第三章 电磁振荡和电磁波

§1 电磁振荡

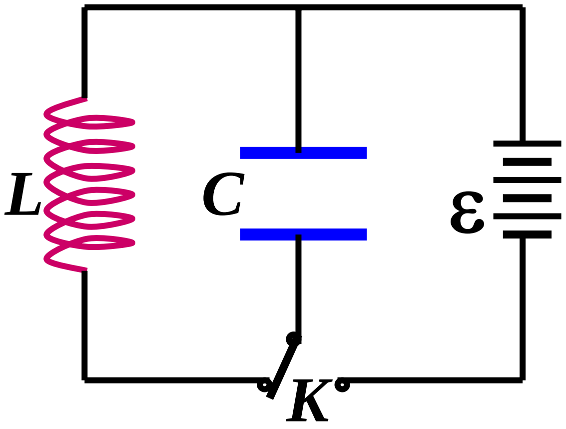
§2 电磁波

§1 电磁振荡

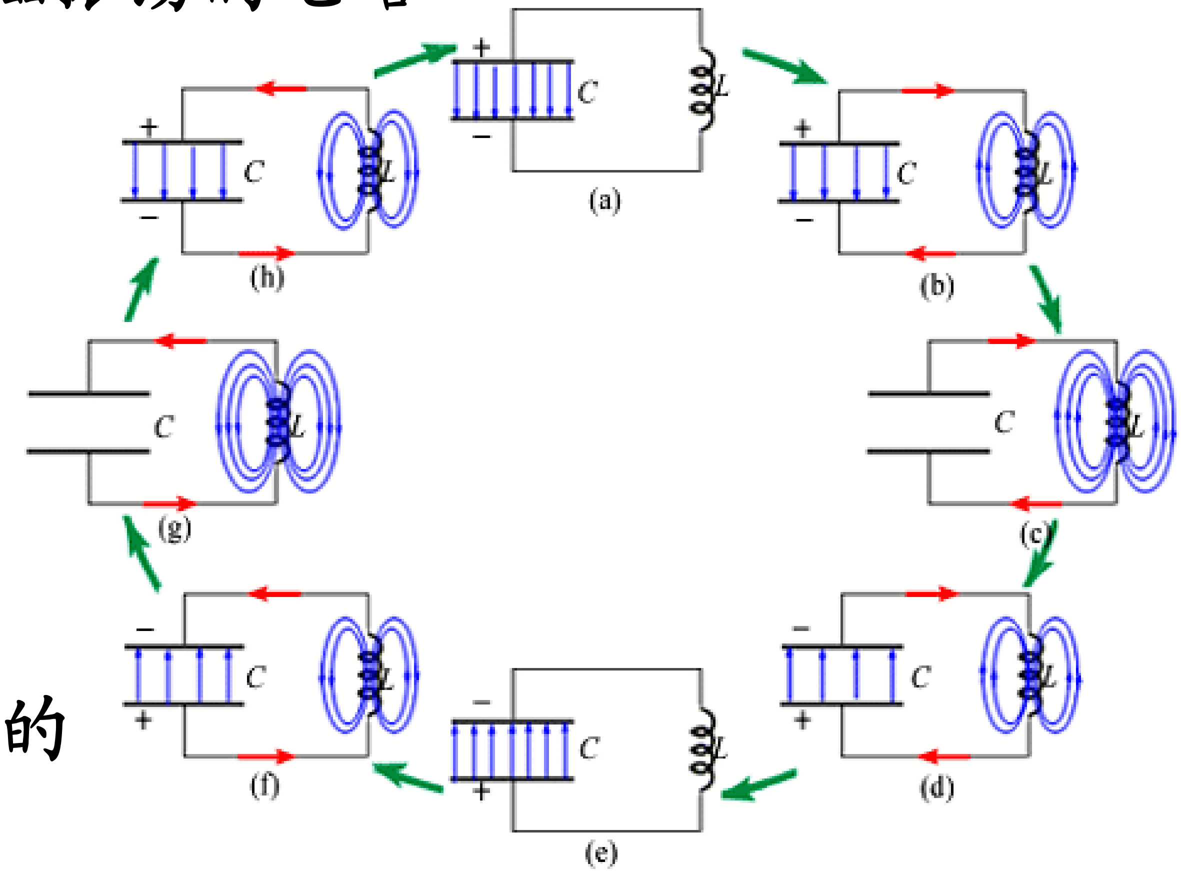
电磁振荡：电场和磁场随时间作周期性变化的现象

1.1 振荡电路

振荡电路：产生电磁振荡的电路



LC 电磁振荡电路



振荡方程：振动量的变化所遵循的方程

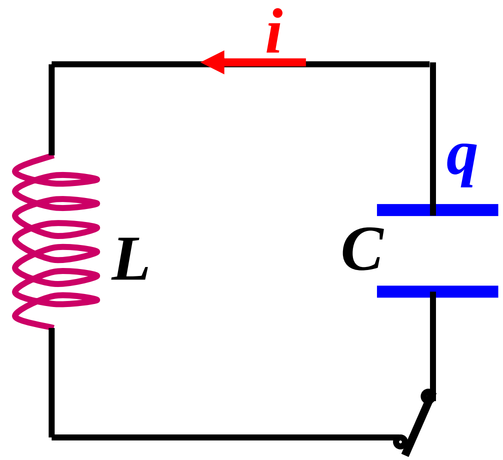
1.2 无阻尼电磁振荡的振荡方程

无阻尼自由振荡电路：理想化的模型

电路中没有任何能量耗散(转换为焦耳热、电磁辐射等)

