Matdis - F

Clement Samuel Marly 2206082114

1
a $(p \wedge t) \rightarrow (r \vee s)$
b $(\neg u \vee \neg t) \rightarrow \neg q$
c $u \rightarrow p$
d $s \rightarrow (\neg s \wedge u)$
} - premis

e $q \rightarrow u \wedge t$ Modus tolleus dan de morgan b
f $q \rightarrow p \wedge t$ Silogisme Hipotetik e dan c
g $q \rightarrow r \vee s$ Silogisme Hipotetik f dan a
h $s \rightarrow \neg s$ Simplifikasi d
i $q \rightarrow r$ Silogisme disjungtif g dan h

$\therefore$ $q \rightarrow r$ valid

2

Jika sering minum susu dan rajin berolahraga , maka anak akan tumbuh tinggi

p = sering minum susu
q : rajin berolahraga
r = anak akan tumbuh tinggi
s = orang tua cemas

a) $p \wedge q \rightarrow r$ premis 1
b) $\neg r \wedge s$ premis 2

A. Kesimpulan = $p \rightarrow q$

1. $p \rightarrow r$ simplifikasi premis 1
2. $q \rightarrow r$ simplifikasi premis 1

$\therefore$ Argumen tidak valid karena premis tidak bisa disimpulkan menjadi argumen baik melalui aturan Silogisme Hipotetik maupun aturan yang lain. Selain itu, premis 1, 2 dan kesimpulan tidak memenuhi aturan inferensi, $\underbrace{(p \wedge q \rightarrow r)}_{\text{premis 1}} \wedge \underbrace{(\neg r \wedge s)}_{2} \rightarrow \underbrace{(p \rightarrow q)}_{\text{kesimpulan}}$ bukan merupakan tautologi

No

Tanggal

B. Kesimpulan = $(\neg p \vee \neg q) \wedge s$

1. $\neg r$ simplifikasi premis 2
2. $\neg(p \wedge q)$ modus Tollens 1 dan premis 1
3. $\neg p \vee \neg q$ De Morgan law
4. s simplifikasi premis 2
5. $(\neg p \vee \neg q) \wedge s$ konjungsi 3 dan 4

∴ Kesimpulan valid dan tautologi (memenuhi aturan kesimpulan)

3 a $P(x)$ = mengambil mata kuliah x

x = mahasiswa fasilkom | K: kalkulus, BD: basis data, KD: kimia dasar

Kesimpulan = $\exists x\,(P(K) \vee P(BD))$

1. $\neg\exists x\,(\neg P(DDP) \wedge P(KD))$
2. $\forall x\,(\neg P(KD) \rightarrow P(K))$
3. $\exists x\,(\neg P(DDP) \vee P(BD))$

} premis

4. $\forall x\,(P(DDP) \vee \neg P(KD))$ Aturan negasi kuantor 1 dan De morgan
5. $\forall x\,(\neg P(DDP) \rightarrow \neg P(KD))$ Definisi implikasi 4
6. $\forall x\,(\neg P(DDP) \rightarrow P(K))$ Silogisme Hipotetik 5 dan 2
7. $\exists x\,(P(K) \vee P(BD))$ Silogisme Hipotetik 6 dan 3 dan aturan kuantor

∴ Terbukti kesimpulan

↓

Semua yang tidak mengambil DDP mengambil Kalkulus Karena mencakup seluruh domain anggota tertentu, bisa dimasukkan aturan silogisme hipotetik (tidak hanya sebagian yang tidak mengambil DDP mengambil Kalkulus, tetapi semua mahasiswa yang tidak mengambil DDP)

3 b Kesimpulan = $\exists x (S(x))$

1. $\exists x (J(x)) \rightarrow \forall (K(x) \rightarrow L(x))$
2. $\neg L(m)$
3. $K(m) \vee S(m)$

] premis

4. $K(m) \wedge J(m)$
5. $J(m) \rightarrow (K(m) \rightarrow L(m))$ Instansiasi universal dan eksistensial 1
6. $\neg K(m) \rightarrow S(m)$ Definisi implikasi 3
7. $J(m)$ Simplifikasi 4
8. $K(m) \rightarrow L(m)$ Modus ponens 7 dan 5
9. $\neg K(m)$ Modus Tollens 2 dan 8
10. $S(m)$ Modus Ponens 9 dan 6
11. $\exists x (S(x))$ Generalisasi eksistensial

$\therefore$ Kesimpulan terbukti

4 a Jika p bilangan prima, maka $2^p - 1$ juga merupakan bilangan prima

$P(11)$, 11 = bilangan prima | $\underset{2047}{2^{11} - 1}$ ≠ bilangan prima

T → F = F

$\therefore$ Tidak terbukti dengan counter example, apabila diambil bilangan 11, $2^{11} - 1$ tidak menghasilkan bilangan prima

b Jika a dan b bilangan bulat bukan nol, maka $a^2 + b^2 \geq a + b$

Asumsikan a dan b bilangan bulat, di mana $a \neq 0$ dan $b \neq 0$.
Karena a dan b bilangan bulat, maka $a^2 + b^2$ akan selalu lebih besar sama dengan $a+b$. Dengan demikian, $a^2 + b^2 \geq a + b$ akan selalu terpenuhi apabila a dan b bilangan bulat bukan nol.

