姓名：________ 班内序号：________ 学号：________ 班级：________ 专业：________

装----------订----------线　　密----------封----------线

北京邮电大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学 A(下)》期中考试试题（A 卷）

考试注意事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在草稿纸上一律无效。

考试课程	高等数学 A（下）	考试时间	2023 年　4 月　22 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
满分	30	30	10	10	10	10	/	/	/	/	100
得分											
阅卷教师											

一、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 函数 $f(x,y,z)=e^{xyz}\sin\dfrac{x-1}{y^2+z^2}+\ln\sqrt{\dfrac{1+y^2}{x^2+yz^2}}$，则 $f_y(1,-1,0)=$______；

2. 已知级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n^p+(-1)^{n-1}}$ 条件收敛，则常数 p 的取值范围是________；

3. 设 $f(x)=\begin{cases}x,0\le x\le\dfrac{1}{2}\\ x^2,\dfrac{1}{2}<x\le 1\end{cases}$，$f(x)\sim\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x$，$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx$，则

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}b_{2n-1}=$________；

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x-3}$ 展开为 $x+1$ 的幂级数________________；

5. 函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+\dfrac{z^2}{2}$ 在点 $(-1,-1,1)$ 处沿 $x^2+y^2+\dfrac{z^2}{2}=\dfrac{5}{2}$ 上在该点处内法向量（由外指向内）$\vec{n}$ 的方向导数 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial n}\right|_{(-1,-1,1)}=$__________；

6. 曲线$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+2z^2=4 \end{cases}$上点$(1,-1,1)$处切线方程______________________.

二、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 设$a_n \neq 0\ (n=1,2,3,\dots)$，且$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{a_n}=1$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\dfrac{1}{a_n}+\dfrac{1}{a_{n+1}}\right)$（　）

A. 条件收敛　　B. 绝对收敛　　C. 发散　　D. 敛散性不确定

2. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n}x^{n^2}$的收敛域是（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $[-1,1]$　　C. $(-2,2)$　　D. $[-2,2]$

3. 设函数$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x}, x\neq 0 \\ 1,\quad x=0 \end{cases}$，则$f^{(100)}(0)=$（　）；

A. $\dfrac{1}{100}$　　B. $\dfrac{1}{100!}$　　C. $\dfrac{1}{101}$　　D. $\dfrac{1}{101!}$

4. 函数$z=f(x,y)$在(x_0,y_0)处可微的**充分必要条件**是（　　）

A. $f_x(x_0,y_0),f_y(x_0,y_0)$都存在；

B. $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处沿任一方向l的方向导数$\left.\dfrac{\partial f}{\partial l}\right|_{(x_0,y_0)}$存在；

C. $f_x(x,y),f_y(x,y)$在(x_0,y_0)处连续；

D. $f_x(x_0,y_0),f_y(x_0,y_0)$都存在且$\lim\limits_{\rho\to 0}\dfrac{\Delta z-\left[f_x(x_0,y_0)\Delta x+f_y(x_0,y_0)\Delta y\right]}{\rho}=0$，

其中$\Delta z=f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)$，$\rho=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$.

5. 以下选项正确的是(　　)

A. 幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^n$在$x=-\dfrac{3}{2}$收敛,则幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nx^n$收敛半径$R=2$；

B. 幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^n$在$x=-\dfrac{3}{2}$收敛，在$x=\dfrac{5}{2}$发散，则幂级数

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(n+1)a_nx^n$收敛半径$R=2$；

C. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$在$x=-\frac{3}{2}$条件收敛，则幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n(n+1)}x^n$

收敛半径$R\ge 2$；

D. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n\left(x-\frac{1}{2}\right)^n$在$x=\frac{5}{2}$收敛,则幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)a_n x^n$

收敛半径$R\le 2$.

6. .设函数$f(x,y)$在点$(0,0)$连续且$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{f(x,y)-x^2y}{x^2+y^2}=1$,则以下叙述正确的是(　)

A. $f_x(0,0), f_y(0,0)$可能不存在;

B. 点$(0,0)$不是$f(x,y)$的极值点;

C. $f(x,y)$在点$(0,0)$取极大值;

D. $f(x,y)$在点$(0,0)$可微.

三、设函数$z=z(x,y)$由方程$F(x-y,y-z,z-x)=0$确定，其中F具有连续偏导数且

$F_2'-F_3'\ne 0$，计算dz及$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$.（10 分）

四、求常数a,b的值，使得级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\ln n+a\ln(n+1)+b\ln(n+2)\right]$收敛.（10 分）

五、求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n+1)}{(2n+2)!}x^{2n}$的和函数.（10 分）

六、在 xOy 坐标面上求一点，使得它到$x=0$，$y=0$及$3x+y-12=0$三条直线的距离平方之和最小.（10 分）