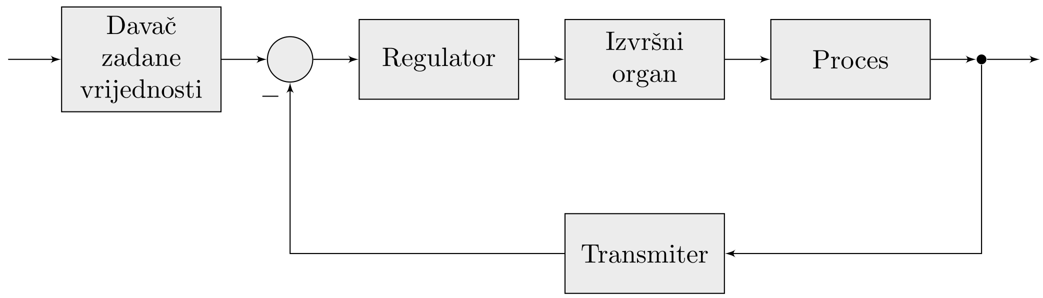
Predavanje 1

Osnovna struktura upravljanja



Na LSAU smo radili *linearne kontinualne stacionarne sisteme sa skoncentrisanim parametrima.* Vremenske funkcije se označavaju sa $f(t)$ i na njih namećemo određene uslove. Na LSAU sve funkcije se prenose u cijelosti, tj. u kontinuitetu.

> Funkcije koje se prenose u kontinuitetu su podložne dejstvu smetnji i šumova. Svaki šum i svaka smetnja se superponira na funkciju. Dejstva smetnji i šumova se povećavaju sa povećanjem spojnog puta kojim prenosimo signale. To je prvi razlog zašto se prešlo na digitalne sisteme upravljanja.

Na LSAU, regulator je bio kontinualni, klase PID. Na DSU imamo digitalni regulator. Samo se taj element mijenja u odnosu na LSAU. Zato je uvedeno digitalno upravljanje. Ovdje se prenose pojedine vrijednosti signala. *Kod DSU, obrada i prenos signala daju osnovnu prednost zašto se koristi digitalno upravljanje.*

> Prednosti DSU:
>
> 1. Manji uticaj smetnji i šumova,
> 2. Isti element upravljanja se može koristiti za upravljanje sa više tehnoloških veličina,
> 3. Isti spojni put možemo koristiti za više tehnoloških veličina.

Diskretizacija po nivou

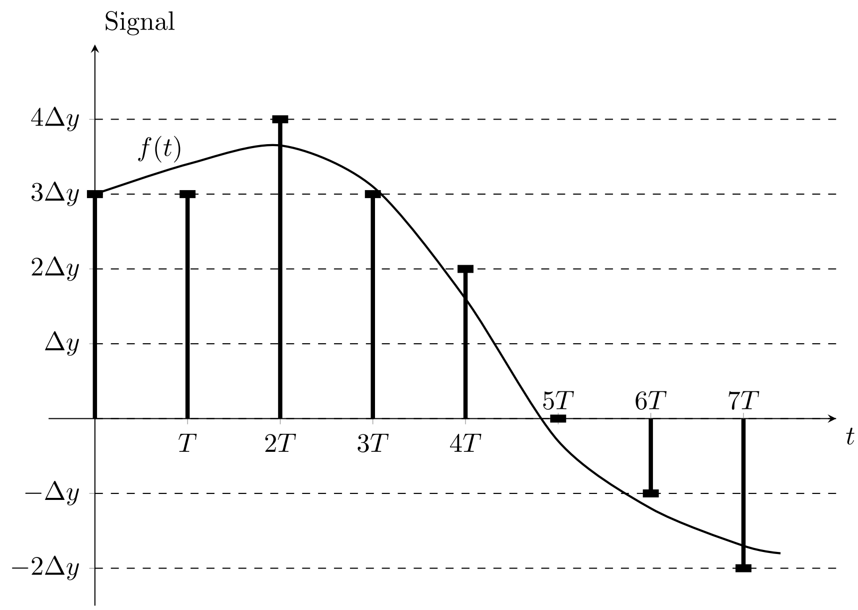
Zadani su unaprijed nivoi koje signal treba da postigne. Pojava te vrijednosti generiše određeni izlaz. Od oblika signala zavisi trenutak kada će biti postignut koji nivo. Ovakvi sistemi se nazivaju relejni - dobro su proučeni, masovno se koriste.

Diskretizacija po vremenu

Unaprijed se fiksiraju trenuci uzimanja odabiraka. Najbolje je uzeti fiksne vremenske intervale između dva susjedna odabirka. Uzima se vrijednost signala u trenutku odabiranja. Ovakvi sistemi se zovu impulsni sistemi.

Diskretizacija i po nivou i po vremenu

Zadaju se konstantne vrijednosti nivoa i konstantni trenuci odabiranja (ovo mi ne zvuči dobro, možda je mislio reći konstantno vrijeme ili intervali odabiranja).



Slika 1: Diskretizacija i po nivou i po vremenu

Δy se naziva kvantom. Kvant je konstantan i predstavlja razliku između dva susjedna kvantna nivoa. T je perioda uzorkovanja po vremenu i ona je konstantna, a predstavlja vremenski interval između dva susjedna odabirka.

Vrijednost signala u trenutku odabiranja $t = kT$, $k = 0, 1, 2, ...$ je $f(kT)$, $k = 0, 1, 2, ...$ i naziva se odabirak i ima konstantnu vrijednost. U DSU se uzima bliža vrijednost cijelom broju kvantnih nivoa.

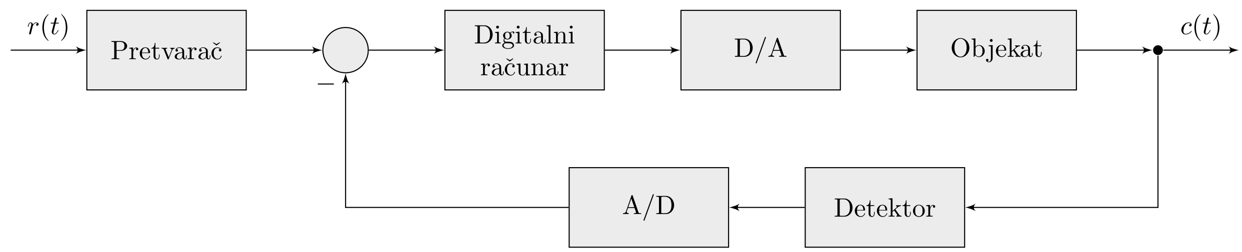
Na izlazu uređaja koji odabira vrijednosti signala se javljaju odabirci sa cijelim brojem kvantnih nivoa. To je razlog zašto je eliminisan uticaj smetnji i šumova.

Digitalni računar mora raditi u realnom vremenu - odabirak upravljačke instrukcije se mora generisati prije pristizanja narednog odabirka na ulaz. Izračunavanje odabirka upravljačke instrukcije mora se završiti prije isticanja te periode uzorkovanja i taj odabirak vrijedi na toj periodi. Određivanje odabirka upravljačke instrukcije mora biti kraće od periode uzorkovanja.

Uređaji koji vrše odabiranje signala nazivaju se modulatori ili analogno-digitalni konvertori. Pretvaraju analogni signal u povorku odabiraka. Odabirak je jedna vrijednost. Cijeli broj kvanata se predstavlja binarnim kodom. Prilikom pretvaranja kontinualnog signala u povorku odabiraka moramo sačuvati informaciju. Čuvamo je tako što biramo kvant što manji i periodu uzorkovanja što manju. Odabirak je napisan u binarnom kodu. Kada bismo pustili da $T \to 0$ onda bismo ponovo dobili kontinualan signal.

Na digitalni regulator (digitalni računar, program, procesor, kontroler) dolaze digitalne riječi, po zadatom algoritmu upravljanja će generisati odabirak upravljačke instrukcije koja će upravljati procesom. Na istoj periodi uzorkovanja je i odabirak na ulazu i odabirak na izlazu.

Elementarna struktura upravljanja u digitalnim sistemima



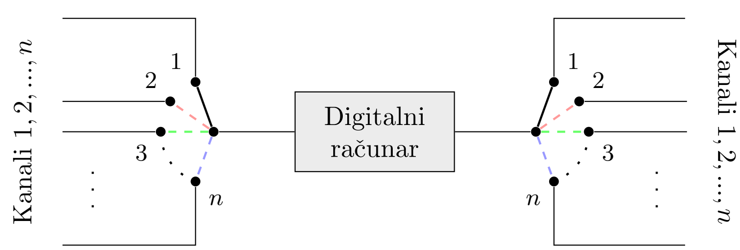
Digitalni računar (elemenat kojim upravljamo sistemom) generiše odabirak upravljačke instrukcije. Te odabirke (digitalne signale) pretvaramo u digitalno-analognom konvertoru (DAC). U povratnoj grani u LSAU je bio transmiter, ovdje je detektor (uobičajeno ime), koji mjeri stanje objekta kojim upravljamo i to je po pravilu kontinualni signal, neki od standardnih mjernih signala.

> Detektor (transmiter) mjeri stanje objekta kojim upravljamo i to je po pravilu kontinualni signal, neki od standardnih mjernih signala.

> A/D konvertor pretvara kontinualni signal u digitalni koji se dovodi na komparator i upoređuje sa onim što smo zadali.

Može biti direktno doveden signal koji je predstavljen digitalnim riječima. Pretvarač pretvara kontinualni signal u digitalni zapis, dobiju se digitalne riječi.

> Kada računar izračuna odabirak upravljačke instrukcije možemo ga pustiti da miruje i obično se daju neke druge zadaće da obavlja do isteka periode upravljanja:
>
> 1. Obrada mjernih signala,
> 2. Procjena upravljačkih instrukcija (to znači narednog odabirka),
> 3. Identifikacija procesa,
> 4. Izračunavamo podatke za naredni odabirak u kojima učestvuju do sada poznati podaci,
> 5. Adaptacija parametara.



Slika 2: Digitalni računar sa komutatorima

Komutator na ulazu i komutator na izlazu digitalnog računara moraju biti sinhronizovani. Oni imaju svoja napojna kola i imaju kola za sinhronizaciju. Ako procesor upravlja sa više kanala, procesiranje se mora izvršiti unutar periode odabiranja. Proces je spori ako je inerciona vremenska konstanta veća od inercionih vremenskih konstanti ostalih elemenata u sistemu.

Za kontinualni signal definišemo periodu uzorkovanja i kvantni nivo. Broj kvantnih nivoa treba biti što veći, a perioda uzorkovanja što manja, da sačuvamo informaciju. Ako je kvantni nivo dovoljno mali, onda možemo smatrati da je cijeli broj kvantnih nivoa u svakom trenutku uzorkovanja jednak vrijednosti signala u trenutku uzorkovanja. U tom slučaju je $f(kT) = f(t)$ za $t = kT$, $k = 0, 1, 2, ...$ Na ulaz A/D konvertora se dovodi signal - ako je brzina promjene signala mala što znači da promjena na narednoj periodi uzorkovanja je manja od jednog kvantnog nivoa, signal se može dovesti direktno na A/D konvertor. Ako je promjena na narednoj periodi uzorkovanja manja od jednog kvantnog nivoa to znači da se binarna riječ neće promijeniti na najmlađoj cifri (ona koja je zadnja). Ako je promjena kontinualnog signala na narednoj periodi veća od jednog kvantnog nivoa onda se vrijednost odabirka u tom trenutku uzorkovanja zadržava konstantnom na narednoj periodi uzorkovanja. Uzima se odabirak $f(kT)$, zadržava konstantnim za $kT \leq t < (k+1)T$ i to rade kola zadrške. Smanjivanjem periode uzorkovanja bolje aproksimiramo kontinualni signal.

Predavanje 2

Kod A/D konvertora biramo između cijene i brzine konverzije.

Zahtjevi koji se postavljaju na A/D konvertore:

1. Brzina uzimanja odabiraka
2. Rezolucija
3. Vrijeme konverzije
4. Greška uslijed očitanja
5. Memorijski moduli

Brzina uzimanja odabiraka: Ako se signal mijenja na narednoj periodi uzorkovanja manje od jednog kvantnog nivoa, na ADC taj signal možemo direktno dovesti. Ako je ova promjena veća od jednog kvantnog nivoa potrebno ga je dovesti na kolo zadrške nultog reda. Vrijednost $f(kT)$ se zadržava za $kT \leq t < (k+1)T$. $f(kT)$ je odabirak u k-tom trenutku uzimanja uzorka. Ako je kvantni nivo dovoljno mali onda možemo smatrati da vrijednost signala $f(t)$ je upravo $f(kT)$.

Brzina uzimanja odabiraka je gustina uzimanja odabiraka i što su odabirci gušći kvantovanje po vremenu je češće, perioda uzorkovanja je manja i bolja je aproksimacija kontinualnog signala $f(t)$ stepenastim signalom.

Rezolucija je podatak koji predstavlja preciznost predstavljanja kontinualnog signala povorkom odabiraka. Mora biti što veći broj kvantnih nivoa. Na ulazu ADC je stepenasti signal a na izlazu je povorka odabiraka izražena u binarnom kodu što predstavlja digitalne riječi, pa je preciznost bolja što je veća dužina digitalne riječi.

