Devoir 2 : Liquidation optimale sous coûts de transaction

William Delisle, Harold Nasser Diallo et Jeanne Bourgault

1 Introduction

Dans un contexte réaliste d'optimisation de portefeuille, il est important de considérer les différentes frictions de marché (tels les coûts des transactions et les contraintes associées aux positions) ainsi que la possibilité de transiger à plusieurs moments selon l'information acquise jusqu'à cet instant. Dans l'article ici étudié, les auteurs proposent une approche d'optimisation multipériode et computationnellement traçable qui permet de déterminer la meilleure politique linéaire de rebalancement (non anticipative !) considérant cesdites réalités financières. Dans le contexte de ce devoir, on limite notre attention à une utilisation bien particulière de leur infrastructure, c'est-à-dire un cas déterministe considérant seulement un actif et une restriction *pure-sell*. Plus précisément, on se met dans la situation d'un bureau exécutif qui doit vendre 100 000 positions Apple pour un client (que nous supposons risque neutre) sur un horizon d'une heure et donc, pour des raisons de régulations, ne peut prendre que des positions short dans ce laps de temps. Ainsi, l'objectif est d'identifier, selon l'information disponible au début de l'horizon d'investissement seulement, une politique de liquidation sur une heure qui maximise les profits (qui exploite la prédictibilité court-terme de l'action) tout en minimisant les frais de transactions payés.

2 Synthèse de l'approche

Afin de présenter l'approche des auteurs, nous considérons une discrétisation du temps $t = 1, 2, ..., T$ où $T = 12$ est l'horizon d'investissement (les intervalles d'investissement sont de 5 minutes). Nous considérons que les rendements des actifs sont prédits grâce à $K = 2$ facteurs, notés $f_t = (f_{1,t}, f_{2,t}) \in \mathbb{R}^2$, où $f_{1,t}$ est une mesure de momentum au temps t et $f_{2,t}$ quantifie un signal de valeur au temps t. Dans le but de prédire f_t selon l'information disponible à $t = 0$, on suppose que ces facteurs suivent un processus de retour vers la moyenne selon des vitesses Φ (dynamique de Gârleanu et Pedersen, 2013).

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.7146 & 0 \\ 0 & 0.0353 \end{pmatrix} \text{ tel que } \mathrm{E}[f_t \mid f_0] = (\mathrm{I} - \Phi)^t \cdot f_0 \tag{1}$$

De plus, nous introduisons les notations suivantes :

$$\boldsymbol{x} = (x_1, ..., x_T) \text{ tel que } x_t \geq 0$$
$$\boldsymbol{f} = (f_1, ..., f_T)$$
$$\boldsymbol{u} = (u_1, ..., u_T) \text{ tel que } u_t = x_t - x_{t-1} \text{ ou, plus généralement, } x_t = x_0 + \sum_{s=1}^{t} u_s$$

où x_t représente la position de l'investisseur au temps t ($x_0 \geq 0$ est donc la position initiale à liquider avant T), f_t représente la valeur réalisée des facteurs au temps t, u_t représente le nombre d'actions que l'investisseur transige au début de la période t considérant qu'il hérite du portefeuille x_{t-1} et anticipe l'évolution des facteurs $\mathrm{E}[f_t \mid f_0]$ (dans le contexte déterministe). Remarquons que u_t est non positive étant donné la restriction *pure-sell* et que $\boldsymbol{u}$ est bien une politique de rebalancement linéaire selon la définition des auteurs ($\boldsymbol{u}$ est une politique non anticipative paramétrée par une collection de vecteurs $\{c_t = x_t - x_{t-1} \in \mathbb{R} : 1 \leq t \leq T\}$ tel que $u_t = c_t$).

