北京大学信息科学技术学院

2022年春季学期《编译原理》

第3章 词法分析（2）

Lexical Analysis

【对应教材 3.3-3.7】

内容提要

- 词法分析器的作用
- 词法单元的规约
  - 串和语言；正则表达式、正则定义
- 词法单元的识别
- **有限自动机 (Finite Automata)**
- **正则表达式到有限自动机**
- **词法分析器生成工具的设计**

有限自动机（Finite Automata）

- 有限自动机是词法分析器生成工具（Lex）的关键技术。
  - 正则表达式→有限自动机→词法分析程序
- 有限自动机是识别器，对每个可能的输入串回答“yes”or“no”。
- 有限自动机可以分为两类：
  - 确定的有限自动机（DFA）
  - 不确定的有限自动机（NFA）

确定的有限自动机 (Deterministic FA)

定义 一个确定的有限自动机 M (记作DFA M)

是一个五元组 $M=(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$, 其中

（1） Σ是一个有限字母表, 它的每个元素称为一个输入符号。

（2） Q 是一个有限状态集合。

（3）$q_0 \in Q$, q_0 称为开始状态。

（4）$F \subseteq Q$, F 称为终止状态（或接受状态）集合。

（5）δ是一个从 $Q \times \Sigma$ 到 Q 的单值映射 (称为转换函数)

$$\delta(q, a)=q' \quad (q, q' \in Q, a \in \Sigma)$$

表示当前状态为q, 输入符号为a 时, 自动机 M 将转换到下一个状态q′，q′ 称为q的一个后继。

DFA的表示形式

例： 设DFA M = ({a,b}, {0,1,2,3}, 0, {3}, δ)

其中δ:

$\delta(0,a)=1,\ \delta(1,a)=3$
$\delta(2,a)=1,\ \delta(3,a)=3$
$\delta(0,b)=2,\ \delta(1,b)=2$
$\delta(2,b)=3,\ \delta(3,b)=3$

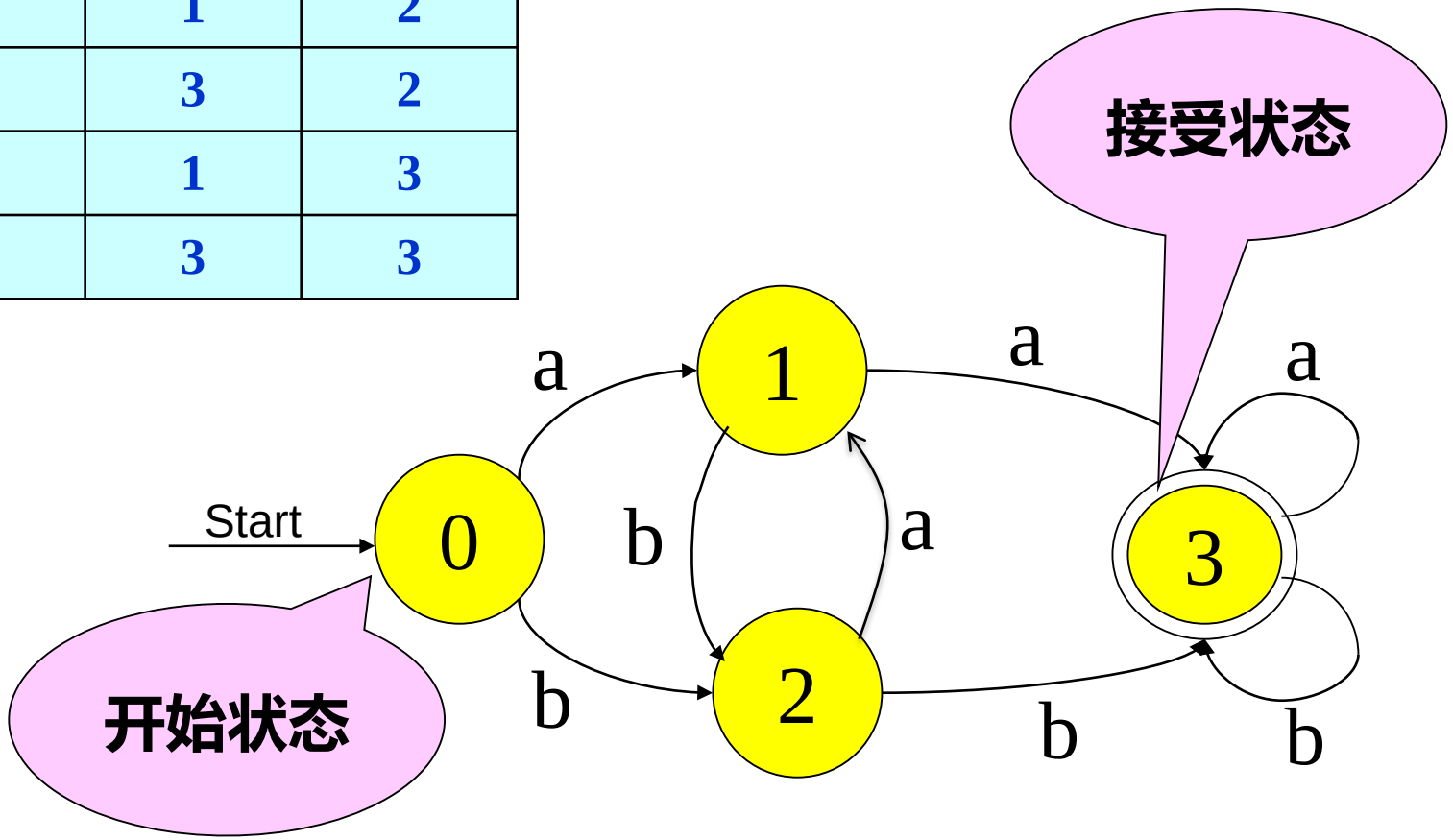
可以使用转移矩阵来表示（易存储）

状态 \ 输入字符	a	b
0	1	2
1	3	2
2	1	3
3	3	3

所谓确定的自动机，其确定性表现在状态转换函数是单值函数！

使用状态转换图来表示

状态 \ 输入	a	b
0	1	2
1	3	2
2	1	3
3	3	3



DFA M 接受的语言

如果对所有$w \in \Sigma^*$，以下述方式递归地扩展δ的定义

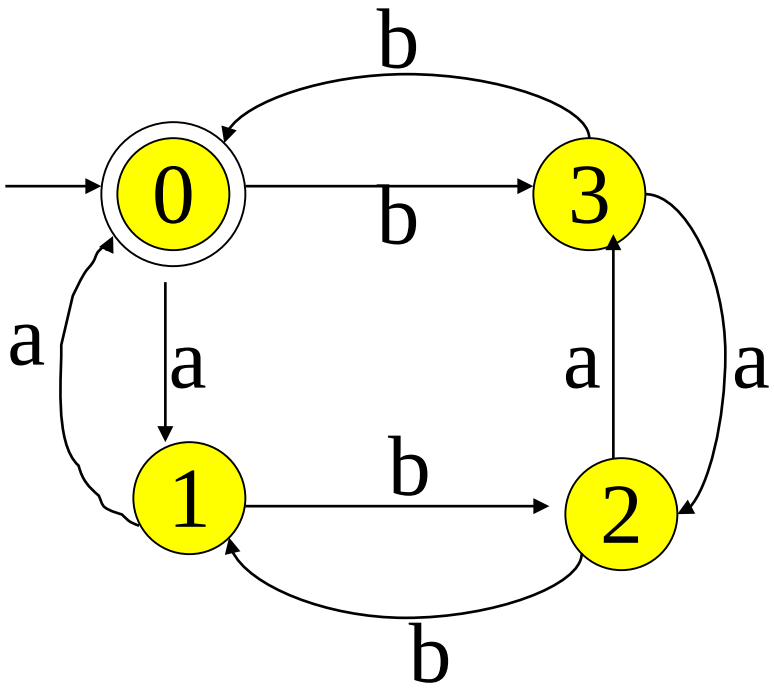
$$\delta(q, \varepsilon) = q$$

$$\delta(q, wa) = \delta(\delta(q, w), a)$$

对任何 $a \in \Sigma$, $q \in Q$，则有

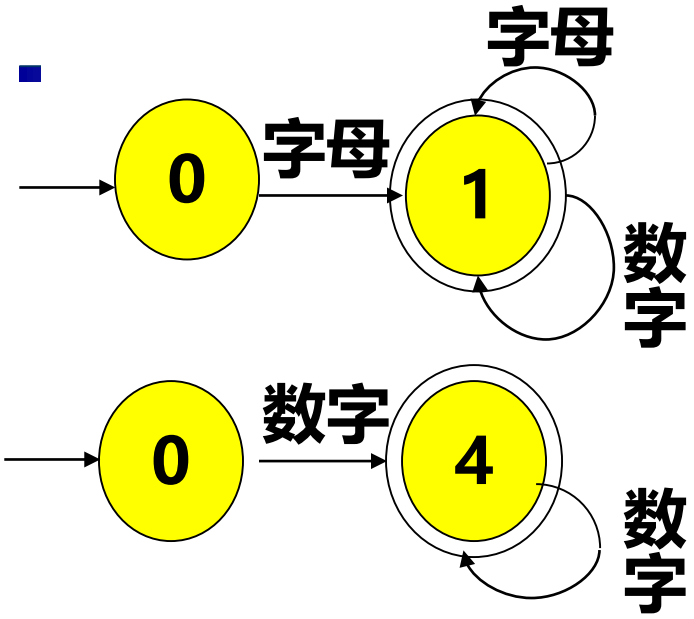
$$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^*, \text{若存在} q \in F, \text{使} \delta(q_0, w) = q\}$$

