

doi: 10.14132/j.cnki.1673-5439.2017.03.002

基于收敛速率的多智能体系统一致性研究综述

蒋国平, 周映江

(南京邮电大学 自动化学院 江苏 南京 210023)

摘要: 深入探讨基于收敛速率的分布式多智能体系统一致性问题及相关应用。首先,讨论带有时滞、切换拓扑、牵制控制、采样数据情况下的多智能体系统渐近时间一致性问题;然后,分别介绍并分析一阶、二阶及高阶多智能体系统的有限时间收敛问题,进一步引入并分析限定时间一致性问题;最后,介绍并分析编队控制及几类实际应用。

关键词: 一致性; 编队控制; 多智能体系统; 牵制控制; 收敛速度

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-5439(2017)03-0015-11

Research on consensus of multi-agent systems based on convergence rate

JIANG Guoping ZHOU Yingjiang

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: Some results of the distributed multi-agent systems based on the convergence rate are studied and some applications combining with the research are introduced. Firstly, considering time delay, switching topology, pinning control and sampling data, the asymptotic consensus of multi-agent systems is discussed and analyzed. Then, the finite time consensus problems are investigated for first order, second order and higher order multi-agent systems respectively, and the fixed time consensus results are introduced. Finally, formation control methods are given and some kinds of applications are presented.

Keywords: consensus; formation control; multi-agent systems (MASs); pinning control; convergence rate

所谓多智能体系统 (Multi-Agent Systems, MASs) 是指由多个具有独立自主能力的智能体为了完成某个复杂任务通过局部协作和相互作用而形成的系统。多智能体系统具有自主性、分布性、协调性,并具有自组织能力、学习能力和推理能力。多智能体系统具备较强的可靠性和鲁棒性,实际应用前景非常广阔。关于多智能体系统的研究源自于自然界,比如鸟群的迁徙、鱼群的巡游、蚁群的协同合作,以及细菌群落的聚集生存等等。人们总结这些自然规律,提升到理论高度;再伴随着计算机技术、控制理论等知识的发展完善以及实际应用的强烈需求,使得该研究方向不断得以壮大发展,已成为众多学

科领域研究的热点问题之一。

在多智能体系统里,为了完成某个复杂的任务,智能体之间通过局部协作和相互作用使得整个群体可以完成单个小智能体难以完成的复杂任务。多智能体系统的关键在于系统中的每个智能体并不拥有整个系统的全部信息,仅仅与其邻居分享信息,依赖这些局部信息做出调整,更新自己接下来的动作,最终实现一个共同期望的目标。

1989 年在美国底特律市举行的第一届国际多智能体欧洲学术会议,标志着多智能体受到了研究者的广泛重视。1993 年首次召开了智能体形式化模型国际会议。1994 年又召开了第一届智能体理

收稿日期: 2017-06-07 本刊网址: <http://nyzr.njupt.edu.cn>

基金项目: 国家自然科学基金(61374180, 61603196)、江苏省自然科学基金(BK20150851)、中国博士后基金(2015M581842)、江苏省博士后基金(1601259C)和南京邮电大学科研启动基金(NY215011)资助项目

通讯作者: 蒋国平 电话: 025-85866012 E-mail: jianggp@njupt.edu.cn

论、体系结构和语言国际会议,充分说明多智能体技术日益获得了重视。随后,《Nature》、《Science》等杂志发表了 Watts 的小世界网络模型^[1]和 Albert 的无标度网络模型(BA 模型)^[2],彻底把这个学科带到了空前的繁荣发展状态。而最近几年来,多智能体动态系统在各个领域的广泛应用,如编队控制、传感器网络控制、多水下机器人控制、电力系统网络等等,也带动了本学科的持续发展。

在多智能体系统的研究里最重要的一个问题就是一致性问题。近些年来,关于多智能体系统的一致性问题研究一直是持续的热点。所谓一致性问题(Consensus Problem)就是指随着时间的推移,智能体之间通过局部的信息交互,仅仅依赖邻居的信息,更新自己的状态,从而最终实现所有智能体状态趋于一致。**一致性问题的关键在于设计恰当的分布式一致性同步算法,使得所有智能体趋于同一个状态。**

研究一致性问题时,我们常常还分析其收敛速率问题,因为不同的收敛速度在实际应用中的意义差别很大。

1974 年,DeGroot^[3]首次基于管理学科和统计学给出了一致性的定义,并指出这种一致性思想可以用于处理多传感器采集不确定性信息的数据融合问题。1995 年,Vicsek 等^[4]通过一个经典的粒子模型来模拟粒子群出现一致性行为的现象,并通过仿真给出了一系列有趣的结果。其后,Jadbabaie 等^[5]针对简化的 Vicsek 模型,通过代数图论和矩阵理论知识,指出只要智能体构成的网络保持连通,则所有的智能体就能实现一致。Olfati-Saber 和 Murray^[6]最早提出了一致性问题的理论框架,设计了最一般的一致性算法,发现网络的代数连通度表征了系统收敛的速度,给出了算法达到平均一致的条件,并将结果扩展到带时滞的一致性算法。

本文介绍并分析目前几类比较经典的多智能体系统一致性的研究。同时,我们依据收敛速率,分别从渐近稳定、有限时间稳定、限定时间稳定三个角度深入介绍和分析一致性问题的研究现状。最后,我们引入编队控制的概念,并结合几个应用实例介绍此研究方向的未来前景。

1 渐近时间多智能体系统一致性

渐近时间一致同步结果是一致性结果里面最全面、最丰富的,目前绝大多数已经存在的一致性控制策略都是渐近一致控制策略。渐近时间一致意味着在无穷时间里最终可以实现一致,它的收敛速率是

以指数速度逼近于期望状态的。

1.1 一阶系统渐近时间一致性

考虑 n 个一阶智能体,每个智能体的模型可以描述如下^[6]:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

其中 $x_i(t)$ 和 $u_i(t)$ 分别是第 i 个智能体的状态和控制输入。文献[6]系统地研究了智能体系统的渐近一致性问题,给出了非常典型的分布式控制器:

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t) - x_i(t)] \quad (2)$$

其中 a_{ij} 是连接矩阵里的第 (i, j) 个元素。

随着对一致性问题进一步深入研究,无论在理论上还是在应用上,一致性都取得了极其丰富的成果。科研工作者们针对不同的实际应用需求,发展了一系列重要的子课题。

1.1.1 考虑时滞的一致性问题

在许多实际情况下,时滞是不可避免的,很多研究工作就时滞的影响以及存在时滞时如何使系统实现一致同步进行了研究^[6-18]。

我们分析一下产生时滞的几个主要原因。首先,由于通信传输的速率是有限的,在传输过程中就不可避免地产生了时间延迟。其次,传感器接收信号需要额外时间。再次,生成控制输入需要一定的计算时间。最后,执行器接到控制输入后,执行也需要一定响应时间。总的来说,在实际系统里,驱动器、控制器、执行器、通讯线路、算法计算等都是需要时间的,时滞是不可避免的。

针对一致性问题,要怎样处理时滞带来的负面效应呢?

文献[6]考虑常时滞情况下的一致性问题,给出了下面的一致性协议:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau)] \quad (3)$$

其中 $\tau \geq 0$ 为常时滞。利用频域分析的方法,文献[6]研究出系统允许的最大时滞与系统通信拓扑对应的拉普拉斯矩阵的最大特征值成反比。

文献[7]在文献[6]基础上进一步推进,研究了单一时变时滞情况下一致性算法:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t - \tau(t)) - x_i(t - \tau(t))] \quad (4)$$

其中 $\tau(t) \geq 0$ 为常时滞。然后利用矩阵不等式方法,最终给出了要实现渐近一致时滞所需要满足的条件。

文献[8]研究了一类时滞不影响一致性的情

况。一致性算法如下:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t-\tau) - x_i(t)] \quad (5)$$

只要网络是连通的,系统就可以实现渐近一致。

文献[9]研究了一类带有时变时滞的离散模型:

$$x_i(t+1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n a_{ij}(t) G_{ij}(t)} \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) G_{ij}(t) x_j(t - \tau_{ij}(t)) \quad (6)$$

其中,当第*i*个智能体能收到第*j*个智能体信息的时候, $G_{ij}(t) = 1, i \neq j$;当第*i*个智能体不能收到第*j*个智能体信息的时候, $G_{ij}(t) = 0, i \neq j$ 。运用非负矩阵理论,分别给出了固定拓扑和切换拓扑情况下多智能体系统趋于一致的条件。

从文献[8-9]可以看出,如果只考虑传输时滞,也就是每个智能体都能够立即获得自身信息,那么多智能体系统实现一致与时滞无关;如果智能体获得自身信息及传输过程中都存在时滞,那么多智能体系统实现一致就与时滞大小相关。

文献[10]研究了带有时滞的一类线性混合动力耦合网络:

$$\dot{x}_i(t) = -Cx_i(t) + Af_i(x_i(t)) + Bf_i(x_i(t-\tau)) + I(t) + \sum_{j=1}^n l_{ij}x_j(t) + \sum_{j=1}^n l_{ij}x_j(t-\tau(t)) \quad (7)$$

其中, $C = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbf{R}^{n \times n}, c_i > 0, I(t)$ 为外部输入向量, A 和 B 是加权矩阵。运用李雅普诺夫函数以及线性矩阵不等式方法,最终给出了多智能体系统实现全局一致同步的条件。

文献[11]仅仅利用数据信息,研究了带有时滞的连续线性多智能体系统:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), t) - \sum_{j=1}^n l_{ij}x_j(t - d_k(t)) \quad (8)$$

其中, $f_i(x_i(t), t)$ 为固有非线性。运用李雅普诺夫函数、Finsler引理以及线性矩阵不等式方法,研究出如果采样间隔小于一个最大允许值,我们就可以实现一致同步。

1.1.2 考虑切换拓扑的一致性问题

研究多智能体系统一致性控制时,节点之间的网络拓扑起着非常重要的作用。我们的研究目的就是找出合适的拓扑结构条件,使得在给定算法下多智能体系统能够实现一致。

我们经常考虑的是确定性的网络拓扑,也就是

连接矩阵 $A(t)$ 是确定性的。这里,主要就是固定拓扑和确定性的切换拓扑。当所有的智能体最终到达同一个状态时,我们称带有确定性网络拓扑的多智能体系统实现一致。对于无向固定拓扑,文献[8]已经指出连通图是实现一致的必要条件。而对于有向固定拓扑,文献[6]指出当图含有一个有向生成树时,可以实现一致。对于无向确定切换拓扑,文献[6]已经指出只要图是联合连通的,就可以实现一致。对于有向确定切换拓扑,文献[6,12]指出当图里面出现生成树的频率足够大时,可以实现一致。

但我们也会遇到随机通信失败、随机丢包、物理通信信道不稳定等情况,这就不得不考虑随机的网络拓扑结构,也就是连接矩阵 $A(t)$ 是随机的。当所有的智能体最终几乎处处到达同一个状态时,我们称带有随机的网络拓扑的多智能体系统几乎处处实现一致。

关于随机切换拓扑多智能体系统一致性问题的研究由文献[13]首次提出,并给出了一些充分条件以确保多智能体系统几乎处处实现一致,同时还研究了收敛速度问题。文献[14]给出了实现几乎处处一致的更一般的条件。宽松地讲,要想实现几乎处处一致当且仅当期望的随机切换网络拓扑含有一个有向生成树。我们就发现,此处的条件与文献[8]的条件类似,只是参数是随机的。

1.1.3 考虑牵制控制问题

在很多情况下,整个复杂网络仅仅通过自身的耦合,并不能实现同步。即使有些时候整个复杂网络能够实现同步,但是最终同步的状态并不是我们所期望的。这时候就需要我们在智能体上增加一些额外的控制器来强迫实现期望的最终同步。往往在一个复杂网络系统里有数量巨大的智能体,我们不可能把这个额外的控制器加到每个智能体上,这样代价就太大了。所以,仅仅控制一部分节点的牵制控制就被提出来用于解决这个问题。