Premièrement, dans l'optique d'identifier une politique de liquidation déterministe $\boldsymbol{u}$ qui maximise le rendement excédentaire espéré (conditionnellement à l'information disponible à $t = 0$) tout en considérant les coûts de transaction, nous cherchons à résoudre le problème d'optimisation quadratique suivant :

$$\max_{\boldsymbol{u}} \quad \sum_{t=1}^{T} \Big(x_t^\intercal \boldsymbol{B}(\mathrm{I} - \Phi)^t f_0 - \frac{1}{2} u_t^\intercal \Lambda u_t \Big) \tag{2}$$

$$\text{s. c.} \quad u_t = x_t - x_{t-1} \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{3}$$

$$u_t \leq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{4}$$

$$x_t \geq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{5}$$

$$x_T = 0 \tag{6}$$

$$x_0 = 100\ 000 \tag{7}$$

La première partie de la fonction objective, c'est-à-dire $x_t^\intercal \boldsymbol{B}(\mathrm{I} - \Phi)^t f_0$, représente le profit excédentaire espéré au temps t. En effet, selon les hypothèses faites par les auteurs, la variation des prix de l'actif à l'instant t est explicable par les valeurs au temps t des facteurs considérés et par une matrice de sensibilité $\boldsymbol{B}$ quantifiant, sur une base historique, le lien entre ces facteurs et cette variation de prix.

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0.3375 & -0.072 \end{pmatrix}$$

Ainsi, le produit entre $\boldsymbol{B}$ et $(\mathrm{I} - \Phi)^t f_0$ (la valeur espérée de f_t selon les informations disponibles à $t = 0$) représente notre meilleure estimation de la variation des prix dans l'intervalle de temps. Il est donc trivial que $x_t^\intercal \boldsymbol{B}(\mathrm{I} - \Phi)^t f_0$ représente notre meilleure estimation du profit excédentaire (on multiple la variation de prix à notre exposition). La deuxième partie de la fonction objective, c'est-à-dire $\frac{1}{2} u_t^\intercal \Lambda u_t$, quantifie le niveau des coûts de transaction, supposés quadratiques par rapport à la variation de notre position ($u_t = x_t - x_{t-1}$), selon un coefficient estimé $\Lambda = 2.14 \times 10^{-5}$. Les contraintes s'ajoutant au problème sont issues des restrictions *pure-sell* qui impliquent que notre position initiale ($x_0 = 100\ 000$) doit être entièrement liquidée à T ($x_T = 0$) par une succession de ventes ($u_t \leq 0$ pour $x_t \geq 0$).

Deuxièmement, dans l'optique d'établir une borne supérieure à la performance, la meilleure politique de liquidation possible, c'est-à-dire celle qui maximise le rendement excédentaire grâce à une connaissance absolue de la réalisation des facteurs f_t, est considérée. Pour identifier cette politique optimale, le problème d'optimisation quadratique suivant doit être résolu :

$$\max_{\boldsymbol{u}} \quad \sum_{t=1}^{T} \Big(x_t^\intercal \boldsymbol{B} f_t - \frac{1}{2} u_t^\intercal \Lambda u_t \Big) \tag{8}$$

$$\text{s. c.} \quad u_t = x_t - x_{t-1} \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{9}$$

$$u_t \leq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{10}$$

$$x_t \geq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \tag{11}$$

$$x_T = 0 \tag{12}$$

$$x_0 = 100\ 000 \tag{13}$$

Remarquons que la seule différence entre le problème (2) et (8) repose sur l'ensemble d'information disponible pour prédire la valeur des facteurs au temps t. Dans un contexte déterministe, nous n'avons que l'information disponible au temps $t = 0$ et donc, nous prédisons $\mathrm{E}[f_t \mid f_0] = (\mathrm{I} - \Phi)^t \cdot f_0$ afin d'éventuellement quantifier (une estimation de) la variation des prix de notre actif. Dans le contexte de connaissance absolue (*Perfect Foresight*), nous avons l'information disponible au temps t et nous pouvons donc utiliser la valeur réalisée de f_t afin de mesurer plus justement la variation des prix. Ces informations supplémentaires nous permettent d'être réactifs à l'évolution du marché et de prendre les meilleures décisions. Par conséquent, la politique de liquidation qui en découlera maximisera le profit excédentaire (c'est donc notre borne supérieure en termes de performance). Finalement, les auteurs modélisent la réelle réalisation des facteurs comme étant :