从状态转换图看，从开始状态出发，沿任一条路径到达接受状态，这条路径上的弧上的标记符号连接起来构成的符号串被DFA M接受。



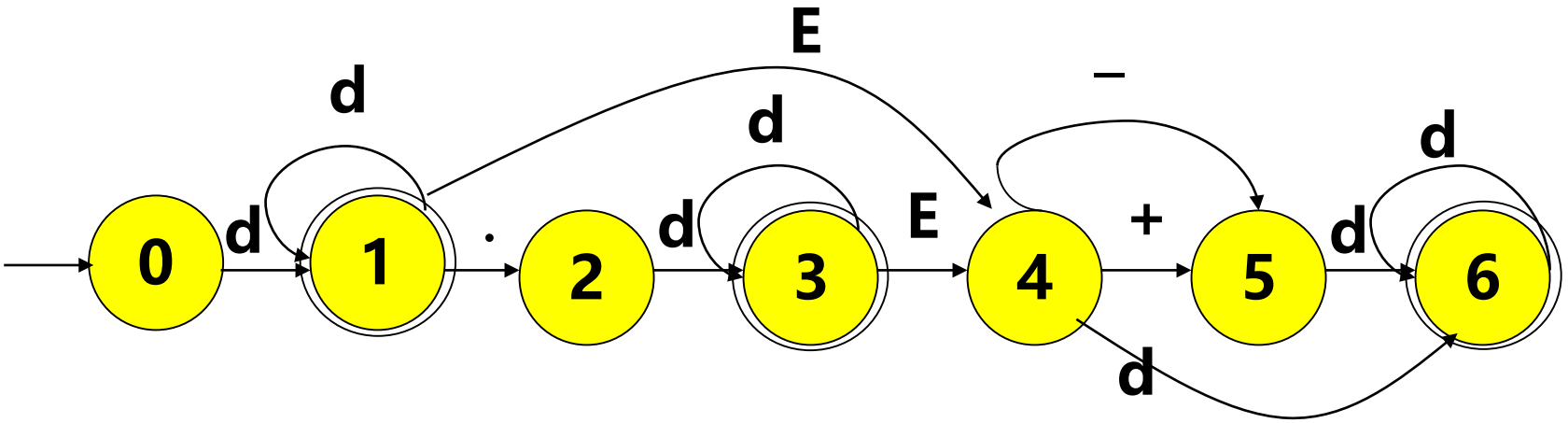
偶数个a，偶数个b的{a,b}串集合

DFA示例-1



Pascal 标识符

Pascal整数和实数



DFA示例-2

识别Σ ={0,1}上能被5整除的二进制数

Quiz

- 画一个DFA，表示所有能被32整除的二进制数。

Quiz

- 画一个DFA，表示所有除32余1的二进制数。

非确定的带ε_转移的有限自动机NFA

定义：非确定的带ε转移的有限自动机NFA M是一个五元组

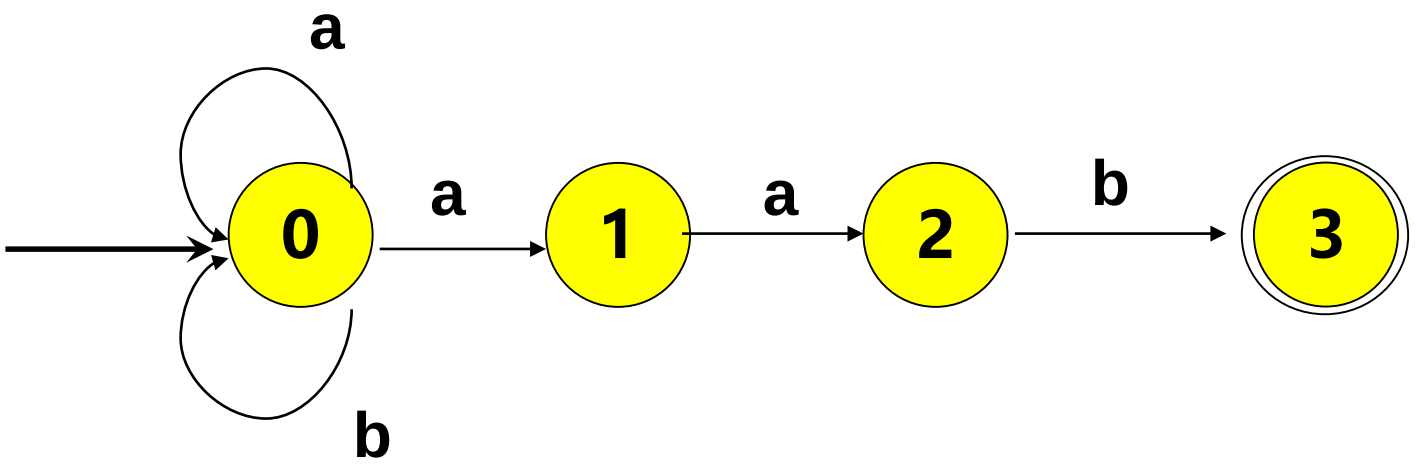
$$M=(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$$

其中Σ, Q, q_0, F的意义和DFA的定义一样，而δ是一个从$Q\times(\Sigma\cup\{\varepsilon\})$到Q的子集的映射，即

$$\delta: Q\times\Sigma\cup\{\varepsilon\} \rightarrow 2^Q$$

和DFA类似，NFA M也可以用状态转换图表示，也可以定义NFA M接受的语言。

NFA示例-1

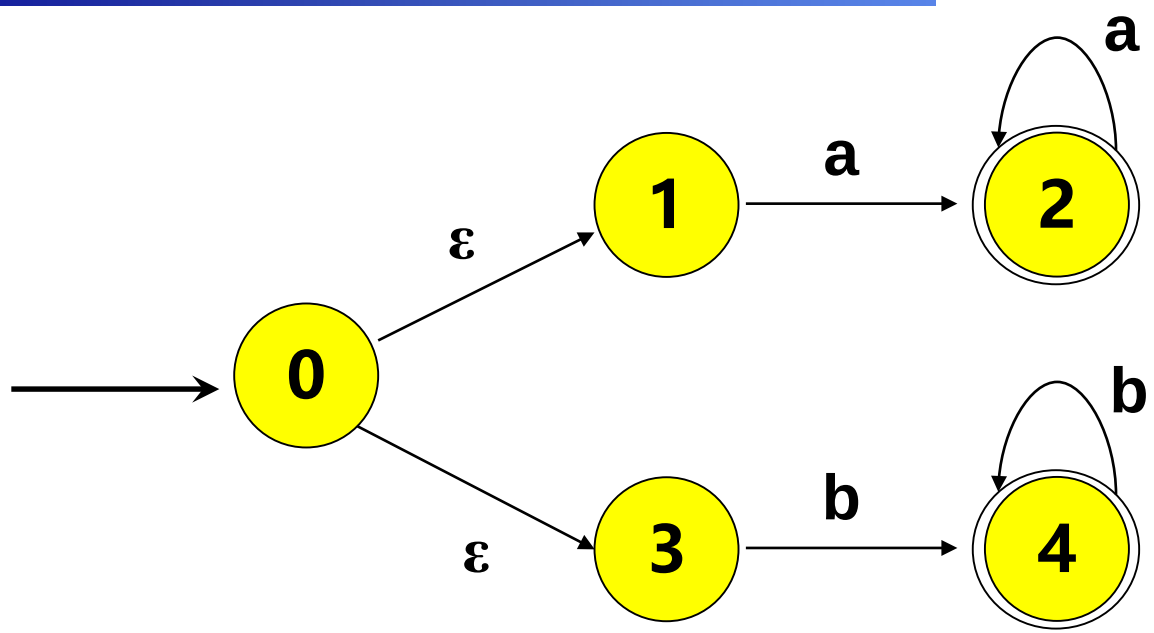


NFA 表示的语言：

(a|b)*aab

可不可以用DFA来表示?

NFA示例-2



NFA 表示的语言：

aa*|bb*

可不可以用DFA来表示?

关于NFA的说明

- NFA接受的字符串和语言
  - 如果在NFA中存在一个从开始状态到接受状态的路径，该路径上的符号序列构成的字符串是w，那么称该NFA可以接受字符串w
    - 一个字符串在NFA中可能对应不同的接受路径
    - NFA接受的字符串可能存在其他不能接受的路径
    - 如果在某个状态对于输入字符a不存在可用的转移动作，那么不能通过该路径接受当前的字符串
  - 一个NFA M接受的所有字符串的集合构成该NFA所接受的语言L(M)
- DFA是NFA的一种特例
  - DFA的表达能力与NFA是等价的

内容提要

- 词法分析器的作用
- 词法单元的规约
  - 串和语言；正则表达式、正则定义
- 词法单元的识别
- 有限自动机 (Finite Automata)
- **正则表达式到有限自动机**
- **词法分析器生成工具的设计**

例 题 1

- 给出接受 (a|b)*a(a|b)(a|b) 的DFA。

例 题 2

- 指出下面的正则表达式描述的语言，并画出接受该语言的最简DFA的状态转换图。

  (1|01)* 0*

正则表达式与有限自动机

- 正则表达式
  - 可以简洁、精确地描述词法单元的模式
  - 人可以比较容易地写出正则表达式
- 有限自动机
  - 模拟DFA的执行可以高效地进行模式匹配
  - 状态较多时，DFA不适合手动书写

- 目标：把人写的正则表达式转换为机器可以自动匹配的DFA

从正则表达式到自动机的转换

- 将正则表达式转换为DFA的步骤

NFA与DFA的等价性

定理： 对任何一个NFA M，都存在DFA M′使

$$L(M')=L(M)$$

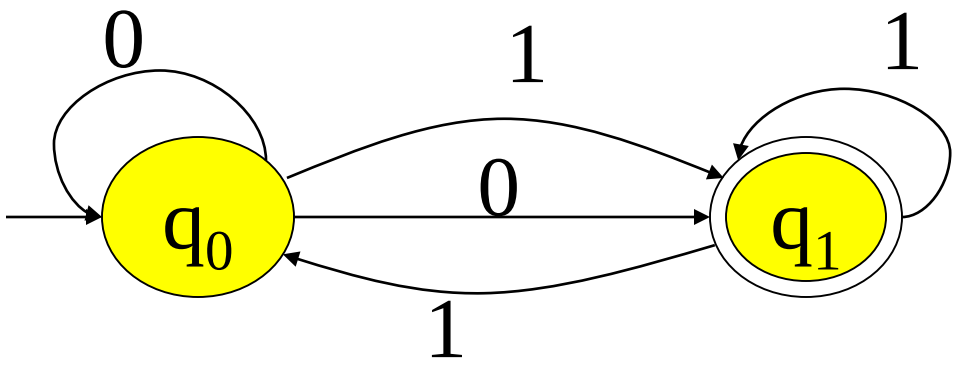
证明思想： 用M′的一个状态对应M的一个状态集合，用这种方法，能从一个NFA M构造一个DFA M′，称作子集构造法。

