## ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIỀN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KÌ NĂM HỌC 2022-2023

## Môn thi: Giải tích số (MAT2404) Thời gian làm bài: 120 phút

Dề thi gồm 02 trang

Câu 1.

Cho phương trình  $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ .

- (a) Chứng minh rằng: trong đoạn [1, 2], phương trình trên có duy nhất một nghiệm  $\boldsymbol{x^*}$
- (b) Khảo sát điều kiện hội tụ của phép lặp đơn  $x_{n+1}=\left(\frac{10}{4+x}
  ight)^{1/2}$  với  $x_0\in[1,2].$
- (c) Cho  $x_0=1$ , xác định số phép lặp n cần thiết để  $|x_n-x^*|\leq 10^{-4}$ ,

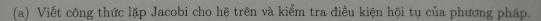
Câu 2.

Cho hệ phương trình 
$$Ax=b$$
 với  $A=egin{pmatrix}1&2&3\\2&20&14\\3&14&62\end{pmatrix},\quad b=egin{pmatrix}2\\28\\-31\end{pmatrix}$ . Giải hệ trên

bằng phương pháp phân tích Cholesky.

Câu 3.

Cho hệ phương trình tuyến tính:



- (b) Cho  $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ , tính  $x^{(k)}$ , k = 1,2,3. Đánh giá sai số tiên nghiệm và hậu nghiệm cho nghiệm xấp xỉ  $x^{(3)}$  theo chuẩn  $\|\cdot\|_{\infty}$ .
- (c) Viết công thức lặp Gauss-Seidel. Với  $x^{(0)}$  ở phần trên tính  $x^{(1)}$  bằng phương pháp Gauss-Seidel.

Câu 4.

Cho  $\{(-2,1),(-1,0),(0,2),(1,3),(2,3)\}$  là các cặp biến-giá trị  $(x_i,y_i),\ i=0,\ldots,4$  của hàm số y=f(x). Tìm đa thức xấp xỉ bình phương tối thiểu của f có dạng  $P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$  theo các bước sau:

- (a) Viết lại tổng bình phương sai số tại các mốc  $x_i$ ,  $i = 0, 1, \ldots, 4$  dưới dạng  $||b Ax||_2^2$ , với A, b, x là các ma trận thích hợp.
- (b) Sử dụng phương pháp phân tích QR rút gọn của ma trận A, hãy tìm x sao cho  $\|b-Ax\|_2^2$  nhỏ nhất.

Câu 5. Cho bài toán Cauchy  $\begin{cases} y' = \frac{x+y}{x^2+2y+1}, & x \geq 1, \\ y(1) = 2. \end{cases}$ 

Viết công thức hình thang hiện và áp dụng để tính  $y_1,y_2$  với bước lưới h=0.1.

 $\frac{y_{n+1} = y_{n+1} + h_{1} + h_{2} + h_{2}$ 

2+12.0,1.

Chú ý: Các kết quả tính toán được lấy qui tròn đến 5 chữ số sau dấu phẩy. Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm.