

第2章

囚徒困境与纳什均衡

张维迎

北京大学国家发展研究院

2022年3月1日/8日

博弈的基本概念 (1)

- 参与人 (players)：博弈中决策主体的集合：什么人参与博弈？每个人是什么角色？
- 行动 (actions)：每个人有些什么样行动可以选择？在什么时候行动？
- 信息(information)：在博弈中的知识；每个人知道些什么（包括特征、行动等）？
- 战略 (strategies；策略？)：行动计划；每个人有什么战略可供选择？战略的完备性。

博弈的基本概念 (2)

- 支付 (payoffs)：每个人在不同战略组合下得到些什么？依赖于所有参与人的选择；
- (以上五点构成博弈规则)
- 均衡 (equilibrium)：所有参与人最优战略的组合；
- 结果 (outcomes)：我们所感兴趣的东西。

用博弈模型思考乌克兰战争

- 参与人：
 - （俄罗斯，乌克兰）；
 - （俄罗斯，乌克兰；美国，北约，欧盟）；
 - （俄罗斯，乌克兰；美国，北约，欧盟；中国；日本；其他国家）；
- 行动：
 - 俄罗斯：（小范围入侵，全面入侵，不入侵）
 - 乌克兰：（抵抗，放弃抵抗（投降））
 - 美国和欧盟：（默认，直接参战，间接参战，经济制裁）
 - 中国：（？）

乌克兰战争

- 信息：美国预报俄罗斯入侵；俄罗斯低估乌克兰的抵抗力；中国是否知道普京的入侵计划？普京是理性的吗？泽林斯基总统的领导能力如何？
- 战略：
 - 俄罗斯：战略I:如果……,那么……;战略II; ……
 - 乌克兰：战略I:如果……,那么……;战略III
 - 美国、欧盟：战略I:
- 支付：经济的、政治的、主权的、形象的；
 - 普京的目的究竟是什么？俄罗斯的国家安全，还是恢复俄罗斯帝国？
- 均衡：？？？
- 结果：普京成功；普京失败；世界的新格局；
- 游戏规则问题：给定游戏规则下的博弈，还是破坏游戏规则下的博弈？

博弈的分类

	完全信息	不完全信息
静态博弈	完全信息静态博弈	不完全信息静态博弈
动态博弈	完全信息动态博弈	不完全信息动态博弈

静态博弈

- 最简单的博弈：所有参与人同时选择行动，并且只选择一次；
- “同时”是一个信息概念，而不一定与日历上的时间一致；（地球与太阳之间的距离大约是15,000万公里，太阳光照射到地球需要8分20秒；）

囚徒困境 (prisoners' dilemma)

- 囚徒困境

	坦白	不坦白
坦白	-8, -8	0, -10
不坦白	-10, 0	-1, -1

无论对方如何选择，每个人的最优选择：坦白。
所以，我们可以预测，结果将是（坦白，坦白）

“囚徒困境”是一个不幸的词汇

- “囚徒博弈”是整个社会的一个小博弈；
- “囚徒困境”是整个社会合作的游戏规则所需要的；（如果囚徒总是选择“合作”，整个社会就不可能有合作了。）
- 但这个模型反映了社会合作困境。

个人理性与集体理性的冲突

- “囚徒困境”表明个人理性与集体理性的冲突。
- 或者说，是事前理性和事后理性的冲突。
- 个人理性未必导致帕累托效率。
- 这样的例子很多：寡头竞争，军备竞赛，团队生产中的劳动供给，环境污染，公共产品的供给，等等。
- 许多的制度就是为解决“囚徒困境”而存在的。

占优均衡

(dominant-strategy equilibrium)

- 一般来说，由于每个参与人的效用依赖于所有人的选择，因此每个人的最优选择（战略）也依赖于所有其他人的选择（战略）。但在囚徒困境博弈中，一个人的最优选择并不依赖于他人的选择。这样的最优战略，被称为“占优战略”(dominant strategy)。由所有参与人的占优战略构成的战略组合被称为“占优均衡”。
- 占优战略均衡的出现只要求所有人都是理性的，但不要求每个参与人知道其他参与人是否理性。
- 囚徒困境博弈有占优均衡，所以其结果很容易预测。

从利己主义到利他主义

- 绝对利他主义:
- 只关心他人,
- 不关心自己。

	坦白	不坦白
坦白	(-8), (-8)	(-10), (0)
不坦白	(0), (-10)	(-1), (-1)

