

ExChapter11

April 16, 2024

1 Bài 1

Repeat Example 11.1 for the target distribution $\text{Rayleigh}(\sigma = 2)$.

Compare the performance of the Metropolis-Hastings sampler for Example 11.1 and this problem. In particular, what differences are obvious from the plot corresponding to Figure 11.1?

Về ví dụ 11.1:

Mục tiêu của ví dụ 11.1 là sử dụng phương pháp Metropolis-Hastings để tạo ra một mẫu từ phân phối Rayleigh. Phân phối Rayleigh được sử dụng để mô hình hóa các thời gian sống của các sự kiện với tốc độ nguy cơ tăng mạnh theo thời gian. Phân phối đề suất được sử dụng trong ví dụ 11.1 là phân phối Chi-Squared.

Như vậy bây giờ cần thực hiện lại với tham số $\sigma = 2$ và so sánh tốc độ hội tụ so với việc để $\sigma = 1$ Về corresponding và so sánh với hình 11.1 để xác định sự khác biệt.

```
[ ]: f <- function(x, sigma) {  
  if (any(x < 0)) {  
    return(0)  
  }  
  stopifnot(sigma > 0)  
  return((x / sigma^2) * exp(-x^2 / (2 * sigma^2)))  
}  
  
m <- 10000  
sigma <- 2  
x <- numeric(m)  
x[1] <- rchisq(1, df = 1)  
k <- 0  
u <- runif(m)  
for (i in 2:m) {  
  xt <- x[i - 1]  
  y <- rchisq(1, df = xt)  
  num <- f(y, sigma) * dchisq(xt, df = y)  
  den <- f(xt, sigma) * dchisq(y, df = xt)  
  if (u[i] <= num / den) {  
    x[i] <- y  
  } else {  
    x[i] <- xt  
    k <- k + 1  
  }  
}
```

```

    } # y is rejected
  }

print(k) # số điểm bị từ chối là hơn 1 nửa (như vậy so với ví dụ 11.1 trong 
  ↪ sách thì số điểm bị từ chối - còn gọi là bác bỏ cao hơn)

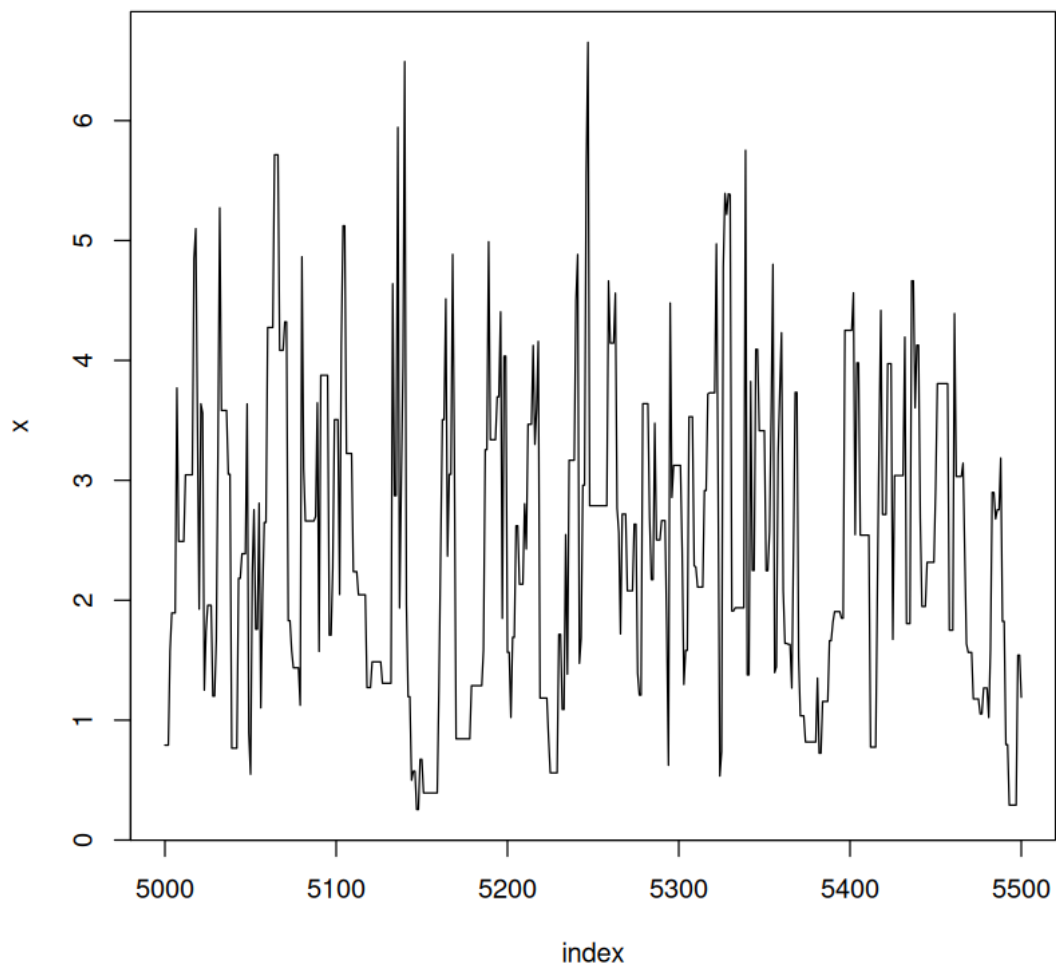
```

```
[1] 5321
```

```

[ ]: index <- 5000:5500
     y1 <- x[index]
     plot(index, y1, type = "l", main = "", ylab = "x")

