Universidad Nacional de Ingeniería

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Especialidad de Ingeniería de Telecomunicaciones

"Solucionario del 2da Práctica Calificada"

Curso: Análisis de Señales y Sistemas

Código del Curso: EE410-M

Docente: Manuel Arevalo Villanueva

Alumno: Harold Alessander Jhon Zambrano Quispe

Código de Alumno: 20191351B

2021-I

1 **2. Sea $f[n] = 3$, $0 \leq n \leq 2$, un pulso cuadrado , $g[n] = [1, 2, 3, 2, 1]$ un pulso triangular , sea $h[n] = (\frac{1}{2})^n$, $0 \leq n \leq 8$ una amortiguación exponencial**

a) Usando el MATLAB grafique las señales en tiempo discreto f[n],g[n] y h[n].

•Para la grafica $f[n] = 3$, $0 \leq n \leq 2$, se utilizo la funcion stem de MATLAB para realizar un pulso cuadrado consideramos en un intervalo de $[-8, 8]$.

```
clear clc
n=-8:8;
x=[0 0 0 0 0 0 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0];
stem (n,x,'filled','-','LineWidth',2);
xlabel('n');
ylabel('f(n)');
title('PULSO CUADRADO','LineWidth',2 )
```

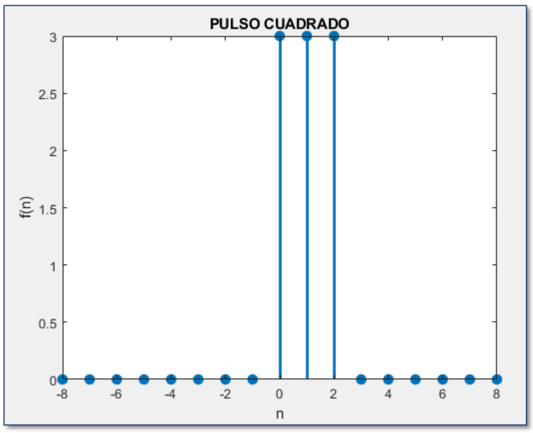


Figure 1: Código en Matlab y gráfica de f[n]

•Para la gráfica $g[n] = [1, 2, 3, 2, 1]$, $-2 \leq n \leq 2$, se utilizo la función stem de MATLAB para realizar un pulso rectangular consideramos en un intervalo de $[-8, 8]$.

```
clear clc
n=-8:8;
x=[0 0 0 0 0 0 1 2 3 2 1 0 0 0 0 0 0];
stem (n,x,'filled','-','LineWidth',2);
xlabel('n');
ylabel('g(n)');
title('PULSO TRIANGULAR','LineWidth',2 )
```

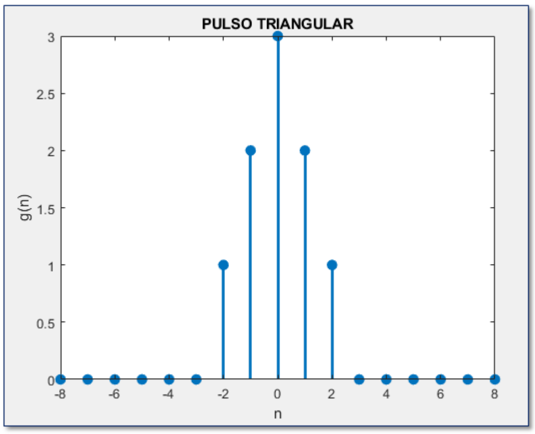


Figure 2: Código en Matlab y gráfica de g[n]

•Para la grafica $h[n] = (\frac{1}{2})^n$, se utilizo la funcion stem de MATLAB para realizar la amortiguación exponencial $[-8, 8]$ con paso 1.

```
clear clc
n=-8:1:8;
y=(0.5.^n).*stepfun(n,0)-(0.5.^n).*stepfun(n,9);
stem (n,y,'filled','-','LineWidth',2);
axis([-8 8 -4 4]);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('AMORTIGUACION EXPONENCIAL','LineWidth',2 )
```

