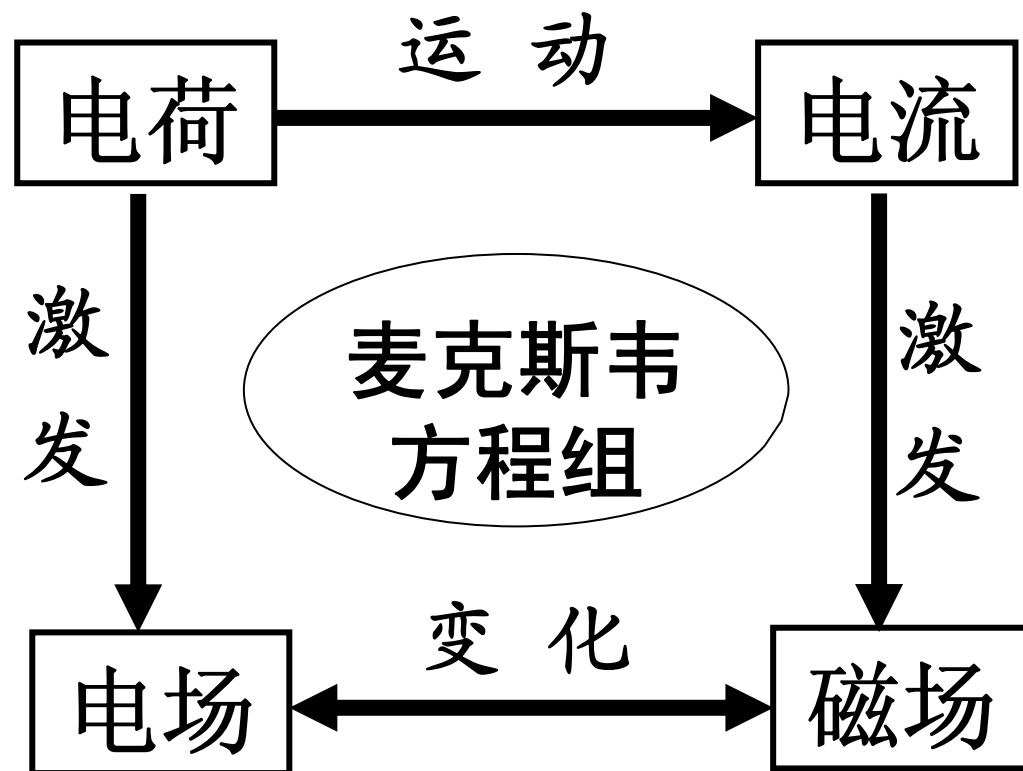


- 静电场中的电介质
- 静电场中的导体
- 带电体在真空中产生的静电场

## ● 稳恒电流



- 磁场中的磁介质
- 磁场对电流和运动电荷的磁场力
- 稳恒电流在真空中产生的磁场

- 电磁感应
- 位移电流

## 第四章 稳恒电流的磁场

§ 1 磁场 磁感应强度

§ 2 毕奥—萨伐尔定律

§ 3 磁通量 磁场的高斯定理

§ 4 安培环路定理

§ 5 磁场对运动电荷的作用

§ 6 磁场对电流的作用

## § 1 磁场 磁感应强度

### 1.1 磁现象

古希腊牧人**Magnes**鞋底上的铁钉

磁性：吸引铁，钴，镍的性质

磁体：具有磁性的物体

永久磁体：长期保持磁性的物体

磁极：磁性最强的部分。

南极**S**：磁体指向地球南极的一端

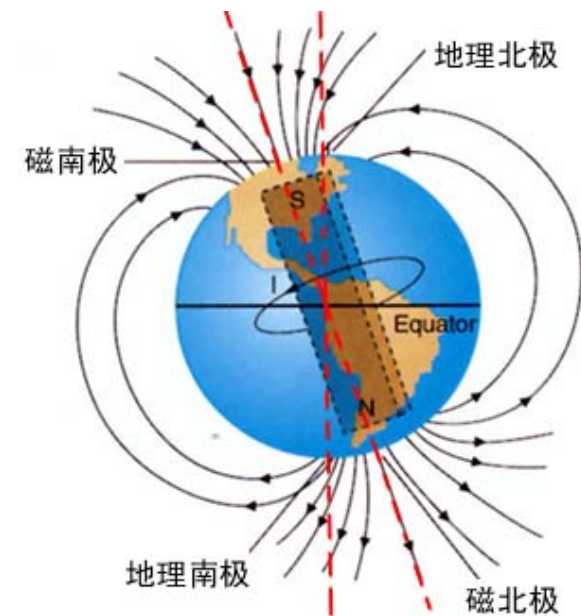
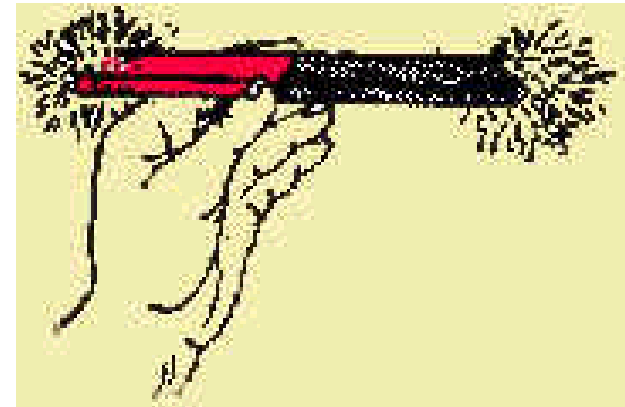
北极**N**：磁体指向地球北极的一端

磁力：磁体之间的相互作用，

同极相斥，异极相吸

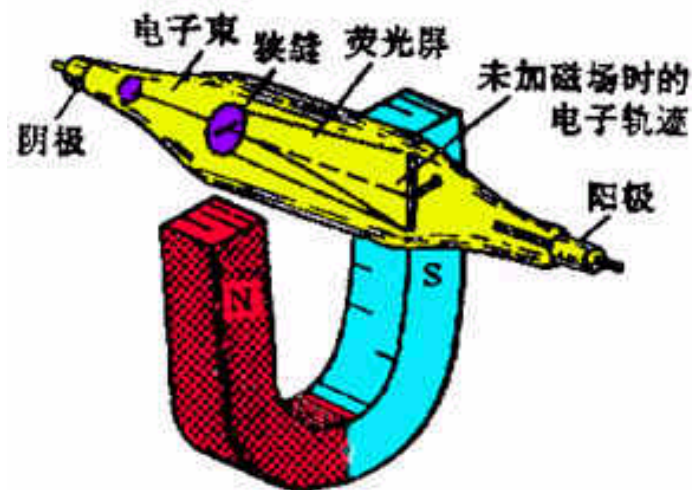
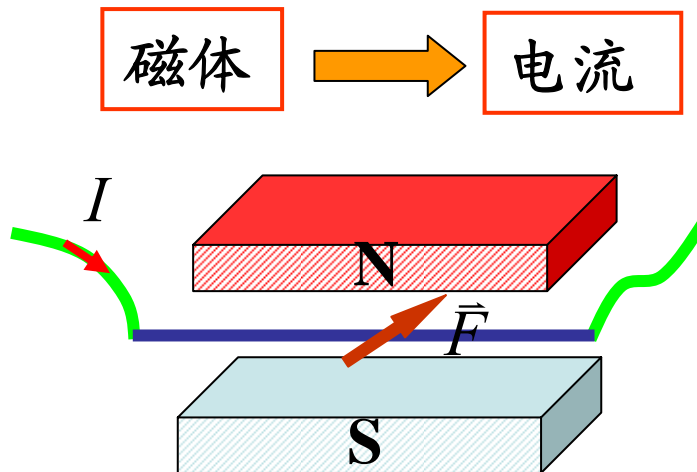
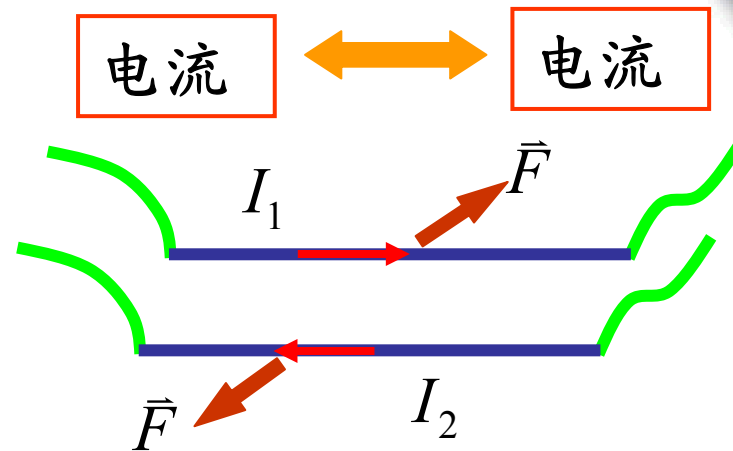
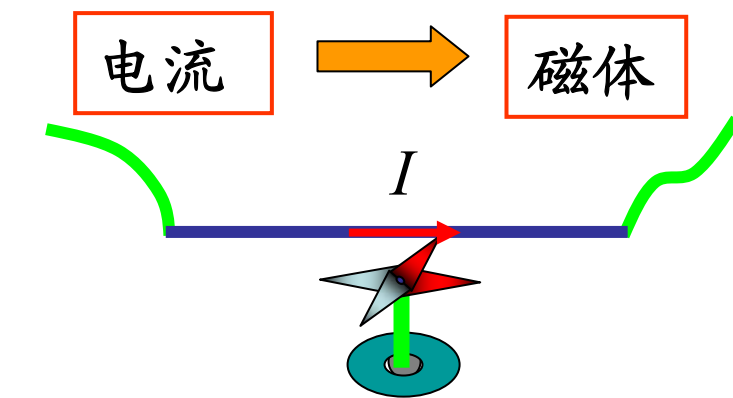
**Dirac**在**1931**年从理论上提出已知的量子理论允许存在磁单极子。

自然界中没有单独存在的磁单极。



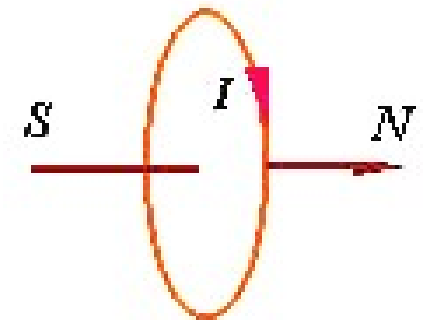
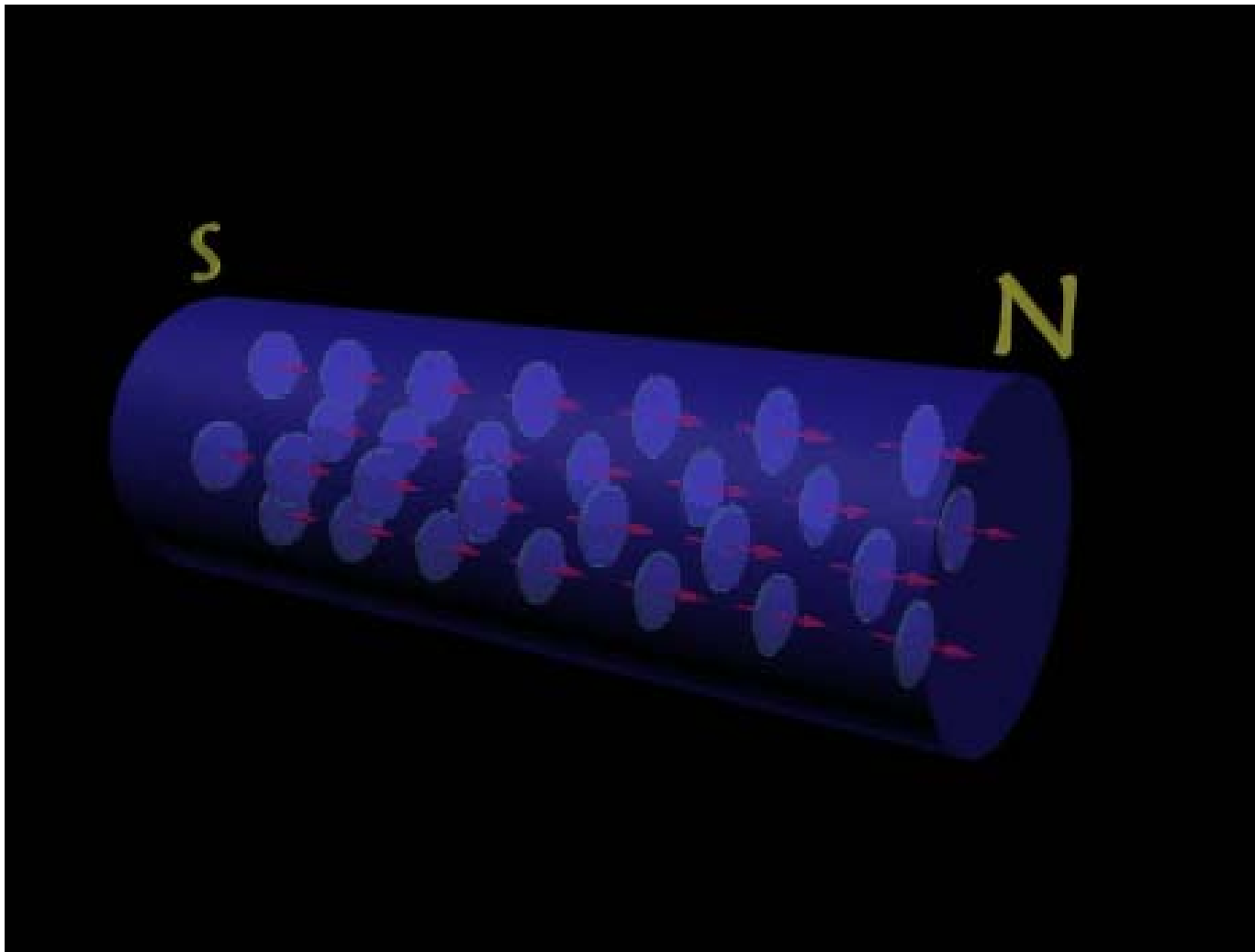
## ➤ 电流的磁效应

奥斯特 (Hans Christan Oersted, 1777-1851)  
丹麦物理学家, 发现了电流对磁针的作用



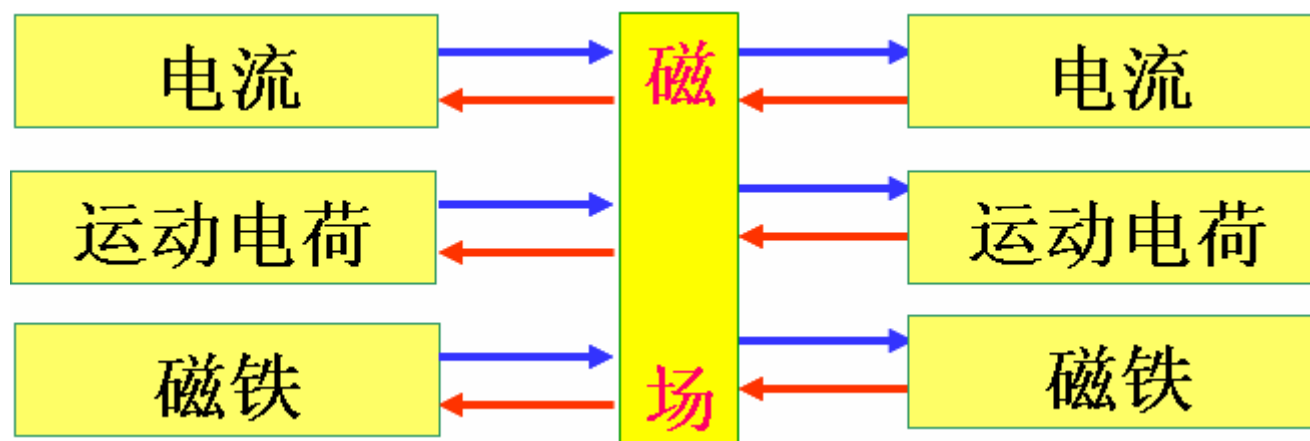
## ➤磁现象的电本性

Ampere, 1775—1836, 法国物理学家  
在磁性物质的分子中, 存在着分子电流



## 1.2 磁场 磁感应强度

### 1. 磁场



- 在运动电荷、电流、磁体周围空间存在着磁场
- 磁场对磁体、运动电荷或电流有磁场力的作用
- 磁场具有能量

## 2. 磁感应强度

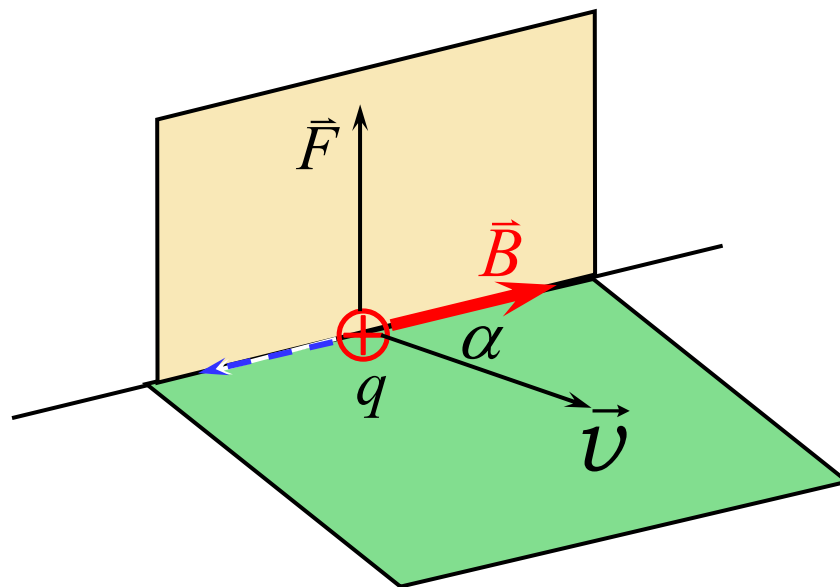
实验：运动电荷在磁场中的受力情况

- 磁场力  $F$ ：与  $q$ 、 $\boldsymbol{v}$  大小及方向有关，且  $\perp$  速度方向
- 沿某一特定方向运动时，不受磁场力作用
- 沿垂直于该特定方向运动时，所受的磁场力最大

$F_{\max}/(q\boldsymbol{v})$  与  $q$ 、 $\boldsymbol{v}$  无关

磁感应强度

$$B = \frac{F_{\max}}{qv} \quad \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



单位：特斯拉、高斯  $1\text{T}=10^4\text{G}$  方向：该特定方向

## § 2 毕奥—萨伐尔定律

### 2.1 毕奥—萨伐尔定律

电流元模型  $I d\vec{l} \xrightarrow{?} d\vec{B} \longrightarrow \vec{B} = \int d\vec{B}$

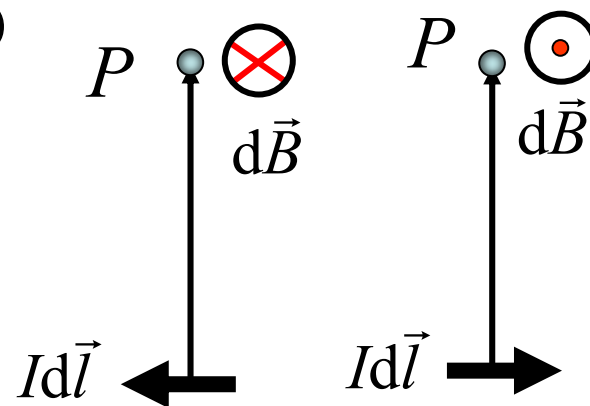
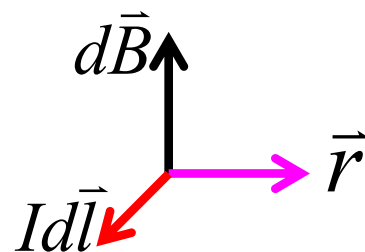
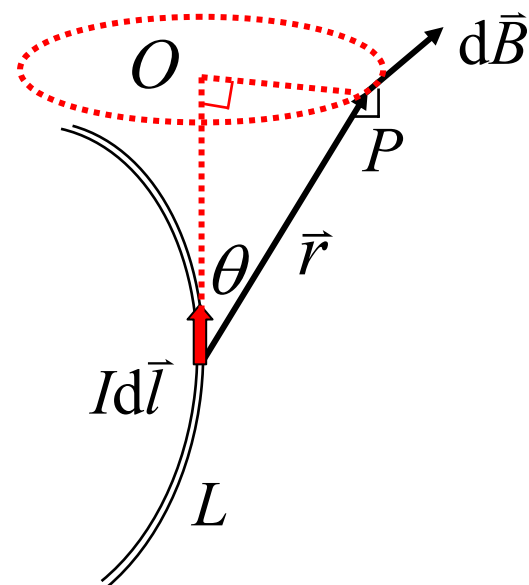
毕—萨定律:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2} \quad (\text{真空磁导率})$$

$$\text{大小: } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$

方向: 右手定则





对任一电流，其产生的磁感应强度

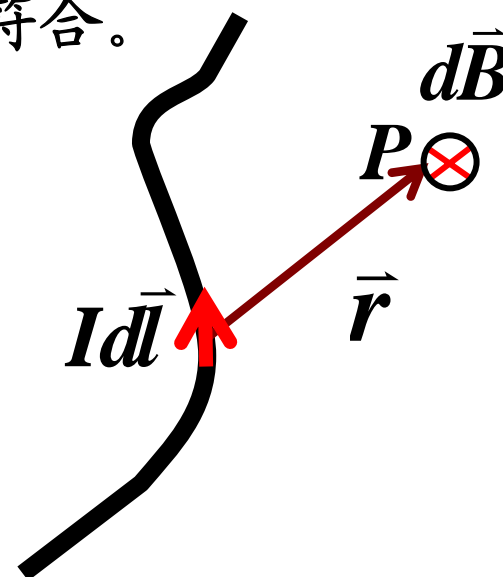
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad \text{磁感应强度矢量叠加原理}$$

毕-萨定律是在实验的基础上抽象出来的，不能由实验直接证明。

实验上无法直接测量一个电流元产生的磁场，但是由该定律出发得出的一些结果，却能很好地与实验符合。

利用毕—萨定律，原则上可以求解任何载流导线产生的磁感应强度。

- 电流元  $I d\vec{l}$  的方向即为电流的方向；
- $\vec{r}$  的方向由电流元  $\rightarrow$  所求场点  $P$ ；