设某时刻电路中电流为***i***

由于回路中只有***L***和***C***，没有电阻



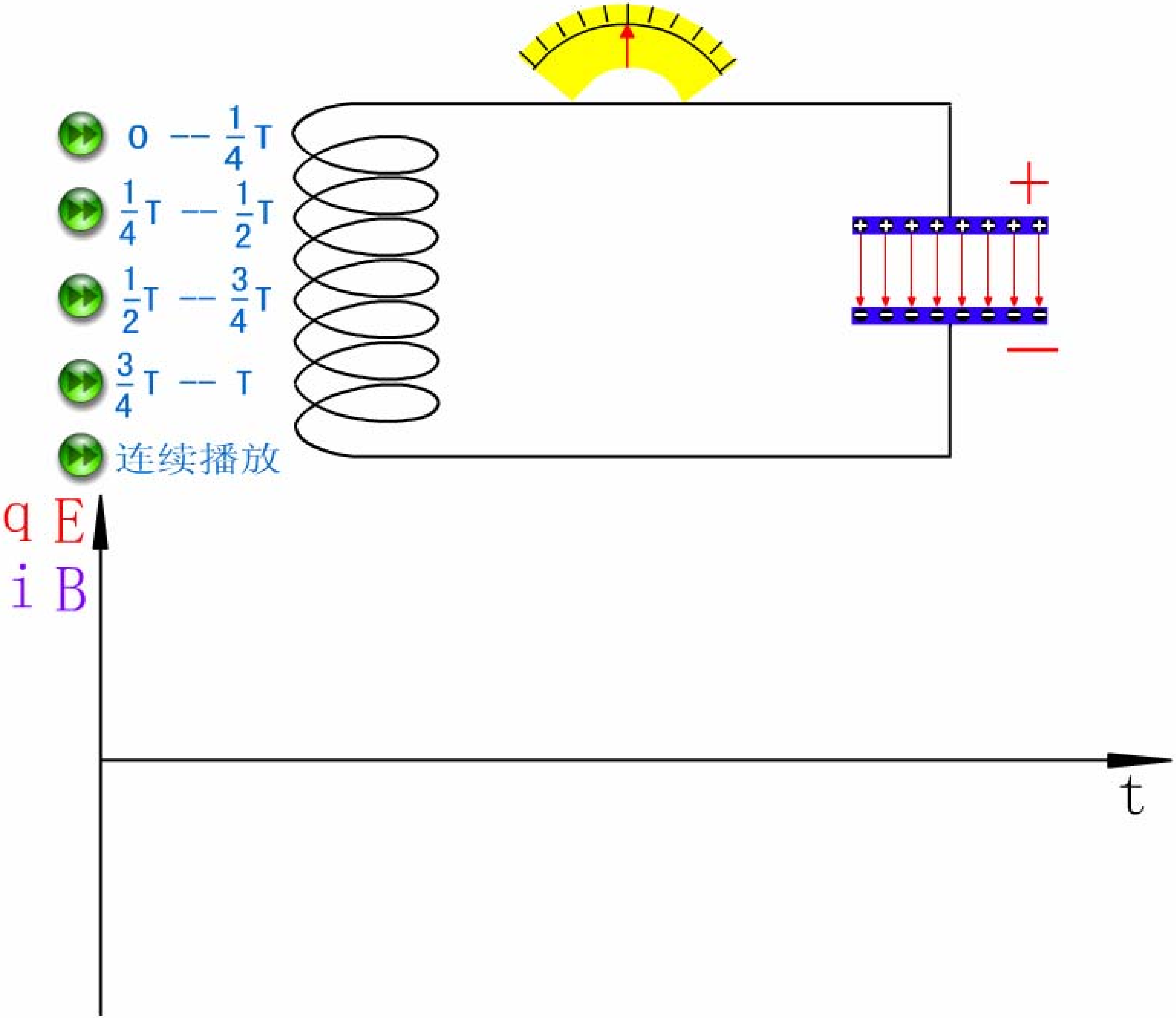
自感电动势 $-L\dfrac{di}{dt}=U_{AB}=\dfrac{q}{C}$ 板间电压

$$i=\frac{dq}{dt} \qquad \frac{d^2q}{dt^2}=-\frac{1}{LC}q \qquad \text{令}\ \omega^2=\frac{1}{LC} \qquad T=2\pi\sqrt{LC}$$

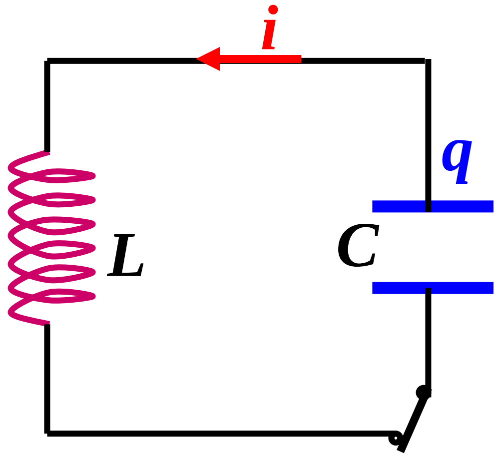
$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega^2q=0 \qquad q=Q_0\cos(\omega t+\varphi) \qquad I_0=\omega Q_0$$

$$i=\frac{dq}{dt}=-\omega Q_0\sin(\omega t+\varphi)=I_0\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

01:35:34


0 -- 1/4 T
1/4 T -- 1/2 T
1/2 T -- 3/4 T
3/4 T -- T
连续播放
+
-
q E
i B
t

1.3 无阻尼电磁振荡的能量



电场能量 $W_e = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t + \varphi)$

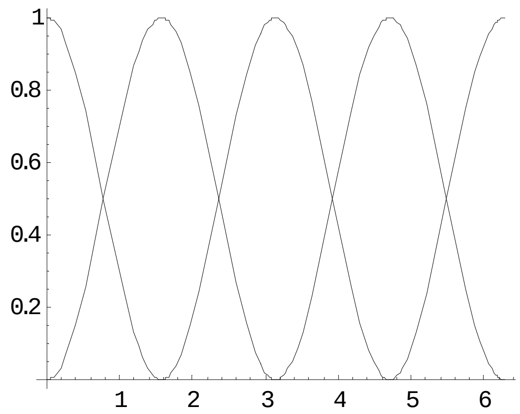
磁场能量 $W_m = \dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{2}LI_0^2\sin^2(\omega t + \varphi)$

$\because\ I_0 = \omega Q_0 \quad \omega^2 = \dfrac{1}{LC} \qquad \therefore \dfrac{1}{2}LI_0^2 = \dfrac{Q_0^2}{2C}$