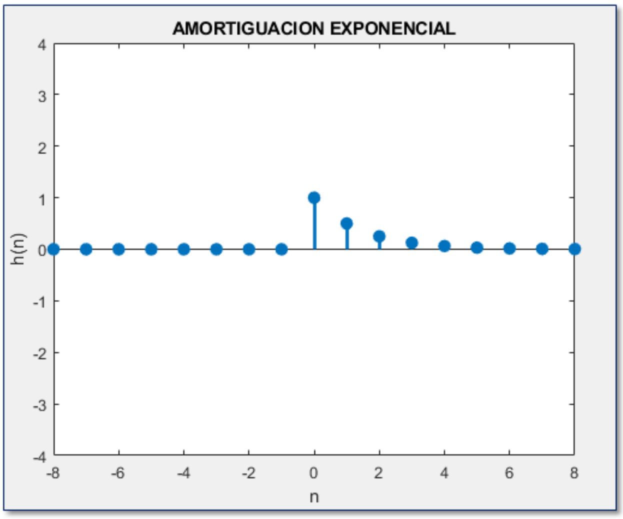


Figure 3: Código en Matlab y gráfica de h[n]

b) Encuentre en términos de n y la señal escalón unitario las siguientes convoluciones:
Como nos piden la convolución de dos señales discretas por conocimiento previo:

$$\boxed{y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]}$$

• Hallamos la convolución de $f[n] * g[n]$ con la formula previa hallada.

$$n < -2 \rightarrow y[n] = 0$$

$$n = -2 \rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k] = f[0]g[-2] = (3)(1) = 3$$

$$n = -1 \rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k] = f[0]g[-1] + f[1]g[-2] = 9$$

$$n = 0 \rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k] = f[0]g[n] + f[1]g[-1] + f[2]g[-2] = 18$$

$$n = 1 \rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k] = f[0]g[1] + f[1]g[0] + f[2]g[-1] = 21$$

$$n = 2 \rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k] = f[0]g[2] + f[1]g[1] + f[2]g[0] = 18$$

$$n=3 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k]=f[1]g[2]+f[2]g[1]=9$$

$$n=4 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g[n-k]=f[2]g[2]=3$$

$$n>4 \rightarrow y[n]=0$$

$$y[n]=f[n]*g[n]=\begin{cases} 0 & \text{si } n<-2 \\ 3 & \text{si } n=-2 \\ 9 & \text{si } n=-1 \\ 18 & \text{si } n=0 \\ 21 & \text{si } n=1 \\ 18 & \text{si } n=2 \\ 9 & \text{si } n=3 \\ 3 & \text{si } n=4 \\ 0 & \text{si } n>4 \end{cases}$$

Expresamos en n y escalón unitario la señal:

$$\boxed{y[n]=3u[n+2]+6u[n+1]+9u[n]+3u[n-1]-3u[n-2]-9u[n-3]-6u[n-4]-3u[n-5]}$$

- Hallamos la convolución de $f[n]*h[n]$ con la formula previa hallada.

$$f[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]$$

$$n<0 \rightarrow y[n]=0$$

$$n=0 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[0]=3$$

$$n=1 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[1]+f[1]h[0]=\frac{9}{2}$$

$$n=2 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[2]+f[1]h[1]+f[2]h[0]=\frac{21}{4}$$

$$n=3 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[3]+f[1]h[2]+f[2]h[1]=\frac{21}{8}$$

$$n=4 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[4]+f[1]h[3]+f[2]h[2]=\frac{21}{16}$$

$$n=5 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[5]+f[1]h[4]+f[2]h[3]=\frac{21}{32}$$

$$n=6 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[6]+f[1]h[5]+f[2]h[4]=\frac{21}{64}$$

$$n=7 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[7]+f[1]h[6]+f[2]h[5]=\frac{21}{128}$$