例3.2 NFA $M=(\{0,1\},\{q_0,q_1\},q_0,\delta)$，其中

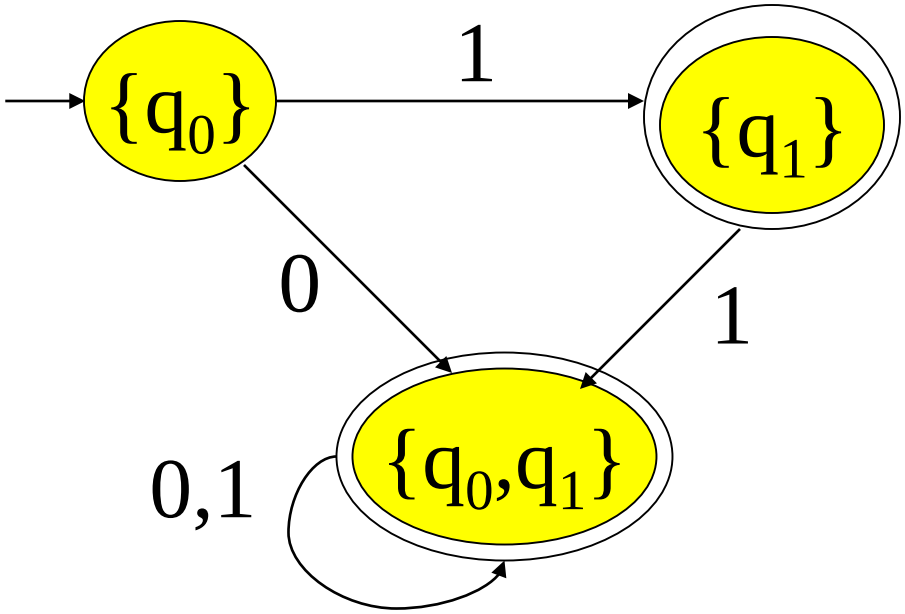
$\delta(q_0,0)=\{q_0,q_1\}$　　$\delta(q_0,1)=\{q_1\}$

$\delta(q_1,0)=\varnothing$　　$\delta(q_1,1)=\{q_0,q_1\}$

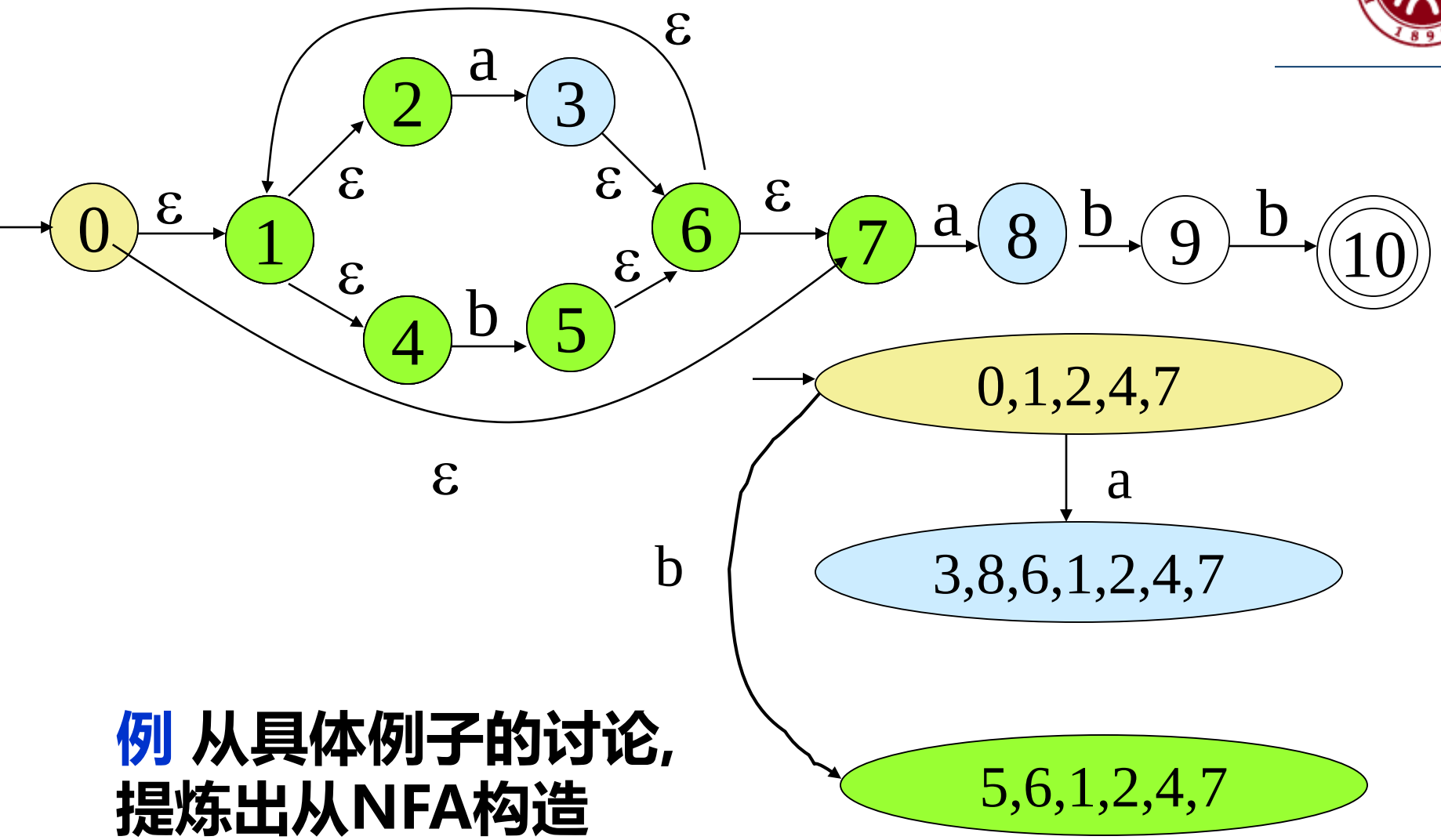
L(M)=L(M ′)={0,1}+- 10{0,1}*



NFA



DFA



例 从具体例子的讨论，提炼出从NFA构造DFA的算法。

从NFA M 构造DFA M' 的算法

1. ε_closure(S) 的定义和算法

定义：从状态集合S中任一状态出发, 仅沿ε弧到达的状态集合（包括S自身）称为S的ε_ 闭包, 记为ε_closure(S)：

$$T=S \cup (\cup edge(t, \varepsilon)),\ t \in T$$

其中: edge(t, a)是M中从状态t出发, 仅沿a弧到达的状态集合。

计算 T （即ε_closure(S)）的方法:

```
T:=S;
REPEAT
    T′:=T ;
    T  :=T′ ∪ (∪ edge(t, ε))  (t∈T′)
UNTIL  T=T′
```

从NFA M构造DFA M'的算法

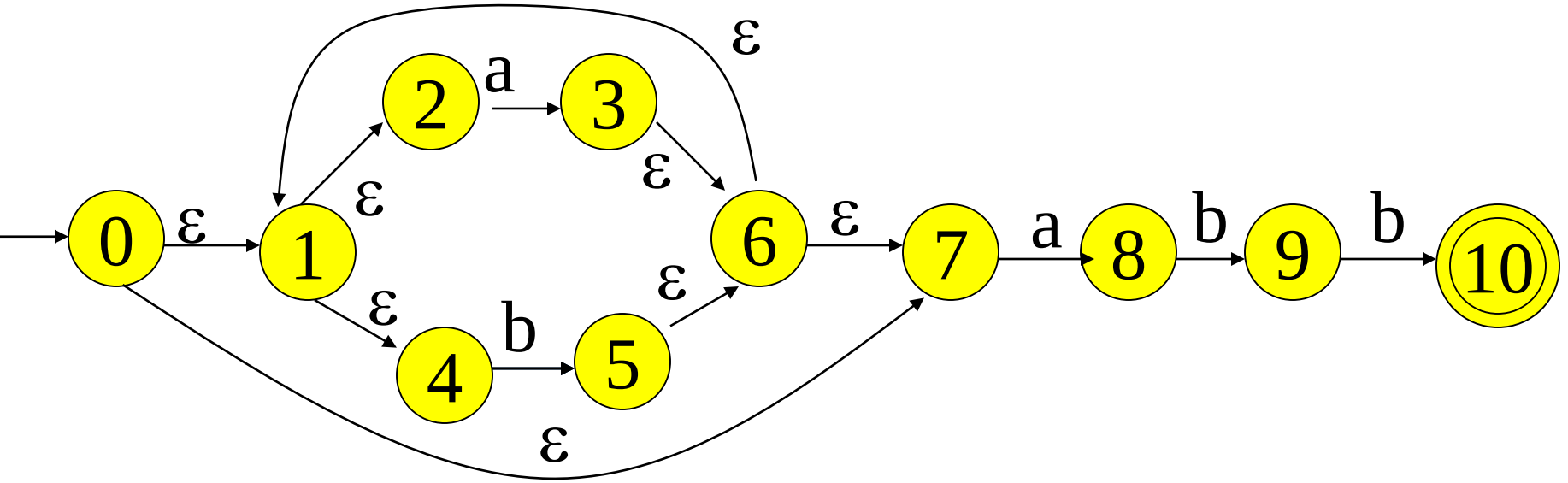
2. DFA M'中的状态

- M'中的每个状态是 M的状态集合。
- 令t_0是M的初始状态，M'的初始状态 $d_0 = \varepsilon\_closure(\{t_0\})$
- 包含M的任意终态的状态集合都是M'中的终止状态。