总能量 $W = W_e + W_m = \dfrac{1}{2}LI_0^2 = \dfrac{Q_0^2}{2C}$

在无阻尼自由电磁振荡过程中：

- 总能量守恒
- 电场能量和磁场能量不断的相互转化



01:35:34

例：已知*LC*电路中的电场能量与磁场能量之和为常量，试由此导出*LC*电路的振荡方程。

证：电场能量 $W_e=\frac{1}{2}CU^2$　磁场能量 $W_m=\frac{1}{2}Li^2$

$$W=W_e+W_m=\frac{1}{2}CU^2+\frac{1}{2}Li^2=\text{const.}$$

将上式对t求导 $\cancel{C}U\frac{dU}{\cancel{dt}}+L\cancel{i}\frac{di}{dt}=0$　$q=CU$，$i=\frac{dq}{dt}=C\frac{dU}{dt}$

$$U+L\frac{di}{dt}=0\qquad U+LC\frac{d^2U}{dt^2}=0\qquad \frac{di}{dt}=C\frac{d^2U}{dt^2}$$

$$\frac{d^2U}{dt^2}+\frac{1}{LC}U=0\qquad \boldsymbol{\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0}\qquad q=Q_0\cos(\omega t+\varphi)$$

01:35:34

1.4 *LC*电磁振荡与弹簧振子的类比

1. 相位、能量

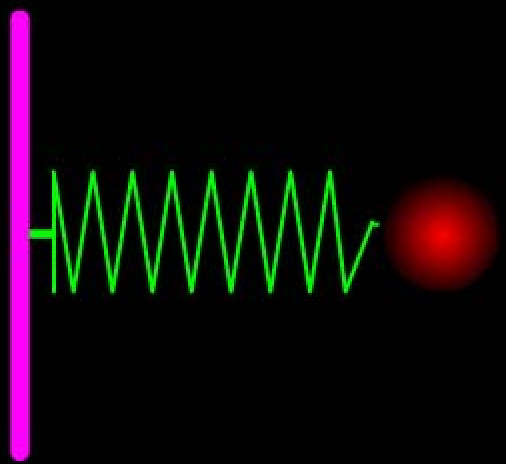
	*LC*振荡	弹簧振子
***t*=0**	$Q=Q_0,\ \ i=0$	$x=A,\ \ \upsilon=0$
***t* =T/4**	$Q=0,\ \ i=-I_0$	$x=0,\ \ \upsilon=-\upsilon_m$
***t* =T/2**	$Q=-Q_0,\ \ i=0$	$x=-A,\ \ \upsilon=0$
***t* =3T/4**	$Q=0,\ \ i=I_0$	$x=0,\ \ \upsilon=\upsilon_m$
能量	$W=W_m+W_e=\dfrac{Q_0^2}{2C}$	$E=E_k+E_p=\dfrac{1}{2}kA^2$

2. 各物理量的对应

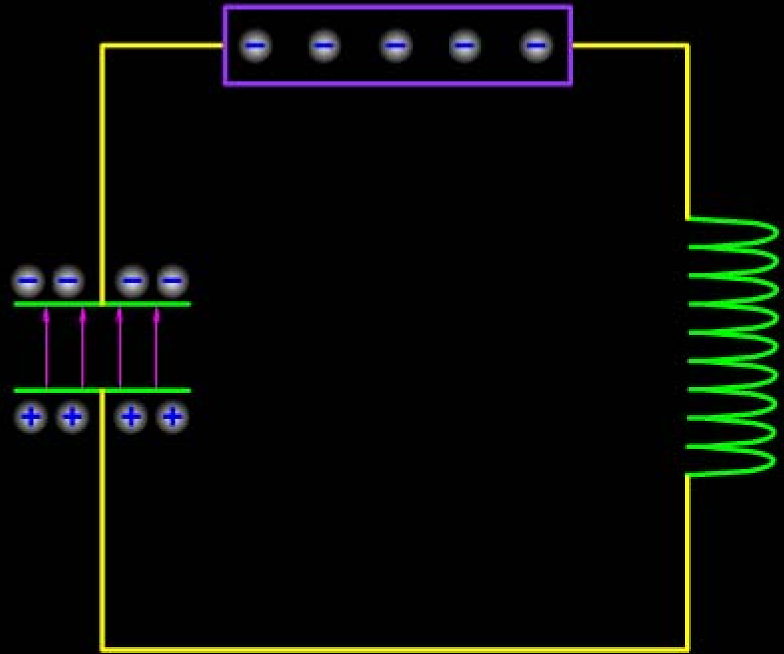
*LC*振荡	**Q**	***i***	***U*= *Q*/*C***	**1/*C***	$\omega=1/\sqrt{LC}$	***L***	W_e	W_m
弹簧振子	***x***	$\boldsymbol{\upsilon}$	***F* =*kx***	***k***	$\omega=\sqrt{k/m}$	***m***	E_p	E_k