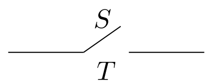
Vrijeme konverzije je vrijeme koje protekne od trenutka dovođenja odabirka $f(kT)$ na ulaz ADC pa do trenutka kad se na njegovom izlazu pojavi binarni zapis tog odabirka. To vrijeme je konačno. Pa imamo uzimanje odabirka $f(kT)$, zadržavanje te vrijednosti na narednoj periodi uzorkovanja, jer ne smije biti promjena signala na toj periodi uzorkovanja dok traje proces konverzije tj. prevođenja u binarni kod. Vrijeme kodiranja ne smije biti duže od jedne periode uzorkovanja jer procesor mora raditi u realnom vremenu. Vrijeme konverzije predstavlja čisto transportno kašnjenje ili vrijeme kašnjenja. Ono negativno utiče na stabilnost sistema, koji mora biti stabilan.

Memorijski moduli: Zadržavanje vrijednosti odabirka na narednoj periodi uzorkovanja je memorisanje. Kad se izračuna odabirak upravljačke instrukcije po zadatom algoritmu, on mora vrijediti na narednoj periodi uzorkovanja dok se ne izračuna sljedeći.

Izlaz sa ADC je signal niskog energetskog nivoa i takav signal se ne može direktno dovesti na tehnološko postrojenje odnosno objekat upravljanja. Takvi signali se dovode na pojačavač snage ili naponsko-strujni konvertor. Dalje se vode na izvršni organ sa ili bez servo motora pa onda na proces. Sam objekat upravljanja ima strukturu kao na sljedećoj slici:

Slika 3: Objekat upravljanja

Dalje poopštenje da se jednostavnije crtaju strukture u digitalnim sistemima upravljanja jeste da ne crtamo komutatore. Napojne jedinice i kola sinhronizacije nisu nacrtani, nego se to samo simbolički naznači. Simbolička oznaka jeste da imamo signal $f(t)$ koji je kontinualan, ma šta on bio, diskretizaciju vršimo preklopkom, damo joj ime S i obrće se konstantnom ugaonom brzinom što simbolički označavamo konstantnom periodom uzorkovanja.

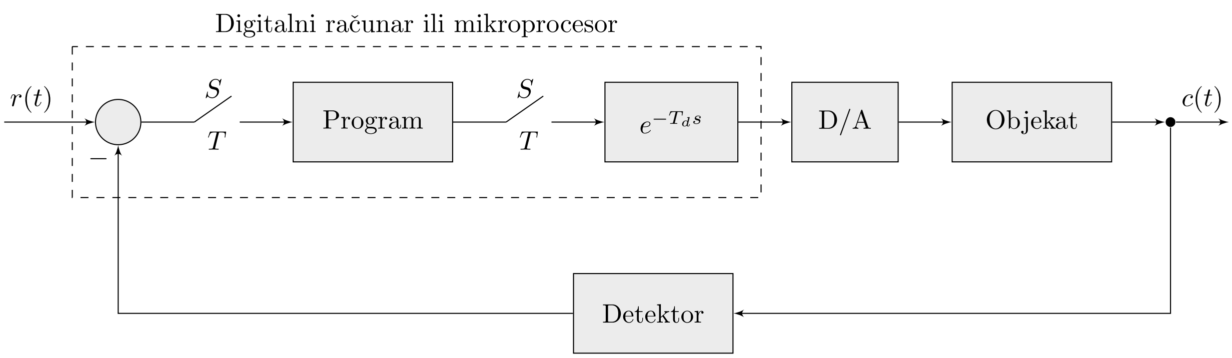


Slika 4: Simbolička oznaka idealnog odabirača sa periodom T

Na izlazu je povorka odabiraka, obilježava se sa $f^*(t)$ ili $f(kT)$. Tada je:

$$f^*(t) = \begin{cases} f(kT), & t = kT, k = 0, 1, ... \\ 0, & t \neq kT \end{cases}$$

Ako je $t = kT$ i ako je kvantni nivo dovoljno mali onda kontinualni signal $f(t)$ aproksimiramo povorkom odabiraka i svaki odabirak možemo smatrati da predstavlja upravo vrijednost kontinualnog signala u trenutku odabiranja. Ako simbličku oznaku uvedemo u osnovnu strukturu upravljanja, onda dobijamo sljedeću sliku:



T_d je vrijeme kašnjenja i u njemu je sadržano: vrijeme uzimanja odabirka, zadržavanje tog odabirka na narednoj periodi uzorkovanja (tj. memorisanje), vrijeme kodiranja (prevođenje u digitalnu riječ) i vrijeme izračunavanja odabirka upravljačke instrukcije po zadatom algoritmu upravljanja.

Objekat, DAC, detektor i pretvarač su kontinualni dijelovi sistema. Ostali su digitalni.

Digitalni dio sistema sa procesorom u glavnoj ulozi dobija odabirke i generiše odabirke - dobija odabirke regulacione greške ili ih formira. Uzimanje odabirka, zadržavanje, kodiranje i izvršenje traju neko transportno kašnjenje T_d koje negativno utiče na sve sisteme.

Proces odabiranja i zadrške

Uzmimo neki kontinualni signal. Horizontalna osa je vremenska. Nacrtajmo bilo gdje vremensku osu. Ona nam služi da nanesemo vrijednost signala. Neka sistem počinjemo analizirati u nekom trenutku kT. $f(t)$ je signal čiju diskretizaciju vršimo.

$f_h(t)$ možemo predstaviti kao zbir pravougaonih četvorki.

$$f_h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left\{h(t-kT) - h[t-(k+1)T]\right\} \quad \Big/ \circ \mathcal{L}$$

$$F_h(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\frac{1-e^{-Ts}}{s}e^{-kTs} = \frac{1-e^{-Ts}}{s}\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)e^{-kTs} = G_h(s)F^*(s)$$

$$G_h(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s}, \; F^*(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}$$

$G_h(s)$ je prenosna funkcija koja nosi podatak o zadržavanju odabirka na narednoj periodi uzorkovanja. $F^*(s)$ je kompleksni lik (Laplaceova transformacija) povorke odabiraka. Inverzna Laplaceova transformacija je:

$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\delta(t-kT)$$

Ova relacija kaže da se odabirak uzima trenutačno (samo u jednom trenutku) pa se to odabiranje naziva idealno matematičko odabiranje.

Uzimanje odabirka i kodiranje traje neko vrijeme - ne može se vršiti trenutačno, nego to mora trajati neko vrijeme ε. Na narednoj periodi uzorkovanja ne smije biti promjena signala veća od jednog kvantnog nivoa. Onda je sigurno manja od jednog kvantnog nivoa na jednom ε.

$$\begin{aligned} f_\varepsilon(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\left\{h(t-kT) - h\left(t-kT-\varepsilon\right)\right\} \quad \Big/ \cdot \tfrac{\varepsilon}{\varepsilon} \\ &= \varepsilon \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\frac{h(t-kT)-h(t-kT-\varepsilon)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

$$f_\varepsilon^*(t) = \varepsilon \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\delta(t-kT)$$

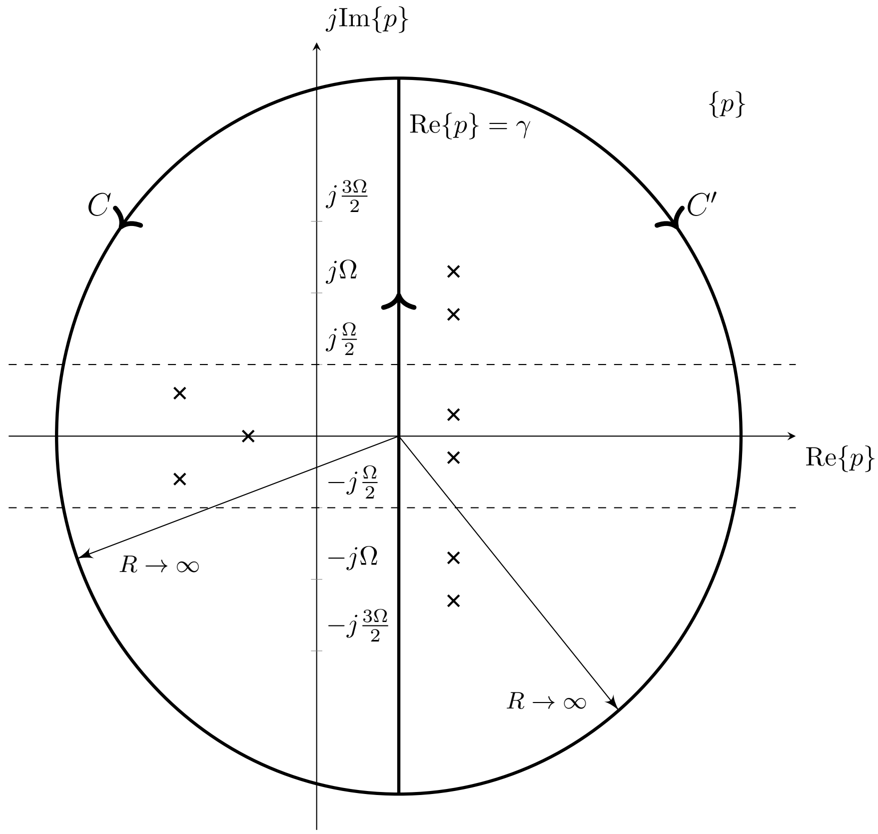
Ovakvo odabiranje se naziva idealno fizičko odabiranje. Kod idealnog fizičkog odabiranja trebamo dobiti isti rezultat.

$$F_h(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{\varepsilon s}\left[\varepsilon \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}\right] = G_{h\varepsilon}(s)F_\varepsilon^*(s)$$

$$G_{h\varepsilon}(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{\varepsilon s}, \; F_\varepsilon^*(s) = \varepsilon \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}$$

Kompleksni lik i frekventne karakteristike povorke odabiraka

Impulsna modulacija:



Svi tehnički sistemi su kauzalni što znači da je $f(t) \equiv 0$ za svako $t < 0$. Nailazak delta funkcije uzima vrijednost funkcije u tom trenutku.

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT)$$

jer su svi signali koji nose informaciju kauzalni.

$$f^*(t) = f(t)i(t)$$

Prvi oblik kompleksnog lika $F^*(s)$:

$$\mathcal{L}\{f(t)i(t)\} = F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}$$

Povorka odabiraka mora sačuvati informaciju. Ponekad moramo moći kompleksni lik povorke odabiraka ako poznajemo kompleksni lik $F(p)$. Ako imamo takav slučaj onda je to definisala konvolucija u kompleksnom domenu pa je:

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\mu-j\infty}^{\mu+j\infty} F(p)I(s-p)\mathrm{d}p$$

$F(p)$ je Laplaceova transformacija originala koji nosi informaciju. Da bi se ovaj integral mogao odrediti onda mora postojati prava $\mathrm{Re}(p) = \gamma$ koja će razdvajati singularitete tipa polova podintegralnih funkcija.

$$I(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs}$$

Ovu sumu možemo odrediti ako je to geometrijska progresija i onda je jednaka

$$\frac{1}{1-e^{-Ts}}, \ |e^{-Ts}| < 1$$

Egzistiraće prava $\mathrm{Re}(p) = \gamma$ koja će razdvojiti singularitete tipa polova podintegralnih funkcija ako je $\mathrm{Re}(s) > 0$. $F(p)$ je Laplaceova transformacija naše informacije - ona mora biti sastavljena od komponenti koje moraju imati prigušenje ili eksponencijalno opadajuće funkcije. $F(p)$ će imati polove u lijevoj poluravni kompleksne ravni $\{p\}$, a druge podintegralne funkcije će imati polove u desnoj poluravni kompleksne ravni.

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{\gamma-j\infty}^{\gamma+j\infty} F(p)\frac{1}{1-e^{-T(s-p)}}$$

Karakteristična jednačina kompleksnog lika povorke delta funkcija je:

$$1 - e^{-T(s-p)} = 0$$

$$e^{-T(s-p)} = 1$$

$$p_n = s + jn\frac{2\pi}{T} = s + jn\Omega, \ n = 0, \pm1, \pm2, ...$$

$\Omega = \frac{2\pi}{T}$ se naziva perioda uzorkovanja u frekventnom domenu ili kružna učestanost odabiranja. Kompleksni lik $F^*(s)$ možemo određivati polovima, preko rezidijuma, na dva načina. Možemo zatvoriti konturu na lijevu stranu ili na desnu stranu. Kada idemo po konturi C stepen polinoma u nazivniku kompleksnog lika $F(p)$ mora biti barem za 2 veći od stepena polinoma u brojniku: $n \geq m + 2$.

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{\mu-j\infty}^{\mu+j\infty} \frac{P(p)}{\prod_{i=1}^{n}(p-p_i)} \cdot \frac{1}{1-e^{-T(s-p)}} \ \mathrm{d}p$$

Drugi oblik kompleksnog lika $F^*(s)$:

$$F^*(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \cdot \frac{1}{1-e^{-T(s-p_i)}}$$

Kada idemo po konturi C' mora biti $n \geq m + 1$. U ovom slučaju dobijamo da je kompleksni lik:

Treći oblik kompleksnog lika $F^*(s)$:

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s + jn\Omega) + \frac{1}{2}f(0^+)$$

Ovaj oblik se koristi u obradi i prenosu digitalnih signala.

