

# Extramaterial: Formler och räkneregler · 1MA020

Vilhelm Agdur<sup>1</sup>

<sup>1</sup> vilhelm.agdur@math.uu.se

30 januari 2023

I detta dokument ligger en samling av viktiga resultat och räkneregler, sammanfattade utan bevis.

## Den tolvfaldiga vägen

	Generellt $f$	Injektivt $f$	Surjektivt $f$
Bägge särskiljbara	Ord ur $X$ av längd $n$ $x^n$	Permutation ur $X$ av längd $n$ $\frac{x!}{(x-n)!}$	Surjektion från $N$ till $X$ $x!\{x\}^n$
Osärskiljbara objekt	Multi-delmängd av $X$ av storlek $n$ $\binom{n+x-1}{n}$	Delmängd av $X$ av storlek $n$ $\binom{x}{n}$	Kompositioner av $n$ av längd $x$ $\binom{n-1}{n-x}$
Osärskiljbara lådor	Mängdpartition av $X$ $i \leq x$ delar $\sum_{k=1}^x \{n\}_k$	Mängdpartition av $X$ $i \leq x$ delar av storlek 1 1 om $n \leq x$ , 0 annars	Mängdpartition av $N$ $i \leq x$ delar $\{n\}_x$
Bägge osärskiljbara	Heltalspartition av $n$ i $\leq x$ delar $p_x(n+x)$	Sätt att skriva $n$ som summan av $\leq x$ ettor 1 om $n \leq x$ , 0 annars	Heltalspartitioner av $n$ i $x$ delar $p_x(n)$

## Räkneregler för genererande funktioner

**Lemma 1** (Räkneregler för genererande funktioner). Antag att vi har en följd  $\{a_k\}_{k=0}^\infty$ , med genererande funktion  $F_a$ . Då gäller det att

1. För varje  $j \geq 1$  är

$$\sum_{k=j}^\infty a_k x^k = \left( \sum_{k=0}^\infty a_k x^k \right) - \left( \sum_{k=0}^{j-1} a_k x^k \right) = F_a(x) - \sum_{k=0}^{j-1} a_k x^k$$

2. För alla  $m \geq 0$ ,  $l \geq -m$  gäller det att

$$\sum_{k=m}^\infty a_k x^{k+l} = x^l \left( \sum_{k=m}^\infty a_k x^k \right) = x^l \left( F_a(x) - \sum_{k=0}^{m-1} a_k x^k \right)$$

3. Det gäller att<sup>2</sup>

$$\sum_{k=0}^\infty k a_k x^k = F'_a(x).$$

<sup>2</sup> Denna räkneregler kan förstås generaliseras till att högre potenser av  $k$  motsvarar högre derivator – och om vi istället delar med någon potens av  $k$  får vi primitiva funktioner till den genererande funktionen.