3. DFA M'的转移函数

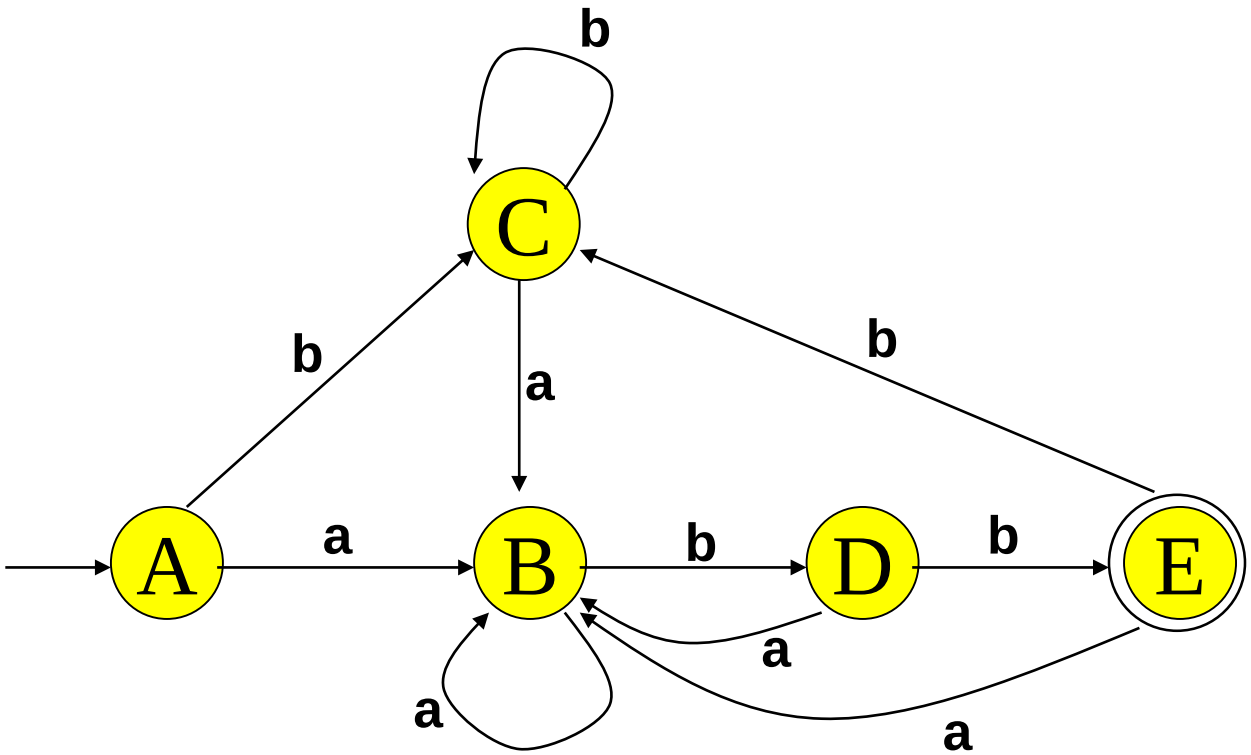
$$DFA\ edge(d, a) = \varepsilon\_closure(\bigcup_{t \in d} edge(t, a))$$

- d是M的状态集合
- $a \in \sum$
- edge(t, a)是M中从状态t出发，仅沿a弧到达的状态集合。



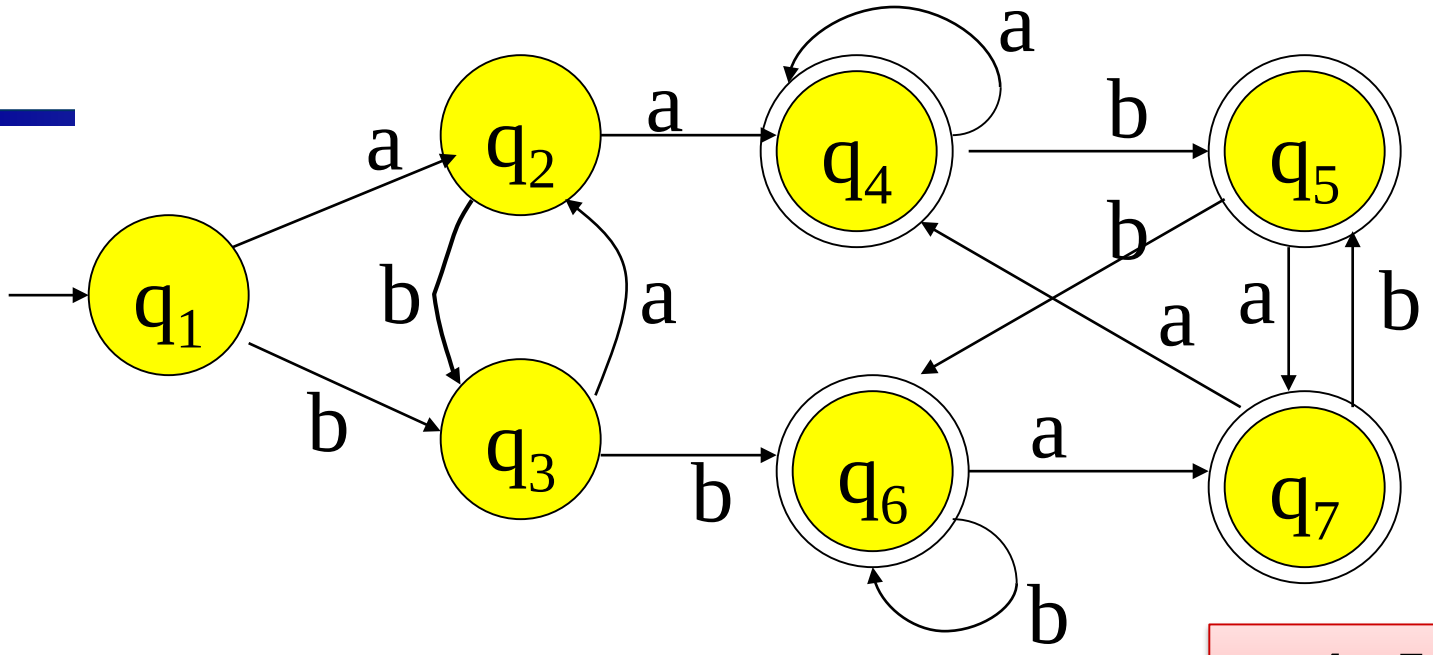
states	a	b
(A) 0,1,2,4,7	(B)	(C)
(B) 3,8,6,1,2,4,7	(B)	(D)
(C) 5,6,1,2,4,7	(B)	(C)
(D) 5,9,6,1,2,4,7	(B)	(E)
(E) 5,10,6,1,2,4,7	(B)	(C)

转换之后得到的DFA

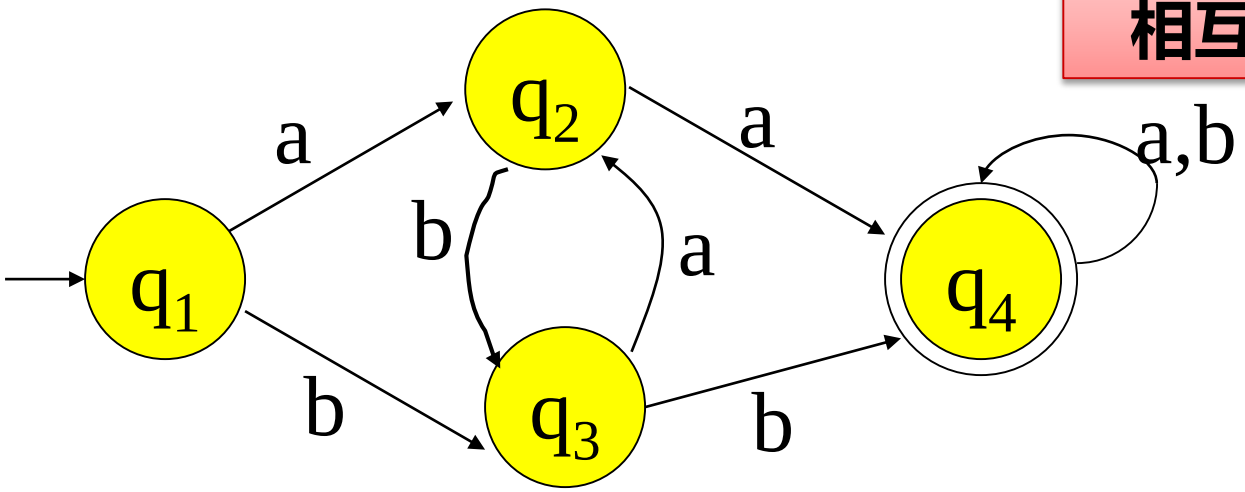


DFA的最小化

- **DFA的化简**
  - 设有DFA $M=(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$, 寻找一个状态数更少的DFA M', 使 $L(M') = L(M)$
  - 可以证明，存在一个最少状态的DFA M', 使 $L(M)=L(M')$。
- **等价状态**
  - 设$p, q \in Q$, 若对任意$w \in \Sigma^*$, $\delta(p,w) \in F$ 当且仅当 $\delta(q,w) \in F$, 则称p和q是等价状态。
  - 否则，称p和q是可区别的。