Predavanje 3

Osobine kompleksnog lika povorke odabiraka

Kompleksni lik $F^*(s)$ je kompleksni lik povorke odabiraka originala i ima dvije osobine:

1. Kompleksni lik je periodična funkcija sa periodom ponavljanja $j\Omega$.

   Polazi se od prvog oblika:

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}$$

Ako kompleksnu promjenljivu s zamijenimo sa $s + jm\Omega$, gdje je m cijeli broj, onda dobijamo

$$\sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kT(s+jm\Omega)} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs}e^{-jkTm\Omega}$$

Pošto je kružna učestanost odabiranja jednaka $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, onda je $kTm\frac{2\pi}{T} = 2km\pi$ pa je

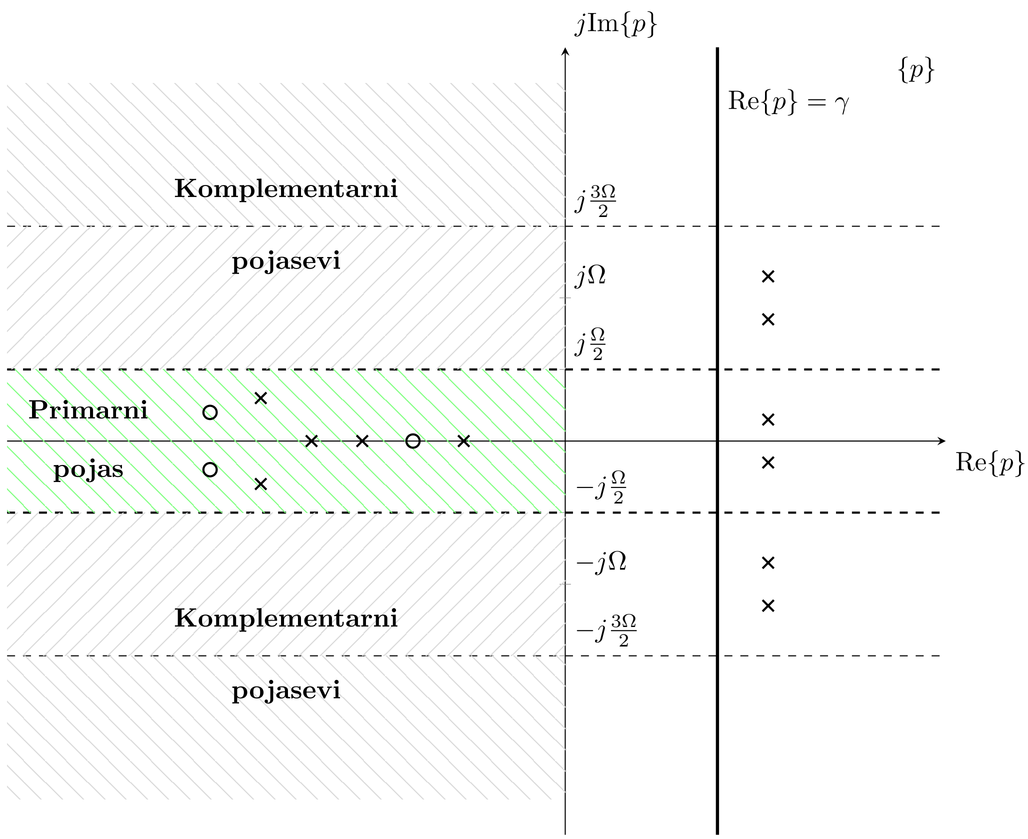
$$e^{-j2km\pi} = 1$$

$$F^*(s) = F^*(s + jm\Omega)$$

To znači da je $F^*(s)$ periodična funkcija sa periodom ponavljanja $j\Omega$ i ide i na jednu i na drugu stranu do beskonačnosti.

2. Ako poznajemo funkciju $F^*(s)$ u s_1 onda istu vrijednost funkcija $F^*(s)$ ima i u svim tačkama $s_1 + jm\Omega$. Pošto karakteristične tačke (polovi i nule) moraju ležati u lijevoj poluravni kompleksne ravni, onda znamo da polovi i nule mogu biti realni negativni jednostruki ili višestruki, i mogu biti u obliku konjugovano kompleksnih parova ali njihov položaj mora biti unutar $j\Omega$ pa konjugovano kompleksni par može biti sa pozitivnim imaginarnim dijelom ili sa negativnim imaginarnim dijelom i najviše $\Omega/2$.

Pa se lijeva poluravan kompleksne ravni $\{p\}$ dijeli na primarni pojas i komplementarne pojaseve koji se multipliciraju iznad i ispod primarnog pojasa do beskonačnosti.



Unutar primarnog pojasa moraju biti sve karakteristične tačke kompleksnog lika $F^*(s)$, od $-j\Omega/2$ do $j\Omega/2$. Pitanje Područje $-\frac{\Omega}{2} \leq \omega \leq \frac{\Omega}{2}$ naziva se **Nyquistovo područje učestanosti.**

Karakteristike frekventnog spektra povorke odabiraka

Poći ćemo od 3. oblika kompleksnog lika $F^*(s)$

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s + jn\Omega) + \frac{1}{2}f(0^+)$$

Prilikom diskretizacije kontinualnog signala moramo sačuvati informaciju bez obzira kojim matematskim aparatom radili. Ako pođemo od ovog oblika onda ga koristimo za projektovanje digitalnih filtera i za digitalnu obradu i prenos signala. Ništa nećemo izgubiti na opštosti ako kažemo da je $f(0^+) = 0$. To je neka istosmjerna komponenta. Frekventne karakteristike dobijamo ako kompleksnu promjenljivu zamijenimo njenim imaginarnim dijelom i to smo nazvali Fourierovom transformacijom. Tada dobijamo

$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(j\omega + jn\Omega)$$

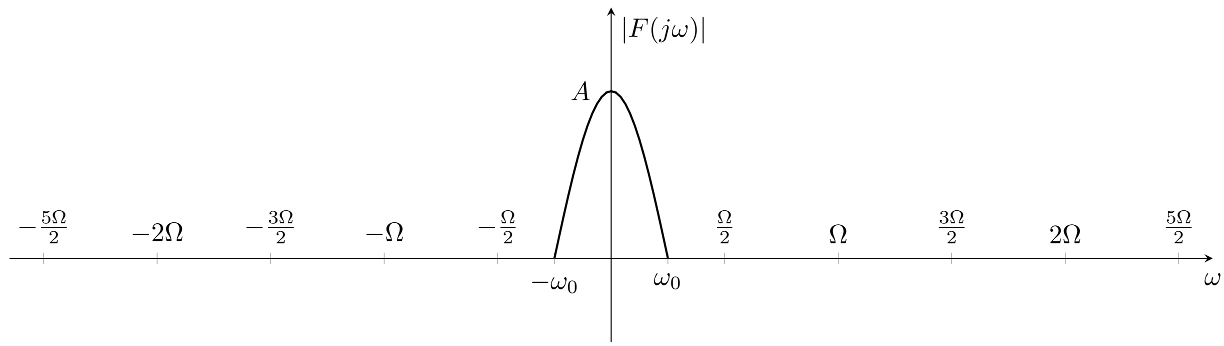
Primarni pojas je za $n = 0$:

$$F^*(j\omega)|_{n=0} = F_0^*(j\omega) = \frac{1}{T}F(j\omega)$$

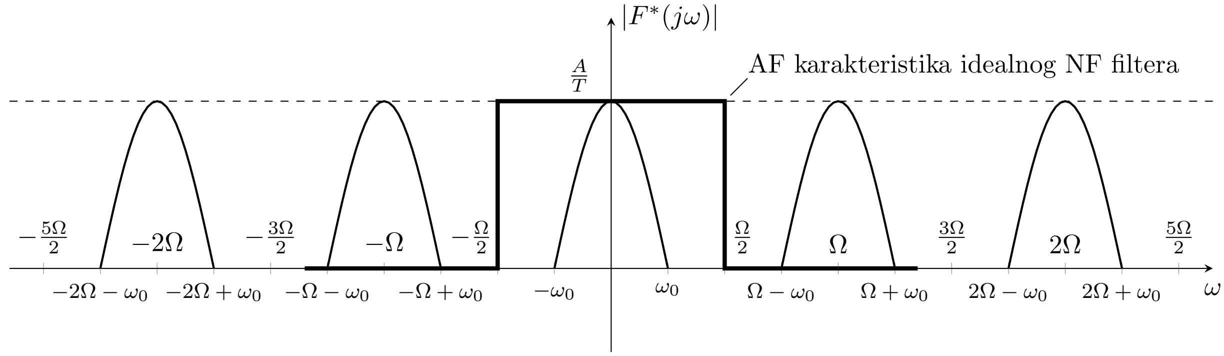
Naš signal je $f(t)$. Izvršili smo diskretizaciju periodom uzorkovanja $f(t)$ i onda je $F(j\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$. Pa sada vidimo da unutar Nyquistovog područja učestanosti mi imamo sve frekventne komponente signala koji nosi informaciju, jer je $F(j\omega)$ Fourierova transformacija naše informacije, a T smo odabrali na osnovu brzine promjene signala. U Nyquistovom području imamo sve frekventne komponente, odnosno diskretizacijom smo sačuvali informaciju. Amplitudno-frekventne karakteristike su

$$|F^*(j\omega)| = \frac{1}{T}\left|\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(j\omega + jn\Omega)\right| \leq \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} |F(j\omega + jn\Omega)|$$

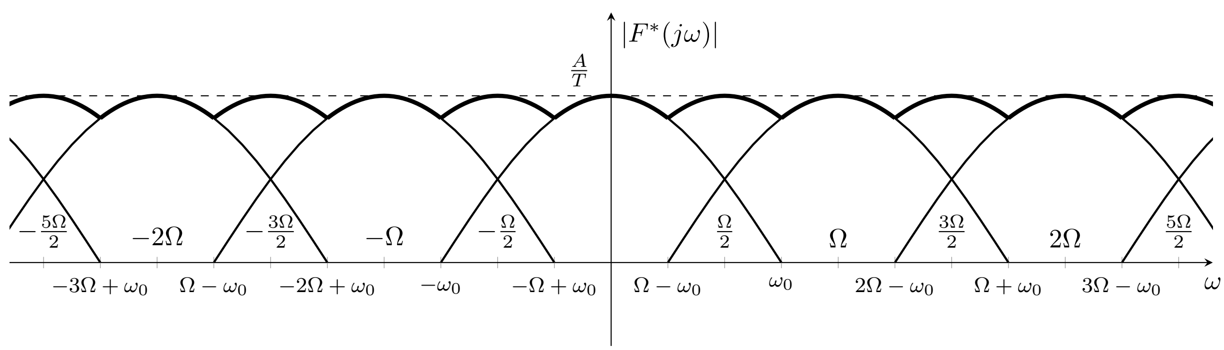
Vidimo da je informacija koju nosi signal $f(t)$ (original) cjelovito sačuvana unutar Nyquistovog područja učestanosti i u beskonačno drugih komplementarnih pojaseva pri čemu je svaki naredni komplementarni pojas po učestanosti pomjeren u područje viših frekvencija za $n\Omega$. Pošto se radi o idealnom matematičkom odabiranju onda impulsni modulator se može shvatiti kao generator koji na svom ulazu ima prosto-periodični signal amplitude A i kružne učestanosti ω, on na svome izlazu generiše signal u Nyquistovom području učestanosti amplitude A/T i kružne učestanosti ω i u beskonačno mnogo komplementarnih pojaseva iste amplitude A/T i učestanosti pomjerene za $n\Omega$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ Neka imamo na ulazu:



Slika 5: Amplitudno-frekventni spektar ulaznog signala

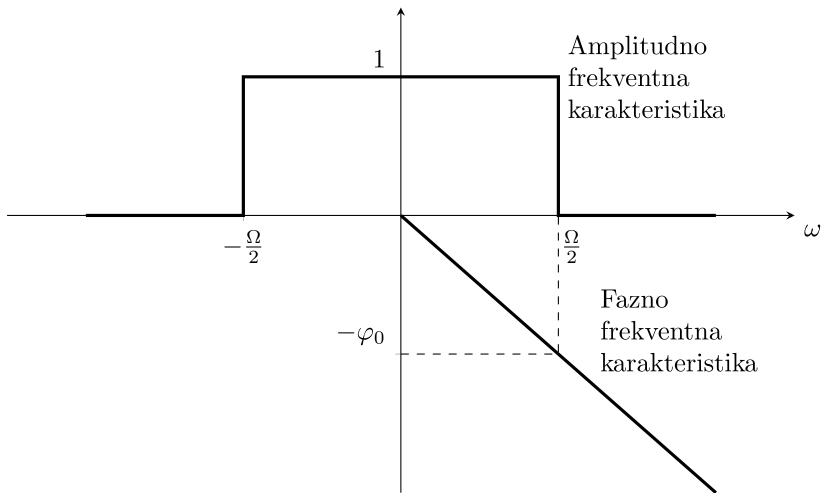


Slika 6: Slučaj kada smo ispravno odabrali T



Slika 7: Slučaj kada smo pogrešno odabrali T

Granična kružna učestanost je ω_0 i $-\omega_0$. To je frekvencija najvišeg harmonika u našoj informaciji. Kada je $|\omega_0| \leq \frac{\Omega}{2}$, ne dolazi do preklapanja frekventnih spektara. Ako se vratimo u kompleksnu ravan $\{p\}$, polovi kompleksnog lika $F^*(s)$ leže unutar primarnog pojasa. Ako je $\omega_0 > \frac{\Omega}{2}$, onda dolazi do preklapanja frekventnih spektara povorke odabiraka pa se oni zbroje. Ovo je slučaj kada smo pogrešno odabrali periodu uzorkovanja u vremenskom domenu. **Pitanje** Ako je došlo do preklapanja gubimo informaciju.