无论对方如何选择，每个人的最优选择：不坦白。
所以，我们可以预测，结果将是（不坦白，不坦白）

相对利他主义

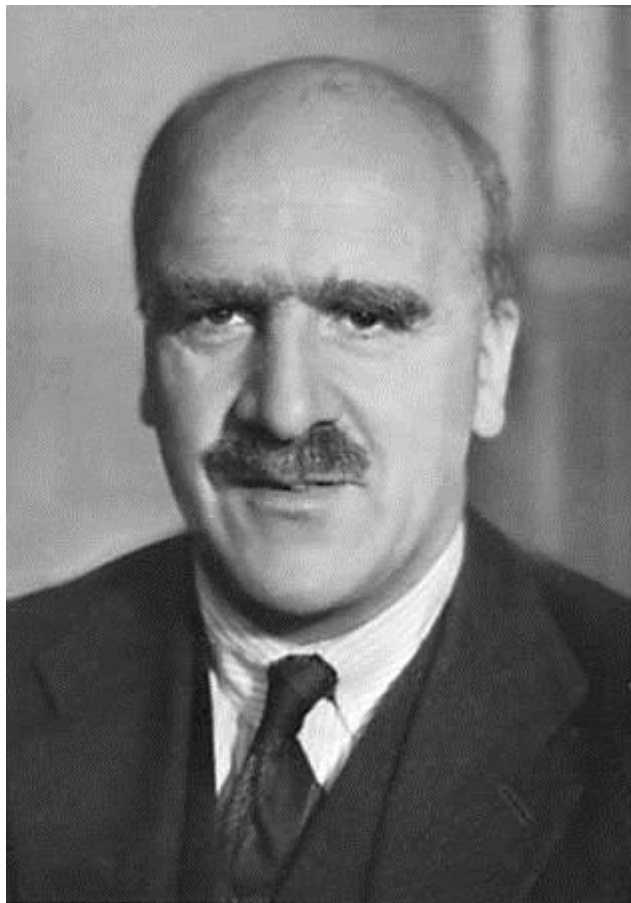
- kin altruism

	坦白	不坦白
坦白	$-8-8r, -8-8r$	$0-10r, -10+0r$
不坦白	$-10+0r, 0-10r$	$-1-1r, -1-1r$

如果每个人对他人的关心程度（亲缘指数） $r > 0.25$ ，每个人的最优选择：不坦白。结果将是：（不坦白，不坦白）

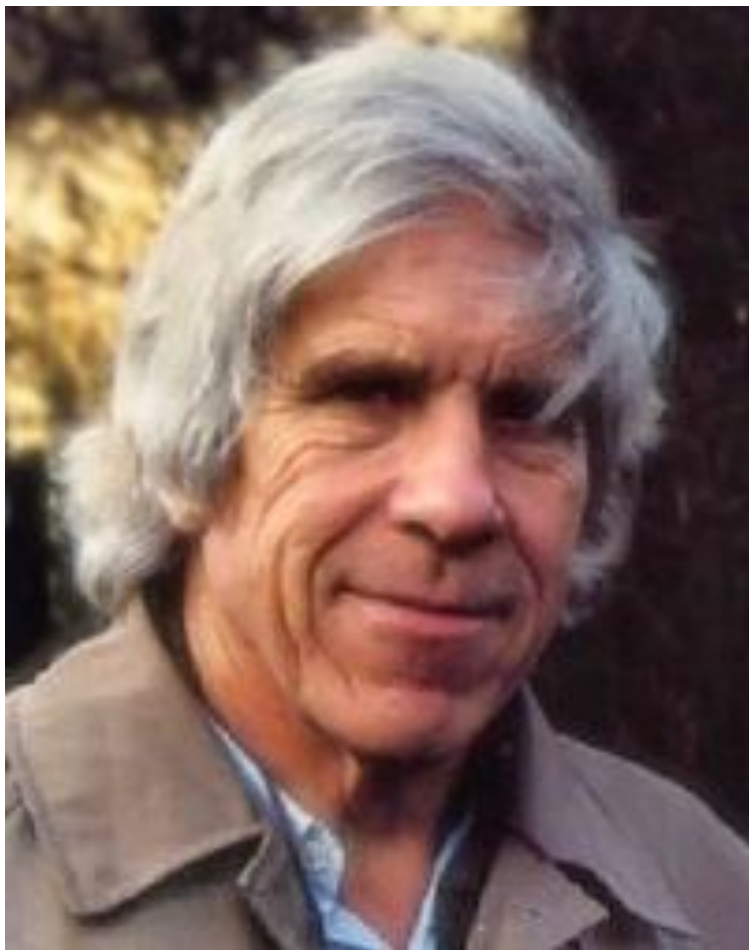
亲缘选择理论

- 霍尔丹(John B. S. Haldane)：1955年在一个小酒店，有人问：你会为了救一位落水之人而置自身的生命安危于不顾吗？霍尔丹回答：不，但我会了两个亲兄弟或八个表兄弟这样做。
- 汉密尔顿(William D. Hamilton)为霍尔丹提出的思想开发出一套数学体系，引入“内含适应性(inclusive fitness)”概念。
- 汉密尔顿法则：如果利他主义行为给自己带来的成本是 c ，给他人的利益是 b ，那么遗传相关度（亲缘指数） r 须满足： $r > c/b$;
- 亲缘选择理论无法解释大范围的合作(extended order)。



约翰 伯顿 桑德森 霍尔丹 FRS

（英语：**John Burdon Sanderson Haldane**, 1892年11月5日－1964年12月1日；出生于大不列颠，是一名遗传学家和进化生物学家。霍尔丹是一名坚定的马克思主义者，由于对大不列颠政府对于苏伊士运河危机的政策感到不满，离开牛津大学去往印度并成为一名印度公民。霍尔丹同罗纳德 费雪和休厄尔 赖特一起被认为是种群遗传学的奠基人。



威廉 汉密尔顿（William Donald Hamilton。1939年—2000年），被认为是20世纪最伟大的演化生物学理论家之一。他提出了亲属选择理论，解释蚁类中工蚁的行为。1984年至2000年为止，他是在皇家学会牛津大学的研究教授。汉密尔顿变得著名是因为他的亲属选择理论阐明一个严谨的现存遗传学依据。这发现是基因中心演化观点发展上的一个关键部分，爱德华·威尔森因此而视他为社会生物学当中的一个先行者。此外，汉密尔顿也研究性别比率和性的演化。

基因相关系数的计算规则

$$\bullet r = \frac{1}{2^n} * m$$

- r is the coefficient of relationship; n is the number of links of generations; and m is the number of common ancestors.
- （假定没有近亲繁殖。）

利他主义悖论

- 例子：设想两个士兵被敌军包围，如果一个人掩护，另一个人可以成功逃走。谁应该逃走？
- 例子：两个绝对利他主义者有一个馒头，吃了的可以活下去，不吃的会饿死。谁应该吃这个馒头？
- 何以知道他人的偏好？

自然选择中的“军备竞赛”

- 哺乳动物中奔跑最快的前5名：猎豹，叉角羚，牛羚，狮子，汤姆孙羚羊。这动物界“军备竞赛”的结果，但也是一个囚徒困境。
- 长腿有利于追逐猎物（对猎手）或逃跑（对猎物）。但长腿比短腿消费更多的能量，因而是有成本的。

		羚羊	
		长腿	短腿
猎豹	长腿	1,1	3,0
	短腿	0,3	2,2

公共产品（public goods）

	提供	不提供
提供	4, 4	-1, 5
不提供	5, -1	0, 0

无论对方如何选择，每个人的最优选择：不提供。
所以，我们可以预测，结果将是（不提供，不提供）

公共产品与税收制度

- 比较私人产品与公共产品的不同：使用上排他性和非竞争性；
- 私人产品是志愿购买的，但公共产品可能需要强制购买；
- 税收制度就是保证公共产品的生产，解决公共产品生产上的“囚徒困境”。

素质教育问题

	素质教育	应试教育
素质教育	4, 4	0, 6
应试教育	6, 0	2, 2

无论其他人如何选择，每个人的最优选择：应试教育。
所以，我们可以预测，结果将是（应试教育，应试教育）

课堂实验

- 实验：10-人博弈：每人可以选择捐出：0元、10元或20元。
- 在总捐款上老师再加上50%，然后在10人之间平均分配；

2-人实验的支付矩阵

B

A

	0元	10元	20元
0元	<u>0</u> , <u>0</u>	<u>7.5</u> , -2.5	<u>15</u> , -5
10元	-2.5, <u>7.5</u>	5, 5	12.5, 2.5
20元	-5, <u>15</u>	2.5, 12.5	10, 10

讨论前面的课堂实验

- 合作精神与人的“本性”有什么关系？
- 人类有天生的道德感(moral sense)吗？

道德情感主义

- 哈奇森(Francis Hutcheson, 1694-1746):道德感赞同的仁爱；
- 亚当·斯密：在《道德情操论》一开始就宣称：人无论多么自私，他的天性中显然会有一些原则使他关心他人的命运，这种本性就是怜悯或同情心，就是当我们看到或想到他人的不幸遭遇时所产生的感情。他接着说，这种情感同人性中所有的其他原始感情一样，绝不是品行高尚的人才具备。最大的恶棍，最顽固的不法分子，也不会全然没有任何同情之心。
- 大卫·休谟：

周敦颐和新儒家（道学）

- 《孟子·公孙丑上》：所以谓人皆有不忍人之心者，今人乍见孺子将入于井，皆有怵惕惻隐之心，非所以内交于孺子之父母也，非所以要誉于乡党朋友也，非恶其声而然也。
- 周敦颐《通书》：“无欲则静虚动直。静虚则明，明则通。动直则公，公则溥。明通公溥，庶矣乎！”（周濂溪集卷五）
- （周敦颐(1017年-1073年)，又名周元皓，原名周敦实，字茂叔，谥号元公，北宋道州营道楼田堡(今湖南省道县)人，世称濂溪先生。北宋五子之一，是宋朝儒家理学思想的开山鼻祖，文学家、哲学家，著有《周元公集》《爱莲说》《太极图说》《通书》(后人整编进《周元公集》)。所提出的无极、太极、阴阳、五行、动静、主静、至诚、无欲、顺化等理学基本概念，为后世的理学家反复讨论和发挥，构成理学范畴体系中的重要内容。)

第一冲动与第二私念

- 冯友兰解释：“动直”就是按照本能行动。“如果这个人 not 按照他的‘第一冲动’而行动，而是停下了想一想，他可能想，这个孺子是他的仇人之子，不该救他；或者这个孺子是他友人之子，应该救他。无论是哪一种情况，他都是受‘第二私念’即转念驱使，因而散失了固有的静虚状态以及随之而有的动直状态。”（《中国哲学简史》p.258）

道德情感的实验

- 心理学家Paul Bloom: Just Babies: The Origin of Good and Evil.
- 一岁的小孩看木偶剧， A,B,C三个木偶； A把球传给B， B又把球传回A； A然后把球传给C, C拿起球跑了。然后， 把B和C放在小孩面前， 每个木偶前又放了个小treat, 小孩可以把其中的一个treat拿走。
- 小孩如何反应？
- (引自Michael Shermer, p.44)



公共产品的实验

- Martin Nowak等人的实验发现：合作意识较强的人，往往会更相信他们的直觉。人们快速的第一反应是合作，而缓慢的思索过程则会鼓励私自的行为。这就是说，合作是一种最基本的人类本能。
(《超级合作者》P.X)
- 古老的问题：人们为什么做好事？
- 但这个答案不是确定的。
- 合作是否给个人带来直接（包括金钱和非金钱）的好处？
- 也许，有些情况下“缓慢的思索”更可能导致合作，而凭直觉行动可能不会选择合作。

“囚徒困境”的一般表示

	合作	不合作
合作	T, T	S, R
不合作	R, S	P, P

满足： $R > T > P > S$; $(S+R) < T+T$

囚徒困境与亲缘选择

	合作	不合作
合作	$T+rT, T+rT$	$S+rR, R+rS$
不合作	$R+rS, S+rR$	$P+rP, P+rP$

亲缘指数满足： $r \geq \frac{R - T}{T - S}$ ； $r \geq \frac{P - S}{R - P}$

不确定性和有条件合作

- 在前面囚徒困境的例子中，如果预期对方不坦白（合作），自己合作的条件是 $r > 1/9$;
- 如果预期对方坦白（不合作），自己合作的条件是 $r > 1/4$.
- 堂兄弟的亲缘指数是 $1/8$.