$$n=8 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[0]h[8]+f[1]h[7]+f[2]h[6]=\frac{21}{256}$$

$$n=9 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[1]h[8]+f[2]h[7]=\frac{9}{256}$$

$$n=10 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=f[2]h[8]=\frac{3}{256}$$

$$n>10 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]h[n-k]=0$$

$$y[n]=f[n]*h[n]=\begin{cases} 0 & \text{si } n<0 \\ 3 & \text{si } n=0 \\ \frac{9}{2} & \text{si } n=1 \\ \frac{21}{4} & \text{si } n=2 \\ \frac{21}{8} & \text{si } n=3 \\ \frac{21}{16} & \text{si } n=4 \\ \frac{21}{32} & \text{si } n=5 \\ \frac{21}{64} & \text{si } n=6 \\ \frac{21}{128} & \text{si } n=7 \\ \frac{21}{256} & \text{si } n=8 \\ \frac{9}{256} & \text{si } n=9 \\ \frac{3}{256} & \text{si } n=10 \\ 0 & \text{si } n>10 \end{cases}$$

Expresamos en n y escalón unitario la señal:

$$\boxed{y[n]=(0.5)^n(3u[n]+6u[n-1]+12u[n-2]-12u[n-9])-(0.5)^8(6u[n-10]-3u[n-11])}$$

- Hallamos la convolución de $g[n]*h[n]$ con la formula previa hallada.

$$g[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]$$

$$n<-2 \rightarrow y[n]=0$$

$$n=-2 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[0]=1$$

$$n=-1 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-1]h[0]+g[-2]h[1]=\frac{5}{2}$$

$$n=0 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[2]+g[-1]h[1]+g[0]h[0]=\frac{17}{4}$$

$$n=1 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[3]+g[-1]h[2]+g[0]h[1]+g[1]h[0]=\frac{33}{8}$$

$$n=2 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[4]+g[-1]h[3]+g[0]h[2]+g[1]h[1]+g[2]h[0]=\frac{49}{16}$$

$$n=3 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[5]+g[-1]h[4]+g[0]h[3]+g[1]h[2]+g[2]h[1]=\frac{49}{32}$$

$$n=4 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[6]+g[-1]h[5]+g[0]h[4]+g[1]h[3]+g[2]h[2]=\frac{49}{64}$$

$$n=5 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[7]+g[-1]h[6]+g[0]h[5]+g[1]h[4]+g[2]h[3]=\frac{49}{128}$$

$$n=6 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-2]h[8]+g[-1]h[7]+g[0]h[6]+g[1]h[5]+g[2]h[4]=\frac{49}{256}$$

$$n=7 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[-1]h[8]+g[0]h[7]+g[1]h[6]+g[2]h[5]=\frac{3}{32}$$

$$n=8 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[0]h[8]+g[1]h[7]+g[2]h[6]=\frac{11}{256}$$

$$n=9 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[1]h[8]+g[2]h[7]=\frac{1}{64}$$

$$n=10 \rightarrow y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} g[k]h[n-k]=g[2]h[8]=\frac{1}{256}$$

$$n>10 \rightarrow y[n]=0$$

$$y[n]=g[n]*h[n]=\begin{cases} 0 & \text{si } n<-2 \\ 1 & \text{si } n=-2 \\ \frac{5}{2} & \text{si } n=-1 \\ \frac{17}{4} & \text{si } n=0 \\ \frac{33}{8} & \text{si } n=1 \\ \frac{49}{16} & \text{si } n=2 \\ \frac{49}{32} & \text{si } n=3 \\ \frac{49}{64} & \text{si } n=4 \\ \frac{49}{128} & \text{si } n=5 \\ \frac{49}{256} & \text{si } n=6 \\ \frac{3}{32} & \text{si } n=7 \\ \frac{11}{256} & \text{si } n=8 \\ \frac{1}{64} & \text{si } n=9 \\ \frac{1}{256} & \text{si } n=10 \\ 0 & \text{si } n>10 \end{cases}$$