q4 q5 q6 q7 相互等价。



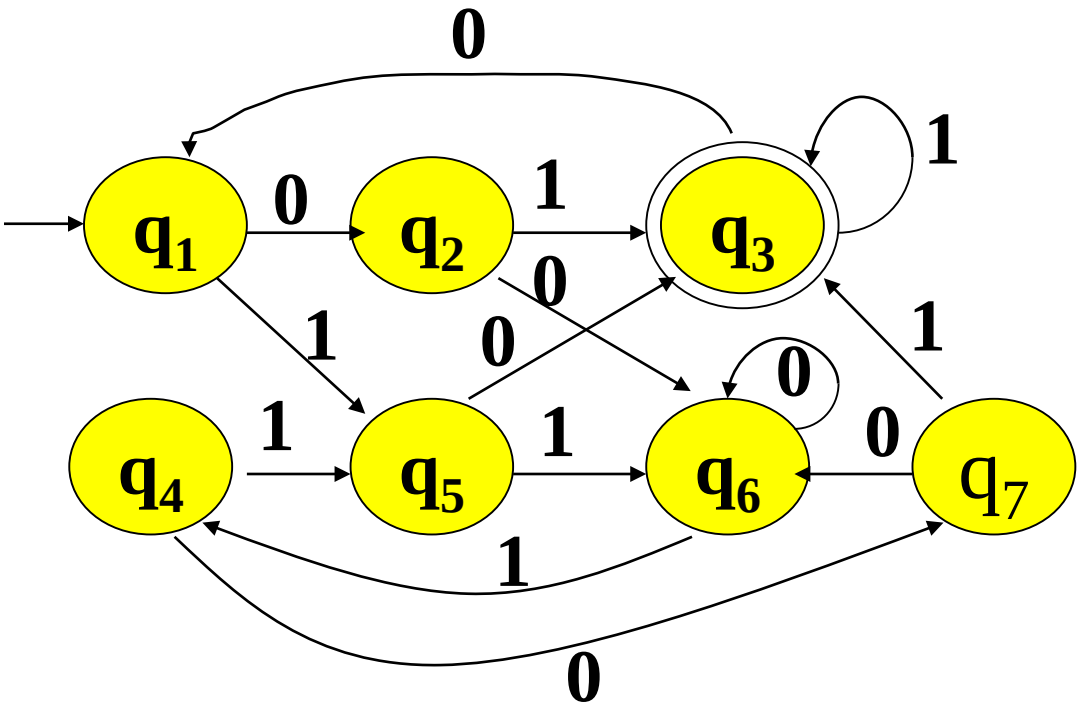
等价状态的判别条件

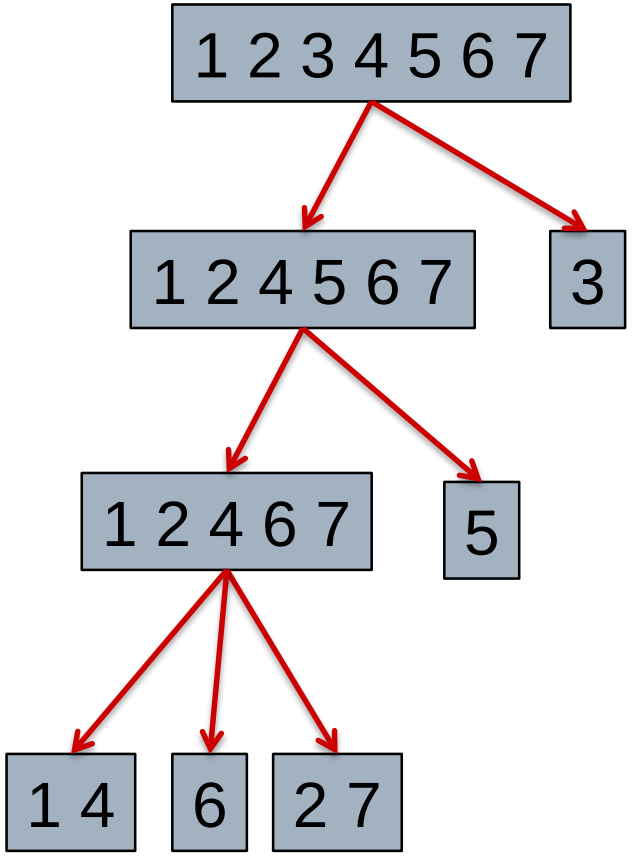
- 等价状态定义了状态集合上的等价关系。因此状态集合能被划分成等价类
- 两个状态p和q等价应满足如下条件：
  - 一致性条件
    - p和q必须同时或为接受状态或为非接受状态
  - 蔓延性条件：
    - 对于$\forall a \in \Sigma$，$\delta(p,a)=r$, $\delta(q,a)=s$，r和s必须等价；
    - 反过来，r和s不等价，则p和q不等价。
- 可以按照上述条件把所有状态划分为不同的等价类

等价类划分方法

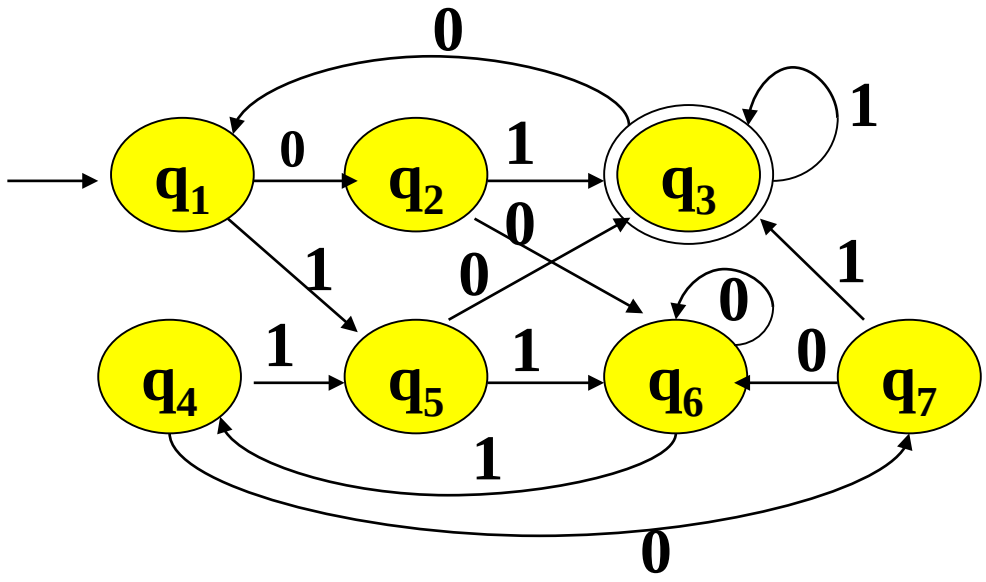
1. 把所有状态划分为两个组：接受状态组和非接受状态组。
2. 任意选定一个输入符号a，判断每个组中的各个状态对于a的转换，如果落入不同的组中，就把该组中的状态按照转换之后的组进行分割，使分割之后的每个组对于a的转换都会落入同一个组。
3. 重复第2步，直至每个组中的所有状态都等价。