用法律解决“囚徒困境”

	合作	不合作
合作	T, T	S, R-X
不合作	R-X, S	P, P

满足： $X > R - T$

预期的重要性

- 在大部分博弈中，什么是一个理性参与人的最优选择，依赖于其他参与人（对手）的选择。
- 如何预测他人的选择？假定他人也是理性的。
- 理性的参与人不会选择“劣战略” (dominated strategy).

“智猪博弈”(boxed pigs)

- 有些博弈没有占优均衡，但通过剔除“坏”战略，我们可以预测博弈的结果。如“智猪博弈”

		小猪	
		按	等待
大猪	按	3, 1	<u>2</u> , <u>4</u>
	等待	<u>7</u> , -1	0, <u>0</u>

这个博弈中，大猪的最优选择依赖于小猪的选择，但小猪的最优选择与大猪的选择无关。如果大猪知道小猪的理性的，大猪将选择“按”。均衡是“大猪按，小猪等待”。

“劣”战略：无论对方选择什么，如果自己选择A得到的总是收益小于选择B得到的收益，A就是相对于B的劣战略。

重复剔除占优均衡

- “重复剔除严格劣战略”(iterated elimination of strictly dominated strategy)的思路：首先找出博弈参与人的劣战略(dominated strategy)（假定存在的话），把这个劣战略剔除后，剩下的是一个不包含已剔除劣战略的新的博弈；然后在剔除这个新的博弈中的劣战略；继续这个过程，直到没有劣战略存在。如果剩下的战略组合是唯一的，这个唯一的战略组合就是“重复剔除占优均衡”(iterated dominance equilibrium)。
- 如果这样的解存在，我们说该博弈是“重复剔除占优可解的”(iterated dominance solvable)。

理性共识

(common knowledge of rationality)

- (a) 每个参与人是理性的 ;
- (b) 每个人知道(a);
- (c) 每个人知道(b);
- (d) 每个人知道(c);
- (e) 每个人知道(e);
- ...

理性共识

- (1) Zero-order CKR: 每个人都是理性的，但不知道其他人是否是理性的；
- (2) first-order CKR: 每个人是理性的，并且知道其他每个人也都是理性的，但并不知道其他人是否知道自己是否是理性的；
- (3) second-order CKR: (1)+(2)+每个人知道 (2)
- The n th-order CKR: $R(b)C(b)R(b)\cdots C(b)R$ is rational,

重复剔除与理性共识

- 重复剔除不仅要求每个人是理性的，而且要求每个人知道其他人是理性的，每个人知道每个人知道每个人是理性的，如此等等，即理性是“共同知识”（共识）

<div><div>R</div><div>C</div></div>	C1	C2	C3
R1	<u>10</u> ,4	<u>1</u> , <u>5</u>	98,4
R2	9, <u>9</u>	0, 3	99,8
R3	1,98	0, <u>100</u>	<u>100</u> ,98

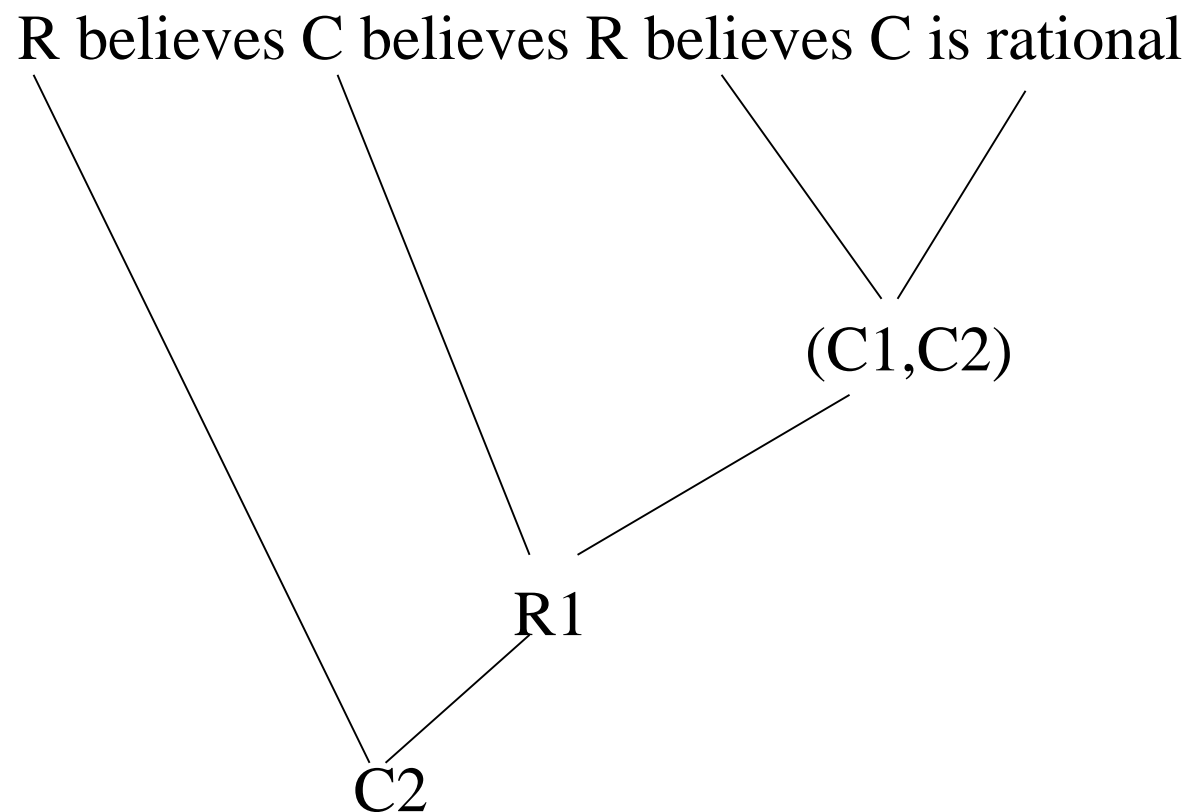
这个博弈只要求一阶理性共识就可以预测均衡结果。

如果把（下一左）的第一个数字改为11呢？

最优选择

- 这个博弈只要求一阶理性共识就可以预测均衡结果：
- 如果R相信C是理性的，R就知道C不会选择C3，所以R的最优选择是R1；
- 如果C相信R是理性的，C就知道R不会选择R2，所以C的最优选择是C2。
- 但要C预期R不会选择R3，需要二阶理性共识；要R不预期C会选择C1，需要三阶理性共识。

R排除C选择C1



好事变坏事？

- 在单人决策中，个人给定选择在所有情况下的收益都增加，一个人的状况不会变得更坏，但博弈中则不同。

<div></div>	左	右
上	-1, 3	2, 1
下	0, 2	3, 4

<div></div>	左	右
上	1, 3	4, 1
下	0, 2	3, 4

选择越多，对理性共识的要求越高

<div></div>	C1	C2	C3	C4
R1	<u>5</u> , 10	0, 11	1, <u>20</u>	10, 10
R2	4, 0	<u>1</u> , <u>1</u>	2, 0	20, 0
R3	3, 2	0, <u>4</u>	<u>4</u> , 3	50, 1
R4	2, <u>93</u>	0, 92	0, 91	<u>100</u> , 90

推理过程

- (1) Zero-order CKR: C not choose C4 for C is rational
- (2) 1st-order CKR: R not choose R4 for R(b) C
- (3) 2nd-order CKR: C not choose C1 for C(b)R(b)C
- (4) 3rd-order CKR: R not choose R1 for R(b)C(b)R(b)C
- (5) 4th-order CKR: C not choose C3 for C(b) R(b)C(b)R(b)C
- (6) 5th-order CKR: R not choose R3 for R(b) C(b) R(b)C(b)R(b)C

so, (R2,C2) is an equilibrium

理性共识的实验

- Beard 和Beil (1994) :

