

Cây

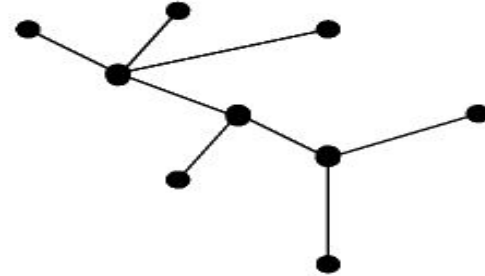
- Cây là đồ thị vô hướng, liên thông và không có chu trình.



T1



T2



T3

- Giả sử $T = \langle V, E \rangle$ là đồ thị vô hướng n đỉnh. Khi đó những khẳng định sau là tương đương:
 - T là một cây;
 - T không có chu trình và có $n-1$ cạnh;
 - T liên thông và có đúng $n-1$ cạnh;
 - T liên thông và mỗi cạnh của nó đều là cầu;
 - Giữa hai đỉnh bất kỳ của T được nối với nhau bởi đúng một đường đi đơn;
 - T không chứa chu trình nhưng nếu thêm vào nó một cạnh ta thu được đúng một chu trình.

Một số ứng dụng của cây

- Cây nhị phân tìm kiếm
- Cây nhị phân quyết định
- Cây biểu thức
- Mã tiền tố
- ...

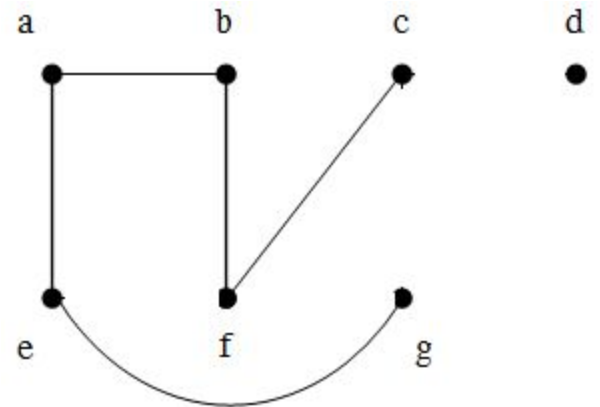
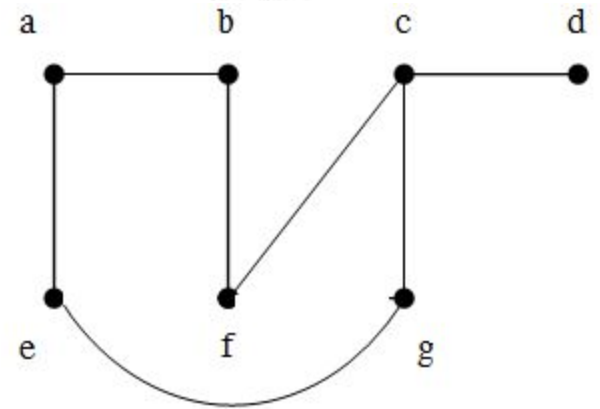
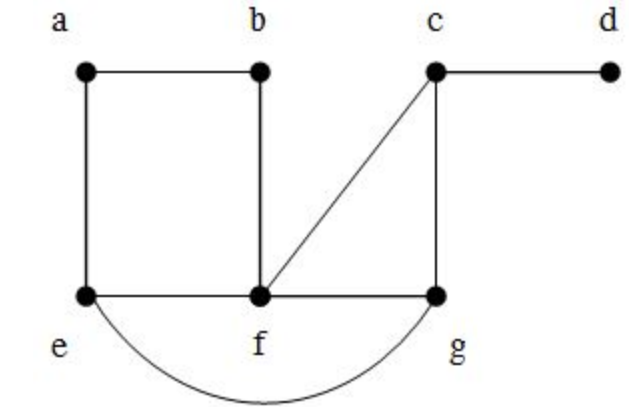
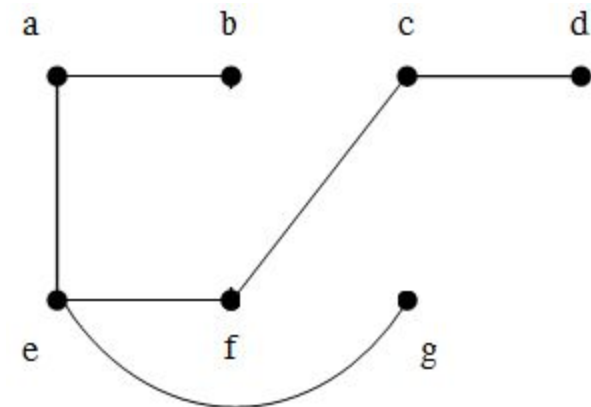
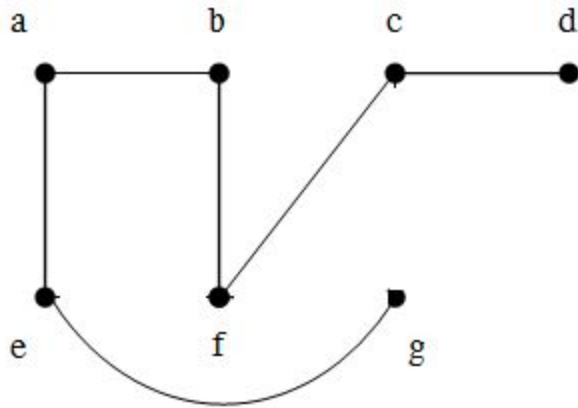
Các phương pháp duyệt cây

