

# 北京邮电大学 2019—2020 学年第一学期

## 《信息安全数学基础》期中考试试题

**考试注意事项**

一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。

二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。

三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪作弊行为者，按相应规定严肃处理。

四、学生必须将答题内容做在试题答题处，做在草稿纸上无效。

五、学生的姓名、班级、学号、班内序号等信息由教材中心统一印制。

考试课程	信息安全数学基础			考试时间		2019 年 11 月 14 日			
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
满分	15	30	35	20					
得分									
阅卷教师									

### 一. 名词解释 (15 分, 5 个小题, 每小题 3 分)

1) 因数

2) 算术基本定理

3) 同余

4) 平方

5) 指标

### 二. 填

1) 设  $a =$

2) 请写出

3) 2019 年

4) 模 30 的

5) 设  $m = 5$

6) 计算  $13^4$

7) 同余方程

8)  $\left(\frac{438}{593}\right) =$

9) 求  $\text{ord}_{41}(3)$

10) 求模 7 的

4) 平方剩余

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{6} \\ x \equiv 4 \pmod{7} \\ x \equiv 10 \pmod{11} \end{cases}$$

5) 指标

二. 填空题 (30 分, 10 个小题, 每小题 3 分)

- 1) 设  $a = 379, b = 19$ , 则  $a$  被  $b$  除所得的不完全商是\_\_\_\_\_。
- 2) 请写出两个任意整数  $a$  和  $b$  的贝祖等式\_\_\_\_\_。
- 3) 2019 年 11 月 14 日是星期四, 则其后第  $2^{2019}$  天是\_\_\_\_\_。
- 4) 模 30 的简化剩余系为\_\_\_\_\_。
- 5) 设  $m = 5^4 \times 7$ , 则  $\varphi(m) =$ \_\_\_\_\_。
- 6) 计算  $13^{45} \pmod{23} =$ \_\_\_\_\_。
- 7) 同余方程  $6x \equiv 3 \pmod{9}$  的解是\_\_\_\_\_。
- 8)  $\left(\frac{438}{593}\right) =$ \_\_\_\_\_。
- 9) 求  $\text{ord}_{41}(3) =$ \_\_\_\_\_。
- 10) 求模 7 的所有原根\_\_\_\_\_。

三. 计算题 (35 分, 5 个小题, 每小题 7 分)

1) 使用模重复平方法计算  $2019^{227} \pmod{2309}$ .

3) 求解同余式  $x^2 \equiv 13 \pmod{101}$ .

4) 求模  $p = 41$  的所有原根。

4) 设  $p, q$  是两个不同的奇素数,  $n = pq$ ,  $a$  是与  $n$  互素的整数。如果整数  $c$  满足  $1 < c < \varphi(n)$ ,  $(c, \varphi(n)) = 1$ , 那么存在整数  $d$ ,  $1 \leq d < \varphi(n)$ , 使得  $cd \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$ , 证明: 对于整数  $a^c \equiv c \pmod{n}$ ,  $1 \leq c < n$ , 有  $c^d \equiv a \pmod{n}$ 。

5) 求解同余方程  $x^8 \equiv 38 \pmod{11}$ , 已知模 11 以 2 为底的指数表为:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
inda	0	1	8	2	4	9	7	3	6	5



四. 证明题 (20 分, 4 个小题, 每小题 5 分)

1) 同余式组  $a \equiv b \pmod{m_j}, j = 1, 2, \dots, k$  同时成立的充要条件是  $a \equiv b \pmod{[m_1, m_2, \dots, m_k]}$ 。

2) 设  $a, b$  是任意两个正整数, 则  $(a, b) = r_n$ , 其中  $r_n$  是广义欧几里得除法中最后一个非零数。

3) 设  $m > 1$  是整数,  $(a, m) = 1$ , 证明: 若  $\text{ord}_m(a) = st$ , 那么  $\text{ord}_m(a^s) = t$ .

4) 设  $p, q$  是两个不同的奇素数,  $n = pq$ ,  $a$  是与  $n$  互素的整数。如果整数  $e$  满足  $1 < e < \varphi(n)$ ,  $(e, \varphi(n)) = 1$ , 那么存在整数  $d$ ,  $1 \leq d < \varphi(n)$ , 使得  $ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}$ , 证明: 对于整数  $a^e \equiv c \pmod{n}$ ,  $1 \leq c < n$ , 有  $c^d \equiv a \pmod{n}$ 。