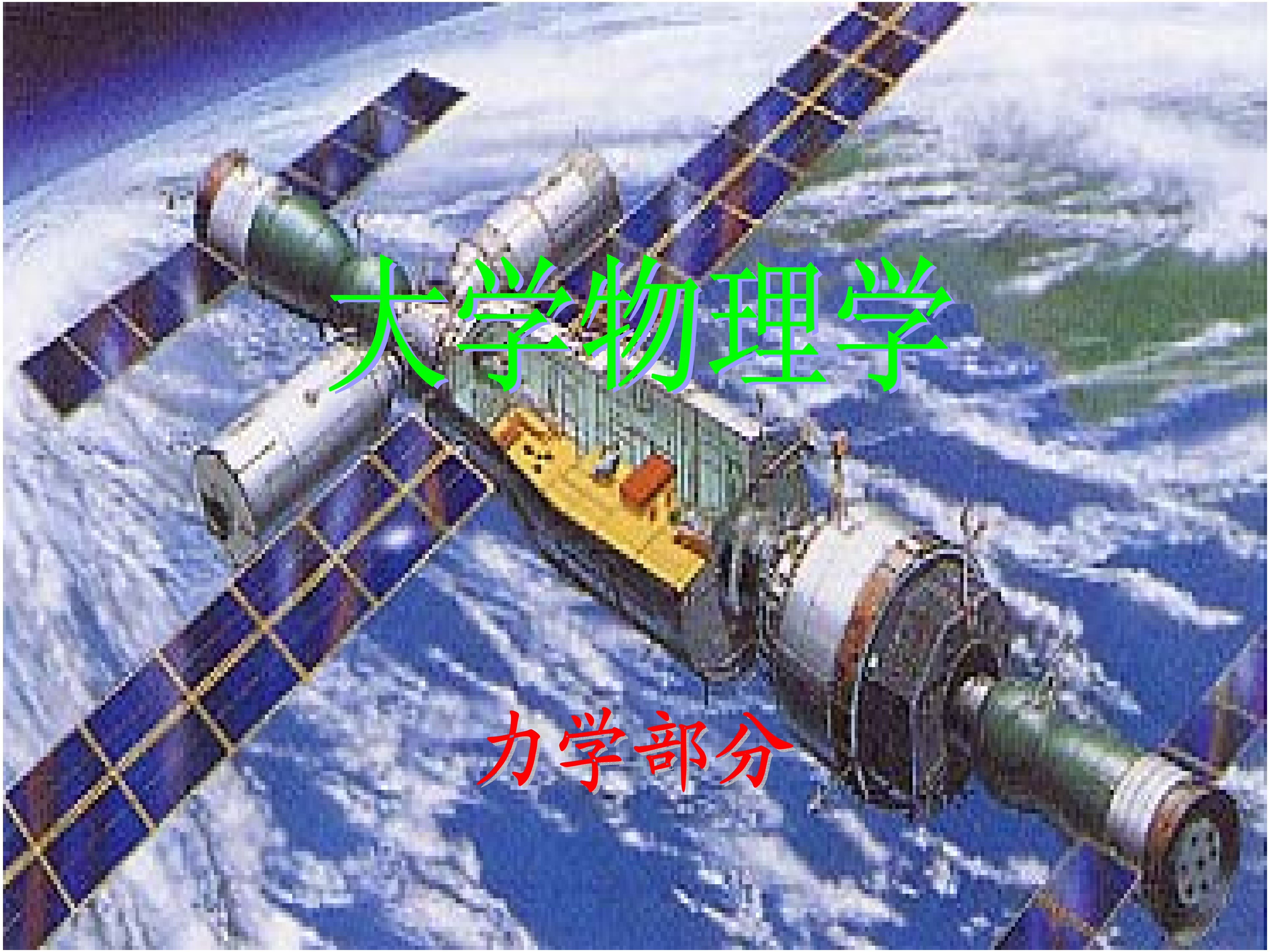

大学物理学
力学部分

力学的研究内容——机械运动

机械运动：物体在空间的位置随时间变化的运动。

静力学（平衡问题）

运动学（怎么运动）

动力学（为什么这样运动）

研究对象：质点力学、刚体力学

01:22:39

第一章　质点运动学

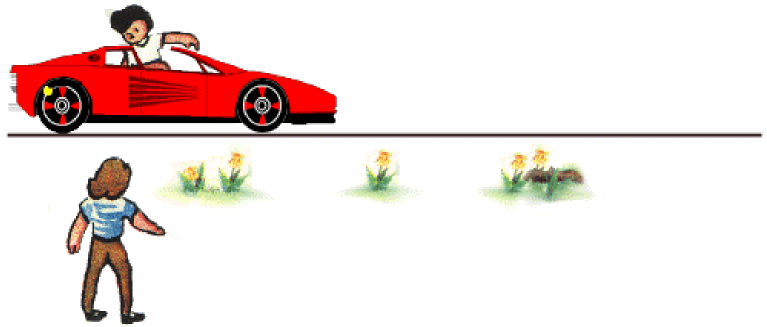
01:22:39

§1 质点运动的描述

1.1 参考系 坐标系

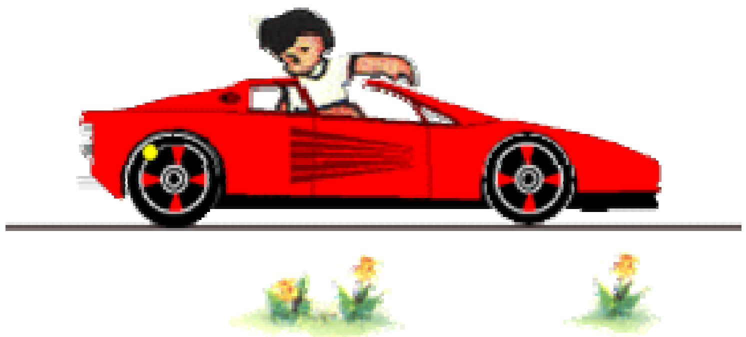
1、参考系

◆ 运动的绝对性与相对性



运动的绝对性：

所有的物体都在不停地运动，没有绝对不动的物体



运动的相对性：

描述物体的运动或静止总是相对于某个选定的物体而言的

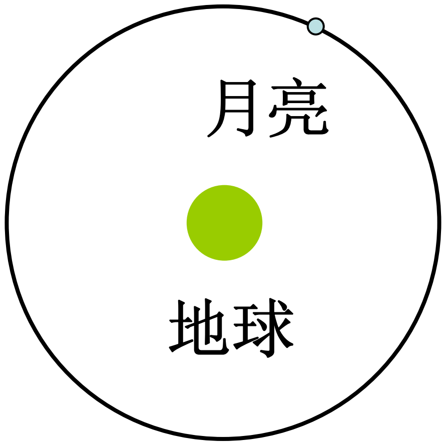
为描述物体运动而选择的参考物(或物体组)称为参考系

01:22:39

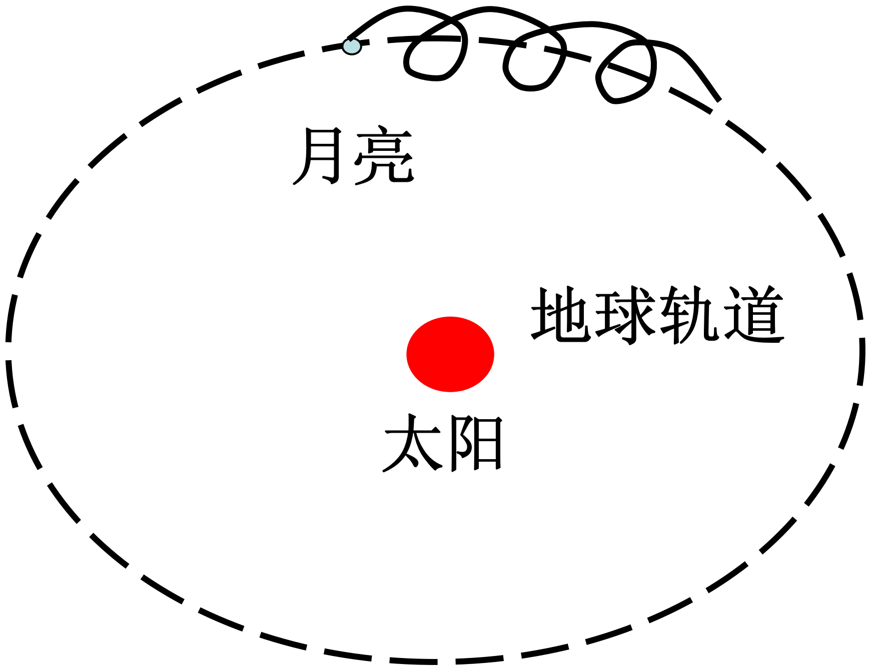
◆ 参考系的选择

可视描述的方便任选参考系。

选不同的参考系，运动的描述是不同的。



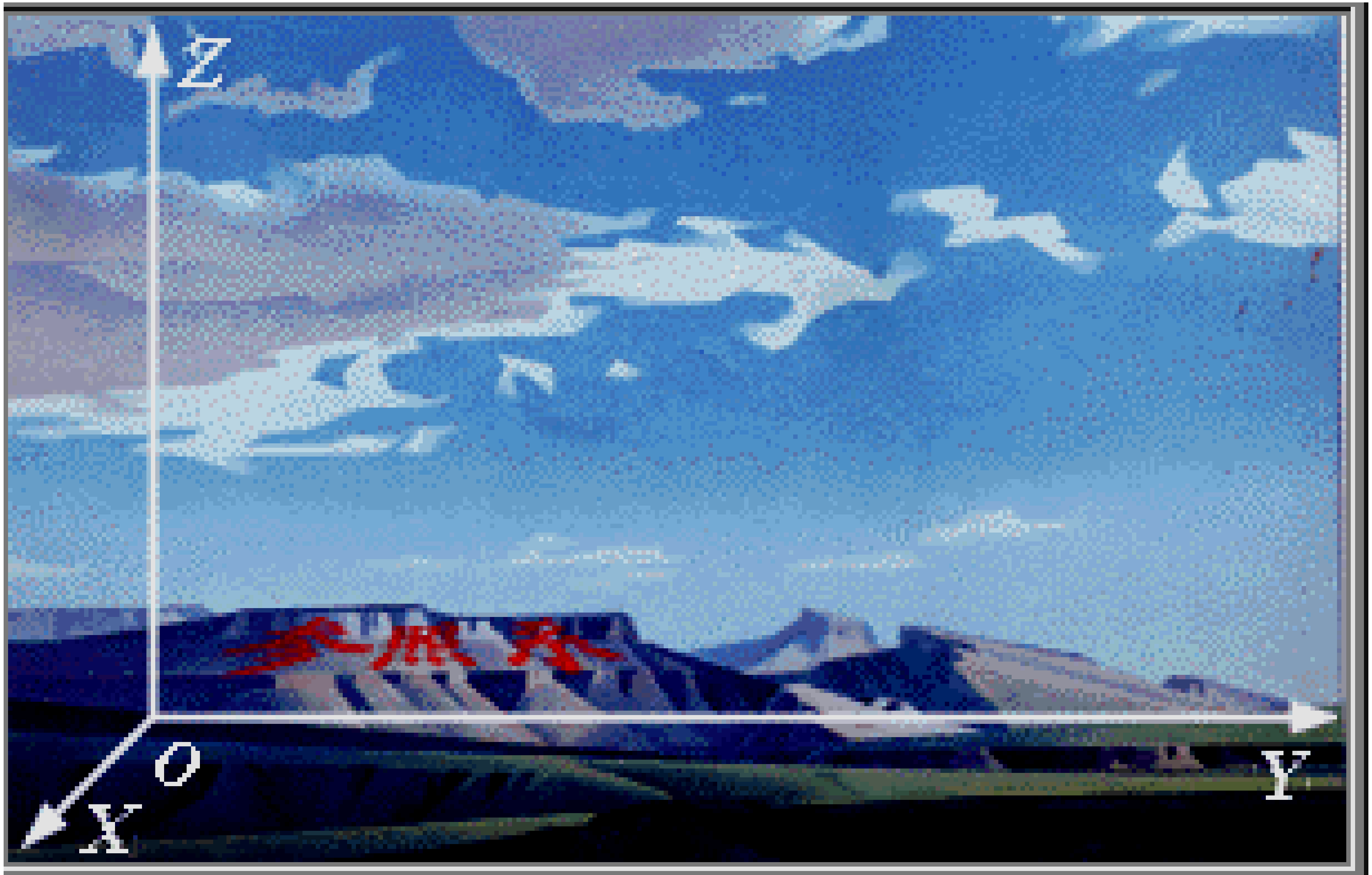
以地球为参考系



以太阳为参考系

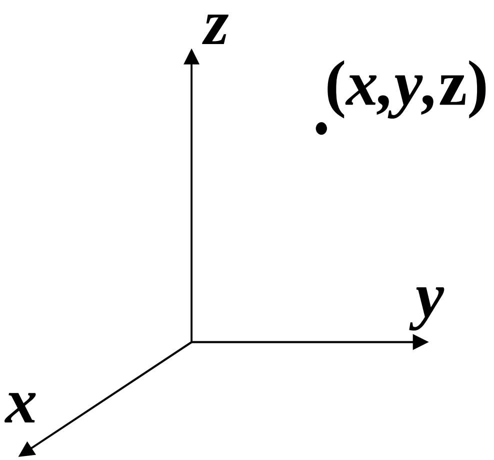
2、坐标系

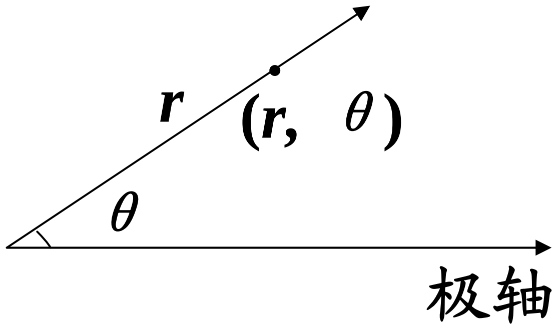
定量地描述物体相对于参考系的运动。

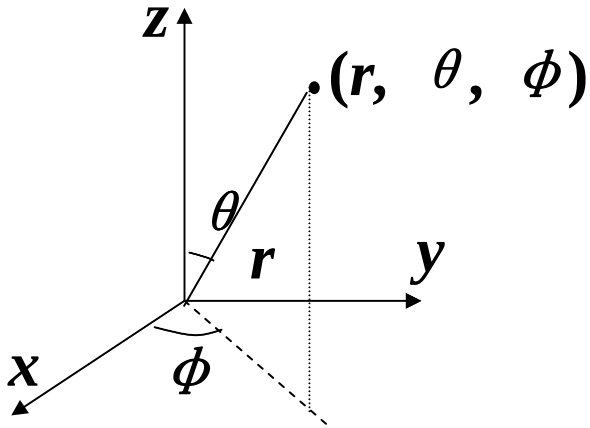


01:22:39

•常用的坐标系







•直角坐标系

•极坐标系

•球坐标系

(球对称问题)