## 2.2 毕—萨定律应用举例

例：载流长直导线的磁场

解：考虑电流元 $I dz$ 的磁场

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idz \sin \theta}{r^2} \quad B = \int \frac{\mu_0 Idz \sin \theta}{4\pi r^2}$$

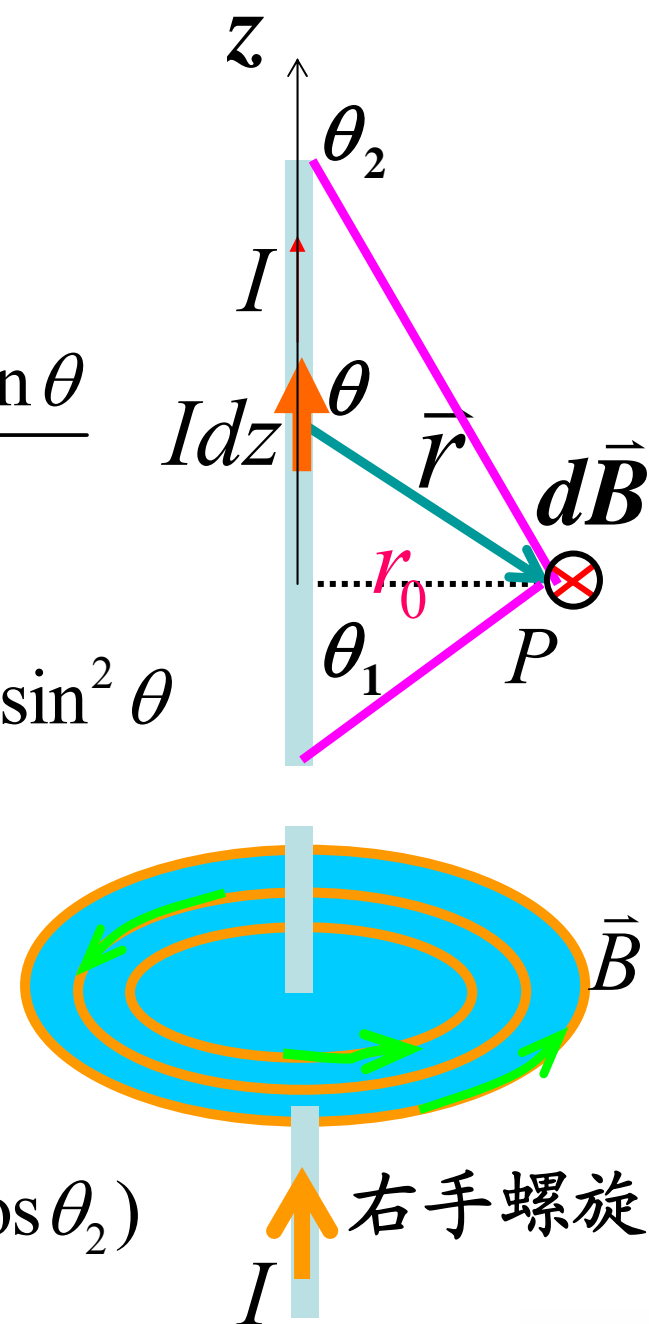
各电流元产生的磁场方向相同

$$z = r_0 \cot(\pi - \theta) = -r_0 \cot \theta \quad dz = r_0 d\theta / \sin^2 \theta$$

$$r = r_0 / \sin(\pi - \theta) = r_0 / \sin \theta$$

$$B = \int \frac{\mu_0 I \cdot r_0 d\theta \cdot \sin \theta}{4\pi \sin^2 \theta \cdot r_0^2 / \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} [\cos \theta_1 + \cos(\pi - \theta_2)]$$

- 无限长直线电流的磁场

$$\theta_1 = 0, \quad \theta_2 = \pi$$

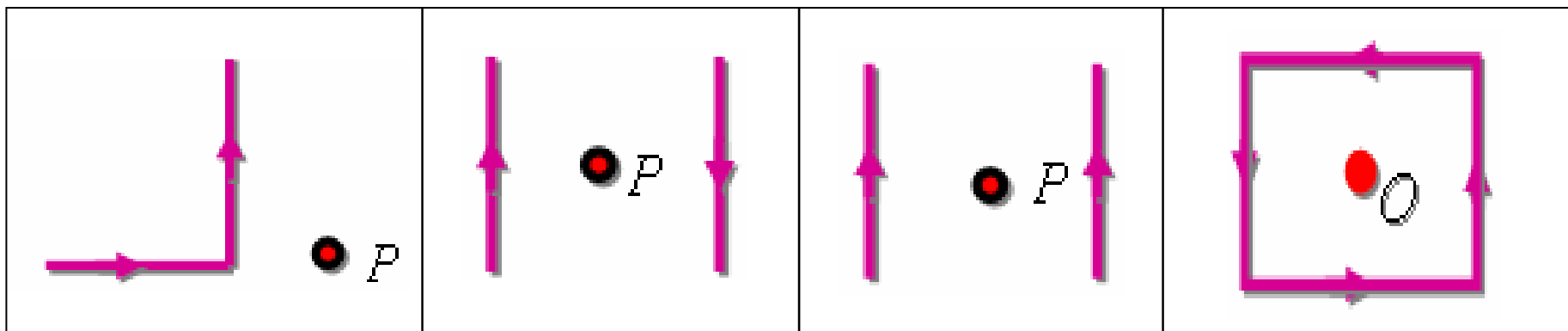
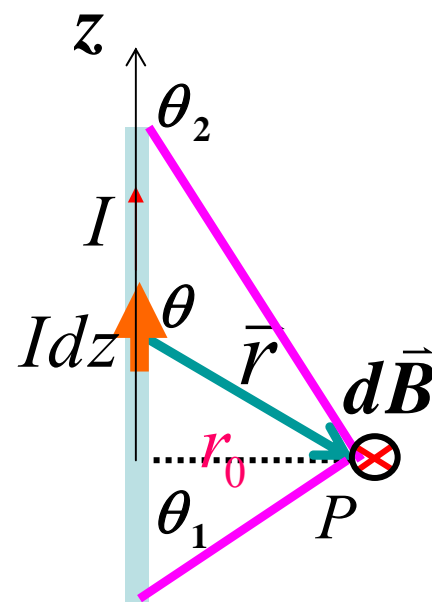
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

- 半无限长直线电流的磁场

$$\theta_1 = \pi/2, \quad \theta_2 = \pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}$$

- 若场点在导线的延长线上,  $dz \parallel r$ , 则  $B=0$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$$

$$B = 0$$

$$B = 4 \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{4\pi r} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{\pi r}$$

判断题： #T2401.

根据由毕-萨定律导出的无限长直电流的磁场公式

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \quad \text{可知当 } r_0 \rightarrow 0 \text{ 时, 则 } B \rightarrow \infty$$

若不是直电流呢？



**判断题： #T2402.**

一个电荷能在它的周围空间中任一点激发电场，  
一个电流元也能在它周围空间任一点激发磁场。

例：载流圆线圈在其轴上的磁场

解：磁场只有沿x轴的分量

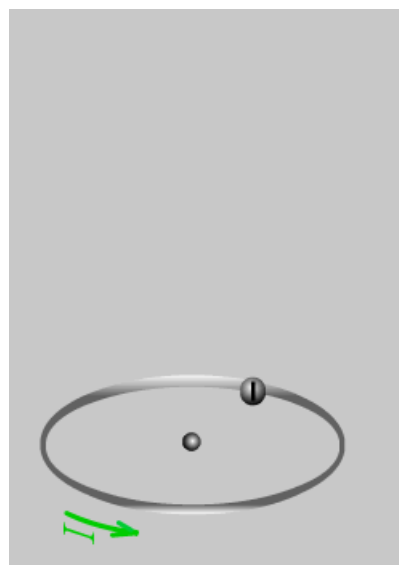
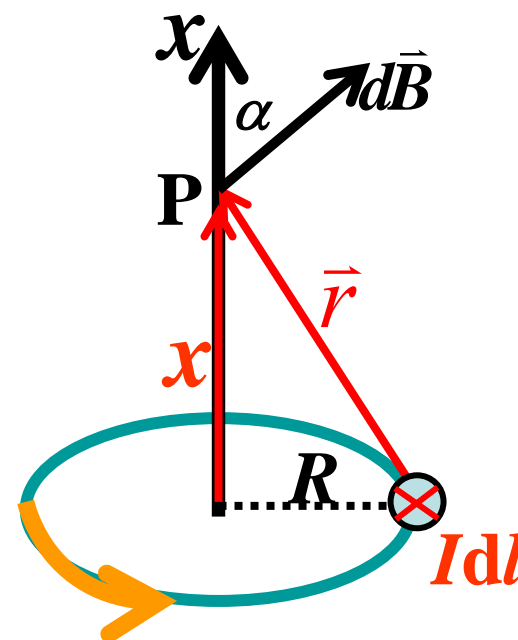
$$B_x = \oint dB \cos \alpha$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \quad \cos \alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

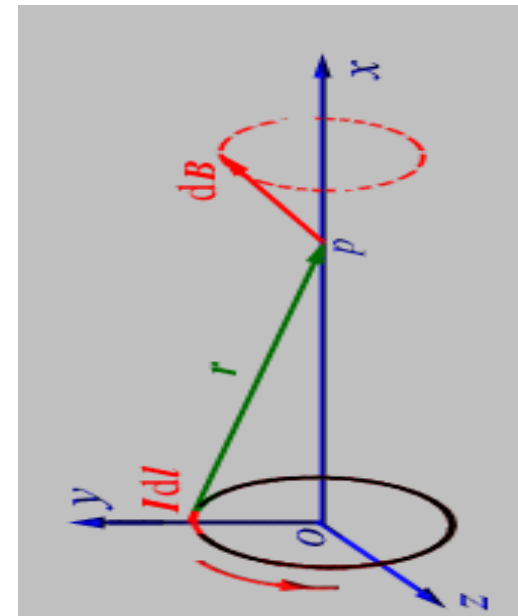
$$B_x = \frac{\mu_0 I \cdot \cos \alpha}{4\pi r^2} \oint dl$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \frac{R}{r} 2\pi R$$

$$= \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



右手螺旋



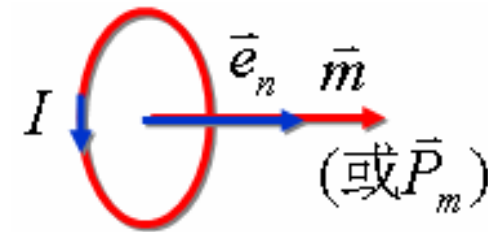
$$B_x = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

•  $x=0$  圆电流环中心的磁感应强度  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

•  $x \gg R$   $(R^2 + x^2)^{3/2} \approx x^3$   $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$

将载流线圈看作磁偶极子

引入磁矩  $\vec{m} = I\vec{S} = IS\vec{e}_n$



对任意形状的平面载流线圈都适用

分子、原子、电子、质子等都可以等效为圆电流（具有磁矩）。

地球可以等效为大磁偶极子，磁矩大小为： $8.0 \times 10^{22} \text{A} \cdot \text{m}^2$

轴线上的磁感应强度  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 \vec{e}_n}{2x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}}{x^3}$

例：求一段载流圆弧线在圆心处的磁场

解：在圆心处  $x = 0$   $r = R$   $\cos \alpha = 1$

电流元产生的磁场大小

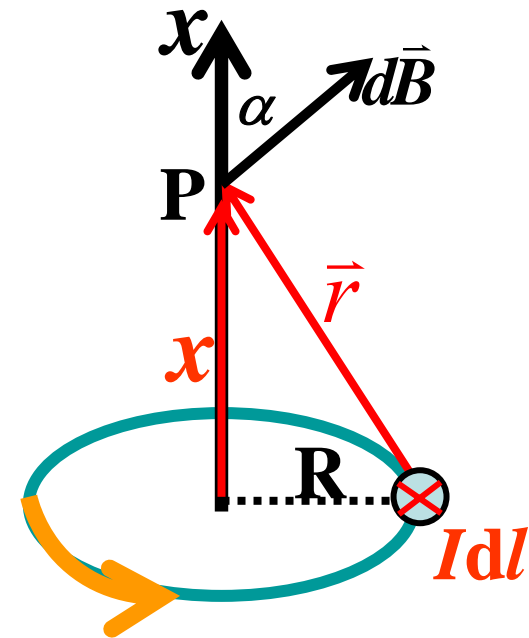
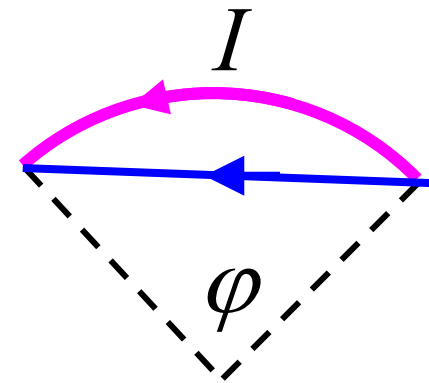
$$dB = \frac{\mu_0 I \cdot \cos \alpha}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}$$

方向：垂直圆弧所在平面向外

弧线上各电流元在圆心处产生的  
磁场方向都相同

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} R\varphi = \frac{\mu_0 I \varphi}{4\pi R}$$

$$\varphi = 2\pi \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



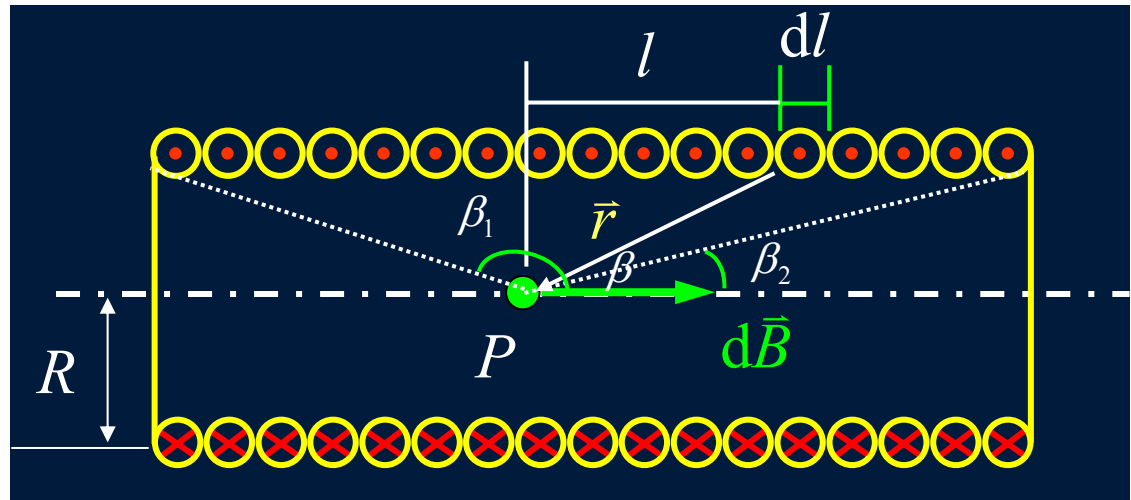


例：设有一均匀密绕螺线管，半径为 $R$ ，单位长度上的匝数为 $n$ ，螺线管通有电流 $I$

求：载流螺线管轴线上一点 $P$ 的磁感应强度 $B$

解：  $dI' = In dl$

$$B_x = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



$$dB = \frac{\mu_0 R^2 dI'}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 R^2 In dl}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} = -\frac{\mu_0}{2} nI \sin \beta d\beta$$

$$l = R \cot \beta \quad dl = -R \csc^2 \beta d\beta \quad R^2 + l^2 = R^2 \csc^2 \beta$$

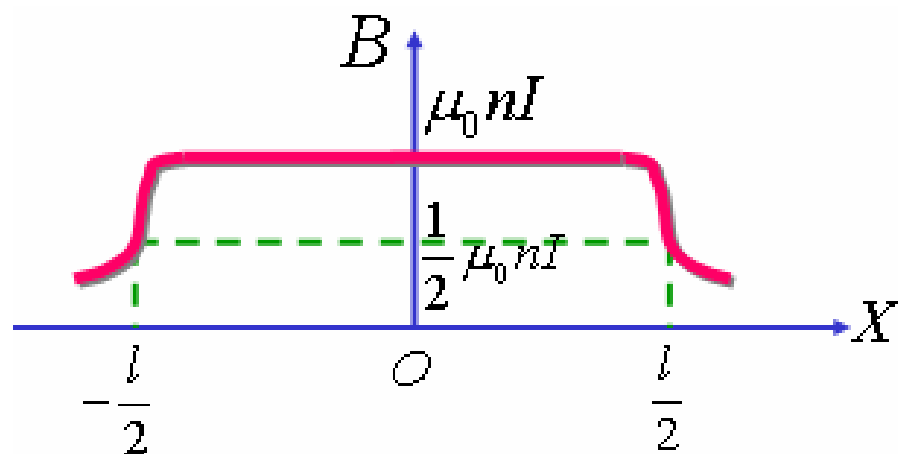
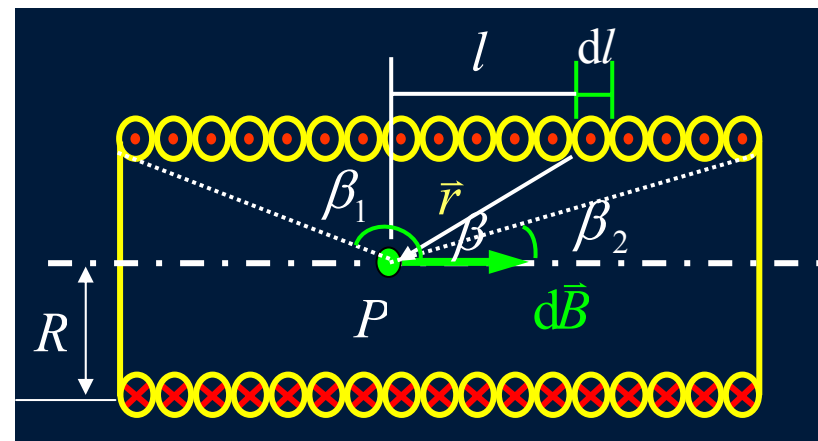
$$B = \int_{\beta_1}^{\beta_2} -\frac{\mu_0}{2} nI \sin \beta d\beta = \frac{\mu_0 nI}{2} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

(1) 无限长载流螺线管

$$\beta_1 \rightarrow \pi, \quad \beta_2 \rightarrow 0 \quad \longrightarrow \quad B = \mu_0 nI$$

(2) 半无限长载流螺线管

$$\beta_1 \rightarrow \pi/2, \quad \beta_2 \rightarrow 0 \quad \longrightarrow \quad B = \frac{1}{2} \mu_0 nI$$



•螺线管内部的磁场可看成是无限长的情况

•在管端口处，磁场等于中心处的一半。

## 2.3 运动电荷的磁场

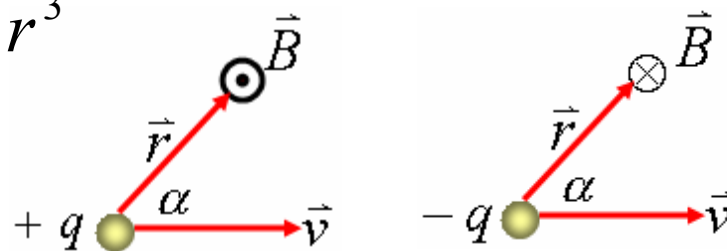
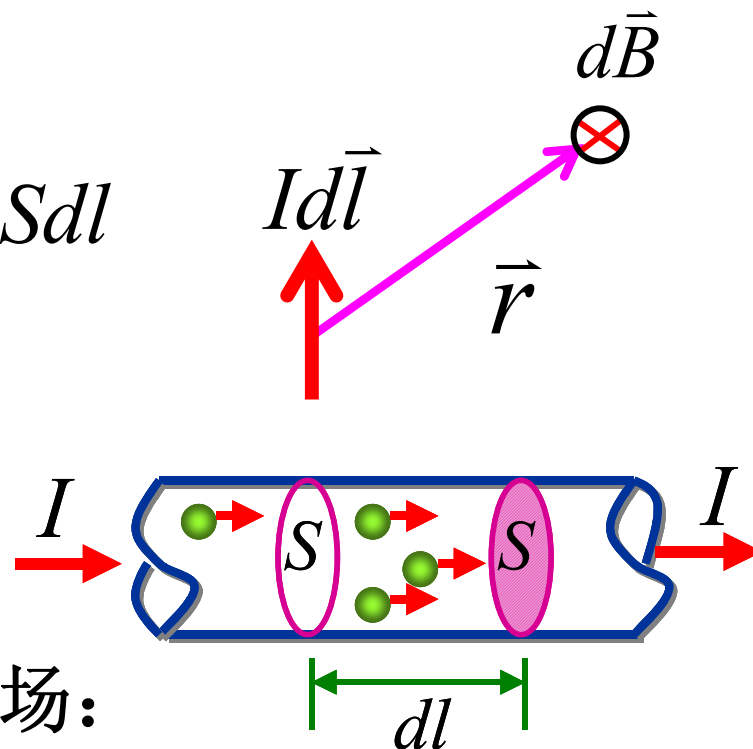
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad Id\vec{l} = nq\vec{v}Sdl$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{nqSdl\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

在  $Idl$  导线中载流子数  $dN = nSdl$  ,  
所以一个载流子运动所产生的磁场:

$$\frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{nq\vec{v}Sdl \times \vec{r}}{nSdl \cdot r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$



1911年，俄国物理学家约飞最早提供实验验证。

**例：**半径为 $R$ 的均匀带电圆盘，带电为 $+q$ ，圆盘以匀角速度 $\omega$ 绕通过圆心垂直于圆盘的轴转动。

**求：**圆盘中心的磁感强度。

**解1：**取一半径分别为 $r$ ，宽为 $dr$ 的细环

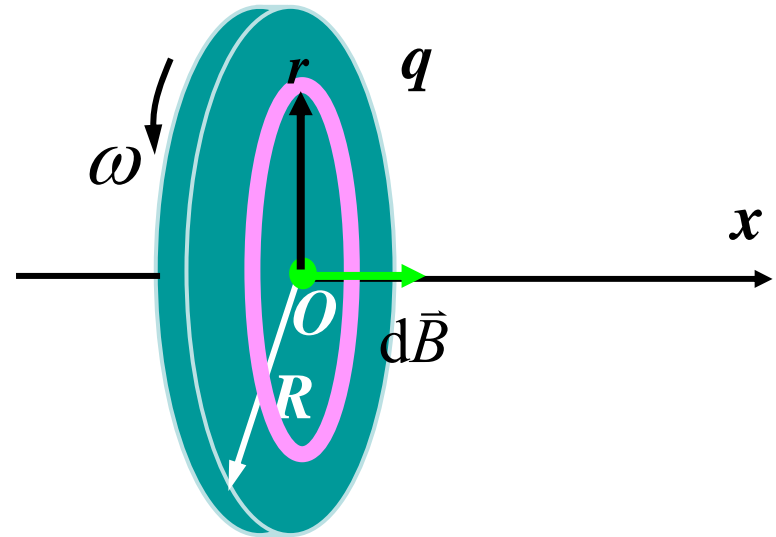
$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr \quad \sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$