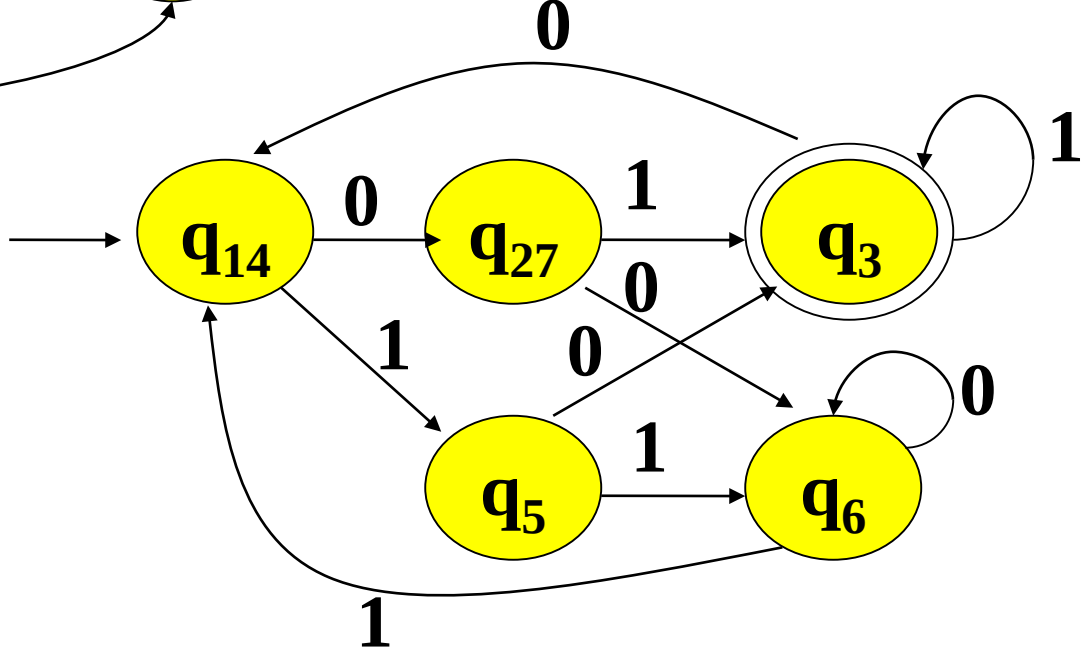
例：DFA的最小化





化简之后

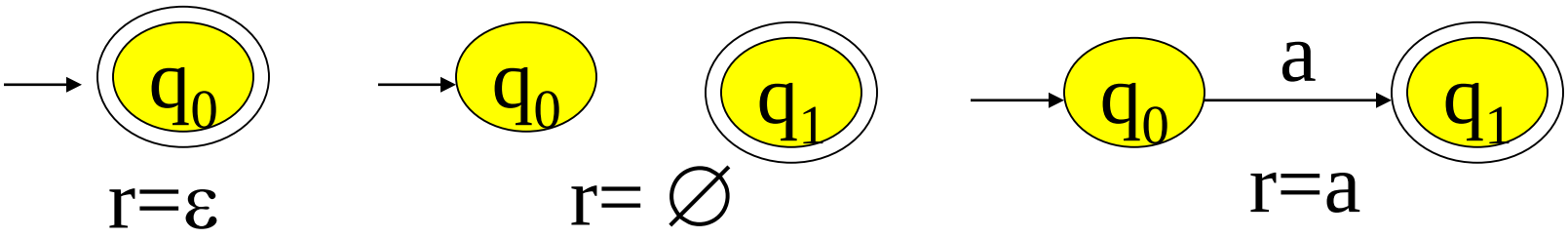




从正则表达式构造FA

定理：设r是∑上一个正则表达式，则存在 FA M接受 L(r)，并且M的终态是唯一的且无有向边射出。

证: ⇒ 对正则表达式r的运算符数目作归纳。设r具有零个运算，必有r=ε或r= ∅或r=a∈ ∑,则FA分别为：

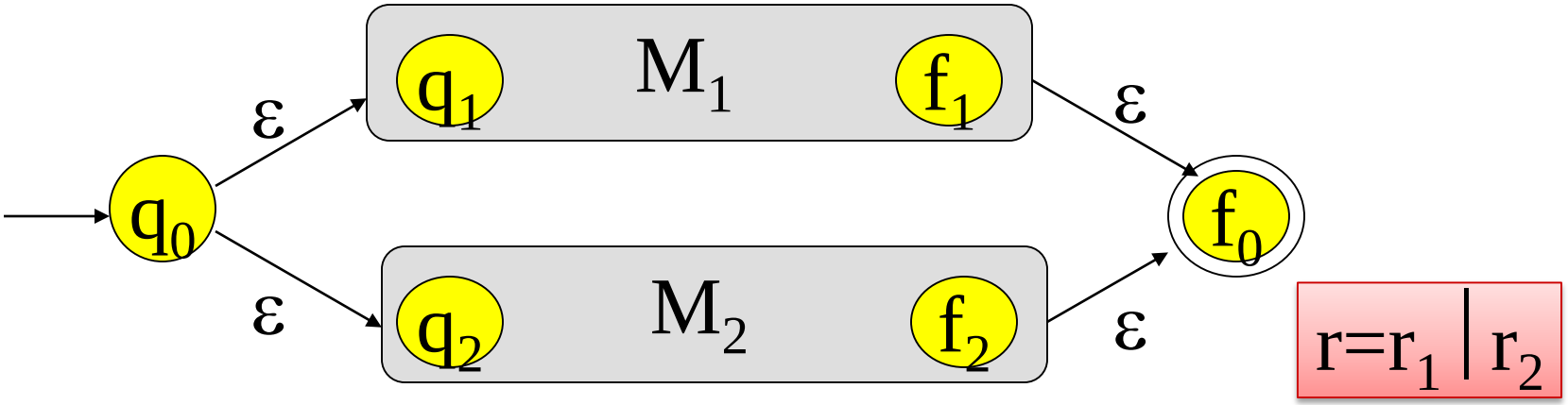


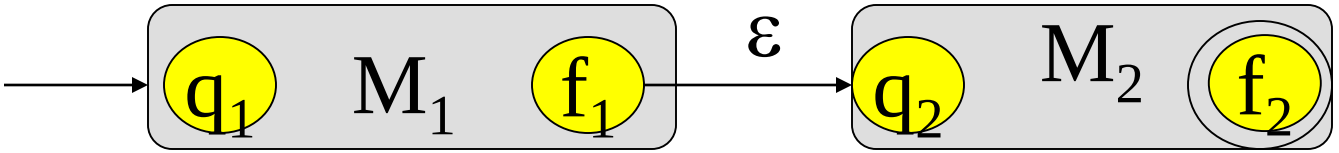
设结论对少于i(i≥1)个运算的正则表达式r成立。当r有i个运算时，有三种情况：

情况1 $r=r_1|r_2$ 情况2 $r=r_1r_2$ 情况3 $r=r_1^*$

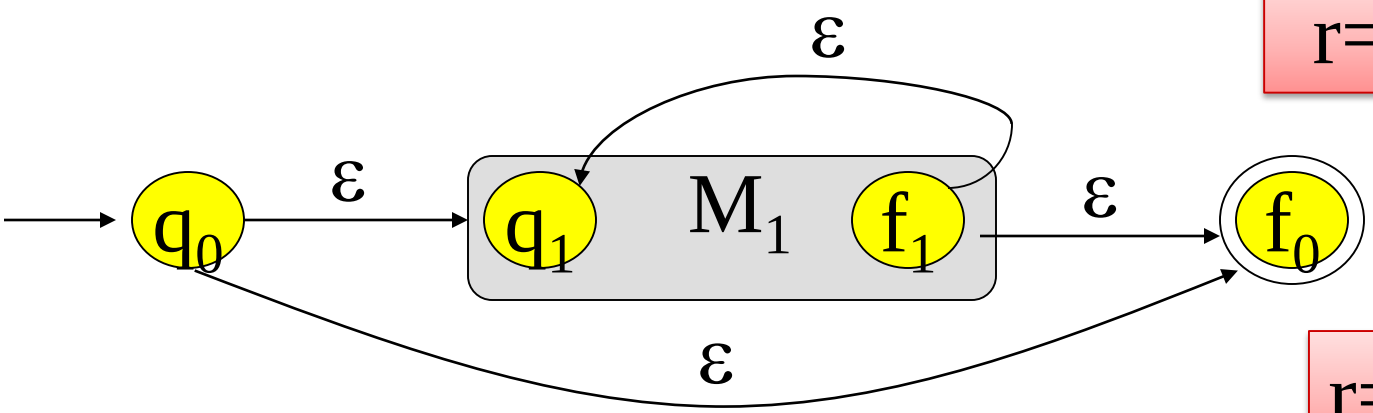
有 $M_1=(\Sigma_1,Q_1,q_1,F_1,\delta_1)$, $M_2=(\Sigma_2,Q_2,q_2,F_2,\delta_2)$

且$L(M_1)=L(r_1)$, $L(M_2)=L(r_2)$ ，由M_1和M_2构造M,使得 $L(M)=L(r)$。构造方法图示如下：





r=r1r2



r=r1*

由此可以证明：假定知道r的计算顺序，对于任意正则表达式r，可以构造一个FA M，使得L(M)=L(r)。

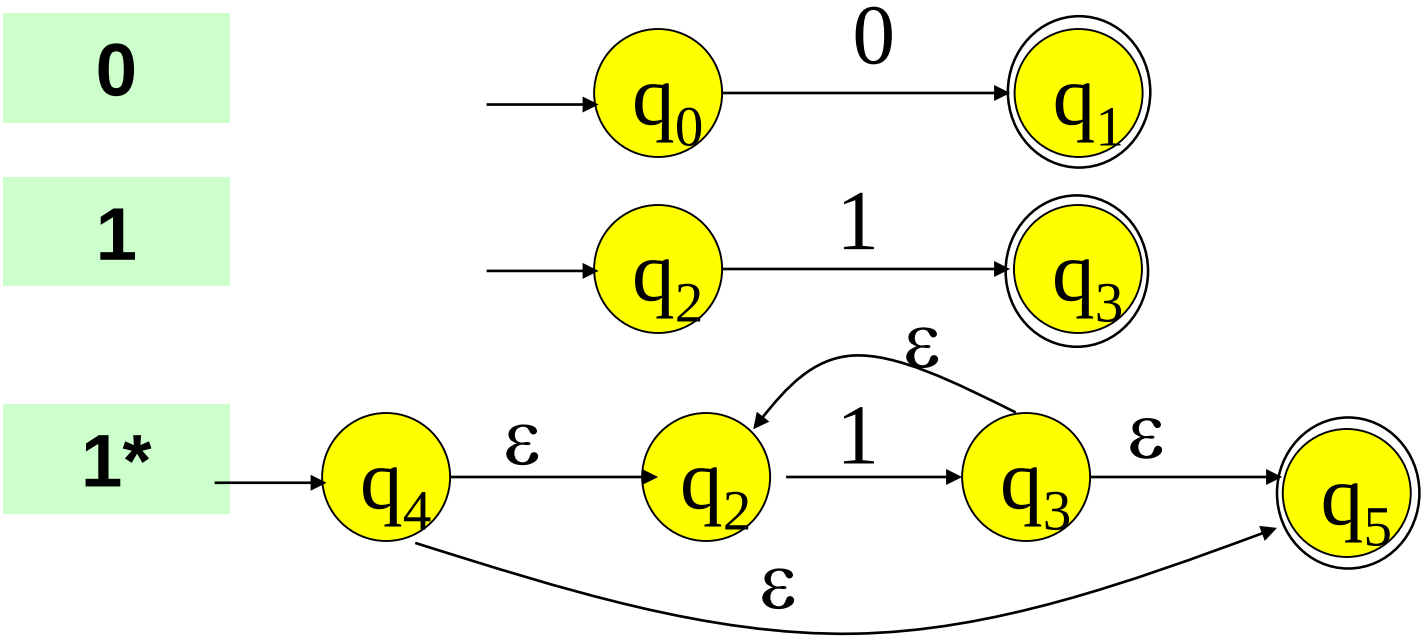
转换得到的NFA的特性

- 状态数量最多为r中的运算符和运算符分量总数的两倍
  - 因为每个步骤只引入两个状态
- 有且只有一个开始状态和一个接受状态
- 除接受状态之外，每个状态要么有一条标号不为ε的出边，要么最多有两条标号为ε的出边。