在牵制控制里面,我们不得不遇到三大挑战性的难题。第一是我们需要牵制哪些智能体,第二是我们应该选定多大的牵制强度,第三是我们应该选择什么样的控制策略。已经有很多文献分析这三个问题,并取得一定的成果,但至今这些问题还没有很完美地解决。

考虑多智能体系统以及控制器,仅仅通过这样的自身耦合常常不能达到目的,需要在部分智能体上加额外的控制,给出经典的牵制控制形式^[15]:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t) - x_i(t)] - cd_i [x_i(t) - s(t)], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

此处 $d_i \geq 0$ 是第 i 个智能体的牵制强度, 当 $d_i = 0$ 时, 表示第 i 个智能体上没有加额外的控制器。 $s(t)$ 是期望的状态。

2002 年, 文献[16]首次提出牵制控制的策略来解决无标度动态网络所有状态控制到平衡点的问题。接着文献[17]进一步研究实现一致稳定性的条件, 并分析不同牵制策略和拓扑结构之间的关系。在文献[16-17]中, 通过比较可以得出如果牵制连接强度大的智能体, 效果会更好。文献[18]通过引入一个虚拟智能体, 把牵制控制看成增广网络的同步控制问题, 并进而研究了牵制控制策略下网络的可控性问题。文献[19]运用自适应方法来解决牵制控制问题, 我们可以自适应地调节出最合适的耦合强度, 并得出使得网络实现同步一般性的标准。在文献[19]中我们还发现当耦合强度偏小时, 应该首先把自由度小的智能体牵制住。文献[20]针对有向和无向动态复杂网络系统, 提出对应的牵制同步策略, 并且指出对于有向网络, 应该把出自由度大于入自由度的智能体作为候选牵制节点。当连接强度足够大时, 针对连通的无向网络, 我们只需要牵制一个智能体就能实现同步^[21]。通过运用 M 矩阵理论以及李雅普诺夫函数方法, 针对各种类型的多智能体系统, 研究了牵制同步控制问题。在最近的文献里, 文献[22]研究了更一般的情况, 分别针对强连接网络, 含有向生成树网络, 弱连接网络, 有向森林等各种复杂网络系统, 研究其牵制同步问题。此外, 一些简单而有效的牵制算法也在文献[22]中提出。与此同时, 有很多文献着眼于切换拓扑, 随机系统等等。

1.1.4 基于采样数据的一致性控制

由于测量单元和控制单元的元器件的物理限制, 我们常常不能以任意快的速度获得数据信息, 也不能立即就发出控制信息。因此, 我们常把闭环系统建成混合形式, 也就是将系统模型描述为连续时间, 而数据测量及控制输入描述为分段的函数形式。一个经典的控制器形式描述如下:

$$u_i(t) = u_i(kT) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(kT) [x_j(kT) - x_i(kT)] \quad (10)$$

其中 $kT \leq t < (k+1)T$, T 是采样周期。

从本质上看, 上面的控制器实际上是一个零阶

保持器, 在每个采样点开始后的一个周期内, 数据及控制输入都保持在采样点上的状态不动, 直至下个采样点才重新更新数据。在这种情况下, 研究一致性的时候伴随着采样数据, 我们称之为基于采样数据的一致性控制, 这里面暗含着物理器件和控制单元的固有限制。同时, 值得注意的是, 相比连续一致性控制, 基于采样数据的一致性控制需要更少的信息, 更小的计算量, 这都是其带来的优点。

文献[8]分别针对固定和切换拓扑情况, 给出了实现基于采样数据的一致性控制所需要的必要条件和充分条件。文献[23]则是针对各种拓扑结构下的二阶多智能体系统, 研究其实现基于采样数据的一致性控制所需要的条件。无限大的采样周期意味着智能体之间不存在信息交互, 一致性就不可能实现, 因此, 研究的一个主要目的就是寻找合适的采样周期(可能是时变的), 使得一致性得以实现。我们发现研究基于采样数据的一致性控制所需要的条件跟研究连续时间一致性控制所需要的条件比较相似。目前基于采样数据一致性控制的研究主要集中在简单的动态系统, 我们常常可以用线性矩阵不等式的形式来描述。相应的网络稳定性可以结合已有的一致性算法和网络拓扑结构, 利用矩阵的性质来进行处理, 分析。此处, 有很多种分析方法, 包括李雅普诺夫函数方法、矩阵理论、随机矩阵、线性矩阵不等式方法, 这些文献中提出了一些实现基于采样数据的一致性控制所需要的必要/充分条件。很自然的, 我们就想到考虑一般的线性系统和非线性系统, 给出更广义的基于采样数据的一致性同步策略。

此外, 考虑当智能体之间拥有不一样的采样周期, 或者是采样周期不是常数时的情况还是很有意义的。因此, 基于一些成本函数(如: 最大的收敛速率, 最小的总的信息交换)而设计的优化的一致性控制策略也是非常有意义的。整体来说, 分析和设计基于采样数据的一致性控制问题是很有价值的。

1.2 二阶系统渐近时间一致性

与此同时, 许多工作开始研究二阶动态多智能体系统的渐近一致性控制问题。理想的二阶多智能体系统模型描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) &= u_i(t) \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

其中 $x_i(t)$ 和 $v_i(t)$ 分别是第 i 个智能体的位移状态和速度状态, $u_i(t)$ 是第 i 个智能体的控制输入。文献[24-31]研究了二阶智能体系统的渐近一致性

问题,给出了下面非常典型的分布式控制器:

$$u_i(t) = c_1 \sum_{j=1}^n a_{ij} [x_j(t) - x_i(t)] + c_2 \sum_{j=1}^n a_{ij} [v_j(t) - v_i(t)] \quad (12)$$