01:35:34

LC电路的振荡



导线中电子的运动状态



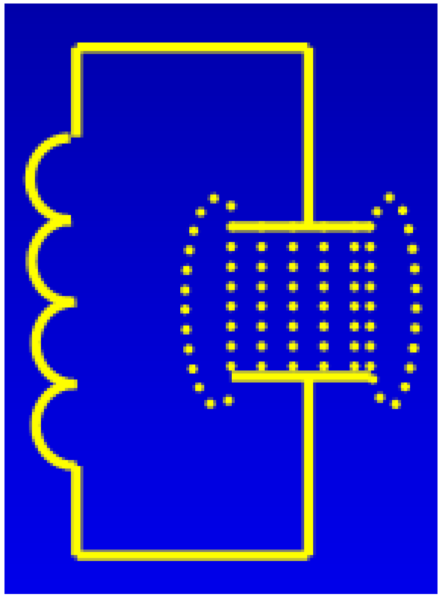
§2 电磁波

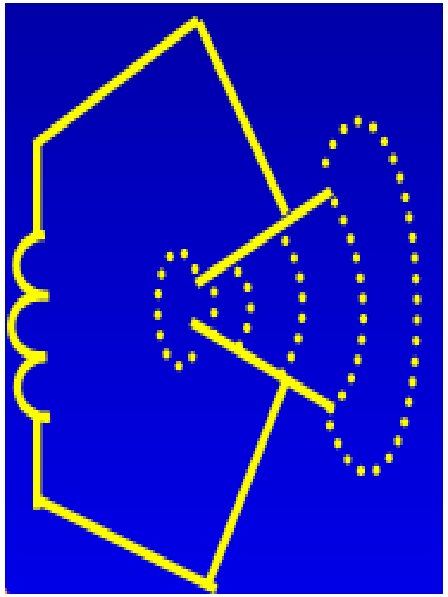
2.1 电磁波的产生与传播

电场能量集中在电容器中，磁场能量集中在线圈中

*LC*振荡电路辐射电磁波的条件：

- **电路开放**：为了把电磁能辐射出去，电路必须开放
- **振荡频率足够高**：辐射能量与频率的四次方成正比

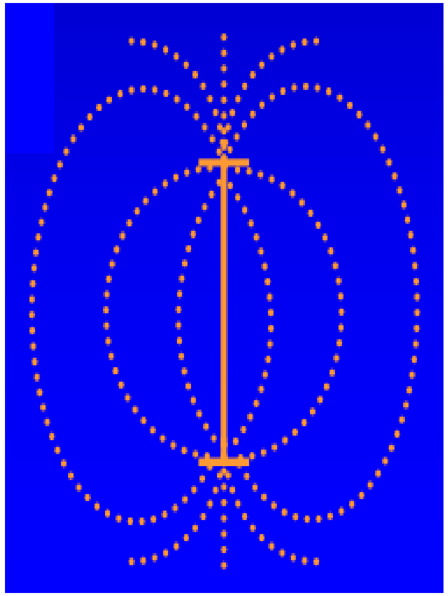




$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

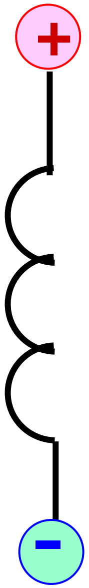
$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

