② Ma trận cvi cg tích 2 ma trận.

<u>CMR.</u> Cho A, B là 2 ma trận sao cho có thể tính đc tích A.B.

<u>CMR.</u> $(A.B)^t = B^t.A^t$

Bài giải

+ Xét $A \in Mat(m\times n) \Rightarrow A^t \in Mat(n\times m)$

$B \in Mat(n\times s) \Rightarrow B^t \in Mat(s\times n)$

Giả sử $\left.\begin{cases} A_{m\times n}.B_{n\times s} = C_{m\times s} \Rightarrow (A.B)^t = C^t_{s\times m} \\ B^t_{s\times n}.A^t_{n\times m} = D_{s\times m} \end{cases}\right\} \Rightarrow$ C^t và D có cùng cỡ (1)

+ Ta có i, j ~~tuần~~ (*) lần lượt thỏa mãn là chỉ số hàng và cột cg các ma trận

<u>Suy ra.</u>

$A = (a_{ij})_{m\times n}$ $A^t = (a'_{ij})_{n\times m} \Rightarrow a'_{ij} = a_{ji}$ vs $\forall i,j$

$B = (b_{ij})_{n\times s}$ $B^t = (b'_{ij})_{s\times n} \Rightarrow b'_{ij} = b_{ji}$ vs $\forall i,j$.

$A.B = C = (c_{ij})_{m\times s} \Rightarrow c_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il}.b_{lj}$

Đặt $\begin{cases} (AB)^t = C^t = (c'_{ij})_{s\times m} \Rightarrow c'_{ij} = c_{ji} = \sum_{l=1}^{n} a_{jl}.b_{li} = \sum_{l=1}^{n} b'_{il}.a'_{lj} \\ D = B^t.A^t = \sum_{l=1}^{n} b'_{il}.a'_{lj} \end{cases}$ (*)

Từ (*) ta suy ra các hệ số tại các vị trí tương ứng cg C^t và D là bằng nhau (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ $C^t = D$ hay $(AB)^t = B^t.A^t$ □