其中 a_{ij} 是连接矩阵里的第 (i, j) 个元素。

很多实际系统的模型都是二阶系统,如: 机器人、运动小车等等,可以说研究二阶多智能体系统更有意义。早期的有关二阶多智能体系统一致性的文献都集中于结合实际应用。文献[32]基于无向拓扑网络结构,研究了二阶多智能体系统的群集行为,并得出实现一致性需要满足的一些条件。接着,针对有向网络拓扑结构,文献[12]指出二阶多智能体系统要想实现一致,一个必要条件就是网络拓扑中含有一个有向生成树,很多情况下,仅仅满足这个条件,也不一定能实现一致。文献[25]则详细讨论了带有时延和联合连通拓扑情况下的二阶多智能体系统的一致性,通过线性矩阵不等式的方法,给出了实现一致性的充分条件。文献[26]考虑了速度向量不可测情况下的一致性,但是在设计观测器过程中增加了额外的变量,使得系统变成高阶动态系统,增加了研究的难度。Yu 和 Chen 等^[27]更深入地研究了有向网络拓扑情况下的二阶多智能体系统,给出了实现一致性的充分必要条件,而且还研究了带有时延和切换拓扑的二阶多智能体系统的一致性问题,给出了一些有意义的理论结果。当通过自身耦合不能实现一致时,文献[28]研究了二阶多智能体系统的牵制控制问题,并指出我们最好牵制那些出自由度大于入自由度的智能体。当数据并不是随时能得到的时候,文献[29]考虑了带有采样数据的情况,研究了二阶多智能体系统的一致性,并给出了此时要想实现一致的充要条件。文献[23]利用数据采样信息,针对数据时延和丢包问题,给出了要实现二阶多智能体系统一致的充分必要条件。文献[30]则针对含有非线性扰动项的二阶多智能体系统,利用李雅普诺夫理论,给出其实现一致所需要满足的条件。当不是一直保持通讯,只是间歇通讯时,文献[31]综合考虑时延、非线性项的影响,指出当连通强度和通讯持续时间大于一个临界值时,二阶多智能体系统可以实现渐近一致同步。

此外,关于二阶多智能体系统,有很多研究关注多欧拉拉格朗日系统一致性问题。

1.3 高阶系统渐近时间一致性

近几年,很多人开始关注高阶多智能体系统一致性问题^[32-35]。文献[32]比较早地提出研究高阶

多智能体系统一致性问题,并且把二阶多智能体系统一致性的研究方法推广到高阶系统上来。文献[32]基于高阶线性时不变多智能体系统,利用状态反馈方法研究了其一致性稳定问题。更进一步的,针对这类高阶线性时不变多智能体系统,假设其状态不可测,仅仅利用输出信息,研究其一致性稳定问题。当高阶多智能体系统里面含有外部扰动时,文献[33]通过一个更一般的一致性算法,得到高阶多智能体系统要实现一致性必须要满足的几个条件,并且指出当且仅当拉普拉斯矩阵的所有非零特征值分布在稳定区域时,高阶多智能体系统可以实现渐近一致同步。文献[34]首先把时域系统转化为频域系统,然后利用频域分析方法,解决了高阶异质多智能体系统的一致性问题。当存在非常大的输入延迟和控制延迟时,文献[35]指出当延迟已知时,我们用全状态反馈方法、输出反馈方法都很容易实现一致,但当时延未知且时变时,只要闭环动态系统包含一个零特征值,也可以实现一致。

2 有限时间多智能体系统一致性

在一致性控制问题里,一个非常重要的研究主题就是收敛率的问题。相比于渐近收敛,设计有限时间一致同步策略是更加令人期望的,这样将会以一个更快的方式实现一致同步。关于一阶有限时间同步控制策略的结果还是非常丰富的,二阶有限时间同步控制策略有三种主要思路,高阶有限时间同步控制策略的结果还比较少。下面我们来详细介绍有限时间一致同步控制的研究现状。

2.1 一阶系统有限时间一致性

关于一阶多智能体系统有限时间同步控制的研究已经比较成熟了。综观过去这些年,产生了许多种一阶有限时间同步控制策略。文献[36]针对梯度流系统,设计出有限时间控制策略,然后进一步把该方法应用到一阶多智能体系统有限时间一致性同步控制上。文献[37]先针对非线性动态系统设计控制器,使得其实现半稳定状态,然后把该方法推广到一阶多智能体系统有限时间一致性同步控制上。

接着出现了几个比较经典的有限时间同步控制策略。首先,文献[38]针对标准的一阶多智能体系统,运用有限时间稳定性理论,设计出各种情况下的有限时间同步控制器,最基本的控制器形式如下:

$$u_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \text{sig}(x_j - x_i)^{\alpha_{ij}} \quad (13)$$

其中 $0 < \alpha_{ij} < 1$ 。只要无向网络是连通的,多智能体

系统就能实现有限时间一致。

然后,文献[39]针对各种情况下的一阶多智能体系统,设计出另外一种新的有限时间同步控制器,其最经典的控制器形式如下:

$$u_i = c \operatorname{sig} \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j - x_i) \right)^{\alpha_{ij}} \quad (14)$$

其中 $c > 0$, $0 < \alpha_{ij} < 1$ 。

上面两种类型的有限时间策略满足一定的关系,很多情况下很难说谁更好。我们知道当 $\alpha_{ij} = 1$ 时,上面两种控制策略是一样的,而且是经典的一阶渐近控制策略。这两种控制策略都需要知道相邻智能体间的相对误差大小。下面我们介绍第三种稍微不一样的控制策略,这里我们只需要知道相邻智能体间的相对误差符号。文献[40]针对经典的一阶多智能体系统,仅仅利用相邻智能体间的相对误差的符号来设计一个二进制的控制策略,最终实现有限时间一致同步,其控制器形式如下:

$$u_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}(x_j - x_i) \quad (15)$$