•自然坐标系

•柱坐标系

•坐标系的选择是任意的，由研究问题的方便而定。

•坐标系的选择不同，描述物体运动的方程是不同的，但对物体运动的规律并没有影响。

01:22:39

1.2 质点 质点系

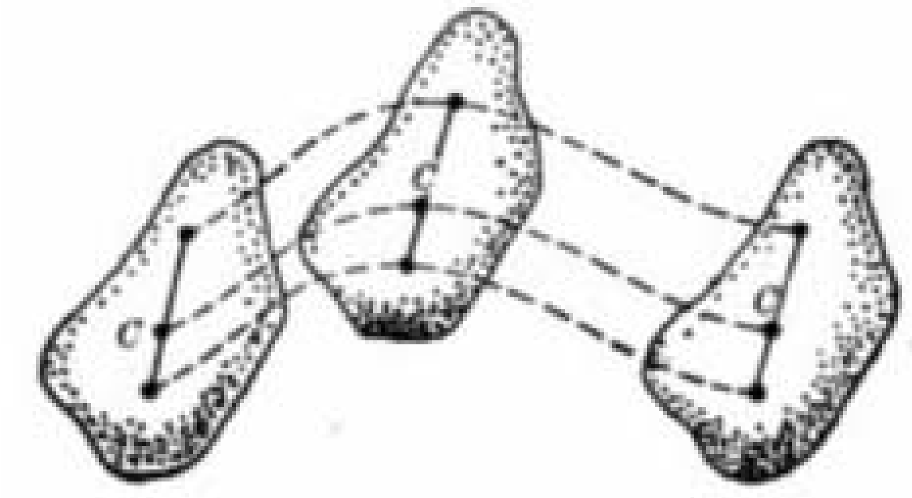
1、质点

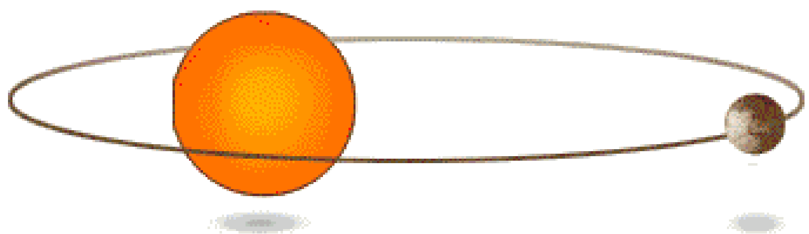
实际物体都具有：大小、形状、质量。

运动中物体上各部分的位置变化可能不同。

当物体做平动时，大小、形状可以不用考虑

物体本身线度<<活动范围, 大小、形状可忽略





物体→只有质量而没有形状和大小的几何点。

质点：理想模型，实际中并不存在。

对复杂问题进行抽象

→提出物理模型

→研究物质运动的基本规律。

2、质点系：

多个质点的组合

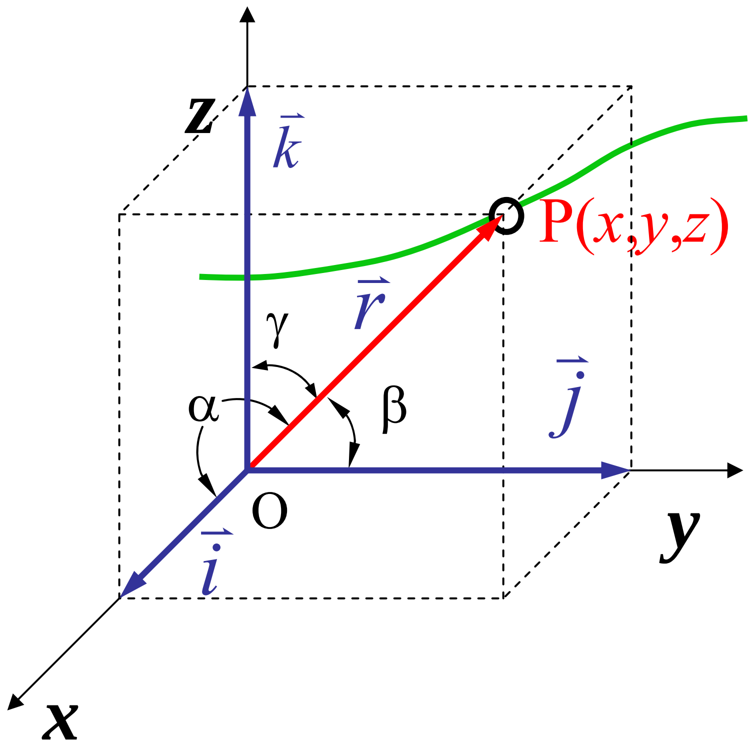
当物体不能简化为一个质点时，可以当做质点系

01:22:39

1.3 位置矢量、运动方程

1、位置矢量

从原点O到质点所在的位置**P(*x*,*y*,*z*)**的有向线段， 叫做位置矢量或位矢



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos\alpha = x/r$$

$$\cos\beta = y/r$$

$$\cos\gamma = z/r$$

•位矢是矢量：有大小和方向

•与坐标原点的选取有关

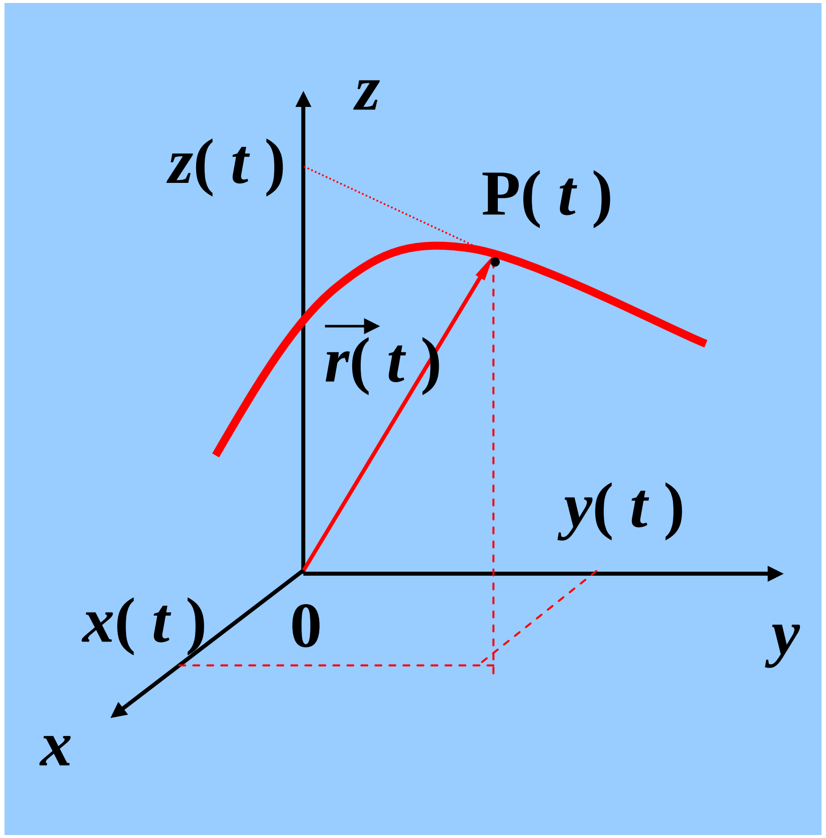
01:22:39

2、运动方程

质点运动时，它相对坐标原点O的位置矢量**r**是随时间变化的。

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$



运动学的任务之一，就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

质点运动时，在坐标系中描绘的曲线称为运动的轨迹。

01:22:39

3、轨迹方程

例、平抛运动的运动方程

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases} \qquad y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \text{ 为轨迹方程}$$

例：已知一质点的位矢为

$$\vec{r}(t) = A_x \cos \omega t \, \hat{i} + A_y \sin \omega t \, \hat{j}$$

求：质点轨迹

$$x(t) = A_x \cos \omega t, \quad y(t) = A_y \sin \omega t, \quad z(t) = 0$$

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 = 1, \quad z = 0$$

01:22:39

1.4 位移和路程

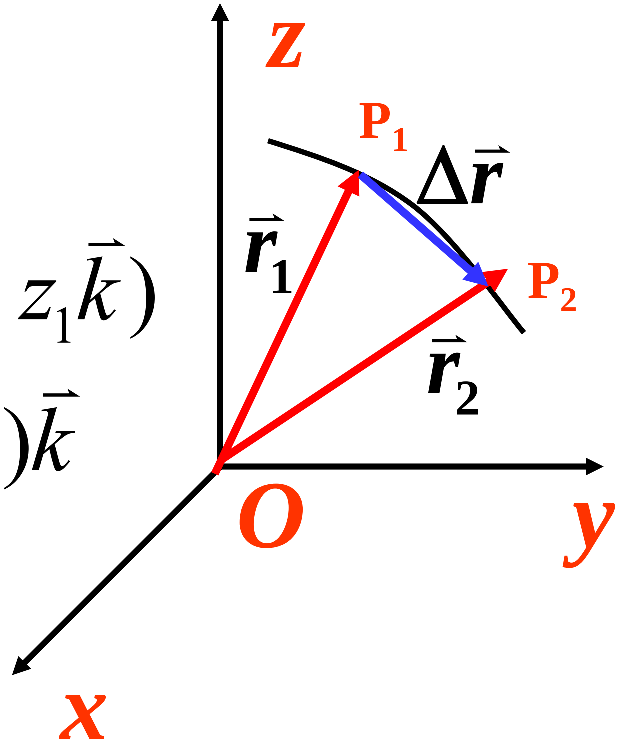
始末位置矢量的改变量

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) - (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k})$$

$$= (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$



•位移是矢量

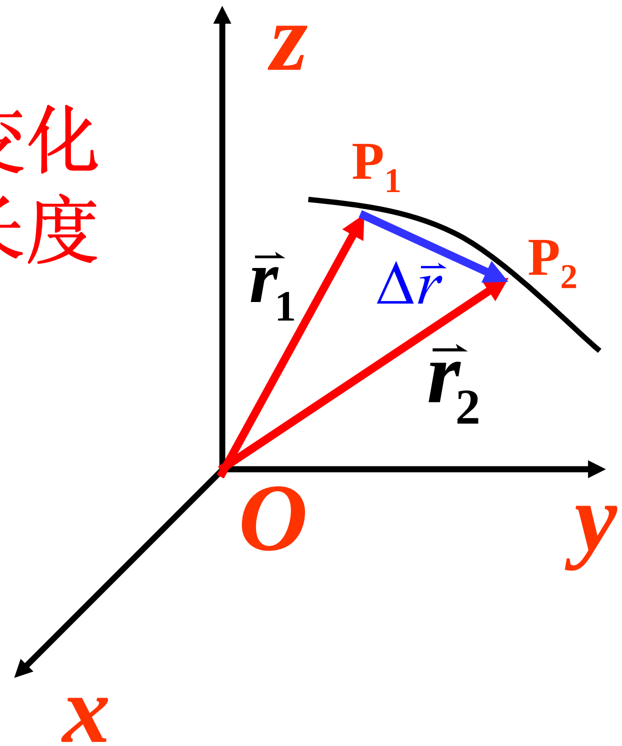
•与坐标原点的选择无关，而位矢与原点的选取有关

01:22:39

•位移与路程的区别

位移是矢量：是指位置矢量的变化

路程是标量：是指运动轨迹的长度



位移的大小也不等同于路程

$$\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta s$$

当 Δ *t* 很小时近似相等

$$\left|\Delta\vec{r}\right| \approx \Delta s$$

当 $\Delta t \to 0$ 时 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\Delta\vec{r}\right| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta s$ 即 $\left|\mathrm{d}\vec{r}\right| = \mathrm{d}s$

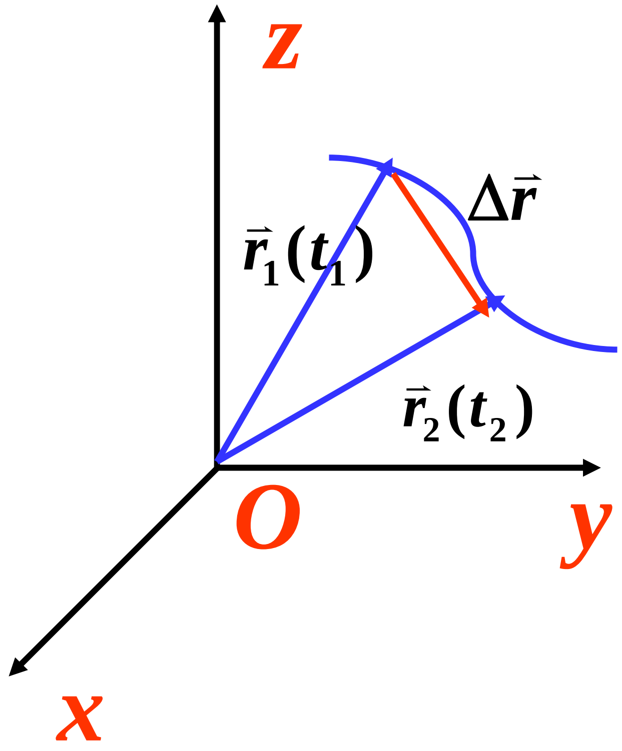
$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta\left|\vec{r}\right| ? \quad \left|\Delta\vec{r}\right| = \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| \quad \Delta\left|\vec{r}\right| = \left|\vec{r}_2\right| - \left|\vec{r}_1\right|$$

