

Step 2. Hệ cơ sở của 1 vectơ

Hệ vector sau có phải 1 cơ sở của  $\mathbb{R}^4$  hay không

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad u_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bgiải:

Xét pt vector.

$$x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3 + x_4 u_4 = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (*) \quad \text{vs } a_1, a_2, a_3, a_4 \text{ bất kỳ } \in \mathbb{R}$$

Để giải pt (\*) ta xét ma trận

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & a_1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & a_2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & a_3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_3 - R_1 \rightarrow R_3 \\ R_4 - R_1 \rightarrow R_4 \\ -R_2 \rightarrow R_2}} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & a_1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -a_2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & a_3 - a_1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a_4 - a_1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{R_3 \xrightarrow{\frac{1}{2}} R_3 \\ R_1 - R_2 \rightarrow R_1 \\ R_4 - R_2 \rightarrow R_4}} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & a_1 + a_2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -a_2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{a_3 - a_1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a_4 - a_1 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_1 - R_3 \rightarrow R_1 \\ R_2 + R_3 \rightarrow R_2 \\ R_4 - R_3 \rightarrow R_4}} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{a_1}{2} + a_2 - \frac{a_3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{a_1}{2} + \frac{a_3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{a_1}{2} - \frac{a_3}{2} + a_4 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{R_1 + R_4 \rightarrow R_1 \\ R_2 + R_4 \rightarrow R_2 \\ R_3 - R_4 \rightarrow R_3 \\ -2R_4 \rightarrow R_4}} \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & U \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & V \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & Z \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a_1 + a_3 - 2a_4 \end{array} \right]$$

Số cột = số n<sub>o</sub>  $\rightarrow$  Có n<sub>o</sub> duy nhất  $\rightarrow$  Là 1 cơ sở  
 4 cột tự do