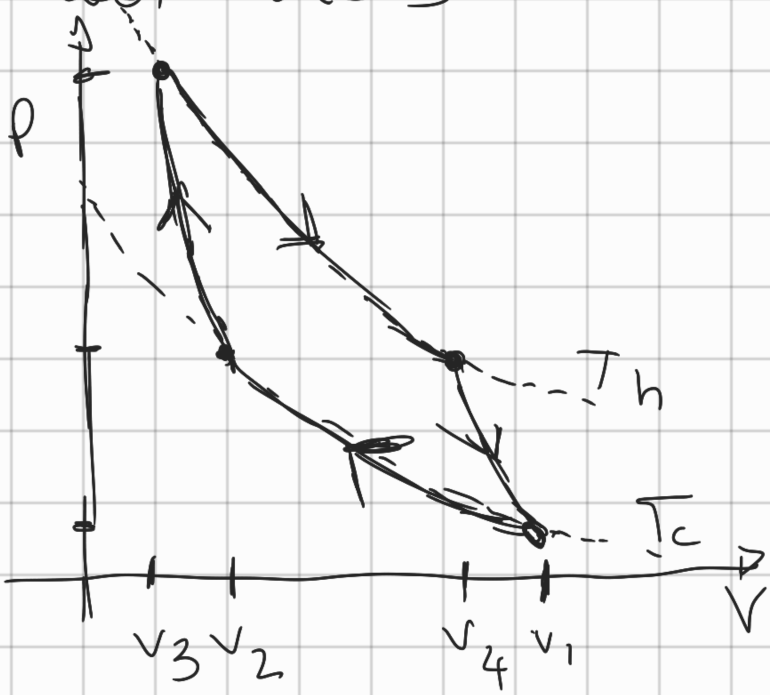
Semana 8 - Máquinas Térmicas

(04/11/20)

Otaviano Cruz

Questão 4.5)

O ciclo de Carnot faz uso de dois processos adiabáticos e dois processos isotérmicos.



O calor Q_h é cedido ao sistema pela isoterma de maior temperatura T_h.
Para um gás ideal a energia interna U é descrita apenas em função da temperatura, isso faz a 2ª Lei da Termodinâmica,

$$\cancel{\Delta U}^{0} = Q + W$$

$$Q = -W$$

O trabalho w é

$$w = Nk_B T \ln \frac{V_i}{V_f} = Q$$

Então,

$$Q_h = Nk_B T_h \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$Q_c = Nk_B T_c \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

A eficiência e é

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}\frac{\ln(V_4/V_3)}{\ln(V_1/V_2)}$$

Agora é necessário avaliar V_4/V_3 e V_1/V_2. Para isso temos as relações para os processos adiabáticos,