01:22:39

1.5 速度

1、平均速度

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}$$



2. 瞬时速度

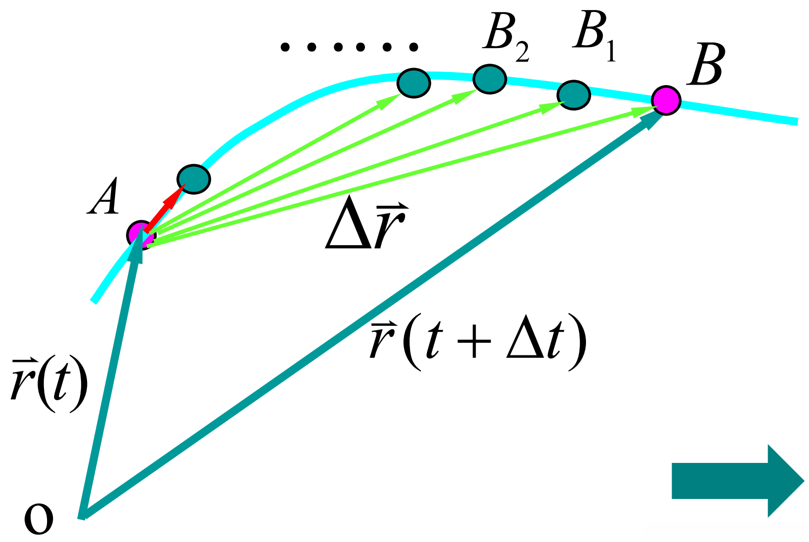
平均速度的极限值，简称速度

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

直角坐标系中

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$



01:22:39

3、说明

- 速度是矢量，即有大小又有方向。

  二者只要有一个变化，速度就变化——变速运动

  $\vec{v}$ = 常矢量——匀速运动

- 速度的大小称为速率

$$v=|\vec{v}|=\frac{|d\vec{r}|}{dt}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

速率又等于质点所走过的路程对时间的变化率。

- 速度具有瞬时性：

  运动质点在不同时刻的速度是不同的；

- 速度具有相对性：

  在不同参考系中，同一质点的速度不同。

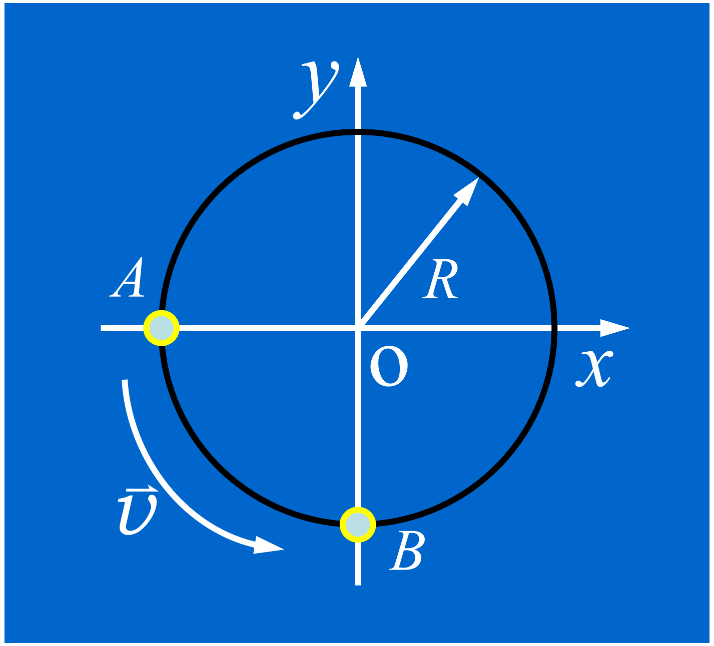
01:22:39

例：质点作半径为$\boldsymbol{R}$，速率为$\boldsymbol{v}$的匀速率圆周运动。试写出由$\boldsymbol{A}$点到$\boldsymbol{B}$点下列各物理量：

位移$\Delta\vec{r}$　　路程s　　速度变化 $\Delta\vec{v}$

速度变化的大小$|\Delta\vec{v}|$

速率的变化 Δv



解：位移 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

$$= -R\vec{j} - (-R\vec{i}) = R\vec{i} - R\vec{j}$$

路程 $s = \dfrac{1}{2}\pi R$

速度变化 $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = v\vec{i} - (-v\vec{j}) = v\vec{i} + v\vec{j}$

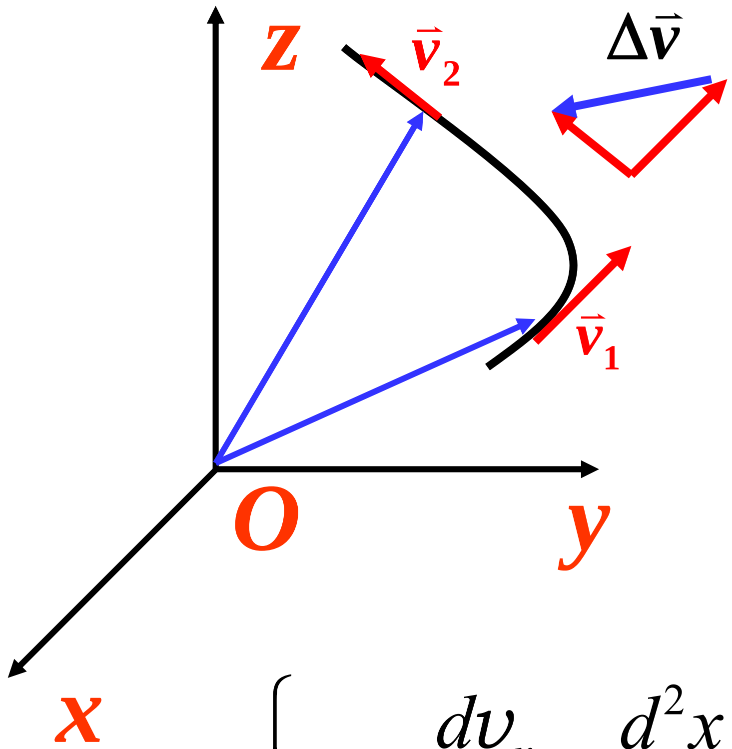
速度变化的大小 $|\Delta\vec{v}| = \sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2}v$

速率的变化 $\Delta v = v - v = 0$

$$\boxed{|\Delta\vec{v}| \neq \Delta|\vec{v}|}$$

01:22:39

1.6 加速度



1、平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{t_2 - t_1}$$

2、瞬时加速度

平均加速度的极限值，简称加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

方向：$\Delta t \to 0$时速度变化量的极限方向

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{d\upsilon_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \dfrac{d\upsilon_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \dfrac{d\upsilon_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

01:22:39

判断题：#T1101.

速度是位移矢量对时间的导数

01:22:39

判断题：#T1102.

平均速度的大小=平均速率

$$\left|\overline{\vec{v}}\right| = \left|\overline{v}\right| = \overline{v}$$

01:22:39

选择题： #S1101.

下列说法正确的是：

(1) $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta\left|\vec{r}\right| = \Delta r = \Delta s$

(2) $\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta s \neq \Delta\left|\vec{r}\right| = \Delta r$

(3) $\left|d\vec{r}\right| = ds \neq dr = d\left|\vec{r}\right|$

(4) $\left|d\vec{r}\right| \neq d\left|\vec{r}\right| = dr = ds$

01:22:39

选择题： #S1102.

一运动质点在某瞬时位于位矢 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，对其速度的大小，正确的是：

(1) $\dfrac{dr}{dt}$　　(2) $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

(3) $\dfrac{ds}{dt}$　　(4) $\sqrt{(\dfrac{dx}{dt})^2+(\dfrac{dy}{dt})^2}$

01:22:39

选择题：#S1103.

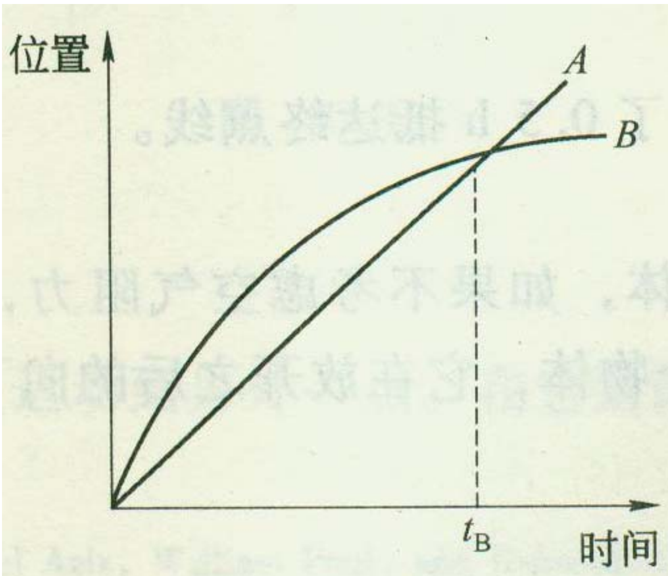
下图显示了两列在平行轨道上运行的火车的位置-时间 关系，则下列叙述中哪个正确？

① 在t_B时刻，两列火车具有相同的速度

② 两列火车始终在加速

③ 在t_B时刻之前的某个时刻，两列火车具有相同的速度

④ 在曲线上的某处，两列火车具有相同的加速度



01:22:39

§2 质点运动学的两类问题

2.1 第一类问题

由质点的运动方程，求质点在任意时刻的位置，速度和加速度　　　——微分法

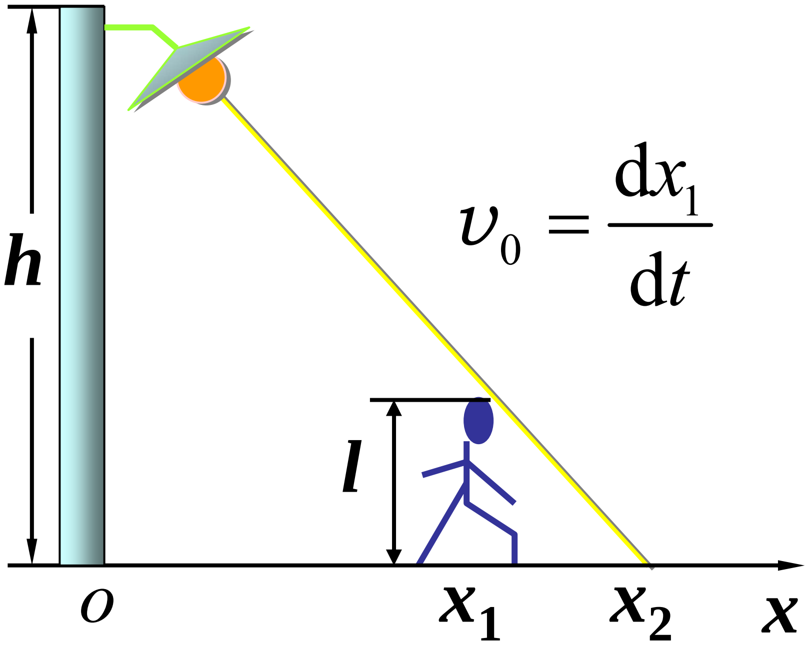
$$\vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow \vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

- 只要知道运动方程，就可以确定质点在任意时刻的位置、速度和加速度。
- 从运动方程中消去时间参数 t，还可得质点运动的轨迹方程。

01:22:39

例: 路灯距地面高度h，身高为l 的人以速度υ_0 在路上匀速行走。

求:人影头部的移动速度。



$$\upsilon_0 = \frac{dx_1}{dt}$$

解:设υ为人影头部的移动速度

$$\upsilon = \frac{dx_2}{dt}$$

由几何关系

$$\frac{x_2 - x_1}{l} = \frac{x_2}{h} \qquad (h-l)x_2 = hx_1$$

两边求导 $(h-l)\dfrac{dx_2}{dt} = h\dfrac{dx_1}{dt} \Longleftarrow \dfrac{dx_1}{dt} = \upsilon_0 \qquad \upsilon = \dfrac{h\upsilon_0}{h-l}$

01:22:39

2.2 第二类问题 ——积分法

由质点运动的速度或加速度，并附以初始条件（即 $t=t_0$时，质点的位置 $\vec{r}_0$ 和速度 $\vec{v}_0$ ），求质点的运动方程。

a. 加速度是时间函数 $a=a(t)$ （以一维为例）

$$\mathrm{d}v=a(t)\mathrm{d}t \longrightarrow v(t)-v_0=\int_{t_0}^{t}a(t)\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}x=v(t)\mathrm{d}t \longrightarrow x(t)-x_0=\int_{t_0}^{t}v(t)\mathrm{d}t$$

b. 加速度是坐标函数 $a=a(x)=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dv}{dx}v$

$$v\mathrm{d}v=a(x)\mathrm{d}x \longrightarrow v^2(x)-v_0^{\ 2}=2\int_{x_0}^{x}a(x)\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{v(x)} \longrightarrow t(x)-t_0=\int_{x_0}^{x}\frac{\mathrm{d}x}{v(x)}$$

01:22:39

c. 加速度是速度函数 $a=a(\upsilon)=\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{dt}=\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{dx}\dfrac{\mathrm{d}x}{dt}=\dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{dx}\upsilon$