Slika 8: Frekventne karakteristike idealnog NF filtera

Ako na ovakvo kolo dovedemo povorku odabiraka na ulaz, na izlazu se dobije $f(t - T_d)$. T_d se naziva grupno kašnjenje i jednako je koeficijentu nagiba pravca fazno frekventne karakteristike, tj. $T_d = \frac{2\varphi_0}{\Omega}$. Ovaj niskopropusni filter je hipotetički, on praktično ne postoji.

Teorema odabiranja

1. Uzorkovanjem u vremenskom domenu mi dobijamo povorku odabiraka koja mora sačuvati informaciju. Perioda uzorkovanja u vremenskom domenu ne može imati veliku vrijednost, ali ne može biti ni previše mala. Unutar periode uzorkovanja mora se uzeti odabirak i prevesti u digitalnu riječ, po zadatom algoritmu upravljanja izračunati odabirak upravljačke instrukcije i taj odabirak vrijedi na toj periodi uzorkovanja. Ako je brzina promjene signala velika, moramo zadržati tu vrijednost. Perioda uzorkovanja ne može biti previše mala zato što ne postoje kola koja će trenutačno uzimati odabirak i kodirati. To traje neko vrijeme, odnosno ne postoji idealno matematičko odabiranje.

2. Odabirak mora trajati barem neko $\varepsilon << T$ ali je konačno, nije nulto, jer se unutar tog ε uzima odabirak i zadržava vrijednost dok se ne izvrši prevođenje u binarni zapis.

3. Sa smanjivanjem periode uzorkovanja širi se Nyquistovo područje učestanosti i povećava uticaj smetnji i šumova pa sa povećanjem udaljenosti na koju se prenosi signal ovi uticaji su veći. To znači da perioda uzorkovanja mora biti ograničena i sa donje strane. Moramo imati slučaj kada ne dolazi do preklapanja frekventnih spektara.

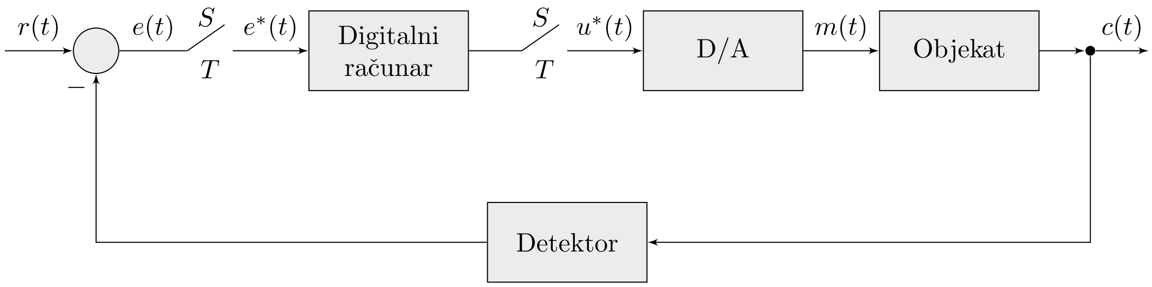
Teorem. Ako unutar kružne učestanosti ω_0 [rad/s] nema komplementarnih kružnih učestanosti, onda se izlaz sa niskopropusnog filtera može u potpunosti aproksimirati ako je uzeta perioda uzorkovanja $T = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\omega_0}$, gdje je ω_0 granična kružna učestanost signala $f(t)$. Ovo je teorijski maksimum i T se bira manjom zato što je

1. Odabir velike periode T u DSU u odnosu na realnu dinamiku sistema negativan uticaj na pitanje stabilnosti sistema. **Pitanje**

2. Teško je u praksi odrediti graničnu učestanost u frekventnom spektru,

3. U praksi ne postoje idealni niskopropusni filteri.

Kola zadrške



Njihova osnovna zadaća je da digitalni signal (povorku odabiraka koja dolazi sa digitalnog računara) pretvore u kontinualni. Druga zadaća je da ukloni ili barem u potrebnoj mjeri priguši komplementarne harmonike. Na ulaz kola zadrške dolazi signal $u(0), u(T), u(2T), ..., u(kT)$ u trenucima $0, T, 2T, ..., kT$. Na izlazu treba da se pojavi kontinualni signal - taj kontinualni signal mora trajati na narednoj periodi uzorkovanja $kT \leq t < (k+1)T$. $m(t)$ (ulaz na objekat) je kontinualna funkcija, a kolo zadrške treba dati kontinualni signal a ima na raspolaganju povorku odabiraka. Pa da bismo matematski to napisali razvićemo tu funkciju u Taylorov red. Pošto signal treba biti kontinualan na narednoj periodi uzorkovanja, onda ćemo kazati

$$m_k(T) = m(kT) + m^{(1)}(kT)(t - kT) + \frac{1}{2!}m^{(2)}(kT)(t - kT)^2 + ...$$

Ovo je Taylorov red signala $m(t)$, pa je $m_k(t)$ jednako $m(t)$, na periodi uzorkovanja $kT \leq t < (k+1)T$.

$$m^{(1)}(kT) = \left.\frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=kT},\ m^{(2)}(kT) = \left.\frac{\mathrm{d}^2 m(t)}{\mathrm{d}^2 t}\right|_{t=kT}, ...$$

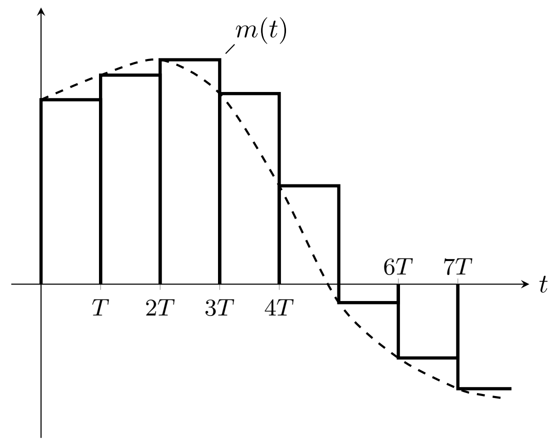
Problem je što $m(t)$ ne znamo - znamo samo povorku odabiraka - pa ćemo na osnovu povorke odabiraka koristiti definiciju izvoda:

$$m^{(1)}(kT) = \tfrac{1}{T}\{m(kT) - m[(k-1)T]\}$$
$$m^{(2)}(kT) = \tfrac{1}{T}\{m^{(1)}(kT) - m^{(1)}[(k-1)T]\}$$
$$m^{(2)}(kT) = \tfrac{1}{T^2}\{m(kT) - 2m[(k-1)T] + m[(k-2)T]\}$$

Pa vidimo da sve što više koristimo izvoda u Taylorovom razvoju za procjenu, to ćemo imati više odabiraka na ulazu koje ćemo koristiti. Za n-ti izvod koristimo $n+1$ odabirak za procjenu, odnosno povećava se zahtjev za memorijskim mjestima. Svaki od ovih odabiraka treba umemorisati i kad zatreba treba ga povući iz memorije i učitati, što traje određeno vrijeme. Kolo zadrške nultog reda koristi u Taylorovom razvoju samo prvi član, a kolo zadrške prvog reda koristi i prvi izvod i samo na narednoj periodi uzorkovanja je duž koja je dio tog pravca.

Kolo zadrške nultog reda

Imamo da je $m_k(t) = u(kT)$ za $kT \leq t < (k+1)T$, $k = 0, 1, ...$



Uzet ćemo da imamo jedinični odabirak (jedinični impuls). On je amplitude 1 pa odziv kola zadrške nultog reda na pobudu koja je jedinični odabirak ili jedinični impuls će biti:

$$g_{h0}(t) = h(t) - h(t-T) \ / \circ \mathcal{L}$$

$$G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

U ovoj prenosnoj funkciji imamo dva problema.

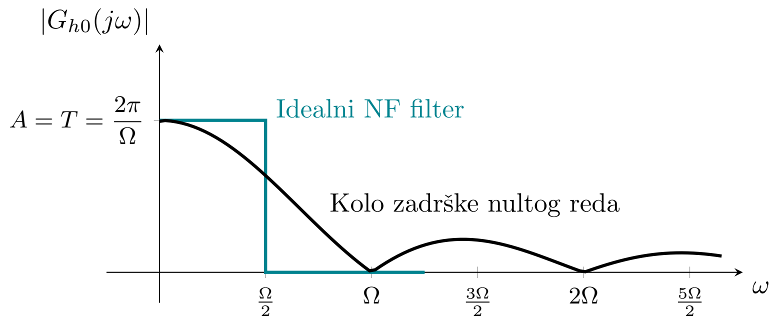
1. U nazivniku imamo astatizam prvog reda - to je uvođenje I komponente koja zakreće amplitudno-faznu karakteristiku za $-\pi/2$ u smjeru kazaljke na satu, a to nam ugrožava stabilnost sistema.
2. U brojniku imamo blok kašnjenja e^{-Ts}, i taj blok nam modifikuje AF karakteristiku pa također dolazi do ugrožavanja rezervi stabilnosti sistema.

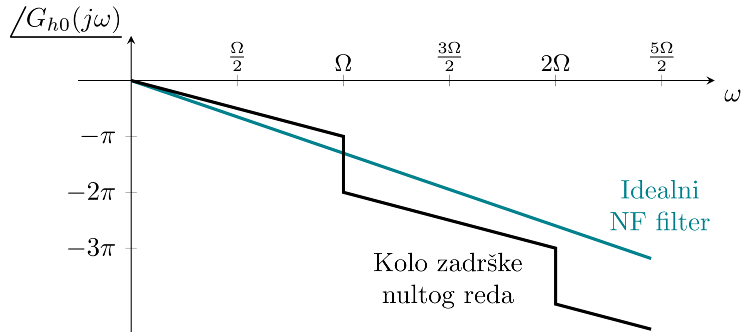
Ako uvedemo smjenu $s = j\omega$, matematički preslikamo imaginarnu osu iz kompleksne ravni $\{s\}$ prenosnom funkcijom u ravan $G(j\omega)$ onda dobijamo da je

$$G_{h0}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = T \cdot \frac{e^{j\frac{\omega T}{2}} - e^{-j\frac{\omega T}{2}}}{j2 \cdot \frac{\omega T}{2}} \cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}} = T \cdot \left| \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \right| \cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}} \operatorname{sgn}\left(\sin \frac{\omega T}{2} \right)$$

$$|G_{h0}(j\omega)| = \left| \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \right| = \frac{2\pi}{\Omega} \cdot \left| \frac{\sin \frac{\pi\omega}{\Omega}}{\frac{\pi\omega}{\Omega}} \right|$$

$$\varphi(t) = \angle G_{h0}(j\omega) = -\frac{\omega T}{2} - \pi \sum_{k=0}^{\infty} k\{h(\omega - k\Omega) - h[\omega - (k+1)\Omega]\}$$





Niskopropusni filter ima ravnu karakteristiku, a kolo zadrške nultog reda ima nagibnu karakteristiku i sve što se više približavamo granici još će više slabiti. Imat ćemo da kolo zadrške propušta i visokofrekventne komponente ali te komponente opadaju sa porastom frekvencije. Nova prednost je što u praksi svi objekti kojim upravljamo se ponašaju kao niskopropusni filteri, odnosno propuštaju spektar unutar Nyquistovog područja učestanosti, a komplementarne prigušuju - oni su manje amplitude i još su dodatno prigušeni, pa se zanemaruju.

