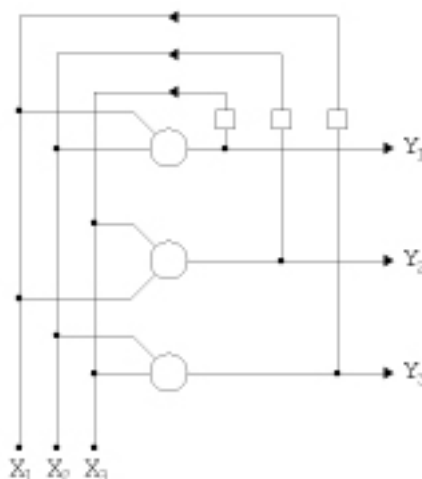


5. Sieć Hopfielda

W sieciach neuronowych rozważanych w poprzednich ćwiczeniach, wyjścia neuronów z pewnej warstwy mogły być połączone jedynie z wejściami neuronów warstwy następnej. Konsekwencją tego był jednokierunkowy przepływ informacji. Sygnały były przesyłane od warstwy wejściowej, przez pośrednie warstwy ukryte aż do warstwy wyjściowej. Stąd też nazwa tego rodzaju sieci - **sieci jednokierunkowe (ang. feedforward networks)**.

Istnieją również sieci, w których dopuszcza się istnienie sygnałów sprzężenia zwrotnego, to znaczy sygnałów, które z wyjścia neuronu kierowane są na wejście pewnego neuronu z tej samej warstwy lub nawet wcześniejszej (patrz rysunek 1).



Rysunek 1: Model sieci Hopfielda.

Doskonałym polem zastosowań tego typu sieci są pamięci skojarzeniowe. W tym ćwiczeniu będziemy właśnie konstruować tego typu pamięć w oparciu o najbardziej znane sieci rekurencyjne, nazywane sieciami Hopfielda.

Sieć zaproponowana przez Hopfielda składa się z N elementów przetwarzających (neuronów), pracujących asynchronicznie. Oznacza to, że w danej chwili zmienia-ny jest stan wyjścia tylko jednego (losowo wybranego) neuronu. Przyjmujemy, że funkcja wyjścia jest postaci:

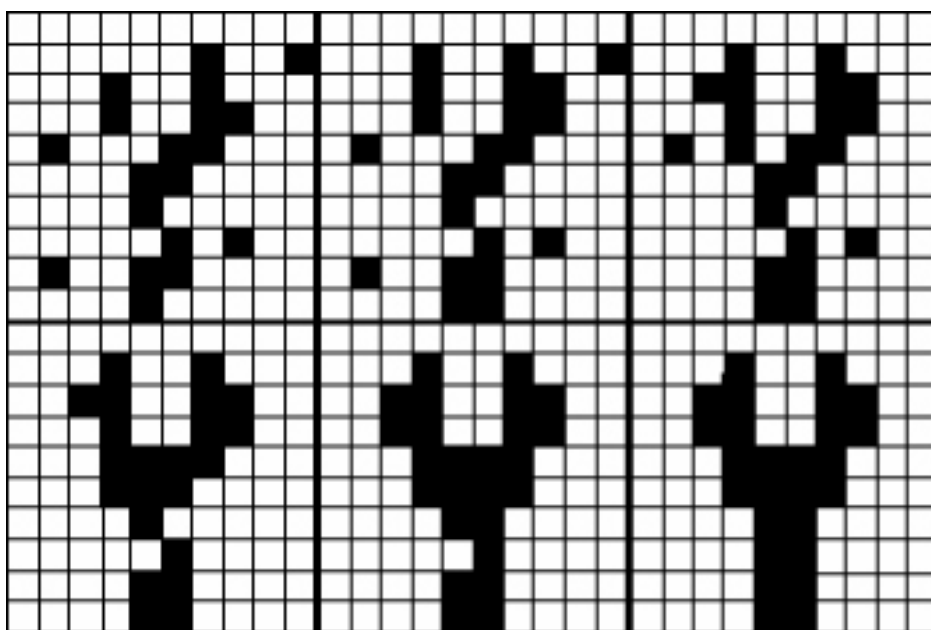
$$y(t+1) = \begin{cases} +1 & \text{gdy } net > 0 \\ y(t) & \text{gdy } net = 0 \\ -1 & \text{gdy } net < 0 \end{cases}$$