其实,此处就相当于上面两种控制策略当 $\alpha_{ij} = 0$ 时的情形。用的数据信息少了,但随之带来了抖振,很难平衡到一些小的平衡点等问题。

此外,还有些其它文献研究随机多智能体系统、固有非线性等问题。

2.2 二阶系统有限时间一致性

把一阶多智能体系统有限时间同步控制的方法扩展到二阶多智能体系统上来是行不通的,甚至线性一致性算法的扩展也是非常困难的。这就无形中加大了二阶多智能体系统有限时间同步控制研究的难度。但经过科研工作者们不懈的努力,目前有关此方面的研究存在着三种主流分析方法,即齐次判别方法、终端滑模控制方法、李雅普诺夫判别方法。

针对二阶无向多智能体系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= u_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

文献[41]用齐次判别方法,设计出了如下的有限时间一致同步控制器:

$$u_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} [\psi_1(\operatorname{sig}(x_j - x_i)^{\alpha_1}) + \psi_2(\operatorname{sig}(v_j - v_i)^{\alpha_2})] \quad (17)$$

其中 $0 < \alpha_1 < 1$, $\alpha_2 = \frac{2\alpha_1}{1 + \alpha_1}$ 。这种方法对系统的要求比较高,系统只有满足齐次性条件,才能实现有限时间一致同步。

针对二阶无向多智能体系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= u_i + \delta_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

文献[42]用终端滑模控制方法,设计出了有限时间一致同步控制器,并把该方法应用到多欧拉拉格朗日系统中去,但是这种方法里面的控制器是不连续的,常常会导致抖振等不理想状况。

针对二阶无向多智能体系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= u_i + d_i(t) \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

文献[43]用李雅普诺夫判别方法,借鉴了加密积分方法的思路,设计出了如下的有限时间一致同步控制器:

$$u_i = -k_1 [v_i^p + k_2 (\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j - x_i))]^{\frac{2}{p}-1} \quad (20)$$

这种方法比较复杂,计算量比较大,实际应用还需进一步的发展。

当然,基于上述三种方法,有很多文献做出了改进。但整体来说,目前关于二阶多智能体系统有限时间同步控制的研究还不是很全面,还有很多可做的地方。如何做出一个合适的有限时间控制器是我们下一阶段的主要工作。

2.3 高阶系统有限时间一致性

关于高阶多智能体系统的有限时间同步控制的研究目前还不是很多。文献[44]用加密积分方法,给出了高阶多智能体系统的有限时间同步控制策略。文献[45]考虑带有随机不确定项的高阶多智能体系统,利用终端滑模控制方法,研究其有限时间一致同步控制策略。文献[46]用加密积分方法和异质控制方法,设计出了高阶异质多智能体系统的有限时间一致的控制策略。

本团队在有限时间多智能体系统一致性问题方面,有较多相关研究。文献[46]研究了高阶异质多智能体系统的有限时间一致性问题。文献[47]针对二阶多智能体系统,给出了鲁棒控制策略,得以实现一致性,并进而运用到三自由度直升机的一致性上去。文献[48]给出了有限时间一致性较一般的设计方案,并运用到PID控制方法中。

3 限定时间多智能体系统一致性

限定时间的结果还处于刚起步阶段,这方面还有很多知识值得继续挖掘。关于限定时间一致同步

控制的文献目前仅有几篇,特别是把限定时间结果推广到多智能体一致性问题上的研究成果更少,目前只有几篇一阶多智能体系统限定时间一致的结果,尚没有涉及到二阶以及高阶多智能体系统。

首先,我们给出一个限定时间结果区别于其它收敛速率结果的小例子,来说明限定时间控制结果的优点。

针对系统

$$\dot{x} = u$$

如果选取控制器为 $u = -x$,则系统将会渐近稳定到原点,也就是在无穷时间时系统稳定到原点。

如果选取控制器为 $u = -x^{1/3}$,则系统将会有限时间收敛到原点。对于 $\forall x_0 \in \mathbf{R}$ 的初始条件,在 T_0 内都会有限时间收敛。收敛时间满足 $T_0 = \frac{3}{2} \sqrt[3]{|x_0|^2}$,收敛时间与初始状态相关。

如果选取控制器为 $u = -x^{1/3} - x^3$,则系统将会限定时间收敛到原点。对于 $\forall x_0 \in \mathbf{R}$ 的初始条件, $\forall t \geq 2.5$ 都会限定时间收敛,收敛时间与初始状态无关。

由上面的例子,我们知道限定时间结果最显著的特点就在于其收敛时间与初始状态无关,在给定的固定时间内就能实现收敛。显然,这个在很多实际工程中是非常有用的,是我们非常期望的结果。

早期的有关限定时间的算法可以在文献[49-51]里看到,文献[49]设计观测器的时候指出限定时间稳定是很有意义的,文献[50]在研究滑模控制时,指出可以把齐次有限时间滑模控制器转化为限定时间滑模控制器,文献[51]在研究鲁棒精确微分器的时候发现有必要研究限定时间稳定。一直到2012年,文献[52]才清晰地给出了限定时间的定义,同时此文中还详细给出了判定限定时间稳定的判别条件,使得限定时间控制的研究受到更多人的关注。文献[53]针对加权无向网络,研究了限定时间平均一致性控制策略。

本团队在限定时间多智能体系统一致性问题方面已经有了一些基础研究。文献[54-55]针对两种一般性的系统,给出了限定时间结果,相比来说,适用性更广。

4 编队控制

首先,我们来看编队控制与一致性之间的区别。一致性的结果最终都趋向于同一个目标,而编队控制的最终状态趋向于满足一定条件的集合。我们可

以说在很多实际情况下,编队控制更加有意义,比如无人机的编队飞行、机器人的协同工作等等。

通常,编队控制就是模拟自然界中的群集行为,通过集体协作,获得单个个体所不具备的优势。编队控制的主要目标就是协调多个个体之间的工作,以实现个体难以完成的整体任务,比如汽车的装配,无人机的混合作战等等^[56]。

