

# Extra övningar · 1MA020

Vilhelm Agdur<sup>1</sup>

<sup>1</sup> vilhelm.agdur@math.uu.se

31 januari 2023

När jag skriver föreläsningssanteckningar och övningar till dessa hittar jag ibland extra övningar som hade platsat bland de i slutet av föreläsningssanteckningarna. Jag kan så klart inte lägga till alla övningarna till anteckningarna, för att inte inlämningsuppgifterna skall bli allt för betygande. Dessa extra övningar hamnar i stället i denna fil.

Uppgifterna kommer inte i någon särskild ordning, utan bara efter ordningen jag hittat dem. Nya uppgifter kommer alltid att läggas till sist i filen, så att numreringen av tidigare uppgifter inte ändras.

**Övning 1.** Ge ett kombinatoriskt bevis<sup>2</sup> för att

$$\binom{z}{n} \binom{z}{m} = \sum_{k=0}^n \binom{n+m-k}{k, n-k, m-k} \binom{z}{m+n-k},$$

där  $\binom{n+m-k}{k, n-k, m-k}$  är en multinomialkoefficient.

**Övning 2.** Hur många heltal mellan 1 och 100 är delbara med 2, 3, eller 5?<sup>3</sup>

**Övning 3.** Antag att vi har en grupp av  $n$  stycken kärlekskranka tonåringar – varenda en av dem är förälskad i någon tonåring i gruppen<sup>4</sup>, och varje av dem har precis en tonåring i gruppen som är kär i dem.

Hur många möjliga konfigurationer av förälskelser finns det?

<sup>2</sup> Ledtråd: Vänster led räknar antalet sätt att välja en delmängd av storlek  $n$  och en av storlek  $m$ . Varför räknar också höger led detta?

<sup>3</sup> Använd inklusion-exklusion – till exempel 30 är ju delbart med alla tre.

<sup>4</sup> Det är tänkbart att någon eller några av dem är narcissist och förälskad i sig själv. Enligt vårt antagande om att varje av dem har precis en person som är kär i dem kommer alltså narcissisten inte ha någon annan som är kär i den, eftersom den redan är kär i sig själv.