④ <Kgvt con> | Dạng btập chứng minh

Chmh. Giả sử V là 1 kgvt thực và $x \in V$ thì

$$L(x) = \{r.x \mid r \in \mathbb{R}\}$$ là 1 kgvt con of V.

BGiải.

+ Vì $1.x = x$ nên $1.x \in L(x)$. Do đó $L(x) \neq \emptyset$

Nếu $y \in L(x)$ thì $\exists\, r \in \mathbb{R}$ sao cho $y = r.x$

+ Với $s \in \mathbb{R}$, ta có

$$s.y = s.(r.x) \quad (\text{vì } y = r.x)$$
$$= (s.r).x \quad (\text{vì tc giao hoán of phhân số thực})$$
$$\in L(x) \quad (\text{vì } s.r \in \mathbb{R})$$

Vậy $L(x)$ đóng vs phép nhân vô hướng (1)

+ Nếu $y, z \in L(x)$ thì $\exists\, r, s \in \mathbb{R}$ sao cho $\begin{cases} y = rx \\ z = sx \end{cases}$. Ta có

$$y + z = rx + sx \quad (\text{vì } y = rx,\ z = sx)$$
$$= (r+s)x \quad (\text{vì tính chất ~~kết~~ phân phối of pc vh vs pnvh})$$
$$\in L(x) \quad (\text{vì } r \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R} \Rightarrow r+s \in \mathbb{R})$$

Vậy $L(x)$ đóng vs phép cộng vector (2)

Từ (1), (2) ta cm được $L(x)$ là 1 kgvt con of V.

Scanned with CamScanner