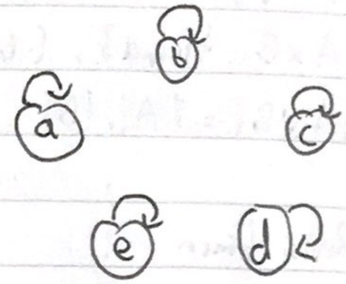
Clement Samuel Marly 2206082114 MD-C

1 a $A = \{a, b, c, d, e\}$

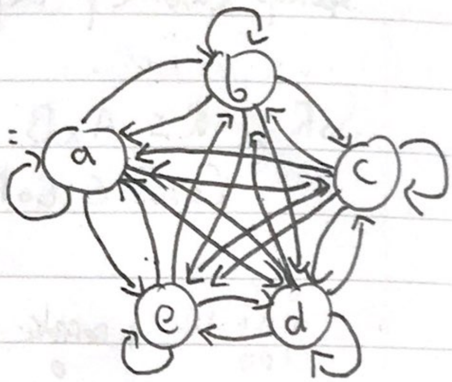
- $R = I_A$

Matriks = $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ Graf :



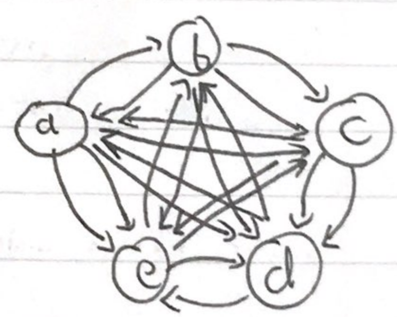
- S : produk Cartesius $A \times A$

Matriks : $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ Graf :



- $T = R \oplus S$

Matriks : $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ Graf :

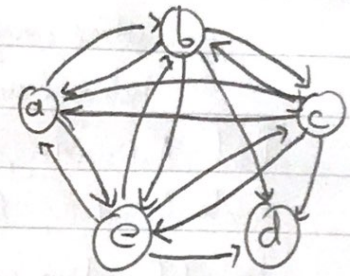


Tanggal :

- U: $T - \{(a,d), (b,d), (c,d), (d,a), (d,d), (e,d)\}^T$

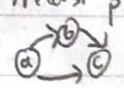
  $T - \{(d,a), (d,b), (d,c), (a,d), (d,d), (d,e)\}$

Matriks = $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ Graf :



b Sifat

- R: I_A : Reflehsif, setiap elemen terhubung dengan dirinya sendiri a
  Simetri, tidah ada elemen yang memilihi relasi satu arah
  Transitif, tidah ada relasi / lintasan panjang dua
  Antisimetri, tidah ada lintasan 2 arah
- S : Reflehsif, setiap elemen terhubung dengan dirinya sendiri a
  Simetri, setiap elemen memilihi relasi / lintasan balih a b
  Transitif, setiap relasi // lintasan panjang dua, ada lintasan / relasi pintas



- T: Irreflehsif, setiap elemen tidah terhubung dengan dirinya sendiri a
  Simetri, setiap elemen memilihi relasi / lintasan balih a b
- U: Irreflehsif, setiap elemen tidah terhubung dengan dirinya sendiri

2 a Setiap orang yang mengunjungi halaman web a, juga mengunjungi halaman web b.

Reflehsif, setiap orang yang mengunjungi halaman web a pasti mengunjungi halaman web a (a = b)

Tidah Irreflehsif, heterbalihan dari reflehsif dan orang yang mengunjungi web a tidah munghin tidah mengunjungi halaman web a (a.b)

No :

Tanggal :

2 a Tidak simetri, belum tentu orang yang mengunjungi web b mengunjungi web a. (bisa ada lintasan 1 arah)

Tidak antisimetri, mungkin ada orang yang mengunjungi web b, mengunjungi web a juga (tidak pasti semua lintasan 1 arah)

Tidak asimetri, irrefleksif dan antisimetri tidak terpenuhi.

Transitif, orang yang mengunjungi web a, mengunjungi web b, dan orang yang mengunjungi web b, mengunjungi web c, maka orang yang mengunjungi web a, mengunjungi web c

b Tidak refleksif, kemungkinan ada web yang tidak memiliki tautan sehingga tidak semua web bisa terhubung dengan dirinya sendiri

Tidak irrefleksif, kemungkinan ada web yang memiliki tautan ke dirinya sendiri

Simetri, semua halaman web a yang memiliki tautan sama dengan web b, maka halaman web b pasti memiliki tautan sama dengan web a

Tidak Antisimetri, ada 2 web yang memiliki tautan sama (lintasan 2 arah)

Tidak Asimetri, Antisimetri dan irrefleksif tidak terpenuhi.