a o macierzy wag zakładamy, że jest symetryczna i posiada zera na głównej przekątnej (zera na głównej przekątnej oznaczają, że wyjście żadnego z neuronów nie jest wejściem dla niego samego). Ponieważ każdy element jest połączony z wszystkimi

pozostałymi, w sieci Hopfielda nie ma wyraźnie wydzielonych warstw. Na ogół taką sieć przedstawia się jako jednowarstwową.

Koncepcja pamięci skojarzeniowych wiąże się z jedną z podstawowych funkcji mózgu - zdolnością do odtworzenia pewnej informacji na podstawie jedynie jej zarysu a ściślej mówiąc jej zniekształconej postaci. Tak oto potrafimy rozpoznawać pismo, często bardzo odbiegające od wyuczonych w pierwszych latach szkoły "wzorcowych" liter. Rozwiązujemy krzyżówki, gdzie dysponując jedynie kilkoma literami potrafimy dopasować słowo. Potrafimy na zdjęciu rozpoznać znajomych nawet gdy znacznie odbiegają od znanych nam wzorców. Wyróżniać będziemy dwa rodzaje tego typu pamięci:

- **pamięci autoasocjacyjne** – są to pamięci, gdzie na podstawie zaszumionego sygnału wejściowego odtwarzamy jego wzorcową, idealną postać (np. rozwiązywanie krzyżówki);



Rysunek 2: Działanie pamięci autoasocjacyjnej.

- **pamięci heteroasocjacyjne** – są to pamięci, gdzie na podstawie zaszumionego sygnału wejściowego odtwarzamy idealną postać, ale innego sygnału, który z tym jest skojarzony (związany).

Algorytm zapisu

Jak we wszystkich sieciach neuronowych, cała wiedza również w tej sieci ukryta jest w wartościach wag. Istnieje kilka algorytmów pozwalających wyznaczyć wartości wag dla sieci Hopfielda mającej pracować jako pamięć autoasocjacyjna; przyjrzymy się tutaj najprościej z nich.

Zapisujemy do pamięci wektory wzorcowe s^m , $m = 1, \dots, p$ o składowych -1 lub $+1$. Wagi wyznaczamy według wzoru:

$$w_{ij} = (1 - \delta_{ij}) \sum_{m=1}^p s_i^m s_j^m,$$

gdzie delta jest deltą Kroneckera:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy } i = j \\ 0 & \text{gdy } i \neq j. \end{cases}$$

Algorytm odczytu

1. Ustalenie stanu początkowego przez podanie sygnału na wejścia neuronów; najczęściej jest to właśnie zaszumiona informacja.
2. Ustalenie losowej kolejności w jakiej neurony będą obliczały swoje sygnały wyjściowe.
3. Obliczenie sygnałów wyjściowych dla wszystkich neuronów (w kolejności ustalonej w poprzednim punkcie).
4. Jeśli dla żadnego neuronu nie nastąpiła zmiana sygnału wyjściowego, to kończymy algorytm. W przeciwnym razie wracamy do 2.

Uwagi

Podczas pracy algorytmu może się zdarzyć, że sieć odtworzy obraz będący dopełnieniem obrazu zapamiętanego (to znaczy zamiast -1 będą $+1$ i odwrotnie). Jest to jak najbardziej "normalne" zachowanie.

Zadanie

Należy zaimplementować zaprezentowany algorytm dla zadania odtwarzania liter. Przyjmujemy postać liter analogiczną jak w ćwiczeniu 1. Do celów dydaktycznych wystarczy jak sieć zapamięta, powiedzmy 3 - 5 liter. Program ma wczytywać zniekształconą literę, na jej podstawie odtworzyć zapamiętany obraz i go zwrócić.