圆盘旋转周期为  $T = 2\pi/\omega$

此环上的圆电流  $dI = \frac{dq}{T} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{2\pi / \omega} = \sigma \omega r dr$

圆电流的磁感应强度  $dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0}{2r} \sigma \omega r dr = \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega dr$

整个圆盘在盘心的磁感应强度  $B = \int_0^R \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega dr = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega R$



解2：取小微元 $drdl=rdrd\theta$

小微元所带的电荷为：

$$dq = \sigma r dr d\theta$$

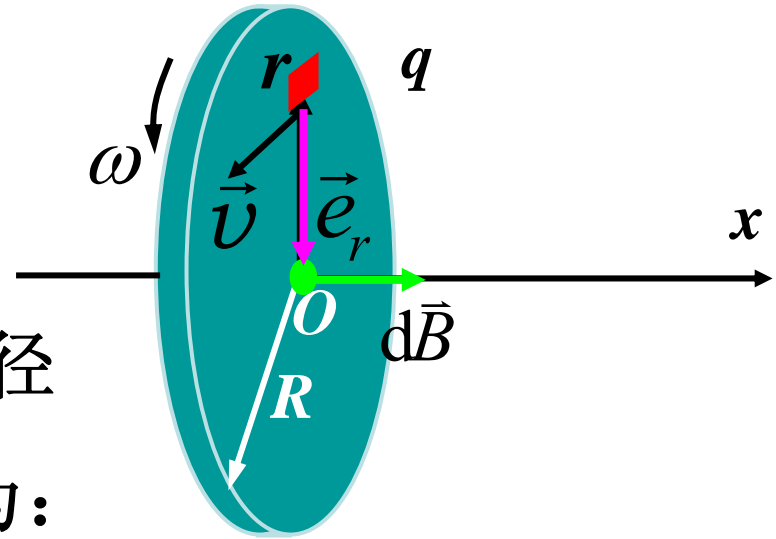
线速度为 $\boldsymbol{v} = \omega \boldsymbol{r}$ ，方向垂直于半径

小微元在盘心O点产生在磁场为：

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{v dq}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\omega r \cdot \sigma r dr d\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi} \mu_0 \sigma \omega dr d\theta$$

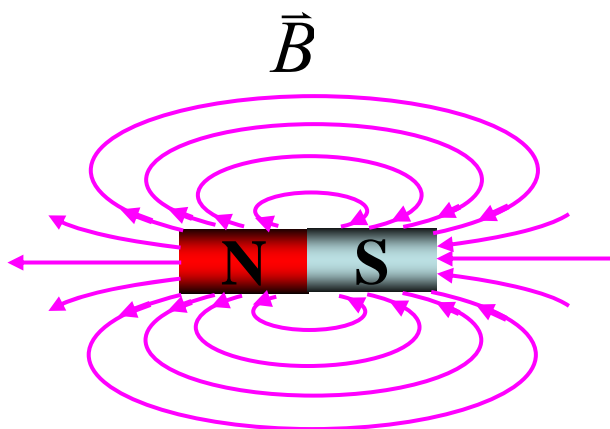
各个小微元在盘心处产生的磁场方向相同，  
积分得盘心处的磁感应强度为：

$$B = \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} \mu_0 \sigma \omega dr d\theta = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega R$$

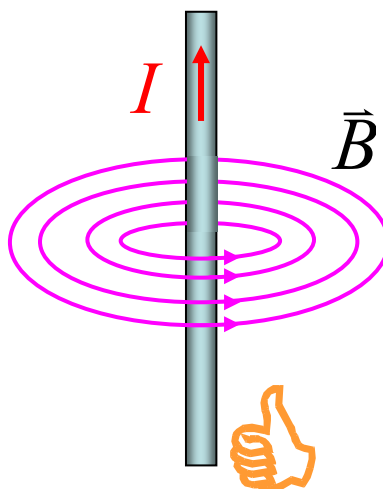


## § 3 磁通量 磁场的高斯定理

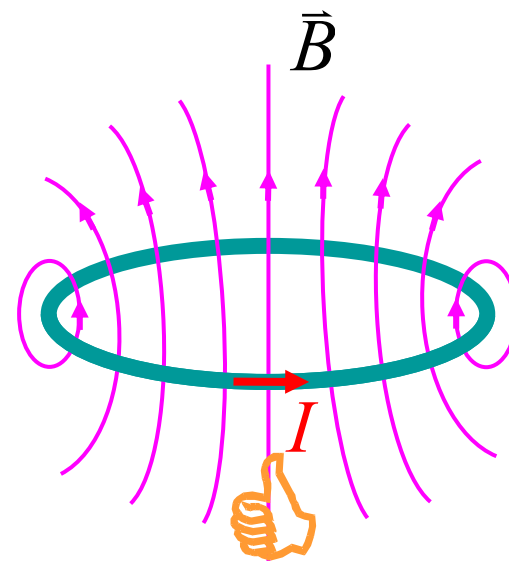
### 3.1 磁感应线



磁棒的磁感应线



载流长直导线的磁感应线



载流圆线圈的磁感应线

- 磁感应线不相交
- 无头无尾的闭合曲线
- 与电流相互套连，服从右手螺旋定则

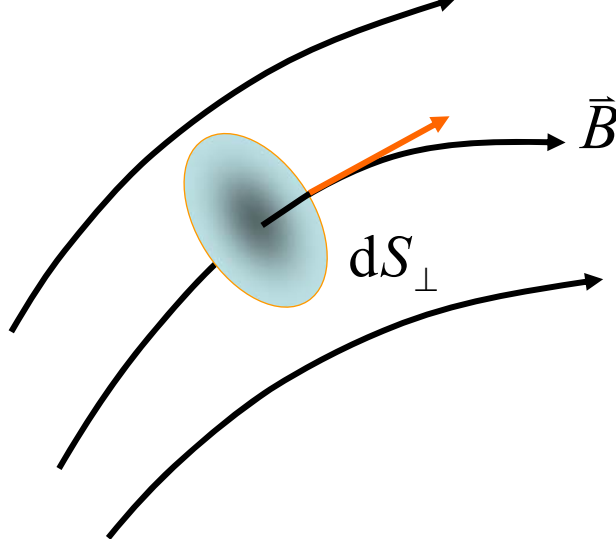
- 曲线上每一点的切线方向代表该点处磁感应强度的方向。
- 磁场的强弱由磁感应线的疏密来表示。

磁感应线密度：在与磁感应线垂直的单位面积上的穿过的磁感应线的数目。

$$B = \frac{d\Phi_m}{dS_{\perp}}$$

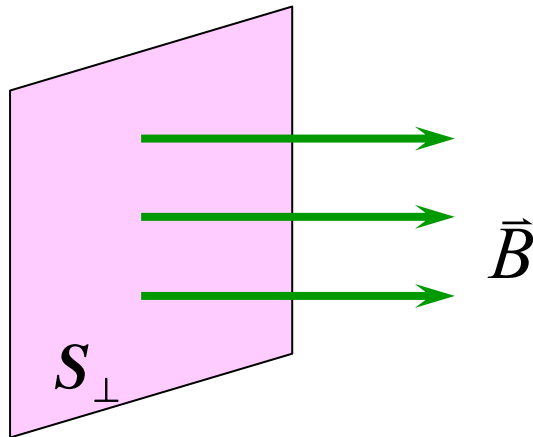
穿过面元的磁场线条数

垂直磁感应强度的面元面积

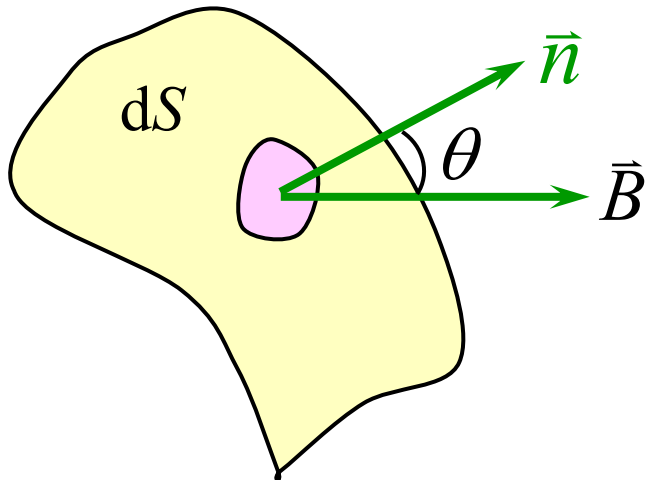
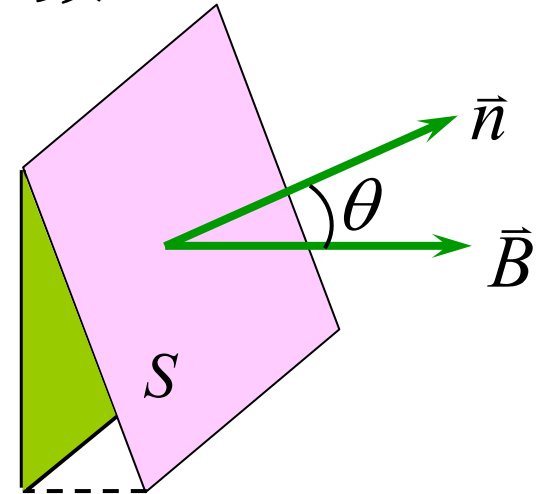


## 3.2 磁通量

通过磁场中某一曲面的磁感应线的条数



$$\begin{aligned}\Phi_m &= BS_{\perp} \\ &= B \cos \theta S \\ &= \vec{B} \cdot \vec{S}\end{aligned}$$



对于有限曲面

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



对于闭合曲面

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

规定外法线方向为正

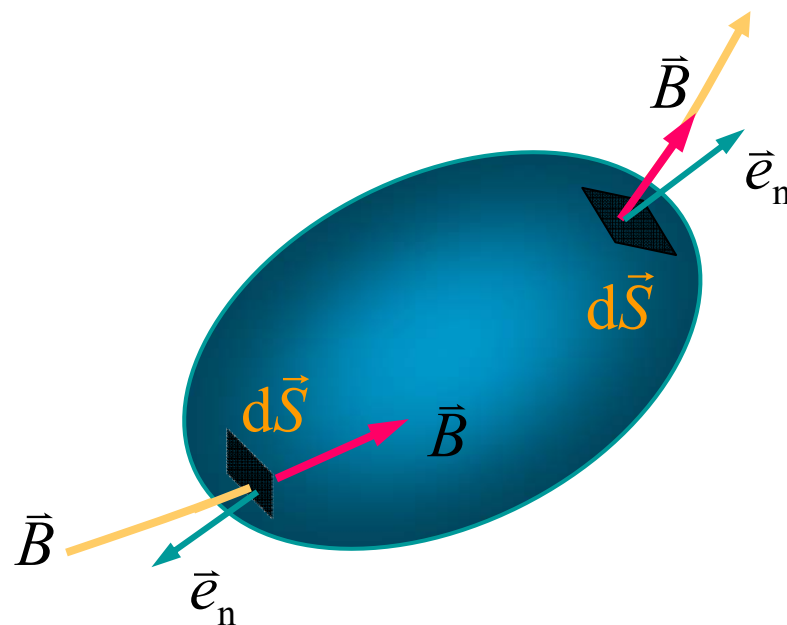
磁感应线穿入

$$\theta > \pi/2, \cos\theta < 0 \quad d\Phi_m < 0$$

磁感应线穿出

$$\theta < \pi/2, \cos\theta > 0 \quad d\Phi_m > 0$$

磁通量单位：韦伯(wb)      $1\text{Wb} = 1\text{T} \cdot \text{m}^2 = 1\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$



### 3.3 磁场的高斯定理

由于磁感应线都是闭合曲线, 通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

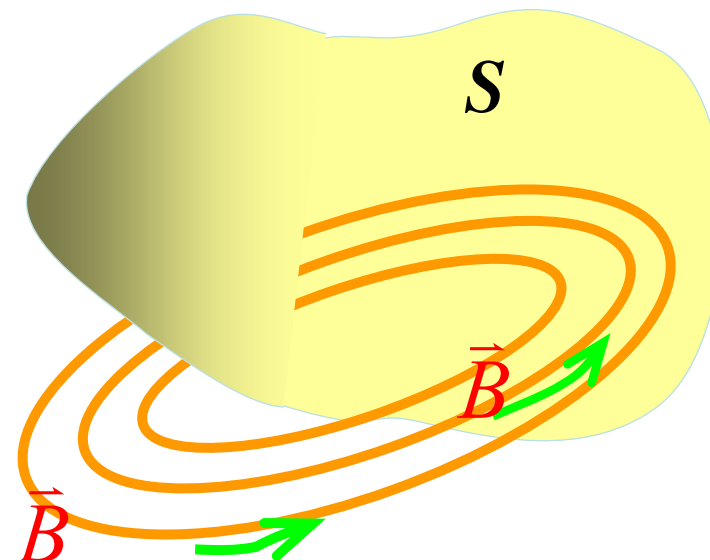
$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

——磁场的高斯定理  
或磁通连续定理

• 磁场是无源场  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

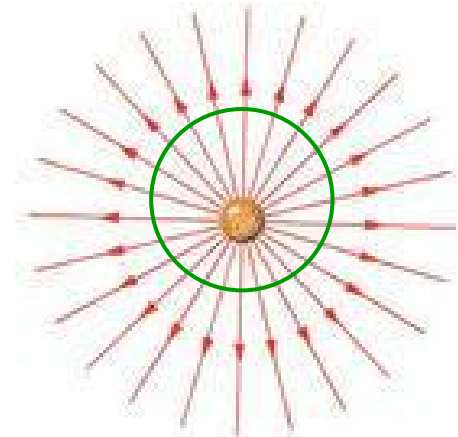
• 磁极成对出现, 无磁单极

若有磁单极, 在它周围做一高斯面  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \neq 0$



例、证明不存在球对称辐射状的磁场：

$$\vec{B} = f(r)\hat{r}$$



证：反证法，作球对称的高斯面S

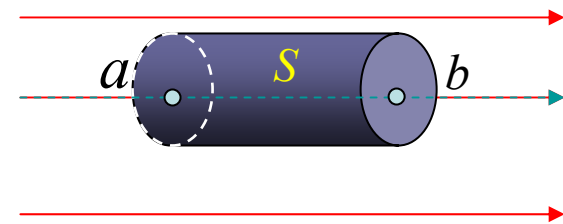
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S f(r) \hat{r} \cdot dS \hat{r} = \oint_S f(r) dS = f(r) 4\pi r^2 \neq 0$$

违反磁场的高斯定理

求证：在磁感应线为平行直线的空间中，同一根磁感应线上各点的磁感应强度相等。

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -B_a \Delta S + B_b \Delta S = 0$$

$$\Rightarrow B_a = B_b$$



## § 4 安培环路定理

### 4.1 安培环路定理

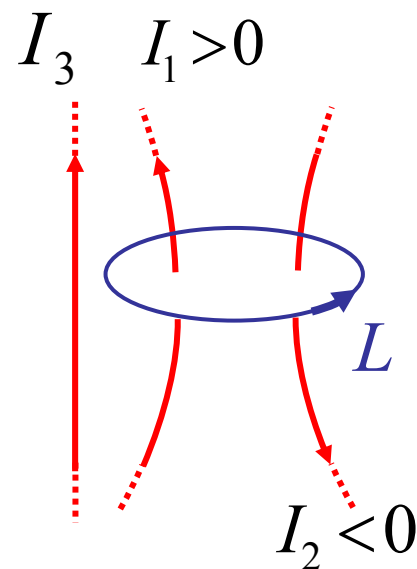
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

真空中，稳恒电流产生的磁感应强度沿任意闭合环路 $L$ 的线积分，等于穿过该环路的电流强度的代数和的 $\mu_0$ 倍。

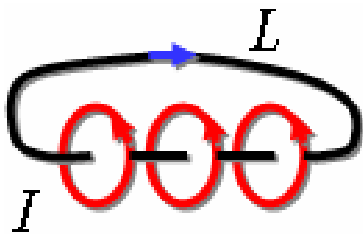
- $\vec{B}$ 的环流只有穿过环路的电流有贡献
- 环路上各点的磁场为所有电流的贡献
- 磁场是有旋场，电流是磁场涡旋的轴心

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad \text{不表示磁场力的功}$$

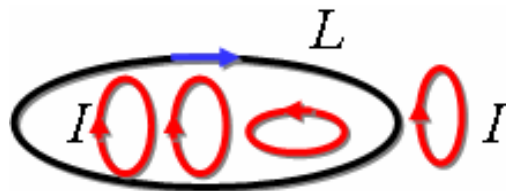
- 积分环路方向与电流方向呈右手螺旋关系



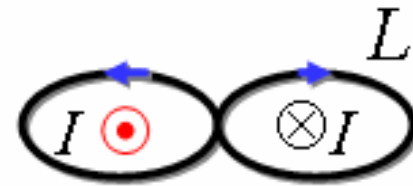
- 穿过积分环路的电流，必须与环路互相铰链。



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 NI$$



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

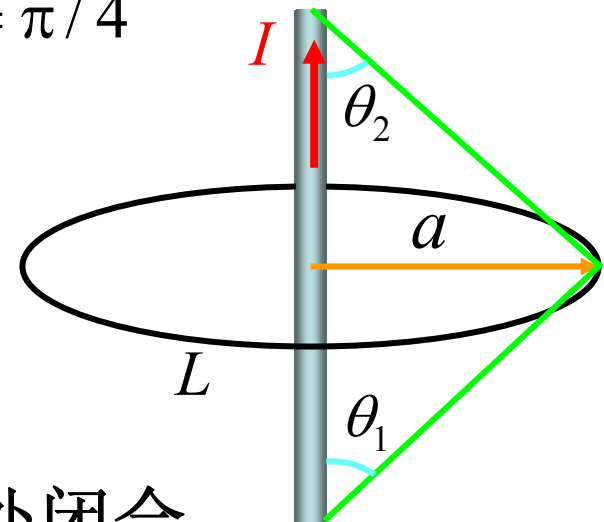


$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (2I)$$

- 安培环路定理适用于稳恒电流，而稳恒电流一定是闭合的，对于一段非闭合的载流导线不成立。

例：长度为 $2a$ 的载流直导线  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_L \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) dl \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} 2 \frac{\sqrt{2}}{2} 2\pi a = \frac{\mu_0 \sqrt{2} I}{2} \neq \mu_0 I \end{aligned}$$



对无限长直电流，可认为在无限远处闭合

**选择题： #S2401.**

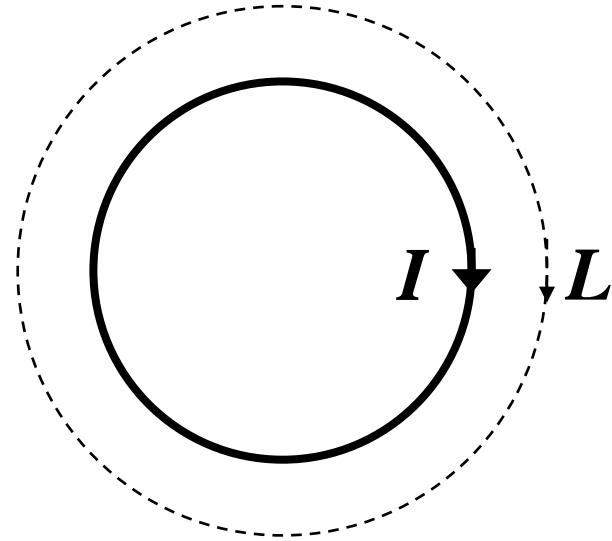
如图，在环形电流**I**的平面内取一同心圆形闭合回路**L**，则由安培环路定理可得：

A.  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ , 且  $B = 0$

B.  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ , 且  $B \neq 0$

C.  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ , 且  $B = \mu_0 I / L$

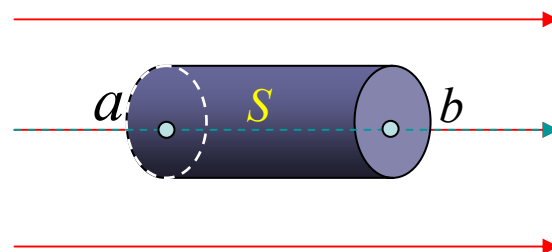
D.  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ , 且  $B = 0$



**思考：**圆电流产生的磁场，中心强，还是边缘强？

求证：在**无电流**的空间区域内，如果磁感应线是平行直线，那么磁场一定是匀强磁场。

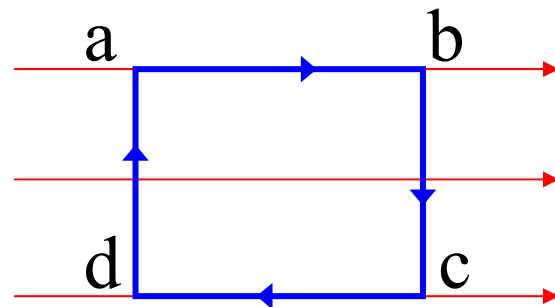
证：(1)先由磁场的高斯定理证明，无论空间有无电流，同一根磁感线上各点**B**相同。



$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -B_a \Delta S + B_b \Delta S = 0 \Rightarrow B_a = B_b$$

(2) 再由安培环路定理证明，不同磁感线上**B**也相同  
如图作一矩形环路，其环流为：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B_{ab} \overline{ab} - B_{cd} \overline{cd} = 0$$