$$S\downarrow, d\uparrow, C\downarrow$$



01:35:34

*LC*振荡电路→振荡电偶极子 $p = p_0 \cos\omega t$

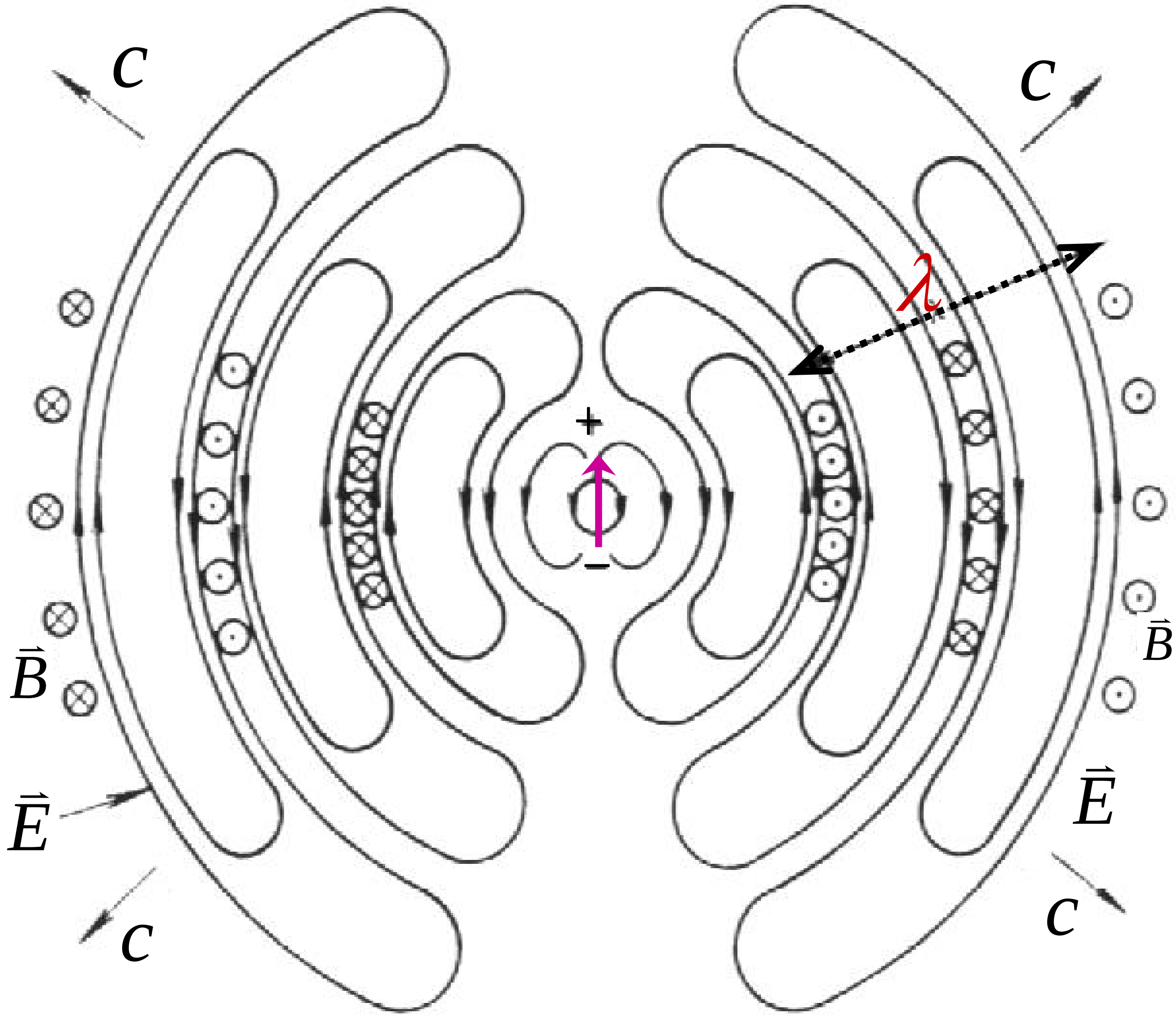


01:35:34

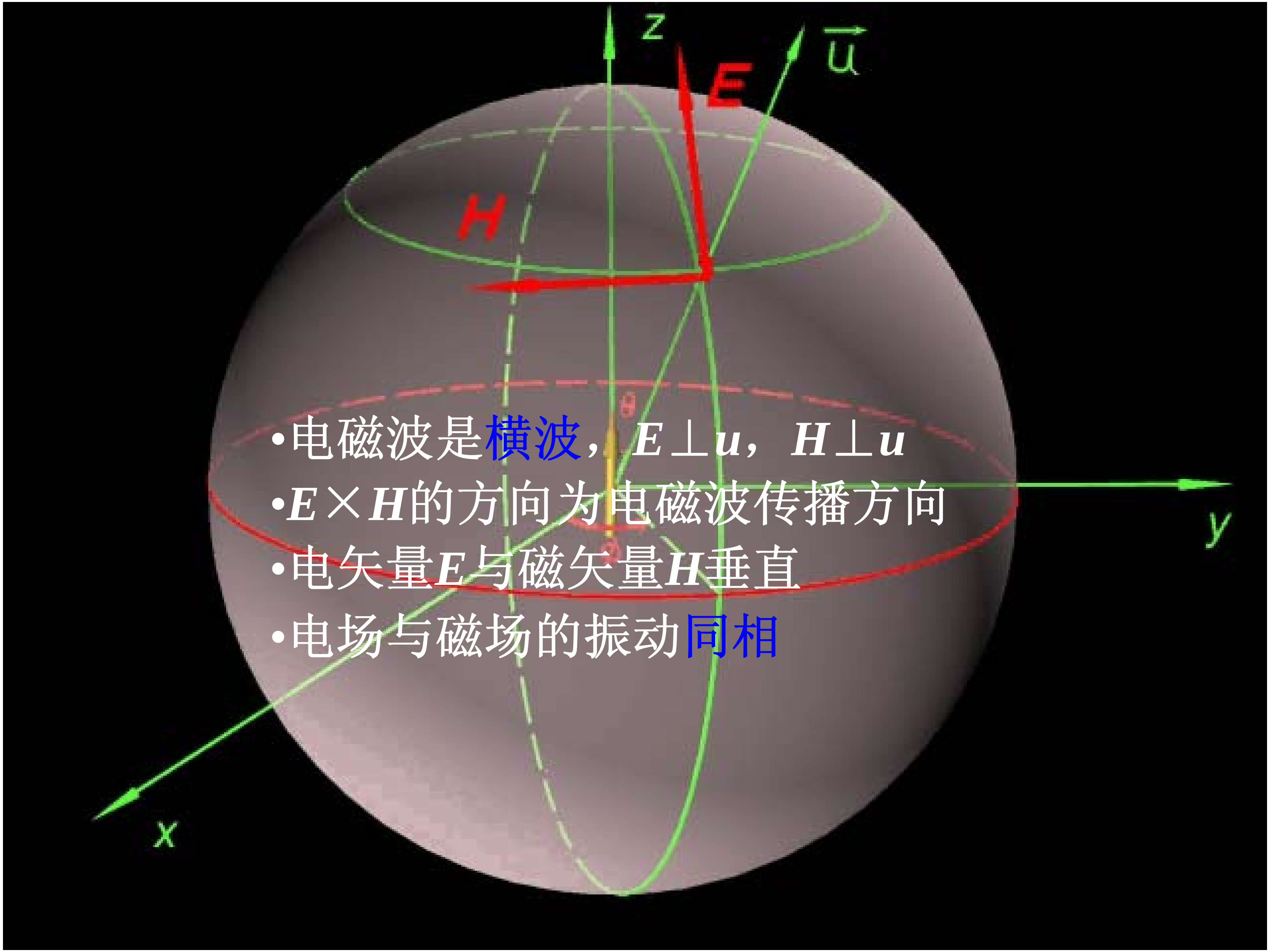
判断题： #T4301.

做圆周运动的电荷能否辐射电磁波？

振荡电偶极子附近的电场线与磁场线



01:35:34

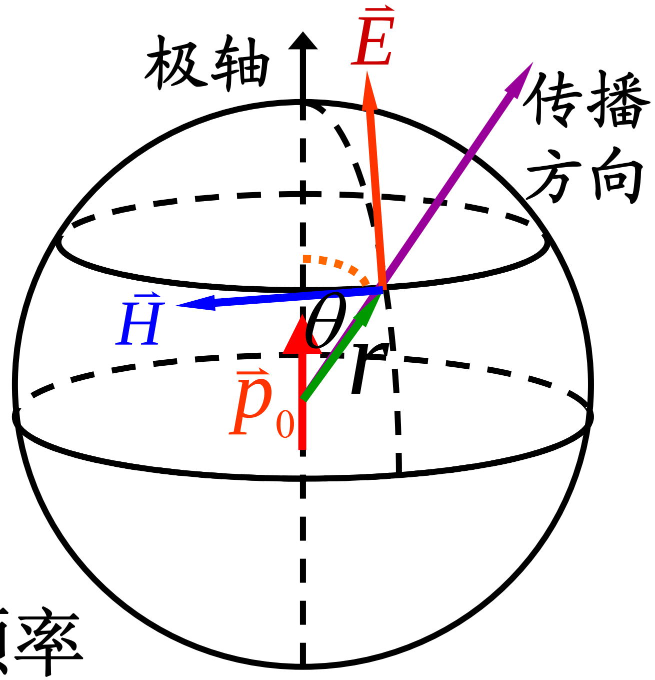


- 电磁波是横波，$\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{H} \perp \boldsymbol{u}$
- $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$的方向为电磁波传播方向
- 电矢量$\boldsymbol{E}$与磁矢量$\boldsymbol{H}$垂直
- 电场与磁场的振动同相

$p = p_0 \cos\omega t \rightarrow$ 电磁(球面)波函数:

$$E(r,t) = \frac{\mu p_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi r}\cos[\omega(t-\frac{r}{u})]$$

$$H(r,t) = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}\, p_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi r}\cos[\omega(t-\frac{r}{u})]$$