①欲求速度与时间关系 $\upsilon=\upsilon(t)$

$$\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{a(\upsilon)} \Rightarrow t(\upsilon)-t_0=\int_{\upsilon_0}^{\upsilon}\frac{\mathrm{d}\upsilon}{a(\upsilon)}$$

$$\mathrm{d}x=\upsilon(t)\mathrm{d}t \Rightarrow x(t)-x_0=\int_{t_0}^{t}\upsilon(t)\mathrm{d}t$$

②欲求速度与距离关系 $\upsilon=\upsilon(x)$

$$\mathrm{d}x=\upsilon\frac{\mathrm{d}\upsilon}{a(\upsilon)} \Rightarrow x(\upsilon)-x_0=\int_{\upsilon_0}^{\upsilon}\frac{\upsilon\mathrm{d}\upsilon}{a(\upsilon)}$$

$$\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{\upsilon(x)} \Rightarrow t(x)-t_0=\int_{x_0}^{x}\frac{\mathrm{d}x}{\upsilon(x)}$$

01:22:39

例：一石子从空中由静止下落。已知 $a = g - B\upsilon$
式中g为重力加速度，B为常量。

求：石子的速度和运动方程。

解：选下落起点为坐标原点，向下为x轴正向

（1） $a = \dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = g - B\upsilon$

分离变量并两边积分 $\displaystyle\int_0^{\upsilon} \frac{\mathrm{d}\upsilon}{g - B\upsilon} = \int_0^t \mathrm{d}t$ ➡ $\upsilon = \dfrac{g}{B}(1 - e^{-Bt})$

$t \to \infty$时, $\upsilon \to g/B$，达到最大，称为收尾速度或终极速度

（2）由 $\upsilon = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 求运动方程

$\displaystyle\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t$ ➡ $\displaystyle x = \int_0^t \frac{g}{B}(1 - e^{-Bt})\mathrm{d}t = \frac{g}{B}t - \frac{g}{B^2}(1 - e^{-Bt})$

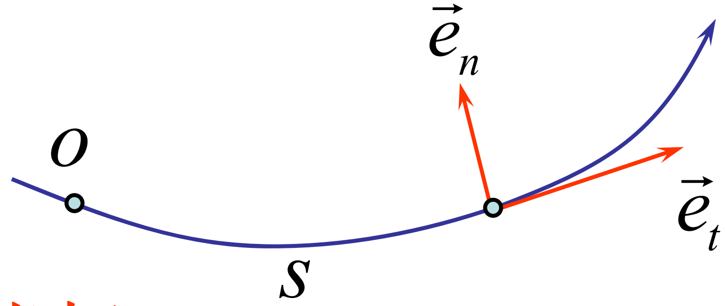
01:22:39

§3 自然坐标系 切向加速度 法向加速度

3.1 自然坐标系

自然坐标系是建立在物体运动的已知轨迹上的，

选定该曲线上一点为坐标原点



质点运动方程 $s=s(t)$

有两个坐标轴，切向坐标和法向坐标。

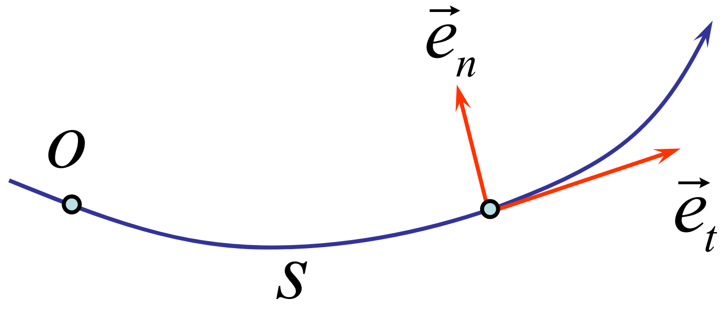
$\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 法向单位矢量，指向轨迹曲线凹侧。

$\vec{e}_{\mathrm{t}}$ 切向单位矢量，指向自然坐标正向。

不是恒矢量，方向随质点的位置而变化。

01:22:39

自然坐标系中速度的表示



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

$$= \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right) \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right) \frac{ds}{dt}$$

$$\left| \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right| = 1 \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} = \vec{e}_\tau$$

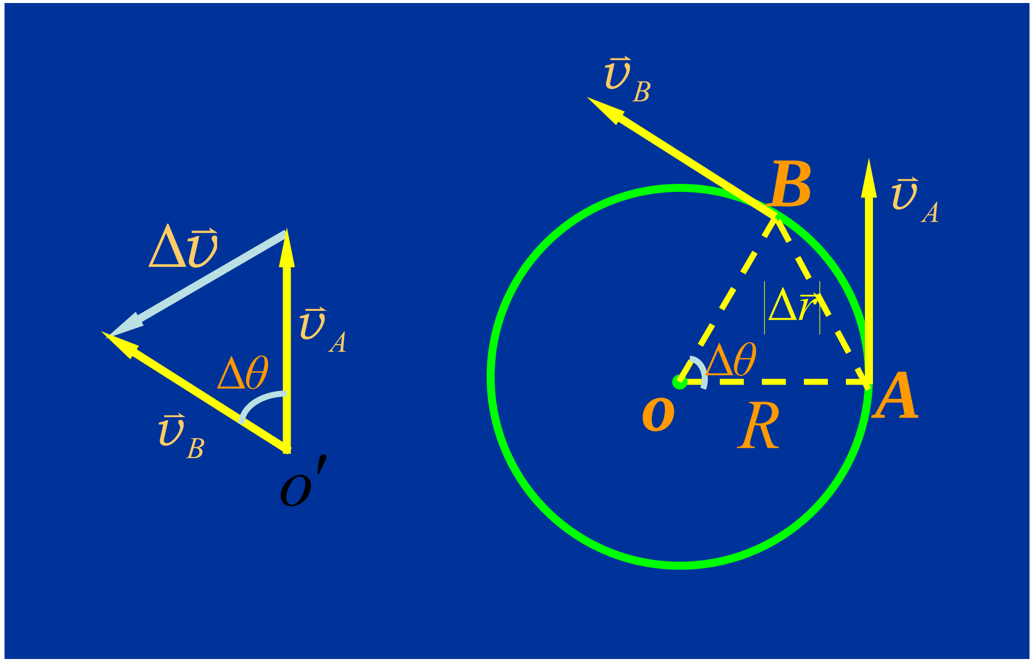
$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_\tau = v \vec{e}_\tau$$

01:22:39

3.2 匀速率圆周运动中的加速度

质点作半径为***R***速率为***υ***的匀速圆周运动

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_B - \vec{\upsilon}_A$$



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

• 大小

$$a = |\vec{a}| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{\upsilon}|}{\Delta t}$$

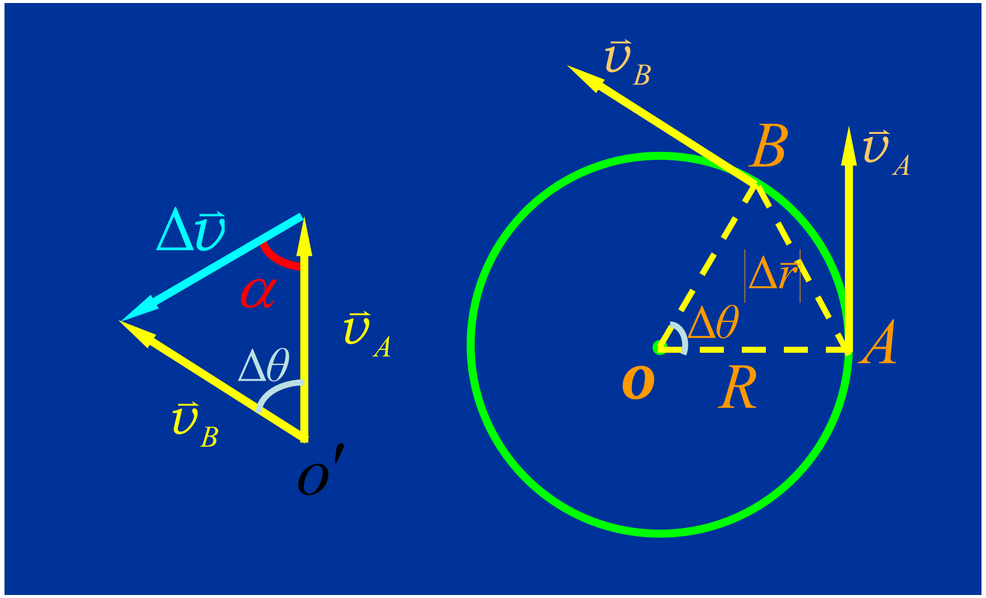
由几何关系

$$\frac{|\Delta\vec{\upsilon}|}{|\Delta\vec{r}|} = \frac{\upsilon}{R} \qquad |\Delta\vec{\upsilon}| = \frac{\upsilon}{R}|\Delta\vec{r}| \qquad a = \frac{\upsilon}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R}$$

01:22:39

• 方向

$$\alpha = \frac{1}{2}(\pi - \Delta\theta)$$



当 $\Delta t \to 0$ 时， $\Delta\theta \to 0$

$a \to \pi/2$，即 $\vec{a} \perp \vec{\upsilon}_A$

质点在A点处的加速度方向垂直于A点的速度方向，沿半径指向圆心，称为法向加速度，以a_n表示。

$$\vec{a} = a_n \vec{e}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{e}_n \qquad \frac{\upsilon^2}{R} > 0$$

方向始终指向曲线凹侧

01:22:39

3.3 变速圆周运动中的加速度

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_{\mathrm{n}} + \Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}$$

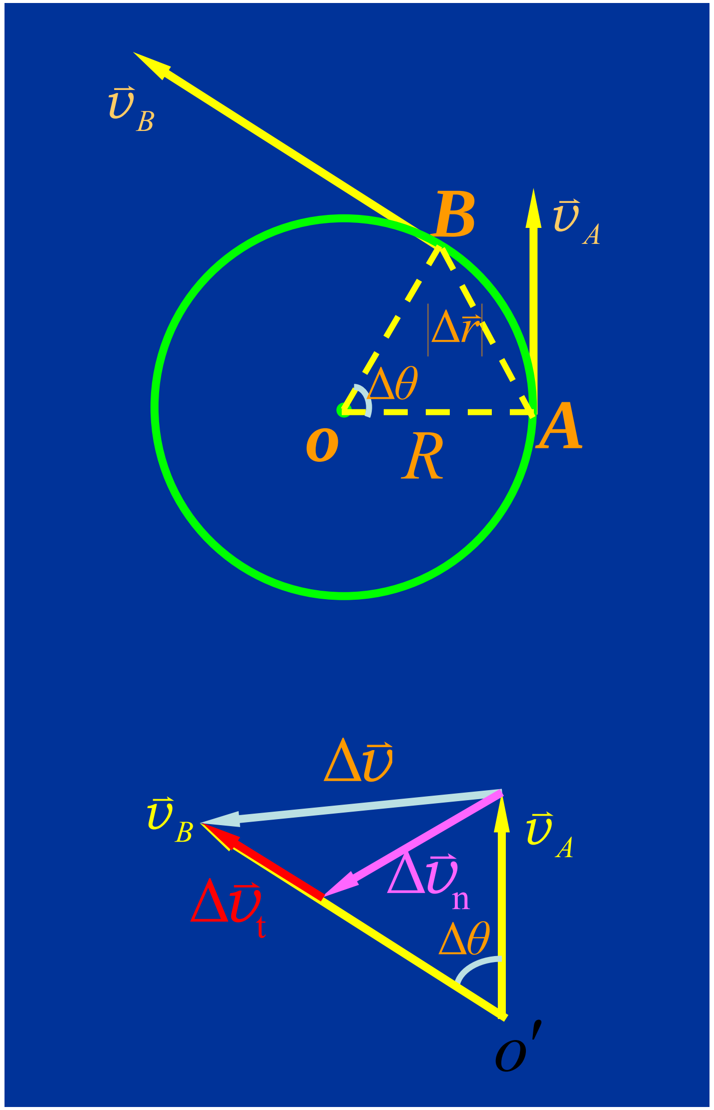
$\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}$ 反映速度方向变化。

$\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}$ 反映速度大小变化。

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{\mathrm{n}} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t} \qquad \vec{a}_{\mathrm{t}} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{n}} + \vec{a}_{\mathrm{t}}$$

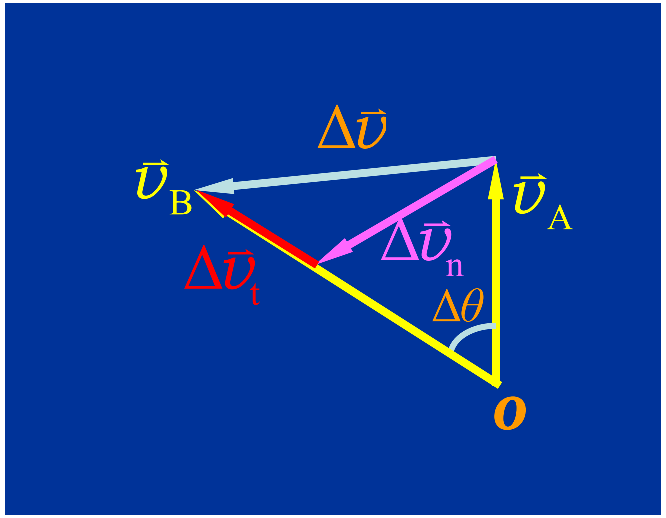


01:22:39

法向加速度

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{\upsilon}_n|}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R}$$

方向始终指向圆心



$$\vec{a}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}_t}{\Delta t}$$

•大小 $\quad \left|\Delta\vec{\upsilon}_t\right| = \left|\vec{\upsilon}_B\right| - \left|\vec{\upsilon}_A\right| = \Delta\upsilon$