- Duyệt chiều rộng
- Duyệt chiều sâu
- Duyệt tiền thứ tự
- Duyệt hậu thứ tự
- Duyệt trung thứ tự

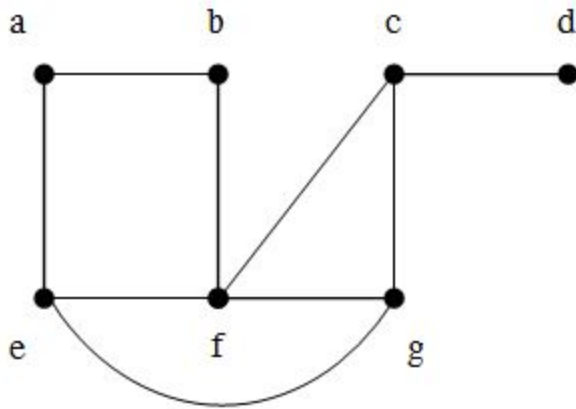
Cây khung và thuật toán xây dựng cây khung

G là đồ thị vô hướng liên thông. thỉ con T của G là một cây khung nếu

- T là một cây;
- Tập đỉnh của T bằng tập đỉnh của G .

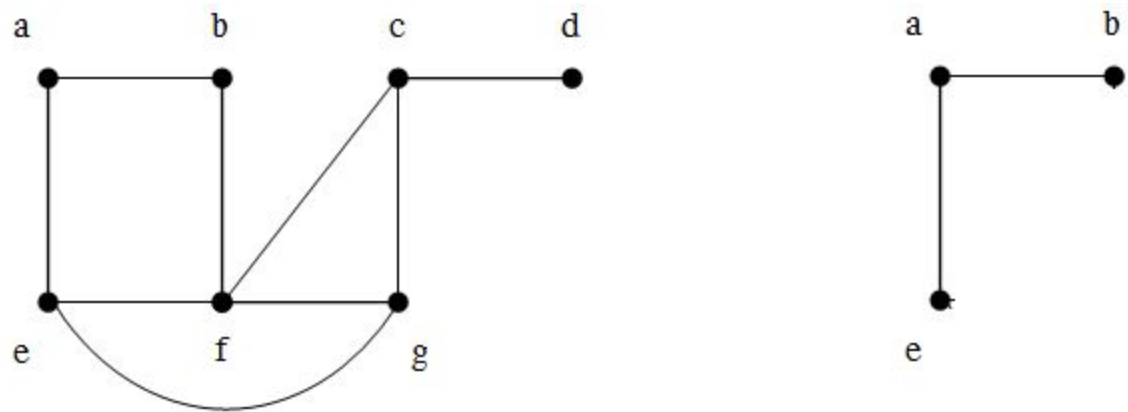


Sử dụng thuật toán DFS xây dựng cây khung



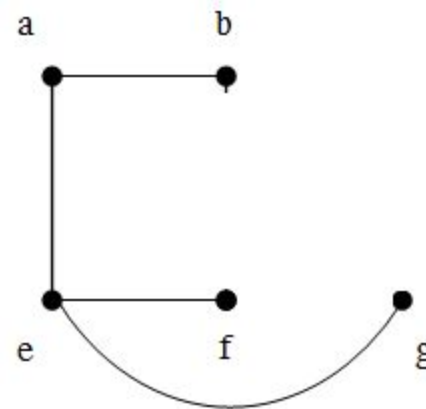
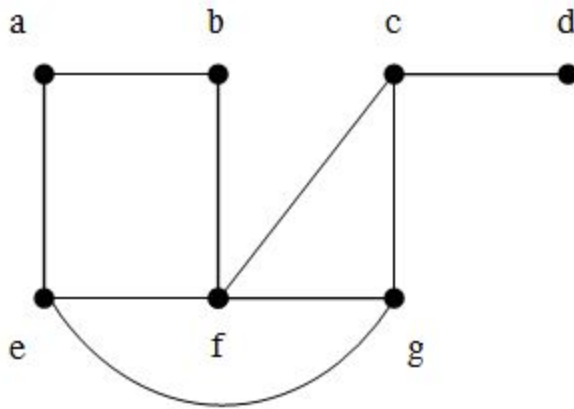
Đỉnh chưa được xét	Stack	Đỉnh được duyệt
a,b,c,d,e,f,g	\emptyset	\emptyset
b,c,d,e,f,g	a	\emptyset