Tidak transitif, belum tentu apabila ada tautan yang sama antara web a dan b, dan ada tautan sama pada web b dan c, maka web a dan c memiliki tautan sama.

No :

Tanggal :

2 c Tidak refleksif, kemungkinan ada web yang tidak memiliki tautan
Tidak irrefleksif, kemungkinan ada web yang memiliki tautan ke dirinya sendiri
Simetri, web yang memiliki tautan ke a dan b, maka ada web yang memiliki tautan ke web b dan a (lintasan 2 arah)
Tidak Antisimetri, ada web yang memiliki tautan ke web b dan a dan web a dan b (ada lintasan 2 arah)
Tidak Asimetri, Antisimetri dan irrefleksif tidak terpenuhi.
Tidak transitif, web yang memiliki tautan ke web a dan b dan web yang memiliki tautan ke web b dan c, belum tentu ada web yang memiliki tautan ke web a dan c.

3 a R irrefleksif, R^6 ? $A = \{1,2\}$

Ambil counterexample, misal $R = \{(1,2),(2,1)\}$ → irrefleksif, maka $R^2 =$

$$R^2 = R^1 \circ R = \{(1,1),(2,2)\}$$
$$R^3 = R^2 \circ R = \{(1,2),(2,1)\}$$
$$R^4 = R^3 \circ R = \{(1,1),(2,2)\}$$
$$R^5 = R^4 \circ R = \{(1,2),(2,1)\}$$
$$R^6 = R^5 \circ R = \{(1,1),(2,2)\} : \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ refleksif}$$

Apabila R irrefleksif, belum tentu R^6 irrefleksif, tetapi dalam beberapa kasus tertentu seperti $R = \{\ \}$, maka $R^6 = \{\ \}$ (irrefleksif).

∴ Apabila R irrefleksif, R^6 bisa irrefleksif maupun tidak irrefleksif, tergantung relasi R.

$A = \{1, 2, 3\}$

b S tidak simetri, ambil contoh $S = \{(1,2), (2,1), (1,3)\} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

S tidak termasuk Antisimetri atau asimetri

ambil contoh $S = \{(1,2), (1,3)\} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

S termasuk Antisimetri dan Asimetri.

∴ Jika relasi S tidak simetri, S bisa bersifat Antisimetri dan Asimetri maupun tidak. Tergantung pada relasi S dan diagonal matriksnya, S bisa termasuk hanya Antisimetri atau Antisimetri dan Asimetri. Apabila relasi S tidak simetri, S bisa bersifat Antismetri atau Asimetri dan Antisimetri bergantung pada relasi S.

4 $A = \{a, b, c, d, e\}$ $R = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,a), (d,c), (e,b), (e,e)\}$

a Himpunan tupel untuk penutup refleksif R

$R \cup \{(a,a), (b,b), (c,c), (d,d)\}$

$R' = \{(a,a), (b,b), (a,b), (b,a), (b,c), (c,c), (c,a), (d,c), (d,d), (e,b), (e,e)\}$

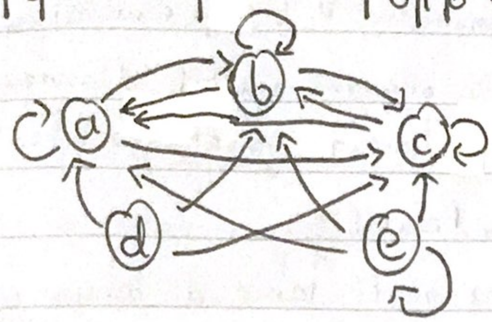
b $R = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ Simetri $R = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Representasi tabel: (x,y)

x	y
a	b
a	c
b	a
b	c
b	e
c	a
c	b
c	d

x	y
d	c
e	b
e	e

c $R = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$



$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

d R transitif / R^+ = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cup (d,d) \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Penutup refleksif transitif / $r(R^+)$ = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

5 Relasi ekuivalen : refleksif, simetri, transitif

$a+b \equiv 0 \pmod{n}$

refleksif : $a = b$, $a+b \equiv 0 \pmod{n}$

Agar tidak refleksif, n tidak boleh bernilai 0, 1, dan 2.
Apabila n bernilai 0 dan 1 semua a, b terpenuhi sehingga refleksif
Apabila n bernilai 2, matriks diagonal terpenuhi karena setiap bilangan ditambah dirinya sendiri = 2x (genap) dan bisa dibagi oleh 2.

simetri, $a+b \equiv 0 \pmod{n}$

↳ a dan b dapat dibalik atau komutatif sehingga pasti simetri apapun n.

transitif, $a+b \equiv 0 \pmod{n}$

↳ hanya terpenuhi apabila n bernilai 0, 1, dan 2

No :
Tanggal :

Berdasarkan analisa tersebut, didapatkan nilai n yang bisa mengebabkan relasi R ekuivalen, yaitu $n = 0, 1$, dan 2

∴ Bilangan bulat n yang memenuhi R tidak ekuivalen adalah $n = \{n > 2, n \in Z^+\}$ → bilangan negatif dianggap tidak perlu menurut jawaban asisten dosen

6 a Ekuivalen = refleksif, simetri, dan transitif.

