(2). <Chéo hóa ma trận>

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & & \end{bmatrix}$$

a) Tìm các gtri riêng of ma trận A

b) Tìm cơ sở of kg riêng tương ứng vs mỗi gtri riêng

c) Ma trận A chéo hóa dc ko? Tìm P^{-1} sao cho $P^{-1}.A.P$ là 1 mtrận đg chéo. Xđ ma trận đg chéo này

Bgiải

a) Đa thức đtrưng of A

$$P_A(X)=\begin{vmatrix} -1-x & 3 & -1 \\ -3 & 5-x & -1 \\ -3 & 3 & 1-x \end{vmatrix} = +(1-x^2).(x-5)+3.3.1+3.3.1-(x+1).3 + 9.(1-x)-3.(5-x)$$

$$= x-5-x^3+5x^2+18-3x-3+9-9x-15+3x$$

$$= -x^3+5x^2-8x+4$$

$$= (x-1).(x-2).(2-x)$$

$\Rightarrow \lambda_1=1$ (bội đơn) $\lambda_2=2$ (bội kép)

b)

Vs $\lambda_1=1$ có

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow V_2=\left\{\begin{bmatrix} z \\ z \\ z \end{bmatrix} \middle| z \text{ tùy ý} \right\} = y\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

KOKUYO