```



Sự khác biệt là khoảng giá trị của X sinh ra khi đặt $\sigma = 2$ nhỏ hơn khoảng giá trị sinh ra khi đặt

$$\sigma = 4$$

2 Bài 2

Repeat Example 11.1 using the proposal distribution $Y \sim \text{Gamma}(X_t, 1)$ (shape parameter X_t and rate parameter 1).

Về ví dụ 11.1:

Mục tiêu của ví dụ 11.1 là sử dụng phương pháp Metropolis-Hastings để tạo ra một mẫu từ phân phối Rayleigh. Phân phối Rayleigh được sử dụng để mô hình hóa các thời gian sống của các sự kiện với tốc độ nguy cơ tăng mạnh theo thời gian. Trong ví dụ này, chúng ta sử dụng một đề xuất phân phối là phân phối chi-squared với số độ tự do được cập nhật ứng với giá trị hiện tại của chuỗi Markov.

Cụ thể, mục tiêu là tạo ra một chuỗi Markov có phân phối dừng là phân phối Rayleigh với tham số σ được cho trước, thông qua việc sử dụng phương pháp Metropolis-Hastings để chấp nhận hoặc từ chối các mẫu đề xuất dựa trên một tỷ lệ xác suất. Sau khi chuỗi được tạo ra, nó có thể được sử dụng để ước lượng các thống kê hoặc để phân tích các tính chất của phân phối Rayleigh.

Như vậy bài tập 2 này cần làm là:

Thực hiện một ví dụ cụ thể về việc sử dụng phương pháp Metropolis-Hastings để tạo ra một mẫu từ phân phối Rayleigh, nhưng lần này với một đề xuất phân phối khác. Trong bài tập này, đề xuất phân phối là phân phối gamma với tham số hình dạng là X_t và tham số tỷ lệ là 1.

Các bước cụ thể để triển khai phương pháp Metropolis-Hastings cho mục tiêu này. Điều này bao gồm:

1. Khởi tạo chuỗi Markov với một điểm ban đầu từ phân phối đề xuất, trong trường hợp này là phân phối gamma.
2. Lặp lại quá trình Metropolis-Hastings để tạo ra một chuỗi Markov, trong đó mỗi bước lấy mẫu mới dựa trên bước trước đó và phân phối đề xuất.
3. Tính toán tỷ lệ chấp nhận cho mỗi bước lấy mẫu và quyết định liệu mẫu mới có được chấp nhận hay không.
4. Lưu trữ chuỗi Markov được tạo ra.