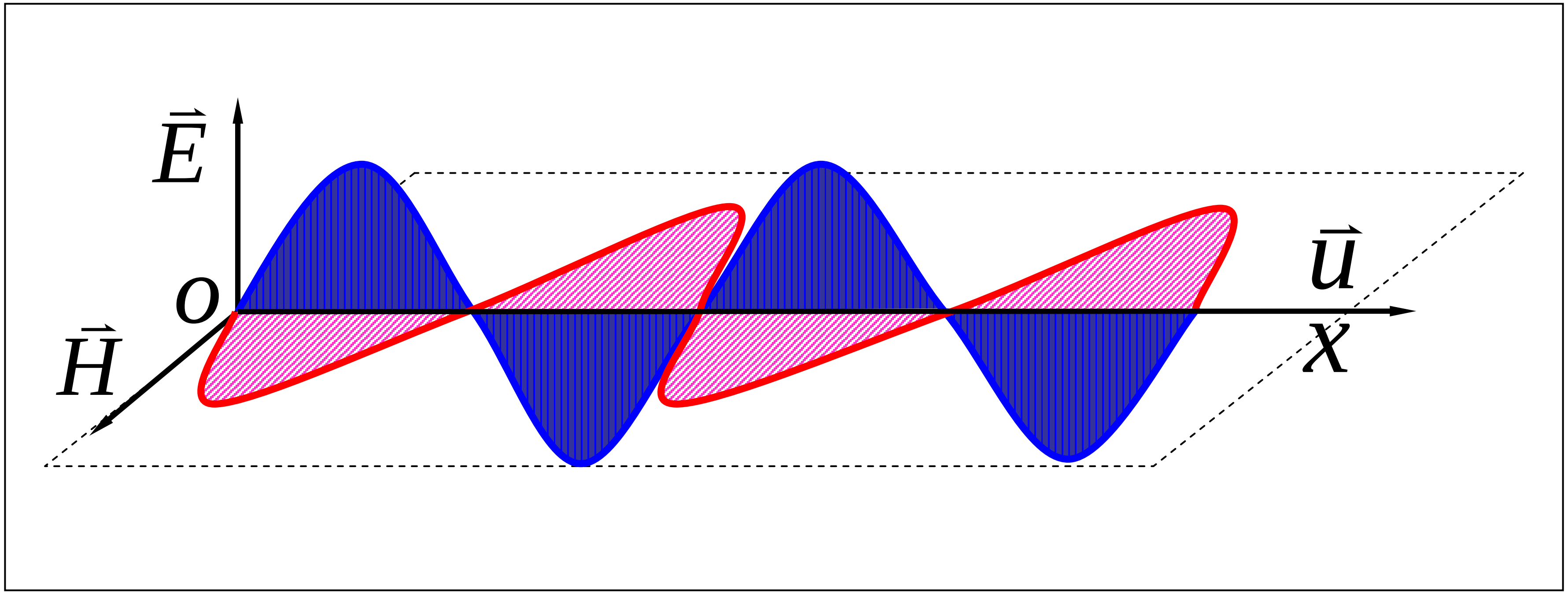


- 电磁波频率就是电偶极子振荡的频率
- 电场与磁场的振幅与电偶极子频率的平方成正比
- $\theta = \pi/2$时，E、H幅值最大，$\theta = 0, \pi$时，E、H为零
- E和H成比例 $\sqrt{\varepsilon}\,E = \sqrt{\mu}\,H$
- 波传播速度由介电常数与磁导率决定 $u = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

真空中 $u = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3.0\times10^8 m\cdot s^{-1} = c$

01:35:34

在离电偶极子很远的地方，可以看成是平面波



$$E = E_0 \cos[\omega(t - \frac{x}{u})] = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$H = H_0 \cos[\omega(t - \frac{x}{u})] = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

01:35:34

选择题： #S4301.

真空中沿x轴正向传播的平面简谐电磁波，磁感应强度表达式为$B_z = B_0\cos2\pi(\nu t - x/\lambda)$，以$c$表示真空中光速，则电场强度的表达式为：

(1) $E_y = cB_0\cos2\pi(\nu t - x/\lambda)$

(2) $E_y = c^{-1}B_0\cos2\pi(\nu t - x/\lambda)$

(3) $E_z = cB_0\cos2\pi(\nu t - x/\lambda)$

(4) $E_z = c^{-1}B_0\cos2\pi(\nu t - x/\lambda)$

01:35:34

2.2 电磁波的能量及能流

辐射能量： 以电磁波的形式传播出去的能量

能量密度 $w = w_{\mathrm{e}} + w_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)$

$$E(r,t) = E_0 \cos[\omega(t - \frac{r}{u})], \qquad H(r,t) = H_0 \cos[\omega(t - \frac{r}{u})]$$

能流密度 $\vec{S} = w\vec{u}$ $\qquad \sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H \qquad u = 1\big/\sqrt{\varepsilon\mu}$

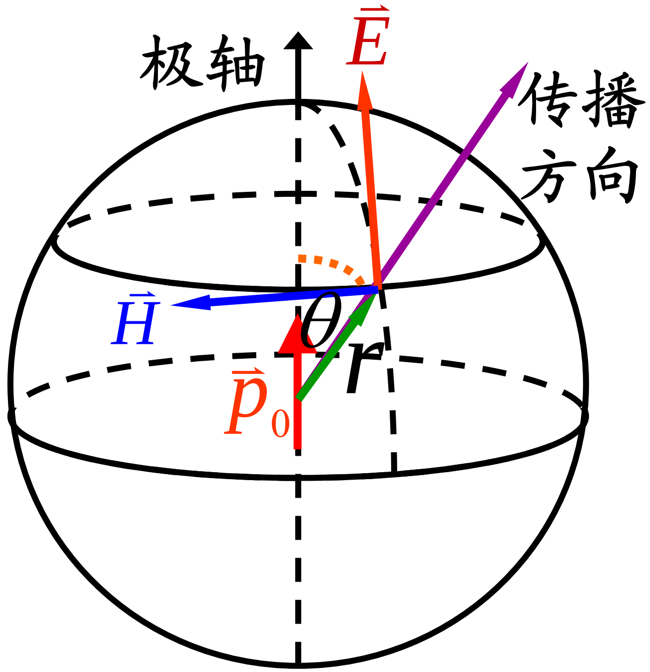
$$S = \frac{1}{2}u(\varepsilon E^2 + \mu H^2) = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) = \frac{1}{2}\left(HE + EH\right)$$

$$= EH = E_0 H_0 \cos^2[\omega(t - \frac{r}{u})]$$ 平均能流密度 $\bar{S} = \frac{1}{2}E_0 H_0$

01:35:34

电磁波的能流密度矢量

坡印亨(Poynting)矢量 $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$



$$E(r,t)=\frac{\mu p_0\omega^2\sin\theta}{4\pi r}\cos[\omega(t-\frac{r}{u})]$$

$$H(r,t)=\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}\,p_0\omega^2\sin\theta}{4\pi r}\cos[\omega(t-\frac{r}{u})]$$

$$S=\frac{\sqrt{\varepsilon\mu^3}\,P_0^2\omega^4\sin^2\theta}{16\pi^2 r^2}\cos^2[\omega\left(t-\frac{r}{u}\right)]$$