Sử dụng thuật toán DFS xây dựng cây khung



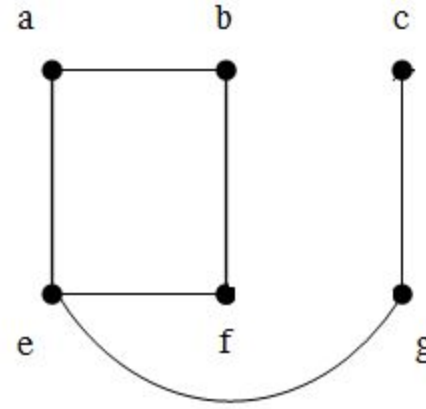
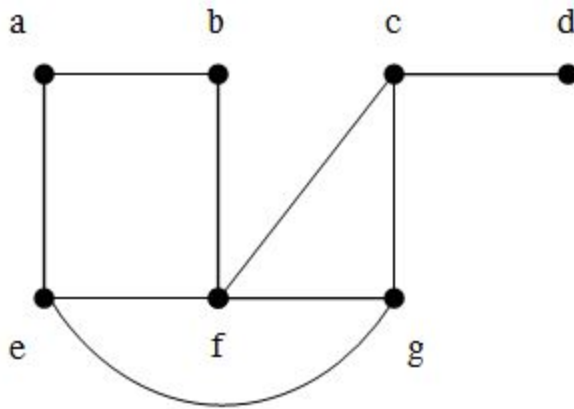
Đỉnh chưa được xét	Stack	Đỉnh được duyệt
a,b,c,d,e,f,g	\emptyset	\emptyset
b,c,d,e,f,g	a	\emptyset
c,d,f,g	b,e	a

Sử dụng thuật toán DFS xây dựng cây khung



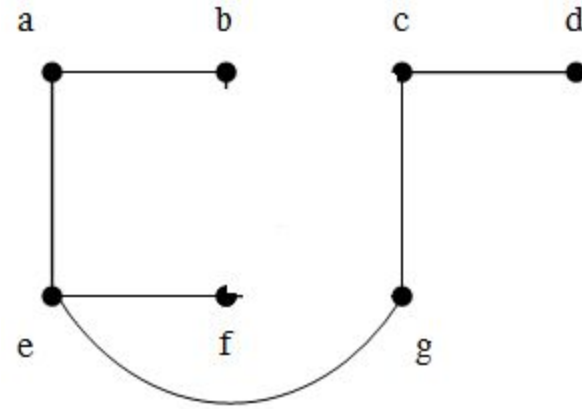
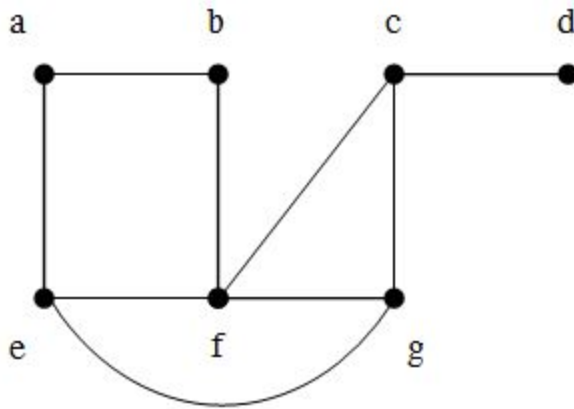
Đỉnh chưa được xét	Stack	Đỉnh được duyệt
a,b,c,d,e,f,g	\emptyset	\emptyset
b,c,d,e,f,g	a	\emptyset
c,d,f,g	b,e	a
c,d	b,f,g	a,e

Sử dụng thuật toán DFS xây dựng cây khung



Đỉnh chưa được xét	Stack	Đỉnh được duyệt
a,b,c,d,e,f,g	\emptyset	\emptyset
b,c,d,e,f,g	a	\emptyset
c,d,f,g	b,e	a
c,d	b,f,g	a,e
d	b,f,c	a,e,g

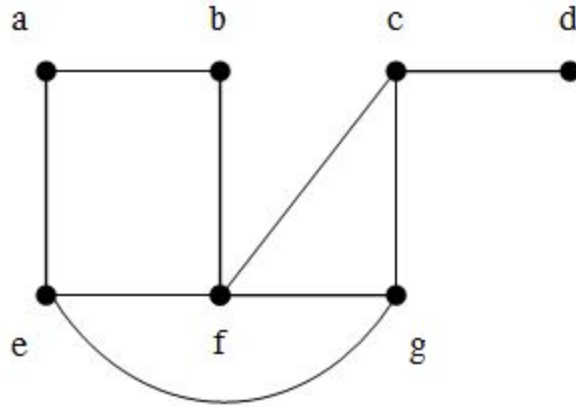
Sử dụng thuật toán DFS xây dựng cây khung



Đỉnh chưa được xét	Stack	Đỉnh được duyệt
a,b,c,d,e,f,g	\emptyset	\emptyset
b,c,d,e,f,g	a	\emptyset
c,d,f,g	b,e	a
c,d	b,f,g	a,e
d	b,f,c	a,e,g
\emptyset	b,f,d	a,e,g,c

Sử dụng thuật toán BFS xây dựng cây khung

Tìm cây khung của đồ thị sau dựa vào thuật toán BFS:

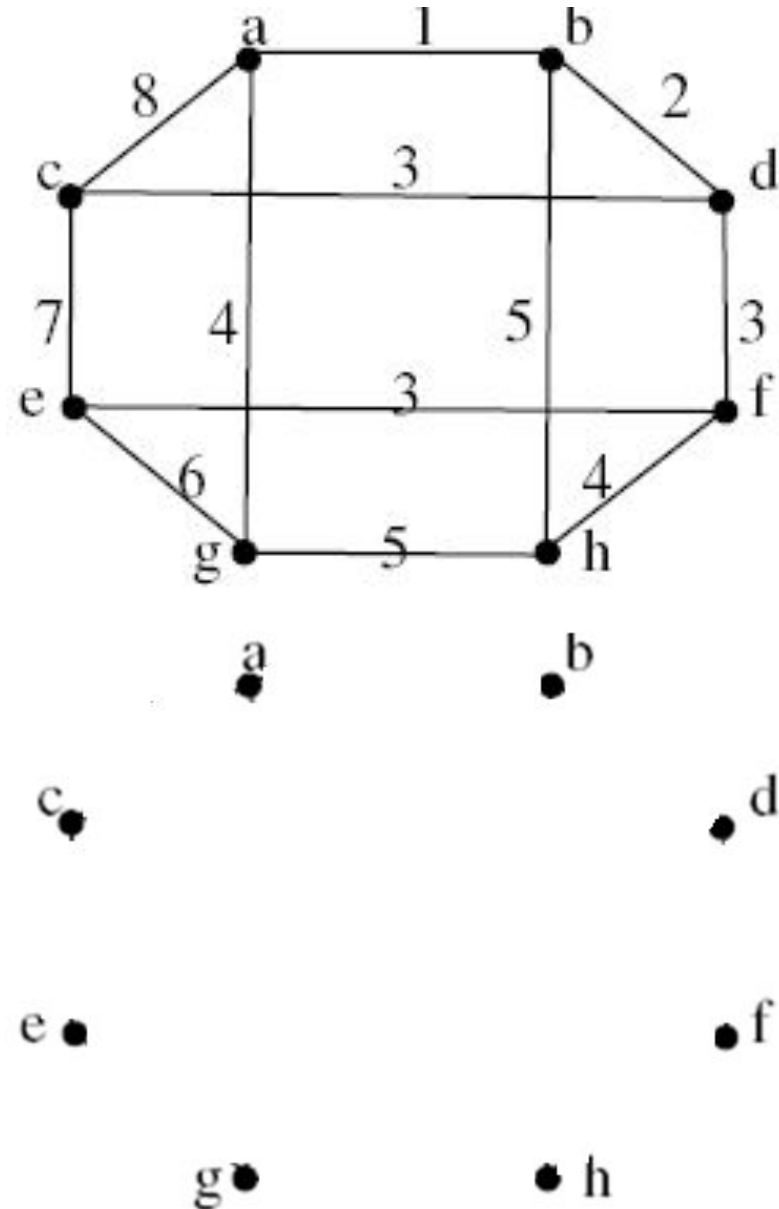


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	1
b	2
c	3
d	4
e	5
f	6
g	7
h	8

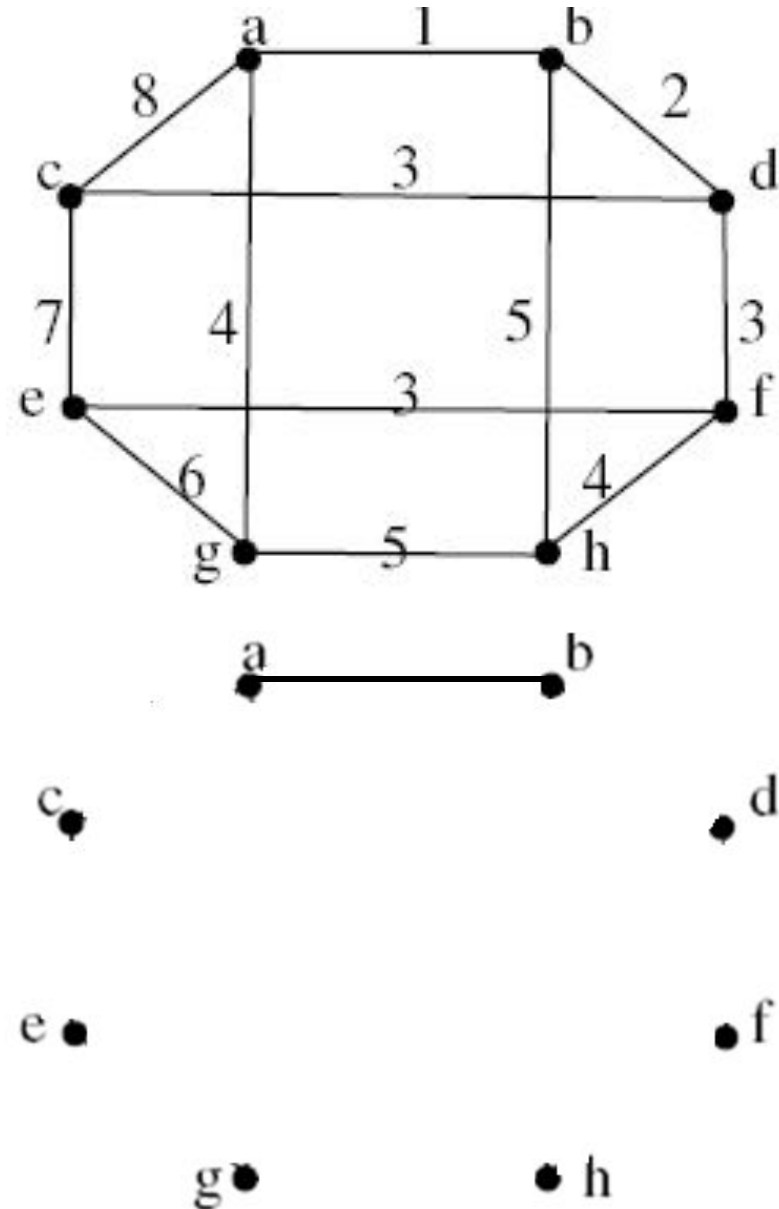


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	1
b	1
c	3
d	4
e	5
f	6
g	7
h	8