处理组	配对数	(L,l) 或(L,r)	(R, l)	(R, r)	参与人1选择L的比例 (%))
1	30(?)	9.75, 3	3, 4.75	10, 5	66%
2	31	9, 3	3, 4.75	10, 5	65%
3	25	7, 3	3, 4.75	10, 5	20%
4	32	7, 3	3, 3	10, 5	47%
5	21	7, 6	3, 3	10, 5	86%
6	26	7, 5	5, 9.75	10, 10	31%
7	30	58.5, 18	18, 29.4	60, 30	67%

不能用重复剔除解的博弈

- 许多博弈没有占优均衡，也没有重复剔除的占优均衡。考虑如下博弈：

<div></div>	C1	C2	C3
R1	0, <u>6</u>	<u>6</u> , 0	5, 3
R2	<u>8</u> , 0	0, <u>8</u>	5, 7
R3	7, 5	3, 5	<u>6</u> , <u>6</u>

可理性化的选择

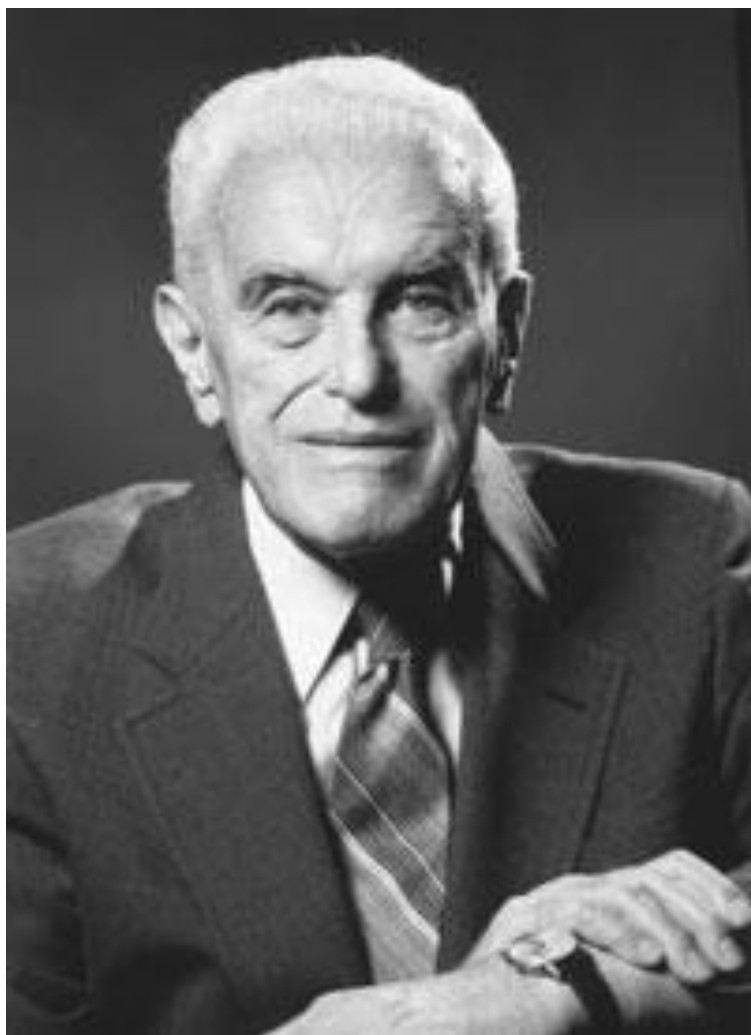
- Rationalizable strategy: 不能被重复剔除的战略；或者说，可以被合理（内在一致）的信念(belief)所支持的行为；
- 例如：R理性化选择R1：
 - 如果R(b)C 选择C2,
 - 如果R (b) C (b) R会选择R2；
 - 如果R (b) C (b) R (b) C会选择C1；
 - 如果R (b) C (b) R (b) C (b) R会选择R1

可理性化战略的预测错误

- 上例中，虽然每个参与人的每种选择都可能是“合理的”（依赖于他持有的信念），但选择R1、R2及C1、C2的建立在错误的信念上；
- 只有选择R3和C3不包含错误信念
 - Player R：选择R3, 因为R相信C会选择C3；
 - Player C：选择C3, 因为C相信R会选择R3.
- 如何排除错误的信念（预期）？
- 一个更强的假设：相互一致信念。

Consistently aligned beliefs (CAB)

- 考虑 (R3, C3) : 对方不会犯预期错误 : R选择R3, 如果他认为C会选择C3 ; C会选择C3, 如果他认为R会选择R3。
- CKR 不足以预测人的行为。
- CAB : 每个人对别人行为的预期 (信念) 是正确的 ; no rational player expected to be surprised by another rational player.
- Harsanyi doctrine: 如果两个理性的人具有相同的信息, 他们一定会得出相同的推断和相同的结论;
- Robert Aumann: rational agents cannot agree to disagree.



海萨尼·亚诺什·卡罗伊（匈牙利语：Harsányi János Károly，英语：John Charles Harsanyi，1920年—2000年），又译**豪尔沙尼**，是一名出生于匈牙利布达佩斯的美籍经济学家。1994年，他获得诺贝尔经济学奖。2000年因心脏病在美国伯克利逝世。他是最著名的要数他对博弈论的研究及博弈论应用于经济学的贡献。特别是他对不完备信息的博弈，即贝叶斯博弈的高度创新分析。他的重要贡献还包括博弈论与经济推理在政治和道德哲学（特别是功利主义伦理学）的应用。除此以外，他也对均衡选择理论作出贡献。他于1994年和约翰·福布斯·纳什及莱因哈德·泽尔腾共同获得诺贝尔经济学奖。



罗伯特·约翰·奥曼（**Robert John Aumann**，1930年—），美国和以色列（双重国籍）经济学家，以色列耶路撒冷希伯来大学合理性研究中心教授，犹太人。因“通过博弈论分析改进了我们对冲突和合作的理解”与托马斯·克洛姆比·谢林共同获得2005年诺贝尔经济学奖。

张维迎版权所有 未经许可不得翻印

预期一致就不会发生战争

- 根据Harsanyi doctrine, 国与国之间不可能发生战争。
- 这是因为, 理性人不可能对战争的后果有不同的看法。既然如此, 预期自己会输的一方或者压根就不会挑起战争, 或者会一开始就乖乖投降, 因而预期自己会赢的一方根本就没有必要发动战争。



纳什均衡与一致预期

- 纳什均衡：所有参与人的最优战略的组合：每个人的战略都是对其他人战略的最优反应；给定该战略中别人的选择，没有人有积极性改变自己的选择。
- 纳什均衡战略是唯一满足一致预期的可理性化战略：基于信念的选择是合理的；支持选择的信念是正确的（战略的实施确认信念的正确性）；
- 预期的自我实现：如何所有人认为这个结果会出现，这个结果就会出现。预期是自我实现的，预期不会错误。如果你认为我预期你将选择X，你就真的会选择X。