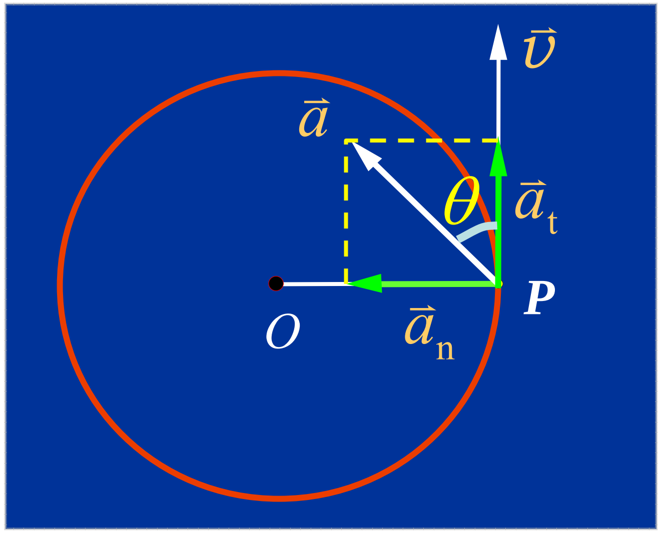
$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left|\Delta \vec{\upsilon}_t\right|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

•方向与速度的方向相同，或相反 ——切向加速度

01:22:39

自然坐标中，变速圆周运动的总加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_{\mathrm{n}} + \vec{a}_{\mathrm{t}} = a_{\mathrm{n}}\vec{e}_{\mathrm{n}} + a_{\mathrm{t}}\vec{e}_{\mathrm{t}}$$



•大小

$$a = \sqrt{a_{\mathrm{t}}^{\ 2} + a_{\mathrm{n}}^{\ 2}} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

$$a = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \neq \frac{d\left|\vec{v}\right|}{dt} = \frac{dv}{dt}$$

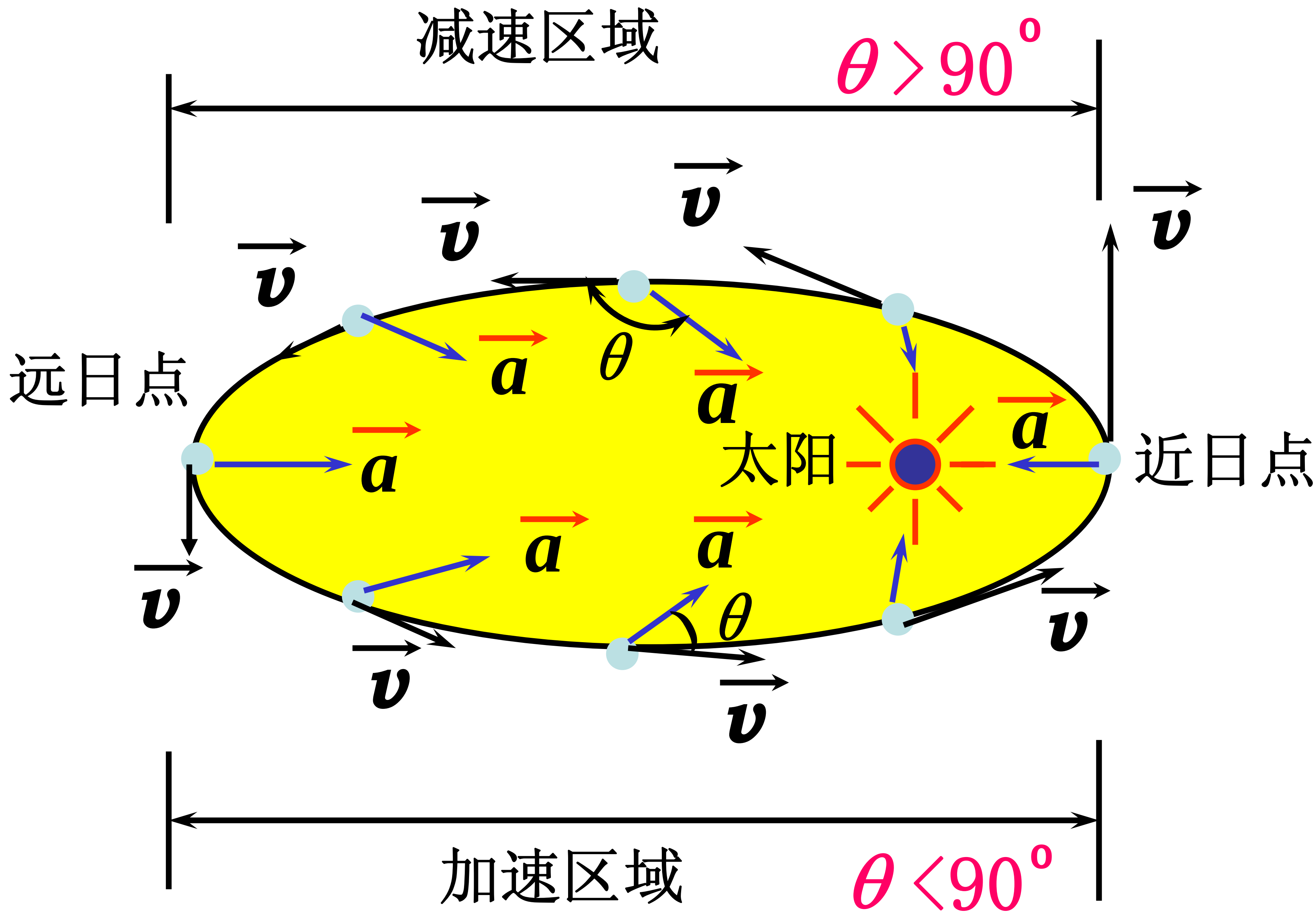
$\theta < \pi/2$ ？

$\theta > \pi/2$ ？

$\theta > \pi$ ？

•方向 $\theta = \arctan\dfrac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$ θ 为速度与加速度之间的夹角

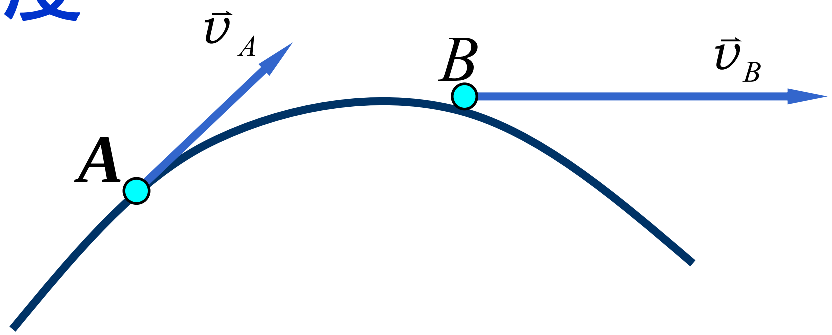
01:22:39



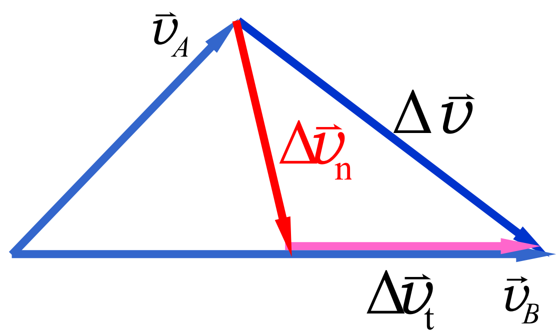
01:22:39

3.4 一般曲线运动的加速度

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_B-\vec{v}_A$$



$$\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}+\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}$$

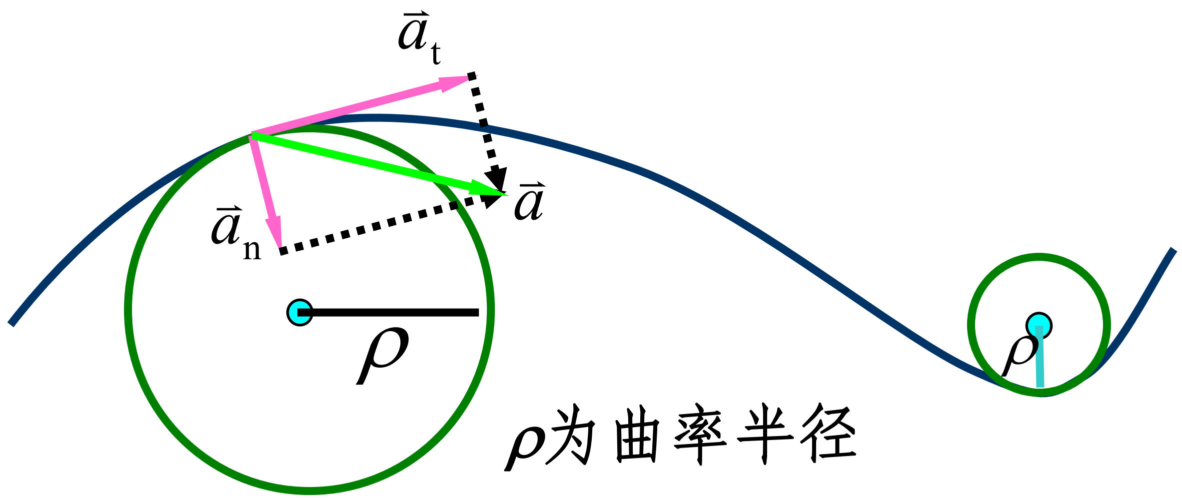


$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_{\mathrm{t}}}{\Delta t}$$

“以圆代曲”

$$a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{\rho}$$

$$a_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$



ρ为曲率半径

01:22:39

思考题

如果质点的法向加速度和切向加速度为下列各种情况，质点作何种运动？

(1) $a_n = 0 \quad a_\tau = 0$ 匀速直线运动

(2) $a_n = 0 \quad a_\tau \neq 0$ 变速直线运动

(3) $a_n \neq 0 \quad a_\tau = 0$ 匀速曲线运动

(4) $a_n \neq 0 \quad a_\tau \neq 0$ 变速曲线运动

01:22:39

判断题： #T1103.

切向加速度的大小 $a_t = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$

01:22:39

判断题： #T1104.

匀变速直线运动的加速度是常矢量，
匀变速圆周运动的线加速度也是常矢量

01:22:39

判断题： #T1105.

若加速度始终垂直于速度，
则质点一定做圆周运动

01:22:39

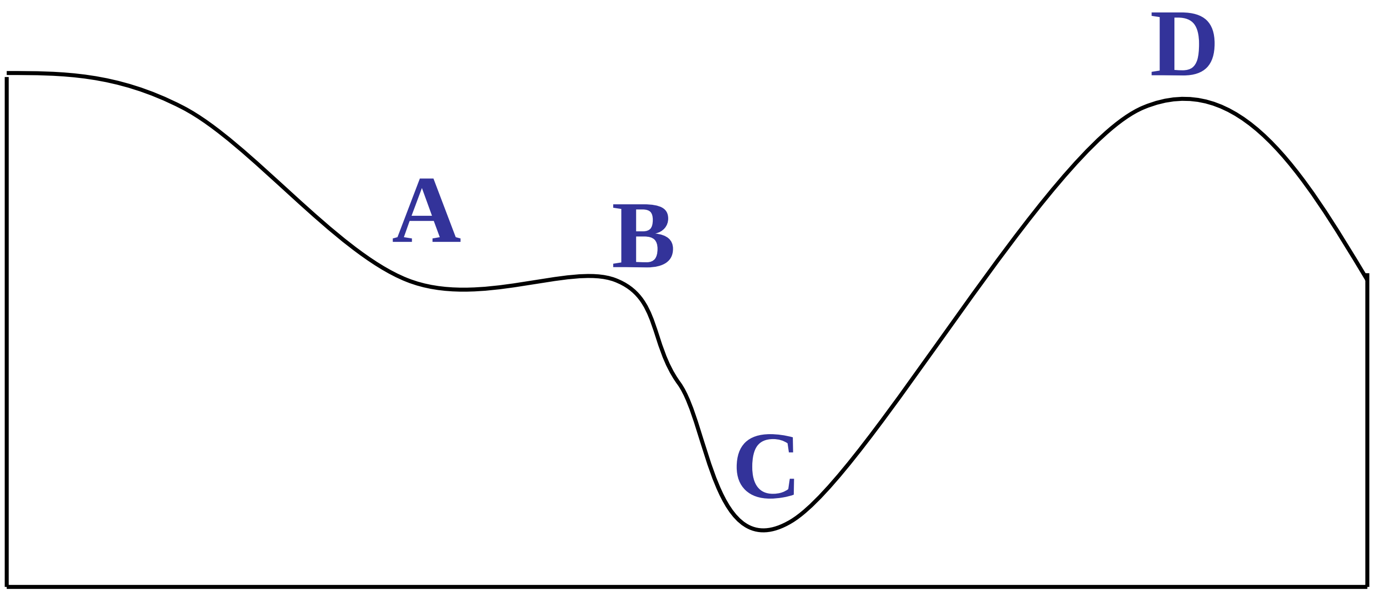
判断题： #T1106.

