2020

Alexis ROBIN, Julien MUGGEO, Guillaume TRAPET, Leo RODRIGUES

**IUT Informatique de Dijon, Groupe D2**

Modélisation – Truites et Brochets



**Sommaire**

[1) Description générale du sujet 2](#_Toc53353604)

[2) Journal de bord 2](#_Toc53353605)

[3) Modèle mathématique 4](#_Toc53353606)

[**a)** **Crevettes** 4](#_Toc53353607)

# Description générale du sujet

Le sujet que nous avons choisi pour cette première phase du module de modélisation s’intitule « Truites et Brochets ». Sans surprise, celui-ci traite donc de ces différents poissons. En effet, la mairie d’une ville de Savoie nous a contacté afin d’effectuer un repeuplement progressif de poissons dans le lac de la commune, car celui-ci a été vidé au fil des années à cause de pratiques de pêches abusives. Les espèces dont on veut contrôler l’évolution sont : Les crevettes, les truites et enfin les brochets.

Plusieurs biologistes ont étudié la reproduction de ces trois espèces à travers leurs différents stades d’existence. La mairie place dans le lac 1000 crevettes, 100 truites adultes et 100 brochets. Notre objectif est de trouver un modèle mathématique nous permettant de modéliser l’évolution de ces populations sur une période de 30 années. Afin que le lac ne se retrouve pas encore une fois vide, il faudra également trouver des quotas de pêches raisonnables et qui devront être respectés pour les truites et les brochets.

# Journal de bord

**1ère séance (02/09) :**

Durant cette première séance, notre groupe a découvert le sujet « Truite et Brochets ». Nous avons rapidement compris que nous devions faire un tableau pour regarder l’évolution de la population de crevettes dans un premier temps sur les cinq premières années. En deuxième partie de séance, deux d’entre nous se sont attardés sur le modèle mathématique que nous allions devoir adopter : nous avons transformé les informations du tableau en suites récurrentes, ce qui nous a ensuite permis d’obtenir la matrice du problème pour les crevettes. L’autre partie du groupe a commencé à regarder les truites et les brochets.

**2ème séance (07/09) :**

Comme pour la première séance, la première partie du groupe s’est occupé du côté mathématique du problème et l’autre plutôt sur l’analyse des différents problèmes. Nous avons appris que si nous voulions exprimer la population sous la forme de deux suites arithmétiques. Ces dernières nous ont permis de former la matrice correspondant aux crevettes. Nous avons ensuite fait de premières recherches sur la diagonalisation de matrice pendant que l’autre partie du groupe faisait les calculs pour les truites et les brochets.

**3ème séance (15/09) :**

La première partie du groupe a continué les recherches sur la diagonalisation des matrices. Calcul des valeurs propres et vecteurs propres pour la matrice des crevettes. La diagonalisation de la première matrice était presque terminée à ce stade. L’autre partie du groupe s’est occupée de créer le programme JAVA avec NetBeans et de créer un dépôt git. Les calculs n’étant pas encore complètement finalisés, le programme contenait seulement des classes et méthodes non implémentées

**4ème séance (24/09) :**

Lors de cette dernière séance, nous avons dans un premier temps terminer la diagonalisation de la première matrice (pour les crevettes). Ensuite, nous avons implémenté une classe gérant les matrices dans notre programme et surtout la multiplication entre matrices (le plus important dans notre cas). Nous avons également implémenté la classe gérant les crevettes et avons vérifiés que les résultats étaient en adéquation avec nos calculs préalables

**Travail supplémentaire :**

Malgré ces différentes séances, nous n’avions pas encore terminé tout ce que nous avions à faire. Il a donc fallu travailler de notre côté afin de répondre à toutes les problématiques du sujet. Il a surtout été question de continuer le programme en implémentant les classes gérant les truites et les brochets et d’essayer de trouver une solution pour trouver des quotas de pêches raisonnables pour ces deux poissons.

# Modèle mathématique

## **Crevettes**

Voici le tableau que nous avons obtenu grâce aux données du problème pour l’évolution des populations de crevettes et de larves :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Année | Larves | Adultes |
| 0 | 0 | **1 000** |
| 1 | 40 000 000 | **100** |
| 2 | 4 000 000 | 4 000 + 10 = **4 010** |
| 3 | 160 400 000 | 400 + 401 = **801** |
| 4 | 32 040 000 | 16 040 + 80 = **16 120** |
| 5 | 644 800 000 | 3 204 + 1 612 = **4 816** |

Ces résultats ont été calculés « à la main » grâce aux différentes règles de reproduction des crevettes indiquées dans l’énoncé.

Grâce à ce tableau nous avons pu définir les suites récurrentes suivantes pour représenter l’évolution de la population d’une année à l’autre :

(Ici Ln représente la population de larves et An la population de crevettes adultes)

Ces deux suites arithmétiques forment un système linéaire, elles peuvent donc être assimilées aux équations suivantes :

Ce qui nous donne la suite de matrice suivante :

Dans notre cas :

Nous avons donc une méthode de calcul par récurrence avec :

P est un vecteur représentant la population globale (Larves + Crevettes) et M est la matrice principale. C’est en fait une suite géométrique récurrente.

Cette méthode fonctionne bien mais nous voudrions également exprimer cette suite en fonction de n et de P0.

Dans les réels on a :

Pour une suite géométrique.

On peut prouver que le fonctionnement est le même avec les suites de matrices. On a donc :