纳什均衡举例

- 下面的例子中，(R3, C3) 满足一致预期的战略组合，因为是一个纳什均衡；其他的战略组合不满足一致预期：

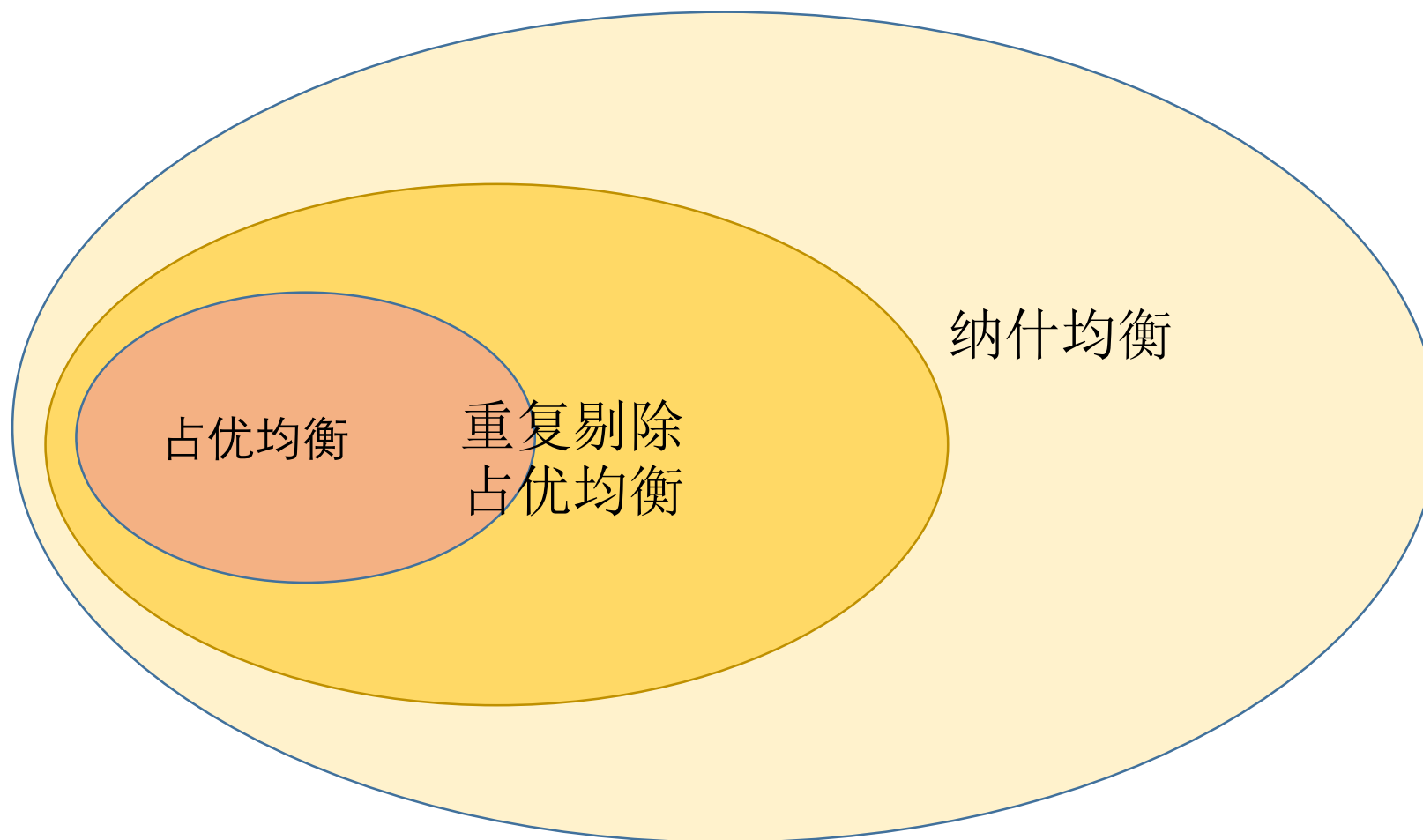
<div></div>	C1	C2	C3
R1	0, <u>6</u>	<u>6</u> , 0	5, 3
R2	<u>8</u> , 0	0, <u>8</u>	5, 7
R3	7, 5	3, 5	<u>6</u> , <u>6</u>

课堂实验

<div></div>	A	B	C
A	100, 100	0, 50	0, 300
B	50, 0	10, 10	60, 0
C	0, 300	0, 60	200, 200

你是如何做选择的？

- A：凭直感选择；
- B：深思熟虑后选择；



不同均衡概念之间的关系

哲学思考

- 如果参与人事前达成一个协议，在不存在外部强制的情况下，每个人都有积极性遵守这个协议，这个协议就是纳什均衡。

纳什均衡的正式定义

- 战略组合

- $s^* = (s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$

- 是一个纳什均衡，如果对于每一个 i , s_i^* 是给定其他参与人选择

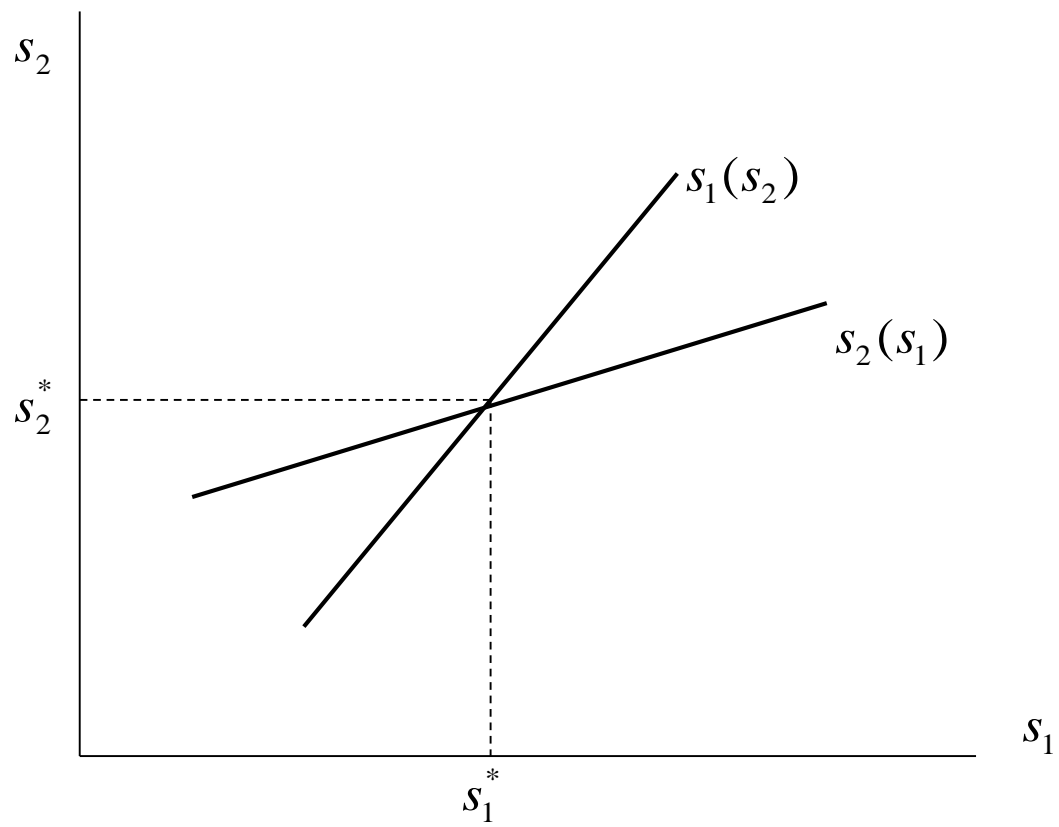
$$s_{-i}^* = (s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$$

- 的情况下第 i 参与人的最优战略，即：

-

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \quad \forall s_i \in S_i, \forall i$$

纳什均衡图示



“给定(given)”的意思是什么？

- 理性人会对他人的行动作出反应(reaction)。但纳什均衡定义在“给定别人的战略战略不变”的假设上，即每个参与人是独立决策的。
- 关键在“战略”的概念。纳什均衡定义在“战略”(strategies)(计划)上，不是行动(actions)上。
- 战略是一个完整的行动计划，规定了参与人在每一种情况下（包括信息）采取什么行动；理性人在博弈开始之前选择“战略”，此时，其他参与人的决策并没有观察到，因此，每个人的决策是独立作出的。
- 这是冯·诺依曼的贡献。这被称为博弈的normal form or strategic form（相对于extensive form）。

纳什均衡or哈耶克均衡？

- 哈耶克在《经济学与知识》中，将均衡定义为：在一个分散知识和直观感知的世界中，不同人的行动计划的兼容。(different plans of the individuals are mutually compatible in a world in which knowledge is dispersed and perceptions are subjective.)
- 这个定义与纳什均衡定义是一样的：预期的一致性。不同在于，哈耶克强调了知识的分散性使得这样的均衡很难在现实中实现。

哈耶克：均衡与预期

- The concept of equilibrium merely means that the foresight of the different members of the society is in a special sense correct. It must be correct in the sense that every person's plan is based on the expectation of just those actions of other people which those other people intend to perform and that these plans are based on the expectation of the same set of external facts, so that under certain conditions **nobody will have any reason to change his plans**. Correct expectation is not, as it has sometimes been understood, a precondition which must exist in order that equilibrium may be arrived at. It is rather the defining characteristic of a state of equilibrium." (p. 42)
- 回头看the Harsanyi doctrine.