Expresamos en n y escalón unitario la señal:

$$y[n] = (0.5)^n(u[n+2] + 4u[n+1] + 12u[n] + 16u[n-1] + 16u[n-2] - 49u[n-7])$$
$$+(0.5)^5(3u[n-7] - 3u[n-8]) + (0.5)^8(11u[n-8] - 11u[n-9])$$
$$+(0.5)^6(u[n-9] - u[n-10]) + (0.5)^8(u[n-10] - u[n-11])$$

c) **Usando el comando conv en MATLAB grafique las convoluciones**

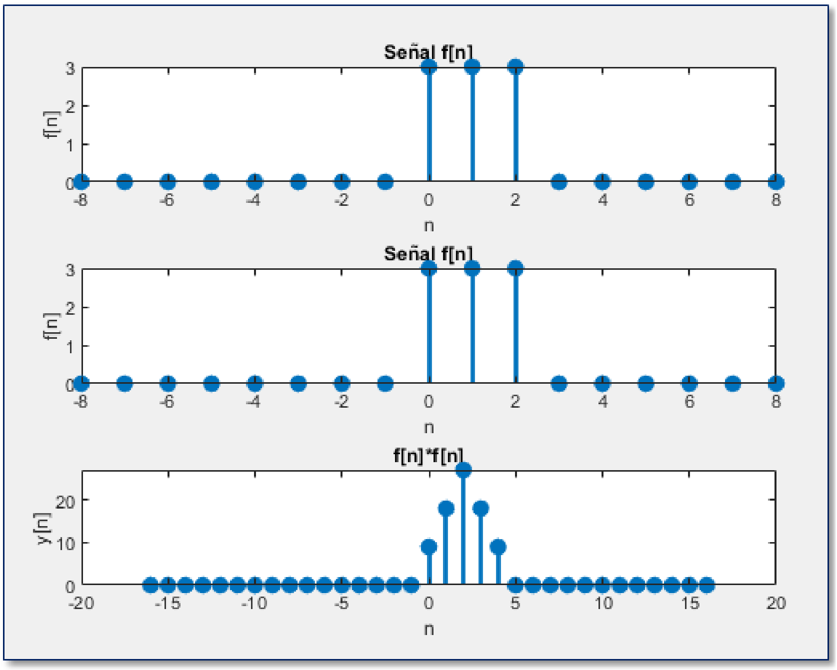
$$f[n]*f[n], f[n]*g[n], f[n]*h[n], g[n]*g[n], g[n]*h[n], h[n]*h[n]$$

Graficando

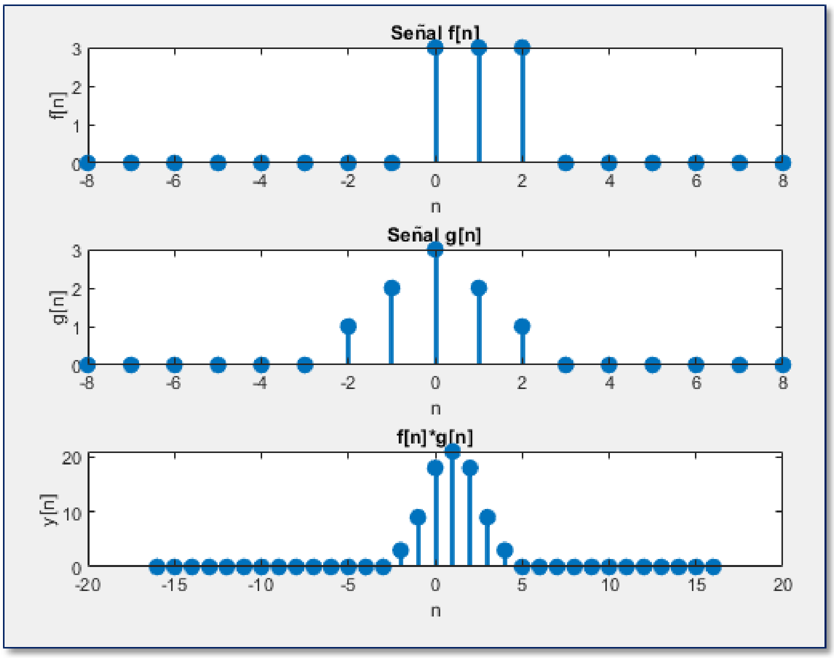
Como el algoritmo es igual para todos, solo bosquejamos las gráficas:

```
%Convolucion de f*f
clear clc
x= [0 0 0 0 0 0 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0]
nx=[-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8]
h= [0 0 0 0 0 0 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0]
nh=[-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8]
hmin=min(nh)
xmin=min(nx)
smin=abs(hmin)+abs(xmin)
%la funcion convolucion
y=conv(x,h)
Ly=length(y)

ny=-1*smin:1:Ly-smin-1

subplot(3,1,1)
stem(nx,x,'filled','-','LineWidth',2)
title('Señal f[n]')
subplot(3,1,2)
stem(nh,h,'filled','-','LineWidth',2)
title('Señal f[n]')
subplot(3,1,3)
stem(ny,y,'filled','-','LineWidth',2)
title('f[n]*f[n]')
```