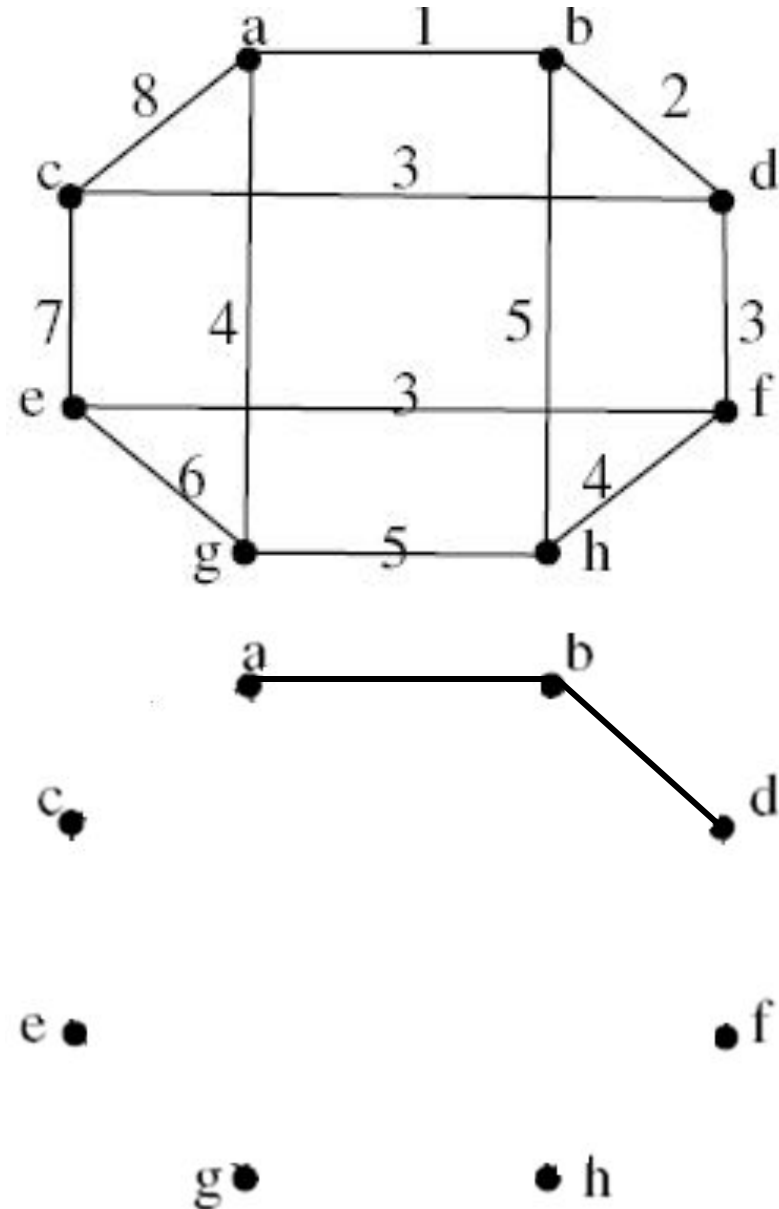


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	1
b	1
c	3
d	1
e	5
f	6
g	7
h	8

