorne à posição inicial.

0    0 X r s1
0    1 Y r s1
s1   * * r s1
s1   _ _ l s2
s2   0 _ r s3
s3   _ 0 l s4
s4   _ _ l s2
s2   1 _ r s5
s5   _ 1 l s4
s2   X X r s6
s6   _ 0 l s7
s7   X @ r s8
s8   * * l halt-accept
s2   Y Y r s9
s9   _ 1 l s10
s10  Y @ r s8
```

Figura 6 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

4. Construa uma Máquina de Turing que receba como entrada uma cadeia na forma  $1^m \times 1^n =$ , onde  $m, n \in \mathbb{N}$  e produza uma cadeia na forma  $1^m \times 1^n = 1^{mn}$ . Por exemplo, para a entrada  $11 \times 111 =$  a máquina deverá produzir a cadeia  $11 \times 111 = 111111$ .

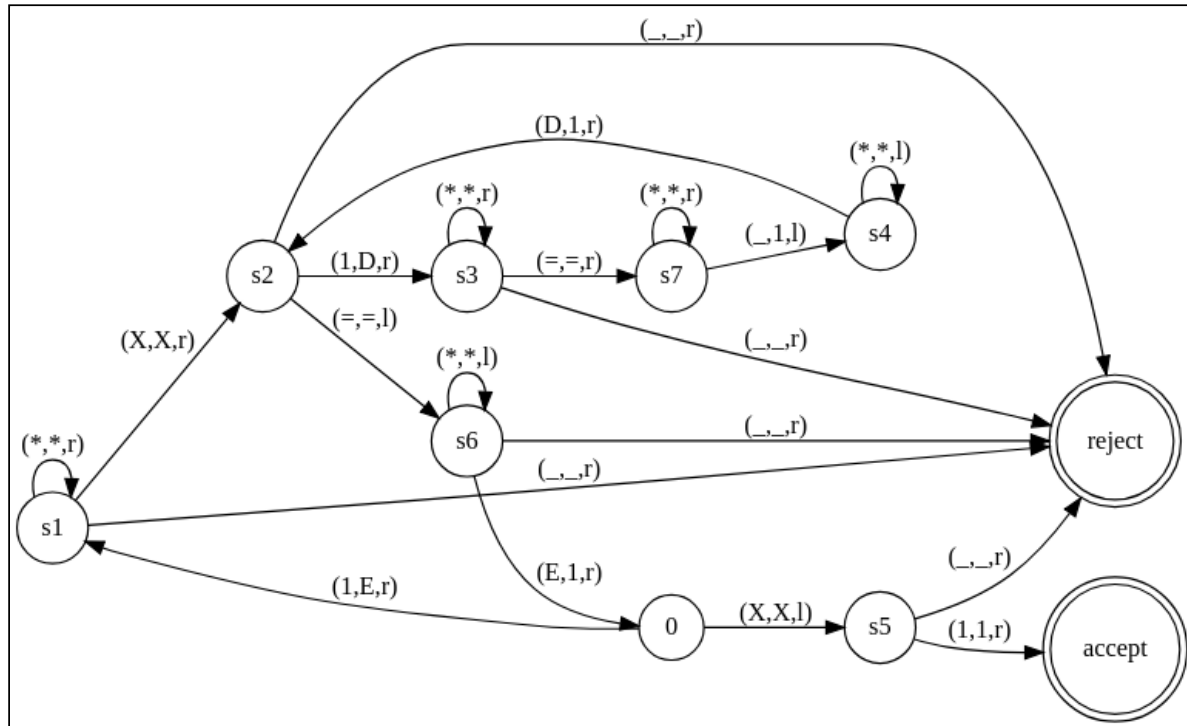


Figura 7 - Diagrama da MT da linguagem.

```
; Questão 4
; Máquina de Turing que receba como entrada uma cadeia na forma:
; 1^m x 1^n = , onde m, n ∈ N e produza uma cadeia na forma 1^m x 1^n = 1^(mn).
; Exemplo: 11x111=111111