Predavanje 4

Kolo zadrške prvog reda

Ovo kolo na svom izlazu aproksimira signal na osnovu upravo pristiglog odabirka na ulaz $f(kT)$ i prethodno pristiglog odabirka na ulaz $f((k-1)T)$.

$$m_k(t) = u(kT) + u^{(1)}(kT)(t - kT),\ kT \leq t < (k+1)T$$

$$u^{(1)}(kT) = \frac{1}{T}\{u(kT) - u[(k-1)T]\}$$

$$m_k(t) = u(kT) + \frac{1}{T}\{u(kT) - u[(k-1)T]\}(t - kT)$$

Pa dovedemo jedinični odabirak na ulaz - odabirak koji se javlja u trenutku $t = 0$, a amplituda mu je 1. To je naše $u^*(t)$. Na prvoj periodi od kT do $(k+1)T$, kada stavimo $k = 0$, imamo da je

$$m_0(t) = u(0) + \frac{1}{T}\{u(0) - u(-T)\}t$$

$$u(0) = 1,\ u(-T) = 0$$

$$m_0(t) = 1 + \frac{t}{T},\ 0 \leq t < T$$

Zatim, ako stavimo da je $k = 1$, onda ćemo imati da je

$$m_1(t) = u(T) + \frac{1}{T}\{u(T) - u(0)\}(t - T)$$

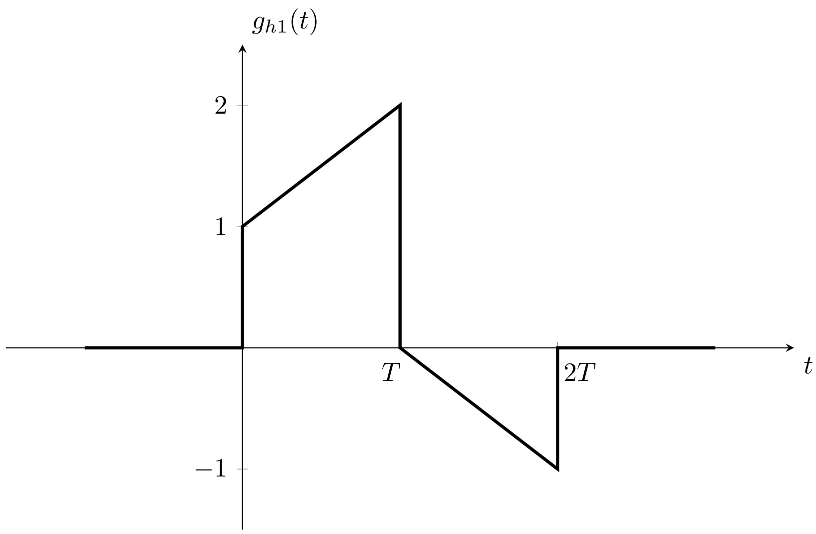
$$u(T) = 0,\ u(0) = 1$$

$$m_1(t) = 1 - \frac{t}{T}$$

Pošto je na ulazu jedinični odabirak, uobičajilo se da je to jedinična impulsna funkcija (nije delta), onda se kaže da je odziv

$$g_{h1}(t) = 1 + \frac{t}{T},\ 0 \leq t < T$$

$$g_{h1}(t) = 1 - \frac{t}{T},\ T \leq t < 2T$$



Slika 9: Odziv kola zadrške prvog reda na jedinični odabirak

$$g_{h1}(t) = \left(1 + \frac{t}{T}\right) h(t) - 2\left(1 + \frac{t-T}{T}\right) h(t-T) + \left(1 + \frac{t-2T}{T}\right) h(t-2T)$$

$$G_{h1}(s) = \mathcal{L}\{g_{h1}(t)\} = \frac{Ts+1}{Ts^2}\left(1 - e^{-Ts}\right)^2$$

Problemi:

1. U nazivniku imamo s^2, to je zakretanje amplitudno fazne karakteristike za $-180°$ čime je ugrožena stabilnost,

2. U brojniku imamo blok transportnog kašnjenja, koji također ugrožava stabilnost.

Dodatno, realizacija kola zadrške prvog reda je daleko teža, složenija i skuplja od kola zadrške nultog reda.

$\mathcal{Z}$-transformacija i diskretna prenosna funkcija (funkcija diskretnog prenosa)

$\mathcal{Z}$-transformacija je ono što je Laplaceova transformacija u kontinualnim sistemima. Ako se radi o sistemima sa jednim ulazom i jednim izlazom sa konstantnom periodom odabiranja i ako su ovi sistemi linearni, onda ova metoda ima u potpunosti primjenu i može dati na sve odgovore prilikom analize i prilikom sinteze. Ako se radi o nelinearnim sistemima, multivarijabilnim sistemima, ako proces odabiranja nije uniforman i ako se radi o nestacionarnim sistemima onda je vrlo teško primjenjivati ovaj matematski aparat. Ideja za uvođenje z-transformacije je došla zbog našeg prvog i drugog oblika $F^*(s)$.

Pitanje Pretpostavićemo da je $n \geq m+2$. U ovim oblicima nemamo razlomljenu racionalnu formu koju smo koristili prilikom određivanja inverzna Laplaceove transformacije.

Ovdje se javlja kompleksna promjenljiva s (promjenljiva Laplaceove transformacije) u eksponentu eksponencijalne funkcije. Znači nisu razlomljene racionalne forme, nego su transcendentne funkcije.

Drugi problem je što je e^{Ts} funkcija koja je periodična sa periodom $j\Omega$ pa sve vrijednosti funkcije koje ima u nekoj tački s_1, imaće i u $s_1 + jm\Omega$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ pa se multipliciraju vrijednosti sa desne strane prave $\mathrm{Re}\{p\} = \gamma$ i sa lijeve strane gdje su ležali polovi kompleksne funkcije $F(p)$. Zato se došlo na ideju da se uvede nova kompleksna promjenljiva $z = e^{sT}$. Ako nađemo logaritam, onda je

$$s = \frac{1}{T}\ln z$$

pa je dobijen kompleksni lik

$$F(z) = \mathcal{Z}\{f^*(t)\} = \mathcal{Z}\{f(t)\} = F^*(s)|_{s=\frac{1}{T}\ln z} = F^*\left(\frac{1}{T}\ln z\right)$$

Inverzna transformacija se primjenjuje na kompleksni lik $F(z)$ i dobija se povorka odabiraka pa je

$$\mathcal{Z}^{-1}\{F(z)\} = f^*(t)$$

Ako novu kompleksnu promjenljivu z uvrstimo u prvi i drugi oblik, a primjenjujemo ih prilikom analize i sinteze DSU, dobićemo kompleksne likove:

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\left(e^{sT}\right)^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k}$$

Ako to isto uradimo i u drugom obliku, onda dobijemo:

$$F(z) = \ddagger\{f^*(t)\} = \mathcal{Z}\{f(t)\} = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \cdot \frac{z}{z - e^{p_i T}},\ |z^{-1}| < 1$$

Ako odemo na konturni integral:

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{P(p)}{\prod_{i=1}^{n}(p - p_i)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-T(s-p)}}\ \mathrm{d}p$$

$$F(z)\mathcal{Z}\{f^*(t)\} = \frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{F(p)z}{z - e^{pT}}\ \mathrm{d}p$$

Jedinična step funkcija

Ako izvršimo diskretizaciju ove funkcije u vremenu sa periodom uzorkovanja T, onda su to odabirci amplitude 1:

$$h^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} 1(t)\delta(t - kT) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT)$$

$$H^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-kTs} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTs} = \frac{1}{1 - e^{-Ts}},\ \left|e^{-Ts}\right| < 1$$

$$\text{Smjena: } e^{Ts} = z$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1},\ |z^{-1}| < 1$$

Eksponencijalna funkcija

$$f(t) = e^{-at},\ a \in \mathbb{R}$$

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT}\delta(t-kT)$$

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT}e^{-kTs} = \frac{1}{1-e^{-(s+a)T}},\ \left|e^{-(s+a)T}\right| < 1$$

$$F(z) = \frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}} = \frac{z}{z-e^{-aT}},\ |z^{-1}| < e^{aT}$$

Sinusna funkcija

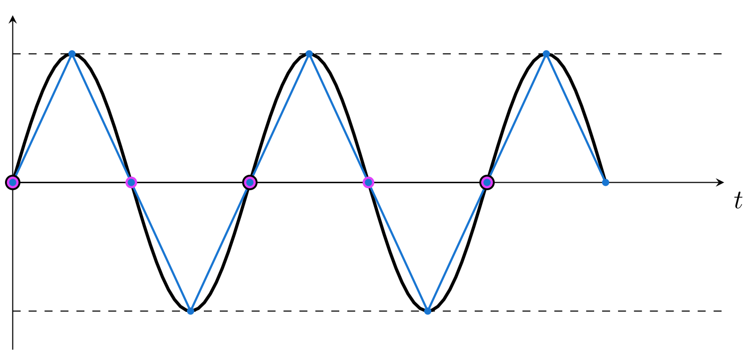
$$f(t) = \sin(\omega t)$$

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sin(\omega kT)\delta(t-kT) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{j\omega kT}-e^{-j\omega kT}}{2j}\delta(t-kT)$$

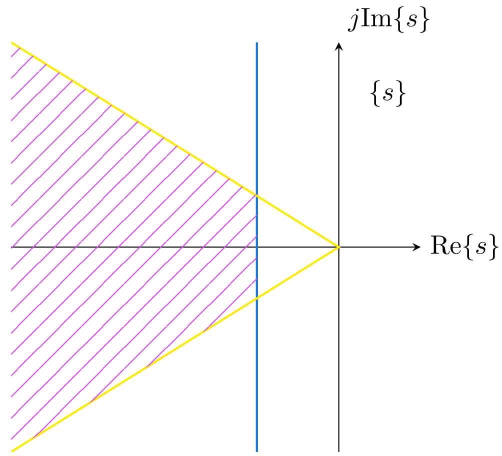
$$F^*(s) = \frac{e^{-Ts}\sin(\omega T)}{e^{-2Ts}-2e^{-Ts}\cos(\omega T)+1}$$

$$F(z) = \frac{z^{-1}\sin(\omega T)}{z^{-2}-2z^{-1}\cos(\omega T)+1} = \frac{z\sin(\omega T)}{z^2-2z\cos(\omega T)+1}$$

Ako uzmemo sinusnu funkciju, trajno oscilovanje konstantne periode uzorkovanja. Jedna puna oscilacija nam definiše jednu punu promjenu. Ako uzmemo periodu uzorkovanja $T = 1$ oscilacija, dobili smo sumu nula i izgubili informaciju. Ako uzmemo $T = \frac{1}{2}$ oscilacije, ponovo imamo sumu nula. Ako je perioda uzorkovanja $\frac{1}{2}\frac{2\pi}{\omega_0}$ onda smo sačuvali informaciju. Ako je $T = \frac{1}{4}$ oscilacije, onda smo sačuvali informaciju, ali istu povorku odabiraka bi dali trouglasti signali.

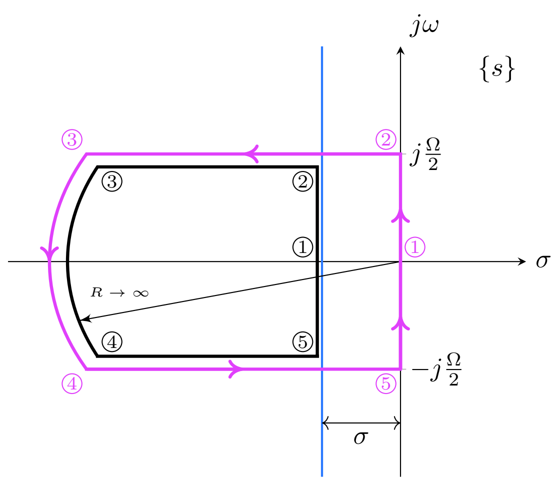


Kada imamo original $f(t)$, ako nađemo kompleksni lik $F(s)$, ako ovo pripada klasi funkcija tipa početnih uslova, onda su jednoznačno određeni original i kompleksni lik $F(s)$. Taj $f(t)$ uvijek će dati $F(s)$, inverzna Laplaceova transformacija dati će original $f(t)$ - jednoznačno su jedno drugim određeni. Ako primijenimo z-transformaciju, kompleksni lik $F(z)$ je jednoznačno određen originalom $f(t)$, ali inverzna z-transformacija nam daje povorku odabiraka $f^*(t)$. Mi gubimo informaciju između trenutaka odabiranja. $F(z)$ i $f^*(t)$ su jednoznačno određeni jedno drugim, ali nije $f(t)$ i $F(z)$. Znači, perioda uzorkovanja mora biti što manja, odabirci moraju biti što gušći. Kada imamo kompleksni lik $F^*(s)$ i kompleksni lik $F(z)$, očigledno ova dva kompleksna lika moraju imati vezu, jer $f(t)$ i $F(s)$ su jednoznačno određeni jedno drugim. Signal možemo predstaviti u kompleksnoj $\{s\}$-ravni karakterističnim tačkama - polovima i nulama. Sve o signalu $f(t)$ možemo očitati iz rasporeda karakterističnih tačaka (polova i nula) kompleksnog lika $F(s)$. Karakteristične tačke kompleksnog lika moraju ležati lijevo od imaginarne ose i nametnuli dozvoljeno vrijeme smirivanja, nametnuli stepen stabilnosti, stepen oscilabilnosti. Poželjna oblast rasporeda polova i nula je prikazana na sljedećoj slici.



Slika 10: Poželjna oblast rasporeda polova i nula kompleksnog lika $F(s)$

Pitanje Pošto je $z = e^{sT}$, onda moramo čitati sve i iz kompleksne ravni $\{z\}$, pa ćemo preslikati iz kompleksne $\{s\}$-ravni u kompleksnu $\{z\}$-ravan. Poželjnu oblast smo nazvali primarni pojas.