自然事件预测与社会行为预测

- 对自然事件的预测不改变事件本身：如天是否下雨，与我们预测下雨与否无关；
- 但对他人行为的预测会改变行为本身：如大部分预期某条街道会拥堵，这条街道反倒不会拥堵；
- 由此，社会预测正确与否不一定能被事后证实；
- 在前面的例子中，如果参与人R预期参与人C会选择C2, R的最优选择是R1; 但如何C知道R预期C会选择C2, C的最优选择就是C1, 而非C2。

寻找纳什均衡

<div></div>	C1	C2	C3
R1	<u>100</u> , 100	0, 0	50, <u>101</u>
R2	50, 0	<u>1</u> , <u>1</u>	60, 0
R3	0, <u>300</u>	0, 0	<u>200</u> , 200

广告博弈

		企业2	
企业1	战略	做广告	不做广告
	做广告	4, 4	15, 1
	不做广告	1, 15	10, 10

- 纳什均衡：（做广告，做广告）

“搭便车”与专制的稳定性

		其他 $n-1$ 人	
		沉默	抗争
本人	沉默	-1	$1+a$
	抗争	- n	1

斯大林式的掌声

- 在苏联的斯大林时代，开大会时鼓掌长达15分钟是平常事，最长能达到半个小时。当最高领袖斯大林讲完话，哗哗哗！党员同志们拼命鼓掌。鼓啊鼓啊，后来发现一个很恐怖现象：谁先停呢？谁也不敢停，个个都在看着，谁先停谁倒霉。于是一直这么鼓下去，直到斯大林说：“可以了可以了。”同志们才不约而同嘎然停止。
- 苏联大清洗年月里，区党代表会议正在进行，在会议结束时通过致斯大林的效忠信。不用说，全体起立鼓掌。在鼓到第十分钟时，一个造纸厂厂长恢复了平常办事的姿态，在自己的位置上坐了下来。于是，奇迹发生了：全场那种欲罢不能的热情顷刻间化为乌有，大家几乎在同一鼓点上停了下来。
然而，就在当天，造纸厂厂长深夜被捕。罪名当然很多，但绝没有一项是“不鼓掌”。当局以其他理由判了他十年有期徒刑。在侦查笔录上签字时，侦查员告诉他：“永远不要第一个停止鼓掌！”

利用纳什均衡寻租

- 考虑股票市场融资的例子：设想企业价值是100，现在发行的流通股为100股，每股价值1元。现在假定经理理想筹集100元，投资价值只有50元。有人买新股吗？
- 假定每一股配4股，价格为0.25元。如果股东不接受配股：原来一股1元的价值就变成0.3元（ $=150/500$ ）；如果接受配股，他持有的股票的价值是1.5元；因为配股的成本是1元，所以他的最优选择是接受配股。

所有制与等级结构

- 团队生产的囚徒困境：

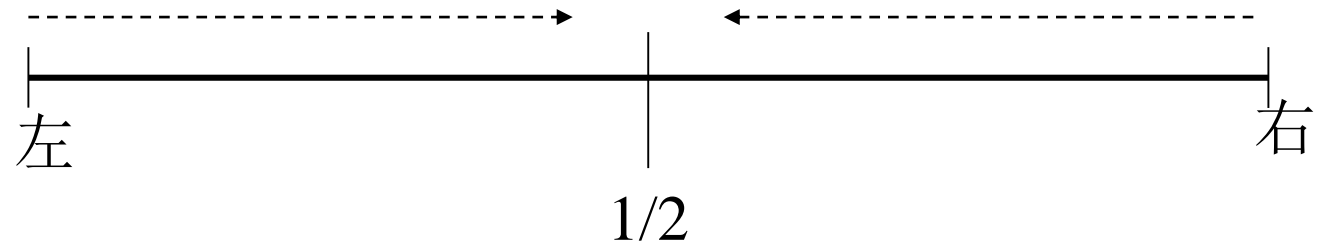
		B	
		工作	偷懒
A	工作	6, 6	0, 8
	偷懒	8, 0	<u>2, 2</u>

让A（或B）变成所有制

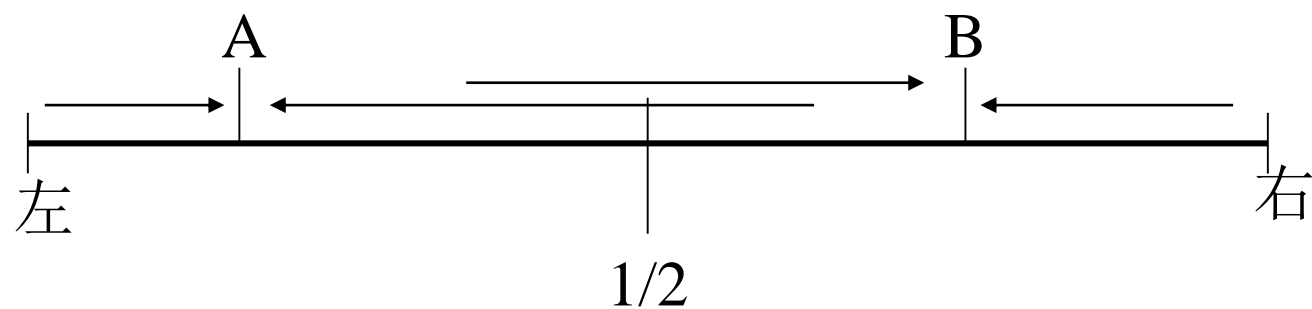
- 游戏规则和支付将改变：

		B	
		工作	偷懒
A	工作	<u>6, 6</u>	8, 0
	偷懒	2, 6	2, 2

政党博弈



理念主导型政党博弈



双寡头竞争：Cournot博弈

- 两个企业同时选择产量，价格由市场决定；
- 假定需求函数为： $P(Q) = a - (q_1 + q_2)$
其中 q_1 为企业1的产量， q_2 为企业2的产量
- 假定成本函数为：
- $C(q_i) = c_i q_i$
- 那么，利润函数为：

