

ĐỀ THI KẾT THÚC MÔN HỌC

Môn : Phương trình vi phân 2305.1

Đề số 01 thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Giải các phương trình vi phân

a. $(2y^3 + 2y + 5)dx + (2xy^2 + 2x + 5)dy = 0.$

b. $y'' - 5y' + 6y = 50(\cos x - \sin x) + 12x^2 - 20x + 4.$

Câu 2 Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = ay + bz, \\ \frac{dz}{dx} = -cy + ez. \end{cases} \quad (1)$$

✓ a. Cho $a = 2, b = 1, c = 1, e = 2$. Tìm nghiệm riêng của hệ (1) thỏa mãn điều kiện $y(0) = 1, z(0) = 0.$

a. Cho $a = 0, b = 1, e = 4$. Xác định giá trị của hằng số c để mọi nghiệm của hệ (1) đều là các vô cùng bé khi x dần ra dương vô cực.

Câu 3. Cho hệ phương trình vi phân

$$\frac{dX}{dt} = AX, \quad (2)$$

trong đó $t \in (a, b), X(.) \in \mathbb{R}^n, A = (a_{ij})_{n \times n}$ là ma trận hằng.

a. Phát biểu định lý về sự tồn tại hệ nghiệm cơ bản hệ PTVP (2).

b. Hãy trình bày phương pháp xấp xỉ liên tiếp để tìm nghiệm của bài toán Cauchy của hệ phương trình vi phân (2).

Handwritten calculations for the Cauchy problem:

$$y_0 = \frac{1}{3}, \quad y_1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}x, \quad y_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}x^2, \quad y_3 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{27}x^3, \quad \dots$$

Final result: $y = A \sin x + P$