O Problema do Acesso

Alan R. M. Antezana*

PPG/FIL, Universidade de Brasília (UnB)

E-mail: a.r.antezana@gmail.com

1.Introdução

Este artigo visa partir do artigo "*Mathematical Truth*" de Benacerraf para abordar o problema epistemológico de Benacerraf, também denominado 'o problema do acesso'. Na primeira parte, abordaremos o realismo na matemática e daremos ênfase à abordagem de Gödel ao realismo. Na segunda parte, partiremos de dois aspectos das atuais teorias semânticas que são relevantes para se falar da verdade em matemática e de que forma ambos os aspectos parecem ocorrer um em detrimento do outro nestas teorias. Na terceira parte, abordaremos o problema epistemológico de Benacerraf.

1. O Realismo na Matemática

Segundo Linnebo (2006), o principal argumento a favor do realismo na matemática é introduzido por Frege e segue do seguinte modo. Se (i) asserções da matemática se referem a objetos matemáticos e (ii) a maior parte dessas asserções são verdadeiras, então (iii) objetos matemáticos existem[1]. Ainda assim, existem empecilhos diversos à abordagem realista na

[1] Tendo em vista uma noção extensional de verdade.

matemática e a dificuldade epistemológica que será apresentada neste trabalho. Daremos enfoque à posições específicas como o posicionamento de Kurt Gödel.

O realismo de Gödel é um dos principais alvos do dilema de Benacerraf. Este posicionamento defende que a matemática é uma disciplina descritiva assim como são descritivas as disciplinas das ciências naturais. Deste modo, segundo Penelope Maddy (1990, p.76), o platonismo de Gödel é resultante de uma analogia entre a matemática e as ciências naturais, e que, a princípio, é devido a Russell (1906;1907). Segundo esta abordagem, objetos da matemática são objetivos assim como são objetivos os objetos das ciências naturais. Segundo Gödel, "[Conjuntos] podem [...] também ser concebidos como objetos reais [...] existindo independentemente das nossas definições e construções"(GÖDEL, 1944 apud MADDY, 1990, p.76). Gödel leva adiante a analogia e afirma que as leis da natureza são como axiomas da lógica e da matemática e a percepção é análoga à evidência lógica.

Gödel estabelece a relação entre percepção e evidência lógica ao detalhar aspectos da percepção. Segundo Gödel (1947, p.484), "Evidentemente o 'dado' subjacente à matemática está relacionado de maneira próxima aos elementos abstratos contidos em nossas ideias empíricas". Deste modo, o que Gödel chama de dado seria algo próximo das ideias intuitivas relativas aos axiomas de teoria de conjuntos, embora nem todos os axiomas em teoria de conjuntos possam ser justificados com a intuição. Fora o caráter intuitivo, Gödel também aprova como critério de verdade de axiomas da matemática sua produtividade na matemática e, possivelmente, na física (GÖDEL, 1947). Não entraremos, no entanto, no mérito da questão sobre intuição matemática.

2.Teorias Combinatoriais e Teorias Platonistas

Consideremos as seguintes frases:

1. Há pelo menos três grandes cidades mais velhas do que Nova Iorque

2. Há pelo menos três números perfeitos maiores que 17

3. Há pelo menos três FG's que portam R com relação a a

Consideremos 'pelo menos três' como um quantificador numérico eliminável por quantificadores existenciais, variáveis e identidades. Sejam F e G são relações unárias, R uma relação binária e a um nome próprio. Podemos levantar a questão sobre se as condições de verdade de (1) e (2) tem a mesma forma gramatical, e, portanto, propriamente representadas por (3). (3), por sua vez, parece, de fato, ser um modelo de (1). Embora haja uma tendência de se responder que (3) é também modelo de (2), há uma tendência na história da filosofia da matemática que defende o contrário.

David Hilbert, em "Sobre o Infinito", defende uma distinção entre duas classes de métodos e asserções. A grosso modo, a primeira classe compreende a matemática intuitiva, real ou finitamente verificável e que, portanto, não necessita de justificação ulterior. A segunda classe compreende meios, denominados *elementos ideais*, que não geram contradições e que tem utilização em outros contextos, embora sejam apenas maneiras mais simples e mais elegantes de se afirmar o que se poderia afirmar em uma teoria de matemática intuitiva. Neste contexto, quantificadores são justamente elementos ideais, ou seja, meios instrumentais de sair de asserções da segunda classe para asserções reais[2]. Deste modo, como a interpretação dos quantificadores em (2) é diferente da interpretação dos quantificadores em (1), (3) não poderia ser um modelo de (2).