•(单位时间穿过单位面积的)辐射能量与ω^4成正比；

•辐射能量与r^2成反比，这是球面波的特点；

•有很强的方向性：在垂直于电偶极子轴线方向上的辐射最强，而在沿轴线方向上没有辐射。

01:35:34

2.3 电磁波的应用

•**Maxwell**：变化的电场产生磁场，变化的磁场产生电场，电磁场以波的形式传播，形成电磁波

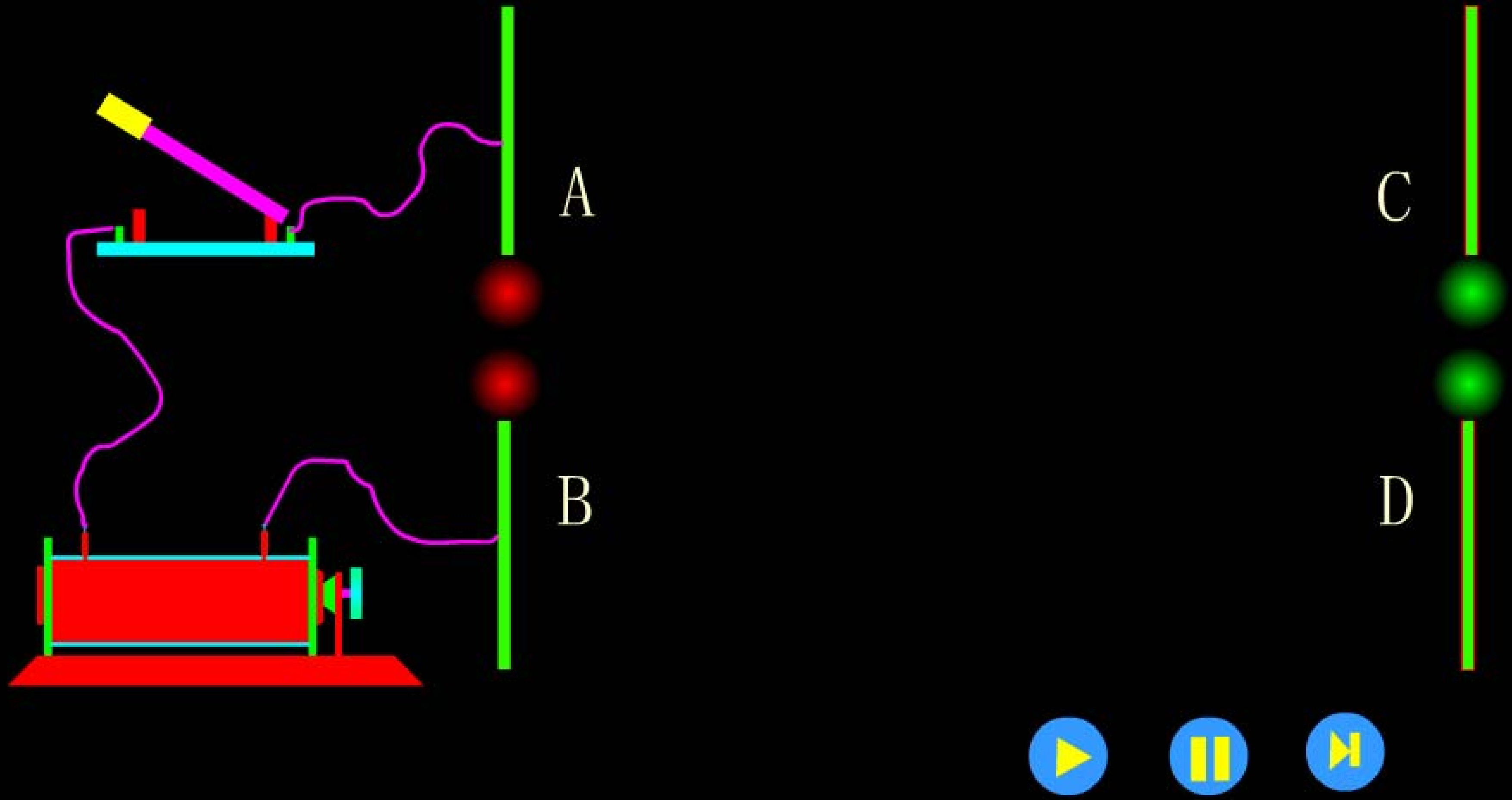
•**Hertz : 1888**年，赫兹实验证实了电磁波的存在

•波波夫：
1895年，发明无线电报接收机
1896年，演示了距离为**250m**的无线电报的传送

•马可尼：
1895年，改进了无线电发送天线装置
1897年，演示了**9**英里无线电联系
1899年，横跨英吉利海峡的无线电联系成功
1901年，从法国越过大西洋到加拿大的无线电通讯成功
1907年，获得诺贝尔物理学奖

