

ĐỀ THI KẾT THÚC MÔN HỌC

Môn : Phương trình vi phân

Đề số 01, thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1. Cho phương trình vi phân

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0.$$

- Phát biểu định nghĩa phương trình vi phân toàn phần.
- Cho biết phương trình vi phân trên không thỏa mãn điều kiện cần và đủ để phương trình này là một phương trình vi phân toàn phần tuy nhiên lại tồn tại thừa số tích phân chỉ phụ thuộc vào x . Hãy chỉ rõ điều kiện đủ dạng để phương trình vi phân này tồn tại thừa số tích phân chỉ phụ thuộc vào x .

Câu 2.

a. Cho hệ phương trình vi phân

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X, \quad (1)$$

trong đó $t \in (a, b)$, $X(\cdot) \in \mathbb{R}^4$, $A(t) = (a_{ij}(t))_{4 \times 4}$ là ma trận liên tục theo t

Phát biểu định lý về sự tồn tại hệ nghiệm cơ bản hệ PTVP (1). Hãy trình bày phương pháp tìm hệ nghiệm cơ bản của hệ phương trình vi phân trên nếu $A(t) = (a_{ij})_{4 \times 4}$ là ma trận hệ số hằng

Câu 3. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y + 2z \\ \frac{dz}{dx} = -2y + z \end{cases} \quad (2)$$

Tìm nghiệm riêng của hệ thỏa mãn điều kiện ban đầu

$$y(0) = 1, z(0) = 0.$$

Câu 4.

a. Tìm tích phân tổng quát của phương trình vi phân

$$(2y^3 + 2y)dx + (2xy^2 + 2x + 5)dy = 0$$

b. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình

$$y'' - ay' + by = \alpha(50(\cos x - \sin x) + 12x^2 - 20x + 4) \quad (3)$$

a. Cho $a = 5, b = 6, \alpha = 1$, tìm nghiệm tổng quát của PTVP (2).

b. Cho $\alpha = 0$, tìm điều kiện ràng buộc đối với a và b để tất cả các nghiệm của (2) đều là các vô cùng bé khi x dần ra vô hạn.