

Extramaterial: Formler och räkneregler · 1MA020

Vilhelm Agdur¹

¹ vilhelm.agdur@math.uu.se

31 januari 2023

I detta dokument ligger en samling av viktiga resultat och räkneregler, sammanfattade utan bevis.

Den tolvfaldiga vägen

	Generellt f	Injektivt f	Surjektivt f
Bägge särskiljbara	Ord ur X av längd n x^n	Permutation ur X av längd n $\frac{x!}{(x-n)!}$	Surjektion från N till X $x!\{x\}^n$
Osärskiljbara objekt	Multi-delmängd av X av storlek n $\binom{n+x-1}{n}$	Delmängd av X av storlek n $\binom{x}{n}$	Kompositioner av n av längd x $\binom{n-1}{n-x}$
Osärskiljbara lådor	Mängdpartition av N $i \leq x$ delar $\sum_{k=1}^x \{n\}_k$	Mängdpartition av X $i \leq x$ delar av storlek 1 1 om $n \leq x$, 0 annars	Mängdpartition av N $i \leq x$ delar $\{n\}_x$
Bägge osärskiljbara	Heltalspartition av n i $\leq x$ delar $p_x(n+x)$	Sätt att skriva n som summan av $\leq x$ ettor 1 om $n \leq x$, 0 annars	Heltalspartitioner av n i x delar $p_x(n)$

Räkneregler för genererande funktioner

Lemma 1 (Räkneregler för genererande funktioner). Antag att vi har en följd $\{a_k\}_{k=0}^\infty$, med genererande funktion F_a . Då gäller det att

1. För varje $j \geq 1$ är

$$\sum_{k=j}^\infty a_k x^k = \left(\sum_{k=0}^\infty a_k x^k \right) - \left(\sum_{k=0}^{j-1} a_k x^k \right) = F_a(x) - \sum_{k=0}^{j-1} a_k x^k$$

2. För alla $m \geq 0$, $l \geq -m$ gäller det att

$$\sum_{k=m}^\infty a_k x^{k+l} = x^l \left(\sum_{k=m}^\infty a_k x^k \right) = x^l \left(F_a(x) - \sum_{k=0}^{m-1} a_k x^k \right)$$

3. Det gäller att²

$$\sum_{k=0}^\infty k a_k x^k = F'_a(x).$$

² Denna räkneregler kan förstås generaliseras till att högre potenser av k motsvarar högre derivator – och om vi istället delar med någon potens av k får vi primitiva funktioner till den genererande funktionen.