$$VT^{f/2}$$

Ou seja,

$$V_2 \cdot T_c^{f/2} = V_3 T_h^{f/2}$$

$$V_1 \cdot T_c^{f/2} = V_4 T_h^{f/2}$$

O que faz

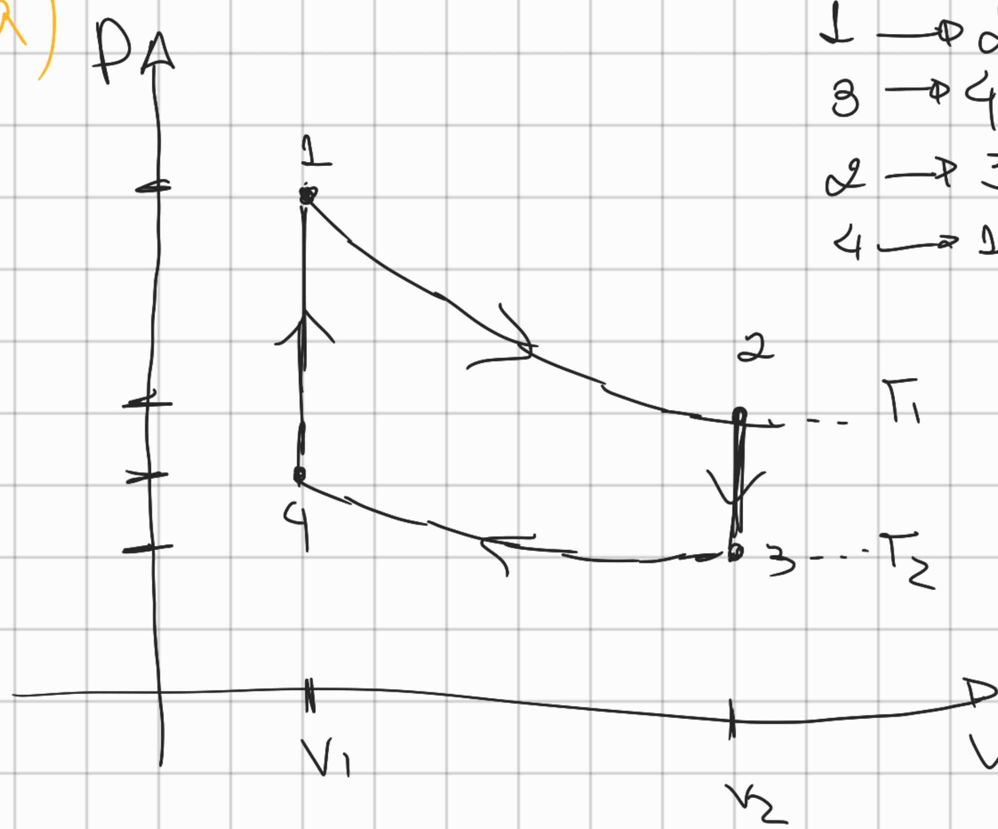
$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_4} \Rightarrow \boxed{\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}}$$

Com isso a fórmula para a eficiência fica,

$$e = 1 - T_c/T_h$$

Questão 4.21)

a)



$1 \to 2$, $3 \to 4$ } Isotermo

$2 \to 3$, $4 \to 1$ } Isovolumétrica

b) $2 \to 3$ $\quad \Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$

$$\Delta U = Q = \frac{f}{2} N k_B (T_2 - T_1)$$

$4 \to 1$ $\quad \Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$

$$\Delta U = Q = \frac{f}{2} N k_B (T_1 - T_2)$$

$1 \to 2$ $\quad Q = N k_B T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$

$$3 \rightarrow 4 \qquad Q = N k_B T_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$\begin{cases} Q_h = Q_{41} + Q_{12} \\ Q_c = Q_{23} + Q_{43} \end{cases}$$

Calculando calor

$$Q_h = \frac{f}{2} N k_B (T_1 - T_2) + N k_B T_1 \ln(V_2/V_1)$$

$$Q_c = \frac{f}{2} N k_B (T_1 - T_2) + N k_B T_2 \ln(V_2/V_1)$$

A eficiência é

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \left(\frac{\frac{f}{2} N k_B (T_2 - T_1) + N k_B T_2 \ln(V_2/V_1)}{\frac{f}{2} N k_B (T_1 - T_2) + N k_B T_1 \ln(V_2/V_1)} \right)$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1} \left[\frac{\frac{f}{2} \cancel{N k_B} \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) + \cancel{N k_B} \ln(V_2/V_1)}{\frac{f}{2} \cancel{N k_B} \left(1 - T_2/T_1\right) + \cancel{N k_B} \ln(V_2/V_1)} \right]$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1}\left[\frac{f/2\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) + \ln(V_2/V_1)}{f/2\left(1 - T_2/T_1\right) + \ln(V_2/V_1)}\right]$$

Exigindo que

$$\frac{f}{2}\left(1 - T_1/T_2\right) + \cancel{\ln V_2/V_1} < \frac{f}{2}\left(1 - T_2/T_1\right) + \cancel{\ln V_2/V_1}$$

$$1 - T_1/T_2 < 1 - T_2/T_1$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} > \frac{T_2}{T_1}}$$

Como $T_1 > T_2$ então a relação acima é válida. Ou seja, a eficiência do ciclo de Stirling é menor que a eficiência do ciclo de Carnot.

c) Adicionando o regenerador transformamos os processos $4 \to 1$ e $2 \to 3$ em adiabáticos. Fazendo o ciclo de Stirling ser igual ao ciclo de Carnot. Portanto, a eficiência é

$$e = 1 - T_c/T_h$$