No :
Tanggal :

4 c Setiap bilangan bulat genap dua digit yang hasil perkalian digit-digitnya habis dibagi 9 pasti dapat dinyatakan dalam penjumlahan dua bilangan prima

Ambil $p :=$ bilangan bulat 2 digit yang habis dibagi 9

$p = \{92, 94, 36, 96, 98, 20, 30, 40, 50, 60, 66, 70, 80, 90, 10\}$

$q :=$ P dapat dinyatakan dalam penjumlahan dua bilangan prima

Anggap p setara dengan $p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4 \vee p_{15}$ dengan :

$p1 = 10$	$p4 = 40$	$p7 = 70$	$p10 = 36$	$p13 = 94$
$p2 = 20$	$p5 = 50$	$p8 = 80$	$p11 = 66$	$p14 = 96$
$p3 = 30$	$p6 = 60$	$p9 = 90$	$p12 = 92$	$p15 = 98$

Pembuktian :

1. $P_1 \to q$
   True, $10 = 7+3$
2. $P_2 \to q$
   True, $20 = 17+3$
3. $P_3 \to q$
   True, $30 = 23+7$
4. $P_4 \to q$
   True, $40 = 37+3$
5. $P_5 \to q$
   True, $50 = 47+3$
6. $P_6 \to q$
   True, $60 = 53+7$
7. $P_7 \to q$
   True, $70 = 67+3$
8. $P_8 \to q$
   True, $80 = 73+7$
9. $P_9 \to q$
   True, $90 = 83+7$
10. $P_{10} \to q$
    True, $36 = 31+5$
11. $P_{11} \to q$
    True, $66 = 61+5$
12. $P_{12} \to q$
    True, $92 = 89+3$
13. $P_{13} \to q$
    True, $94 = 89+5$
14. $P_{14} \to q$
    True, $96 = 89+7$
15. $P_{15} \to q$
    True, $98 = 61+37$

$\therefore$ Karena $(P_1 \vee P_2 \vee P_3 \dots \vee P_{15}) \to q$ = True, pernyataan terbukti

5 a p = kering adalah antonim dari basah
q = makara Fasilkom tidak bewarna hitam .
q benar / True → Trivial Proof
∴ Pernyataan terbukti

b p = Ayam tidak punya insang
q = Bogor ibu kota Indonesia
$p \vee q$
$\neg p \to q$ Definisi implikasi
$\neg p$ = Ayam punya insang
$\neg p$ False / salah → Vacuous proof
∴ Pernyataan terbukti

c $P(n) = n^5 > n^3 \to n - 1 > 0$
$P(n) = Q(n) \to R(n)$
$P(1) = Q(1) \to R(1)$
$Q(1)$ False / salah → Vacuous proof
∴ Pernyataan terbukti / $P(1)$ terbukti

Tanggal :

5 d $P(n)$ = a dan b bilangan riil positif dengan $a \leq b \longrightarrow a^n \geq b^n$

$P(n) = Q(a,b) \rightarrow R(a,b,n)$

$P(0) = Q(a,b) \rightarrow R(0,b,0)$

R benar / True $\rightarrow$ Trivial Proof

$\therefore$ Pernyataan terbukti

e $P(n)$ = n adalah bilangan bulat dan $2n^2+1 > 0 \longrightarrow n^2 + 2n + 5$ adalah bilangan ganjil untuk n genap

$P(n) = Q(n) \rightarrow R(n)$

Semua bilangan bulat positif

R benar / True $\rightarrow$ Trivial Proof

$\therefore$ Pernyataan terbukti

No :

Tanggal :

6 a Buktikan bahwa semua bilangan prima itu ganjil kecuali bilangan 2.
Asumsikan x bilangan prima selain 2. Berdasarkan definisi bilangan prima, x hanya bisa menghasilkan bilangan bulat apabila dibagi x atau 1. Berdasarkan definisi bilangan genap, semua bilangan genap dapat dibagi 2. Oleh karena itu, bilangan prima selain angka dua pasti bilangan ganjil karena definisi bilangan genap berkontradiksi dengan definisi bilangan prima kecuali bilangan 2. Terbukti, semua bilangan prima itu ganjil kecuali bilangan 2.

6 b Proof by contraposition. Jika a dan b bilangan ganjil, maka a^2+b^2 adalah bilangan genap. Asumsikan a dan b adalah bilangan bulat ganjil. Berdasarkan definisi bilangan ganjil, diperoleh $a = 2k+1$ dan $b = 2l+1$, dimana k dan l bilangan bulat. Dengan mensubtitusi nilai a dan b pada a^2+b^2, diperoleh $(2k+1)^2+(2l+1)^2 = 4k^2+4k+1+4l^2+4l+1 = 2(2k^2+2l^2+2k+2l+1)$. Karena k dan l bilangan bulat, $2k^2+2l^2+2k+2l+1$ adalah bilangan bulat. Karena a^2+b^2 dapat dinyatakan sebagai 2 dikali bilangan bulat, maka berdasarkan

6 b definisi bilangan genap, hasil a^2+b^2 adalah bilangan genap.
Karena pernyataan "jika a dan b bilangan ganjil, maka a^2+b^2 adalah bilangan genap" terbukti, secara tidak langsung dengan proof by contraposition, telah terbukti bahwa jika a^2+b^2 adalah bilangan ganjil, maka a adalah bilangan genap atau b adalah bilangan genap.