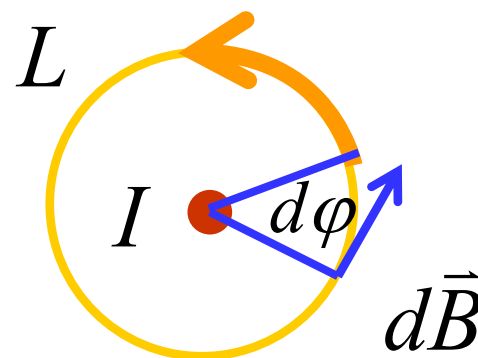
• **无电流**  $\therefore B_{ab} = B_{cd}$       • 若有电流  $B_{ab} \neq B_{cd}$

## ► 安培环路定理的导出

(1) 围绕无限长直电流，并与导线垂直的圆形环路

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl$$

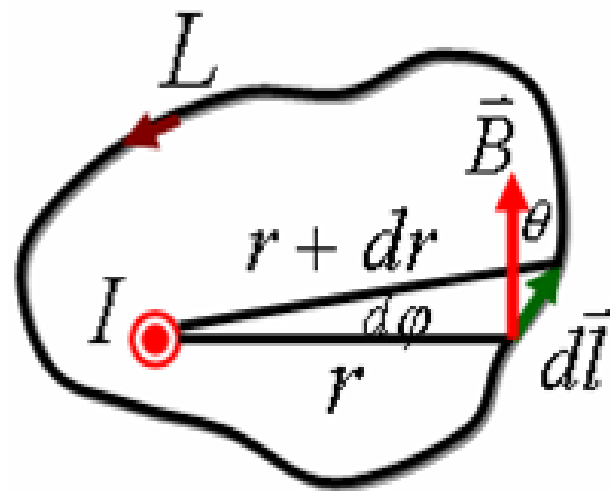
$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_l dl = \mu_0 I$$



(2) 围绕无限长直电流，并与导线垂直的任一环路

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cos \theta dl = Br d\varphi$$

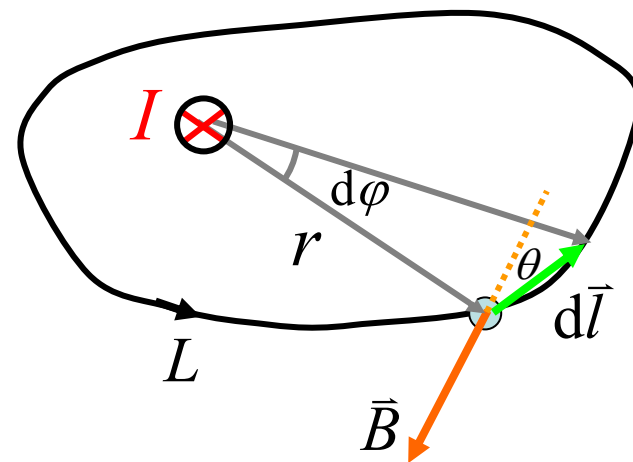
$$\begin{aligned} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_L d\varphi \\ &= \mu_0 I \end{aligned}$$





若路径绕行方向不变，电流反向

$$\begin{aligned}\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_L B \cos(\pi - \theta) dl \\ &= \oint_L \frac{-\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = -\mu_0 I\end{aligned}$$

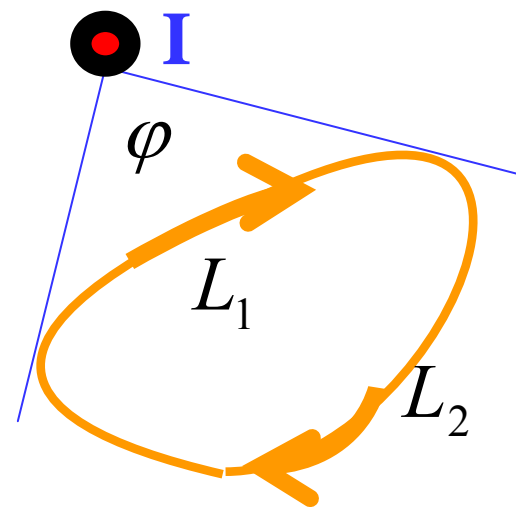


若电流不变，路径绕行方向反向

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\mu_0 I$$

(3) 闭合路径不包围电流

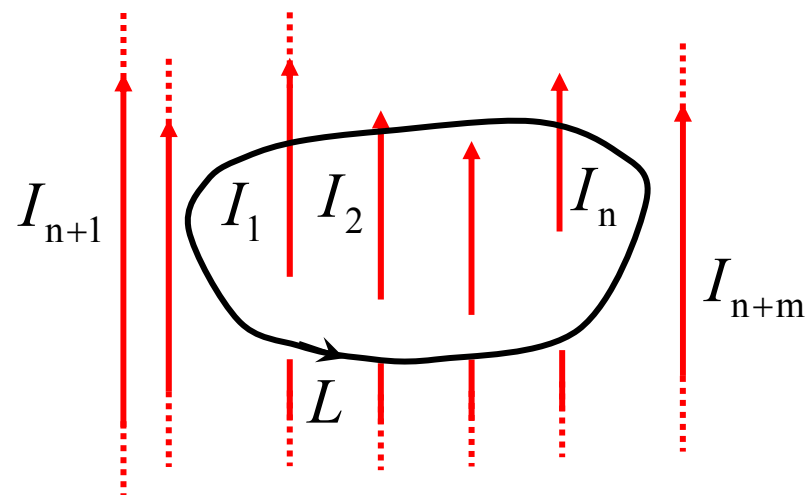
$$\begin{aligned}\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_{L_1} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi - \int_{L_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\varphi - \varphi) \\ &= 0\end{aligned}$$



#### (4) 多个直线电流

$I_1 \sim I_n$  穿过环路  $L$

$I_{n+1} \sim I_{n+m}$  不穿过环路  $L$



$$\oint_L \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_i \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\oint_L \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = 0 \quad i=n+1, n+2, \dots, n+m$$

各式相加  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i \leftarrow$  穿过环路的电流

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n + \vec{B}_{n+1} + \dots + \vec{B}_{n+m}$  所有电流的总场

推广：对任意稳恒电流，对任意环路都成立。

## 4.2 安培环路定理的应用

若稳恒电流对称分布，可选取安培环路来求磁场分布

例：求无限长圆柱面电流  $I$  的磁场分布(半径为  $R$ )

解：磁场分布具有轴对称性

以轴上一点为圆心，在垂直于轴的平面内取半径为  $r$  的圆为安培环路

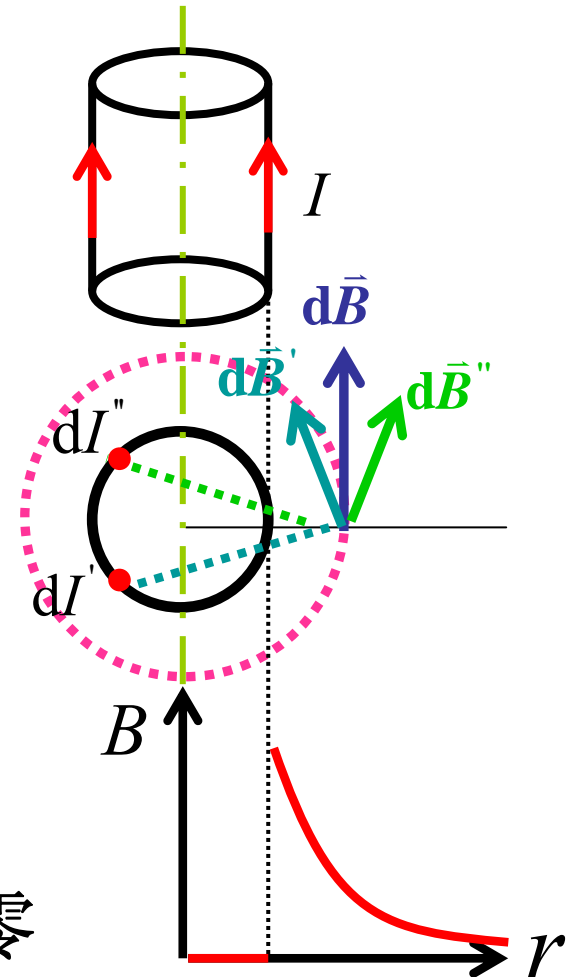
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = 2\pi r B$$

$$r > R \quad 2\pi r B = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

与电流集中在轴上的直线电流的相同

$$r < R \quad 2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0$$

无限长圆柱面电流内磁感强度处处为零



例：同轴电缆的内导体圆柱半径为 $R_1$ ，外导体圆筒内外半径分别为 $R_2$ 、 $R_3$ ，电缆载有电流  $I$

求：磁场的分布。

解：电流分布具有轴对称性

取沿半径  $r$  的圆为安培环路 $L$

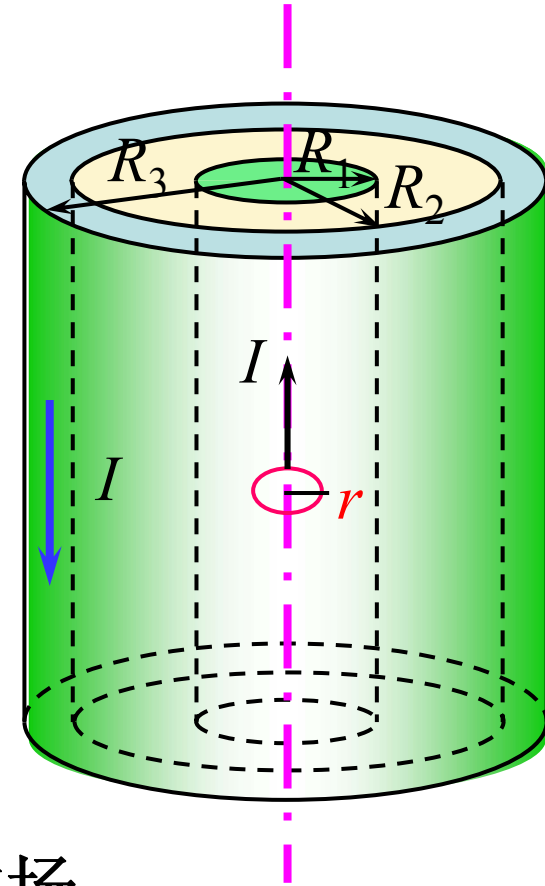
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r$$

$$r < R_1 \quad B 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

此即无限长均匀载流圆柱体内的磁场

圆柱体轴线上的磁场？  $B = 0$



$$R_1 < r < R_2$$

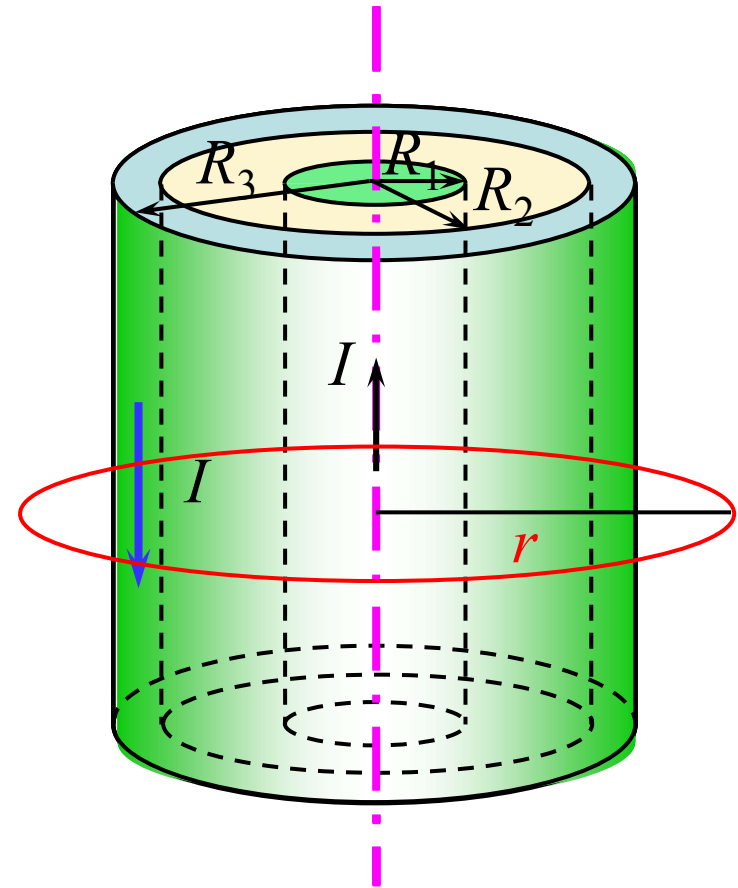
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$R_2 < r < R_3$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \left[ I - I \frac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I (R_3^2 - r^2)}{2\pi r (R_3^2 - R_2^2)}$$

$$r > R_3 \quad B \cdot 2\pi r = 0 \quad B = 0$$



例：求载流无限长直螺线管内任一点的磁场

解：磁场沿水平方向

取矩形环路 $L$ ,  $ab$  边在中轴线上,  $cd$  边与轴平行

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B_{ab} \cdot \overline{ab} - B_{cd} \cdot \overline{cd} = 0$$

$$B_{ab} = B_{cd} = B$$

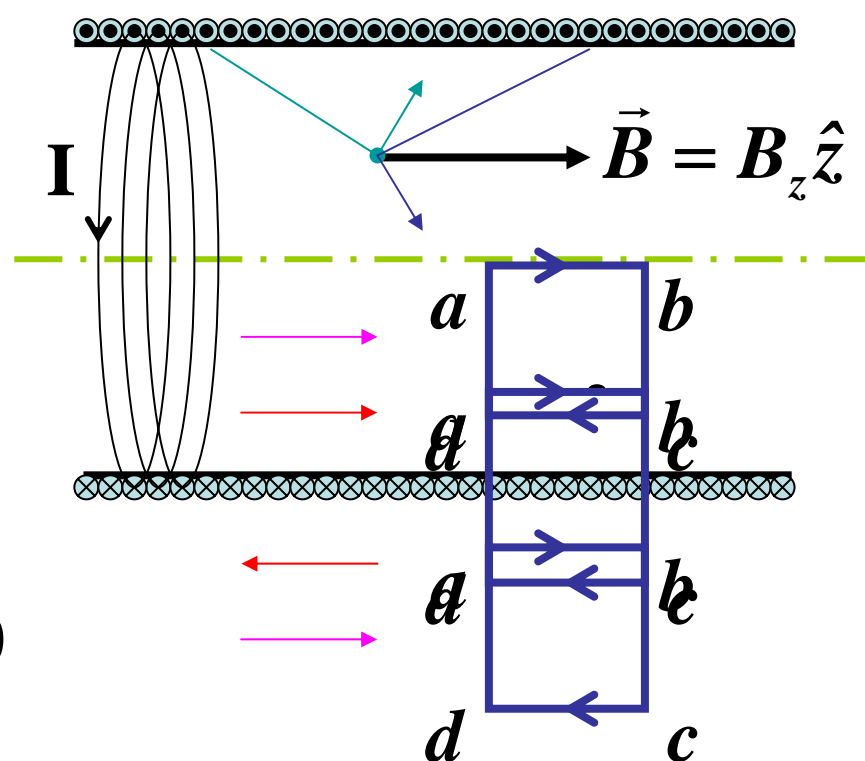
选管外矩形环路  $B_{ab} = B_{cd} = 0$

螺线管外部磁场反向削弱

无限长直螺线管, 长度 $\gg$ 直径, 管外各点的磁场为零。

选矩形环路,  $cd$ 边在管外  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot \overline{ab} = \mu_0 n I \cdot \overline{ab}$

无限长直螺线管内任一点  $B = \mu_0 n I$  均匀磁场



例：求载流螺绕环(环形螺线管)内的磁场

解：设环上线圈的总匝数为 $N$ ，线圈中通有电流 $I$

由对称性作半径 $r$ 的圆形环路，沿环路磁场大小相同

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B2\pi r$$

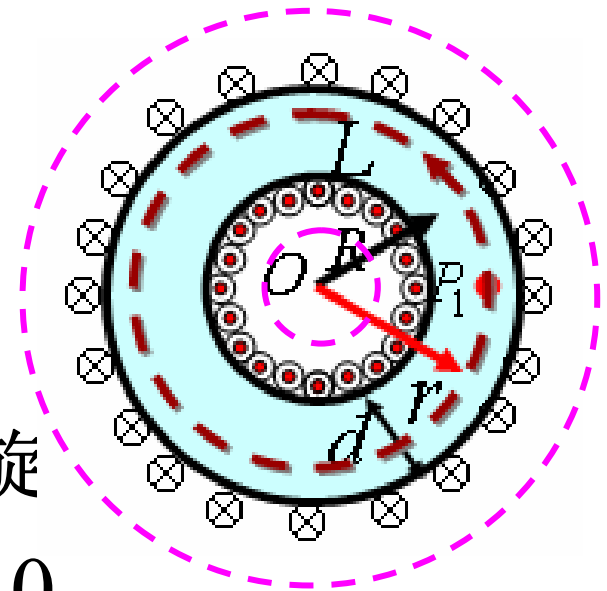
$$R_1 \leq r \leq R_2 \quad B2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad \begin{array}{l} \bullet \text{大小与半径 } r \text{ 有关} \\ \bullet \text{方向与电流满足右手螺旋} \end{array}$$

$$r < R_1 \text{ 或 } r > R_2 \quad \sum I_i = 0 \longrightarrow B_{\text{外}} = 0$$

•若环很细，不考虑 $d$ ，用环的平均半径 $R$ 代替 $r$

螺绕环内的磁场大小  $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R} = \mu_0 nI$  匀强磁场？

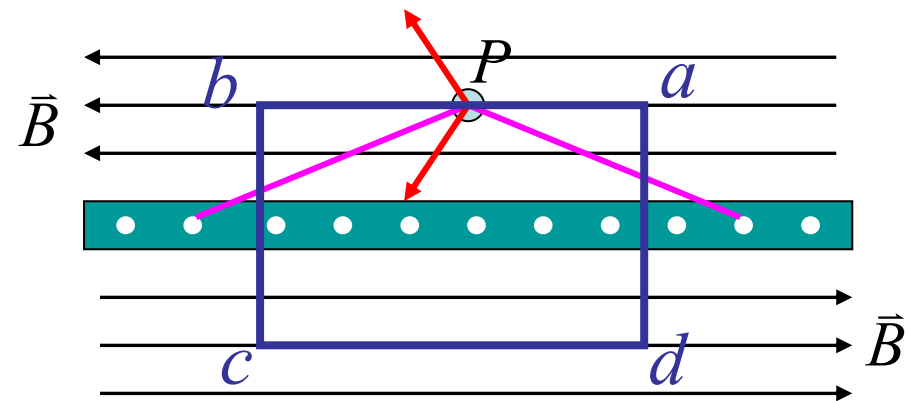
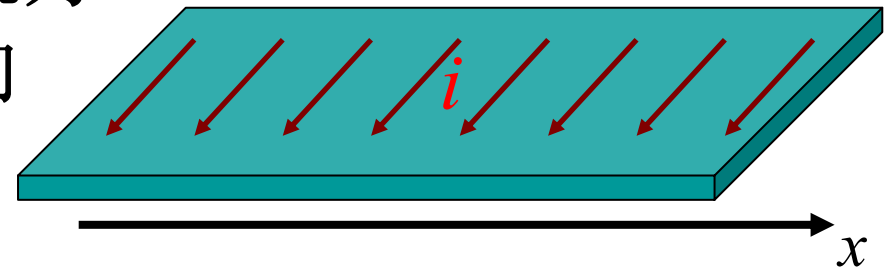


例：求无限大均匀载流平面周围的磁场

解：设单位  $x$  上流过的电流为  $i$

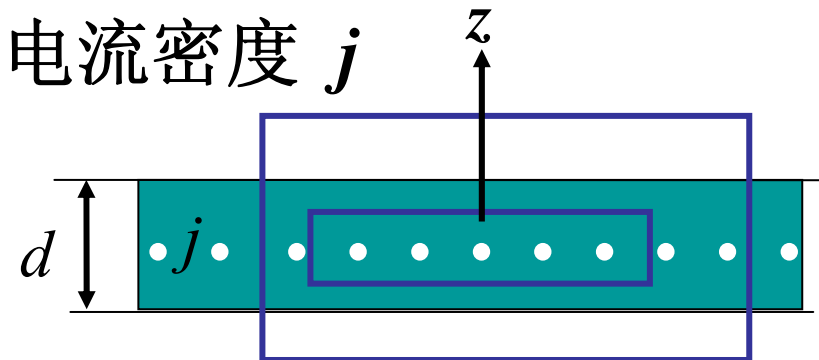
由面对称性分析磁场的方向

$$\begin{aligned}\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_{ab} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &\quad + \int_{cd} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= B \int_a^b dl + B \int_c^d dl = 2Bab \\ &= \mu_0 i ab \\ \Rightarrow B &= \mu_0 i / 2 \quad \text{均匀磁场}\end{aligned}$$



➤ 有厚度的无限大平板电流，电流密度  $j$

- 在外部  $B = \mu_0 j d / 2$
- 在内部  $B = \mu_0 j z$





## § 5 磁场对运动电荷的作用

### 5.1 洛伦茨力

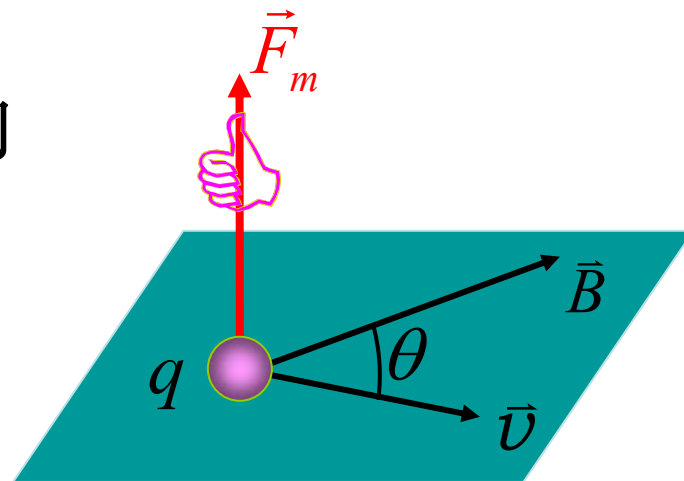
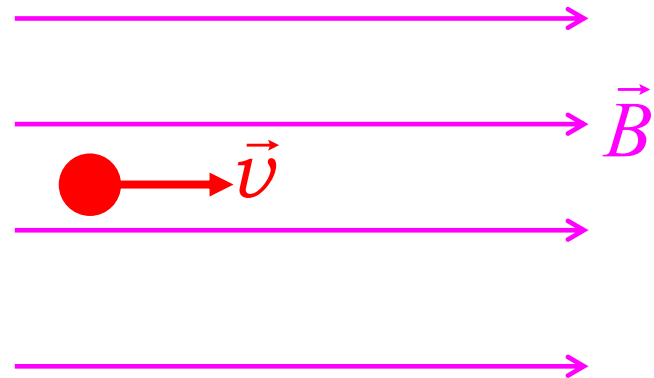
电场中  $\vec{F}_e = q\vec{E}$