Slika 11:

Preslikavanja po oblastima:

(1) – (2)

$$
\begin{gathered}
z = e^{j\omega T} \\
0 \leq \omega \leq \tfrac{\Omega}{2} = \tfrac{\pi}{T} \\
|e^{j\omega T}| = 1 \\
\omega = 0 \quad \Longrightarrow \quad z = e^{0} = 1 \\
\omega = \frac{\pi}{T} \quad \Longrightarrow \quad z = e^{j\pi} = -1
\end{gathered}
$$

(2) – (3)

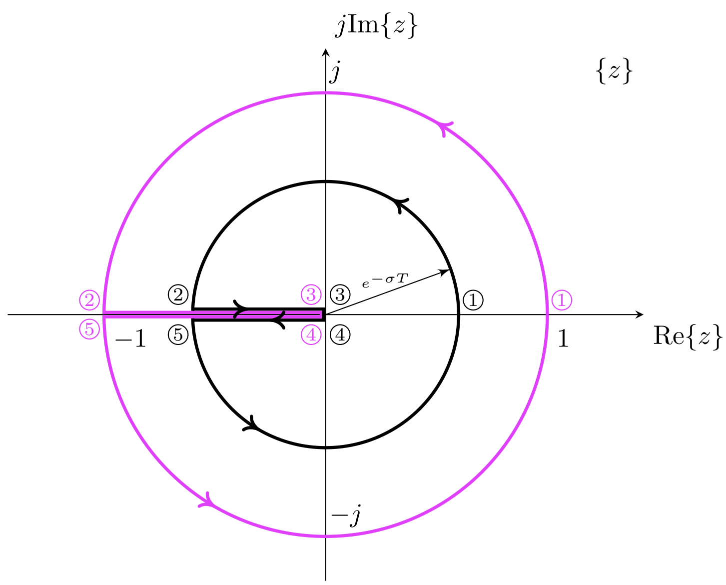
$$
\begin{gathered}
s = -\sigma + j\tfrac{\Omega}{2},\ 0 \leq \sigma < \infty \\
e^{sT} = e^{-\sigma T} e^{e^{j\pi}} = -e^{-\sigma T}
\end{gathered}
$$

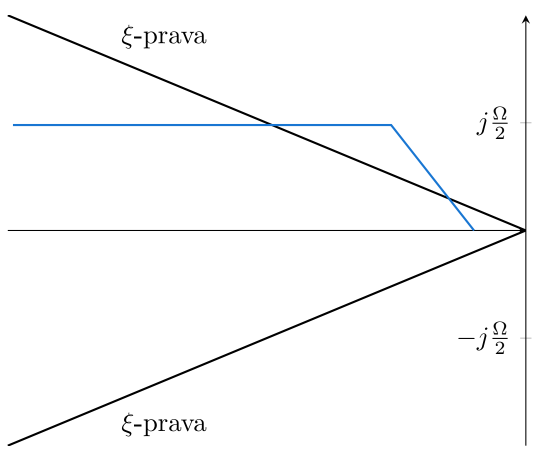
$$\begin{aligned} \sigma = 0 \quad &\Longrightarrow \quad e^{sT} = -1 \\ \sigma \to \infty \quad &\Longrightarrow \quad e^{sT} \to 0 \end{aligned}$$

$(3) - (4)$

$$\begin{gathered} s = -\sigma + j\frac{\Omega}{2},\ 0 \le \sigma < \infty \\ e^{sT} = e^{-\sigma T} e^{e^{j\pi}} = -e^{-\sigma T} \end{gathered}$$

$$\begin{aligned} \sigma = 0 \quad &\Longrightarrow \quad e^{sT} = -1 \\ \sigma \to \infty \quad &\Longrightarrow \quad e^{sT} \to 0 \end{aligned}$$





Slika 12: Nepotpuna slika

Predavanje 5 Napomena

Osobine $\mathcal{Z}$-transformacije

Linearnost

Pretpostavimo da imamo

$$\mathcal{Z}\{f_1(t)\} = F_1(z)$$
$$\mathcal{Z}\{f_2(t)\} = F_2(z)$$

Tada po osobini aditivnosti:

$$\mathcal{Z}\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(z) + F_2(z)$$

Ako imamo da je

$$\mathcal{Z}\{f(t)\} = F(z)$$

i ako imamo konstantu a koja je vremenski nezavisna, onda je

$$\mathcal{Z}\{af(t)\} = aF(z)$$

Pomak (u vremenskom domenu) i prigušenje (u z-domenu)

Pitanje

Ako je

$$\mathcal{Z}\{f(t)\} = F(z)$$

i ako je $f(t) \equiv 0$ za $t < 0$, onda je

$$\mathcal{Z}\{f(t - nT)\} = z^{-n}F(z),\ \ n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

$$\mathcal{Z}\{f(t + nT)\} = z^{n}\left[F(z) - \sum_{i=0}^{n-1} f(iT)z^{-i}\right],\ \ n = 0, 1, ...$$

Prigušenje (u vremenskom domenu) i pomjeranje kompleksnog lika

Neka imamo da je

$$\mathcal{Z}\{f(t)\} = F(z),\ \ f(t) \equiv 0 \text{ za } t < 0$$

i neka original $f(t)$ prigušimo funkcijom $e^{\mp at}$, pri čemu je a konstanta koja ne zavisi od vremena. U tom slučaju je:

$$\mathcal{Z}\left\{e^{\mp at}f(t)\right\} = F(s \pm a)|_{s=\frac{1}{T}\ln z} = F\left(ze^{\mp at}\right)$$

Početna vrijednost

$$f(0) = \lim_{k\to 0} f(kT) = \lim_{z\to\infty} F(z)$$

Krajnja vrijednost

Neka je

$$\mathcal{Z}\{f(t)\} = F(z),$$

neka je $f(t) \equiv 0$ za $t < 0$ i neka funkcija $(1 - z^{-1})F(z)$ nema polova na jediničnoj kružnici niti polova van jedinične kružnice u $\{z\}$–ravni, a kružnica ima centar u koordinatnom početku. Tada je

$$\lim_{k\to\infty} f(kT) = \lim_{z\to 1}[(z - 1)F(z)]$$

Parcijalni izvod

Neka je

$$\mathcal{Z}\left\{f(t,a)\right\} = F(z,a)$$

gdje je a vremenski nezavisno. Tada je

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{\partial}{\partial a}[f(t,a)]\right\} = \frac{\partial}{\partial a}F(z,a)$$

Ova osobina se koristi za ispitivanje osjetljivosti diskretnih sistema.

Konvolucija Napomena

Neka je

$$\mathcal{Z}\left\{f_1(t)\right\} = F_1(z),\ \ f_1(t) \equiv 0 \text{ za } t < 0$$

$$\mathcal{Z}\left\{f_2(t)\right\} = F_2(z),\ \ f_2(t) \equiv 0 \text{ za } t < 0$$

Tada proizvod kompleksnih likova $F_1(z)$ i $F_2(z)$ dobijamo na sljedeći način:

$$F_1(z) \cdot F_2(z) = \mathcal{Z}\left\{\sum_{m=0}^{n} f_1(mT) f_2(nT - mT)\right\}$$

Ova relacija se koristi za realizaciju diskretne prenosne funkcije.

Specifičnosti z-transformacije i inverzne z-transformacije: (amandman profesora)

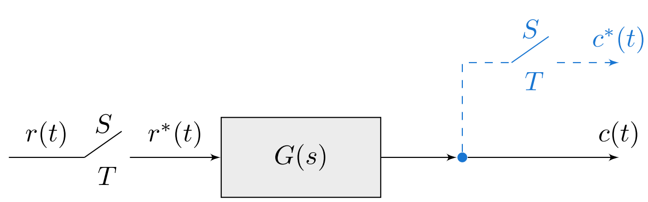
1. U ovim metodama analize i sinteze koristimo idealno matematičko odabiranje. Signal koji nosi informaciju se mijenja povorkom odabiraka pri čemu je svaki odabirak ravan vrijednosti signala u trenutku odabiranja. Odabirak se ne može uzeti trenutačno. Realizujemo ga sa nekom četvorkom, četvorka ima svoju površinu. Svaki odabirak ima površinu koja je jednaka vrijednosti signala u trenutku odabiranja.

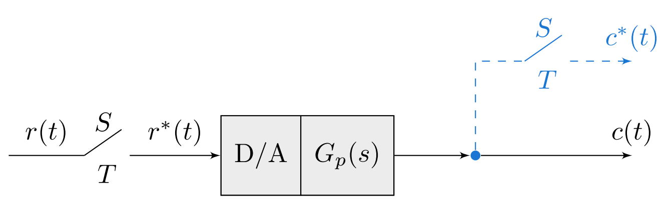
2. Signal mijenjamo povorkom odabiraka koja mora sačuvati informaciju, a između trenutaka odabiranja gubimo podatak o informaciji.

3. Kada imamo kompleksne likove u obliku razlomljene racionalne forme, onda je poželjno da stepen polinoma u brojniku bude bar za jedan red manji od stepena polinoma u nazivniku.

Diskretna prenosna funkcija

To je ono što opisuje diskretni dio sistema sa procesorom u glavnoj ulozi.





Pretpostavimo da imamo neku prenosnu funkciju u s domenu $G(s)$ i da neki sistem koji smo opisali tom funkcijom pobuđujemo povorkom odabiraka (digitalnim riječima) $r^*(t)$. U općem slučaju ova povorka odabiraka se može dobiti diskretizacijom kontinualnog signala. Tu povorku odabiraka dovodimo na kontinualni dio sistema. Mora postojati elemenat koji će digitalni signal pretvoriti u kontinualni. To je D/A konvertor ili kolo zadrške nultog reda. Prenosna funkcija D/A konvertora je

$$G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

pa je naše ukupno $G(s)$ sa prve strukture jednako

$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G_p(s)$$

Kompleksni lik od kontinualnog signala $c(t)$ je

$$C(s) = G(s)R^*(s)$$

Pitanje Komplementarni spektri također imaju komponentu u odzivu, pa određivanje kompleksnog izlaza postaje vrlo komplikovana zadaća. Pojednostavljenje: izvršimo diskretizaciju odziva istom periodom uzorkovanja i odabiračem koji je sinhronizovan sa odabiračem na ulazu (plava boja). Ako smo izvršili diskretizaciju kontinualnog izlaza, onda dobijamo $c^*(t)$. Ako smo to uradili, onda smo dobili da je

$$C^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C(s + jn\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(s + jn\Omega) R^*(s + jn\Omega)$$

pa vidimo da je kompleksni lik diskretnog izlaza periodična funkcija po kružnoj učestanosti čija je perioda upravo kružna učestanost odabiranja $\Omega = \frac{2\pi}{T}$. Dobijamo da je

$$R^*(s + jn\Omega) = R^*(s), \ n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

i to vrijedi za svaku od komponenti. Svaka od komponenti je kompleksna funkcija pa vrijedi zakon komutacije i možemo pisati:

$$C^*(s) = R^*(s) \left[\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(s + jn\Omega) \right]$$

Možemo napisati da je

$$G^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(s + jn\Omega)$$

$$C^*(s) = R^*(s)G^*(s) = G^*(s)R^*(s)$$

Formalno smo izvršili diskretizaciju kontinualnog izlaza i formalno izgubili informaciju između trenutaka odabiranja i zato nam je potrebno da poštujemo uvjete teoreme uzorkovanja. **Pitanje** $G^*(s)$ je diskretna prenosna funkcija. Umjesto kompleksnog lika po Laplaceovoj promjenljivoj, možemo pisati i kompleksne likove po z promjenljivoj i tada je

$$C(z) = G(z)R(z)$$

pa imamo odnos $\frac{C^*(s)}{R^*(s)}$ ili $\frac{C(z)}{R(z)}$. Odnos kompleksnog lika izlaza i kompleksnog lika ulaza pri nultim početnim uslovima se naziva diskretna prenosna funkcija:

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$$

Pošto je težinska funkcija $g(t) = \mathcal{L}\{G(s)\}$, onda se diskretna prenosna funkcija može dobiti diskretizacijom težinske funkcije, pa je

$$G(z) = \mathcal{Z}\{g(t)\} = \mathcal{Z}\{g^*(t)\}$$

Vidimo da je ono što je razlika između Laplaceove i z-transformacije da su original u vremenskom domenu i kompleksni lik u s domenu jednoznačno određeni jedno drugim, a original u vremenskom domenu je jednoznačno odredio diskretnu prenosnu funkciju ali diskretna prenosna funkcija ne daje original u vremenskom domenu. Pa se može napisati da je $g^*(t) = \mathcal{Z}^{-1}\{G(z)\}$ i gubimo podatak o težinskoj funkciji između trenutaka odabiranja.

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} g(kT) z^{-k}$$

Ako poznajemo prenosnu funkciju $G(s)$, onda moramo primijeniti inverznu Laplaceovu transformaciju i dobiti težinsku funkciju

$$\mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}\right\} = G(z)$$

$$G(z) = \mathcal{Z}\{G(s)\}$$

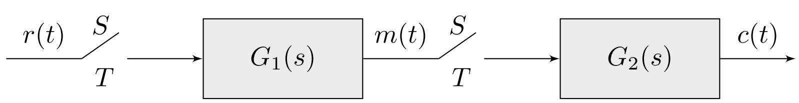
Operaciju $*$ možemo primijeniti na proizvod dva kompleksna lika od kojih je jedan u zvijezda-formi.

$$C(s) = G(s)R^*(s) \ / \ ^*$$

$$C^*(s) = G^*(s)R^*(s)$$

U kontinualnim sistemima uvijek se može naći kompleksni lik izlaza kroz kompleksni lik ulaza, a u diskretnim funkcijama postoje strukture kod kojih je to moguće i postoje strukture kod kojih je nemoguće.