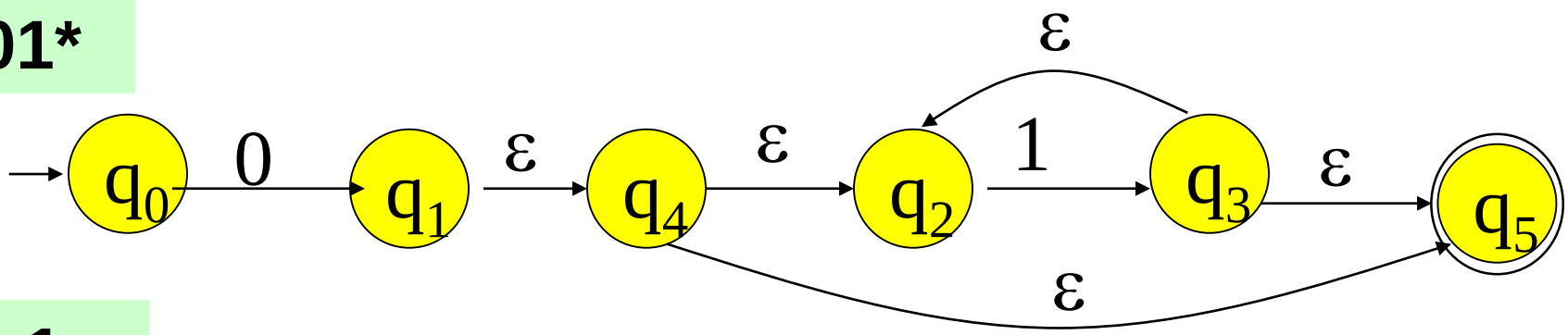
例: 构造与下列正则式

$$r = 01^* \mid 1$$

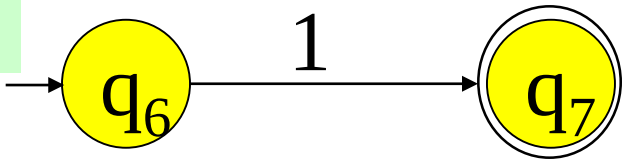
等价的有限自动机。



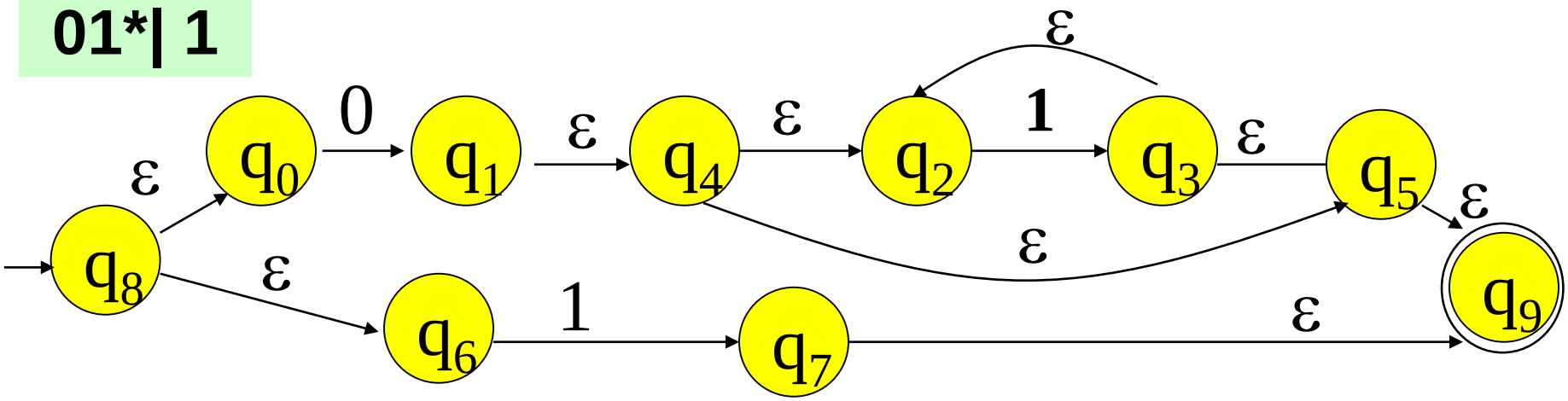
01*


ε
q0
0
q1
ε
q4
ε
q2
1
q3
ε
q5
ε

1


q6
1
q7

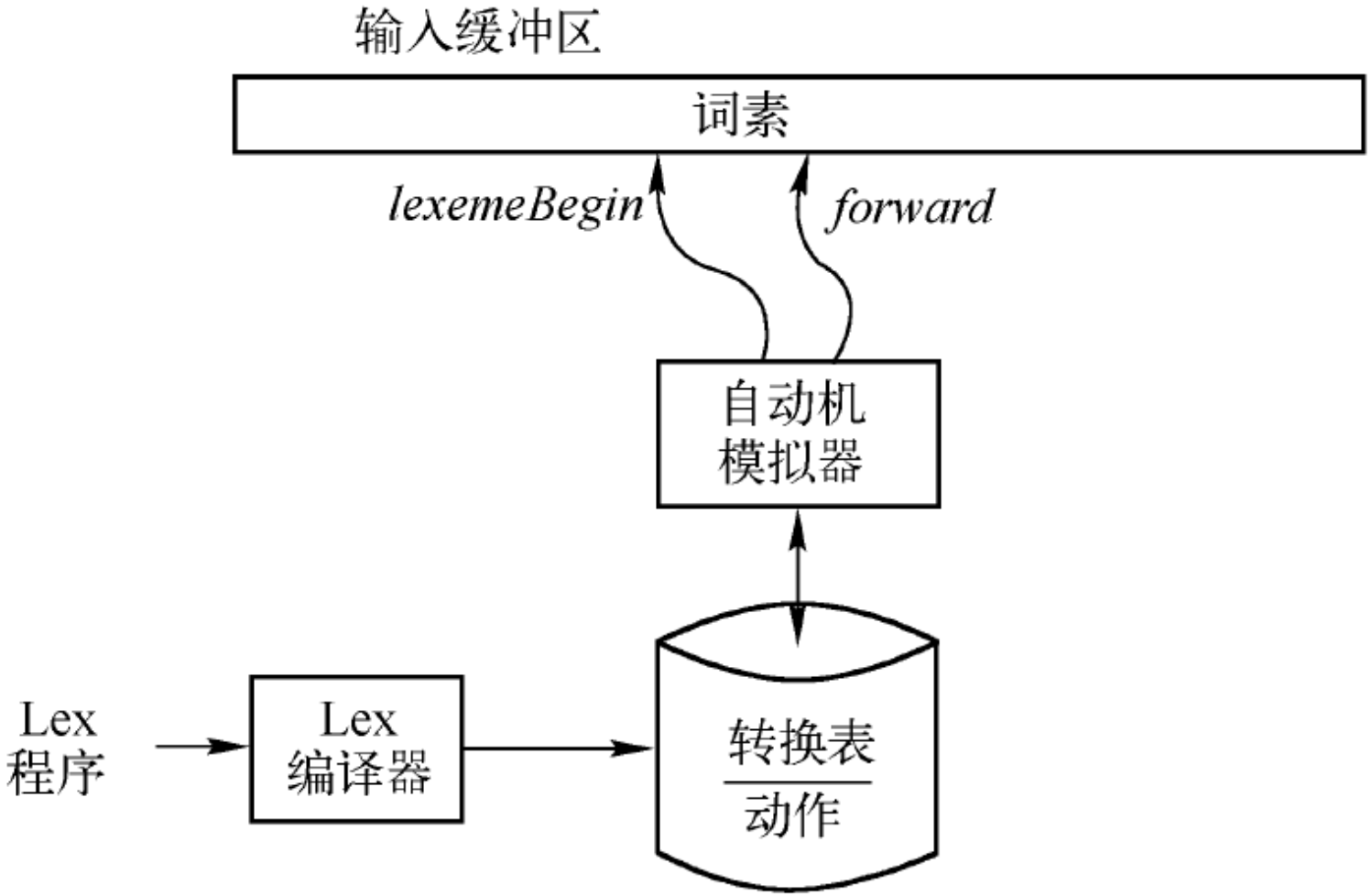
01*| 1


ε
q0
0
q1
ε
q4
ε
q2
1
q3
ε
q5
ε
ε
q8
ε
q6
1
q7
ε
q9

内容提要

- 词法分析器的作用
- 词法单元的规约
  - 串和语言；正则表达式、正则定义
- 词法单元的识别
- 词法分析器生成工具—LEX
- 有限自动机 (Finite Automata)
- 正则表达式到有限自动机
- 词法分析器生成工具的设计

词法分析器生成工具的设计

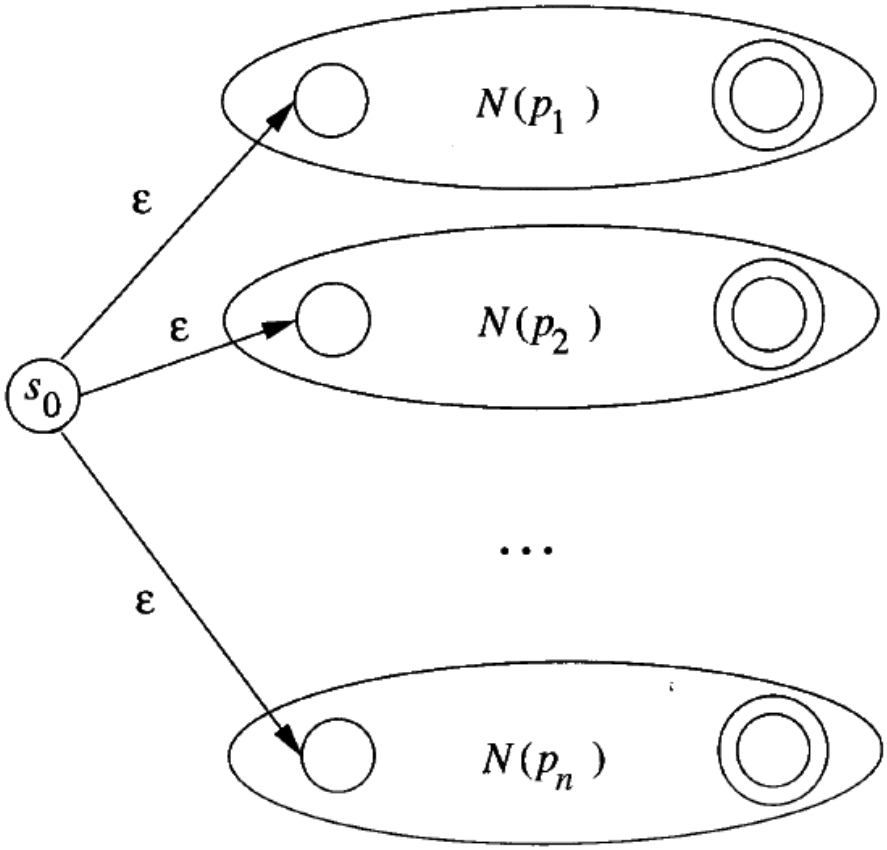


词法分析器生成工具的功能

- 生成的词法分析器中包含一个模拟有限自动机的模块
- 其余部分由生成工具根据词法规则的描述自动生成，包括
  - 自动机的转换表
  - 和动作相关的代码，适当的时候由模拟器调用。
- 构造自动机时
  - 首先构造出各个模式对应的NFA
  - 然后将这些NFA合并成为一个NFA
  - （根据需要）进行确定化