磁场中  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$

——洛伦茨力

- 磁场只对运动电荷有作用力
- 洛伦茨力始终与电荷运动方向垂直，故洛伦茨力不作功
- 电场+磁场

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$



## 洛伦茨

(Hendrik Antoon Lorentz, 1853-1928)

荷兰物理学家、数学家，因研究磁场对辐射现象的影响、发现塞曼效应与塞曼共获1902年诺贝尔奖。

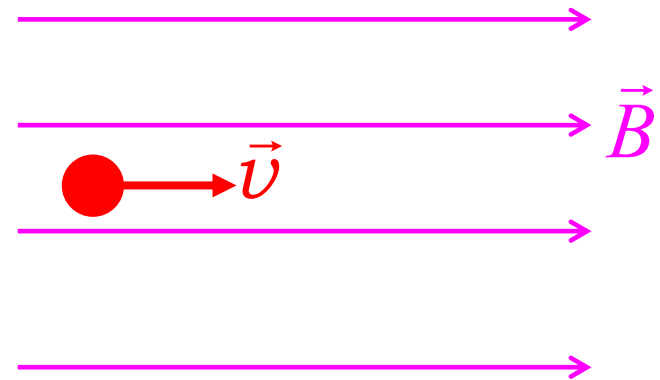


- 1895年，根据物质电结构的假说，创立了经典电子论。
- 在研究电子在磁场中所受的力的实验中确立了洛伦茨力。
- 预言了正常的塞曼效应，即磁场中的光源所发出的各谱线，受磁场的影响而分裂成多条的现象。
- 相对论中的洛伦茨变换，由洛伦茨首先提出，爱因斯坦赋予新的意义。

## 5.2 带电粒子在磁场中的运动

### 1、速度方向与磁场方向平行

粒子作匀速直线运动



### 2、速度方向与磁场方向垂直

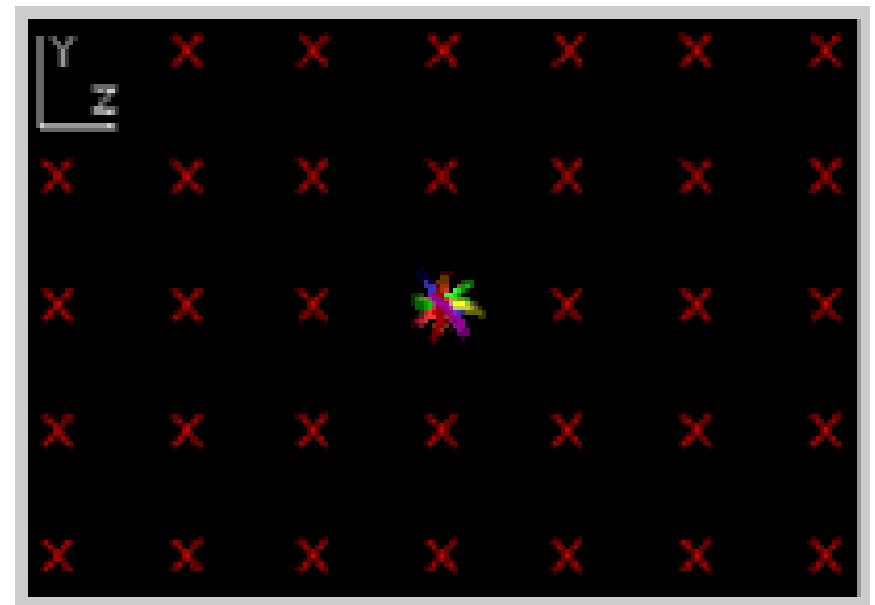
洛伦茨力  $F_m = qvB$

方向：垂直于速度

匀速圆周运动  $qvB = m \frac{v^2}{R}$

$R = \frac{mv}{qB}$  回旋半径

回旋周期  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$



$T$ 与 $v$ 无关

**选择题： #S2402.**

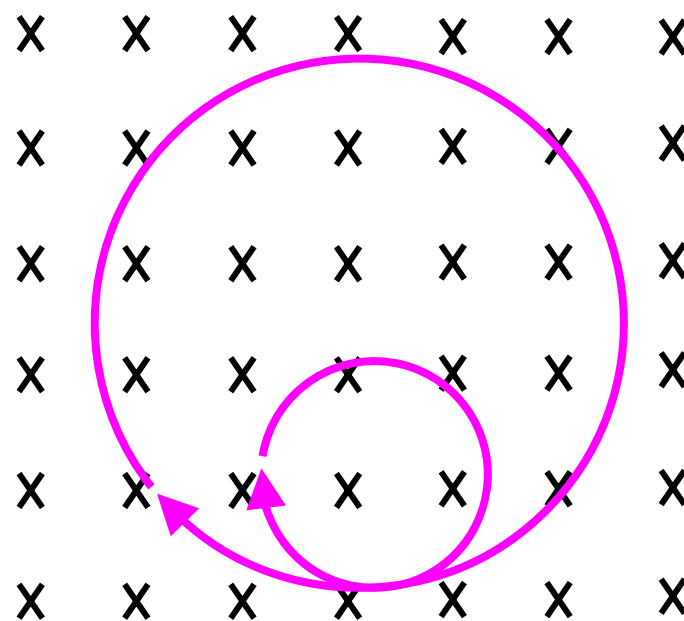
匀强磁场中，一电子枪同时射出两个电子甲和乙，初速度分别为 $v$ 和 $2v$ ，下列说法正确的是：

- ① 乙的速度大，故乙先回到出发点；
- ② 甲的速度小，甲做圆周运动的半径小；
- ③ 两者同时回到出发点；
- ④ 两者圆周运动的半径相同；
- ⑤ 两者的轨迹为同心圆。

选择题： #S2403.

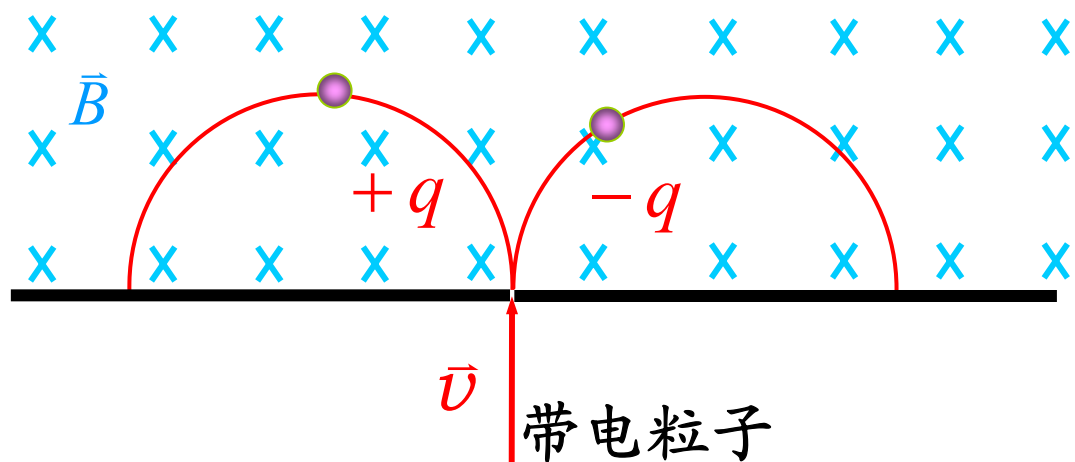
图示为两带电粒子在匀强磁场中的运动轨迹，则

- ① 两者的速度大小必然不同；
- ② 两者的动量大小必然不同；
- ③ 两者的周期相同；
- ④ 两者的电荷同号。



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{负电荷受力方向与叉乘方向相反}$$

- 根据带电粒子的偏转方向来判别所带电荷的正负



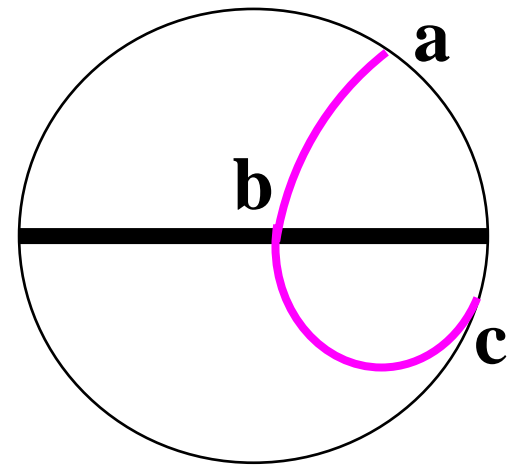
1930年，英国物理学家狄拉克从理论上预言了正电子的存在。

1932年，美国物理学家安德森在分析宇宙射线穿过位于云室的铅块后的照片时，发现了正电子。

**选择题： #S2404.**

如图为云室的照片(示意图), 显示出一带电粒子的径迹, 云室内加有垂直于纸面向里的磁场, 中央部分为一水平放置的铅版, 带电粒子穿过铅板将损失动能。由图可知:

- ① 粒子的运动为  $a \rightarrow b \rightarrow c$ ;
- ② 粒子的运动为  $c \rightarrow b \rightarrow a$ ;
- ③ 粒子所带电荷为正;
- ④ 粒子所带电荷为负。



## 选择题： #S2405.

电量为 $q$ 的粒子处于均匀磁场中，  
下列关于洛伦茨力的说法正确的是：

- ① 若粒子未受到洛伦茨力，说明没有磁场；
- ② 若粒子电量变为 $-q$ ，速度也反向，则力反向；
- ③ 带电粒子可以在磁场中保持静止不动；
- ④ 洛伦茨力不做功，粒子的动能和动量都不变；
- ⑤ 洛伦茨力总与速度方向垂直，所以带电粒子作圆周运动；

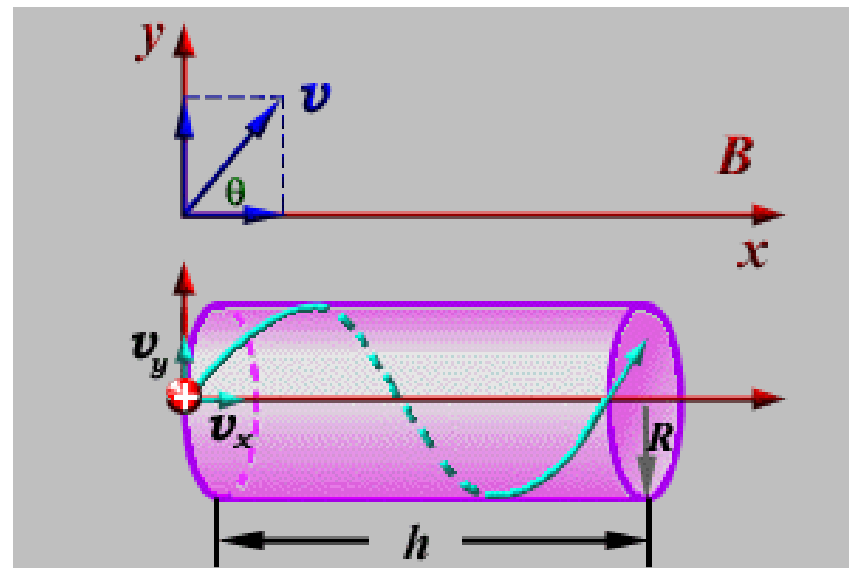


### 3、速度方向与磁场方向有夹角

$$\begin{cases} v_x = v \cos \theta & \text{匀速直线运动} \\ v_y = v \sin \theta & \text{匀速圆周运动} \end{cases}$$

粒子沿螺旋线向前运动

$$\text{回旋半径 } R = \frac{mv_y}{qB} = \frac{mv}{qB} \sin \theta$$



➤磁约束效应:  $R \propto \frac{1}{B}$  强磁场可把带电粒子约束在一根磁场线附近。

•螺距——粒子回转一周所前进的距离

$$h = v_x T = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \theta$$

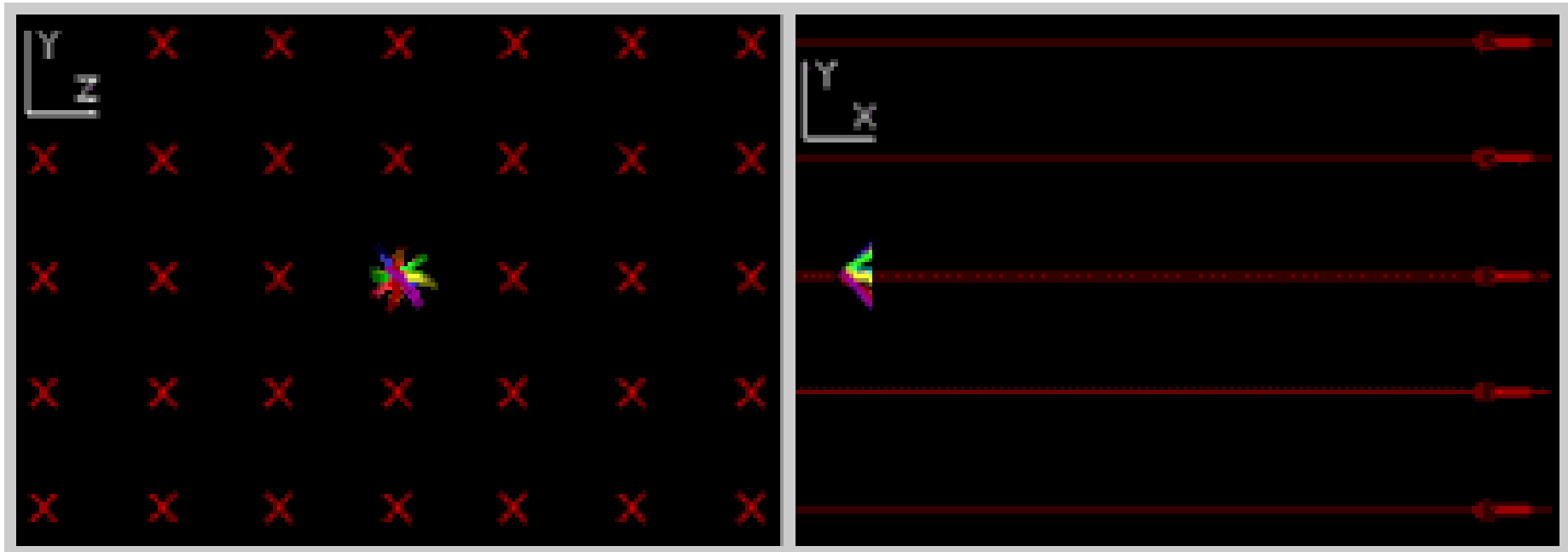
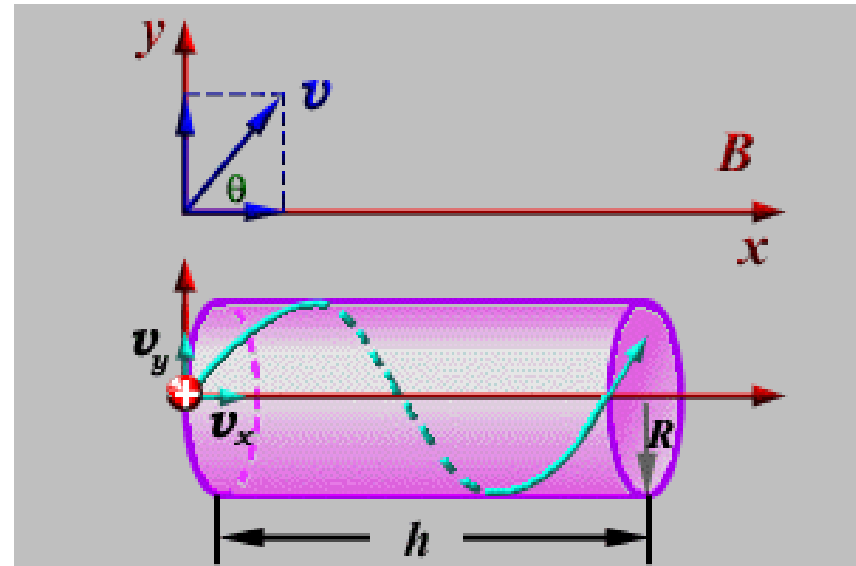
与  $v_y$  无关, 只要各粒子的  $T$ 、 $v_x$  相同, 则其螺距相同

➤磁聚焦效应:

每转一周粒子都相交于一点

磁透镜:

在电子显微镜中起类似透镜的作用。



## ➤磁镜效应

电子进入轴对称会聚磁场

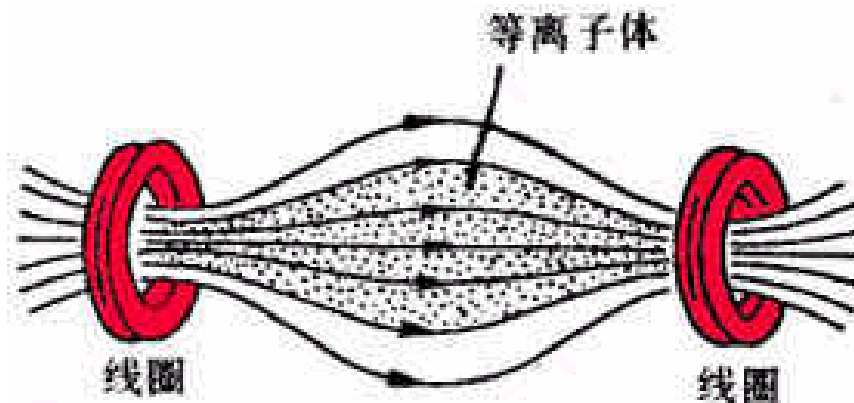
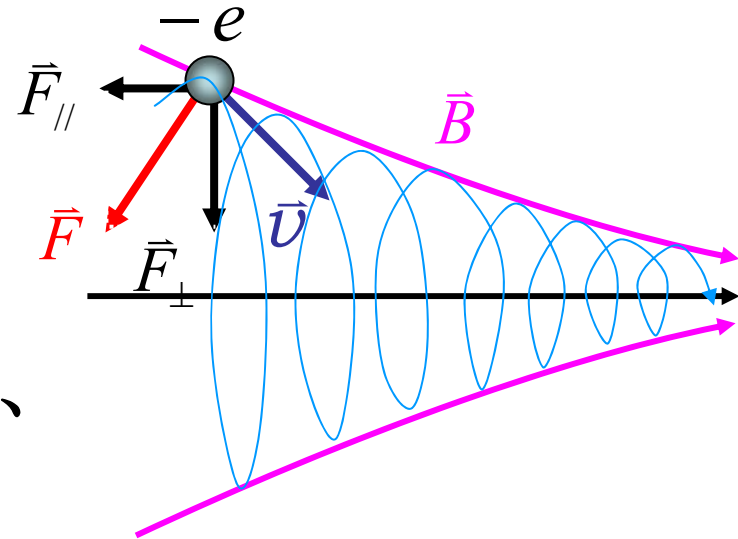
$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

由于磁场变强(密), 回转半径、  
回转周期逐渐变小

周期变小→角速度变大, 所以不是匀速圆周运动

由于 $F_{//}$ 前进速度不断减小, 终使粒子被“反射”回来

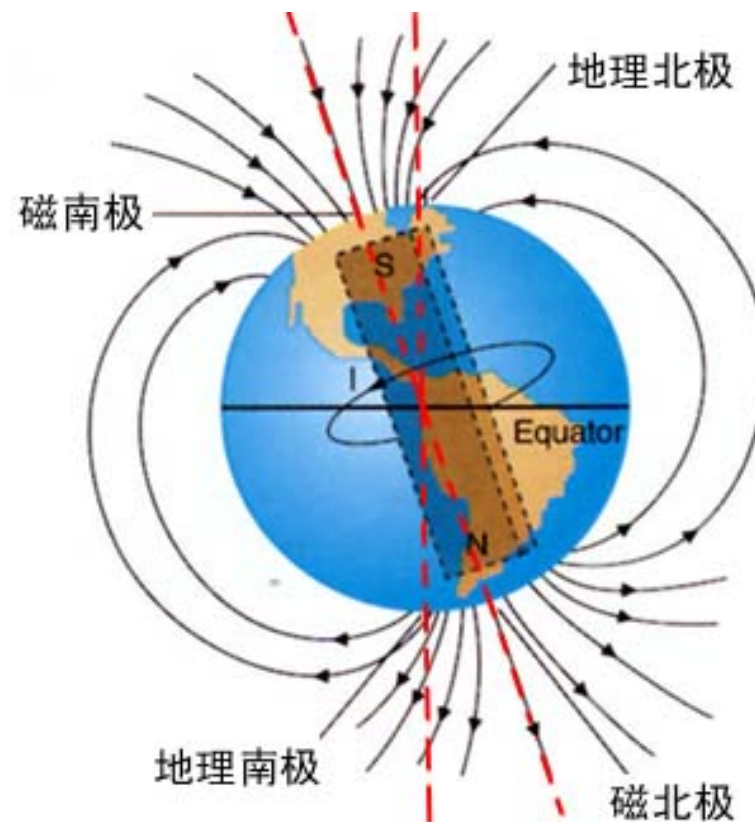
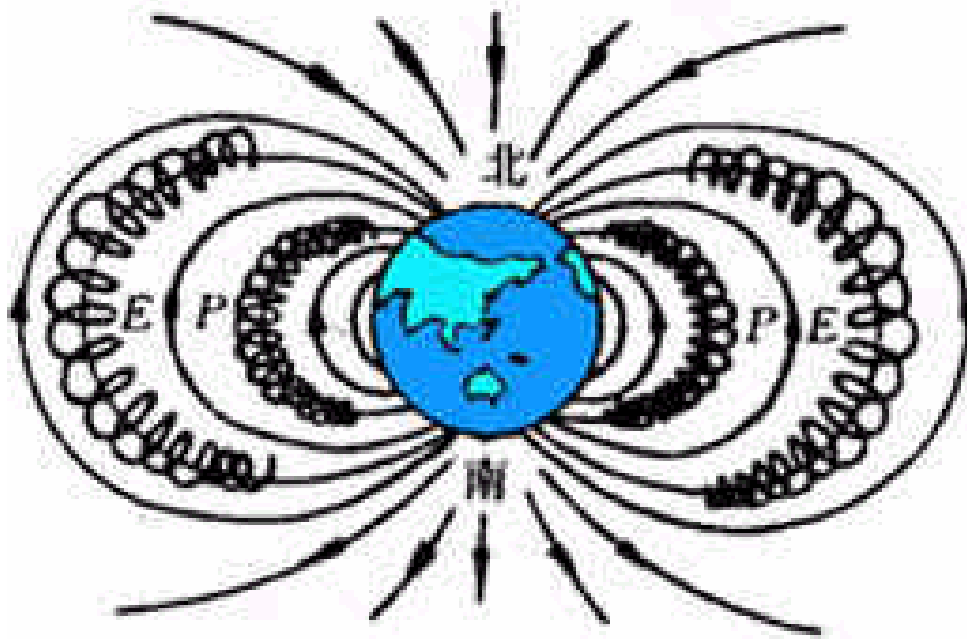
磁瓶: 带电粒子在两“磁镜”之间来回振荡而无法逃逸



