工程分析程序设计　上机作业（四）

数组

上机目的：练习数组的声明、存储、操作，以及数组参数、动态数组的使用。

1、请声明一个大小为 10 的一维数组，它们的初值为 A(1)=2, A(2)=4, A(3)=6, ……A(I)=2*I, 并计算数组中这 10 个数字的平均值。

2、编写一个程序来计算费氏数列的前 10 项，并把它们按顺序保存在一个一维数组当中。费氏数列(Fibonacci Sequence)的数列规则如下：

F(0)=0

F(1)=1

当 n>1 时

F(n)=f(n-1)+f(n-2)

3、输入任意 n 个数存放在数组中（如 5 个数 1、2、8、2、10），请在屏幕上打印如下方阵

1	2	8	2	10
10	1	2	8	2
2	10	1	2	8
8	2	10	1	2
2	8	2	10	1

4、打印杨辉三角形，打印的行数由键盘输入。

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

5、用“冒泡算法”对一个数列 A(n)进行排序：

若要排序的数有 n 个，则需要 n-1 轮排序。第 j 轮排序中，从第一个数开始，相邻两数比较，若不符合所要求的顺序，则交换两者的位置；直到第 n-j 个数为止，第一个数与第二个数比较，第二个数与第三个数比较，......，第 n-j-1 个与第 n-j 个比较，共比较 n-1 次。此时第 n-j 个位置上的数已经按要求排好，所以不参加以后的比较和交换操作。例如：第一轮排序：第一个数与第二个数进行比较，若不符合要求的顺序，则交换两者的位置，否则继续进行二个数与第三个数比较......。直到完成第 n-1 个数与第 n 个数的比较。此时第 n 个位置上的数已经按要求排好，它不参与以后的比较和交换操作；第二轮排序：第一个数与第二个数进行比较，......直到完成第 n-2 个数与第 n-1 个数的比较；......第 n-1 轮排序：第一个数与第二个数进行比较，若符合所要求的顺序，则结束冒泡法排序；若不符合要求的顺序，则交换两者的位置，然后结束冒泡法排序。

共 n-1 轮排序处理，第 j 轮进行 n-j 次比较。

算法描述：

如果共有 n 个数：
第 1 个数要进行 n-1 次两两比较
第 2 个数要进行 n-2 次两两比较
第 j 个数要进行 n-j 次两两比较，j=1, n-j

n 个数总共要进行 n-1 次排序

```
DO I = 1, N-1
    DO J = 1, N-J
        如果 A(J) > A(J+1)   交换 A(J)  和  A(J+1)
    END DO
END DO
```

6、 从 A、B 两个数列中，把同时出现在两个数列中的数据删去。例如：

A：2　5　5　8　9　12　18

B：5　8　12　12　14

操作完成后：

A：2　9　18

B：14

7、 用 Strassen 算法计算 2*2 矩阵

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_1 &:= (\mathbf{A}_{1,1} + \mathbf{A}_{2,2})(\mathbf{B}_{1,1} + \mathbf{B}_{2,2}) \\
\mathbf{M}_2 &:= (\mathbf{A}_{2,1} + \mathbf{A}_{2,2})\mathbf{B}_{1,1} \\
\mathbf{M}_3 &:= \mathbf{A}_{1,1}(\mathbf{B}_{1,2} - \mathbf{B}_{2,2}) \\
\mathbf{M}_4 &:= \mathbf{A}_{2,2}(\mathbf{B}_{2,1} - \mathbf{B}_{1,1}) \\
\mathbf{M}_5 &:= (\mathbf{A}_{1,1} + \mathbf{A}_{1,2})\mathbf{B}_{2,2} \\
\mathbf{M}_6 &:= (\mathbf{A}_{2,1} - \mathbf{A}_{1,1})(\mathbf{B}_{1,1} + \mathbf{B}_{1,2}) \\
\mathbf{M}_7 &:= (\mathbf{A}_{1,2} - \mathbf{A}_{2,2})(\mathbf{B}_{2,1} + \mathbf{B}_{2,2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_{1,1} &= \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_4 - \mathbf{M}_5 + \mathbf{M}_7 \\
\mathbf{C}_{1,2} &= \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_5 \\
\mathbf{C}_{2,1} &= \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_4 \\
\mathbf{C}_{2,2} &= \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_6
\end{aligned}$$

8、 高斯消去法求解线性代数方程组：对于一般的 n 阶方程组，

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

高斯消去法步骤如下：**第一步**：若 $a_{11} \neq 0$，令 $l_{i1} = a_{i1} / a_{11}, i = 2,3,...,n$，用 $(-l_{i1})$ 乘第 1 个方程加到第 i 个方程上 $(i = 2,3,...,n)$，得同解方程组

$$\begin{cases} a_{11}^{(1)}x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ \qquad a_{22}^{(2)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(2)}x_n = b_2^{(2)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{n2}^{(2)}x_2 + \ldots + a_{nn}^{(2)}x_n = b_n^{(2)} \end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned} & a_{1j}^{(1)} = a_{1j}, \quad j = 1,2,3,\ldots,n, \ b_1^{(1)} = b_1, \\ & a_{ij}^{(2)} = a_{ij} - l_{i1}a_{1j}, \quad i,j = 2,3,\ldots,n, \\ & b_i^{(2)} = b_i - l_{i1}b_1, \quad i = 2,3,\ldots,n. \end{aligned}$$

第二步：若 $a_{22}^{(2)} \neq 0,$ 令 $l_{i2} = a_{i2}^{(2)} / a_{22}^{(2)}, \ i = 3,4,\ldots,n$，用 $(-l_{i2})$ 乘第 2 个方程加到第 i 个方程上 $(i = 3,4,\ldots,n)$，则将 $a_{i2}^{(2)} (i = 3,4,\ldots,n)$ 消去。一般，设第 k-1 步后方程组化为如下的同解方程组

$$\begin{cases} a_{11}^{(1)}x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ \qquad a_{22}^{(2)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(2)}x_n = b_2^{(2)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{kk}^{(k)}x_k + \ldots + a_{kn}^{(k)}x_n = b_k^{(k)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{nk}^{(k)}x_n + \ldots + a_{nn}^{(k)}x_n = b_n^{(k)} \end{cases}$$

则**第 k 步**：若若 $a_{kk}^{(k)} \neq 0,$ 令 $l_{ik} = a_{ik}^{(k)} / a_{kk}^{(k)}, \ i = k+1, k+2, \ldots, n$，用 $(-l_{ik})$ 乘第 k 个方程加到第 i 个方程上($i = k+1, k+2, \ldots, n,$)，得到如下的同解方程组

$$\begin{cases} a_{11}^{(1)}x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ \qquad a_{22}^{(2)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(2)}x_n = b_2^{(2)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{kk}^{(k)}x_k + \ldots + a_{kn}^{(k)}x_n = b_k^{(k)} \\ \qquad a_{k+1,k+1}^{(k+1)}x_{k+1} + \ldots + a_{k+1,n}^{(k+1)}x_n = b_{k+1}^{(k+1)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{n,k+1}^{(k+1)}x_{k+1} + \ldots + a_{nn}^{(k+1)}x_n = b_n^{(k+1)} \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - l_{ik}a_{kj}^{(k)}, \quad i.j = k+1,\ldots,n, \\ b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - l_{ik}b_k^{(k)}, \quad i = k+1,\ldots,n \end{cases}$$

按上述做法，做完 n-1 步，原方程组化为同解的上三角形方程组

$$\begin{cases} a_{11}^{(1)}x_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = b_1^{(1)} \\ \qquad a_{22}^{(2)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(2)}x_n = b_2^{(2)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad a_{kk}^{(k)}x_k + \ldots + a_{kn}^{(k)}x_n = b_k^{(k)} \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad\qquad a_{nn}^{(n)}x_n = b_n^{(n)} \end{cases}$$

最后，设 $a_{nn}^{(n)} \neq 0$，逐步代回得原方程组的解 $\begin{cases} x_n = b_n^{(n)} / a_{nn}^{(n)}, \\ x_k = (b_k^{(k)} - \sum\limits_{j=k+1}^{n} a_{kj}^{(k)} x_j) / a_{kk}^{k} \\ \quad (k = n-1, n-2, \ldots, 2, 1). \end{cases}$

注意：上述公式中 $a_{ij}^{(k)}, b_i^{(k)}$ 的上标 k，是用来区别消去过程中第 k 步利用的量。在用编程求解时，可把 $a_{ij}^{(k)}$ 存在 a_{ij} 位置，$b_i^{(k)}$ 存在 b_i 位置。

解方程组（1）$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 = -4 \\ 7x_1 + 8x_2 + 11x_3 = -3 \end{cases}$ （2）$\begin{cases} 10^{-5} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$ 此方程病态，提示：列主元消去法，第 k 步消去过程选取第 k 行绝对值最大元素 a_{kq}，交换 k 和 q 列，然后继续消去过程

选作：

魔方阵，古代又称“纵横图”，是指组成元素为自然数 1、2…n 的平方的 n×n 的方阵，其中每个元素值都不相等，且每行、每列以及主、副对角线上各 n 个元素之和都相等。

如 3×3 的魔方阵：

8	1	6
3	5	7
4	9	2

5×5 的魔方阵：

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

魔方阵的排列规律如下：

(1)将 1 放在第一行中间一列；

(2)从 2 开始直到 n×n 止各数依次按下列规则存放；每一个数存放的行比前一个数的行数减 1，列数加 1（例如上面的三阶魔方阵，5 在 4 的上一行后一列）；

(3)如果上一个数的行数为 1，则下一个数的行数为 n(指最下一行);例如 1 在第一行，则 2 应放在最下一行，列数同样加 1；

(4)当上一个数的列数为 n 时，下一个数的列数应为 1，行数减去 1。例如 2 在第 3 行最后一列，则 3 应放在第二行第一列；

(5)如果按上面规则确定的位置上已有数，或上一个数是第一行第 n 列时，则把下一个数放在上一个数的下面。例如按上面的规定，4 应该放在第 1 行第 2 列，但该位置已经被占据，所以 4 就放在 3 的下面；

试打印出奇数阶魔方阵。