NFA合并的方法

- 合并方法：
  - 引入新的开始状态，并引入从这个开始状态到各个原开始状态的ε转换。
  - 得到的NFA所接受的语言是原来各个NFA的语言的并集。
  - 不同的接受状态可代表不同的模式。
  - 不仅判断输入前缀是否NFA的语言，还需要知道对应于哪个模式

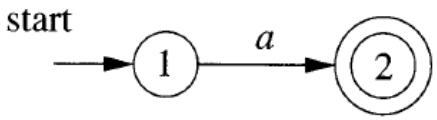


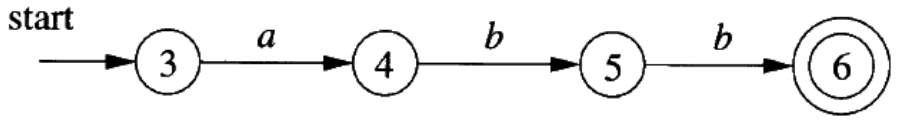
NFA到DFA的转换

- 对得到的NFA进行确定化，得到DFA。
  - 对得到的DFA的状态进行最小化
- 一个DFA的接受状态对应于NFA状态的集合，其中至少包括一个NFA接受状态
  - 如果其中包括多个对应于不同模式的NFA接受状态，则表示当前的输入前缀对应于多个模式，存在冲突。
- 找出第一个这样的模式，将这个模式作为这个DFA接受状态的输出。

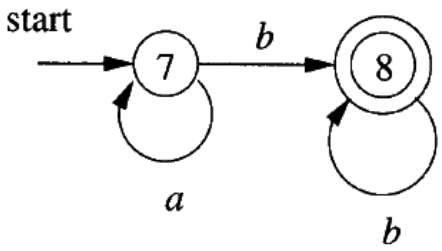
示例（1）

- 假设有三个模式
  - a {A1}
  - abb {A2}
  - a*b+ {A3}



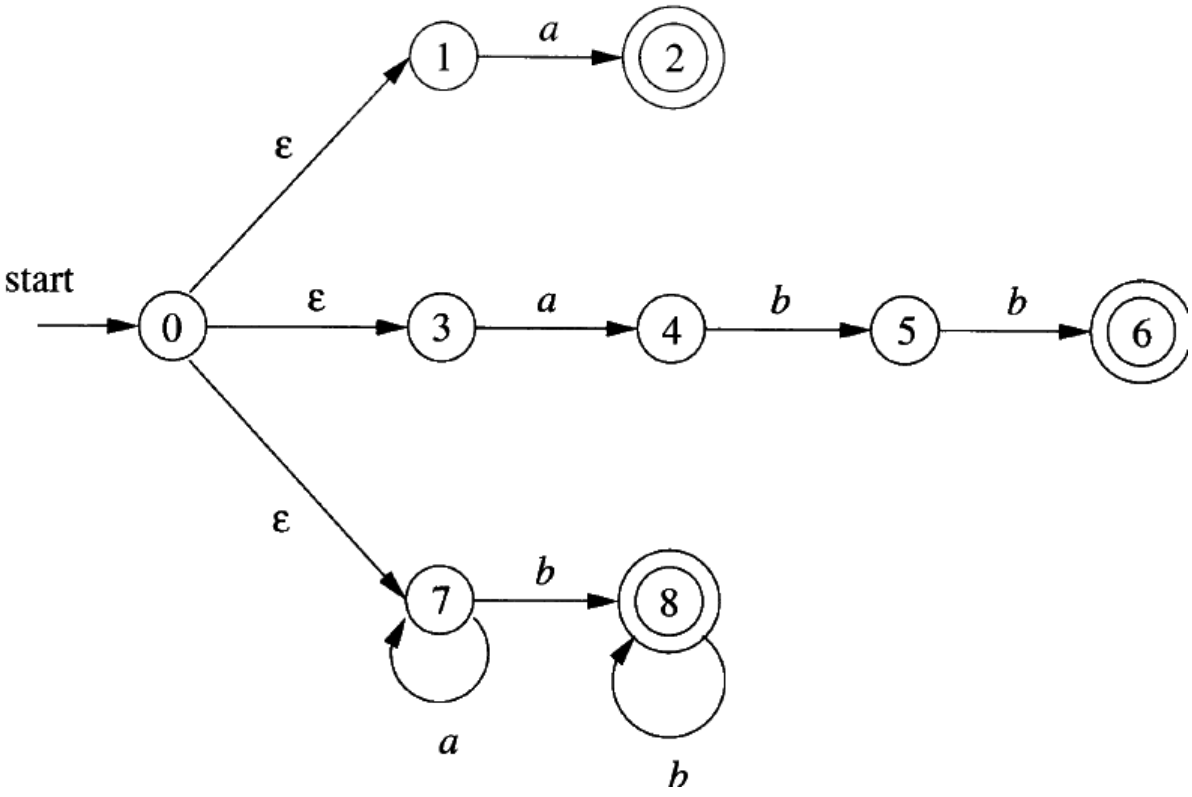


- 构造各模式的NFA如右



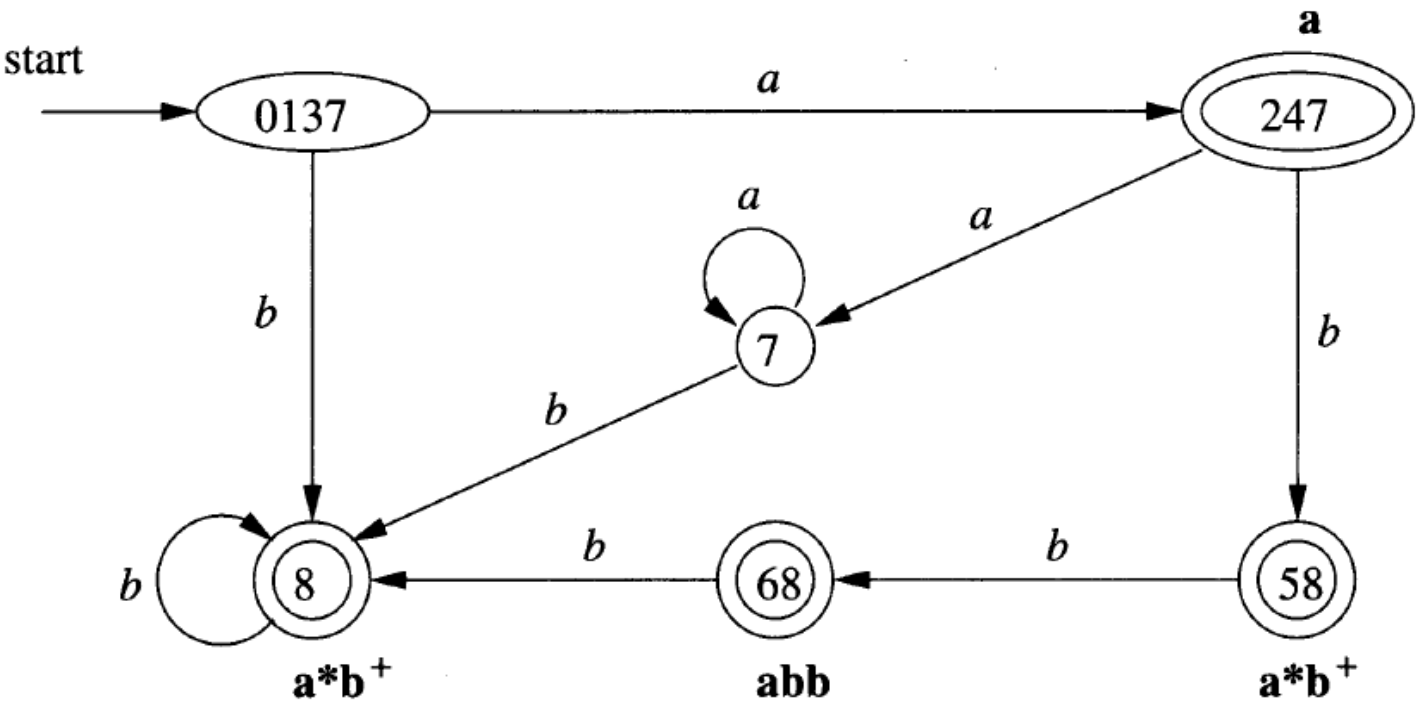
示例（2）

- 合并NFA
  - 2：模式1
  - 6：模式2
  - 8：模式3



示例（3）

- 确定化得到如下DFA
  - DFA状态68对应NFA状态集合{6,8}，对应的模式是abb（第二个模式），而不是a*b+（第三个模式）



运行的方式

- 模拟DFA，不断读入输入字符串中的字符
- 直到某一时刻没有后继为止（不是到达某个接受状态）
  - 注意：根据教材的定义，DFA总是有后继的。
  - 这里是指DFA进入了死状态，即永远不可能到达接受状态的状态。
  - 这样可以找到最长可能的词素。
- 回头查找最后的接受状态，执行相应的动作
  - 如果查不到，报词法错
  - 在回退时，需要同时回退读入的字符

本章小结

- 词法规则通常可以使用正则表达式来描述。
  - LEX中使用正则表达式来自动生成词法分析器
- 有限自动机（FA）可以用来描述词法规则。
  - DFA、NFA
  - NFA 到 DFA 的转换
  - DFA 的最小化
- 正则表达式到有限自动机的转换
- 词法分析器生成工具Lex
  - Lex的工作原理

作业

注：在括号中标注“本”的为本科教学版对应的习题编号。

- Ex. 3.6.2 (本 Ex. 3.5.2) (1,2,3,6,9小题)
- NFA->DFA
  - Ex. 3.7.1 (本 Ex. 3.6.1) 2-3小题
- 正则表达式 -> DFA
  - Ex. 3.7.3 (本 Ex. 3.6.3) 3-4小题 （对得到DFA进行最小化）