$$\Pi_1 = q_1 P(Q) - c q_1 = q_1 (a - q_1 - q_2 - c)$$

$$\Pi_2 = q_2 P(Q) - c q_2 = q_2 (a - q_1 - q_2 - c)$$

双寡头竞争（续）

- 企业最大化利润的一阶条件为：

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_1}{2}$$

- 纳什均衡产量：

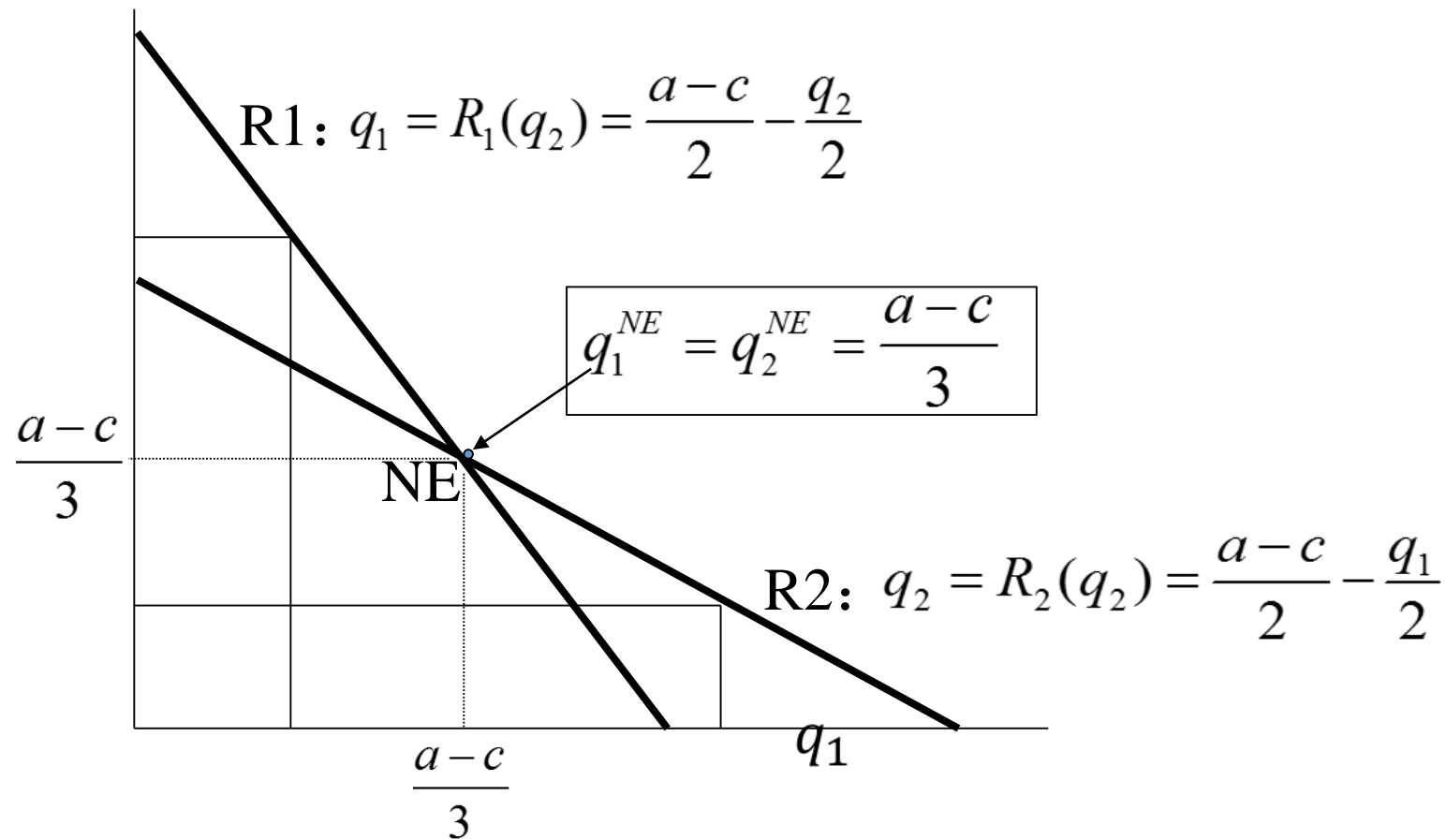
$$q_1^{NE} = q_2^{NE} = \frac{a-c}{3}$$

- 纳什均衡利润为：

$$\Pi_1^{NE} = \Pi_2^{NE} = \frac{(a-c)^2}{9}$$

Cournot-Nash Equilibrium

q_2



非对称情况

- $q_1 = \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_2$;
- $q_2 = \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}c_2 + \frac{1}{3}c_1$;
- 如果企业2的成本是企业1的成本(c)的2倍:
- $q_1 = \frac{1}{3}a$
- $q_2 = \frac{1}{3}a - c$