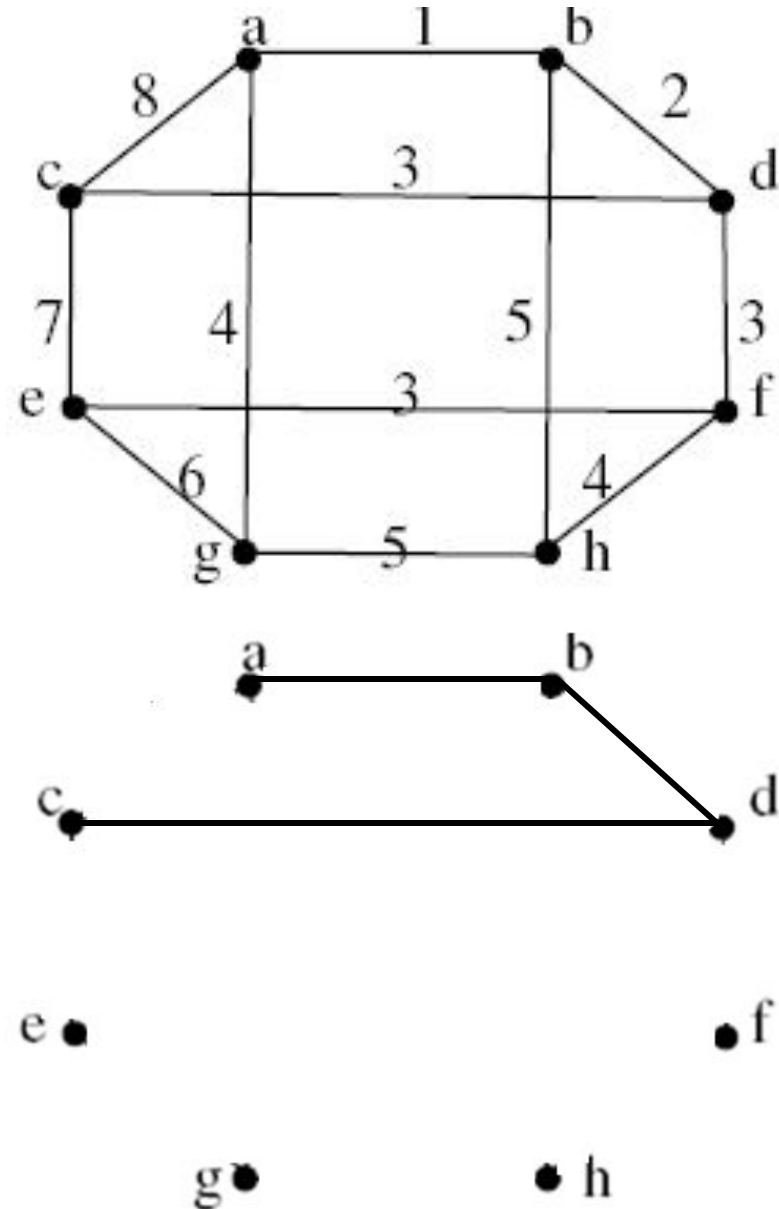


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	3
b	3
c	3
d	3
e	5
f	6
g	7
h	8

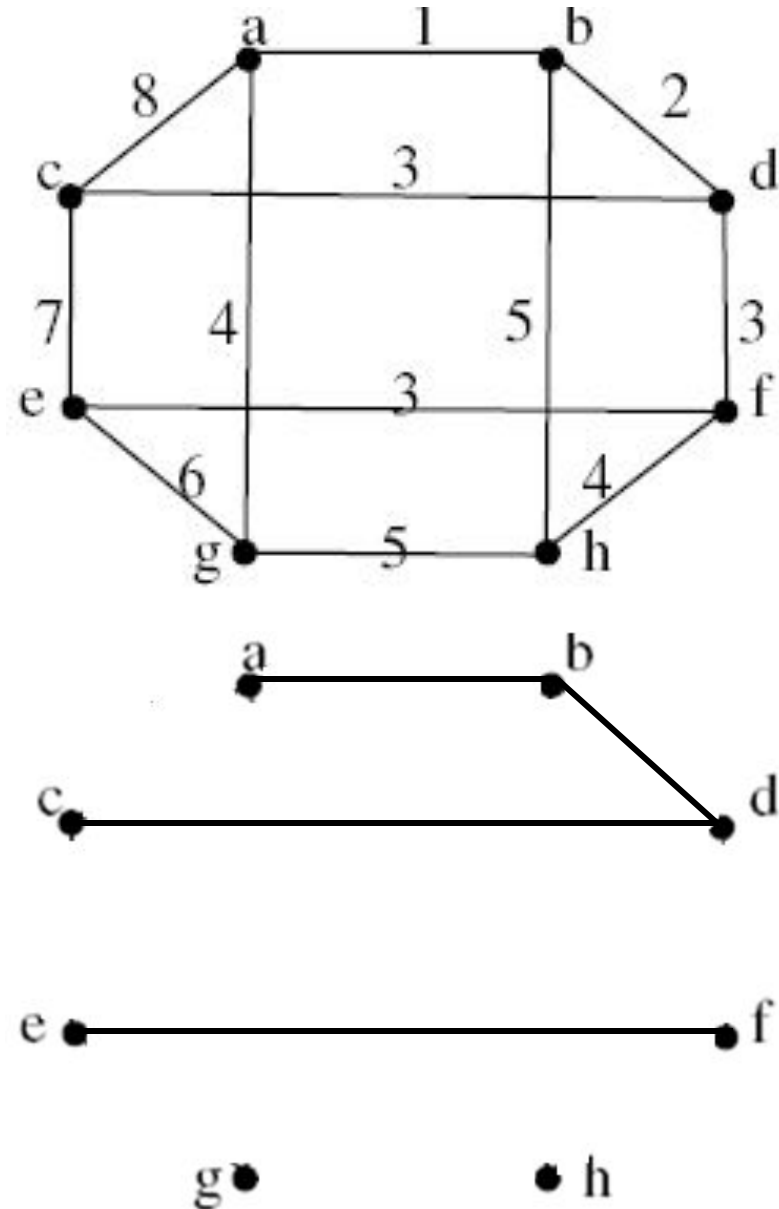


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	3
b	3
c	3
d	3
e	5
f	5
g	7
h	8