Em outras abordagens, a verdade de (2) seria dada em função da sua derivabilidade dos axiomas de Peano. Em outras palavras, trata-se de uma definição sintática de verdade, e que a verdade seria garantida às proposições que são teoremas de um conjunto específico

[2]Benacerraf exemplifica como teorias de ciências naturais vão para sentenças de observação

de axiomas. Benacerraf (BENACERRAF, 1973, p.665) denomina este tipo de abordagem como *combinatorial*.

A abordagem platonista, ou a abordagem padrão, considera (3) como modelo de (2). Esta abordagem indica a forma de proposições matemáticas com a forma de proposições de natureza outra, i.e. as proposições contém nomes, predicados e quantificadores do mesmo modo. Considera-se numerais como nomes próprios para números, e afirmar uma proposição matemática é afirmar relações entre estes objetos. A vantagem envolvida neste tipo de abordagem é justamente poder considerar a linguagem enquanto unitária para a matemática e para outras áreas. Consequentemente, não haveria a necessidade de outra teoria da verdade para a matemática dentro desta linguagem unitária.

Descritas as duas abordagens, podemos afirmar que há dois critérios comumente requeridos de uma noção de verdade em matemática:

1. Uma teoria semântica homogênea entre proposições da matemática e das línguas naturais.

2. Uma teoria semântica que seja adequada a uma epistemologia cabível à matemática

Enquanto as teorias da verdade combinatoriais favorecem (2), as teorias da verdade platonistas favorecem (1). Benacerraf indica, por sua vez, que há uma certa dificuldade em satisfazer concomitantemente (1) e (2). Segundo o autor, o primeiro componente de uma teoria satisfatória da verdade deveria afirmar sobre as condições de verdade como elas, de fato, são condições de verdade da matemática. Isso não significaria negar que o fato de uma dada proposição ser um teorema é suficiente para que essa proposição seja verdadeira, mas afirmar que existe a necessidade de se explicar a relação entre verdade e a condição de ser teorema. Em outras palavras, uma teoria matemática da verdade deve se conformar com uma teoria geral da verdade. Um segundo componente, por sua vez, afirma a necessidade de uma relação entre a verdade das proposições e o conhecimento propriamente dito. Em outras palavras, deve-se afirmar a relação entre a verdade da proposição e o conhecimento de um agente.

3. O Problema do Acesso

Benacerraf endossa a teoria causal do conhecimento[3].Tendo em vista a teoria causal do conhecimento, precisamos afirmar uma forma de interação entre a crença de um agente de que p e a verdade de p, e, no contexto da abordagem padrão, é difícil afirmar como o conhecimento sobre a matemática é possível. Uma vez que números são entidades abstratas, e, portanto, não são espaço-temporalmente situados e que os agentes, que são entidades concretas, são espaço-temporalmente situados, é difícil afirmar uma relação de causalidade entre a verdade de p e a crença de um agente na verdade de p. Em outras palavras, como é possível adquirir uma conexão causal entre S e o p se os objetos matemáticos, por serem abstratos, são causalmente ineficazes. A abordagem combinatorial não resolve a questão, embora as condições de verdade sejam acessíveis, por não haver um elo entre verdade e prova quando se toma a interpretação padrão de verdade. Benacerraf se mostra cético com relação ao surgimento de uma teoria da verdade que satisfaça as condições acima mencionadas e que não recaia nos problemas indicados.

Conclusão

É importante destacar que o argumento de Benacerraf em "*Mathematical Truth*" não é evitado ao se alternar teorias do conhecimento, i.e. evitando a teoria causal do conhecimento, mas também abrange a *reliablity theory* (CLARK-DOANE, 2016, p.18-9). Outro aspecto

[3]i.e. S sabe p sse (i) p é verdade (ii) S crê em p e (iii) A crença de S em p é causada pelo fato de p.

importante é que o problema do acesso também não é um problema restrito à matemática, como indicado em (PEACOCKE, 1999), uma vez que abrange o conhecimento de quaisquer objetos abstratos. Em última análise, tem havido aplicações inclusive à metafilosofia. Trata-se, portanto, de um problema central.

Bibliografia

BENACERRAF, Paul. Mathematical Truth. **The Journal Of Philosophy**, New York, v. 70, n. 19, p.661-679, 8 nov. 1973.

CLARKE-DOANE, Justin. **What Is the Benacerraf Problem?** In: Pataut, F. J. Clarke-Doane. New York, USA: Springer, 2016. p. 17-43.

MADDY, Penelope. **Realism in Mathematics**. New York: Oxford University Press, 1990.