

③ < chéo hóa ma trận

chéo hóa ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix}$

Bước 1:

$$\begin{aligned} \oplus P_A(\lambda) &= \begin{vmatrix} 1-\lambda & -3 & 4 \\ 4 & -7-\lambda & 8 \\ 6 & -7 & 7-\lambda \end{vmatrix} = -(1-\lambda)(7^2-\lambda^2) - 7 \cdot 4^2 - 3 \cdot 6 \cdot 8 - (1-\lambda)(-7) \cdot 8 \\ &\quad - 4 \cdot (-3) \cdot (7-\lambda) - 6 \cdot (-7-\lambda) \cdot 4 \\ &= (\lambda-1)(49-\lambda^2) - 112 - 144 + 56(1-\lambda) \\ &\quad + 12(7-\lambda) + 24(7+\lambda) \end{aligned}$$

$$= 49\lambda - \lambda^3 - 49 + \lambda^2 - 256 + 56 - 56\lambda + 84 - 12\lambda + 168 + 24\lambda$$

$$= -\lambda^3 + \lambda^2 + 5\lambda - 115 + 3$$

$$= -(\lambda-3)(\lambda+1)^2$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = -1 \text{ (bội kép)} \quad \lambda_2 = 3 \text{ (bội đơn)}$$

④ Us $\lambda = -1$ có:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 & 0 \\ 4 & -8 & 8 & 0 \\ 6 & -7 & 6 & 0 \end{bmatrix} &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{6} & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{6} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{10}{3} & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & 0 \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{6} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{15} & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow V = \mathcal{L}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) \end{aligned}$$

⑤ Us $\lambda = 3$:

$$\begin{bmatrix} -2 & -3 & 4 & 0 \\ 4 & -10 & 8 & 0 \\ 6 & -7 & 4 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & -13 & 12 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 6 & -7 & 4 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{6} & \frac{2}{3} & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 16 & -16 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\frac{7}{6} & \frac{2}{3} & 0 \\ & & & \end{bmatrix}$$