Lista 7 _ Termofísica II 26/07/21
Otaviano Cruz

1) A energia de um gás de Bósons é é definida por:

$$4\pi V \int p^2 \frac{p^2}{2m}$$

$$U = \int_0^\infty \varepsilon \, g(\varepsilon) \, \overline{n}_B(\varepsilon) \, d\varepsilon \qquad dp = \frac{d\varepsilon}{\sqrt{2m\varepsilon}} \cdot 2m$$

$$= \int_0^\infty \varepsilon \left(\frac{4\pi V \, 2m\varepsilon}{h^3 \sqrt{2m\varepsilon}} \right) \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}-1} \, d\varepsilon$$

$$= \int_0^\infty \frac{4\pi V (2m)^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \varepsilon}{h^3} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}-1} \, d\varepsilon$$

$$= \frac{4\pi V (2m)^{\frac{1}{2}}}{h^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^{3/2}}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}-1} \, d\varepsilon$$

$$= \boxed{\frac{4\pi V (2m)^{\frac{1}{2}}}{h^3}} (k_B T)^{5/2} \boxed{\int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{e^{-x}-1} \, dx}$$

A

O que leva,

$$U = A (k_B T)^{5/2}$$

Para $T < T_c$, $\mu = 0$ deixando

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{3/2}}{e^{\beta\varepsilon} - 1} d\varepsilon$$

Retirando a contribuição do condensado de BE

O calor específico C_V é $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = A k_B^{5/2} \frac{5}{2} (T)^{3/2}$$

A pressão P é $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$,

$$P = \frac{A}{V} (k_B T)^{5/2}$$

2) Em duas dimensões a densidade de estados $g(\varepsilon)$

$$\Omega = \frac{V}{h^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{p} p \, dp \, d\theta \qquad d\varepsilon = \frac{p}{m} dp \qquad \varepsilon = p^2/2m$$

$$p = \sqrt{2m\varepsilon}$$

$$= \frac{2\pi V}{h^2} \int_0^{\sqrt{2m\varepsilon}} \cancel{\sqrt{2m\varepsilon}} \frac{m}{\cancel{\sqrt{2m\varepsilon}}} d\varepsilon$$

$$g(\varepsilon) = \boxed{\frac{2\pi V}{h^2} m} \rightarrow A$$

O que leva à número médio de partículas N

$$N = \int_{0}^{\infty} g(\varepsilon)\, \overline{n}_{BE}(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

$$= \int_{0}^{\infty} A \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} - 1}\, d\varepsilon$$

Em T_c, $\mu = 0$.

$$N_c = A\int_{0}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}\, d\varepsilon$$

Essa integral diverge seu resultado o que indica que em 2D não é possível obter o condensado de Bose-Einstein