$$f_{1,t+1} = -0.7146 \cdot f_{1,t} + \epsilon_{1,t+1} + f_{1,t} \tag{14}$$

$$f_{2,t+1} = -0.0353 \cdot f_{2,t} + \epsilon_{2,t+1} + f_{2,t} \tag{15}$$

où $\epsilon_{1,t}$ (respectivement $\epsilon_{2,t}$) est une variable normale de moyenne nulle et de variance 0.0378 (respectivement de variance 0.0947) et où

$$f_0 = \begin{pmatrix} f_{1,0} \\ f_{2,0} \end{pmatrix}^\intercal \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0.0412 & 0 \\ 0 & 1.3655 \end{pmatrix} \right] \tag{16}$$

3 Problèmes d'optimisation

Pour les deux problèmes considérés dans ce travail, soit la détermination d'une politique déterministe et d'une borne supérieure à la performance, la forme générale du problème d'optimisation est la même. Rappelons que, pour l'approche déterministe, $(\mathrm{I} - \Phi)^t f_0$ est utilisé pour représenter notre meilleure estimation des facteurs au temps t et que, pour l'approche *Perfect Foresight*, la valeur réalisée de f_t est directement utilisée. Comme la différence entre les deux approches se trouve seulement dans l'approximation (ou non) de f_t, la méthode de résolution du problème d'optimisation présenté dans cette section sera applicable pour les deux cas de figure. Notons que, dans la suite du rapport, pour alléger la notation, nous représenterons aussi l'approximation de f_t par f_t. Pour le problème d'optimisation visant à déterminer une politique déterministe, il suffirait de remplacer f_t par $\mathrm{E}[f_t \mid f_0]$.

Premièrement, comme les auteurs le notent dans l'article, la contrainte (11) est redondante. En effet, le respect des contraintes (9), (10) et (12) assure le respect de la contrainte (11). Nous ne considérons donc pas explicitement la non-négativité de x_t dans la suite du rapport. Ensuite, il est évident que le problème doit être réécrit afin d'être traité facilement, car autant les inconnues x_t que les termes u_t (pour $t = 1, \ldots, T$) interviennent dans le problème. Pour ce faire, deux options ont été explorées. La première option est d'exprimer les x_t en fonction des u_t grâce à la relation $x_t = x_0 + \sum_{s=1}^{t} u_s$. Il est important de noter que, comme cette relation est équivalente au développement récursif de la contrainte (9), celle-ci sera satisfaite par construction. La deuxième option est d'exprimer les u_t en fonction des x_t selon la relation $u_t = x_t - x_{t-1}$. Évidemment, la contrainte (9) sera aussi satisfaite dans ce cas. De façon plus formelle, les deux options sont les suivantes :

Option 1

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{u}} \quad & \sum_{t=1}^{t} \Big((x_0 + \sum_{s=1}^{T} u_s)^\intercal \boldsymbol{B} f_t - \frac{1}{2} u_t^\intercal \Lambda u_t \Big) \\ & u_t \leq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \\ & x_0 + \sum_{s=1}^{T} u_s = 0 \\ & x_0 = 100\ 000 \end{aligned}$$

Option 2

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{x}} \quad & \sum_{t=1}^{T} \Big(x_t^\intercal \boldsymbol{B} f_t - \frac{1}{2} (x_t - x_{t-1})^\intercal \Lambda (x_t - x_{t-1}) \Big) \\ & (x_t - x_{t-1}) \leq 0 \text{ pour } t = 1, \ldots, T \\ & x_T = 0 \\ & x_0 = 100\ 000 \end{aligned}$$

