

Btáp 3. (A+H)

Giả sử $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ là 1 ánh xạ.

$$T(1,0,0) = (1,2,3)$$

$$T(0,1,0) = (2,3,4)$$

$$T(0,0,1) = (3,4,5)$$

a) Tính $T(5,1,-1)$

b) Tìm hạt nhân của T .

B giải.

~~Giả sử $T(x,y,z) = (x+2y+3z, 2x+3y+4z, 3x+4y+5z)$~~

a) Ta có.

$$\begin{aligned} T(5,1,-1) &= 5 \cdot T(1,0,0) + T(0,1,0) - T(0,0,1) \\ &= 5 \cdot (1,2,3) + (2,3,4) - (3,4,5) \\ &= (4,9,14) \end{aligned}$$

b) Vì $\dim \ker T = \dim \mathbb{R}^3 - \dim \text{Im } T$

$\ker T = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid T(x) = 0\}$ là hạt nhân của T .

Vậy để tìm $\ker T$, ta sẽ tìm nghiệm của $T(x) = 0$.

⊕ Tìm ảnh của T .

$$\text{Từ gthuat } T(1,0,0) \quad T(0,1,0) \quad T(0,0,1)$$

$$\Rightarrow T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x,y,z) \rightarrow (x+2y+3z, 2x+3y+4z, 3x+4y+5z)$$

Vậy giải (*) bằng cách giải ma trận

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \end{array} \right] & \xrightarrow[R_3 \rightarrow R_3 - R_1]{R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow[R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2]{R_2 \rightarrow -R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Vì số chốt < số ẩn
1 số chốt ở cột tự do nên

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2y - 3z \\ y = -2z \\ z \text{ tự do} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -z \\ y = -2z \\ z \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \ker T = \{(t, -2t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$$