0 1 E r s1
0 X X l s5
s1 * * r s1
s1 X X r s2
s1 _ _ r halt-reject
s2 _ _ r halt-reject
s2 1 D r s3
s2 = = l s6
s3 * * r s3
s3 = = r s7
s3 _ _ r halt-reject
s4 * * l s4
s4 D 1 r s2
s5 _ _ r halt-reject
s5 1 1 r halt-accept
s6 * * l s6
s6 E 1 r 0
s6 _ _ r halt-reject
s7 * * r s7
s7 _ 1 l s4
```

Figura 8 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

5. Construa uma Máquina de Turing que reconheça a linguagem  $\{ww^r \mid w \in \{a,b\}^*\}$ . Usamos a notação  $w^r$  para indicar a cadeia reversa de  $w$ , por exemplo, se  $w = aab$ , então  $w^r = baa$ .

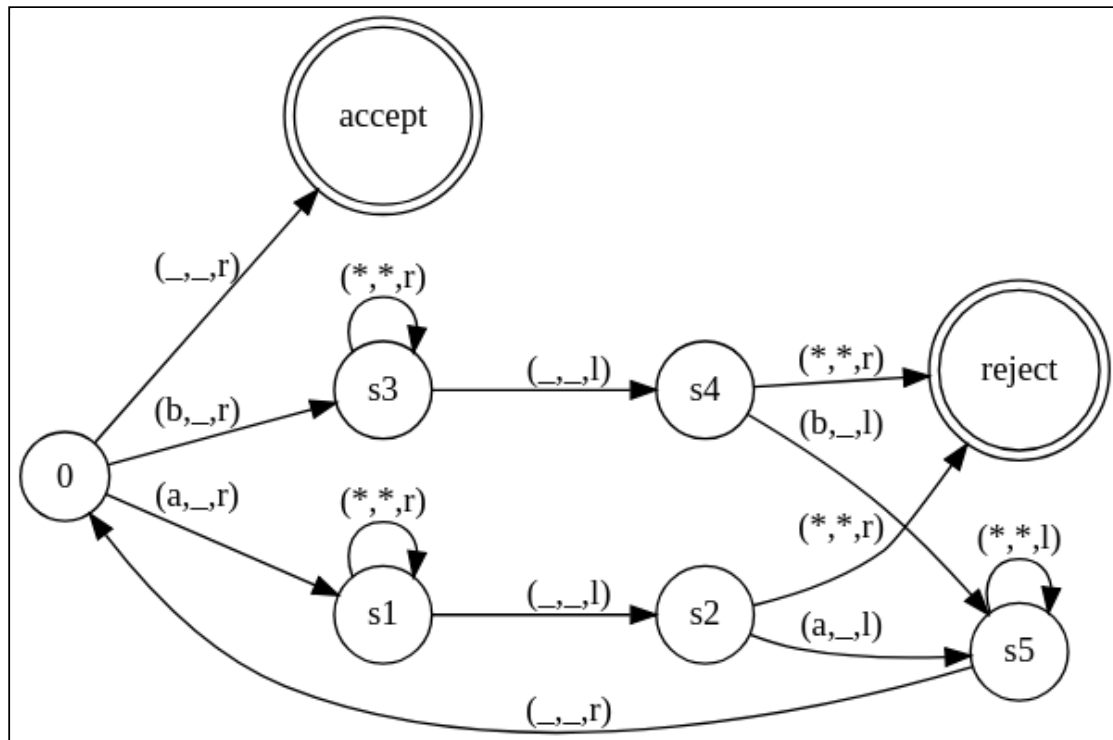


Figura 9 - Diagrama da MT da linguagem.

```
; Questão 5
; Máquina de Turing que reconheça a linguagem {ww^r | w ∈ {a, b}* }.

; Exemplo: w = aab, então ww^r = aabbbaa

; Para reconhecer foi utilizada a estratégia de ir destruindo as extremidades
; da cadeia de entrada até ficar vazia

; Cadeias aceitas: abba, baab, aa, bb, aaaa, bbbb, abaaba
; Cadeias rejeitadas: aabb, a, b, ab