编队控制可以根据有没有群体参考信号来分类。如果没有群体参考信号,称为编队协同控制,意味着所有的个体都将趋于基于控制算法的数学意义上的控制目标,当然我们也可以把这个数学意义上的目标看作是参考信号。如果有群体参考信号,称为编队跟踪控制,意味着所有的个体都将趋于预先安排的群体目标。由于参考信号的不确定性,编队跟踪控制常常比编队协同控制更有挑战性。关于编队协同控制和编队跟踪控制的理论研究现状,我们可以参看文献[57]。

正是由于编队控制的这些优点,其更容易和应用相结合,下面结合我们实验室正在做的工作,介绍几个编队控制的应用实例。

4.1 无人机编队飞行控制

关于无人机的研究已经有几十年,单个无人机的技术已经较为成熟,在军事和民用领域都起到重要作用。现在,关于无人机大体有两个研究方向,一是进一步研究单机的性能,提高效率,争取做出高速度、长航时、高可靠、高机动的现代无人机;另一个方面就是做无人机的编队工作,实现单个无人机不能实现的功能。

所谓多无人机编队飞行,就是指将多架无人机根据任务要求,在飞行过程中在三维空间中按照一定的队形组合飞行,它既包括编队飞行的队形产生、保持和重组,也包括飞行任务的组织,可以根据外部情况和任务需求进行动态调整^[58]。

无人机编队飞行是无人机发展的一个重要趋势,拥有广阔的发展前景。关于这方面已经有较多研究,Yasuhiro等^[59]利用一致性理论研究了多UAV编队飞行的几何队形设计;Mati等^[60]利用视觉导航技术实现三机绕固定目标盘旋飞行;在研究多UAV飞行障碍物规避过程中,Shin等^[61]使用了预测模型和神经网络控制技术。

本团队实验室也在着手研究无人机编队控制问题。首先,引入了基于Optitrack的运动捕捉系统进行位姿定位,电脑获得位姿信息,通过无线传输模块,把对应信息分布式地发给对应的无人机,无人机

根据获得的信息进行运算,决定下一步的飞行策略。可以说是一个小范围、高精度的无人机编队控制应用实例。此外,基于无人机平台,我们还研究了动作识别、语义识别等有趣的工作。

4.2 混合多机器人协同控制

伴随着科技水平的不断提升,机器人技术已经不断渗入到人们日常生活中,比如移动小车、机械臂等。但在有些时候单个机器人已经无法满足人们的需求,越来越多研究者关注多个机器人的协同问题,让多个机器人协同做一些复杂事情会更加有意义,比如基于 NAO 机器人的机器人足球赛。相比于单机器人系统,多机器人有如下几个优点:应用领域更广,效率更高,系统性能更优,并行性更好,容错性好,成本较低,易于开发,分布式的感知与协作,可扩展性好,有助于研究群体智能等^[62]。

多机器人系统的应用领域比较广泛,主要是一些适合群体作业的场所或工作,如汽车装配生产线、柔性加工工厂、海洋勘探、星球探索、核电站、消防、无人作战飞机群、无人作战坦克群等。多机器人系统技术在工业、农业、服务业和国防中,都已经产生巨大的经济社会效益,极大地提高人们的生活质量以及工农业和国防现代化程度^[62]。

本团队目前拥有一批 NAO 机器人,一些教师每年带着学生参加阿波罗机器人足球赛,多次获得世界级、国家级大奖。此外,我们实验室有数台基于双目视觉的移动小车,多个无人机,带有机臂的移动小车等,组成了地空混合多机器人系统,对我们复杂网络理论进行了很好的实际验证,下一步结合这个平台,我们将会做更多有意义的工作。

4.3 避障算法研究

在很多实际系统中,为了实现多智能体之间的协同,针对避障的研究是必不可少的。已经有很多专家学者研究这方面的问题,比如:文献[24]比较早期地提出多个智能体的避障问题,并给出了一个分布式的群集算法。文献[63]针对带有参考目标的群集问题,给出了分布式避障控制算法。文献[64]考虑仅有一部分智能体可以获得障碍信息时,如何设计合适的避障算法。文献[65]针对多无人机系统,研究其编队控制及避障问题。

国内外有不少团队在避障方面做出了优异的工作。加拿大 Alberta 大学研究者开发了一套编队机器人试验系统,并通过模拟昆虫的活动特性,深入分析和探讨系统的控制结构和算法,最终给出一套多移动机器人避障算法^[66]。美国 Oak Ridge 实验室针

对编队机器人系统,集成了传感系统和推理运动控制系统,并考虑未知动态环境下机器人的避障问题。国防科技大学引进了若干台智能机器人组成多智能体系统,继而展开了包括多机器人避障、任务分配等技术协调方面的研究,取得了大量切实可行的成果;哈尔滨工程大学最近几年在机器人避障方面进行了较深入的研究,其中包括水下移动机器人的避障研究、移动机器人的自适应系统控制等;北京交通大学也同样进行了基于无线通信的机器人避障算法研究,并依托其机器人平台进行了实验模拟。此外,清华大学、华中科技大学等国内其他高等院校也纷纷成立了各自的复杂智能系统实验室,在该项研究中百花齐放。

本团队研究小组研究混合多机器人系统的编队问题,每个机器人是一个独立的拥有自我决策能力的个体,能够在运动过程中根据周围环境信息和任务要求的变化寻找和重组,进而实现多移动机器人的避障控制。我们下一步考虑在有些信息未知或者通信不畅的情况下,如何实现编队控制及避障问题,同时考虑路径优化、能耗最少等优化问题。

5 结束语

多智能体系统一致性问题近些年来是研究热点。究其原因主要还是其广泛的应用背景,如:飞行器编队控制,多传感器网络控制,复杂电力系统网络问题,机器人的合作控制等等。本文着重从各种收敛速率的角度讨论多智能体系统一致性的研究成果。今后我们可以从以下几个方面进行深入研究:

(1) 结合实际系统,从实际中探寻研究点,再抽象出数学问题,进行建模,研究符合实际背景的分布式一致性控制方法。

(2) 研究多智能体系统时,不可避免地要遇到扰动等不确定现象,而目前所有文献都对扰动有很强烈的假设,大部分是假设满足李普希兹条件,这些假设跟实际情况有很大的出入。我们能不能提出更有效的控制方法,处理更一般的不确定扰动项呢?