Q.E.D

Tanggal

6 c Ambil sembarang bilangan x dan y. Asumsikan x bilangan genap dan y bilangan ganjil. Berdasarkan definisi bilangan genap dan ganjil, diperoleh $x = 2k$ dan $y = 2l+1$, dimana k dan l adalah bilangan bulat. Dengan demikian, $x.y = (2k)(2l+1) = 2kl + 2k = 2(kl+k)$ Karena k dan l adalah bilangan bulat, maka $kl+k$ adalah bilangan bulat. Karena $x.y$ dapat dinyatakan sebagai 2 kali bilangan bulat, maka dapat disimpulkan berdasarkan definisi bilangan genap bahwa bilangan genap dikali bilangan ganjil akan menghasilkan bilangan genap.

Q.E.D

d Ambil sembarang bilangan x dan y. Asumsikan x dan y bilangan bulat genap. Berdasarkan definisi bilangan genap, diperoleh $x = 2k$ dan $y = 2l$, dimana $k+l$ adalah bilangan bulat. Dengan demikian, $x.y = 2k.2l = 4kl = 2(2kl)$. Karena k dan l adalah bilangan bulat, $2kl$ adalah bilangan bulat. Karena $x.y$ dapat dinyatakan sebagai 2 kali bilangan bulat, maka dapat disimpulkan berdasarkan definisi bilangan genap bahwa bilangan genap dikali bilangan genap akan menghasilkan bilangan genap.

Q.E.D.

7 Terdapat segitiga yang tiap sudutnya bernilai bilangan bulat. Buktikan bahwa tidak mungkin segitiga tersebut memiliki sudut 179.

Terdapat segitiga yang tiap sudutnya bernilai bilangan bulat
Asumsikan segitiga memiliki salah satu sudutnya 179. Berdasarkan definisi segitiga, diperoleh 3 sudut yang apabila ditambahkan berjumlah 180. Asumsikan sudut 1 adalah 179 dan sudut 2 dan 3 adalah x dan y. Dengan demikian, diperoleh $179 + x + y = 180$ atau $x + y = 1$. Berdasarkan $x + y = 1$, dapat disimpulkan bahwa x dan y adalah bilangan rasional. Terjadi kontradiksi dengan pernyataan bahwa tiap sudut segitiga adalah bilangan bulat. Artinya, asumsi awal segitiga memiliki salah satu sudutnya 179 adalah salah dan oleh karena itu, tidak mungkin segitiga yang sudutnya bilangan bulat memiliki salah satu sudutnya 179.

Q.E.D

8 Untuk n bilangan bulat positif, n merupakan bilangan genap jika dan hanya jika $5n^2+8$ adalah bilangan genap.

a n merupakan bilangan genap maka $5n^2+8$ adalah bilangan genap.
Asumsikan n bilangan bilangan genap. Berdasarkan definisi bilangan genap, $n=2k$, dimana k adalah bilangan genap. Dengan demikian, $5n^2+8 = 5(2k)^2+8 = 5.4k^2+8 = 20k^2+8 = 2(10k^2+4)$, dimana $10k^2+4$ adalah bilangan bulat. Karena $5n^2+8$ bisa dinyatakan sebagai 2 dikali bilangan bulat, maka dapat disimpulkan berdasarkan definisi bilangan genap bahwa $5n^2+8$ menghasilkan bilangan genap.
Pernyataan a terbukti

b $5n^2+8$ adalah bilangan genap maka n merupakan bilangan genap.
Asumsikan $5n^2+8$ menghasilkanbilangan genap. Berdasarkan definisi bilangan genap, $5n^2+8=2k$, dimana k adalah bilangan bulat. Dengan demikian, $(5n^2+8=2k) = (5n^2=2k-8) = (n^2=\frac{2k-8}{5}) = (n=\sqrt{\frac{4k-16}{10}}) = (n=2\sqrt{\frac{k-4}{10}})$.
Karena n adalah bilangan bulat positif, maka $\sqrt{\frac{k-4}{10}}$ pasti bilangan bulat sehingga n bisa dinyatakan sebagai 2 dikali bilangan bulat. Dapat disimpulkan berdasarkan definisi bilangan bulat bahwa n adalah bilangan genap apabila $5n^2+8$ bilangan genap.
Pernyataan b terbukti.

No :

Tanggal :

8 $\therefore$ Pernyataan a dan b terbukti, maka pernyataan "untuk n bilangan bulat positif, maka n merupakan bilangan genap jika dan hanya jika $5n^2 + 8$ adalah bilangan genap" terbukti.

Q.E.D.