

Btáp 2. Cho ánh xạ  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  đc xác định bởi:

$$T(x, y, z) = (x - z; x + y; z - y; x - 2y)$$

a) Tính  $T(1, -2, 3) = ?$

b) Tìm tất cả các vector  $(x, y, z)$  sao cho  $T(x, y, z) = (8, 9, -5, 0)$

Bgười

a) Có  $T(x, y, z) = (x - z; x + y; -y + z; x - 2y)$

Nên

$$T(1, -2, 3) = (1 - 3; 1 - 2; 2 + 3; 1 + 2 \cdot 2) \\ = (-2; -1; 5; 5)$$

b) Từ  $T(x, y, z) = (8, 9, -5, 0)$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - z = 8 \\ x + y = 9 \\ -y + z = -5 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Giải ma trận

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 1 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow[\begin{smallmatrix} -R_3 \rightarrow R_3 \\ -R_4 + R_1 \rightarrow R_4 \end{smallmatrix}]{R_2 - R_1 \rightarrow R_2} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & 8 \end{array} \right] \xrightarrow[\begin{smallmatrix} -R_4 + 2R_2 \rightarrow R_4 \end{smallmatrix}]{-R_3 + R_2 \rightarrow R_3} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} R_3 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow R_3 \\ R_4 \cdot \frac{1}{3} \rightarrow R_4 \end{smallmatrix}]{R_3 + R_4 \rightarrow R_4} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right] \xrightarrow{-R_3 + R_4 \rightarrow R_4} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow[\begin{smallmatrix} R_2 - R_3 \rightarrow R_2 \end{smallmatrix}]{R_1 + R_3 \rightarrow R_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Vì số chốt = số ẩn  $\Rightarrow$  chỉ có  $(6, 3, -2)$   
có chốt cột tự do

Vậy  $T(x, y, z) = (8, 9, -5, 0)$