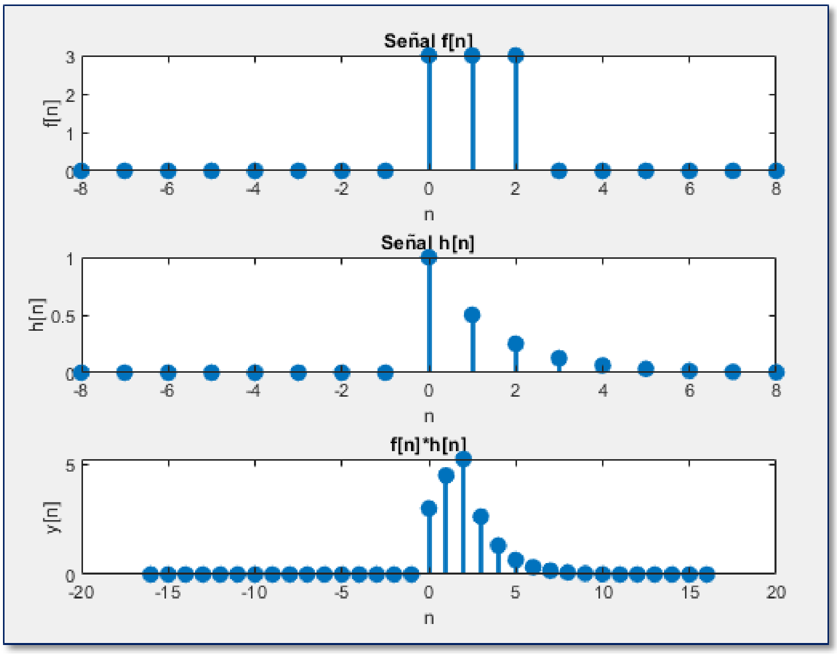
$$Convolucion : f[n]*f[n]$$



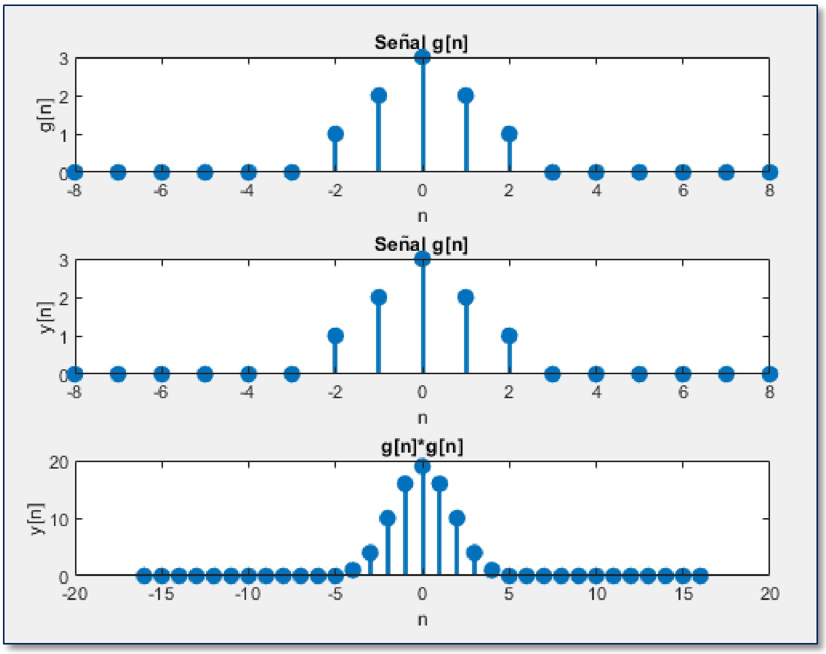
$$Convolucion : f[n] * g[n]$$



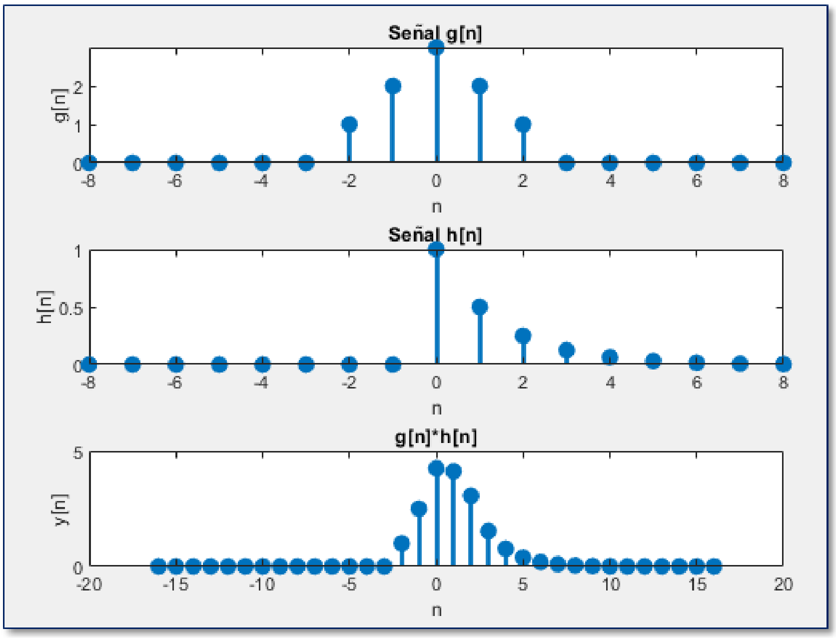
$$Convolucion : f[n] * h[n]$$



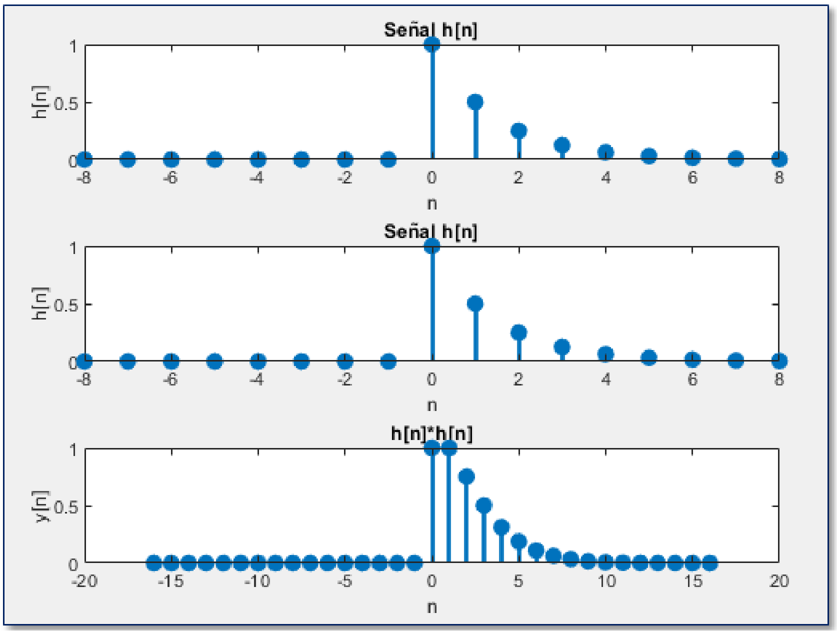
$$Convolucion : g[n] * g[n]$$



$$Convolucion : g[n] * h[n]$$



$$Convolucion : h[n] * h[n]$$



2 h

Determinar:
- La función de transferencia $H(z)$ del mencionado sistema
- La ecuación de diferencias de coeficientes constantes que representa al sistema
- La respuesta al impulso $h[n]$

Solución:
1er paso: Encontrando las ecuaciones a partir del diagrama de bloques
(a)

$$0.63Y_1(z) - 1.6Y_1(z) = X(z) - Y_1(z)Z^2$$

$$Y_1(z) = \frac{X(z)}{Z^2 - 1.6Z + 0.63} \tag{1}$$

(b)

$$Y(z) = 4Y(z) - 4Y_1(z)$$

De (1)

$$Y(z) = \frac{4X(z)(Z-1)}{Z^2 - 1.6Z + 0.63}$$

Función transferencia:

$$\therefore \boxed{H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4(Z-1)}{Z^2 - 1.6Z + 0.63}}$$

2do paso:
Hallando la ecuación de diferencias de coeficientes constantes del sistema, a partir de **la función de transferencia**

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4(Z-1)}{Z^2 - 1.6Z + 0.63}$$

$$Z^2Y(z) - 1.6ZY(z) + 0.63Y(z) = 4(Z-1)X(z)$$

Dividiendo entre Z^2 , para realizar la transformada inversa:

$$Y(z) - 1.6Z^{-1}Y(z) + 0.63Z^{-2}Y(z) = 4Z^{-1}X(z) - 4Z^{-2}X(z)$$

Aplicamos la siguiente transformada inversa $x[n-a] = Z^{-1}\{Z^{-a}X(z)\}$
Ecuación de diferencias

$$\therefore \boxed{y[n] - 1.6y[n-1] + 0.63y[n-2] = 4x[n] - 4x[n-2]}$$

3er paso:
Calculando la respuesta al impulso del sistema: Como la entrada es el impulso unitario, entonces $x[n] = \delta[n]$;por lo tanto, como $Z\{\delta[n]\} = X(z) = 1$.Además, trabajaremos con la transformada Z.

$$Y(z) = H(z)X(z)$$

A partir de la función de transferencia, obtenemos $H(z)$.

$$Y(z) = H(z)X(z)$$

$$Y(z) = \frac{4(Z-1)}{Z^2 - 1.6Z + 0.63}(1)$$

$$Y(z) = 2(\frac{-1}{Z-0.9} + \frac{3}{Z-0.7})$$

Aplicando transformada inversa

$$Z^{-1}\{Y(z)\} = 2(-Z^{-1}\{\frac{1}{Z-0.9}\} + 3Z^{-1}\{\frac{1}{z-0.7}\})$$

La respuesta al impulso al impulso unitario

$$\therefore \boxed{h[n] = 2(-(0.9)^{n-1}u_{(n-1)} + 3(0.7)^{n-1}u_{(n-1)})}$$

Importante: Colocando como entrada la función impulso en el sistema
Por medio del osciloscopio, se muestra la salida de la función impulso, en $Y(z)$

b) El sistema global que se muestra en la siguiente figura, es el resultado de la combinación de 5 sistemas interconectados

$$\therefore \boxed{h[n] = 2(\delta[n] - \delta[n-1] + u[n-1] + (\frac{1}{2})^{n-1}u[n-1])}$$