0  a  _  r  s1
0  b  _  r  s3
0  _  _  r  halt-accept
s1 *  *  r  s1
s1 _  _  l  s2
s2 a  _  l  s5
s2 *  *  r  halt-reject
s3 *  *  r  s3
s3 _  _  l  s4
s4 b  _  l  s5
s4 *  *  r  halt-reject
s5 *  *  l  s5
s5 _  _  r  0
```

Figura 10 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

6. Construa uma Máquina de Turing que receba uma cadeia  $w \in \{a, b\}^*$  na fita, e construa a cadeia  $ww^r$ .

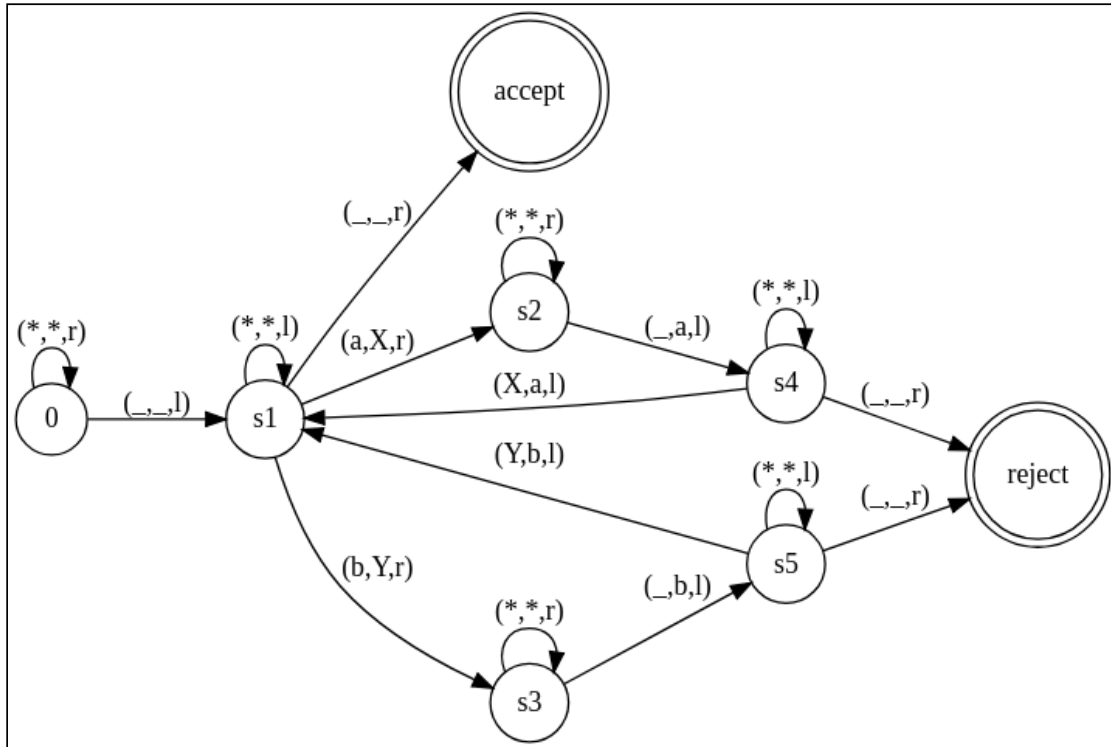


Figura 11 - Diagrama da MT da linguagem.

```
; Questão 6
; Máquina de Turing que receba uma cadeia  $w \in \{a, b\}^*$  na fita, e construa a cadeia  $ww^r$ 
; Exemplo:  $w = aab$ , então  $ww^r = aabbaa$ 

0  *  *  r  0
0  _  _  l  s1
s1 *  *  l  s1
s1 _  _  r  halt-accept
s1 a  X  r  s2
s1 b  Y  r  s3
s2 *  *  r  s2
s2 _  a  l  s4
s3 *  *  r  s3
s3 _  b  l  s5
s4 *  *  l  s4
s4 _  _  r  halt-reject
s4 X  a  l  s1
s5 *  *  l  s5
s5 _  _  r  halt-reject
s5 Y  b  l  s1
```

Figura 12 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

7. Construa uma Máquina de Turing que reconheça a linguagem  $\{w \mid w \in \{a,b\}^* \wedge |w|_a = |w|_b\}$ . Onde  $|w|_x$  denota o número de ocorrências do caractere  $x$  na cadeia  $w$ . Em outras palavras, escreva uma Máquina de Turing que reconheça cadeias com quantidades iguais de  $a$ 's e  $b$ 's. Note que os  $a$ 's e  $b$ 's podem estar em qualquer ordem. Assim, e.g., *abab*, *bbaaba* e *abba* pertencem à linguagem.

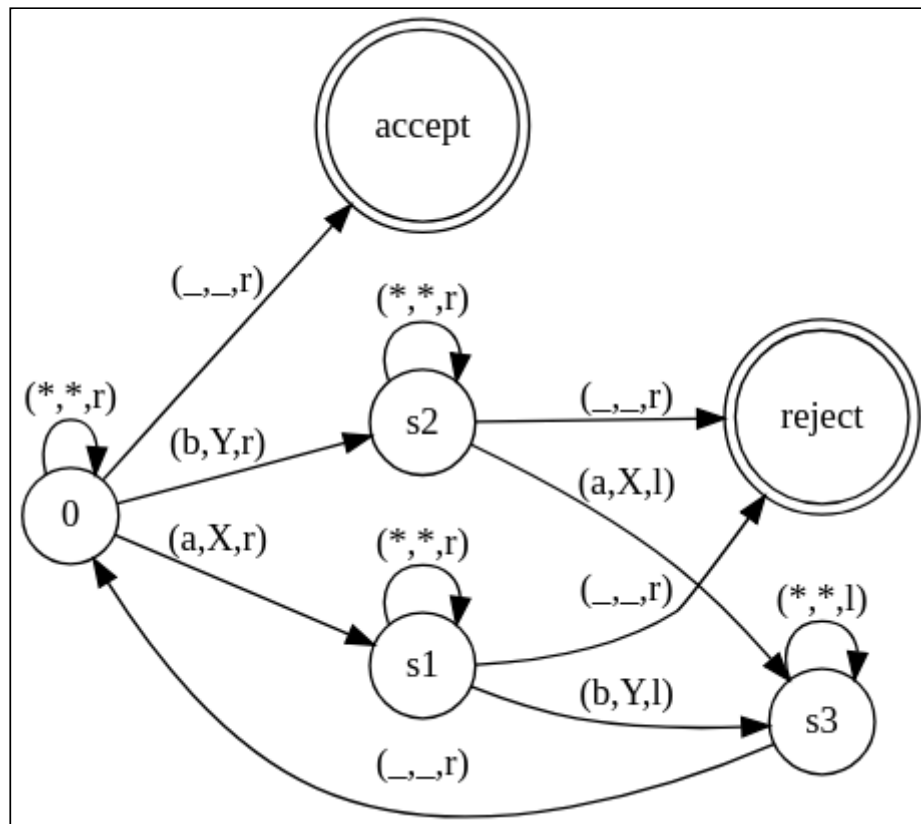


Figura 13 - Diagrama da MT da linguagem.

