Btập 1. Trong các ánh xạ sau đây, đâu là ánh xạ tuyến tính.

1. $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $f(x,y,z) = (2x-3y, x+2y, 5x-y+z+1)$

2. $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $g(x,y) = (2x-3y, x+2y, 5x-y)$

3. $h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$; $h(1,1) = (1,2,0)$

$h(-5,-5) = (1,0,2)$

BGiải

1) + Xét $(0,0,0)$ có $f(0,0,0) = (0,0,1) \neq \emptyset$

+ Xét tính b.toàn vs pcộng và pnhân vs 1 vô hướng

Giả sử $x = (x_1, x_2, x_3)$

$y = (y_1, y_2, y_3)$

$\Rightarrow f(x+y) = (2(x_1+y_1) - 3(x_2+y_2); (x_1+y_1) + 2(x_1+y_2); 5(x_1+y_1) - (x_2+y_2)$
$+ (x_3+y_3) + 1)$

$\cancel{\in (2x_1 - 3x_2)}$

Trong khi đó $f(x) + f(y) = (2(x_1+y_1) - 3(x_2+y_2); (x_1+y_1) + 2(x_1+y_2); 5(x_1+y_1)$
$-(x_2+y_2) + (x_3+y_3) + 2)$

Vậy $f(x+y) \neq f(x) + f(y) \Rightarrow f$ ko là 1 axtt.

Thứ
Ngày . . No.

2) + $g(0,0) = (0,0,0) \neq \emptyset$

+ Xét $x = (x_1, x_2)$ $y = (y_1, y_2)$

Ta có

$g(\alpha . x + \beta y) = g.((\alpha x_1 + \beta y_1), (\alpha x_2 + \beta y_2))$

$= (2\alpha x_1 + 2\beta y_1 - 3\alpha x_2 - 3\beta y_2 ; \alpha x_1 + \beta y_1 + 2\alpha x_2 + \beta y_2 ; 5\alpha x_1 + 5\beta y_1$
$- \alpha x_2 - \beta y_2)$

$= (2\alpha x_1 - 3\alpha x_2, \alpha x_1 + 2\alpha x_2, 5\alpha x_1 - \alpha x_2) + (\ldots$

$= \alpha . g(x) + \beta . g(y)$

Vậy g là 1 axtt.

3) Từ gthiết

$\Rightarrow h(x,y) = \ldots$