用于受控  
热核反应中

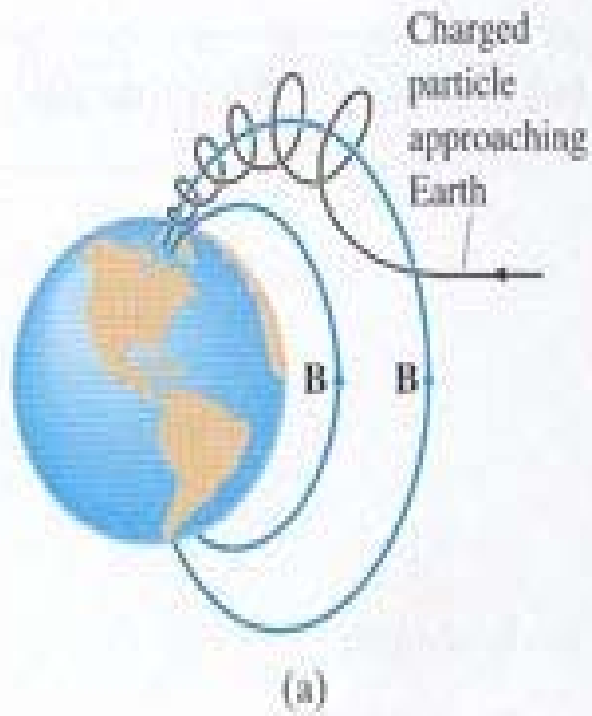
## 地球的磁约束效应 —— 天然磁瓶

地磁场，两极强，中间弱，是天然的磁约束捕集器，它使来自宇宙射线和“太阳风”的带电粒子在地磁南、北两极之间来回振荡。



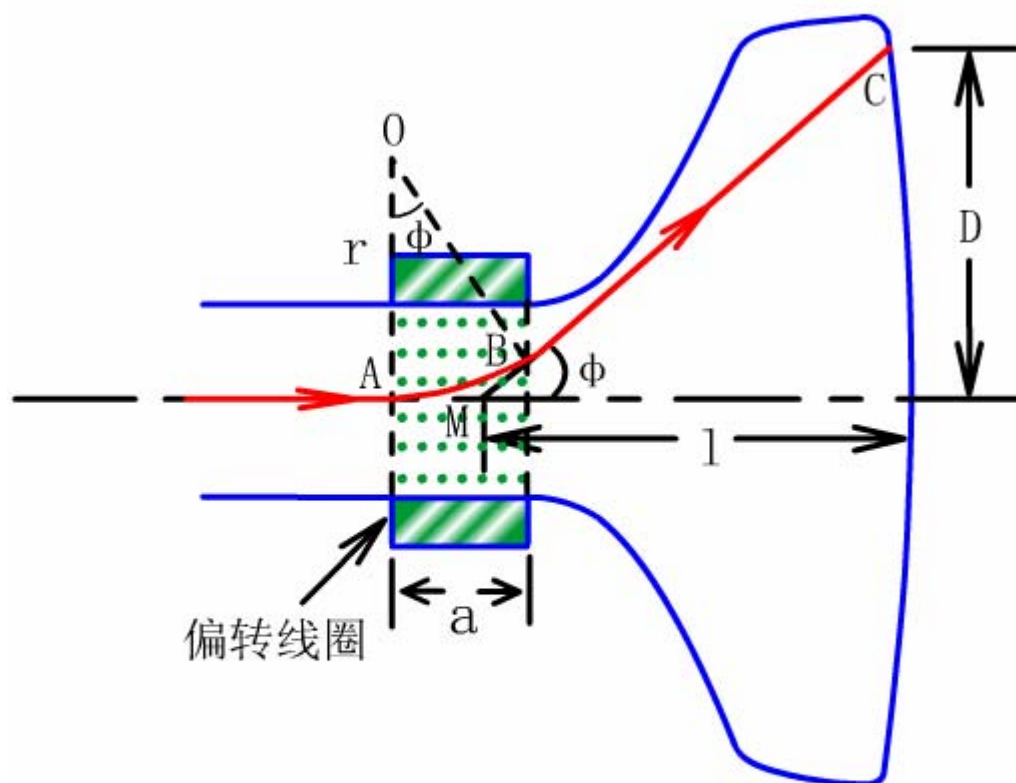
地磁场将来自宇宙空间能致生物于死命的各种高能粒子或射线捕获住，使地球上的生物安全地生存下来。

**FIGURE 20-19** (a) Diagram showing a charged particle approaching the Earth which is "captured" by the magnetic field of the Earth. Such particles follow the field lines toward the poles as shown. (b) Photo of aurora borealis.



高纬地区出现的**极光**是高速粒子与大气相互作用引起的

## ►电视机显像管



$M$  : 偏转中心  
 $\phi$  : 偏转角  
 $D$  : 偏转距离  
 $l$  : 偏转半径  
 $a$  : 偏转区间  
 $r$  : 圆弧的半径 ( $OA$  或  $OB$ )  
 $O$  :  $\widehat{AB}$  圆弧的圆心  
 $\widehat{AB}$  : 圆弧轨迹 (偏转区内电子运动路线)  
 $\overline{BC}$  : 直线轨迹 (偏转区外电子运动路线)

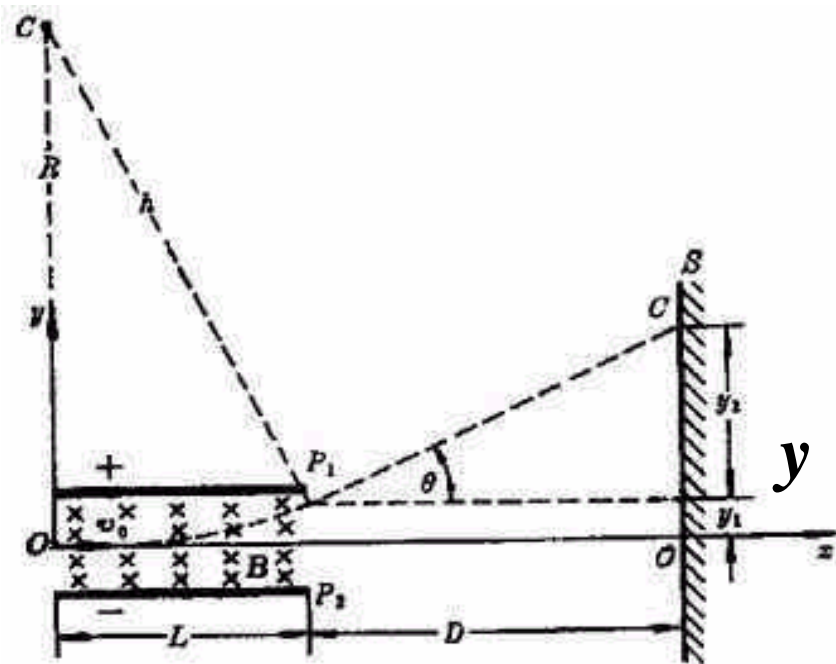
● 显像管内电子束的偏转静态图 ● 动画演示

## \*带电粒子在电场和磁场中的运动

### ➤电子荷质比 ( $e/m$ ) 的测定

电子的电量和质量是电子基本属性，对电子的电量、质量和两者的比值(即比荷)的测定有重要的意义。

**1897年J.J. Thomson**在卡文迪什实验室通过荷质比的测量发现了电子的存在，为此获得了**1906年Nobel奖**。



$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2} \cdot y \left( LD + \frac{L^2}{2} \right)^{-1}$$

对于速度不太大的电子

$$\frac{e}{m} = 1.759 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

➤质谱仪 用于分析同位素的仪器

由英国物理学家与化学家阿斯顿于1919年创造，  
为此阿斯顿于1922年获诺贝尔化学奖。

从离子源出来的离子经过 $S_1$ 、 $S_2$ 加速  
进入电场和磁场空间

若离子带电 $+q$ ，则电荷受力：

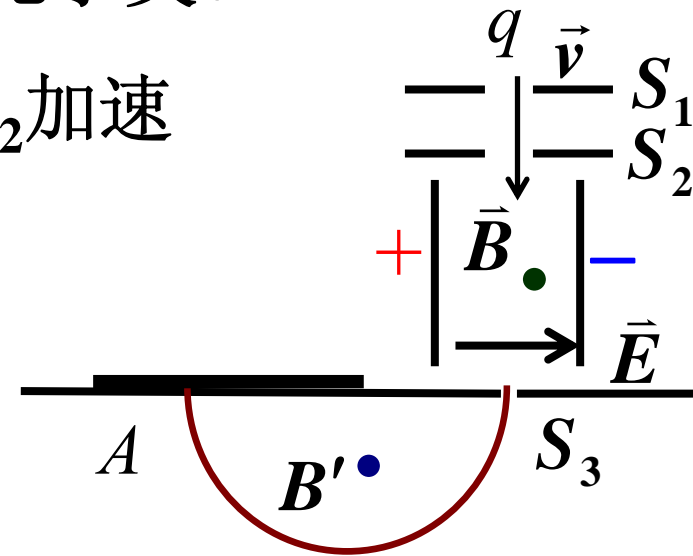
洛伦茨力： $qvB$

电场力： $qE$

若要离子能通过 $S_3$ 进入下面的磁场  $qvB=qE$

$$v = \frac{E}{B}$$

速度选择器



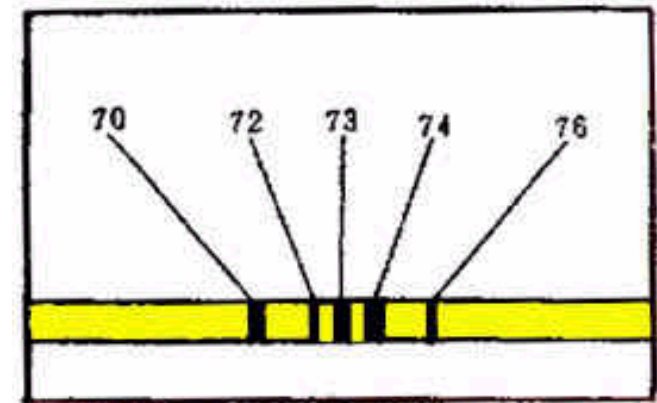
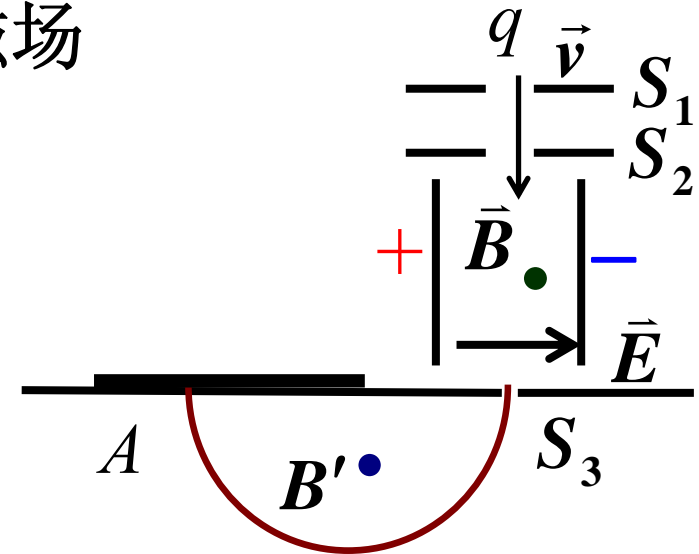


经过速度选择器后，离子进入磁场  
 $B'$ 中做半径为 $R$ 的圆周运动

$$qvB' = m \frac{v^2}{R} \quad v = \frac{E}{B}$$

$$m = \frac{qB'R}{v} = \frac{qB'RB}{E} \sim R$$

- 若每个离子所带电量相等，由谱线的位置可以确定同位素的质量。
- 由感光片上谱线的黑度，可以确定同位素的相对含量。



锆的质谱

## ➤回旋加速器

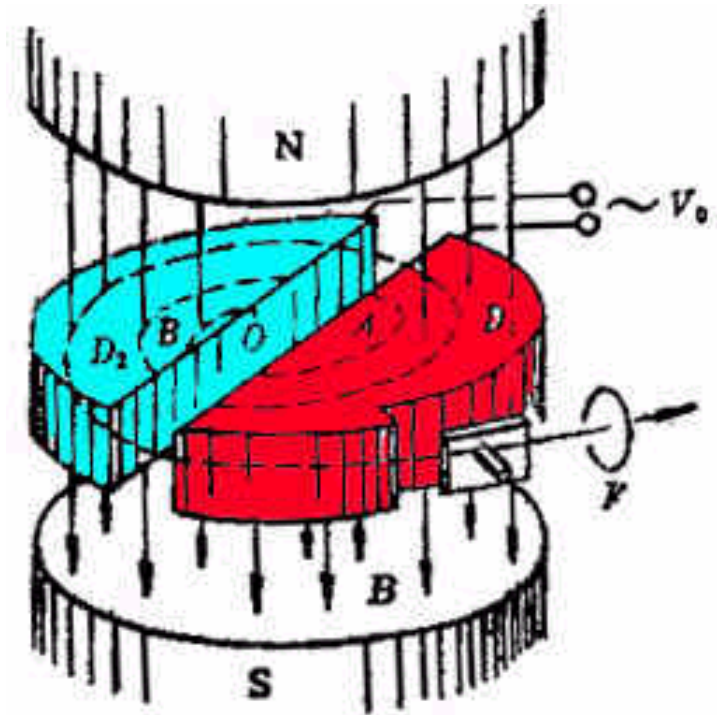
用来获得高能带电粒子——轰击原子核或其它粒子，  
观察其中的反应，研究原子核或其它粒子的性质

美国物理学家劳伦斯于**1932**年研制成功第一台加速器  
劳伦斯于**1939**年获诺贝尔物理学奖。

密封在真空中的两个金属盒

（ $D_1$ 和 $D_2$ ）放在电磁铁两极间的  
强大磁场中，使得带电粒子  
在盒中做圆周运动

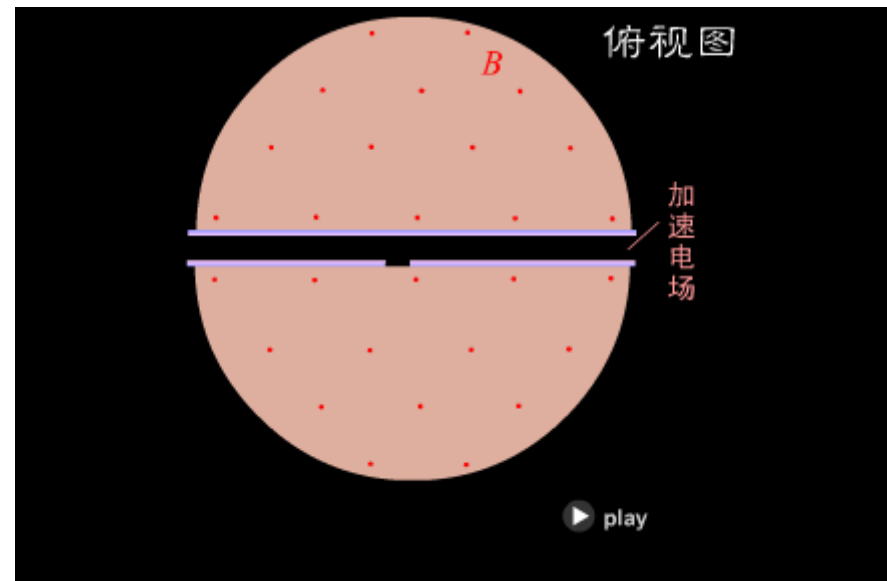
两盒之间接有交流电源，  
从而在两盒之间的间隙处存在  
着交变电场，  
带电粒子来回通过此交变电场  
时总会被加速。



若交变电场的周期等于回旋周期，粒子绕过半圈恰好  
电场反向

粒子经过电场被加速→  
回转半径增大，回转周  
期不变→反复加速

直到粒子到达半圆形盒子的  
边缘，引出加速器。



此时，粒子的速率为（ $R_0$ 为最大半径）  $v = \frac{qBR_0}{m}$

$$\text{粒子动能 } E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{BqR_0}{m}\right)^2 = \frac{q^2B^2R_0^2}{2m}$$

增大电磁铁的截面（即增大半圆盒的面积），可以增大  
粒子的能量，但实际上这是很困难的。

## 5.3 霍耳效应

1879年美国人霍耳发现在载流导体板上，若垂直于板面施加一磁场，则板面两侧会出现微弱电势差。

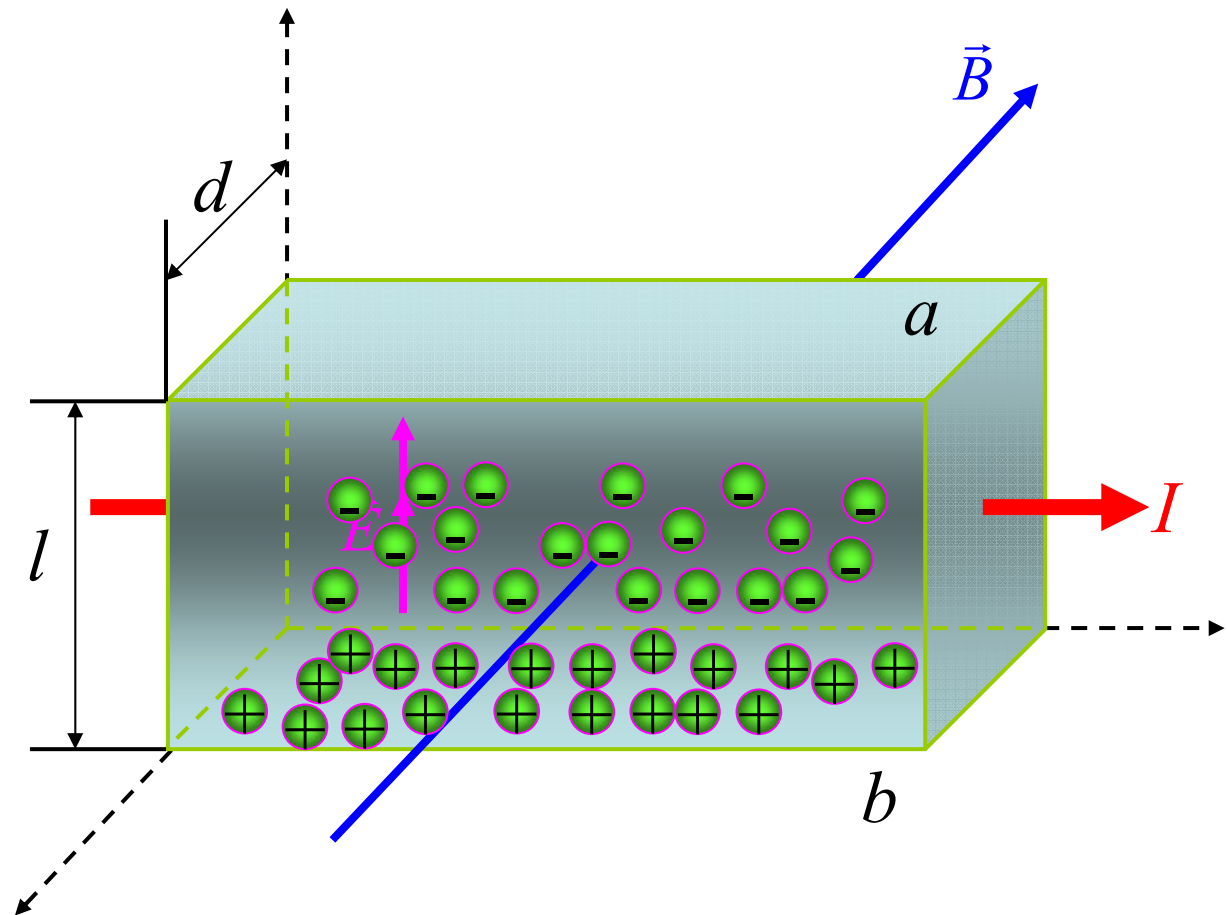
### 1. 实验结果

$$U_{ab} = R_H \frac{IB}{d}$$

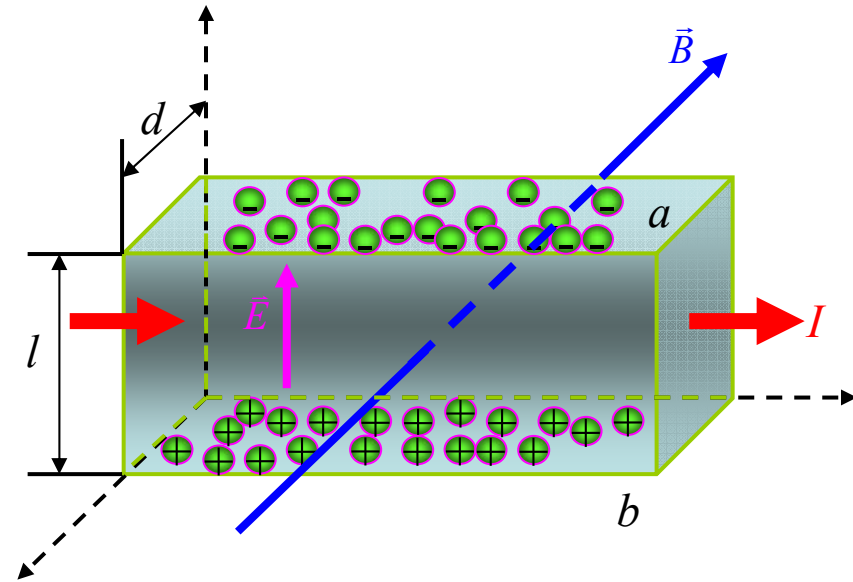
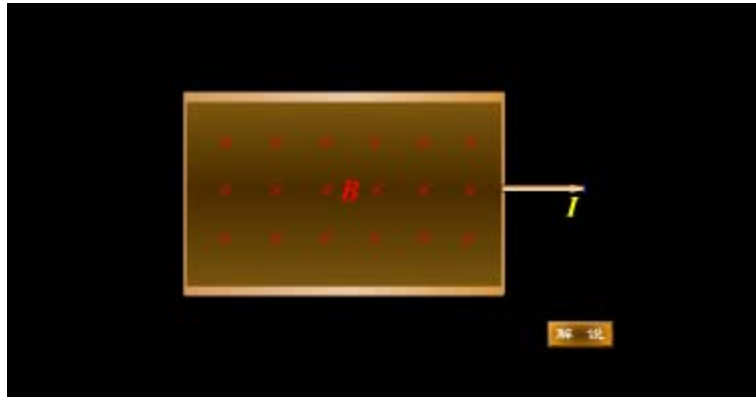
$R_H$  霍耳系数