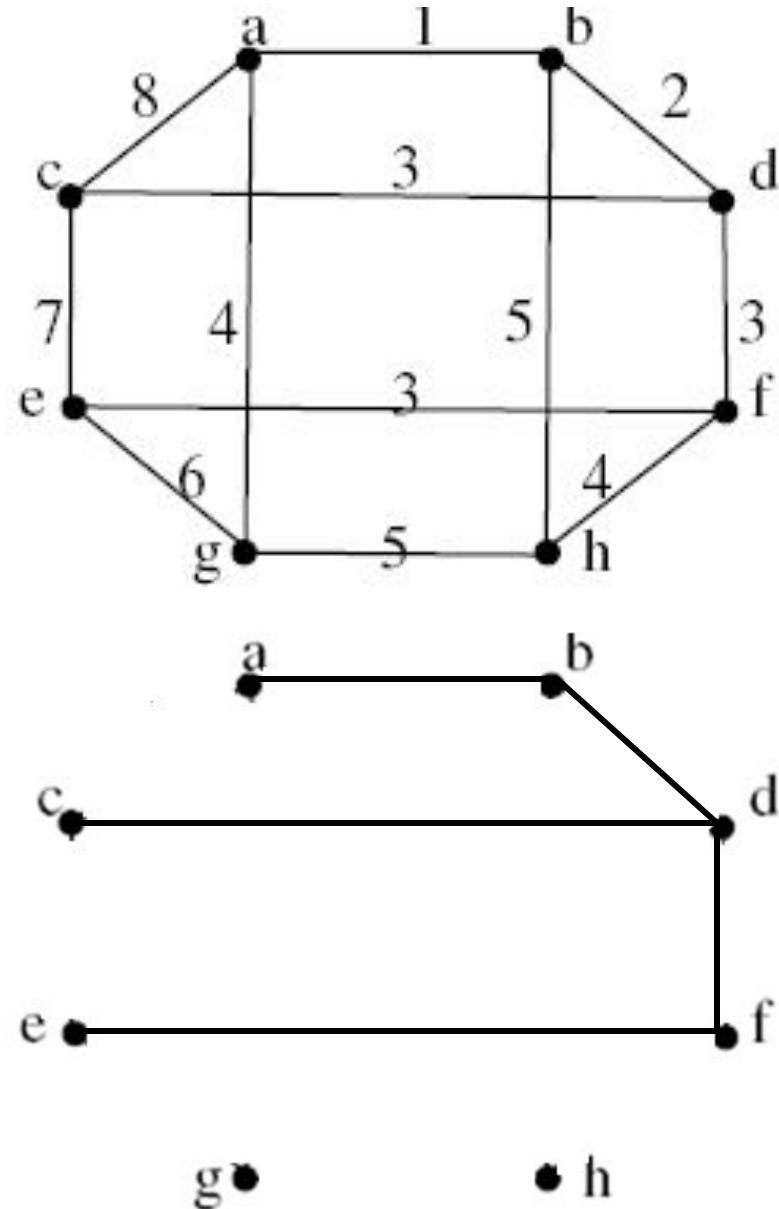


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	3
b	3
c	3
d	3
e	3
f	3
g	7
h	8

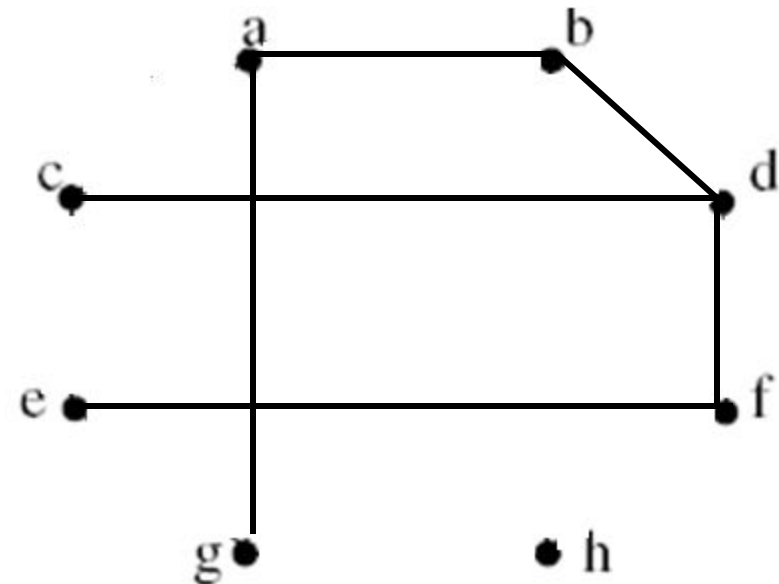
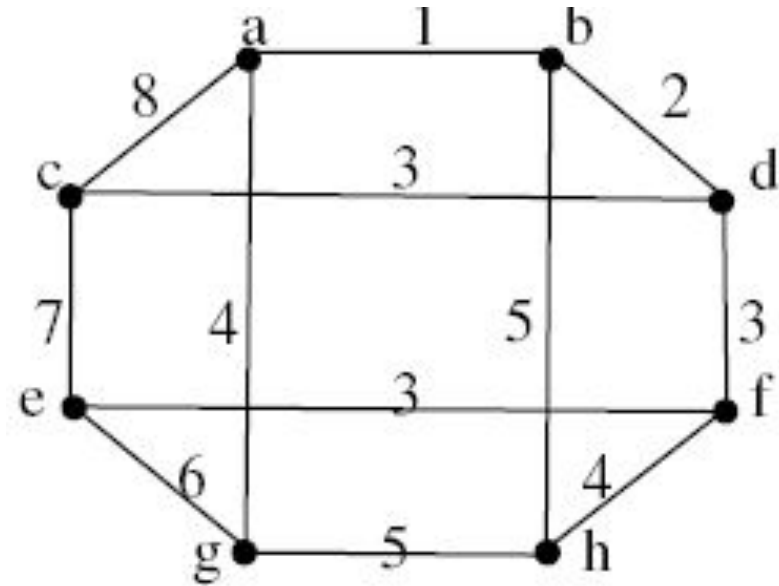