Cuối cùng, mục tiêu của bài tập là tạo ra một chuỗi Markov chứa các mẫu từ phân phối Rayleigh sử dụng phương pháp Metropolis-Hastings, với đề xuất phân phối là phân phối gamma.

```
[ ]: # Rayleigh density function
f <- function(x, sigma) {
  if (any(x < 0)) {
    return(0)
  }
  stopifnot(sigma > 0)
  return((x / sigma^2) * exp(-x^2 / (2 * sigma^2)))
}

# Metropolis-Hastings sampler
m <- 10000
sigma <- 4
```

```

x <- numeric(m)
# x[1] <- rchisq(1, df = 1)
# Khởi tạo điểm bắt đầu từ phân phối đề xuất (phân phối gamma)
x[1] <- rgamma(1, shape = 1, rate = 1) # Lấy mẫu từ phân phối gamma với shape
↳ = 1 và rate = 1
k <- 0
u <- runif(m)
# Lặp lại qua các bước để tạo chuỗi Markov (tạo mẫu mới từ bước trước đó với
↳ phân phối gamma đề xuất)
for (i in 2:m) {
  xt <- x[i - 1]
  y <- rgamma(1, shape = xt, rate = 1)
  num <- f(y, sigma) * dgamma(xt, shape = y, rate = 1)
  den <- f(xt, sigma) * dgamma(y, shape = xt, rate = 1)
  # Tính toán tỉ lệ chấp nhận - bác bỏ để quyết định có lấy mẫu mới không
  if (u[i] <= num / den) {
    # chấp nhận 1 mẫu
    x[i] <- y
  } else {
    # từ chối 1 mẫu
    x[i] <- xt
    k <- k + 1
  }
}

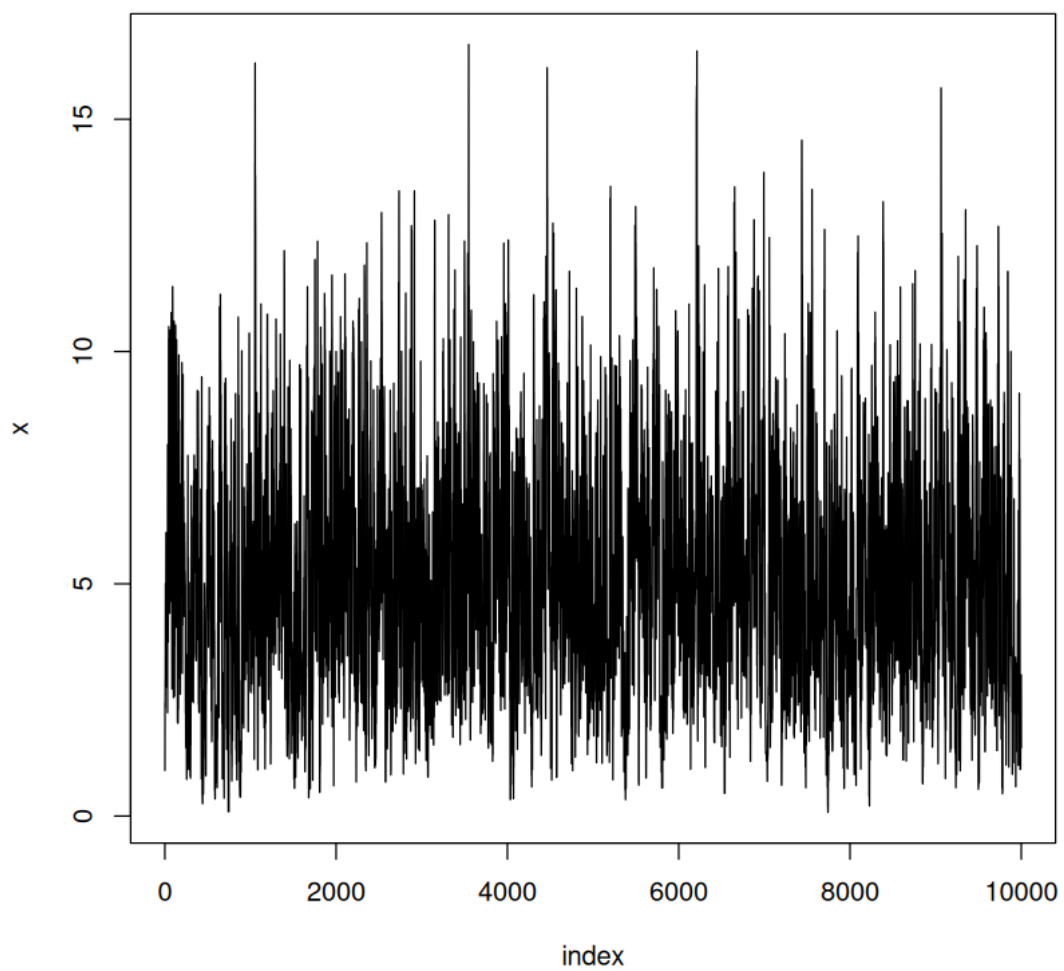
# Count rejected samples: xác định số mẫu bị từ chối
print(k)

# Như vậy đã khởi tạo được 1 chuỗi Markov (x) với việc khi ổn định thì nó tiến
↳ gần tới phân phối Rayleigh

# Plotting
# index <- 5000:5500 # quan tâm đến một phần của chuỗi Markov, ví dụ từ bước
↳ thứ 5000 đến 5500, để vẽ biểu đồ
index <- 1:length(x) # có thể gán như này để xem toàn bộ chuỗi markov
y1 <- x[index]
plot(index, y1, type = "l", main = "", ylab = "x") # index là trục x, y1 là
↳ trục y, type = "l" chỉ định rằng biểu đồ sẽ được vẽ dưới dạng đường thẳng,
↳ main = "" chỉ định rằng không có tiêu đề chính cho biểu đồ, và ylab = "x"
↳ chỉ định rằng nhãn của trục y sẽ là "x".

```

[1] 2965



Số điểm bị từ chối theo phân phối này ít hơn so với sử dụng phân phối như trong ví dụ.