### 2. 物理机制

磁场中的洛伦茨力  
使电子发生偏转  
→ 霍耳电场  
→ 阻碍电子偏转



### 3. 定量分析

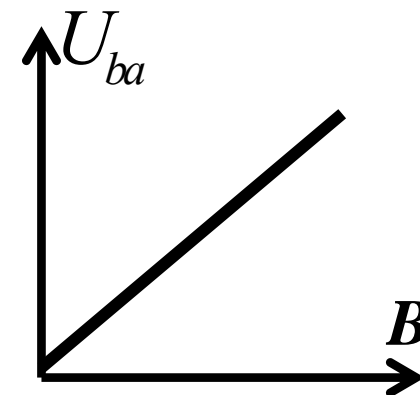


$F_e = F_m$  时，电子的漂移运动达到动态平衡

$$eE = evB \longrightarrow E = vB \quad U_{ab} = -El = -vBl$$

$$I = jS = nevld \longrightarrow v = \frac{I}{neld}$$

$$U_{ab} = -\frac{1}{ne} \frac{IB}{d} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d} \longrightarrow R_H = \frac{1}{nq}$$

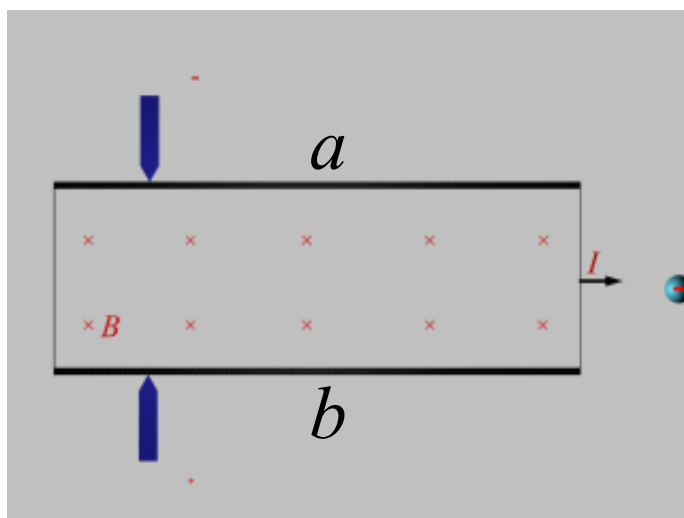


## 4. 霍耳效应的应用

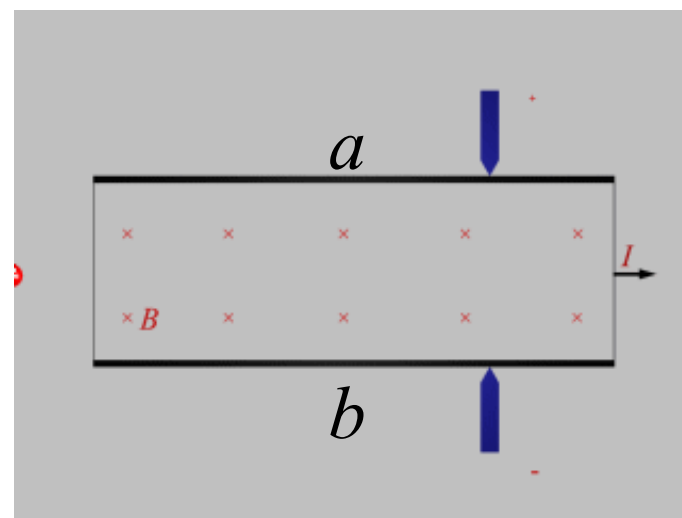
$$U_{ab} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$$

半导体的载流子浓度 $n$ 小于金属电子的浓度，霍耳系数较大，是研究半导体的重要方法之一。

- 测量 $U_{ab}$  → 磁感应强度 $B$ 、电流 $I$ 、载流子浓度 $n$
- 由霍尔系数的正负判定载流子类型。



$U_{ab} < 0$ ,  $R_H < 0$  N型半导体



$U_{ab} > 0$ ,  $R_H > 0$  P型半导体

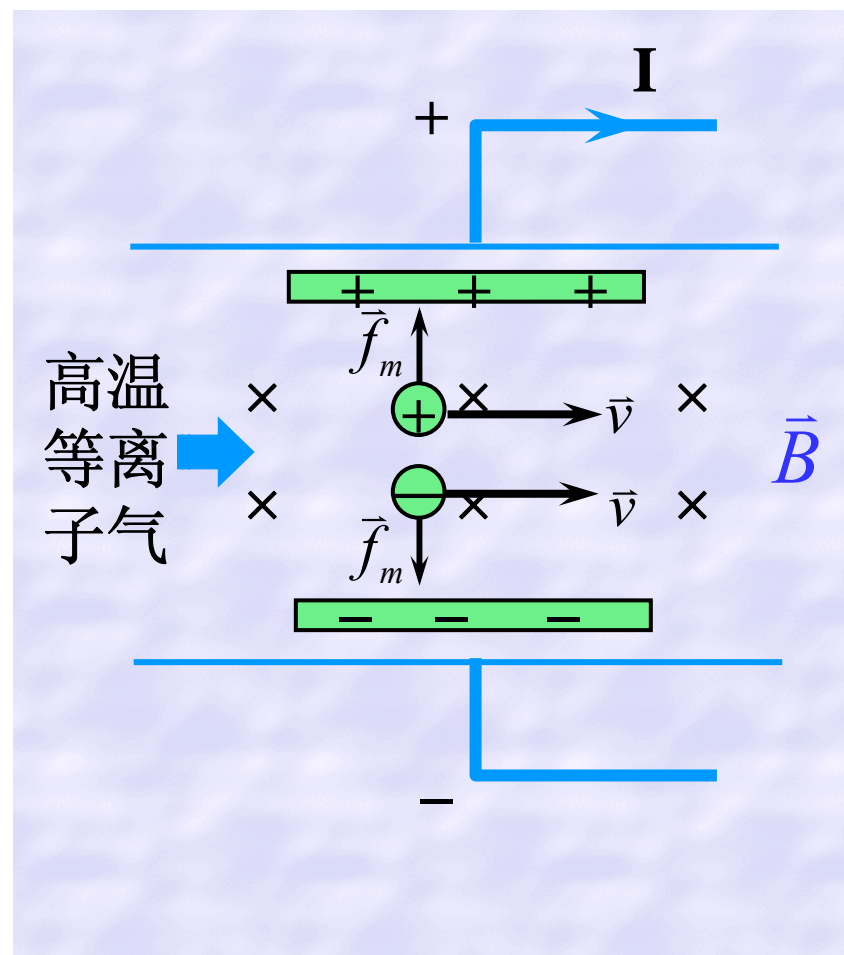
## •磁流体发电

除了在固体中有霍尔效应外，在导电流体中同样也会产生霍尔效应

气体在**3000K**高温下将发生电离，成为正、负离子，将等离子气体以**1000m/s**的速度进入均匀磁场**B**中

正电荷聚集在上板，  
负电荷聚集在下板，  
因而可向外供电。

优点：无机械转动损耗，  
可以提高发电效率



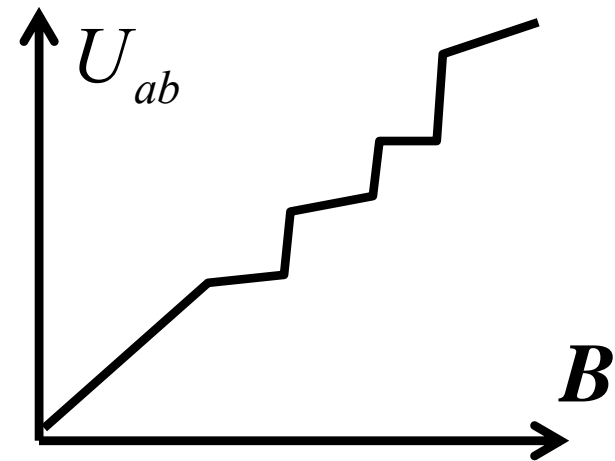
## 5. 量子霍耳效应

1980年德国物理学家克利青在低温(1.5K)和强磁场(19T)条件下，发现霍耳电压与磁场的关系，不再是线性的，而是台阶式的非线性关系

$$R_H = \frac{h}{ke^2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

$h$ 为普朗克常数

为此克利青获1985年诺贝尔奖。



1982年，美国物理学家崔琦、施特默又发现了分数量子霍耳效应，它与分数电荷的存在与否有关，获1998年诺贝尔物理奖。



## § 6 磁场对电流的作用

### 6.1 磁场对载流导线的作用

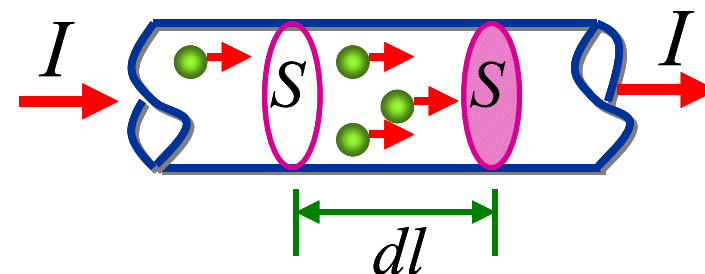
运动电荷在磁场中受洛伦茨力  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$

电流元  $I d\vec{l}$  在磁场中所受的力等于  $nSdl$  个粒子所受的力

$$d\vec{F} = nSdlq\vec{v} \times \vec{B} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$I = nqvS$$

——安培力

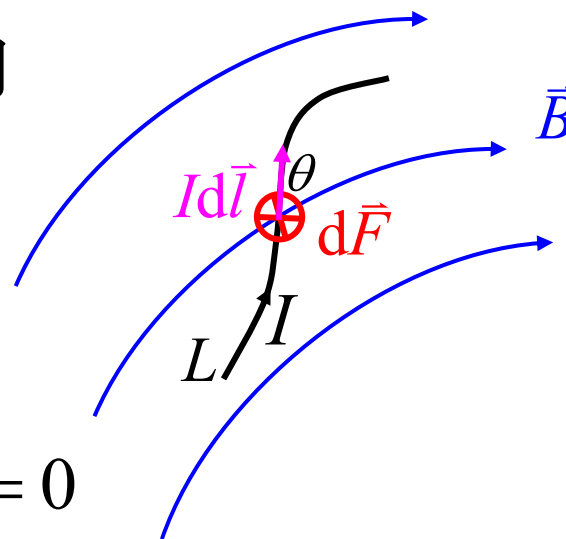


- 不论电荷正负，受力总是叉乘的方向

- 对于一段载流导线  $\vec{F} = \int (I d\vec{l} \times \vec{B})$

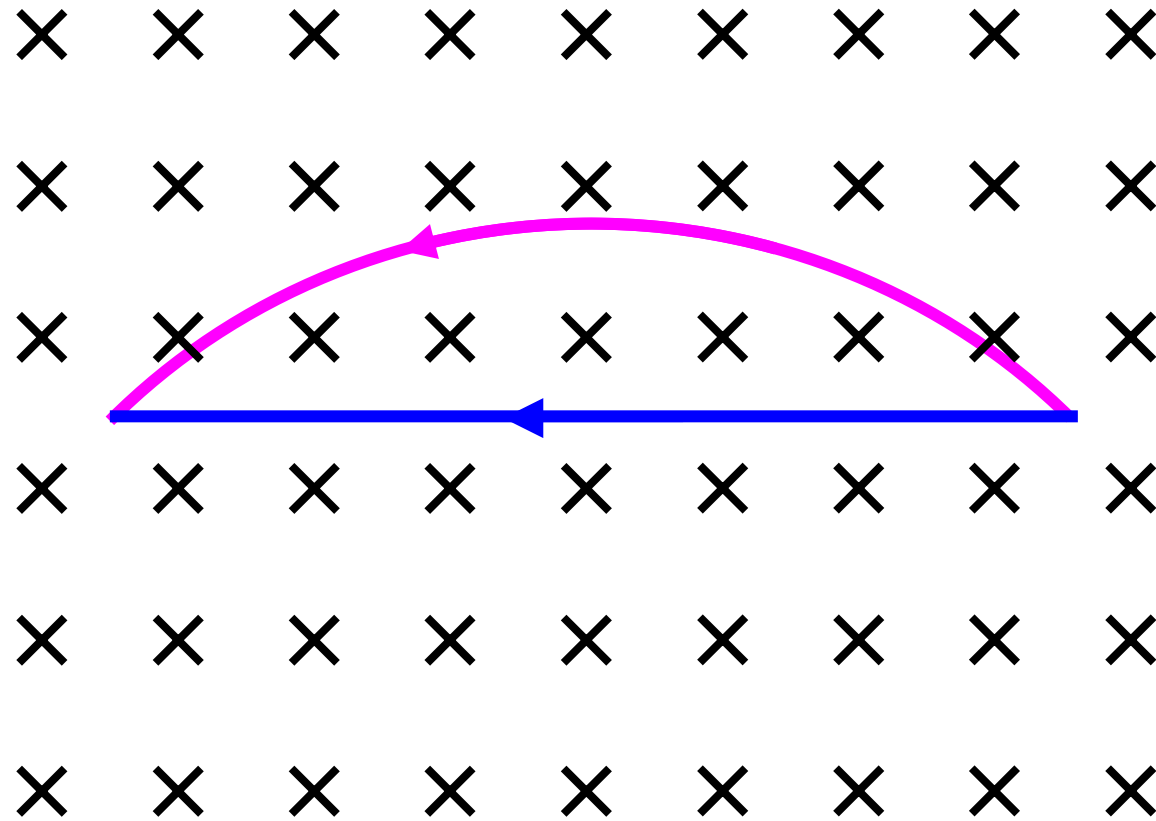
- 若磁场为匀强磁场  $\vec{F} = (I \int d\vec{l}) \times \vec{B}$

- 匀强磁场中的闭合电流  $\vec{F} = (I \oint d\vec{l}) \times \vec{B} = 0$



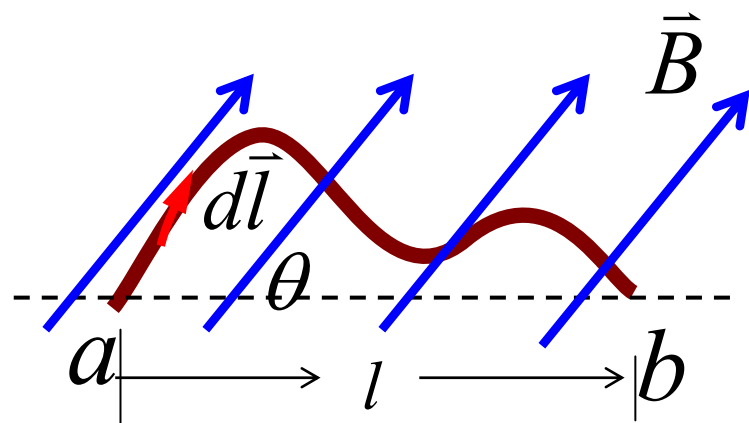
判断题： #T2403.

如图所示，载有同样电流 $I$ 的圆弧导线和直导线在同一匀强磁场中的受力相同。



**例：**有一段弯曲导线  $ab$   
通有电流  $I$

**求：**此导线在如图所示  
均匀磁场中受的力？  
(导线与  $\vec{B}$  在同一平面内)



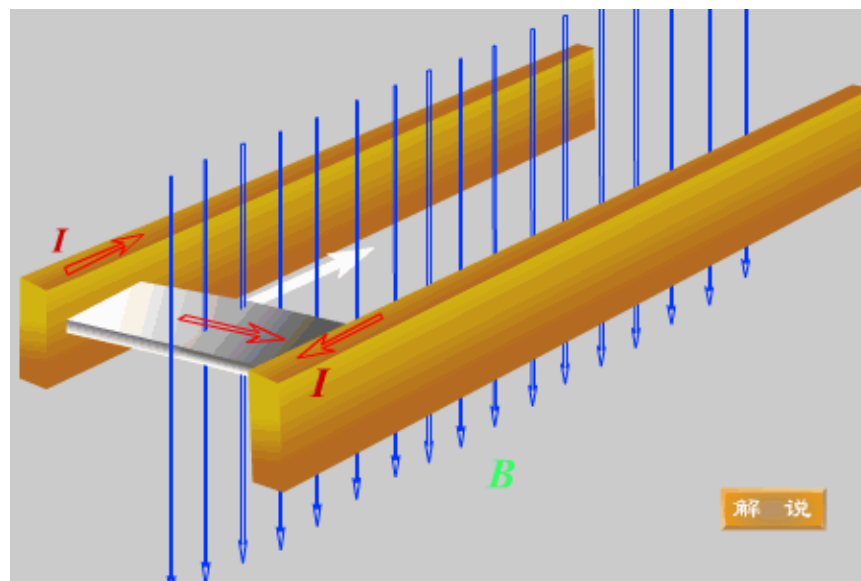
- 电磁炮利用安培力将弹头发射出去。
- 优点：速度大，无声响，无烟尘。

**解：**

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B} \\ &= I \left( \int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} \\ &= I \vec{l} \times \vec{B}\end{aligned}$$

$$F = IlB \sin \theta$$

方向垂直于纸面向外



例：两根平行的无限长直载流导线，相距为  $d$

求：每单位长度线段所受的作用力。

解：电流  $I_1$  在电流  $I_2$  处所产生的磁场

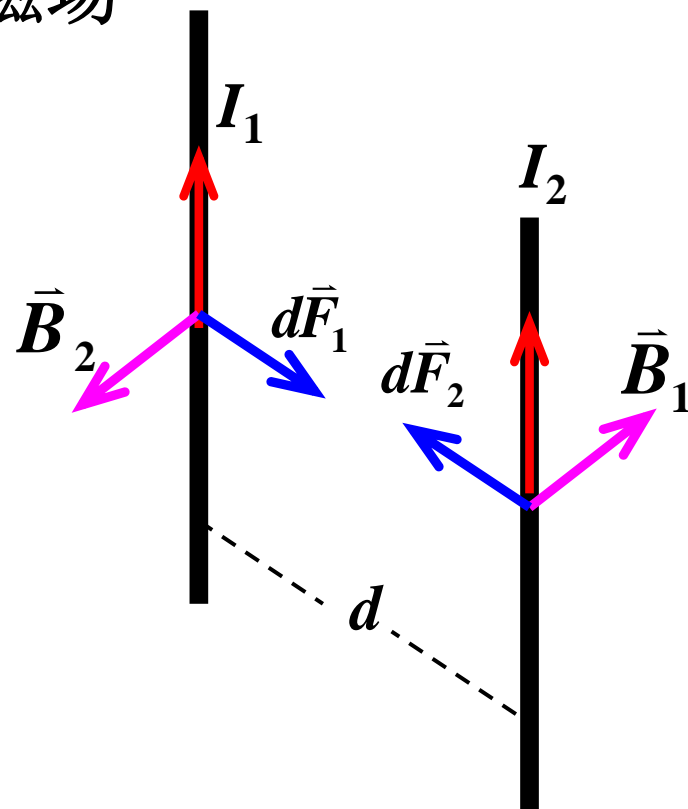
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

导线2上  $dl_2$  长度受力为

$$dF_2 = B_1 I_2 dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl_2$$

导线2上单位长度受力为

$$\frac{dF_2}{dl_2} = B_1 I_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$



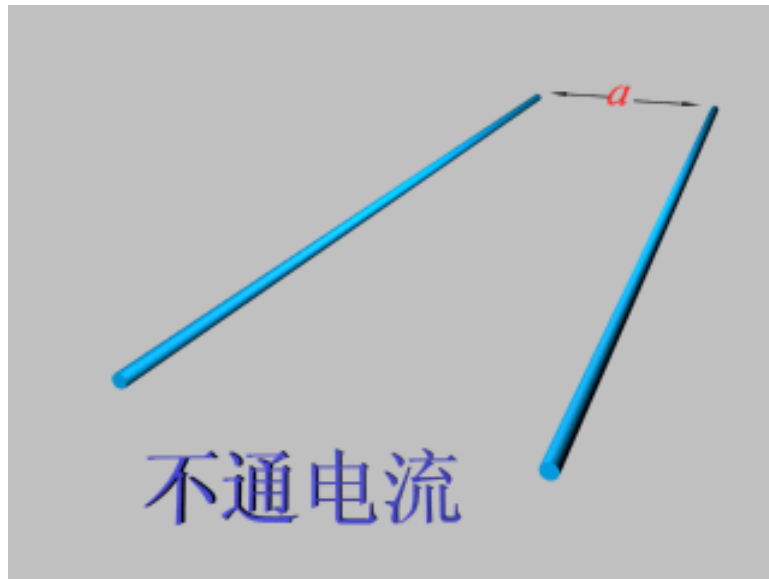
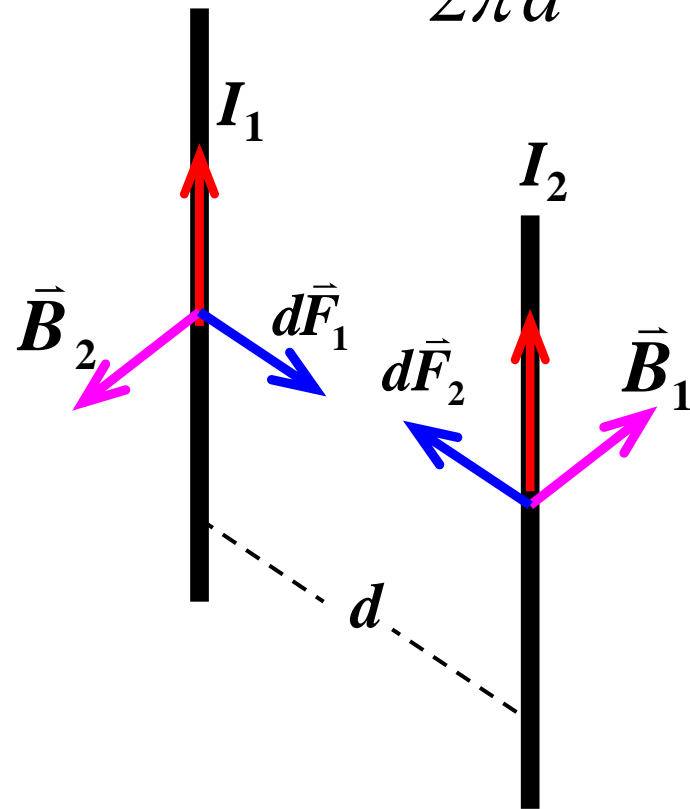
方向指向导线1