C'est le problème présenté dans l'**Option 2** qui a été choisie afin de résoudre le problème d'optimisation. En effet, l'**Option 2** était plus facile à adapter afin d'utiliser la fonction Matlab `quadprog`, qui réduisait de beaucoup le temps de calcul en comparaison avec `fmincon`. Rappelons que la fonction `quadprog` résout le problème d'optimisation quadratique suivant :

$$\min_{\mathrm{z}} \quad \frac{1}{2} z^\intercal \cdot \mathtt{H} \cdot z + \mathtt{p}^\intercal \cdot z \tag{17}$$

$$\text{s.c.} \quad \mathtt{A} \cdot z \leq \mathtt{b} \tag{18}$$

$$\mathtt{Aeq} \cdot z = \mathtt{beq} \tag{19}$$

$$\mathtt{lb} \leq z \leq \mathtt{ub} \tag{20}$$

Afin d'utiliser cette fonction pour résoudre le problème d'optimisation de l'**Option 2**, il est nécessaire de traduire le problème en termes de `H`, `A`, `b`, `Aeq`, `beq`, z et `p`. De plus, il faut prendre en compte le fait que cette fonction sert à minimiser, alors que le problème considéré est un problème de maximisation. Commençons par réécrire la fonction objective de l'**Option 2** sous une forme matricielle analogue à ce qu'accepte `quadprog` (tout en considérant que le négatif de cette fonction objective doit être donnée à la fonction `quadprog` afin de réellement maximiser).

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{T}\Big(x_t^{\mathsf{T}}\boldsymbol{B}f_t - \frac{1}{2}(x_t - x_{t-1})^{\mathsf{T}}\Lambda(x_t - x_{t-1})\Big) &= \sum_{t=1}^{T}\Big(x_t\boldsymbol{B}f_t\Big) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\Big((x_t - x_{t-1})\Lambda(x_t - x_{t-1})\Big) \\
&= \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} - \frac{1}{2}\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{U}\cdot\Lambda\mathbb{1}\cdot\boldsymbol{U}^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} \\
&= -\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{U}\cdot\Lambda\mathbb{1}\cdot\boldsymbol{U}^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} - ((-\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{f})^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}}\cdot\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} \\
&= -\left[\frac{1}{2}z^{\mathsf{T}}\cdot\underbrace{\boldsymbol{U}\cdot\Lambda\mathbb{1}\cdot\boldsymbol{U}^{\mathsf{T}}}_{\mathtt{H}}\cdot z + [\underbrace{(-\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{f})^{\mathsf{T}}}_{\mathtt{p}}]^{\mathsf{T}}\cdot z\right] \\
&= -\left[\frac{1}{2}z^{\mathsf{T}}\cdot\mathtt{H}\cdot z + \mathtt{p}^{\mathsf{T}}\cdot z\right]
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{x}$ est le vecteur $(x_0, x_1, ..., x_T)$ (dimension $1\times(T+1)$) tel que $x_t^{\mathsf{T}} = x_t$ ($x_t \in \mathbb{R}$ dans notre cas) et tel que $\boldsymbol{x}^{\mathsf{T}} = z$

$\boldsymbol{B}$ est la matrice définie dans la synthèse de l'approche (dimension 1×2)

$\boldsymbol{f}$ est une matrice (dimension $2\times(T+1)$) dont la première ligne représente les valeurs du premier facteur et la deuxième ligne représente l'évolution du deuxième facteur

$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} 0 & f_{1,1} & f_{1,2} & \cdots & f_{1,T} \\ 0 & f_{2,1} & f_{2,2} & \cdots & f_{2,T} \end{bmatrix}$$

Notons que la première colonne de $\boldsymbol{f}$ est nulle afin de ne pas inclure x_0 dans la sommation.

