

计算 $2^{1000000} \bmod 77 \equiv ?$ 注：手工计算

计算 $2^{1000000} \bmod 77 \equiv ?$

显然, $\gcd(2, 77) = 1$, $\varphi(77) = \varphi(7 \cdot 11) = 6 \cdot 10 = 60$ 。

根据欧拉定理, $2^{60} \bmod 77 \equiv 1$ 。

由于, $1000000 = 16666 \cdot 60 + 40$

所以, $2^{1000000} \bmod 77 = 2^{16666 \cdot 60 + 40} \bmod 77$

$$\equiv 2^{40} \bmod 77 \equiv 1024^4 \bmod 77 \equiv 23^4 \bmod 77$$

$$\equiv 67^2 \bmod 77 \equiv 10^2 \bmod 77 \equiv 23。$$

$$23^2 = 529 \bmod 77 = 67$$

$$2^{10} = 1024$$

1. 设 $p=11, q=17$, 取 $e=7$ 作为公钥, 求 $n, \varphi(n)$ 及说明为什么私钥 $d=23$ 。

2. 假如明文 $m=111$, 加密后得到的密文 c 是多少? 对密文 c 进行解密, 得到明文 m 是多少?

3. 假如明文 $m=222$, 如何加密, 得到的密文 c 是多少? 对密文 c 进行解密, 最后如何得到明文 m 。

$$1. n=187, \varphi(n) = (p-1)(q-1) = 160, 7 \cdot 23 \bmod 160 \equiv 1$$

$$2. 111^7 \bmod 187 \equiv 155 \quad 155^{23} \bmod 187 \equiv 111$$

$$3. \text{分组为 } 2 \ 22 \quad \text{加密: } 2^7 \bmod 187 \equiv 128 \quad 22^7 \bmod 187 \equiv 44$$

$$\text{密文 } 128 \ 044 \quad \text{解密: } 128^{23} \bmod 187 \equiv 2 \quad 44^{23} \bmod 187 \equiv 22$$