Refleksif, setiap mahasiswa pasti lahir di tahun yang sama dengan dirinya sendiri. ✓

Simetri, setiap mahasiswa x yang lahir ditahun yang sama dengan mahasiswa y pasti akan berlaku sebaliknya ✓

Transitif, setiap mahasiswa x yang lahir di tahun sama dengan mahasiswa y dan setiap mahasiswa y yang lahir di tahun sama dengan mahasiswa z, maka mahasiswa x pasti lahir di tahun yang sama dengan z. ✓

b. R = {(Anggun, Anggun), (Anggun, Chika), (Anggun, Eka), (Chika, Anggun), (Chika, Chika), (Chika, Eka), (Eka, Anggun), (Eka, Chika), (Eka, Eka), (Budi, Budi), (Budi, Gita), (Gita, Budi), (Gita, Gita), (Dwi, Dwi), (Dwi, Fajar), (Fajar, Dwi), (Fajar, Fajar)}

[Anggun] = [Chika] = [Eka] = {Anggun, Chika, Eka}
[Budi] = [Gita] = {Budi, Gita}
[Dwi] = [Fajar] = {Dwi, Fajar}

6 c Apabila Chika menukar kertasnya dengan Intan yang seangkatan, maka kelas ekuivalensi akan berubah menjadi

[Anggun] = [Eka]

[Budi] = [Gita]

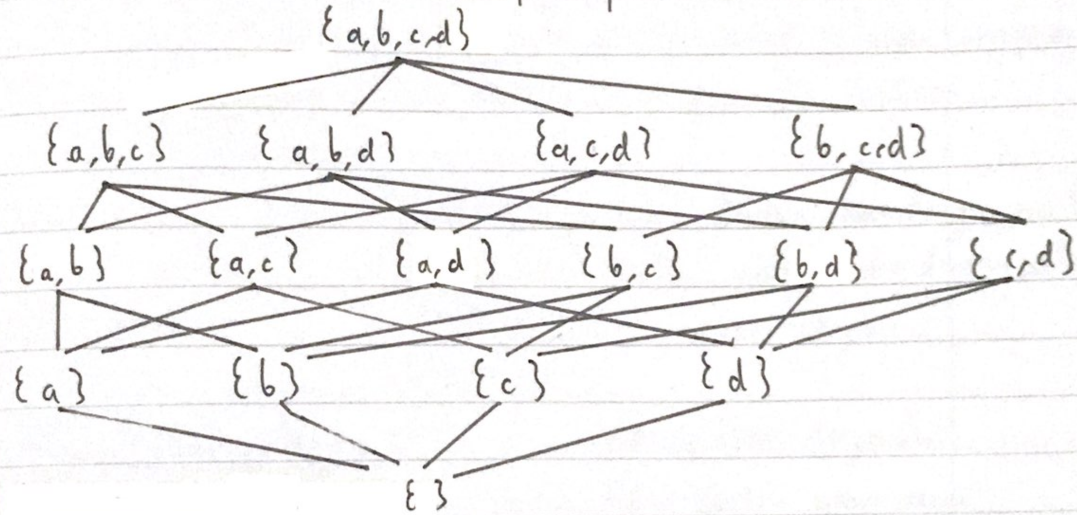
[Dwi] = [Fajar] = [Intan]

Relasi R tidak terpengaruhi karena pembagian kelompok didasarkan pada tahun lahir atau angkatan.

∴ Relasi R tetap ekuivalen (simetri, refleksif, dan transitif)

7 R = { (a,b) ∈ P(B) | a subset b } pada power set P(B), B = { a, b, c, d }

a



b elemen maks = { a,b,c,d }

c elemen min = { }

d elemen terbesar = { a,b,c,d }

e elemen terkecil = { }

f batas atas {{a}, {b}, {d}, {a,d}, {a,b,d}} = {a,b,d} , { a,b,c,d }

g batas atas terkecil {{a}, {b}, {d}, {a,d}, {a,b,d}} = { a,b,d }

h batas bawah {{a}, {b}, {d}, {a,d}, {a,b,d}} = { }

i batas bawah terbesar {{a}, {b}, {d}, {a,d}, {a,b,d}} = { }

No :

Tanggal :

7 j Poset $(P(B), R)$ memiliki batas atas terkecil dan batas bawah terbesar untuk setiap pasangan elemennya sehingga poset $(P(B), R)$ merupakan lattice.