$\boldsymbol{U}$ est une matrice qui, multipliée par $\boldsymbol{x}$, permet d'obtenir les premières différences de $\boldsymbol{x}$ (dimension $(T+1)\times T$)

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \text{ tel que } \boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 \\ x_2 - x_1 \\ \vdots \\ x_T - x_{T-1} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$\Lambda\mathbb{1}$ est une matrice diagonale dont les éléments sont le scalaire Λ (dimension $T\times T$)

Maintenant que le problème a été traduit sous une forme matricielle et travaillé de sorte à être compatible avec le format demandé par la fonction `quadprog`, il ne reste qu'à poser les contraintes. Pour ce faire, les matrices `A` et `Aeq` ainsi que les vecteurs `b` et `beq` sont définis comme suit :

$$\mathtt{A}_{T\times(T+1)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{U}^{\mathsf{T}} \quad \text{et} \quad \mathtt{b}_{T\times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathtt{Aeq}_{2\times(T+1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathtt{beq}_{2\times 1} = \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les matrices `A` et `b` permettent de faire respecter la contrainte $(x_t - x_{t-1}) \leq 0$ (pour $t = 1, \ldots, T$) ($\mathtt{A} \cdot z \leq \mathtt{b}$) alors que les matrices `Aeq` et `beq` permettent faire respecter les contraintes $x_T = 0$ et $x_0 = 100$ 000 ($\mathtt{Aeq} \cdot z = \mathtt{beq}$).

Maintenant que le problème est complètement défini en termes des intrants de la fonction Matlab `quadprog`, il ne reste qu'à lancer le code afin d'obtenir l'optimum recherché étant donné un tirage de f_0, T tirages $\epsilon_{1,t}$ et T tirages $\epsilon_{2,t}$ (qui nous permettent de prédire f_t selon l'information disponible en $t = 0$ et de calculer la valeur réalisée de $f_t \quad \forall t \in \{1, ..., T\}$). Notons qu'aucune option supplémentaire n'a été utilisée lors de l'appel de `quadprog`, de sorte que l'algorithme "*interior-point-convex*" s'applique. Nous pouvons finalement recalculer, pour plusieurs tirages de f_0, ϵ_1 et ϵ_2, l'optimum atteint et prendre la moyenne des résultats afin de conclure.

4 Résultats

En utilisant les paramètres calibrés discutés précédemment, 50 000 simulations sur $\boldsymbol{f}$ sont effectuées afin d'estimer la performance de la politique d'investissement déterministe ainsi que celle qui procure une borne supérieure à la performance (*Perfect Foresight*). Pour ce faire, à chacune des simulations, un tirage initial f_0 est fait (selon la distribution présentée à l'équation (16)). La matrice $\boldsymbol{f}$ est ensuite construite selon les équations (14) et (15) (dans le cas *Perfect Foresight*) ou (1) (dans le cas déterministe). Finalement, les deux problèmes d'optimisation considérés sont résolus à l'aide de la fonction Matlab `quadprog`.

Une fois les problèmes d'optimisation résolus, la performance de chacune des stratégies est évaluée selon les réelles réalisations de $\boldsymbol{f}$ qui ont été simulées. Pour la stratégie déterministe (notons z^* notre politique optimale), la performance est reportée dans la Table 1. Celle-ci est évaluée selon les 3 axes suivants :

1. Alpha : Représente le profit excédentaire généré et est calculé avec $\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{f} \cdot z^*$.
2. TC : Représente les coûts de transaction et est calculé avec $-\frac{1}{2} z^{*\mathtt{T}} \cdot \mathtt{H} \cdot z^*$.
3. Total : Représente simplement la somme d'Alpha et TC.