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	3
b	3
c	3
d	3
e	3
f	3
g	3
h	8

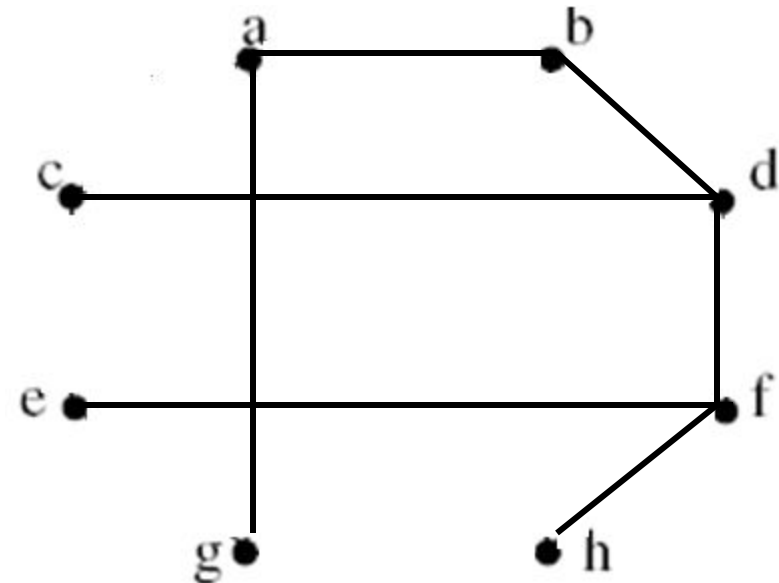
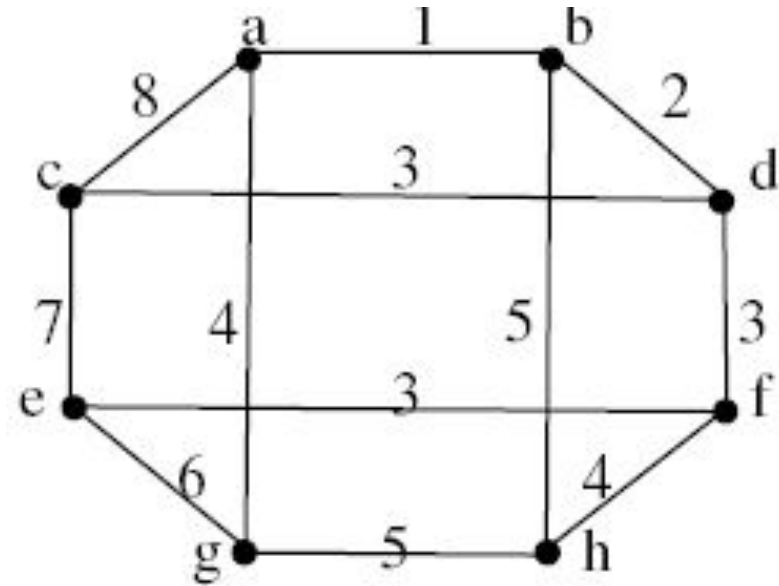


Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị:

(a,b)	1
(b,d)	2
(c,d)	3
(e,f)	3
(d,f)	3
(a,g)	4
(h,f)	4
(b,h)	5
(g,h)	5
(e,g)	6
(c,e)	7
(a,c)	8

a	8
b	8
c	8
d	8
e	8
f	8
g	8
h	8



Trọng số của cây khung:

$$1 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 = 19$$

Thuật toán Kruskal

$T = \emptyset$; $tsT = 0$;

Sắp xếp danh sách cạnh theo thứ tự tăng dần của trọng số;

for $i = 1 \rightarrow n$ index $[i] = i$; $j = 1$;

while ($|T| < n-1$ and $j \leq m$)

{ if (index[dau[j]] \neq index[cuoi[j]])

{ $T = T \cup \{(dau[j], cuoi[j])\}$; $tsT = tsT + ts[j]$;

$d = \text{index}[dau[j]]$;

for $i = 1 \rightarrow n$

if (index[i]=index[cuoi[j]]) index[i] = d;

}

$j++$;

}

if ($|T| < n-1$) output (“Đồ thị không liên thông”)

else output T, tsT ;

Thuật toán Kruskal

Tìm cây khung tối thiểu của các đồ thị sau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	.	16	15	23	19	18	32	20
x_2	16	.	13	33	24	20	19	11
x_3	15	13	.	13	29	21	20	19
x_4	23	33	13	.	22	30	21	12
x_5	19	24	29	22	.	34	23	21
x_6	18	20	21	30	34	.	17	14
x_7	32	19	20	21	23	17	.	18
x_8	20	11	19	12	21	14	18	.