只有切向加速度的运动一定是直线运动

01:22:39

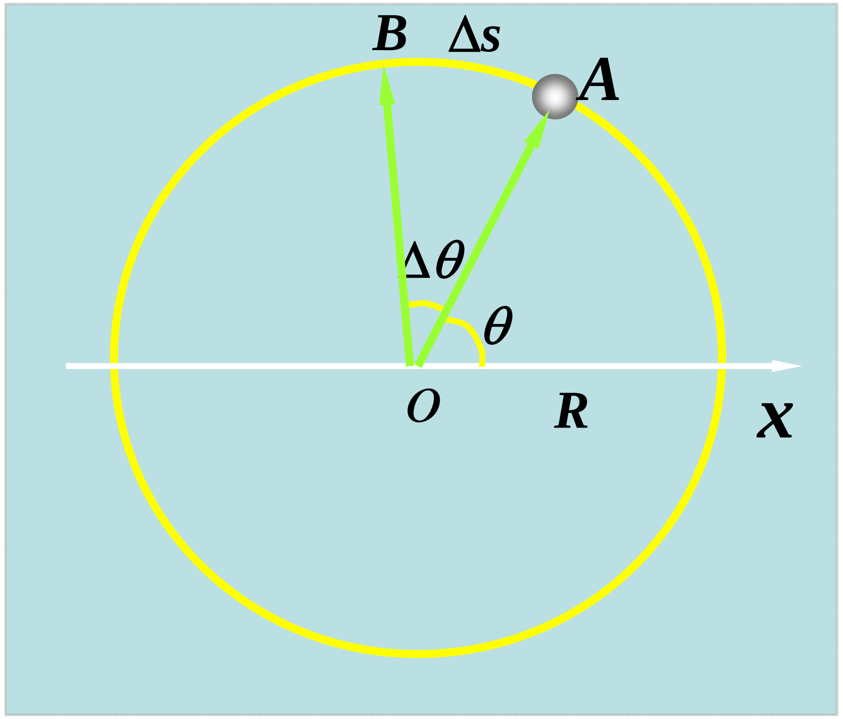
选择题： #S1104.

一辆载重卡车，在丘陵地区匀速率行驶，地形如图所示，由于轮胎太旧，途中爆胎，问途中**A**、**B**、**C**、**D**四处哪一处爆胎的可能性最大?



01:22:39

3.5 圆周运动的角量描述



角位置 θ

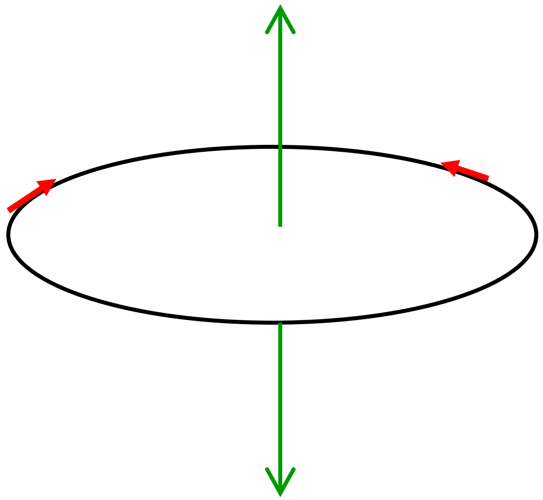
单位：弧度（*rad*）

$$\theta = \theta(t)$$

角位移 $\Delta\theta$

沿逆时针转动，$\Delta\theta$ 为正；

沿顺时针转动，$\Delta\theta$ 为负。



角速度 $\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

角加速度 $\beta = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

01:22:39

角位置　　角速度　　角加速度

$$\theta = \theta(t) \qquad \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \qquad \beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

- 对匀速圆周运动： $\omega = const.$
- 对匀变速圆周运动： $\beta = const.$

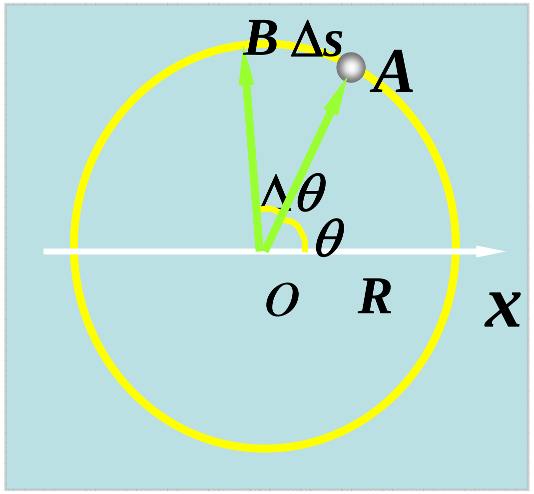
$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\beta(\theta - \theta_0)$$

01:22:39

➢ 角量和线量的关系：



$$\mathrm{d}s = R\mathrm{d}\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \qquad a_{\mathrm{n}} = \frac{\upsilon^2}{R} = R\omega^2$$

$$\upsilon = R\omega \qquad a_{\mathrm{t}} = R\beta \qquad a_{\mathrm{n}} = R\omega^2$$

01:22:39

3.6 自然坐标中的运动学问题

自然坐标中质点运动学问题也分为两类问题。

1. 第一类问题：已知自然坐标中运动方程 **$s(t)$**，求质点运动的速度、切向加速度、法向加速度，用求导法。

2. 第二类问题：已知质点运动的速度或切向加速度及初始条件，求运动方程，用积分法。

3. 质点的圆周运动可用线量描述也可用角量描述。

01:22:39

例:质点沿半径为R的圆周按 $s = v_0 t - \frac{b}{2} t^2$ 运动，式中s为自然坐标，v_0、b为正的常量。

求:(1) 质点的加速度；

解: (1) 本题是自然坐标的第一类问题。

先求出速率 $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_0 - bt$

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -b \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

$$t = \frac{v_0}{b} \quad ?$$

$$t > \frac{v_0}{b} \quad ?$$

$$a = \sqrt{a_n^{\ 2} + a_t^{\ 2}}$$

$$= \frac{1}{R}\sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4}$$

$$\tan\theta = \frac{(v_0 - bt)^2}{-Rb}$$

01:22:39

求:(2) 质点的角速度、角加速度;

(2) 用角量描述的运动方程 $$\theta=\frac{s}{R}=\frac{v_0}{R}t-\frac{b}{2R}t^2$$

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0}{R}-\frac{b}{R}t \qquad \beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=-\frac{b}{R}$$

求:(3) 法向加速度和切向加速度数值相等前，质点运动的时间。

(3) $$\left|a_{\mathrm{t}}\right|=\left|a_{\mathrm{n}}\right|$$

$$b=\frac{(v_0-bt)^2}{R}$$

解出 $$t=\frac{v_0}{b}-\sqrt{\frac{R}{b}}$$

01:22:39

例:一质点作半径为R的圆周运动，其速率随时间变化的规律为 $\upsilon=\upsilon_0-bt$ ，式中$\boldsymbol{\upsilon_0}$、$\boldsymbol{b}$均为正的常量。$\boldsymbol{t=0}$时，质点位于自然坐标的原点。

求:(1) 自然坐标中质点的运动方程;

解:(1) 本题为自然坐标中的第二类问题

$$\upsilon=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\upsilon_0-bt$$

分离变量 $$\mathrm{d}s=(\upsilon_0-bt)\mathrm{d}t$$

两边积分 $$\int_0^s \mathrm{d}s=\int_0^t(\upsilon_0-bt)\mathrm{d}t$$

$$s=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}bt^2$$

01:22:39

求:(2) 当加速度的大小为**b**时，质点沿圆周运动了几圈？

(2) $$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\upsilon_0 - bt)^2}{R} \qquad a_t = \frac{d\upsilon}{dt} = -b$$

$$a = \frac{1}{R}\sqrt{R^2 b^2 + (\upsilon_0 - bt)^4} = b$$

解得 $$t = \frac{\upsilon_0}{b}$$

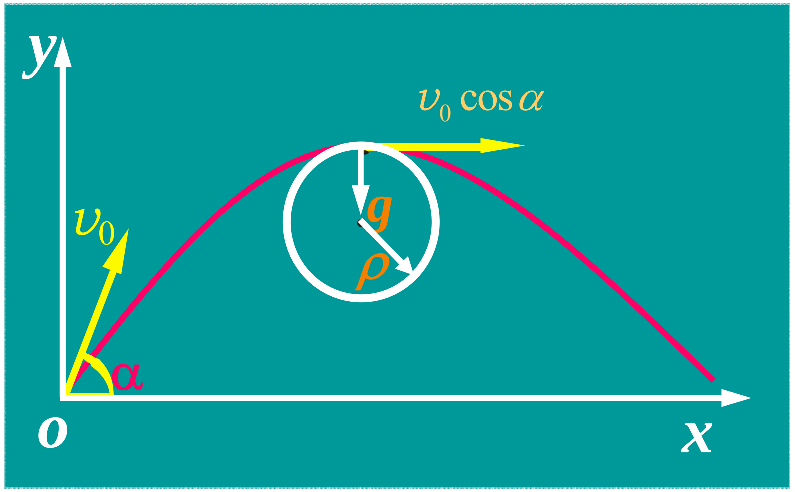
这时质点运行的圈数为

$$n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{\upsilon_0(\frac{\upsilon_0}{b}) - \frac{1}{2}b(\frac{\upsilon_0}{b})^2}{2\pi R} = \frac{\upsilon_0{}^2}{4\pi R b}$$

01:22:39

例：求抛体运动轨道顶点处的曲率半径。

解：在抛物线轨道的顶点处，



质点的速度只有水平分量

$\boldsymbol{v}_0\cos\alpha$，

而加速度沿法线方向，

即 $a_n = g$

抛物线轨道顶点处的曲率半径为

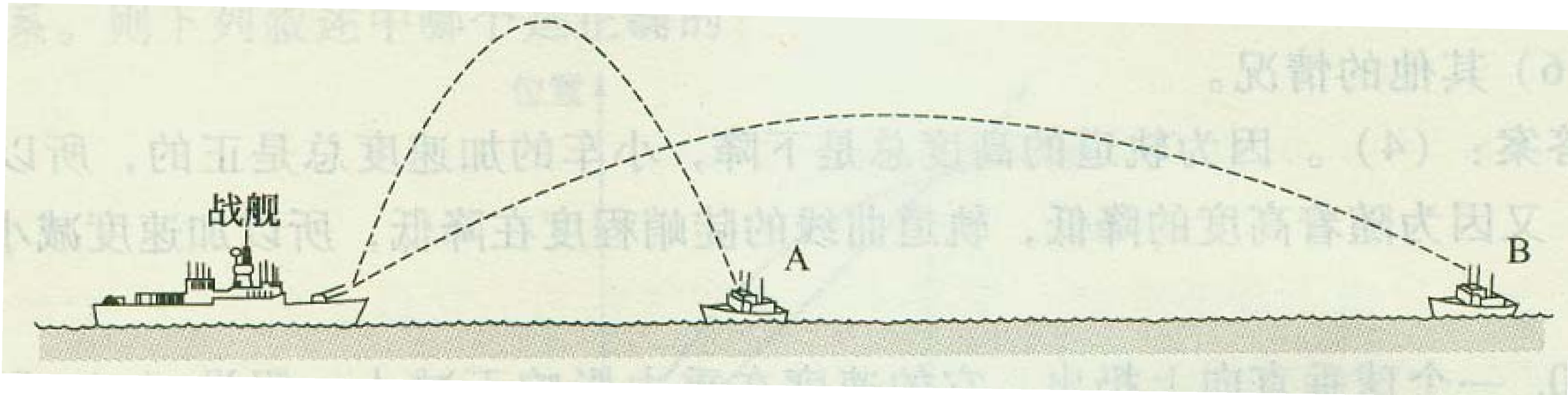
$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v_0\cos\alpha)^2}{g} = \frac{x_m^2}{8y_m}$$

$x_m = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ 为射程， $y_m = \dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$ 为射高。

01:22:39

选择题： #S1105.

一艘战舰同时向敌方船只发射两颗炮弹，
炮弹分别沿着图示的抛物线轨道，
则哪只船将先被击中?



(1) A

(2) B

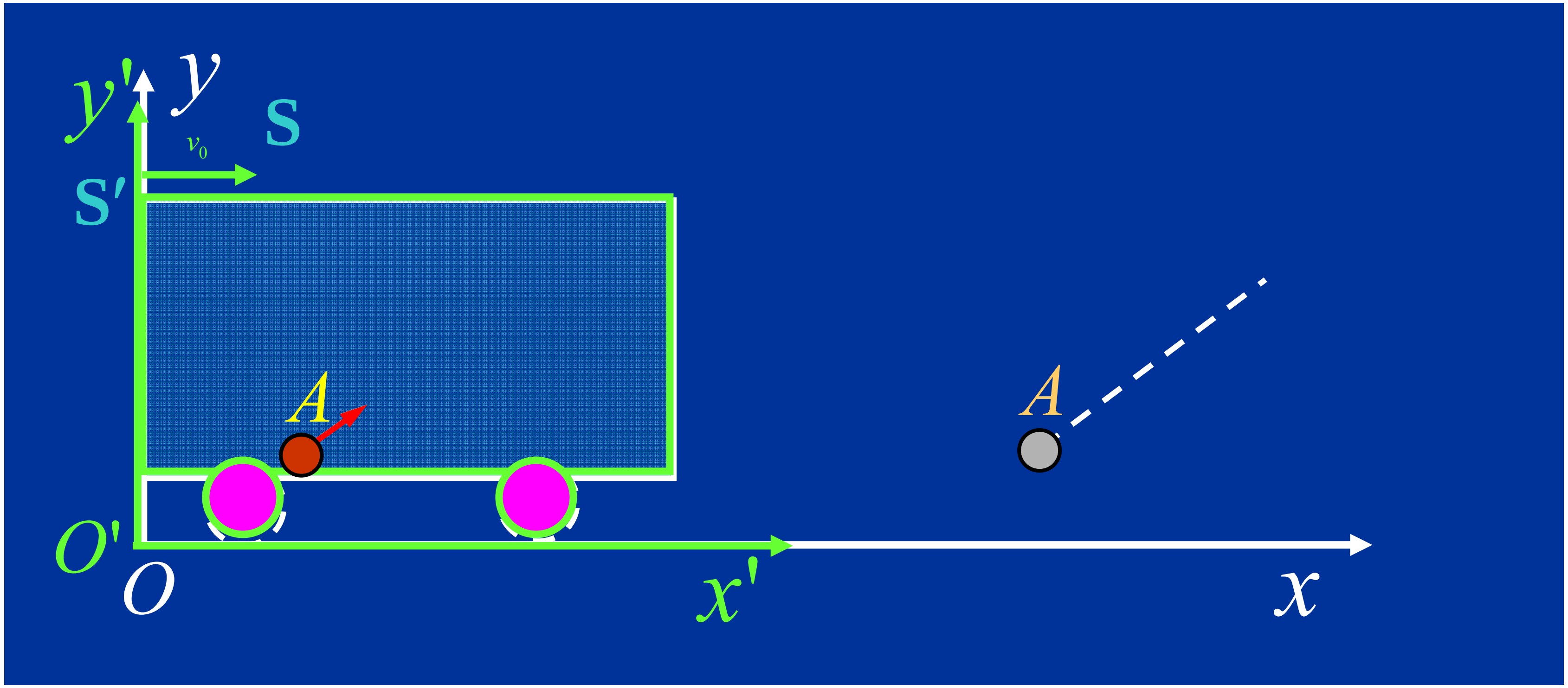
(3) 同时被击中

(4) 需要更多信息

01:22:39

§4 相对运动

4.1 基本参考系与运动参考系



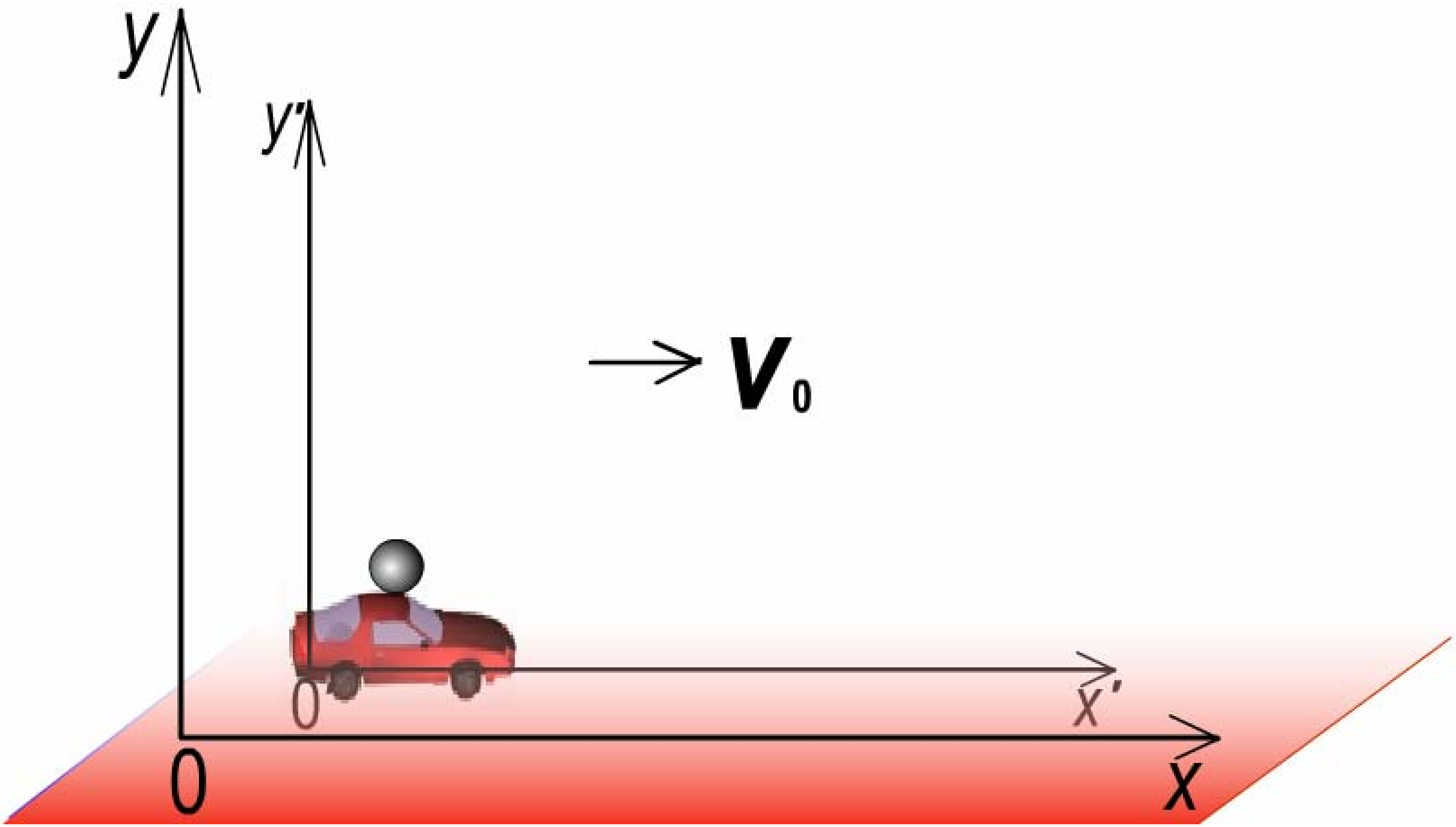
物体相对于S 系的运动 —— 绝对运动；

物体相对于S′系的运动 —— 相对运动；

S′系相对于S 系的运动 —— 牵连运动。

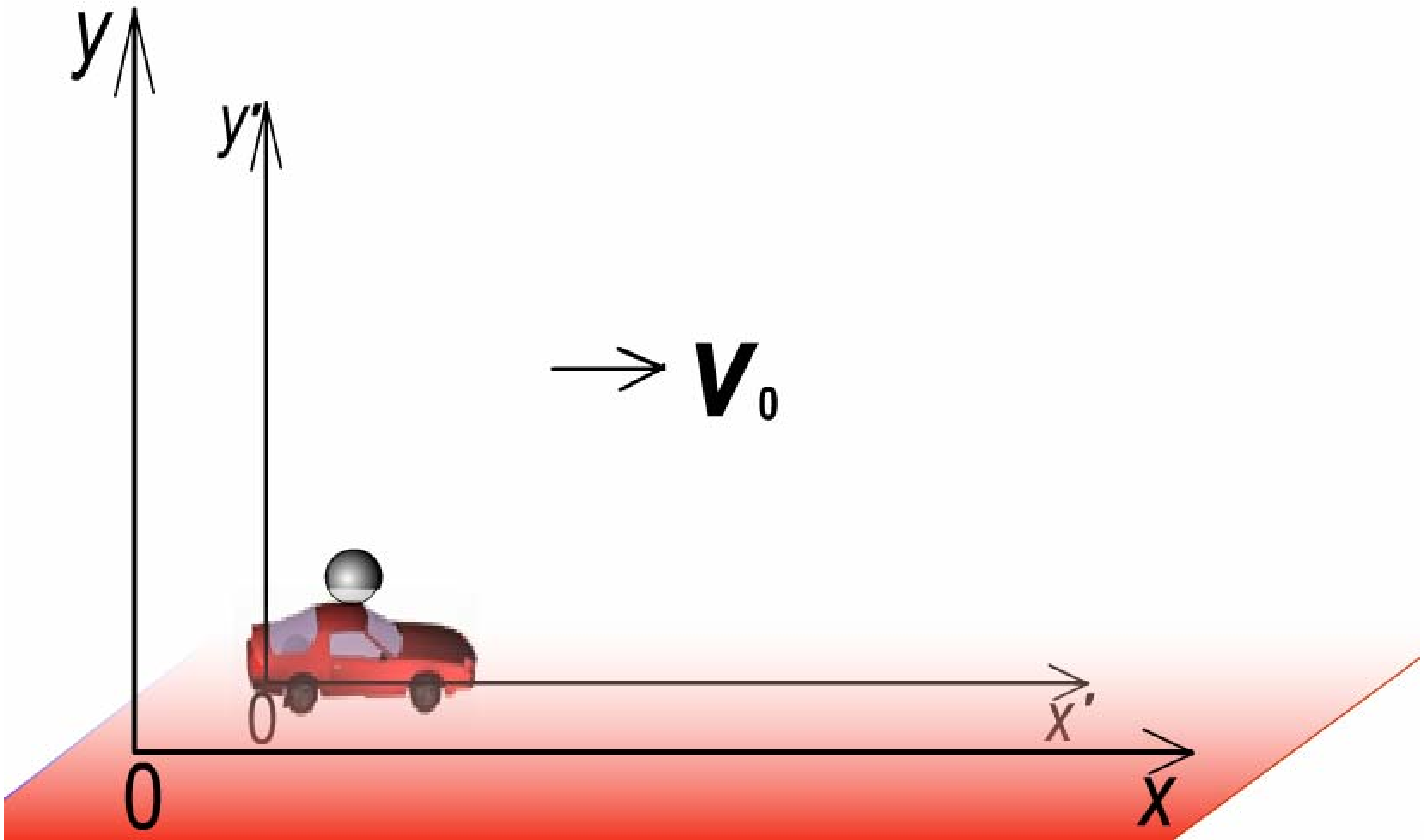
01:22:39

4.2 位置矢量的相对性



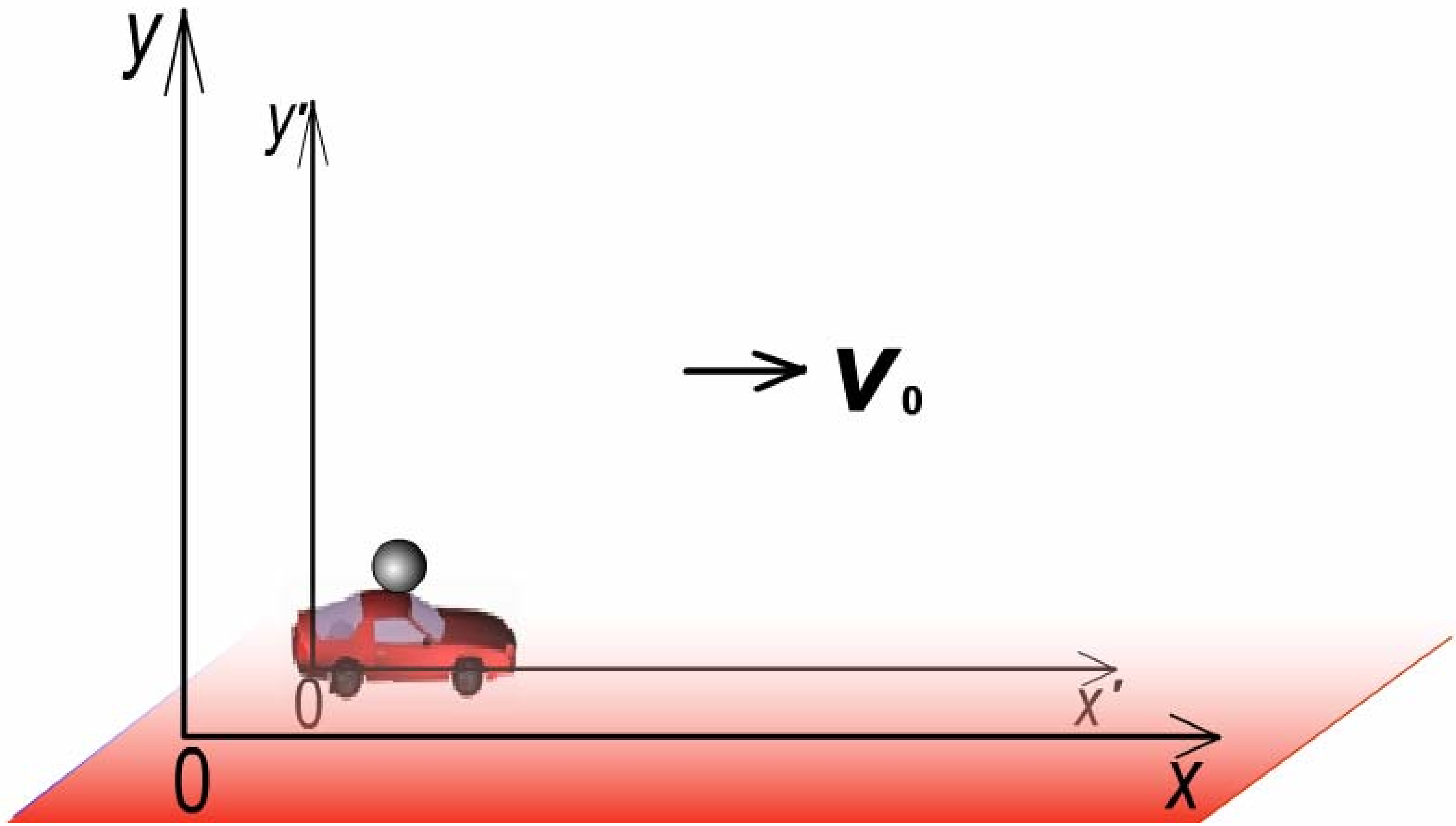
01:22:39

4.3 位移的相对性



01:22:39

4.4 速度的相对性



01:22:39

伽利略速度变换公式

$$\underbrace{\vec{v}}_{\text{绝对速度}} = \underbrace{\vec{v}_0}_{\text{牵连速度}} + \underbrace{\vec{v}'}_{\text{相对速度}}$$

加速度变换关系 $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$

如果S′系相对于S系做匀速直线运动，则 $\vec{a}' = \vec{a}$

对于相对作匀速直线运动的各个参考系，质点的加速度是不变量。

该公式只适用于**S′**系相对于**S** 系平动

该公式在物体运动速度接近于光速时不成立。

01:22:39

伽利略(1564—1642)

意大利物理学家和天文学家，实验物理学的先驱者。

- 提出相对性原理、惯性原理、抛体的运动定律、摆振动的等时性等。

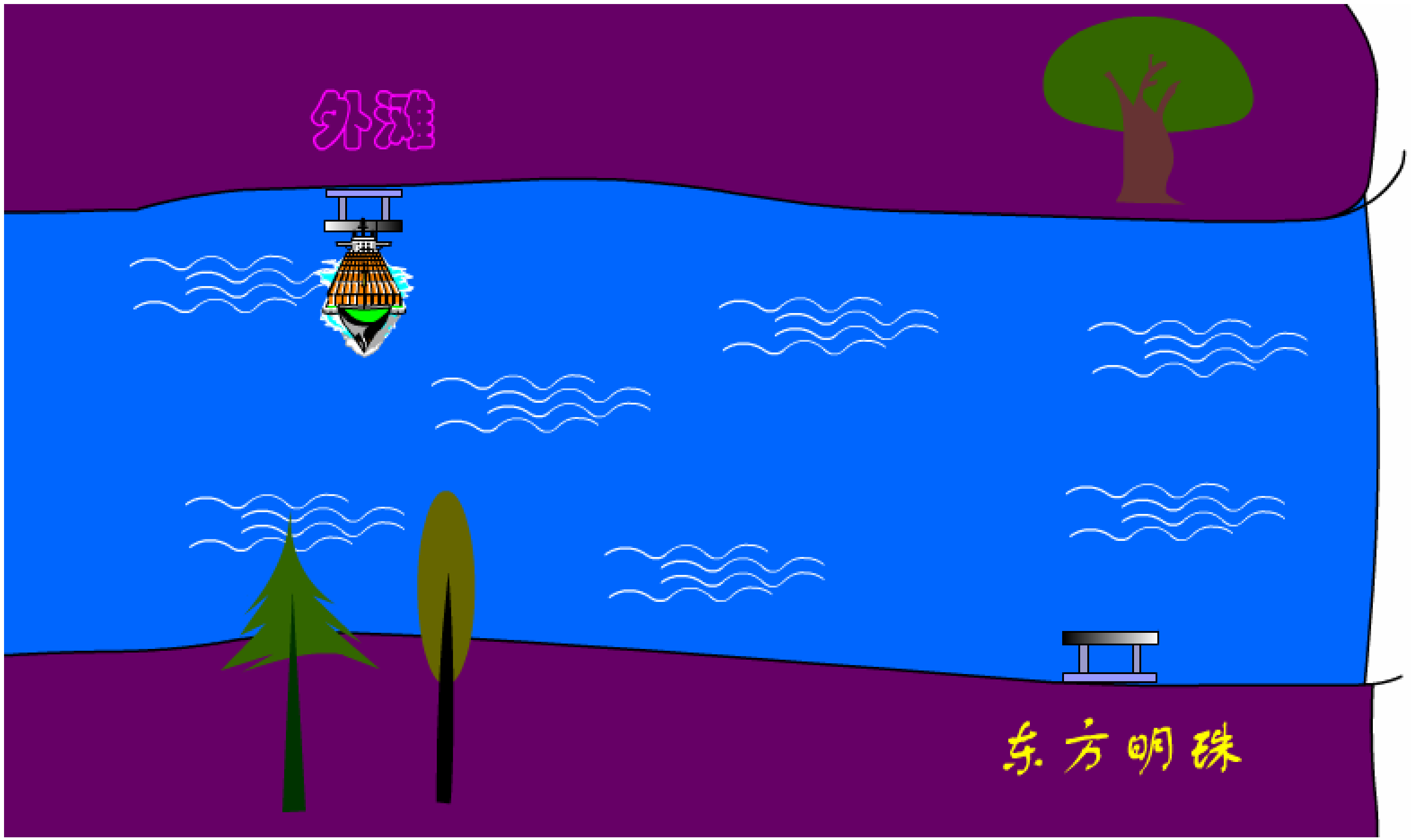
- 伽利略捍卫哥白尼日心说。

- 《关于两门新科学的对话和数学证明对话集》一书，总结了他的科学思想以及在物理学和天文学方面的研究成果。

01:22:39

例：如图所示，东流的江水，流速为$v_2=3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，一船在江中以航速$v_1=4\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$向正南方向行驶。

求：在外滩一边岸上的人将看到船以多大的速率v朝什么方向在航行？



01:22:39

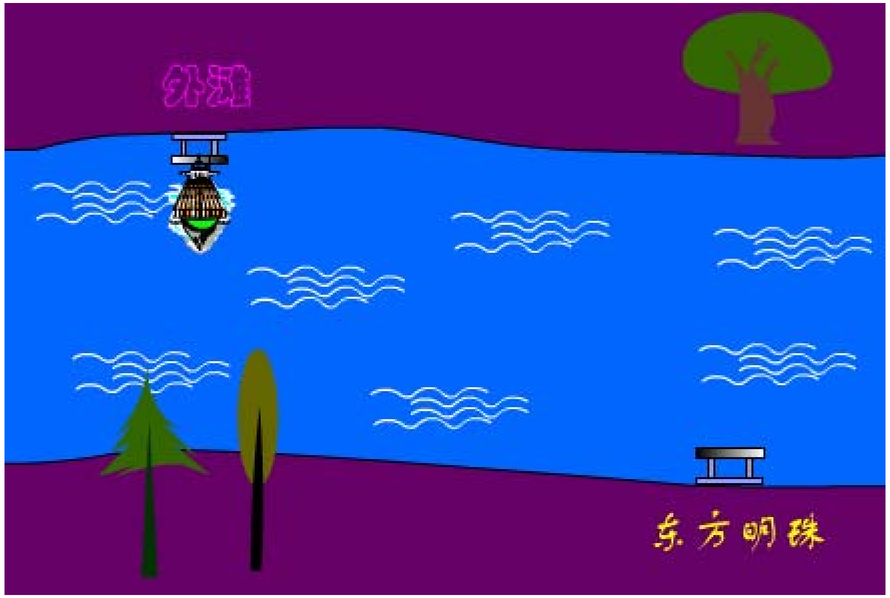
解：

以岸为基本参考系，

江水是运动参考系，

江水对岸的流速是牵连速度，

船在水中的航速是相对速度，



岸上的人观察到的船相对于岸的速度是绝对速度

$$\vec{v}=\vec{v}_2+\vec{v}_1$$

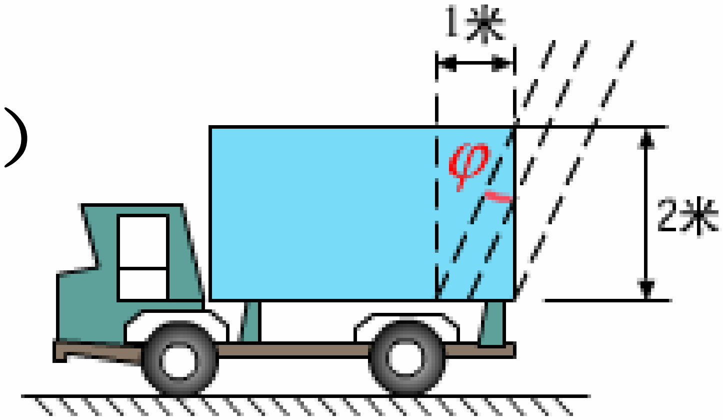
绝对速度的大小和方向分别为

$$v=\sqrt{\left(3\mathrm{m\ s}^{-1}\right)^2+\left(4\mathrm{m\ s}^{-1}\right)^2}=5\mathrm{m\ s}^{-1}$$

$$\theta=\operatorname{arctg}\frac{v_2}{v_1}=\operatorname{arctg}\frac{3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{4\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}=36.87^0$$

01:22:39

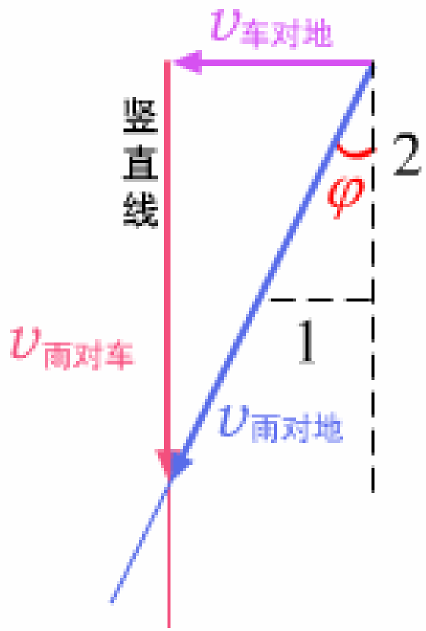
例：如图所示，车篷高 2m，停车时，由于有风，雨滴落至篷后沿内 1m 处。当车以 15km/h 的速率行驶时，雨滴恰好不落入车内。



求：雨滴对地速度（设雨滴匀速）

解： $v_{车对地}$大小 15km/h，方向水平向前

恰好不落入车内→$v_{雨对车}$方向沿竖直线向下



$v_{雨对地}$的方向与竖直线夹角 $\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{1}{2}$

$$v_{雨对地} = \frac{v_{车对地}}{\sin\varphi} = 9.3\ \mathrm{m/s}$$

01:22:39

本章小结

•参考系、坐标系、质点、质点系

•描述质点运动的物理量：

位置矢量、位移、速度、加速度

•运动方程，轨迹方程

•运动学的两类问题

（1）微分 $\vec{r} \rightarrow \vec{v} \rightarrow \vec{a}$ $\theta \rightarrow \omega \rightarrow \beta$

（2）积分 $\vec{a} \rightarrow \vec{v} \rightarrow \vec{r}$ $\beta \rightarrow \omega \rightarrow \theta$

01:22:39

- 自然坐标系

$$s = s(t) \qquad v = ds/dt$$

$a_t = dv/dt$　　衡量速度大小的变化

$a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$　　衡量速度方向的变化

- 圆周运动、角量与线量的关系　$v = \omega r$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\beta \qquad a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

- 相对运动

速度变换式 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$　加速度变换式 $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$

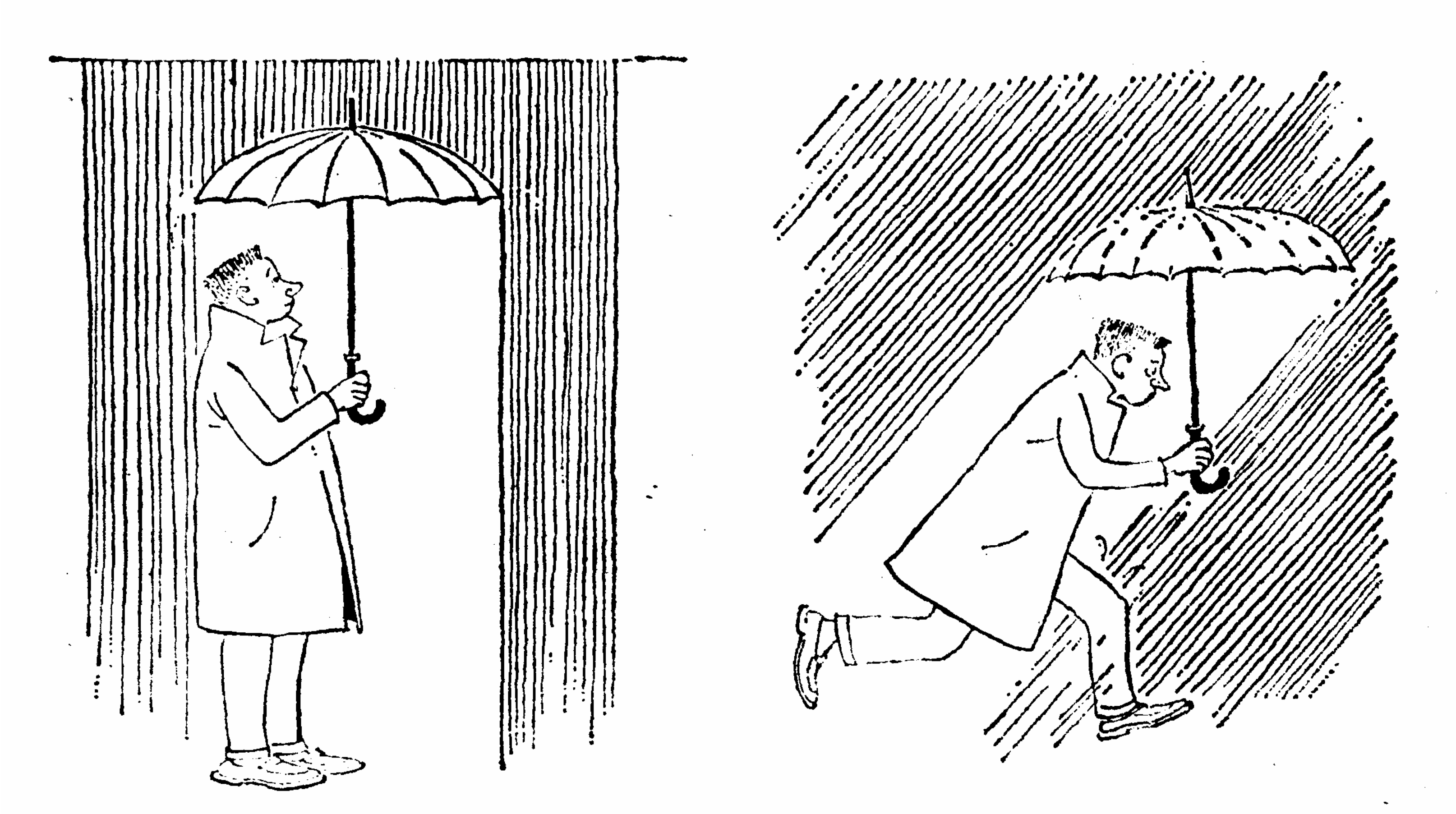
01:22:39

线　量	角　量
位置矢量 $\vec{r}$	角　位　置 θ
位　　移 $\Delta\vec{r}$	角　位　移 $\Delta\theta$
速　　度 $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$	角　速　度 $\omega=\dfrac{d\theta}{dt}$
加　速　度 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	角加速度 $\beta=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
匀变速直线运动	匀变速圆周运动
$v=v_0+at$	$\omega=\omega_0+\beta t$
$s-s_0=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$	$\theta-\theta_0=\omega_0t+\dfrac{1}{2}\beta t^2$
$v^2-v_0^2=2a(s-s_0)$	$\omega^2-\omega_0^2=2\beta(\theta-\theta_0)$

01:22:39

作业：马文蔚 物理学教程（第二版）

P-23   8，12，20



01:22:39