Source	Statistics	Alpha ($K)	TC ($K)	Total ($K)	Optimality Gap	CPU Time (sec.)
Article	Mean	19.34	-15.81	3.53	45.4%	0.82
	SE	0.229	0.025	0.224	-	-
Reproduction	Mean	18.28	-15.48	2.79	56.8%	0.0032
	SE	0.228	0.024	0.223	-	-
	90% L.B.	17.90	-15.52	2.43	-	-
	90% U.B.	18.65	-15.44	3.16	-	-
Écart	Mean	5.48%	2.09%	29.8%	-	-
	SE	0.00%	0.04%	0.00%	-	-

Table 1 – Résultats pour le Panel A (Stratégie Déterministe)

Premièrement, il est évident que les résultats reproduits ne sont pas exactement les mêmes que ceux présentés dans l'article. Cette différence peut être due au fait que les résultats sont obtenus sur la base de simulations, de sorte qu'ils dépendent de processus aléatoires. Par contre, comme on pourrait s'y attendre avec un échantillon aussi grand que 50 000 simulations, les erreurs standards se ressemblent beaucoup. Il est aussi possible de remarquer que les résultats reproduits pour la composante TC sont plus près des résultats de l'article que ceux pour la composante Alpha. Ce résultat semble logique car, dans le cas de la stratégie déterministe, f_0 est la seule variable aléatoire qui affecte le résultat du problème d'optimisation. Par contre, lors du calcul d'Alpha, les réelles réalisations $\boldsymbol{f}$, qui sont aussi aléatoires, ont aussi un impact. Comme plus d'aléas sont associés au calcul de l'Alpha qu'au TC, il est normal d'avoir un plus grand écart pour Alpha que pour TC. C'est d'ailleurs ce qui explique le SE plus grand pour le Alpha que le TC. Finalement, on remarque que les intervalles de confiance à 90% pour Alpha, TC et Total ne contiennent pas les valeurs présentées dans l'article. Ce comportement semble suspect, mais pourrait provenir du fait qu'une hypothèse de normalité a été posée afin d'obtenir ces intervalles de confiance.

Pour ce qui est des colonnes Total et Optimality Gap, les différences entre les resultats reproduits et les résultats de l'article s'expliquent simplement par les écarts observés dans les colonnes Alpha et TC. Il est important de noter que l'*Optimality Gap* a été calculé selon une borne supérieure non traitée dans ce travail. La valeur de cette borne est de 6.46 K$ et provient de *Pathwise optimization* (voir l'article, Panel B).

La performance pour le modèle *Perfect Foresight* a aussi été comparée à celle présentée dans l'article. Les résultats, donnés seulement pour l'agrégation des effets Alpha et TC, sont reportés dans la Table 2.

Source	Statistics	Total ($K)
Article	Mean	8.57
	SE	0.223
Reproduction	Mean	8.61
	SE	0.222
	90% L.B.	8.25
	90% U.B.	8.98
Écart	Mean	0.47%
	Sd	0.00%

TABLE 2 – Résultats pour le Panel B (*Perfect Foresight*)

Encore une fois, les différences entre les résultats de la Table 2 peuvent s'expliquer par le comportement aléatoire de $\boldsymbol{f}$ introduit par l'entremise des simulations. Il est aussi intéressant de constater que la borne supérieure à la performance fournie par ces résultats est assez loin de la performance de la stratégie déterministe. En effet, un écart d'environ 58% est observable selon les résultats de l'article et 68% selon la reproduction. Donc, soit la borne supérieure donnée par la stratégie *Perfect Foresight* n'est pas assez restrictive, soit la stratégie déterministe n'est pas suffisamment bonne. Notons qu'avec les résultats présentés dans l'article, il est possible de conclure qu'effectivement, la stratégie déterministe n'est pas très performante et que le *Perfect Foresight* ne donne pas une borne restrictive en comparaison avec la stratégie *Pathwise optimization*. Finalement, contrairement aux résultats présentés dans la Table 1, l'intervalle de confiance pour les résultats de la reproduction à la Table 2 contient bien la valeur donnée dans l'article.

5 Référence

Moallemi, C.C., Saglam, M., "Dynamic Portfolio Choice with Linear Rebalancing Rules", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 52, 3, 1247-1278, (2017).