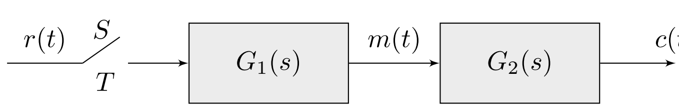
Primjeri struktura



$$\begin{aligned} M(s) &= G_1(s)R^*(s) \qquad / \ ^* \\ C(s) &= G_2(s)M^*(s) \qquad / \ ^* \end{aligned}$$

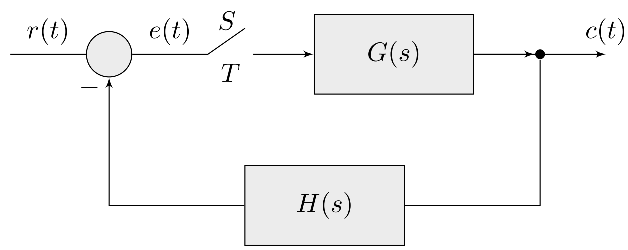
$$\begin{aligned} M^*(s) &= G_1^*(s)R^*(s) \\ C^*(s) &= G_2^*(s)M^*(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^*(s) &= G_1^*(s)G_2^*(s)R^*(s) \\ C(z) &= G_1(z)G_2(z)R(z) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} M(s) &= G_1(s)R^*(s) \\ C(s) &= G_2(s)M(s) \\ C(s) &= G_1(s)G_2(s)R^*(s) \quad / \ ^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^*(s) &= [G_1(s)G_2(s)]^* R^*(s) \\ C(z) &= G_1G_2(z)R(z) \end{aligned}$$

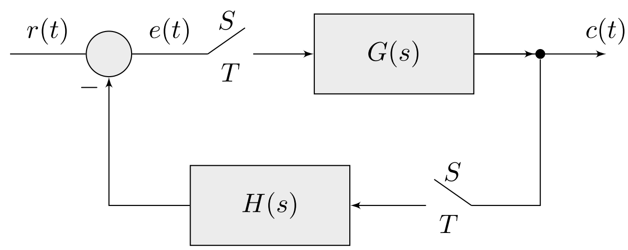


$$
\begin{aligned}
E(s) &= R(s) - H(s)C(s) \\
C(s) &= G(s)E^*(s) \\
E(s) &= R(s) - G(s)H(s)E^*(s) \ \ / \ ^*
\end{aligned}
$$

$$E^*(s) = R^*(s) - [GH]^*(s)E^*(s)$$

$$E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + GH^*(s)}$$

$$C^*(s) = \frac{G^*(s)R^*(s)}{1 + GH^*(s)}$$



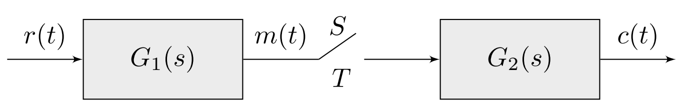
$$
\begin{aligned}
E(s) &= R(s) - H(s)C^*(s) \qquad\qquad / \ ^* \\
C(s) &= G(s)E^*(s) \qquad\qquad / \ ^*
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E^*(s) &= R^*(s) - H^*(s)C^*(s) \\
C^*(s) &= G^*(s)E^*(s)
\end{aligned}
$$

$$E^*(s) = R^*(s) - G^*(s)H^*(s)R^*(s)$$

$$E^*(s) = \frac{R^*(s)}{1 + G^*(s)H^*(s)}$$

$$C^*(s) = \frac{G^*(s)R^*(s)}{1 + G^*(s)H^*(s)}$$



$$\begin{aligned} M(s) &= R(s)G_1(s) && / \; ^* \\ C(s) &= G_2(s)M^*(s) && / \; ^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M^*(s) &= [R(s)G_1(s)]^* \\ C^*(s) &= G_2^*(s)M^*(s) = G_2^*(s)[R(s)G_1(s)]^* \end{aligned}$$

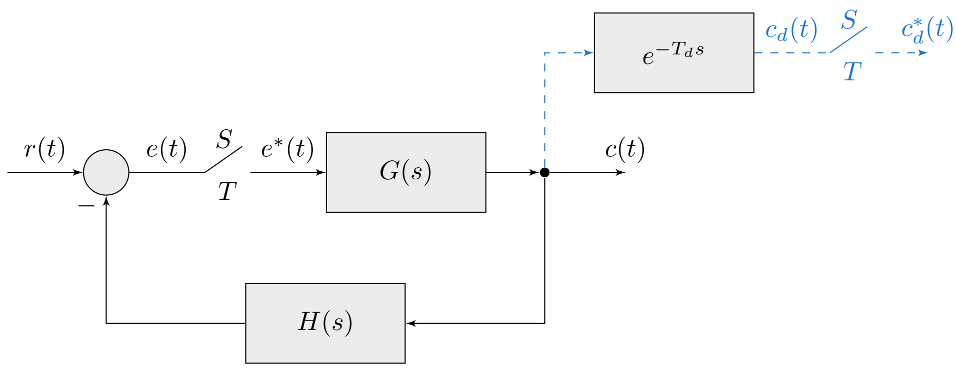
Napomena

Predavanje 6

Kada izvršimo diskretizaciju težinske funkcije to se zove povorka težinske funkcije sistema. Kada vršimo diskretizaciju odziva sistema, ma kakav on bio, perioda odabiranja mora biti takva da sačuva informaciju o funkciji čiju diskretizaciju vršimo i po pravilu mora biti manja od najmanje inercione vremenske konatante sistema čiji odziv diskretizujemo. **To je još jedan uslov koji dodajemo na periodu odabiranja.**

Modifikovana $\mathcal{Z}$-transformacija

Osnovni nedostatak inverzne z-transformacija je da ne možemo dobiti original $f(t)$. Dobijamo samo povorku odabiraka $f^*(t)$. Gubimo informaciju o signalu između trenutaka odabiranja. Smanjivanjem periode odabiranja mi raširujemo Nyquistovo područje i to nam povećava uticaj smetnji i šumova. Zato se uvodi modifikovana z-transformacija. Ona nam omogućava da izračunamo vrijednosti signala koji nosi informaciju između trenutaka odabiranja.



Ako pretpostavimo da je vrijeme čistog transportnog kašnjenja T_d najviše jedna perioda uzorkovanja, onda je

$$T_d = \alpha T, \; 0 < \alpha \leq 1$$

Tada je naš signal poslije bloka kašnjenja

$$c_d(t) = c(t - \alpha T)$$

Diskretizacijom ovog zakašnjelog signala mi možemo z-transformacijom i inverznom z-transformacijom izračunati odabirak između trenutaka odabiranja. Umjesto α je uveden koeficijent modifikovane z-transformacije: $m = 1 - \alpha, \; 0 \leq m < 1$. Modifikovana z-transformacija signala $c(t)$ je z-transformacija zakašnjelog signala. On je

$$c_d(t) = c(t - \alpha T) = c[t - (1 - m)T]$$

Piše se

$$\mathcal{Z}\{c_d(t)\} = \mathcal{Z}_m\{c(t)\}, \; m = 1 - \alpha, \; 0 \leq m < 1$$

U kompleksnom domenu ovo se piše kao

$$C(z, m) = \mathcal{Z}_m\{c(t)\} = \mathcal{Z}\{c[t - (1 - m)T]\}, \; 0 \leq m < 1$$

Inverzna modifikovana z-transformacija se piše kao:

$$c[(n+m-1)T] = \mathcal{Z}^{-1}\left\{C_d(z)\right\} = \mathcal{Z}_m^{-1}\left\{C(z,m)\right\}$$

Ako odemo na kompleksne oblike onda imamo:

$$F(z) = \mathcal{Z}\left\{f^*(t)\right\} = \frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{F(p)z}{z-e^{pT}}\,\mathrm{d}p$$

$$f(kT) = \frac{1}{2\pi j}\oint_C F(z)z^{k-1}\,\mathrm{d}z$$

$$f_d(t) = f[t-(1-m)T]$$

Ako $f(t)$ ima kompleksni lik u s domenu $F(p)$, onda je

$$F_d(p) = F(p)\cdot e^{-(1-m)pT}$$

$$F(z,m) = \mathcal{Z}_m\left\{f(t)\right\} = \mathcal{Z}\left\{f[t-(1-m)T]\right\} = \frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{e^{-(1-m)pT}F(p)z}{z-e^{pT}}\,\mathrm{d}p$$

Pošto je $e^{-pT} = z^{-1}$, imamo

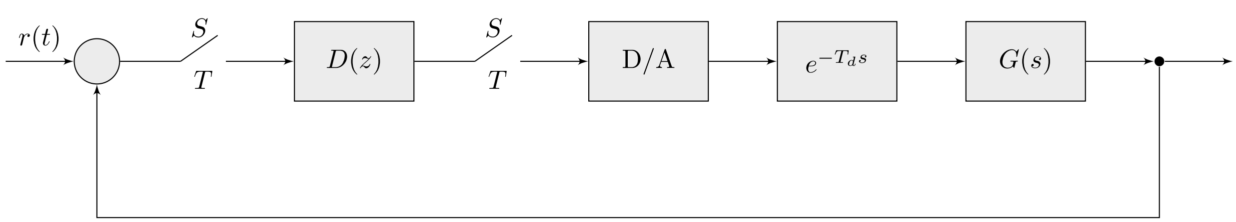
$$F(z,m) = \frac{1}{2\pi j}\oint_C \frac{e^{mpT}F(p)}{z-e^{pT}}\,\mathrm{d}p$$

Zatvorena kontura C mora obuhvatati polove podintegralne funkcije $F(p)$ i stepen polinoma u nazivniku kompleksnog lika $F(p)$ mora biti barem za 1 veći od stepena polinoma u brojniku. Inverzna modifikovana z-transformacija nam kaže da ćemo dobiti vrijednosti originala funkcije

$$f[(n+m-1)T] = \frac{1}{2\pi j}\oint_C z^{n-1}F(z,m)\,\mathrm{d}z,\ 0 \le m < 1$$

Digitalni sistemi sa transportnim kašnjenjem

Svi tehnološki procesi imaju u sebi inherentno sadržano kašnjenje. Ako se radi o digitalnim sistemima, procesor mora raditi u realnom vremenu. Kada u sistemu imamo kašnjenje a radi se o linearnim kontinualnim sistemima, onda transportno kašnjenje nam uvijek otežava analizu i sintezu, zatim zakreće amplitudno fazne karakteristike i ugrožava stabilnost. Sistemi moraju biti stabilni. I treće, svaka pojava kašnjenja usporava brzinu odziva. Svi ovi problemi u digitalnim sistemima su daleko manje izraženi. Transportno kašnjenje možemo zanemariti ako je manje od periode uzorkovanja.



Diskretna prenosna funkcija prenosne grane je:

$$W(z) = D(z)\cdot\mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot e^{-T_d s}\cdot G(s)\right\}$$

Pretpostavit ćemo da je vrijeme ukupnog kašnjenja $T_d < T$. U ovim sistemima se isključivo primjenjuje modifikovana z-transformacija. Ako je $T_d << T$ i uvedemo oznaku $\frac{G(s)}{s} = G_s(s)$ onda je:

$$W(z) = D(z)\cdot(1-z^{-1})\cdot G_s(z,m)\big|_{m=1-\frac{T_d}{T}} = D(z)\cdot(1-z^{-1})\cdot G_s\left(s, 1-\frac{T_d}{T}\right)$$

Karakteristična jednačina glasi:

$$1 + W(z) = 0$$

$$z + D(z) \cdot (z-1) \cdot G_s\left(z, 1 - \frac{T_d}{T}\right) = 0$$

Pomoću ove karakteristične jednačine se vrši analiza u z domenu. Ako je $T_d > T$ možemo napisati da je $T_d = nT + \lambda T,\ 0 \leq \lambda < 1$. Prenosna funkcija sada glasi:

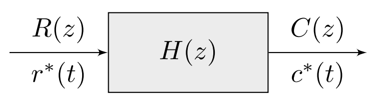
$$W(z) = D(z) \cdot (1 - z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left\{e^{-nTs} G_s(s) e^{-\lambda T s}\right\} = D(z)(1 - z^{-1}) z^{-n} G_s(z, 1 - \lambda)$$

Realizacija i osobine funkcije diskretnog prenosa

Zadatak funkcije diskretnog prenosa jeste da pri zadatoj povorci ulaza generišemo povorku dijela sistema kojim upravljamo i to takvu da na izlazu dobijemo povorku odabiraka upravljačkih instrukcija koja će sistem prevesti u tehnologijom definisano stanje. Ovaj zadatak se realizuje jednim od tri algoritma:

- Konvolucionim,
- Rekurzivnim,
- DFT algoritmom.

Konvolucioni algoritam na primjeru digitalnog filtera



Imamo osobinu konvolucije

$$c(nT) = \sum_{m=0}^{n} h(mT) r(nT - mT),\ n = 0, 1, 2, ...$$

Ta povorka treba sistem da dovede u tehnologijom definisano stanje. Za svaki odabirak izlaza u trenutku $t = nT$ nama su potrebni odabirci ulaza $r(0), r(T), ..., r[(n-1)T]$. Izlaz je određen u trenutku $t = nT$ i ta povorka se množi koeficijentima koji su određeni diskretnom prenosnom funkcijom digitalnog filtera. Kada bi ulaz bio jedinični odabirak, onda bi izlaz bio $h(0), h(T), h(2T), ...$ Ove programe možemo primijeniti na slučajeve kada je impulsna povorka sistema ograničena. To znači da odabirci egzistiraju za $N_1 \leq k \leq N_2$. Ako amplituda u impulsnoj povorci odabiraka opada, npr. $h(kT) = k^n,\ |k| < 1$. Strogo gledano ovaj slučaj nije moguće realizirati zato što se u konvoluciji javlja jako mnogo članova. Sve ovo ima smisla kada se radi o stabilnim procesorima. Stabilan procesor je onaj kod kojeg za sve konačne vrijednosti odabiraka na ulazu dobijamo konačne vrijednosti odabiraka na izlazu. Tada je

$$\sum_{k=0}^{\infty} |h(kT)| < \infty$$

Pitanja i odgovori

Prva parcijala

- Predavanje 1 -

1. **Šta je kvantni nivo Δy, šta mora zadovoljavati i šta su ograničenja?** Završni

   Kvant Δy predstavlja razliku između dva susjedna kvantna nivoa i konstantan je. Mora postojati dovoljan broj kvantnih nivoa tj. kvant Δy mora biti dovoljno mali kako bi vrijednost kvantnih odabiraka bila približno jednaka kontinualnom signalu. Zbog konačne veličine ...