(3) 在设计多智能体系统一致性控制策略时没有考虑到智能体的约束问题,而实际上,许多实际动态系统在运行时要受到多种约束条件限制,如运动轨迹、状态变量、控制输入等。如何在多种约束条件下,设计有效的一致性控制策略,有待进一步研究。

(4) 在很多实际系统中,异质多智能体系统不仅仅包括系统阶数不一样,还包括动态方程不一样,扰动变化不一样等等情况。因此,如何更好地处理

更一般的异质多智能体系统的一致性将会是一件非常有意义的工作。

(5) 限定时间收敛结果是非常有意义的工作,但至今为止此方面的文献都还不全面,关于二阶乃至高阶系统的研究也是非常必要的,我们下一阶段将着力于此方面的深入研究。

参考文献:

- [1] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks [J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440–442.
- [2] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. *Science*, 1999, 286(5439): 509–512.
- [3] DEGROOT M H. Reaching a consensus [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1974, 69(345): 118–121.
- [4] VICSEK T, CZIRÓK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226–1229.
- [5] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988–1001.
- [6] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520–1533.
- [7] LIN P, JIA Y. Average consensus in networks of multi-agents with both switching topology and coupling time-delay [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2008, 387(1): 303–313.
- [8] MOREAU L. Stability of multiagent systems with time-dependent communication links [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(2): 169–182.
- [9] XIAO F, WANG L. State consensus for multi-agent systems with switching topologies and time-varying delays [J]. *International Journal of Control*, 2006, 79(10): 1277–1284.
- [10] YU W, CAO J, LÜ J. Global synchronization of linearly hybrid coupled networks with time-varying delay [J]. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 2008, 7(1): 108–133.
- [11] WEN G, DUAN Z, YU W, et al. Consensus of multi-agent systems with nonlinear dynamics and sampled-data information: a delayed-input approach [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(6): 602–619.
- [12] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655–661.
- [13] HATANNO Y, MESBAHI M. Agreement over random networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1867–1872.
- [14] AKAR M, SHORTEN R. Distributed probabilistic synchronization algorithms for communication networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(1): 389–393.
- [15] WEN G, DUAN Z, CHEN G, et al. Consensus tracking of multi-agent systems with Lipschitz-type node dynamics and switching topologies [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2014, 61(2): 499–511.
- [16] WANG X F, CHEN G. Pinning control of scale-free dynamical networks [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2002, 310(3): 521–531.
- [17] LI X, WANG X, CHEN G. Pinning a complex dynamical network to its equilibrium [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2004, 51(10): 2074–2087.
- [18] SORRENTINO F, DI BERNARDO M, GAROFALO F, et al. Controllability of complex networks via pinning [J]. *Physical Review E*, 2007, 75(4): 046103.
- [19] YU W, CHEN G, LÜ J. On pinning synchronization of complex dynamical networks [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 429–435.
- [20] SONG Q, CAO J. On pinning synchronization of directed and undirected complex dynamical networks [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2010, 57(3): 672–680.
- [21] CHEN T, LIU X, LU W. Pinning complex networks by a single controller [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2007, 54(6): 1317–1326.
- [22] YU W, CHEN G, LÜ J, et al. Synchronization via pinning control on general complex networks [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, 51(2): 1395–1416.
- [23] ZHANG Y, TIAN Y P. Consensus of data-sampled multi-agent systems with random communication delay and packet loss [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4): 939–943.
- [24] OLFATI-SABER R. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401–420.
- [25] LIN P, JIA Y. Consensus of a class of second-order multi-agent systems with time-delay and jointly-connected topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(3): 778–784.
- [26] HONG Y, HU J, GAO L. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology [J]. *Automatica*, 2006, 42(7): 1177–1182.
- [27] YU W, CHEN G, CAO M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems [J]. *Automatica*, 2010, 46(6): 1001–1008.