01:35:34

赫兹实验



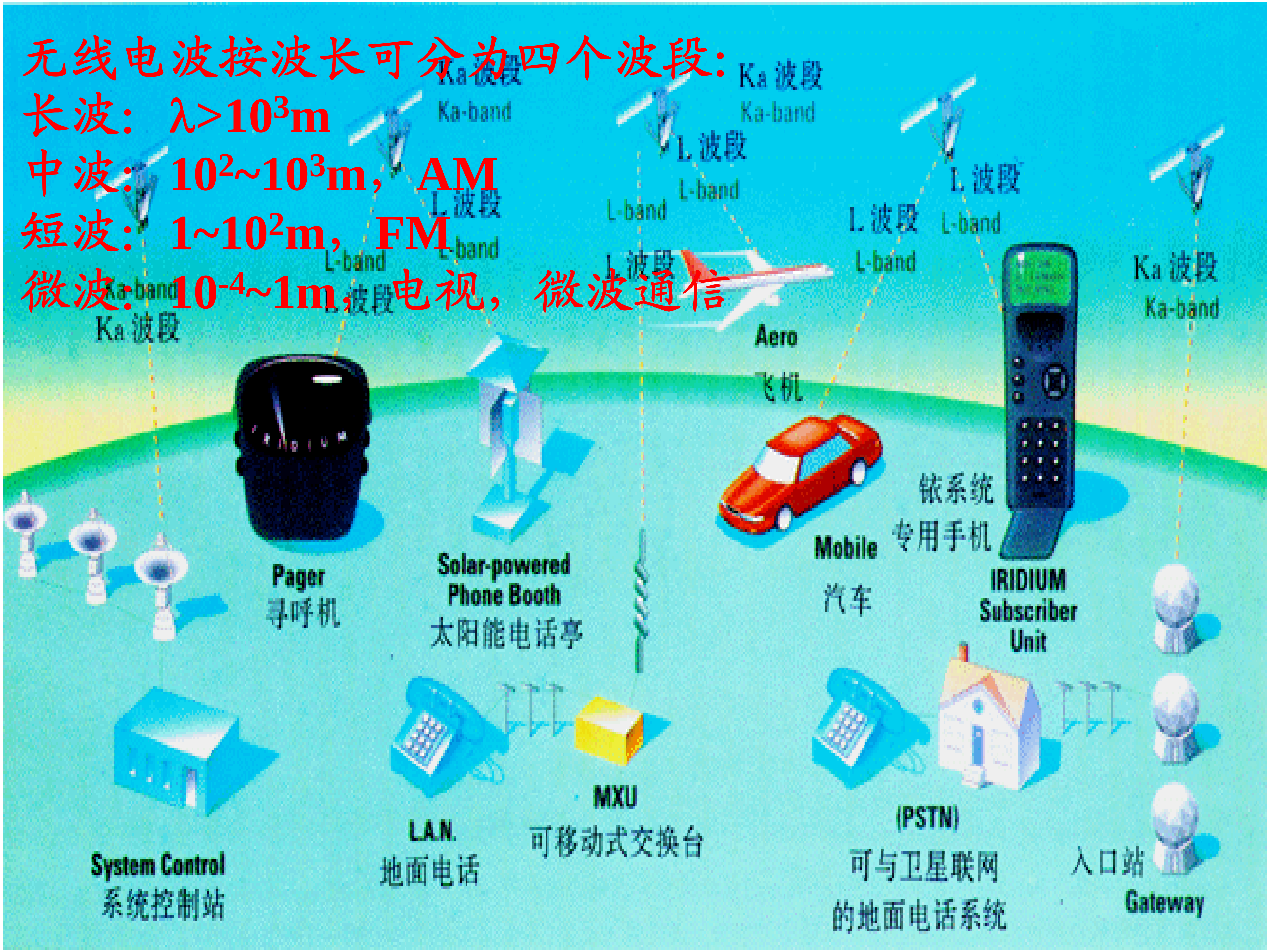
无线电波按波长可分为四个波段：

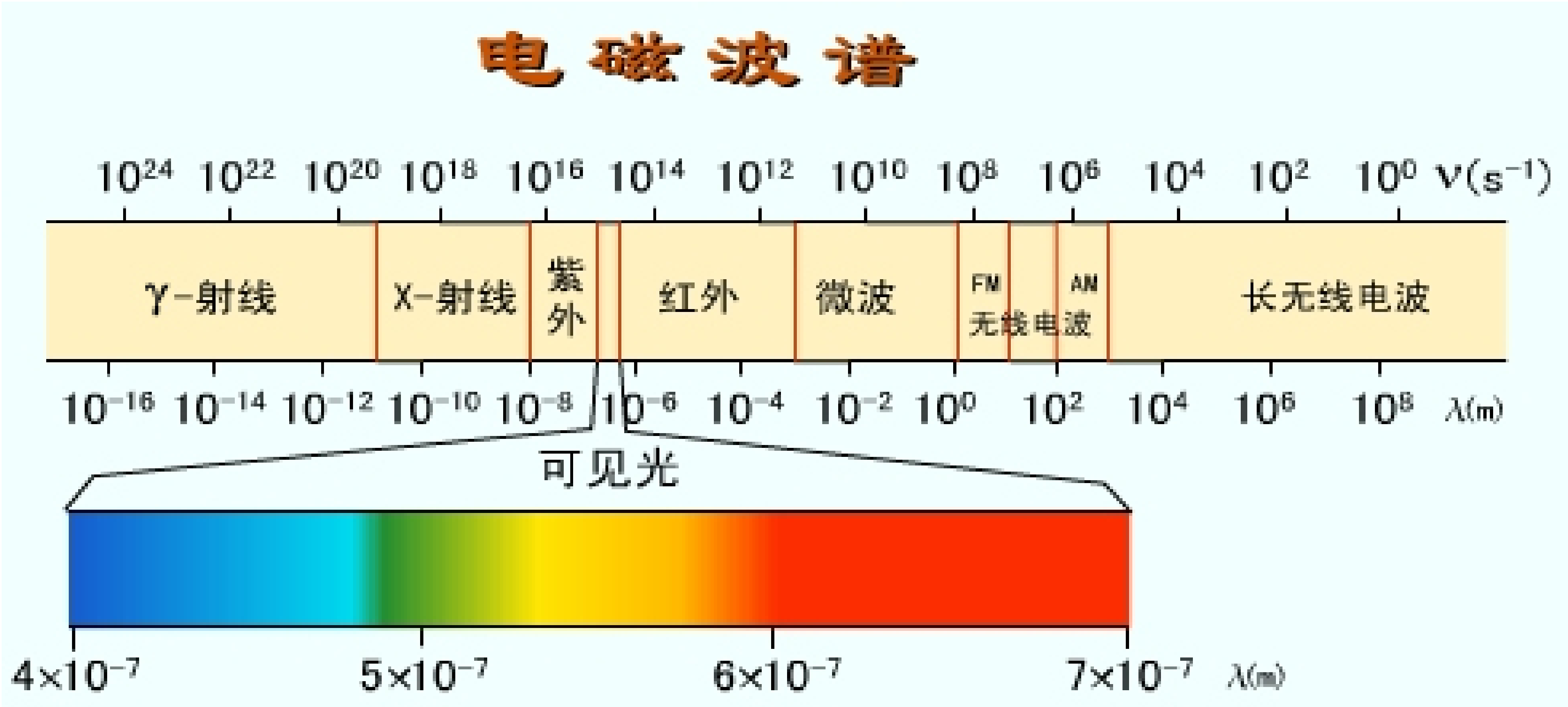
长波：$\lambda > 10^3 m$

中波：$10^2 \sim 10^3 m$，AM

短波：$1 \sim 10^2 m$，FM

微波：$10^{-4} \sim 1 m$，电视，微波通信





无线电波 3×10^4m~0.1cm

紫外光 **400nm~5nm**

红外线 **6×10^5nm~760nm**

x 射线 **5nm~0.04nm**

可见光 **760nm~400nm**

γ 射线 **<0.04nm**

01:35:34