```

; Questão 7
; Máquina de Turing que reconheça a linguagem {w | w ∈ {a, b}* ∧ |w|_a = |w|_b }

; Cadeias aceitas: abba, baab, abab, bbaaba e abba
; Cadeias rejeitadas: a, b, abaaa, bbaabab, aa, bb, aaaa, bbbb

0  a X r s1
0  b Y r s2
0  * * r 0
0  _ _ r halt-accept
s1 * * r s1
s1 b Y l s3
s1 _ _ r halt-reject
s2 * * r s2
s2 a X l s3
s2 _ _ r halt-reject
s3 * * l s3
s3 _ _ r 0

```

Figura 14 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.



8. Construa uma Máquina de Turing que some 1 à cadeia de entrada em binário. Ou seja, que receba a representação binária de um número  $x$  e produza a representação binária de  $x + 1$ . Por exemplo, se a máquina receber 10101 ela deverá produzir 10110.

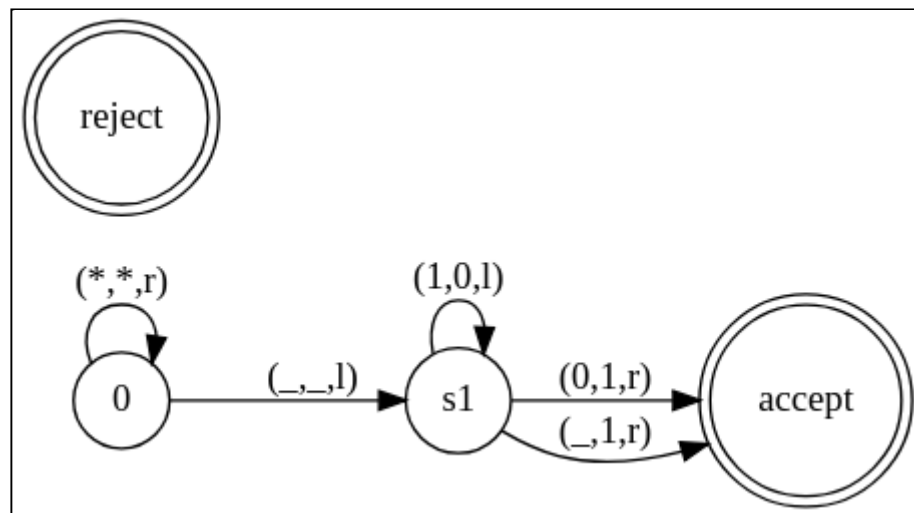


Figura 15 - Diagrama da MT da linguagem.