- 1089 – 1095.
- [28] SONG Q ,CAO J ,YU W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control [J]. *Systems & Control Letters* ,2010 ,59 (9) : 553 – 562.
- [29] YU W ,ZHOU L ,YU X ,et al. Consensus in multi-agent systems with second-order dynamics and sampled data [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 2013 9 (4) : 2137 – 2146.
- [30] YU W ,REN W ,ZHENG W ,et al. Distributed control gains design for consensus in multi-agent systems with second-order nonlinear dynamics [J]. *Automatica* ,2013 , 49 (7) : 2107 – 2115.
- [31] WEN G ,DUAN Z ,YU W ,et al. Consensus of second-order multi-agent systems with delayed nonlinear dynamics and intermittent communications [J]. *International Journal of Control* 2013 86 (2) : 322 – 331.
- [32] REN W ,MOORE K ,CHEN Y. High-order and model reference consensus algorithms in cooperative control of multi-vehicle systems [J]. *Journal of Dynamic Systems , Measurement and Control* 2007 ,129 (5) : 678 – 688.
- [33] YU W ,CHEN G ,REN W ,et al. Distributed higher order consensus protocols in multiagent dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 2011 58 (8) : 1924 – 1932.
- [34] TIAN Y ,ZHANG Y. High-order consensus of heterogeneous multi-agent systems with unknown communication delays [J]. *Automatica* 2012 48 (6) : 1205 – 1212.
- [35] ZHOU B ,LIN Z. Consensus of high-order multi-agent systems with large input and communication delays [J]. *Automatica* 2014 50 (2) : 452 – 464.
- [36] CORTÉS J. Finite-time convergent gradient flows with applications to network consensus [J]. *Automatica* 2006 42 (11) : 1993 – 2000.
- [37] HUI Q ,HADDAD M M ,BHAT S. Finite-time semistability and consensus for nonlinear dynamical networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* ,2008 ,53 (8) : 1887 – 1900.
- [38] WANG L ,XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2010 55 (4) : 950 – 955.
- [39] XIAO F ,WANG L ,CHEN J ,et al. Finite-time formation control for multi-agent systems [J]. *Automatica* 2009 45 (11) : 2605 – 2611.
- [40] CHEN G ,LEWIS F L ,XIE L. Finite-time distributed consensus via binary control protocols [J]. *Automatica* 2011 , 47 (9) : 1962 – 1968.
- [41] WANG X ,HONG Y. Finite-time consensus for multi-agent networks with second-order agent dynamics [C] // *Proceedings of the IFAC World Congress*. 2008: 15185 – 15190.
- [42] KHOO S ,XIE L ,MAN Z. Robust finite-time consensus tracking algorithm for multirobot systems [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 2009 14 (2) : 219 – 228.
- [43] LI S ,DU H ,LIN X. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics [J]. *Automatica* 2011 47 (8) : 1706 – 1712.
- [44] DU H ,LI S ,HE Y ,et al. Distributed high-order finite-time consensus algorithm for multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. 2013: 603 – 608.
- [45] KHOO S ,TRINH H M ,MAN Z ,et al. Fast finite-time consensus of a class of high-order uncertain nonlinear systems [C] // *Proceedings of the 5th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*. 2010: 2076 – 2081.
- [46] ZHOU Y ,YU X ,SUN C ,et al. Higher-order finite-time consensus protocol for heterogeneous multi-agent systems [J]. *International Journal of Control* ,2015 ,88 (2) : 285 – 294.
- [47] ZHOU Y ,YU X ,SUN C ,et al. Robust synchronization of second-order multi-agent system via pinning control [J]. *IET Control Theory & Applications* ,2015 ,9 (5) : 775 – 783.
- [48] ZHOU Y ,SHEN J ,JIANG G ,et al. Synchronization of complex dynamical networks via PI pinning control [C] // *Proceedings of the 35th Chinese Control Conference*. 2016: 8225 – 8229.
- [49] ANDRIEU V ,PRALY L ,ASTOLFI A. Homogeneous approximation ,recursive observer design ,and output feedback [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization* , 2008 47 (4) : 1814 – 1850.
- [50] LEVANT A. On fixed and finite time stability in sliding mode control [C] // *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. 2013: 4260 – 4265.
- [51] CRUZ-ZAVALA E ,MORENO J A ,FRIDMAN L M. Uniform robust exact differentiator [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2011 56 (11) : 2727 – 2733.
- [52] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2012 57 (8) : 2106 – 2110.
- [53] PARSEGOV S ,POLYAKOV A ,SHCHERBAKOV P. Fixed-time consensus algorithm for multi-agent systems with integrator dynamics [C] // *Proceedings of the 4th IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems*. 2013: 110 – 115.
- [54] ZHOU Yingjiang ,JIANG Guoping ,SUN Changyin ,et al. Fixed time consensus of multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*. 2015: 7434 – 7439.
- [55] ZHOU Yingjiang ,SUN Changyin. Fixed time synchronization of complex dynamical networks [C] // *Proceedings of*

- the Chinese Intelligent Automation Conference. 2015: 163 – 170.
- [56] 邢晓昭, 望俊成. 国内多智能体系统应用研究归纳——共词分析视角[J]. 数字图书馆论坛, 2013, 107(4): 19 – 25.
XING Xiaozhao, WANG Juncheng. Induction of application study for MAS in China: the view of co-word analysis [J]. Digital Library Forum, 2013, 107(4): 19 – 25. (in Chinese)
- [57] CAO Y, YU W, REN W, et al. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 427 – 438.
- [58] 张晋武. 无人机编队飞行技术研究[J]. 舰船电子工程, 2015, 35(8): 9 – 12.
ZHANG Jinwu. Technology of unmanned aerial vehicles (UAVs) formation flight [J]. Ship Electronic Engineering, 2015, 35(8): 9 – 12. (in Chinese)
- [59] YASUHIRO K, TORU N. Consensus based cooperative control for geometric configuration of UAVs flying in formation [C] // Proceedings of SICE Annual Conference. 2013: 1237 – 1242.
- [60] POLLINI M, MATI I. Vision algorithms for formation flight and aerial refueling with optimal marker labeling [C] // Proceedings of AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference. 2005: 6005 – 6010.
- [61] HONG S, SHIN S, AHN D. Formation control based on artificial intelligence for multi-agent coordination [C] // Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics. 2001(1): 429 – 434.
- [62] 刘淑华. 复杂动态环境下多机器人的运动协调研究[D]. 长春: 吉林大学, 2005.
- LIU Shuhua. Multi-robot motion coordination in complex and dynamic environments [D]. Changchun: Jilin University, 2005. (in Chinese)
- [63] CAO J, LING Z, YUAN Y, et al. Distributed formation control for a multiagent system with dynamic and static obstacle avoidances [J]. Chinese Physics B, 2014, 23(7): 070509.
- [64] LI J, ZHANG W, SU H, et al. Coordinated obstacle avoidance with reduced interaction [J]. Neurocomputing, 2014, 139: 233 – 245.
- [65] KURIKI Y, NAMERIKAWA T. Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-UAV system [C] // Proceedings of the American Control Conference. 2014: 2077 – 2082.
- [66] ARAI T, OGATA H, SUZUKI T. Collision avoidance among multiple robots using virtual impedance [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 1989: 479 – 485.

作者简介:



蒋国平(1966–),男,江苏扬中人。南京邮电大学副校长兼研究生院院长,二级教授,博士生导师。IEEE 非线性电路与系统技术委员会委员、中国工业与应用数学学会复杂系统与复杂网络专业委员会副主任。2006年入选“教育部新世纪优秀人才”。近年来,主持完成或

在研国家和省部级科研项目近20项,发表学术论文近200篇,其中SCI收录60余篇、EI收录80余篇。长期从事混沌系统控制与混沌通信、复杂网络控制与网络病毒传播等教学和研究工作。