电流  $I_2$  在电流  $I_1$  处所产生的磁场为:  $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$

$$dF_1 = B_2 I_1 dl_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi d} dl_1$$

方向指向导线2

$$\frac{dF_1}{dl_1} = B_2 I_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi d}$$

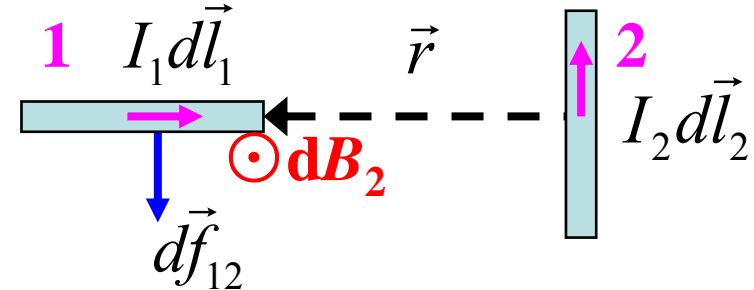


相距1m, 同向电流, 大小相等, 每单位长度上的吸引力为  $2 \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ , 规定这个电流为1A

**例：**求一对垂直电流元之间的相互作用力，如图，其中电流元1沿连线，电流2元垂直于连线。

**解：**电流元**2对1**的作用：

由Biot-Savart定律，电流元2在微元1处产生的磁场为



$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{e}_r}{r^2} \quad \text{大小} \quad dB_2 = \frac{\mu_0 I_2 dl_2}{4\pi r^2} \quad \text{方向向外}$$

电流元1受到的安培力  $d\vec{f}_{12} = I_1 d\vec{l}_1 \times d\vec{B}_2$  方向向下

电流元**1对2**的作用：电流元1在微元2处产生的磁场为

$$dB_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{e}_r}{r^2} = 0 \Leftarrow I_1 d\vec{l}_1 \parallel \vec{e}_r \quad d\vec{f}_{21} = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1 = 0$$

牛顿第三定律不成立，但对闭合的载流回路仍然成立。

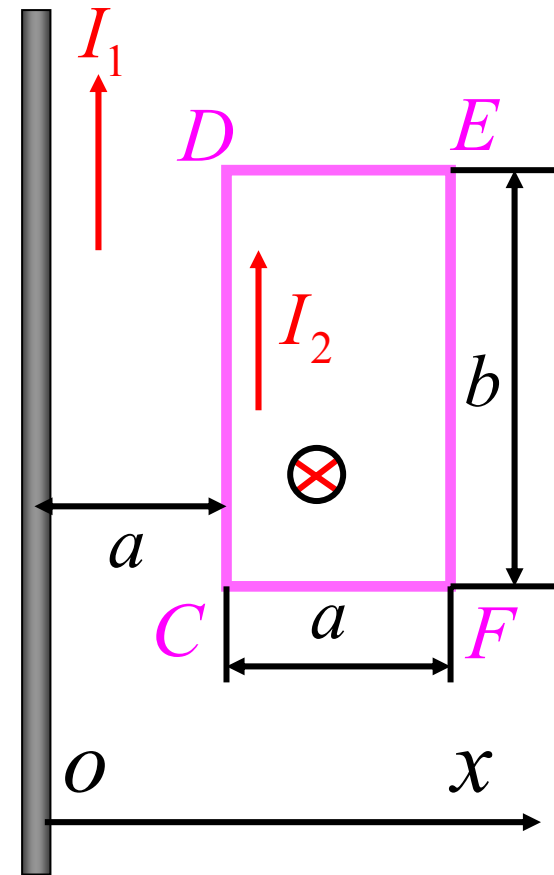
**例：**求一载流导线框在无限长直导线产生的磁场中的受力和运动趋势。

**解：**  $\overline{CD}$   $f_1 = I_2 b B_1 = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$  向左

$\overline{EF}$   $f_3 = I_2 b B_3 = I_2 b \frac{\mu_0 I_1}{4\pi a}$  向右

$\overline{DE}$   $f_2 = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dx$   
 $= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln 2$  向上

$\overline{CF}$   $f_4 = f_2$  向下



整个线圈所受的合力： $\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \vec{f}_4 = \vec{f}_1 + \vec{f}_3$

$|\vec{f}_1| > |\vec{f}_3|$   线圈向左做平动

## 6.2 均匀磁场对平面载流线圈的作用

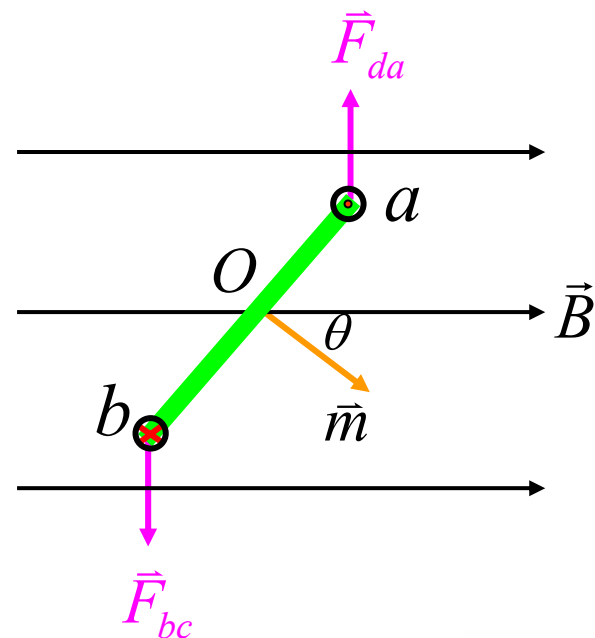
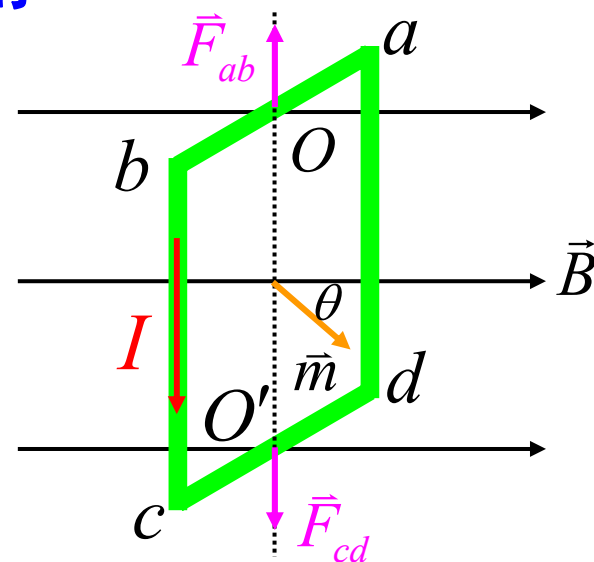
### 刚性矩形载流线圈

$$\left. \begin{aligned} F_{ab} &= I \overline{ab} B \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \\ F_{cd} &= I \overline{cd} B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{大小相等,} \\ \text{方向相反} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{bc} &= I \overline{bc} B \quad \text{向外} \\ F_{da} &= I \overline{da} B \quad \text{向内} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{大小相等,} \\ \text{方向相反} \end{array}$$

线圈所受的安培力为零，无平动

$F_{bc} = F_{da}$  形成力偶，发生转动



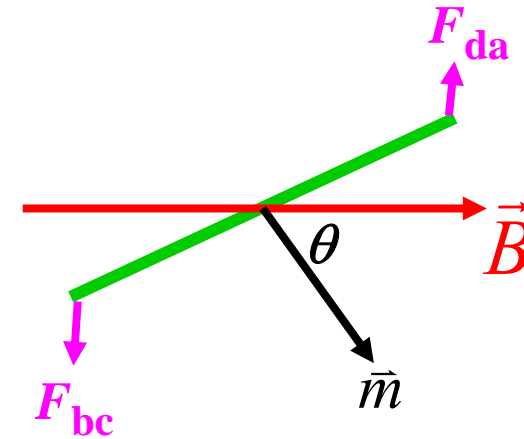


## 线圈所受磁力矩

$$M = F_{da} \overline{ab} \sin \theta = I \overline{da} B \overline{ab} \sin \theta$$

$$= ISB \sin \theta = mB \sin \theta \quad \leftarrow \vec{m} = I\vec{S}$$

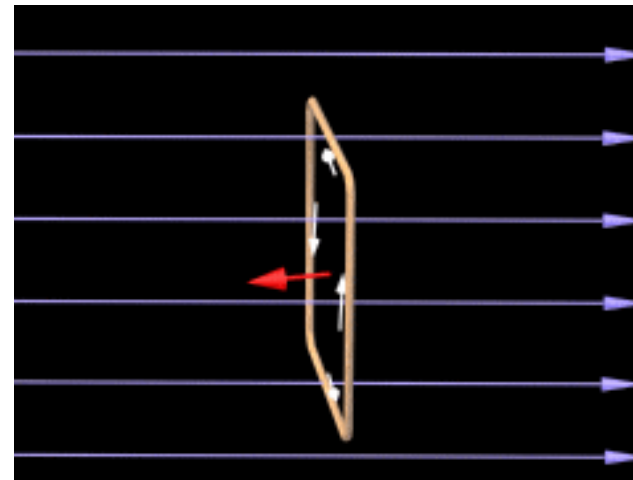
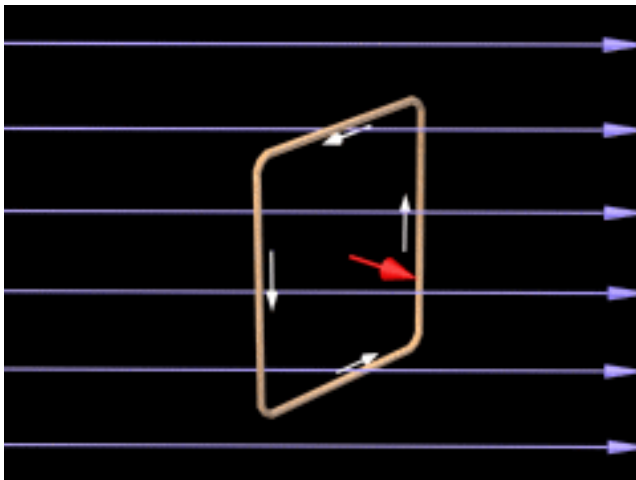
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$



$\theta = \pi/2$ , 线圈平面与磁场平行,  $\Phi = 0$ ,  $M_{\max} = ISB$

$\theta = 0$ , 线圈平面与磁场垂直,  $\Phi = BS$ ,  $M = 0$ , 平衡(稳定)

$\theta = \pi$ , 线圈平面与磁场垂直,  $\Phi = -BS$ ,  $M = 0$ , 平衡



## 选择题： #S2406.

关于磁场中的载流线圈，下列说法正确的是：

- ① 若线圈一动不动，说明该处没有磁场；
- ② 若线圈在磁场中两个不同位置受到的力矩相同，说明这两处的磁感应强度相等；
- ③ 在均匀磁场中放置三个形状不同的线圈，一个是三角形，一个是圆形，一个是矩形，三者的面积均为 $S$ ，电流均为 $I$ ，则三者受到的磁力矩相同；
- ④ 上一选项中的三个线圈受到的磁场力的合力一定都为0

## •磁电式电流计原理

在永久磁铁与圆柱体铁芯之间空隙内的磁场是径向的

线圈平面的法线方向总是与线圈所在处的磁场垂直

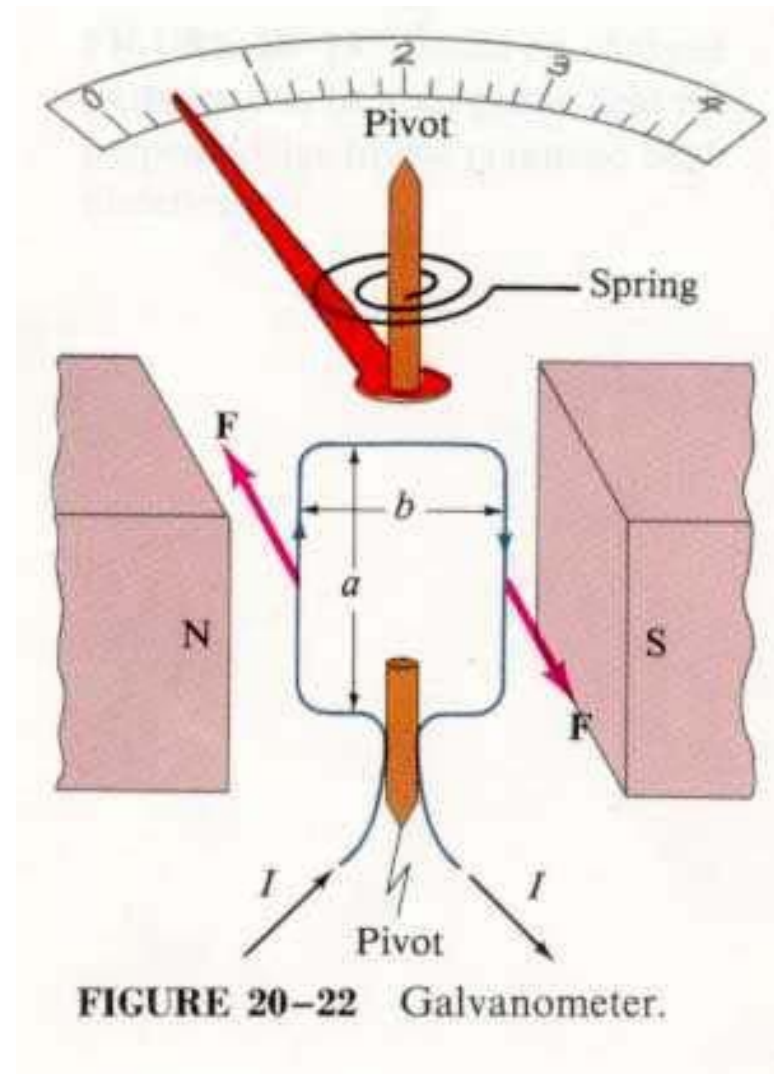
线圈受到的磁力矩

$$M = NBIS$$

当线圈受磁力矩作用转动时，  
旋丝卷紧，产生一个反抗力矩

$$M' = \alpha\theta \quad \alpha: \text{扭转常数}$$

$$\text{平衡时} \quad NBIS = \alpha\theta \quad I = \frac{\alpha}{NBS} \theta = k\theta \quad k \text{ 为常量}$$



## 6.3 磁力的功

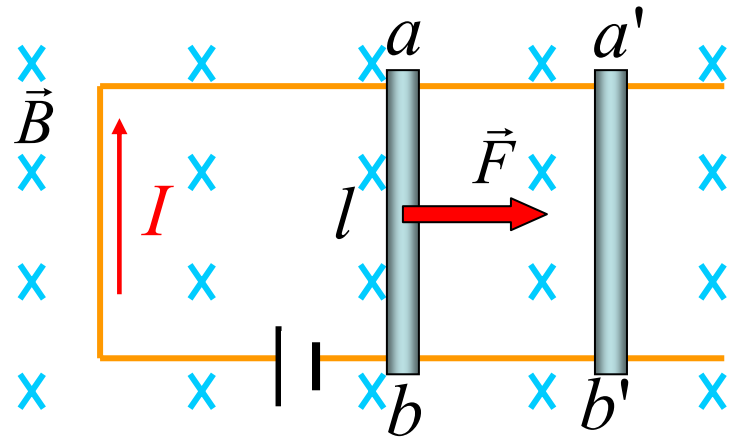
### 1. 磁场对载流导线的功

$$F = IlB \quad \text{方向向右}$$

在有限过程中，磁力的功

$$W = F \overline{aa'} = IlB \overline{aa'} = BI\Delta S = I\Delta\phi_m$$

磁力的功等于电流强度乘以穿过回路的磁通量的增量，  
或磁力的功等于电流强度乘以导线切割的磁场线条数。



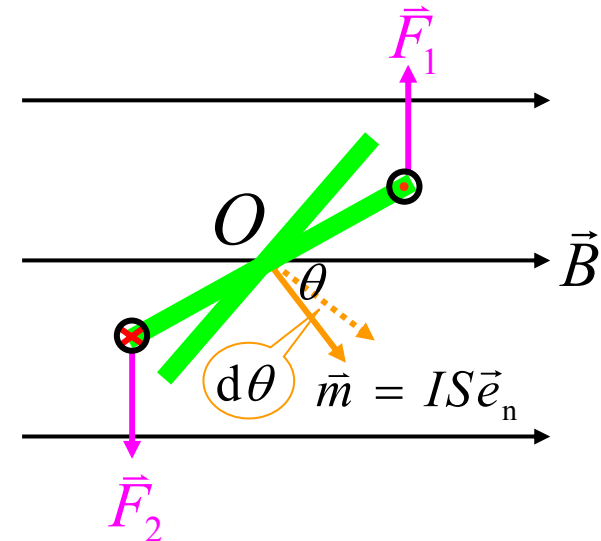
### 2. 磁场对载流线圈的功

$$M = mB \sin \theta$$

在元过程中，磁力矩所作的元功

$$dW = -M d\theta \quad \text{负号} \leftarrow \theta \text{角减小}$$

$$= -ISB \sin \theta d\theta = Id(BS \cos \theta) = Id\Phi_m$$



在有限过程中  $W = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} I d\Phi_m = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I\Delta\Phi_m$

### 3. 磁偶极子的势能

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

做功只与始末角度有关，不同角度对应不同的势能。

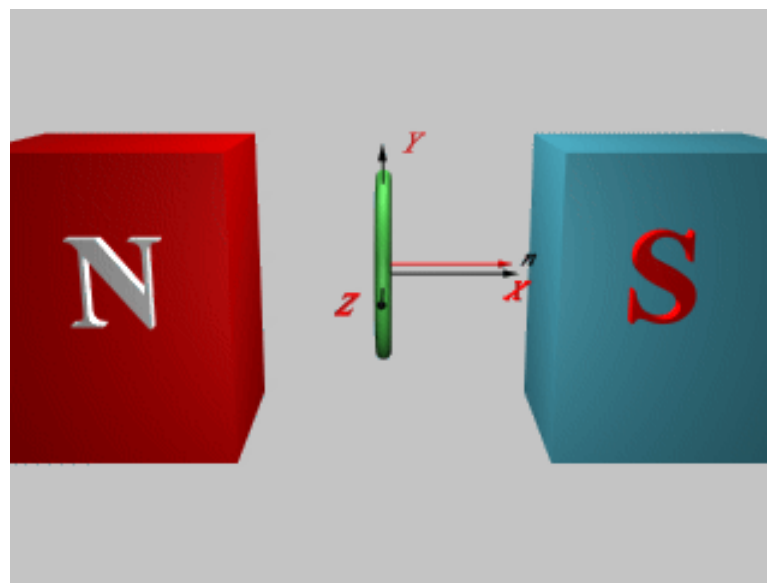
设磁矩与磁感应强度 $\mathbf{B}$  相互垂直时为势能零点

$$E_p = -\int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} M d\theta = -\int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} mB \sin \theta d\theta = -mB \cos \theta = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow E_p = -mB \quad \text{稳定平衡}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E_p = 0 \quad \text{势能零点}$$

$$\theta = \pi \Rightarrow E_p = mB \quad \text{非稳定平衡}$$



# 本章小结

## 1. 磁感应强度B

描述磁场的物理量磁感应强度  $\vec{B}$  是一矢量，  
其方向沿该点处静止小磁针的N极指向，  
其大小等于单位电流元在该点处受到的最大磁场力。

## 2. 毕奥—萨伐尔定律

(1) 毕奥—萨伐尔定律 
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

大小： 
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$
      方向：右手定则

对任意一段有限电流，其产生的磁感应强度

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

(2) 运动电荷的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

### 3. 磁通量和磁场的高斯定理

(1) 磁通量  $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

(2) 磁场的高斯定理  $\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$  （磁场是无源场）

## 4. 安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i \quad (\text{磁场是有旋场})$$

积分环路方向与电流方向满足右手螺旋关系时  $I_i > 0$ ，反之  $I_i < 0$

无限长载流直导线	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$
----------	------------------------------

圆电流圆心处	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
--------	--------------------------

无限大均匀载流平面	$B = \frac{1}{2} \mu_0 i$
-----------	---------------------------

无限长直螺线管内部	$B = \mu_0 n I$
-----------	-----------------



## 5. 磁场对运动电荷的作用

### (1) 磁场对运动电荷的作用

洛伦茨力  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

洛伦茨力始终与电荷运动方向垂直，对电荷不作功。

### (2) 霍耳效应

霍耳电压  $U_{ab} = R_H \frac{IB}{d}$

霍耳系数  $R_H = \frac{1}{nq}$

## 6. 磁场对电流的作用

(1) 安培力  $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

大小:  $dF = IdlB \sin \theta$

方向: 右手定则

### (2) 匀强磁场对平面载流线圈的作用

合力:  $\sum \vec{F} = 0$

磁力矩:  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$       磁矩  $\vec{m} = IS\vec{e}_n$

(3) 磁力的功  $W = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} Id\Phi_m = I\Delta\Phi_m$

(4) 磁偶极子在匀强磁场中的势能  $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$



作业:

P122

10, 11, 12,

24,

14, 17,

18, 19, 23