```

; Questão 8
; Máquina de Turing que some 1 à cadeia de entrada em binário

; Exemplo: 10101 produz 10110

0  *  *  r  0
0  _  _  l  s1
s1 1  0  l  s1
s1 0  1  r  halt-accept
s1 _  1  r  halt-accept

```

Figura 16 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

9. Construa uma Máquina de Turing que subtraia 1 da cadeia de entrada em binário. Ou seja, que receba a representação binária de um número  $x$  e, se  $x > 0$ , produza a representação binária de  $x - 1$ ; se  $x = 0$ , a fita deve permanecer a mesma. Por exemplo, se a entrada for 10101, a máquina deverá produzir 10100.

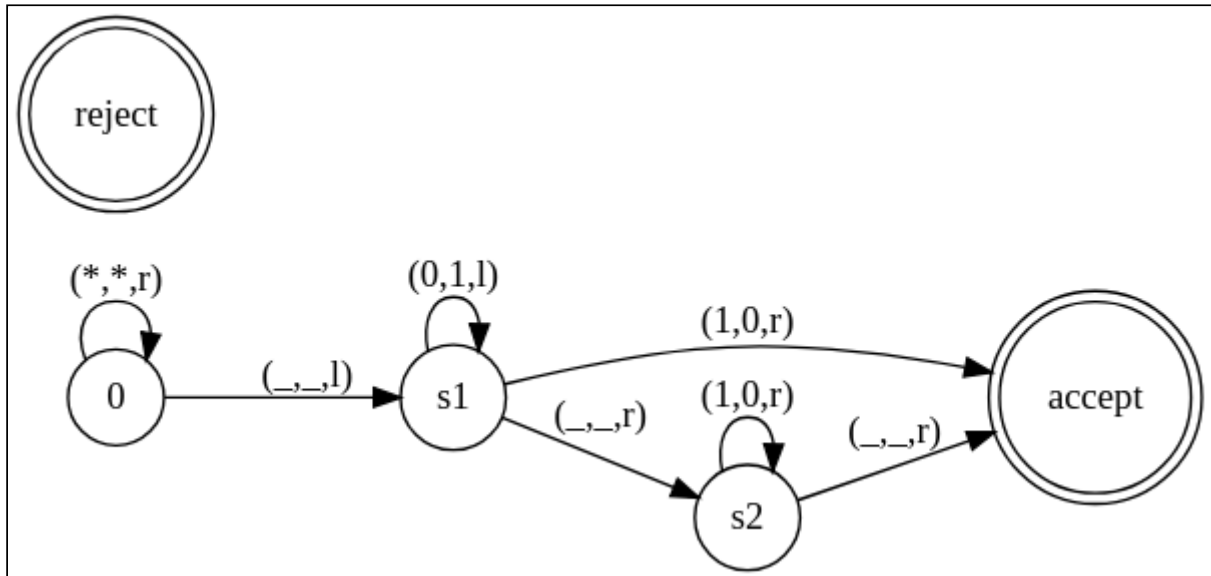


Figura 17 - Diagrama da MT da linguagem.

```

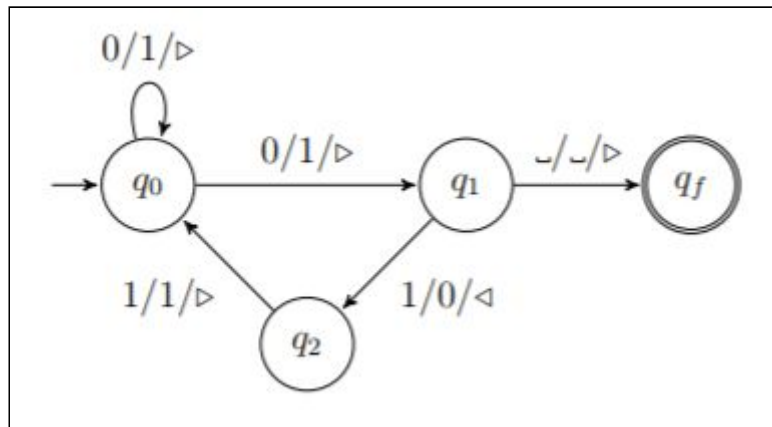
; Questão 9
; Máquina de Turing que subtraia 1 da cadeia de entrada em binário
; Exemplo: 10101 produz 10100

0  *  *  r  0
0  _  _  l  s1
s1 0  1  l  s1
s1 1  0  r  halt-accept
s1 _  _  r  s2
s2 1  0  r  s2
s2 _  _  r  halt-accept

```

Figura 18 - Definição da MT no formato morphett da linguagem.

10. Considere a Máquina de Turing representada pelo diagrama abaixo: O que esta máquina faz? Note que ela é uma máquina não determinística (há duas transições saindo de  $q_0$  para o caractere 0).



A Máquina de Turing acima só aceita cadeias que iniciam com **0** seguidos de **1**, onde no final produz a cadeia de saída somente com **1's**.

- Cadeias aceitas: 0, 011, 01111 com as respectivas saídas: 1, 111, 11111;
- Cadeias rejeitadas: 1, 101, 100 e afins.