垄断产量和垄断利润

- 垄断企业的目标函数：

$$\Pi_M = QP(Q) - Qc = Q(a - Q - c)$$

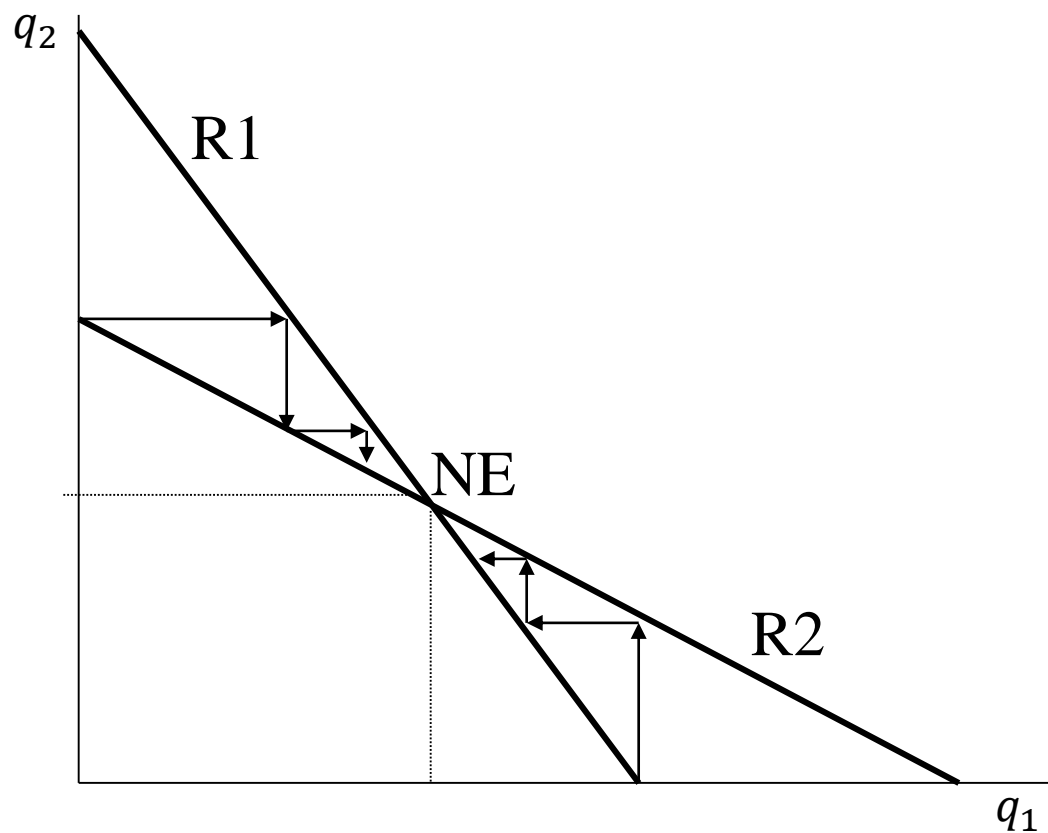
- 垄断产量：

$$Q_M = \frac{a - c}{2}$$

- 垄断利润：

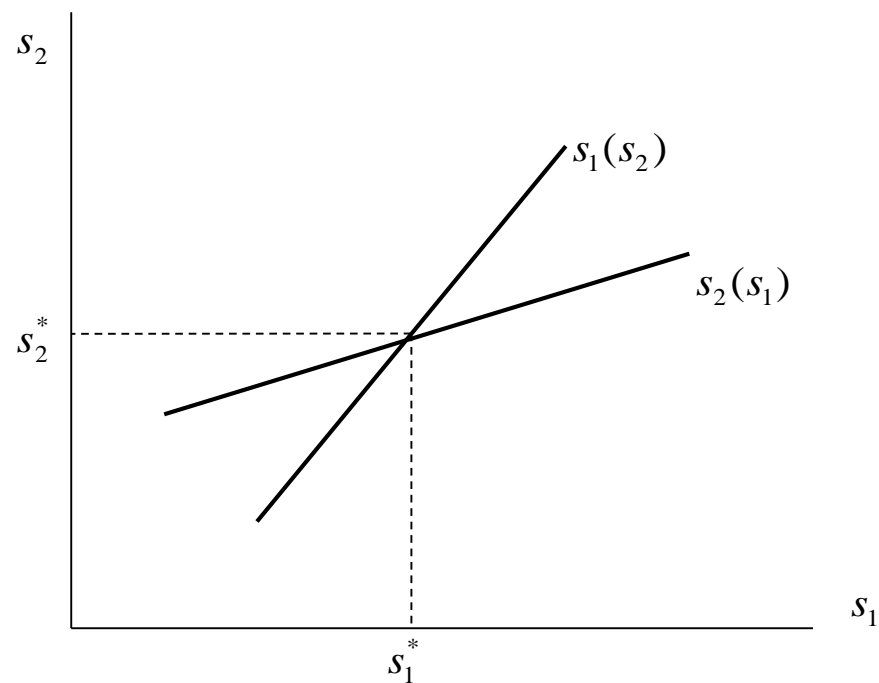
$$\Pi_M = \frac{(a - c)^2}{4}$$

纳什均衡与学习过程



Bertrand Equilibrium

- 价格竞争：



划拳博弈

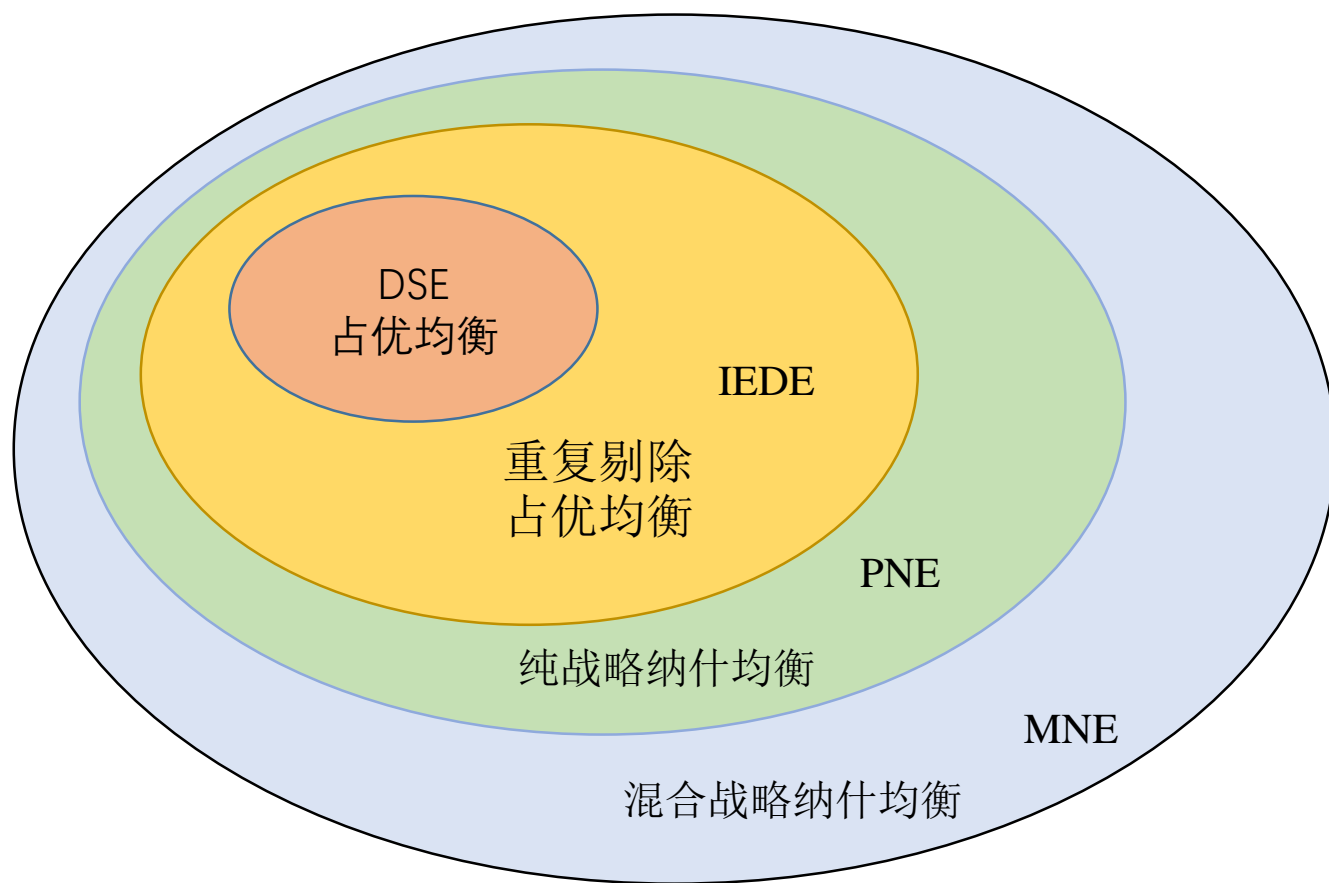
<div></div>	老虎	鸡	虫	杠子
老虎	0, 0	1, -1	0, 0	-1, 1
鸡	-1, 1	0, 0	1, -1	0, 0
虫	0, 0	-1, 1	0, 0	1, -1
杠子	1, -1	0, 0	-1, 1	0, 0

混合战略纳什均衡

- 有些博弈没有“纯战略”纳什均衡，但有混合战略纳什均衡，如监督博弈。

	偷懒	不偷懒
监督	1, -1	-1, 2
不监督	-2, 3	2, 2

给定工人偷懒，老板的最优选择是监督；给定老板监督，工人的最优选择是不偷懒；给定工人不偷懒，老板的最优选择是不监督；给定老板不监督，工人的最优选择是偷懒；如此循环。



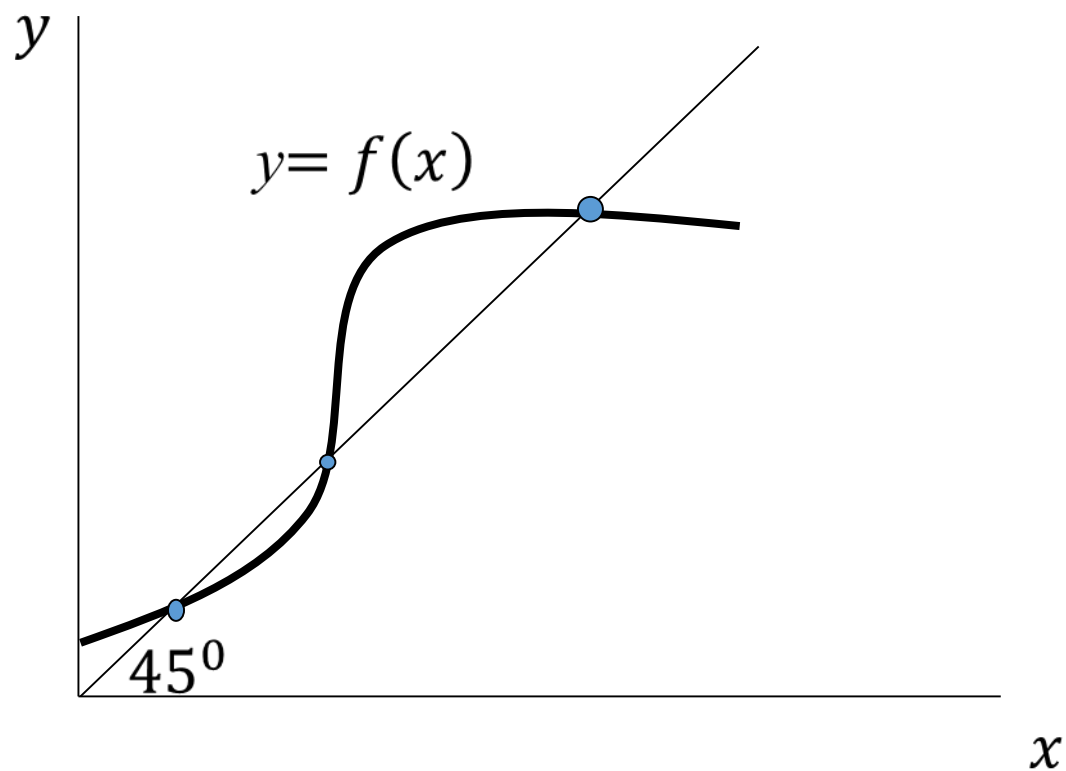
不同均衡概念之间的关系

纳什均衡的存在性问题

- 每一个有限博弈至少存在一个纳什均衡（纯战略或混合战略）；
- 如果一个博弈存在两个纯战略纳什均衡，那么，一定存在第三个混合战略纳什均衡。
- 证明的方法：The Kakutani fixed-point theorem（纳什用的方法）， or the Brouwer fixed-point theorem.
- （经济学中一般均衡存在性的证明，直接受到纳什均衡存在性定理的启发。）

不动点定理

- $x^* = f(x^*)$



Do People Play Nash Strategies?

- Maximization: every player is a rational decision-maker with clear understanding of the world;
- Consistency: the player's understanding, in particular, expectations of other players' behavior, is correctly;
- Understanding the rule of games;
- These three assumptions are justifiable?

风险与均衡

- 由于纳什均衡要求理性共识和一致预期，当人们可能犯小小的错误时，纳什均衡不一定被选择。如下面这个博弈中，多数人将选择“下”而不是“上”。

	左	右
上	8, 10	-100, 9
下	7, 6	6, 5

只要B有百分之一的概念错误地选择右，A将选择下；如果B怀疑A怀疑自己可能犯错误，B将选择右。所以，出现的不是纳什均衡

有问题的纳什均衡？

	C1	C2	C3
R1	2, 2	<u>3</u> , 1	0, 2
R2	1, <u>3</u>	2, 2	<u>3</u> , 2
R3	<u>2</u> , 0	2, <u>3</u>	2, 2

参考书

- 张维迎：《博弈与社会》第2章；
- 张维迎：《博弈论与信息经济学》第1章。
- 马丁·诺瓦克\罗杰·海菲尔德：《超级合作者》“引言”章和第5章“亲缘选择”，浙江人民出版社2013年版。
- 桑吉特·达米：《行为博弈理论》第1.2节，格致出版社2022年第一版。