2. **Šta je kvantni nivo, kako ga odabiramo i šta mora biti zadovoljeno pri odabiru?** Završni

3. **Kada procesor radi u realnom vremenu?** Završni

   Digitalni računar mora raditi u realnom vremenu - odabirak upravljačke instrukcije se mora generisati prije pristizanja narednog odabirka na ulaz. Izračunavanje odabirka upravljačke instrukcije mora se završiti prije isticanja te periode uzorkovanja i taj odabirak vrijedi na toj periodi. Određivanje odabirka upravljačke instrukcije mora biti kraće od periode uzorkovanja. Ukoliko upravljamo sa više tehnoloških veličina, određivanje odabirka upravljačke instrukcije za svaku od veličina se mora završiti unutar iste periode uzorkovanja.

4. **Šta je perioda uzorkovanja, šta mora zadovoljavati i šta su ograničenja?** Završni

5. **Šta je perioda uzorkovanja, kako je odabiramo i šta su ograničenja?** Završni

6. **Kako biramo periodu uzorkovanja u odnosu na kvant Δy, a kako u odnosu na dinamiku sistema kojim upravljamo?** Završni

7. **Koje se diskretizacije vrše u digitalnim sistemima i koje su prednosti digitalnih sistema?** Ispitivanje

   U digitalnim sistemima se vrši diskretizacija po nivou i vremenu. U relejnim sistemima vrši se samo diskretizacija po nivou, gdje se kontinualan signal zamjenjuje unaprijed zadanim nivoima koje kontinualni signal dostiže u proizvoljnim trenucima.

   U impulsnim sistemima vrši se kvantizacija po vremenu gdje se intervali odabiranja unaprijed fiksiraju pa se kontinualni signal zamjenjuje povorkom diskretnih vrijednosti koje signal poprima u trenucima odabiranja.

   Prednosti DSU: pronaći u drugom odgovoru.

8. **Šta je Δy, zašto je bitno?** Ispitivanje

   Δy predstavlja kvant, u diskretizaciji i po nivou i po vremenu pojedini diskretni nivoi posjeduju cjelobrojne vrijednosti kvanta Δy. Vrijednost signala se uzima u trenutku odabiranja i ona iznosi cijeli broj kvanata, uzima se onaj kvant koji je bliži nivou odabirka.

9. **Nacrtajte elementarnu strukturu upravljanja u DSU, objasnite šta su pojedini elementi i razdvojite kontinualni i diskretni dio.** Završni

10. **Koje uslove mora zadovoljavati odabirak?** Ispitivanje

    Poželjno je da odabirak bude vrijednost koja odgovara signalu koji je kontinualan u trenutku odabira??

11. **Šta još procesor može da radi u međuvremenu?** Ispitivanje

    Odgovor iz transkripta:

    Kada računar izračuna odabirak upravljačke instrukcije možemo ga pustiti da miruje i obično se daju neke druge zadaće da obavlja do isteka periode upravljanja:

1. Obrada mjernih signala,
2. Procjena upravljačkih instrukcija (to znači narednog odabirka),
3. Identifikacija procesa,
4. Izračunavamo podatke za naredni odabirak u kojima učestvuju do sada poznati podaci,
5. Adaptacija parametara.

12. **Šta je odabirak?** Ispitivanje

    Odgovor iz raznih skripti:

    To je vrijednost funkcije koju uzimamo i digitalnom rječju je određujemo. (**What?**) To je vrijednost signala koja nosi informaciju.

    Odgovor na osnovu transkripta:

    Odabirak je vrijednost signala u trenutku odabiranja $t = kT$, $k = 0, 1, 2, ...$ i ima konstantnu vrijednost.

13. **Gdje se u sistemu pojavljuje digitalna riječ?** Ispitivanje

    Digitalna riječ se može pojaviti na izlazu pretvarača (davača zadane vrijednosti??), na izlazu detektora, na ulazu i izlazu digitalnog računara, te na ulazima i izlazu komparatora.

14. **Šta je perioda uzorkovanja i zašto je bitna?** Ispitivanje

    Iz raznih skripti:

    Perioda uzorkovanja je vremenski interval koji protekne između dva susjedna odabirka, ona se uzima konstantnom tj. u fiksiranim trenucima odabiranja uzimamo odabirak. Ona treba biti što manja.

    Odgovor na osnovu transkripta:

    T je perioda uzorkovanja po vremenu i ona je konstantna, a predstavlja vremenski interval između dva susjedna odabirka.

15. **Koji je prvi uvjet koji se nameće na obradu signala?** Ispitivanje

    Kada smo uzeli kontinualnu funkciju i izvršili njenu diskretizaciju i po nivou i po vremenu, tom diskretizacijom moramo sačuvati informaciju koju ona nosi. To ocjenjujemo iz njenog kompleksnog lika ili frekventnih karakteristika. (**ova zadnja rečenica bi mogla biti suvišna**)

16. **Koje su prednosti digitalnih sistema upravljanja?** Ispitivanje

17. Zašto radimo ovaj kurs? Ispitivanje

18. Koje veličine imamo u osnovnoj strukturi automatskog upravljanja?

    Imamo ulaz (zadanu vrijednost $r(t)$), izlaz $c(t)$ i regulacionu grešku $e(t)$ i sve su vremenske funkcije.

19. Kada upravljamo sa više tehnoloških parametara, koji uslov se nameće?

    Unutar jedne periode uzorkovanja se mora obaviti svih n komutacija. Komutator na ulazu i komutator na izlazu moraju biti sinhronizovani.

20. **Zašto kvant mora biti konstatan?** Ispitivanje

    Da bismo imali cijeli broj kvantnih nivoa. Prilikom diskretizacije po nivou se uzima cijeli broj kvantnih nivoa koji je najbliži vrijednosti signala.

21. Šta je obrada mjernih signala? Ispitivanje

    Nismo došli do odgovora.

22. Kako se vrši procjena narednog odabirka upravljačke instrukcije? Ispitivanje

    Procjena se vrši na osnovu prethodnih odabiraka. (nakon ovoga je pitao kojim matematskim aparatom, nismo dobili odgovor)

23. Šta se poredi u komparatoru? Ispitivanje

24. Zašto se zovu digitalni sistemi upravljanja? Ispitivanje

    Zato što tehnološkim postrojenjem upravljamo digitalnim upravljačkim dijelom, tj. digitalnim računarom, programom, procesorom. Netačni odgovori: Zato što koristimo digitalnu riječ.
    Zato što su opisani diferentnim jednačinama.

- Predavanje 2 -

1. **Šta je brzina uzimanja odabiraka i čime je određujemo?** Završni

   Brzina uzimanja odabiraka je gustina uzimanja odabiraka i što su odabirci gušći kvantovanje po vremenu je češće, perioda uzorkovanja je manja i bolja je aproksimacija kontinualnog signala $f(t)$ stepenastim signalom.

2. **Vrijeme kašnjenja T_d?** Ispitivanje

3. **Šta je kružna učestanost odabiranja $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, šta mora zadovoljavati i šta su ograničenja?** Završni

4. **Objasnite relaciju, šta su pojedine veličine i šta treba biti zadovoljeno:** Završni

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\mu - j\infty}^{\mu + j\infty} F(p) I(s-p) \mathrm{d}p$$

5. **Dato je:**

$$F^*(s) = \sum_{k=0} f(kT) e^{-kTs}$$

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\mu - j\infty}^{\mu + j\infty} F(p) I(s-p) \mathrm{d}p$$

   Šta su pojedine veličine? Nacrtajte raspored polova u ravni $\{p\}$. Završni

6. **Šta je mana trećeg oblika kompleksnog lika povorke odabiraka** Ispitivanje

   Moramo poznavati čitavu funkciju $f(t)$ i njene odabirke.

7. Zašto smo izvršili odabiranje? Ispitivanje

   Nismo došli do jednoznačnog odgovora.

8. Navedite sve operacije koje su inherentno sadržane u diskretizaciji kontinualnog signala. Objasnite ih. Završni

- Predavanje 3 -

1. **Zašto je primarni pojas ograničen sa $-j\Omega/2$ i $+j\Omega/2$?** Završni

2. **Zašto gubimo informaciju ako je perioda uzorkovanja prevelika?** Završni

   Da li je ovaj odgovor dobar?

   Ne smije biti promjena signala na periodi uzorkovanja veća od jednog kvantnog nivoa. Ukoliko je perioda uzorkovanja prevelika onda ovaj zahtjev neće biti ispunjen. Odabirom periode uzorkovanja mi biramo kružnu učestanost odabiranja Ω, a periodu uzorkovanja biramo u skladu sa brzinom promjene signala.

3. **Šta je kolo zadrške nultog reda i šta mora zadovoljiti?** Završni

4. **Koje su osnovne zadaće kola zadrške nultog reda, a koje su razlike u odnosu na idealni niskopropusni filter?** Završni

5. **Šta je primarni pojas i šta mora zadovoljiti?** Završni

6. **Šta je primarni pojas i čime je omeđen?** Završni

7. **Šta je primarni pojas? Prikažite ga.** Završni

8. **Šta je kolo zadrške nultog reda i šta mora zadovoljiti?** Završni

9. **Objasnite relaciju:** Završni

$$F^*(j\omega)|_{n=0} = F_0^*(j\omega) = \frac{1}{T}F(j\omega)$$

10. **Kako odabiramo periodu uzorkovanja T? Šta su ograničenja?** Završni

- Predavanje 4 -

1. **Koje su osnovne zadaće D/A konvertora?** Završni

2. **Šta je to diskretna prenosna funkcija?** Završni

3. **Objasnite razlike između $\mathcal{Z}$ i $\mathcal{Z}^{-1}$ u odnosu na $\mathcal{L}$ i $\mathcal{L}^{-1}$ transformacije.** Završni

4. **Šta je kontura stabilnosti u z domenu?** Završni

5. **Šta je kontura dozvoljenog vremena smirenja u z domenu?** Završni

6. **Odredite konturu stabilnosti. Pođite od ravni $\{s\}$ i odredite je u ravni $\{z\}$.** Završni

7. **Odredite konturu dozvoljenog vremena smirenja (iz ravni $\{s\}$ u ravan $\{z\}$).** Završni

- Predavanje 5 -

1.

- Predavanje 6 -

1.

Ostala (ne znam gdje da ih smjestim)

1. Objasnite relaciju $n \geq m$ sa ciljem objašnjenja realizacije funkcije diskretnog prenosa. Završni

2. Objasnite konvolucioni algoritam realizacije funkcije diskretnog prenosa. Završni

3. Preslikajte jedan od komplementarnih pojaseva u $\{z\}-$ravan. Završni

4. Šta su konture: stabilnosti, dozvoljenog vremena smirenja $t_s = T_s = \frac{1}{\sigma}$, dozvoljenog stepena oscilabilnosti? Završni

5. Šta je $F(p)$ i šta mora zadovoljavati? Završni

6. Navedite osobine $F^*(s)$. Završni

Staging area

1. **Koji je modulišući, a koji noseći signal?** Ispitivanje

2. **Kako glasi prvi oblik kompleksnog lika $F^*(s)$?** Ispitivanje
3. Prava γ? Ispitivanje
4. Gdje moraju ležati polovi podintegralne funkcije $f(t)$? Ispitivanje
5. Zašto je Ω važno, šta je perioda odabiranja? Ispitivanje
6. Koje su dvije zadaće D/A konvertora? Ispitivanje
7. Zašto je potrebno da D/A konvertor priguši više harmonike? Ispitivanje
8. Šta u praksi možemo uraditi i koje kolo za to koristimo? Ispitivanje
9. Zašto nam nije problem što ZOH propušta više harmonike? Ispitivanje
10. Koju smo pretpostavku napravili u drugom obilu kompleksnog lika $F^*(s)$ i zašto? Ispitivanje
11. Čime određujemo primarni pojas? Ispitivanje
12. Kad smo koristili teoremu uzorkovanja, odakle smo pročitali informaciju tako da je ne izgubimo?
13. Objasniti relaciju Ispitivanje
$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum F(j\omega + jn\Omega)$$
14. Koja su praktična ograničenja na smanjenje vremena odabiranja? Ispitivanje
15. Šta se može zaključiti poređenjem frekventnih karakteristika NF filtera i kola zadrške nultog reda, koje su razlike? Ispitivanje

Od prošlih generacija

1. Šta je perioda uzorkovanja i kako je određujemo za primarni pojas?
2. Kada je procesor moguće fizički realizovati?
3. Šta je diskretna prenosna funkcija multivarijabilnog sistema, šta su joj članovi?
4. Upravljivost sistema.
5. Upravljivost multivarijabilnog sistema.
6. Kada za sistem kažemo da je stabilan?
7. Kako glasi DPF direktne grane u Nyquistovom kriteriju, koje uslove mora zadovoljavati?
8. Kojom funkcijom preslikavamo u Nyquistovom kriteriju i kako određujemo prirast argumenta?
9. Kada je procesor fizički ostvariv (pokazati na diferentnoj jednačini)?
10. Kako se bira perioda uzorkovanja obzirom na primarni pojas?