

ĐSTT TT BTTL

Đ. Cho $V = \mathbb{R}$

GT. - Đ/n phép toán cộng

$$x \oplus y = \max\{x, y\} \quad \forall x, y \in V$$

- Đ/n phép toán nhân vô hướng

$$\lambda \odot x = \lambda x \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \text{ và } x \in V$$

KL. Tập hợp V cùng 2 phép toán \oplus, \odot có phải 1 kgut hay ko

Nếu ko thì hãy liệt các tiên đề kgut ko đc thỏa.

Bgười.

+ Tđề 1. $\begin{cases} x \oplus y = x \\ x \oplus y = y \end{cases} \quad \text{mà } x, y \in V \Rightarrow x \oplus y \in V \Rightarrow \text{Thỏa tđề 1}$

+ Tđề 2.

$$\begin{cases} (x+y)+z = x+y \rightarrow \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \text{ mà } \begin{cases} x+(y+z) = x \\ (x+y)+z = z \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} y \\ z \end{matrix}$$

Chọn $(x, y, z) = (1, 2, 3)$

$$\Rightarrow (x+y)+z = (1+2)+3 = 2+3 = 3$$

$$x+(y+z) = 1+(2+3) = 1+3 = 3$$

Nhét. $(x+y)+z$ và $x+(y+z)$ đều cho ra 1 (.) 3 kg $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$ vs kg

nhân đc là số' lớn nhất (.) 3 số' x, y, z nếu $(x+y)+z = x+(y+z)$
 \Rightarrow Thỏa tđề 2.

+ Tđề 3. $\exists 0 \in \mathbb{R} \Rightarrow 0 \in V$ (nếu $x > 0$)

Mà $x \oplus 0 = 0 \oplus x = x$ (1.) 10 tiên đề về kg số' thực) $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in V$

(kg tđề 3 + thỏa) $x \oplus 0 = 0$ (nếu $x < 0$) \Rightarrow Tđề 3 ko thỏa

+ Tđề 4.

Vs $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in V$, ta có $-x \in \mathbb{R}$ (1.) 10 tiên đề về kg số' thực) $\forall x \in \mathbb{R}$
 $\Rightarrow -x \in V$

Theo tđề về kg số' thực $\Rightarrow x \oplus (-x) = 0$ (1.) 10 tiên đề về kg số' thực) $\forall x \in \mathbb{R}$
 $\begin{cases} (-x) \oplus x = 0 \\ (-x) + x = 0 = -x \text{ nếu } -x > x \end{cases}$

Vậy τ là τ hàm.

+ Tđ 5. $\forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow x, y \in V$. Giả sử $x < y$

Ta có $x \oplus y = y \Rightarrow x \oplus y = y \oplus x \Rightarrow \tau$ là τ hàm.

+ Tđ 6. $x \in V \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ và $\lambda \in \mathbb{R}$

Ta có $\lambda \oplus x = \lambda x$ đúng vs $\forall \lambda, x \in \mathbb{R}$ (tđ 1 và 2) $\Rightarrow \tau$ là τ hàm.

+ Tđ 7. $\lambda, s \in \mathbb{R}, x \in V \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow (\lambda s)x = \lambda(sx)$ đúng vs $\forall x, \lambda, s \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow \tau$ là τ hàm.

+ Tđ 8. $\forall \lambda, s \in \mathbb{R}, x \in V$, ta có:

$(\lambda + s)x = \lambda x + sx \Rightarrow$ phải là λx hoặc sx (tđ 1 và 2) $\Rightarrow \tau$ là τ hàm.

+ Tđ 9. $\lambda \in \mathbb{R}, x, y \in V$. Giả sử $x < y$

+ $\lambda(x+y) = \lambda x$ \Rightarrow đúng vs $\forall \lambda \geq 0$

+ $\lambda x \oplus \lambda y = \lambda y$

Giả sử $x < 0 < y \Rightarrow$

+ $\lambda(x+y) = \lambda y$

+ $\lambda x \oplus \lambda y = \lambda y$ (nếu $\lambda \geq 0$)

$\lambda x \oplus \lambda y = \lambda x$ (nếu $\lambda < 0$)

Vậy $\lambda(x+y) \neq \lambda x \oplus \lambda y \Rightarrow \tau$ là τ hàm.

+ Tđ 10. $\forall x \in V$

$\Rightarrow 1.x = x$ (đúng vs $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ đúng vs $\forall x \in V$) $\Rightarrow \tau$ là τ hàm.

Vậy những tđ là τ hàm là tđ 3, 4, 9.