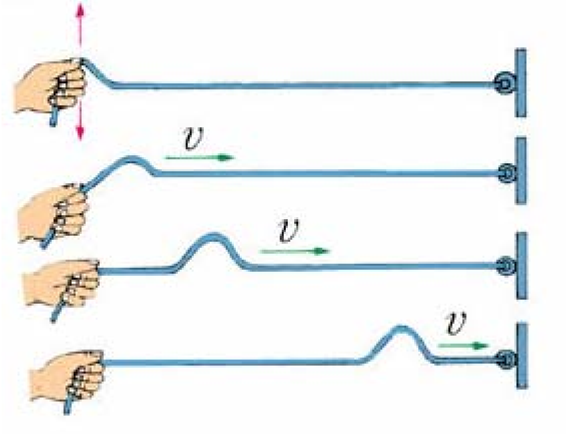
第二章 机械波

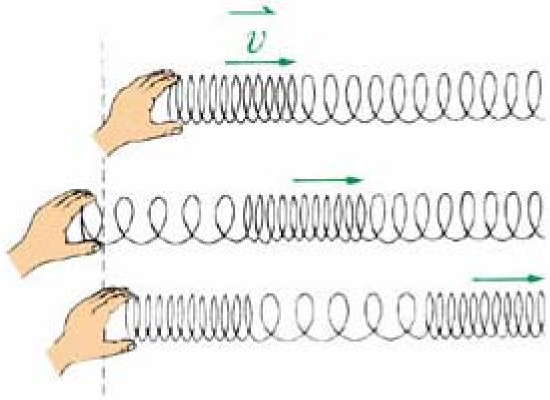
01:35:30

§1 波的分类与描述

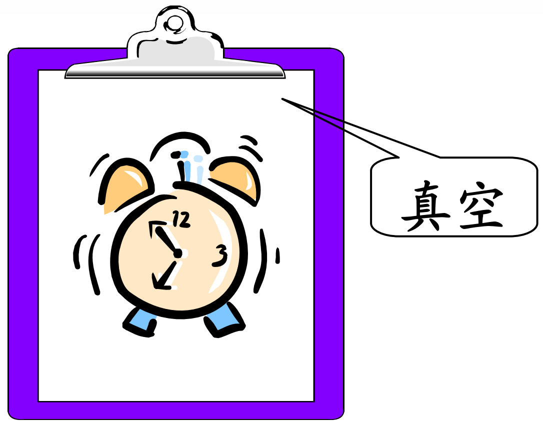
1.1 波动现象

绳波、弹簧的伸缩、水面波、空气中的声波、地震波、可见光波、无线电波、*x*射线



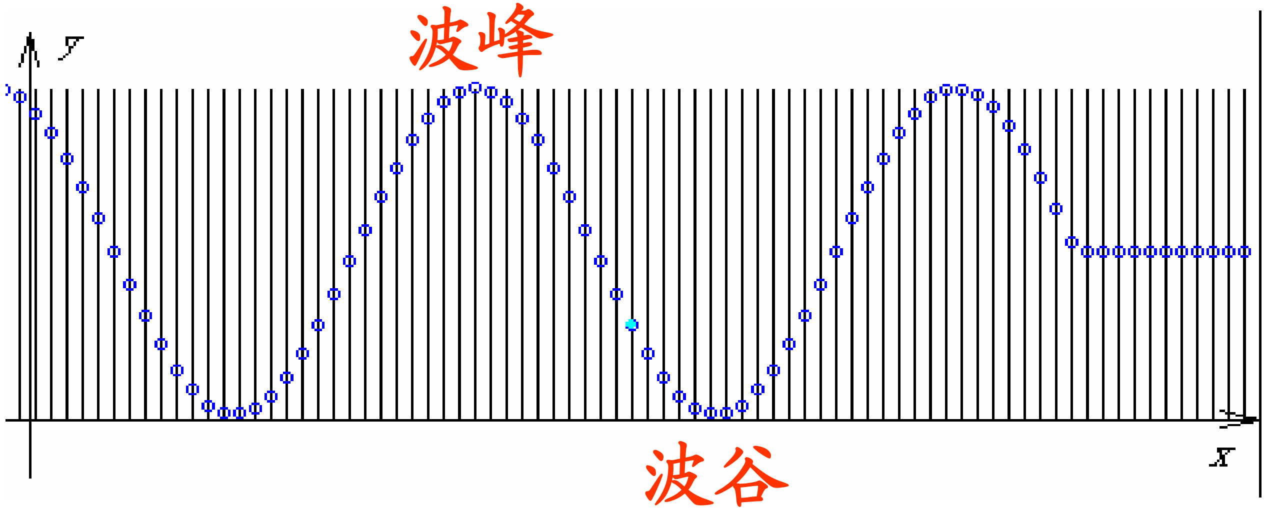


- 机械波：机械振动在媒质中的传播
- 电磁波：变化电磁场在空间的传播
- 物质波：微观粒子的波粒二象性
- 引力波：时空结构的扰动的传播



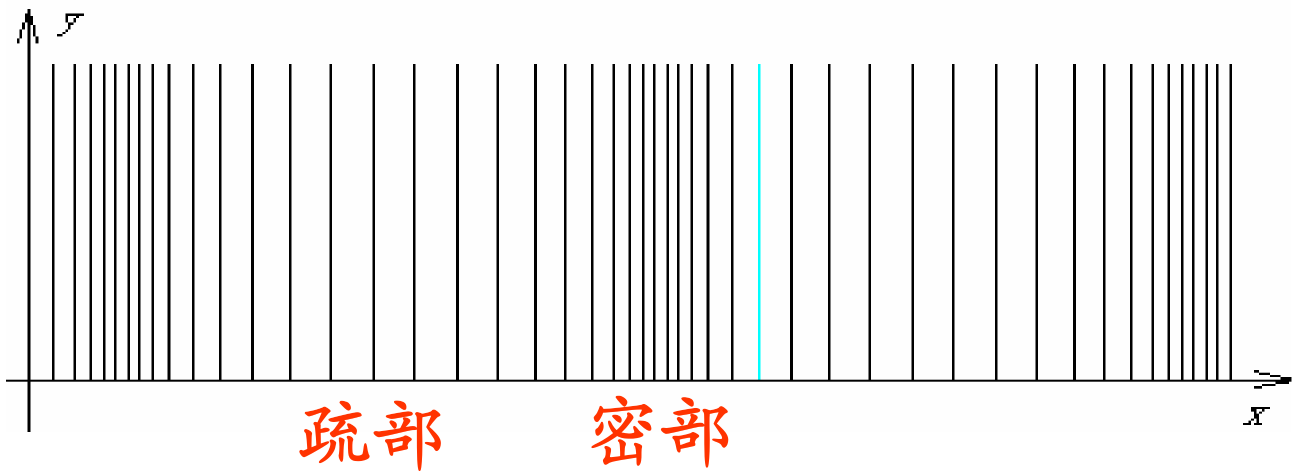
01:35:30

• 横波：质元的振动方向与波传播方向垂直



比如:
绳波
电磁波

• 纵波：质元的振动方向与波传播方向平行



比如:
弹簧伸缩
气体中的声波

01:35:30

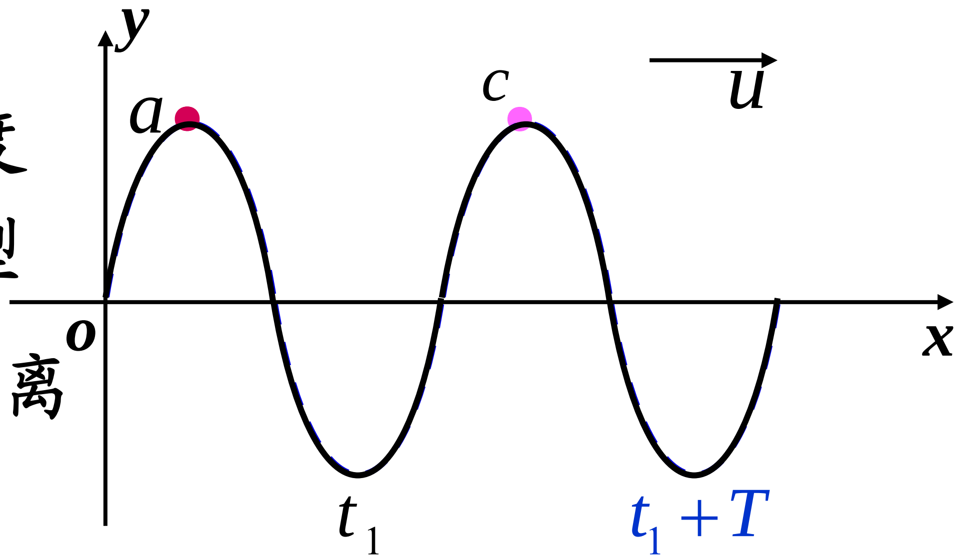
1.2 描述波动的物理量

振动状态(相位)的传播，并非介质本身的传播。

•波速u

相位传播的速度，即相速度

决定于媒质性质和波的类型



•波长λ 相邻同相点间的距离

同相点：振动状态相同

横波：相邻波峰或波谷间的距离

纵波：相邻密部或疏部间的距离

•周期T

$$\lambda = uT$$

波向前传播一个波长所需要的时间

波的周期等于波源振动的周期

周期只与振源有关，而与传播介质无关

01:35:30

判断题： #T4201.

有人说，波的传播就是介质质点“随波逐流”，这句话对吗？

01:35:30

选择题： #S4201.

下列说法中，不正确的有：

(1) 波长是同一波线上相位差为**2π**的两振动质点间的距离；

(2) 波长是在一个周期内，振动所传播的距离；

(3) 横波的两个相邻波峰**(**或波谷**)**间相距一个波长；

(4) 纵波的两个相邻密部**(**或疏部**)**间相距一个波长**;**

(5) 波源的振动周期与波的周期在数值上相同；

(6) 波源振动的速度与波速相同；

(7) 沿波的传播方向上的任一质点的振动相位总比波源的相位落后。

01:35:30

判断题： #T4202.

波在媒质中传播的速度$\boldsymbol{v} = \nu\lambda$，因而可以利用提高频率$\nu$的办法来提高波在此媒质中的传播速度。

01:35:30

选择题： #S4202.

两根绳子，一根粗另一根细，把它们连接起来形成一根长绳子。一个波沿绳子传播，并通过两根绳子的连接点。则通过连接点后不会发生变化的有：

(1) 波长λ
(2) 波速$\boldsymbol{v}$
(3) 频率$\boldsymbol{\nu}$
(4) 振幅$\boldsymbol{A}$
(5) 周期$\boldsymbol{T}$
(6) 能量

01:35:30

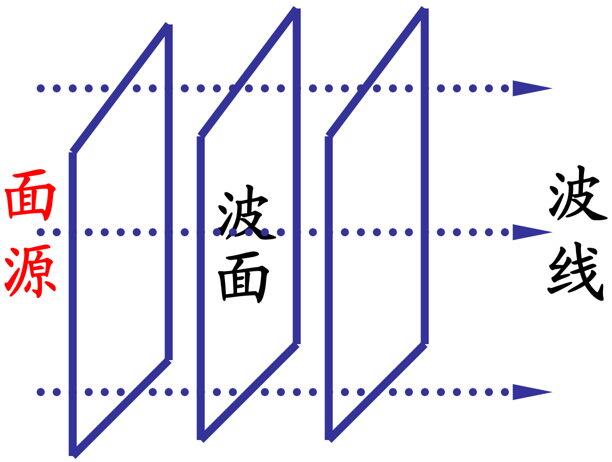
1.3 波的几何描述

- 波面：任一时刻相位相同的点组成的面，又称同相面
- 波前(波阵面)：在某一时刻传到最前面的波面

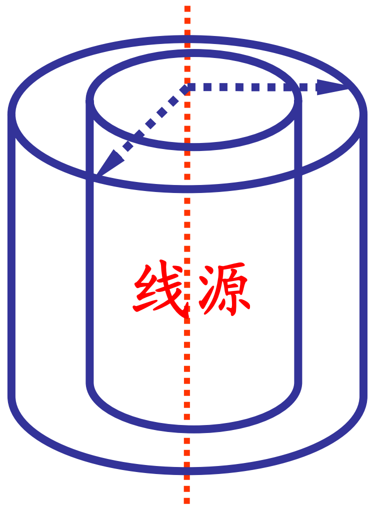
波前是波面的特例，在任一时刻，只有一个波前

- 波线(或波射线)：指向波的传播方向有向线段

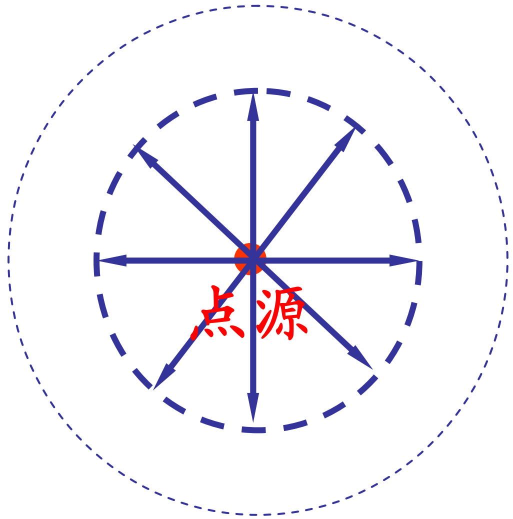
在各向同性介质中，波射线垂直波面



平面波



柱面波



球面波

01:35:30

1.4 波的分类

- 按振动方向
  - 横波（transverse wave）
  - 纵波（longitudinal wave）
- 按波面形状
  - 平面波（plane wave）
  - 柱面波（cylindrical wave）
  - 球面波（spherical wave）
- 按持续时间
  - 脉冲波（pulsating wave）
  - 连续波（continued wave）
- 按是否传播
  - 行波（travelling wave）
  - 驻波（standing wave）
- 按复杂程度
  - 简谐波（simple harmonic wave）
  - 复波（compound wave）

§2 简谐波的波函数

简谐波(余弦波、单色波)：简谐振动的传播所形成的波

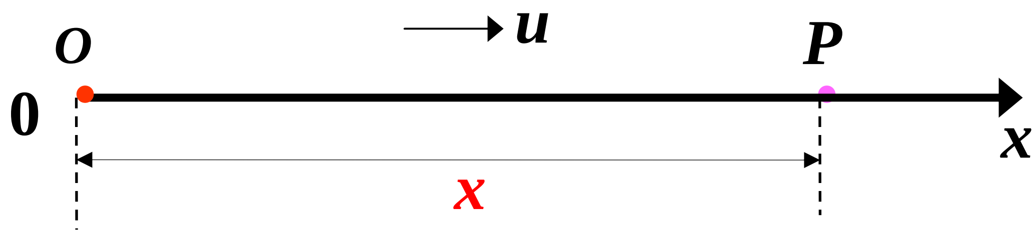
平面简谐波(一维简谐波)：波面是平面的简谐波

考虑一列沿**x**轴向右传播的行波，设其波速为***u***

波源**O**作简谐振动，

其振动方程为

$$y(0,t)=A\cos\omega t$$



O点在***t***时刻的振动状态传到***P***点需用时间 $\Delta t=\dfrac{x}{u}$

即在(***t***+△***t***)时刻，***x***处的振动量 $y(x,t+\Delta t)=A\cos\omega t$

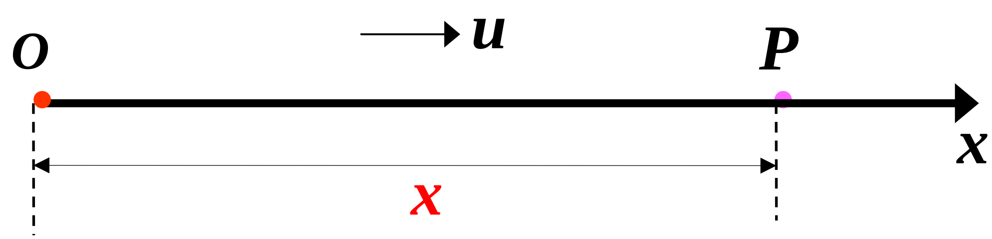
t时刻***x***处的振动量 $y(x,t)=A\cos\left[\omega(t-\Delta t)\right]=A\cos[\omega(t-\dfrac{x}{u})]$

此即右行波的波函数

01:35:30

判断题： #T4203.

有人说，如果波从O点传向P点，则P点开始振动的时刻比O点晚x/u，即O点t时刻的相位在P点是$(t+x/u)$时刻才出现，因此P点的振动表达式应为$y=A\cos\omega(t+x/u)$，这种说法对吗？



01:35:30

•波动中各质点振动的速度和加速度

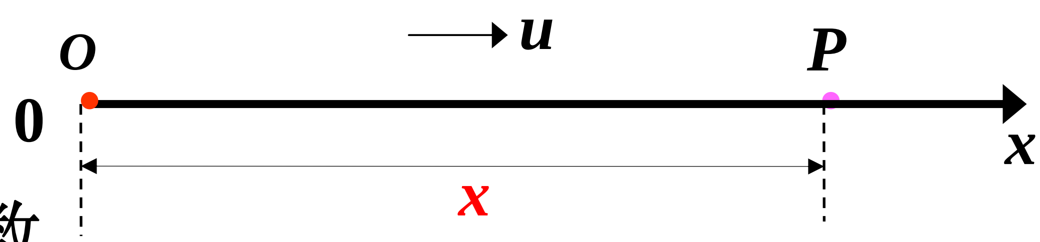
$$\upsilon = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin\omega(t - \frac{x}{u}) \qquad a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 \cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u})] = A\cos(\omega t - \frac{\omega}{u}x) = A\cos(\omega t - \Delta\varphi)$$

•***P***点比***O***点相位落后 $\Delta\varphi = \frac{\omega}{u}x = \frac{2\pi}{\lambda}x \quad \Leftarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T},\ u = \frac{\lambda}{T}$

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) = A\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

•(角)波数 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$



2π长度内所含波长个数

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx) = A\cos[\omega(t - \frac{k}{\omega}x)]$$

$$\boxed{u = \frac{\omega}{k}}$$

01:35:30

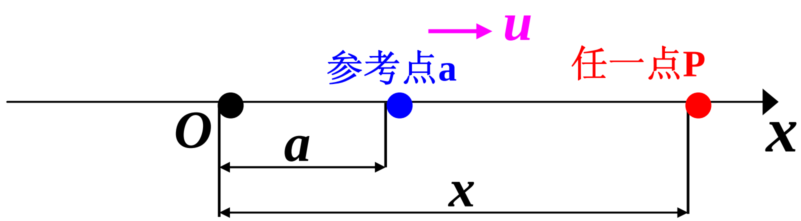
$$y = A\cos(kx-\omega t) = A\cos\left[k\left(x-\frac{\omega}{k}t\right)\right] = A\cos\left[k(x-ut)\right]$$

•若考虑了**O**处质点的初相位 $y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

则波函数为 $y(x,t)=A\cos\left[(\omega t-kx)+\varphi_0\right]$

•也可由任意参考点**a**的振动

$y(a,t)=A\cos(\omega t+\varphi_a)$



得到波函数为 $y(x,t)=A\cos\left[\omega t-k(x-a)+\varphi_a\right]$

•沿***x*** 轴负方向传播的左行波

$$y(x,t)=A\cos[\omega t-k(-x)]=A\cos(\omega t+kx)=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$$

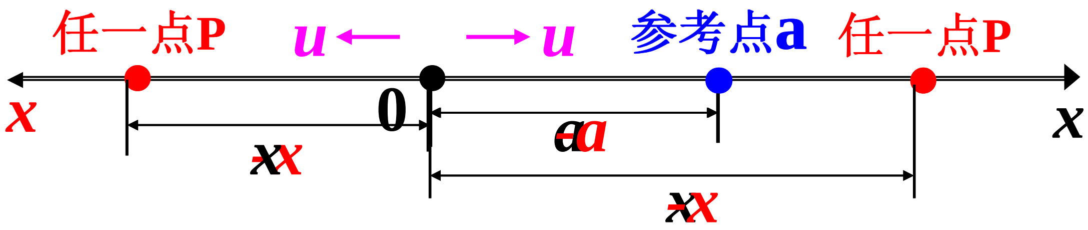
注意: 若以向左为***x***轴正向，左行为减号，右行为加号

01:35:30

P点相位比0点（a点）落后了：

$$\Delta\varphi=\omega\frac{x}{u}=2\pi\frac{x}{\lambda}\qquad \Delta\varphi=\omega\frac{x-a}{u}=2\pi\frac{x-a}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi=\omega\frac{-x}{u}=2\pi\frac{-x}{\lambda}\qquad \Delta\varphi=\omega\frac{-x+a}{u}=2\pi\frac{-x+a}{\lambda}$$

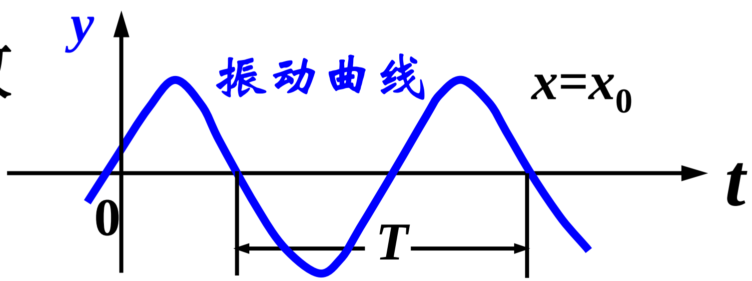


	已知 $x=0$ 的振动方程 $y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$	已知 $x=a$ 的振动方程 $y(a,t)=A\cos(\omega t+\varphi_a)$
以向右为正 x	右行波函数 $y(x,t)=A\cos[(\omega t-kx)+\varphi_0]$	右行波函数 $y(x,t)=A\cos\{[\omega t-k(x-a)]+\varphi_a\}$
	左行波函数 $y(x,t)=A\cos[(\omega t+kx)+\varphi_0]$	左行波函数 $y(x,t)=A\cos\{[\omega t+k(x-a)]+\varphi_a\}$
以向左为正 x	右行波函数 $y(x,t)=A\cos[(\omega t+kx)+\varphi_0]$	右行波函数 $y(x,t)=A\cos\{[\omega t+k(x-a)]+\varphi_a\}$
	左行波函数 $y(x,t)=A\cos[(\omega t-kx)+\varphi_0]$	左行波函数 $y(x,t)=A\cos\{[\omega t-k(x-a)]+\varphi_a\}$

01:35:30

➤振动曲线与波形曲线 $y(x,t)=A\cos\left(\omega t-kx\right)$

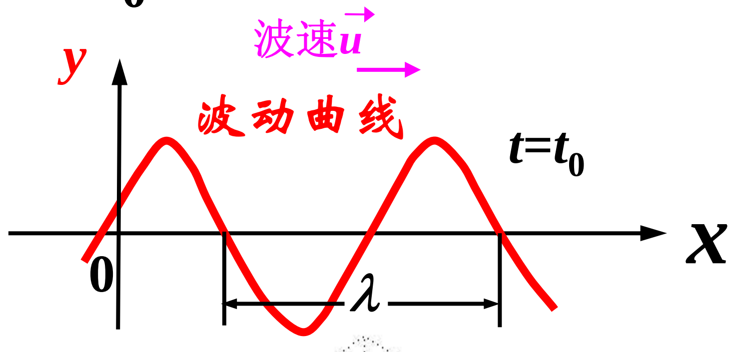
① 若**x**一定，位移仅是时间的函数



$$y(t)=A\cos\left(\omega t-kx_0\right)=A\cos\left(\omega t-\varphi_{x_0}\right)$$

即x_0处质点的振动表达式，初相是$-kx_0$

② 若**t**一定，位移仅是坐标的函数

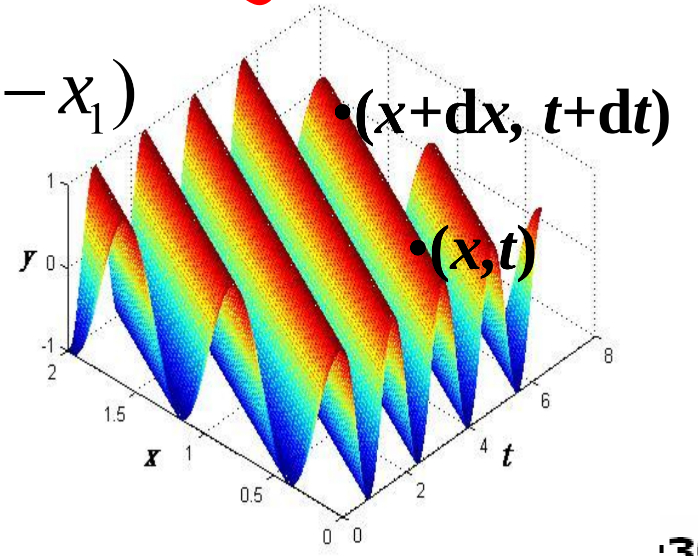


$$y(x)=A\cos\left(\omega t_0-kx\right)$$

反映 t_0 时刻空间各点的位移分布

$$\varphi_1-\varphi_2=(\omega t_0-kx_1)-(\omega t_0-kx_2)=k(x_2-x_1)$$

③ 三维图

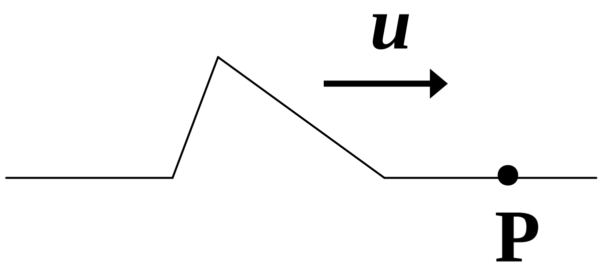


$$\omega t-kx=\omega(t+dt)-k(x+dx)$$

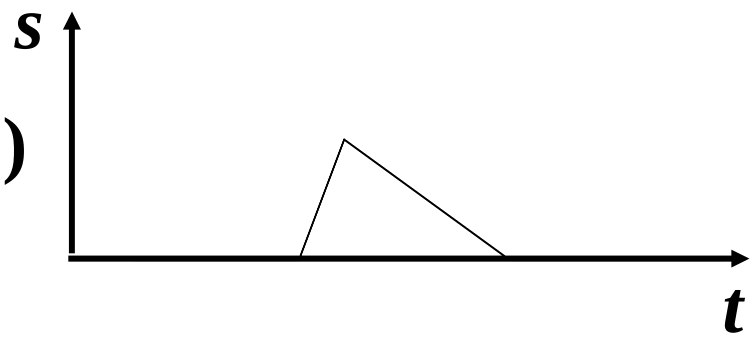
$$\omega dt=kdx \quad \frac{\omega}{k}=\frac{dx}{dt}$$ **u**=直线的斜率

选择题： #S4203.

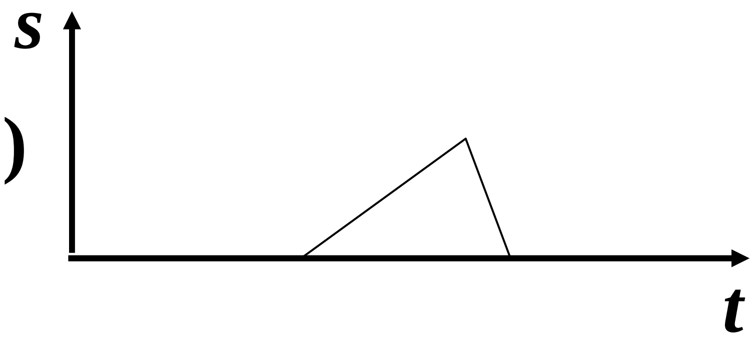
如图，一个脉冲波以匀速*u*沿绳子运动，以下的4个曲线图中，哪个正确地表明了点P的位移*s*和时间*t*之间的关系？



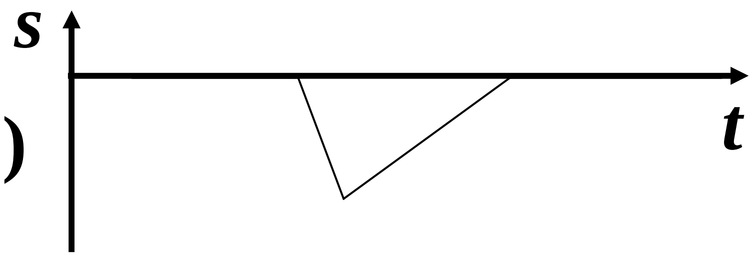
(1)



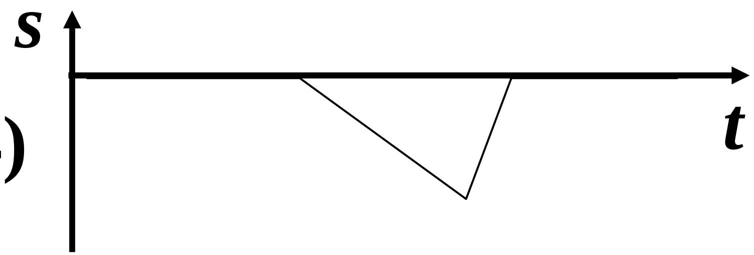
(2)



(3)



(4)



01:35:30

➢波的时间和空间双重周期性 $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx)$

① 时间周期性

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+2\pi)=A\cos[\omega(t+\frac{2\pi}{\omega})-kx] \qquad T=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$y(x,t)=y(x,t+T)$$

同一质元其振动曲线以**T**为一个周期重复

在***t***时刻与***t+T***时刻的波形曲线完全重合

$$\boxed{\begin{aligned}\lambda&=uT\\ \omega&=uk\end{aligned}}$$

② 空间周期性

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+2\pi)=A\cos[\omega t-k(x-\frac{2\pi}{k})] \qquad \lambda=\frac{2\pi}{k}$$

$$y(x,t)=y(x-\lambda,t)$$

同一时刻波形曲线以波长为一个周期重复

在***x***处与***x-λ***处的两个质点的振动曲线重合(同相点)

01:35:30

➢波动微分方程

由波函数 $y = A\cos(\omega t - kx) = A\cos(\omega t - \frac{\omega}{u}x)$

分别对时间和空间求二阶偏导

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{A\omega^2}{u^2}\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\right], \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)\right]$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \nabla^2\xi = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \qquad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

任何物理量，只要它与坐标、时间的关系满足波动方程，则此物理量就按波的形式传播。

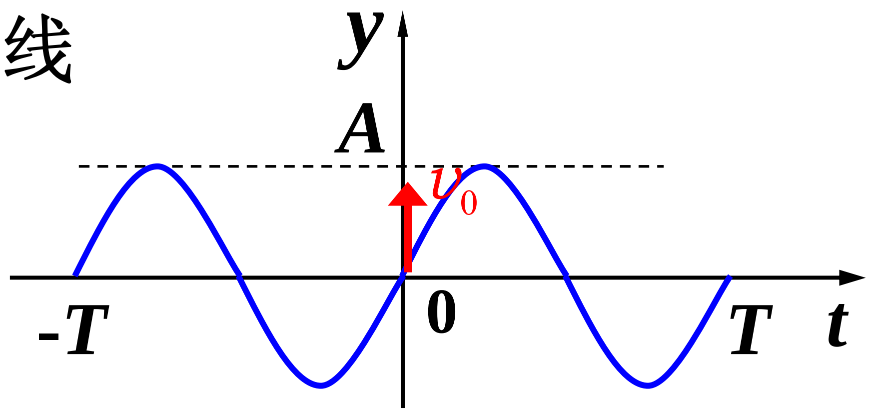
比如：真空中电磁波的波动方程

$$\frac{1}{u^2} = \mu_0\varepsilon_0$$

$$\nabla^2\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial^2 t} = 0, \quad \nabla^2\vec{B} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial^2 t} = 0 \qquad u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

例：波长为λ的右行波在$x=0$点的振动曲线如图所示

试画出该波在$t=0$时的波形曲线

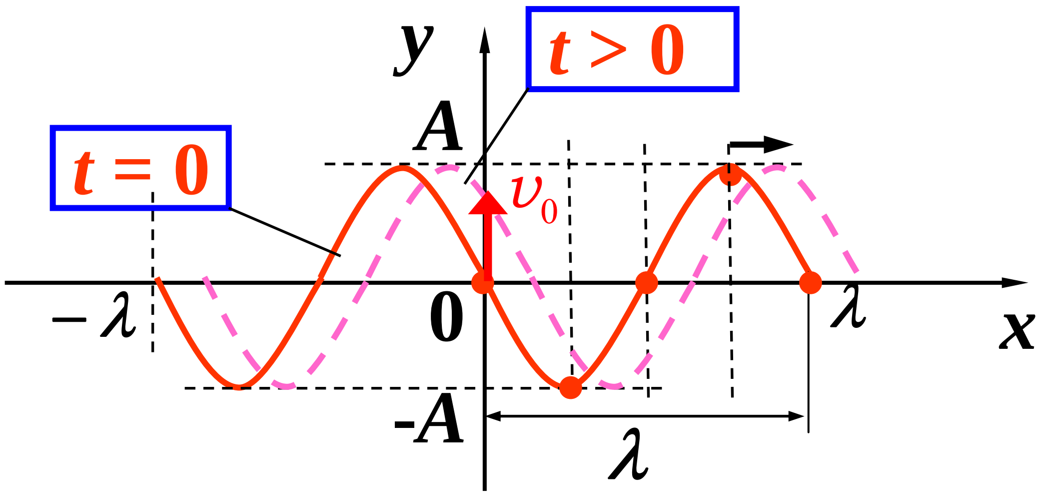


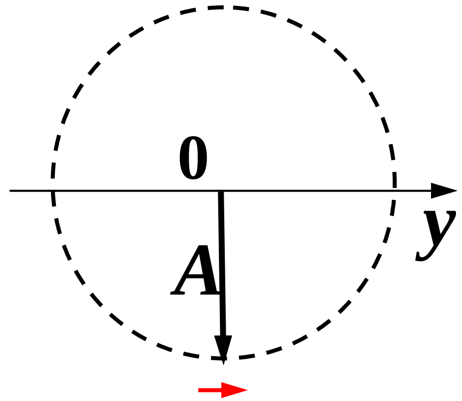
解： $x=0$点的振动方程

$$y(0,t)=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$y(x,t)=A\cos\left[\left(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$

$$y(x,0)=A\cos\left(-\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$





$x=0$点初相位为 $-\pi/2$

01:35:30

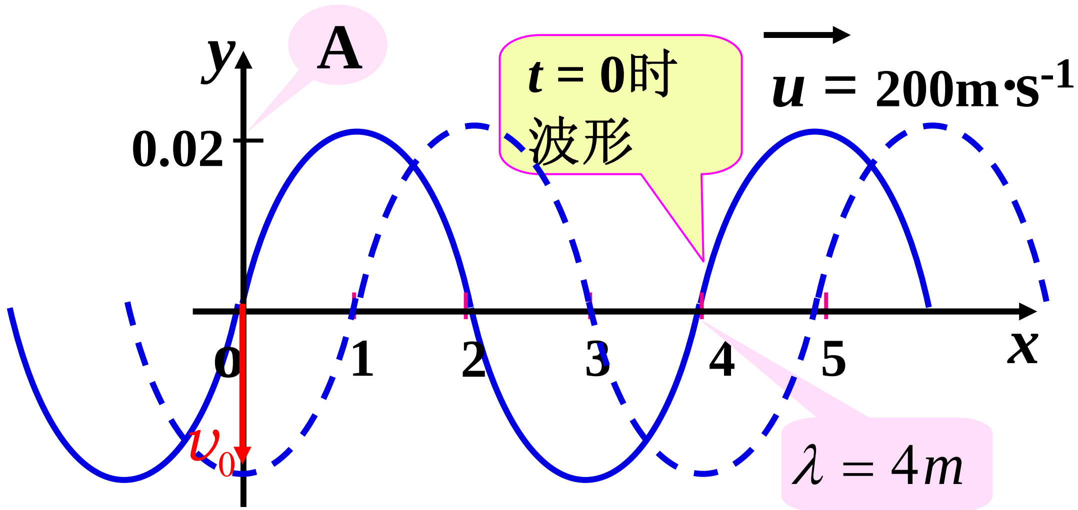
例：一平面简谐波以波速u=200m·s^{-1}沿x轴正方向传播，在 t =0 时刻的波形如图所示，

求：(1)O点的振动表达式；(2)波动表达式

解：(1) $y(0,t)=A\cos\left(\omega t+\varphi\right)=0.02\cos(100\pi t+\dfrac{\pi}{2})$

$$T=\frac{\lambda}{u}=\frac{4}{200}=\frac{1}{50}s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=100\pi s^{-1} \quad \varphi=\frac{\pi}{2}$$



(2)以坐标原点为参考点

$$y(x,t)=A\cos\left(\omega t-kx+\varphi\right)$$

$$=0.02\cos(100\pi t-\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{2})\leftarrow k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\pi}{2}$$

01:35:30

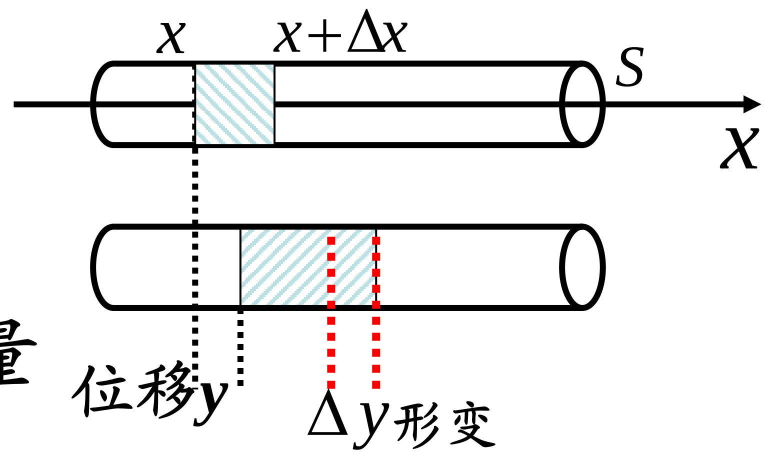
§3 波的能量与能流

3.1 波的能量及能量密度

以弹性棒中的纵谐波为例：

设棒的截面积为S，考虑棒中长为Δx，质量为Δm的一微小质元

用y表示此质元沿棒方向的振动量



每个质元振动→动能ΔW_k

每个质元形变→势能ΔW_p

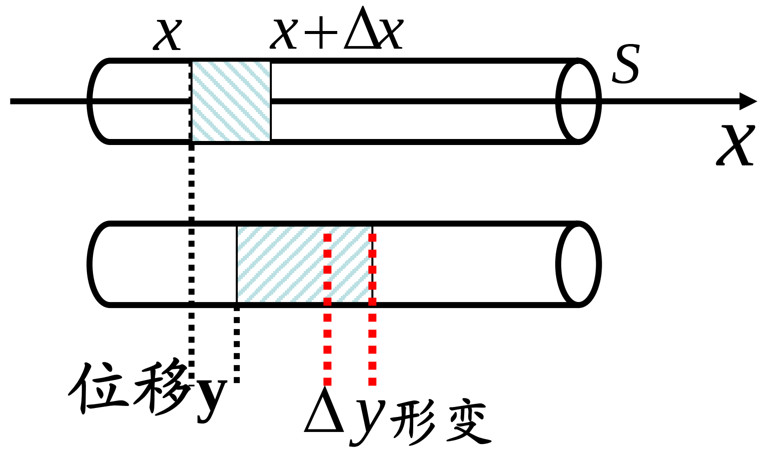
•质元的动能 $\Delta W_k = \frac{1}{2}\Delta m \upsilon^2 = \frac{1}{2}\rho S \Delta x \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$

动能密度 $w_k = \frac{\Delta W_k}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$ ——单位体积的动能

01:35:30

•形变势能

胡克定律 $F = k\Delta y$



$$k = \frac{ES}{\Delta x}$$ 其中E为杨氏模量

$$\Delta W_P = \frac{1}{2}\frac{ES}{\Delta x}(\Delta y)^2 = \frac{1}{2}ES\Delta x\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2 = \frac{1}{2}E\Delta V\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

势能密度 $w_p = \dfrac{\Delta W_p}{\Delta V} = \dfrac{1}{2}E\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2$ ——单位体积的势能

•能量密度 $w = \dfrac{\Delta W}{\Delta V} = \dfrac{1}{2}\rho\left(\dfrac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \dfrac{1}{2}E\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2$

对平面简谐波，其波函数为：$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$

01:35:30

棒中纵谐波的能量密度

$$w=w_k+w_p=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\sin^2(\omega t-kx)+\frac{1}{2}EA^2k^2\sin^2(\omega t-kx)$$

对弹性棒中的纵波 $u=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 又知 $u=\frac{\omega}{k}$ $\frac{E}{\rho}=\frac{\omega^2}{k^2}$

$w_k=w_p$ 适用于各种简谐波

$$w=\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx) \qquad w_{\max}=\rho\,\omega^2A^2$$

一个周期*T*内的平均能量密度：

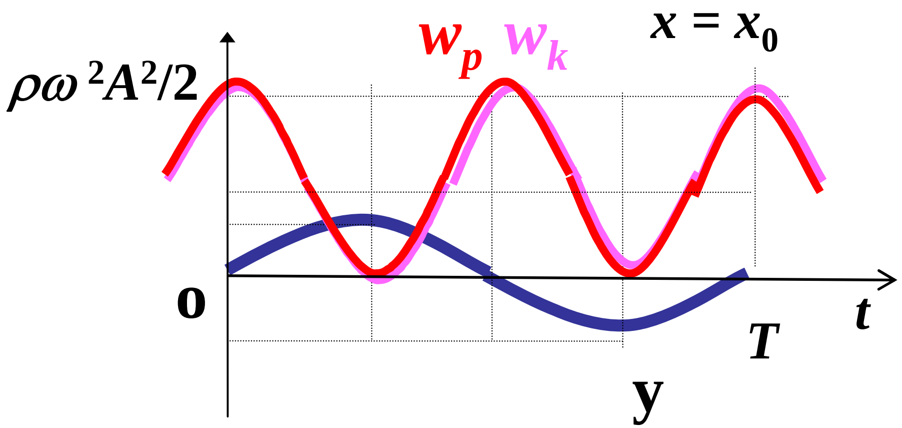
$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T\rho\omega^2A^2\sin^2(\omega t-kx)\,dt=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2$$

$\overline{w}\propto A^2$ 普适结论

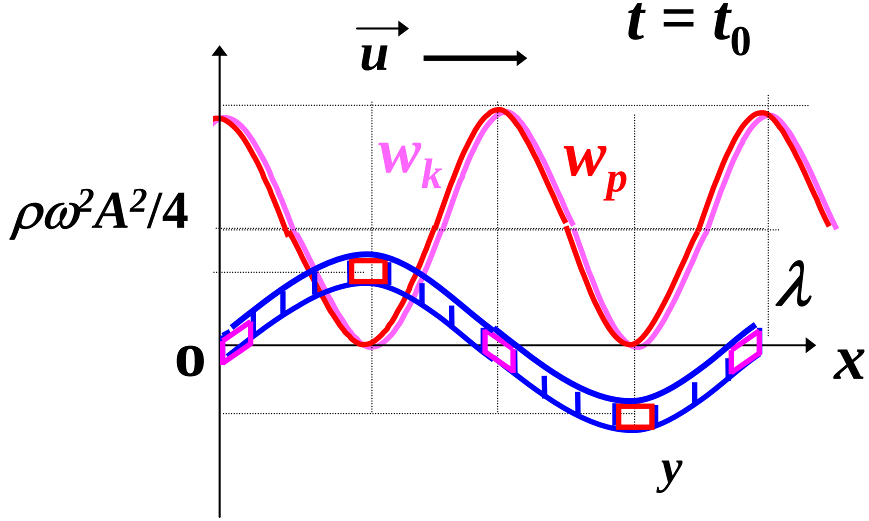
01:35:30

➢能量曲线及特点 $w_k = w_p = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 \sin^2(\omega t - kx)$

(1)固定x——振动曲线



(2)固定t——波形曲线



•w_k、w_p 随时间同相位的变化；

•同时最大，同时最小，没有动能和势能的相互转化；

•各质元的能量随时间变化，并不守恒。

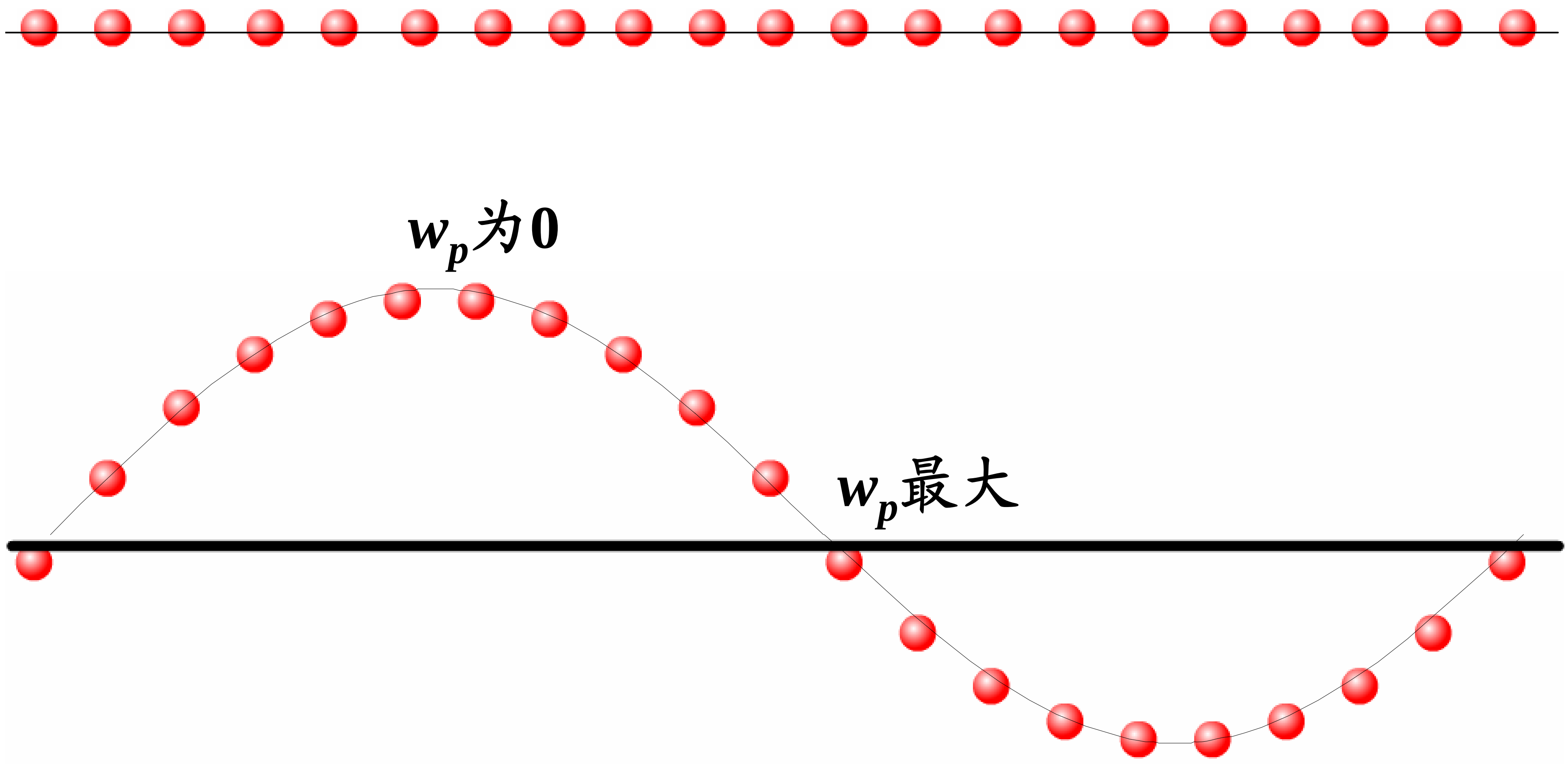
•w_k、w_p 随x周期分布

•$y=0$者，w_k，w_p最大

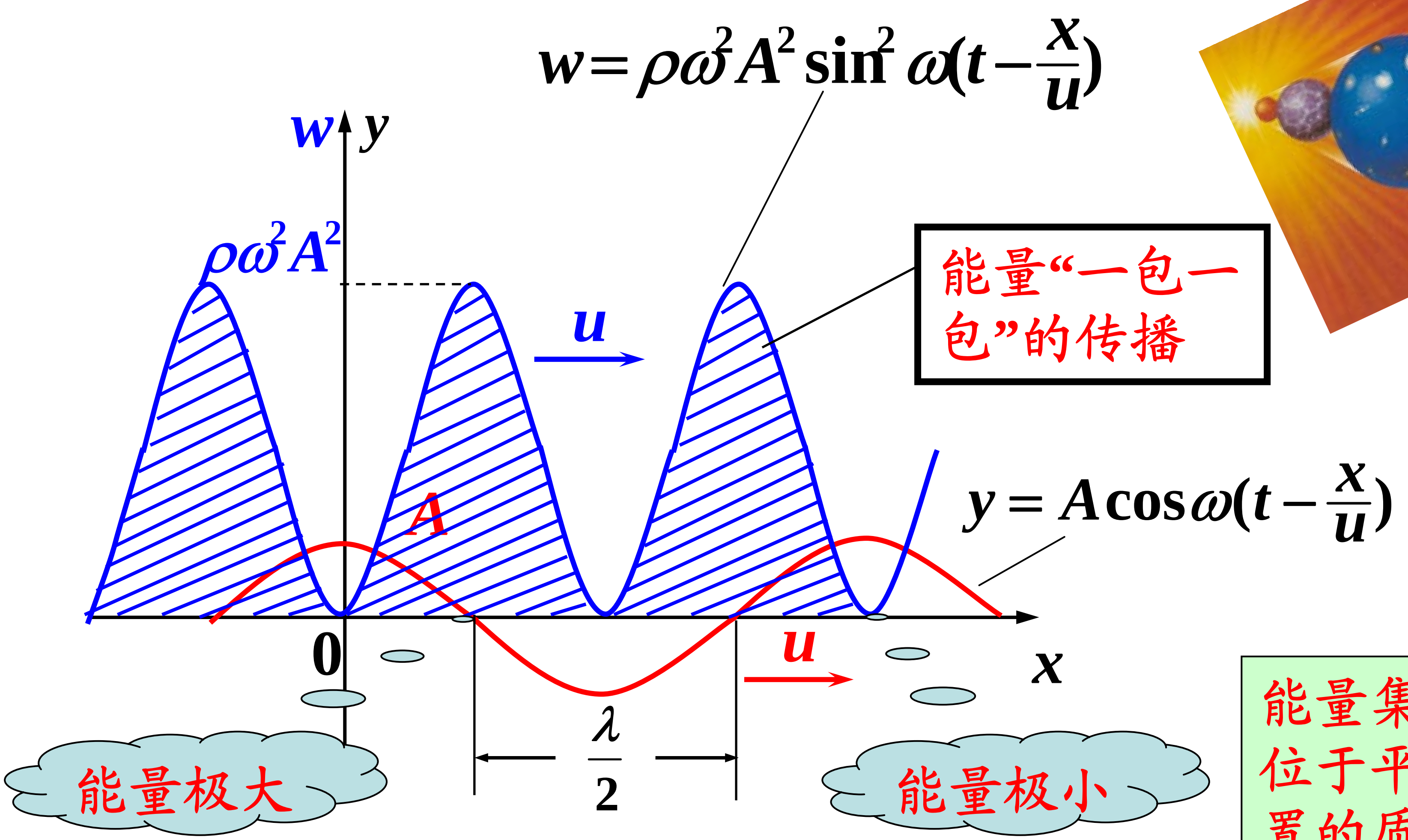
•y最大者，w_k，w_p为0

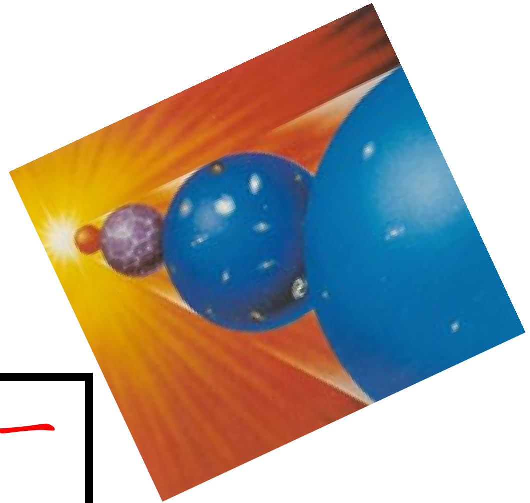
01:35:30

与单个孤立质点的振动势能不同



➢能量的传播

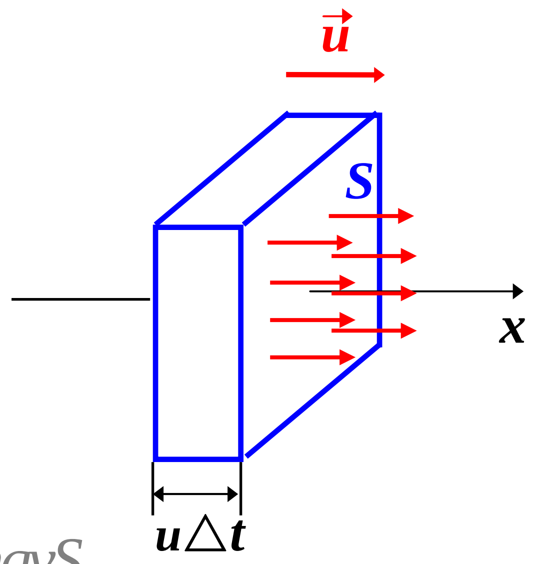




能量集中于位于平衡位置的质元处

01:35:30

3.2 能流密度、波的强度



波的传播→能量传播→能流

•能流(能通量)：
单位时间内垂直通过S面的能量

$$P=\frac{\Delta W}{\Delta t}=\frac{wSu\Delta t}{\Delta t}=wuS \qquad I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{nqSv\Delta t}{\Delta t}=nqvS$$

•能流密度：单位时间内垂直通过单位面积的能量

$$\frac{P}{S}=wu$$

能量密度×传播速度

$$\vec{j}=\frac{I}{S}=nq\vec{v}$$

随时间变化

对棒中的纵谐波 $\dfrac{P}{S}=wu=\rho A^2\omega^2 u\sin^2(\omega t-kx)$

01:35:30

•平均能流密度(波的强度)：能流密度的时间平均值

$$\vec{I} = \frac{\bar{P}}{S} = \bar{w}\vec{u} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2\vec{u}$$ 对任意简谐波 $I \propto A^2$

矢量，在各向同性介质中，方向与波速相同

•介质的特性阻抗 $Z = \rho u$ 反映介质的特性

均匀介质中，Z 处处相同

两介质比较 Z 较小者称波疏介质

Z 较大者称波密介质

对光波:

折射率较小者称光疏介质——光速较大

折射率较大者称光密介质——光速较小

01:35:30

3.3 柱面波与球面波的波函数

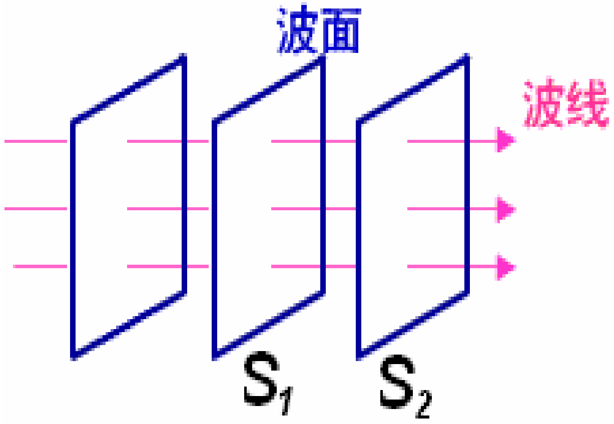
假设介质无吸收　在一个周期内 $\Delta W = I_1 S_1 T = I_2 S_2 T$

假设介质均匀→**Z**处处相同 $\frac{1}{2}\rho A_1^{\ 2}\omega^2 u S_1 T = \frac{1}{2}\rho A_2^{\ 2}\omega^2 u S_2 T$

$$A_1^{\ 2} S_1 = A_2^{\ 2} S_2$$

平面波 $S_1 = S_2$

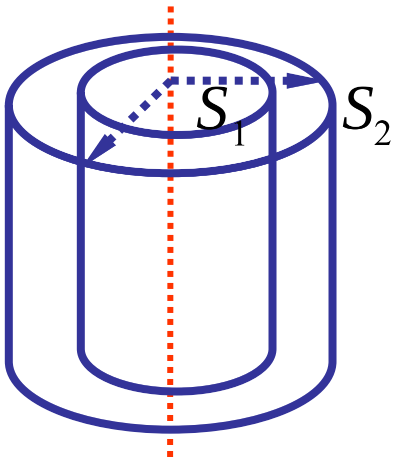
$$A_1 = A_2$$



柱面波 $S = 2\pi rh$

$$A_1^{\ 2} r_1 = A_2^{\ 2} r_2$$

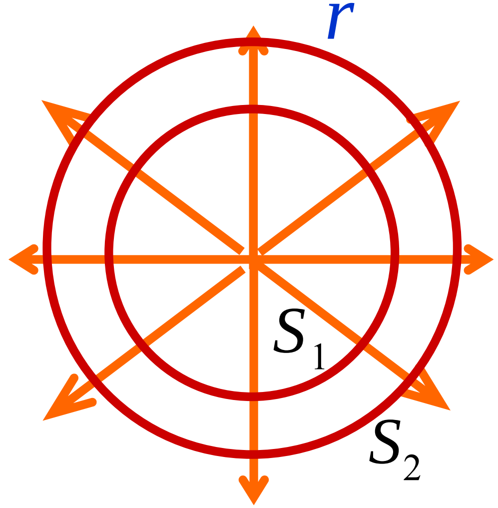
$$A \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$



球面波 $S = 4\pi r^2$

$$A_1^2 r_1^2 = A_2^2 r_2^2$$

$$A \propto \frac{1}{r}$$



01:35:30

以A_0表示离波源单位长度1处的振幅

以A表示离波源r处的振幅

•对柱面波 $A_0^2 = A^2 r$

柱面波波函数 $$\psi = \frac{A_0}{\sqrt{r}} \cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_0]$$

•对球面波 $A_0 = Ar$

球面波波函数 $$\psi = \frac{A_0}{r} \cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_0]$$

01:35:30

判断题： #T4204.

设想有人在音乐会散场时，以两倍于声速的速度离去，那么他就会听见音乐作品倒过来演奏。

01:35:30

§4 惠更斯原理

惠更斯(Christian Huygens，1629~1695)

荷兰物理学家、数学家、天文学家。1629年出生于海牙。1655年获得法学博士学位。1663年成为伦敦皇家学会的第一位外国会员。

重要贡献有:

① 建立了光的波动学说，打破了当时流行的光的微粒学说，提出了光波面在媒体中传播的惠更斯原理。

② 1673年他解决了物理摆的摆动中心问题，测定了重力加速度之值，改进了摆钟，得出了离心力公式，还发明了测微计。

③ 他发现了双折射光束的偏振性，并用波动观点作了解释。

④ 在天文学方面，他借助自己设计和制造的望远镜，于1665年发现了土星卫星----土卫六，且观察到了土星环

01:35:30

4.1 惠更斯原理

与各向同性、均匀、无限媒质中一维简谐波的情况不同，波在传播过程中，其传播方向、频率和振幅有可能改变。惠更斯作图法可以定性的处理波的传播方向问题。

水波在通过小孔后的波好像以小孔为波源发出的球面波

•波的衍射：

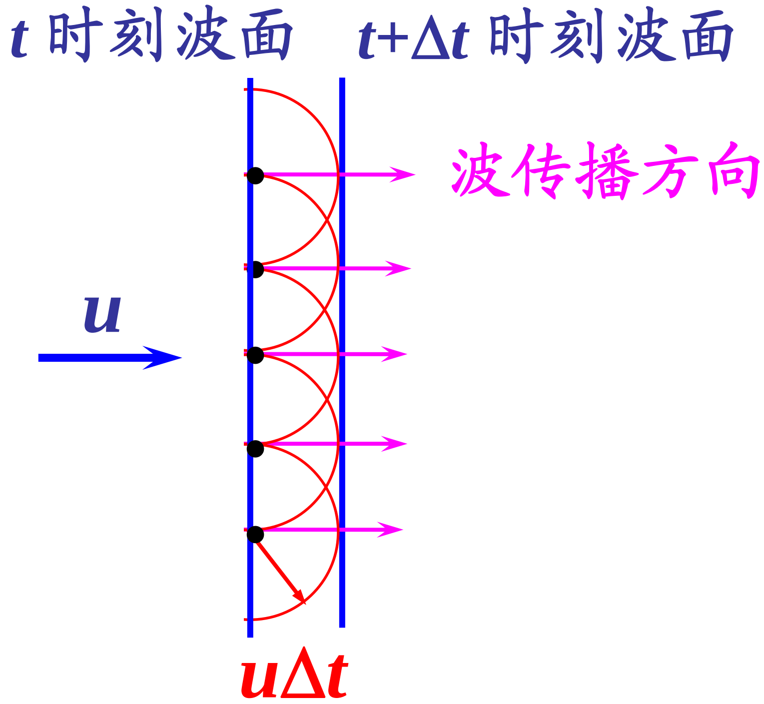
波在传播过程中遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘而继续传播的现象(偏离了直线传播)。

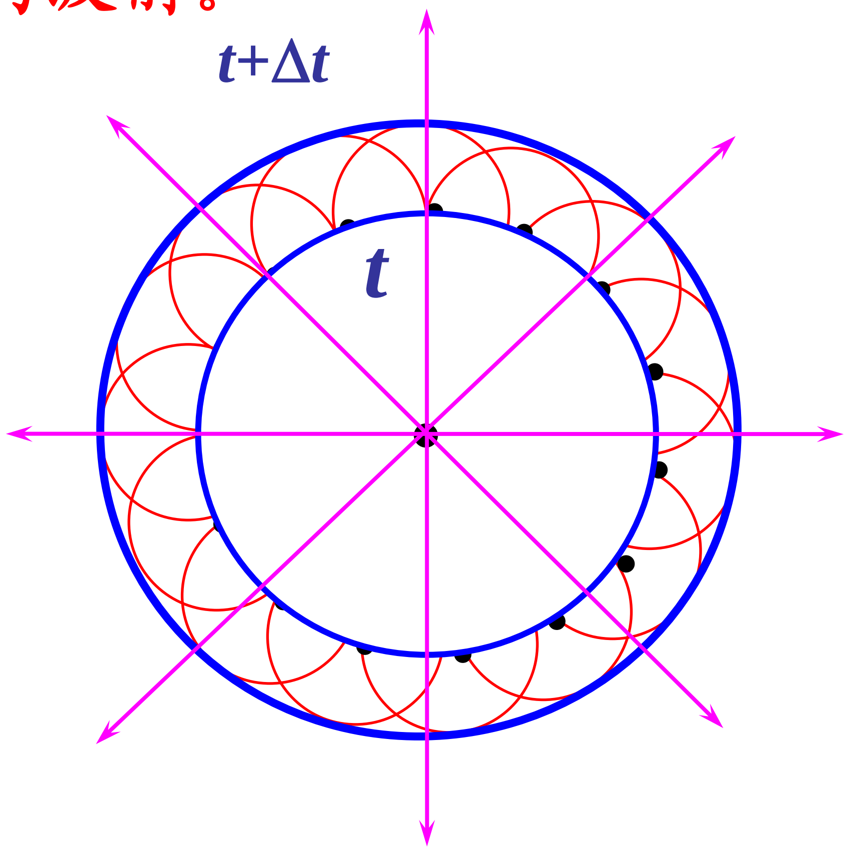
一切波动都具有衍射现象，衍射是波动的判据。

•惠更斯原理

波的传播过程中，波前上的每一点都可看作是发射**子波**的波源；

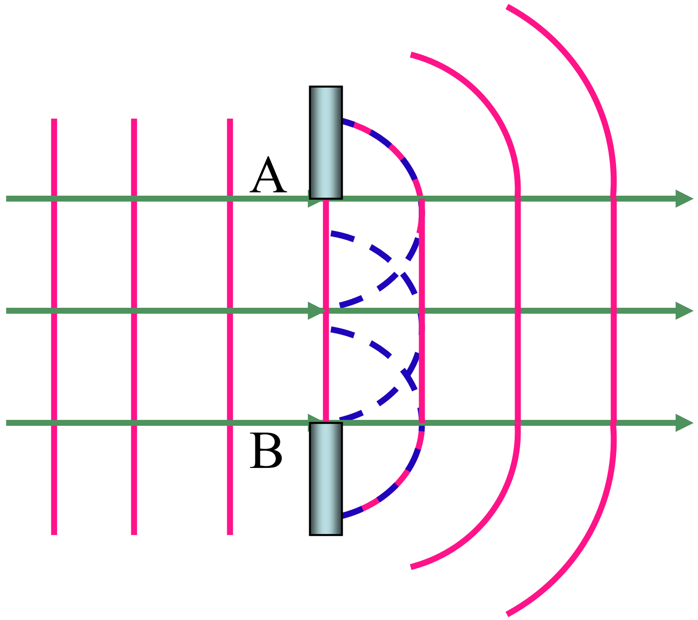
在其后的任一时刻，这些**子波源**发射的子波面的**包络面（公切面）**就是波在该时刻**新的波前**。



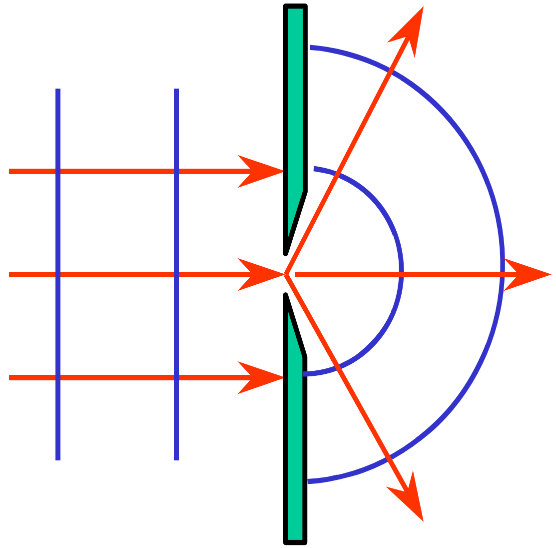


01:35:30

水波通过窄
缝时的衍射



缝宽较大时，缝的边缘
处，波阵面弯曲



缝宽与波长相当时，
波阵面变成球面

- 不足：

①不能说明为何子波只向前传播而没有向后传播

②未涉及波在传播过程中的强度问题，对某些波动现象（如干涉等）不能说明。

经过衍射的波，各方向强度不同→惠更斯-菲涅耳原理

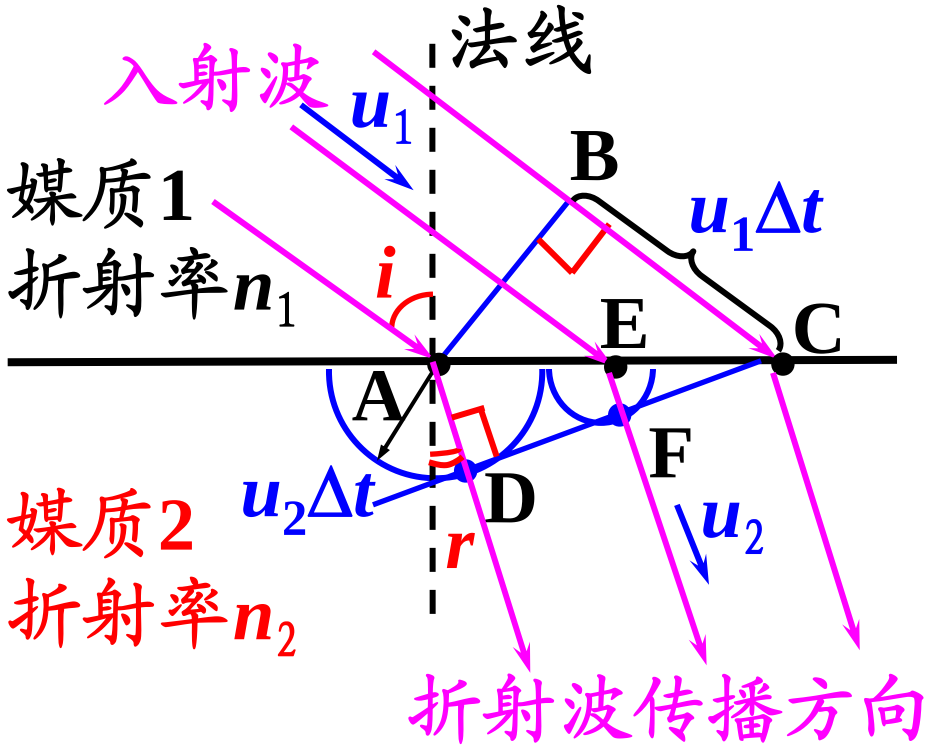
01:35:30

4.2 用惠更斯作图法导出光的折射定律

•画出折射光线

分四步作图：

(1)画出t时刻入射波的波前AB, 设经过$\triangle t$后入射波到达C点



(2)画子波的波面

画出A、E、C各点向媒质2所发子波在$t+\triangle t$ 时刻的子波面

(3)画各子波波面的包络面DFC，此即媒质2 中的波前

(4)由入射点画通过包络面与子波面的切点的直线，即为折射波的传播方向。

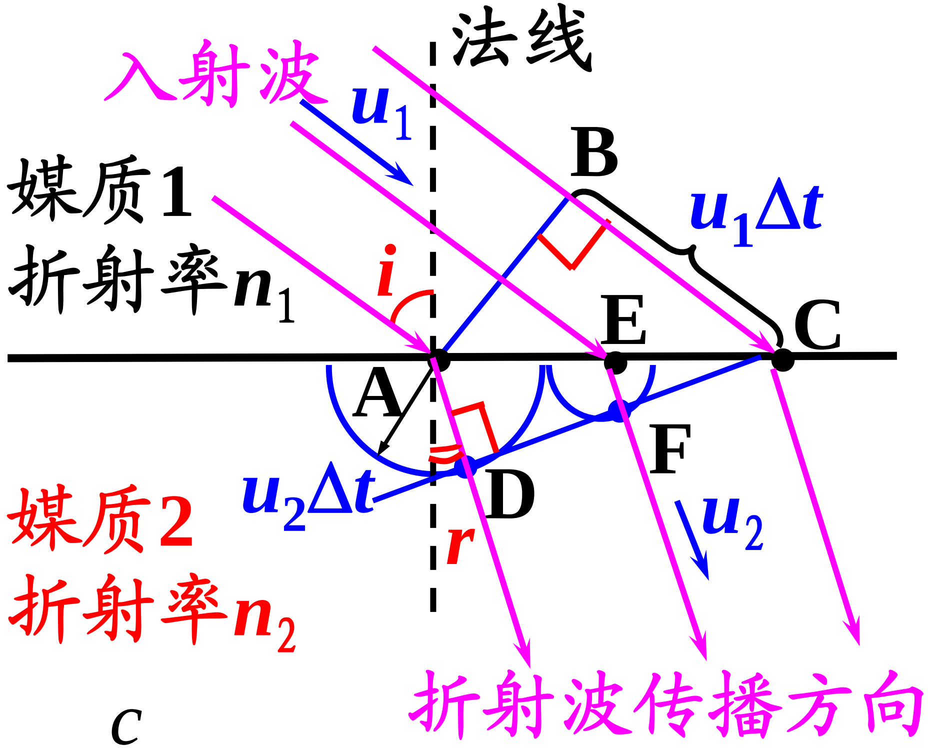
01:35:30

• 导出折射定律

$$\overline{BC} = u_1 \Delta t = \overline{AC} \sin i$$

$$\overline{AD} = u_2 \Delta t = \overline{AC} \sin r$$

两式相比得 $\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{u_1}{u_2}$



绝对折射率定义 $n_1 = \dfrac{c}{u_1}$，$n_2 = \dfrac{c}{u_2}$

$\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{n_2}{n_1} = n_{21}$ **n_{21}：** 介质2对介质1的相对折射率

即 $\boxed{n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad \text{折射定律}}$

01:35:30

•历史上说明光是波动

关于光的本性认识的争论:

惠更斯：波动说

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{u_1}{u_2}$$

牛顿：微粒说

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{u_2}{u_1}$$

如果第**1**介质是空气　第**2**介质是水

从空气入射到水中，入射角$\boldsymbol{i}$ > 折射角$\boldsymbol{r}$

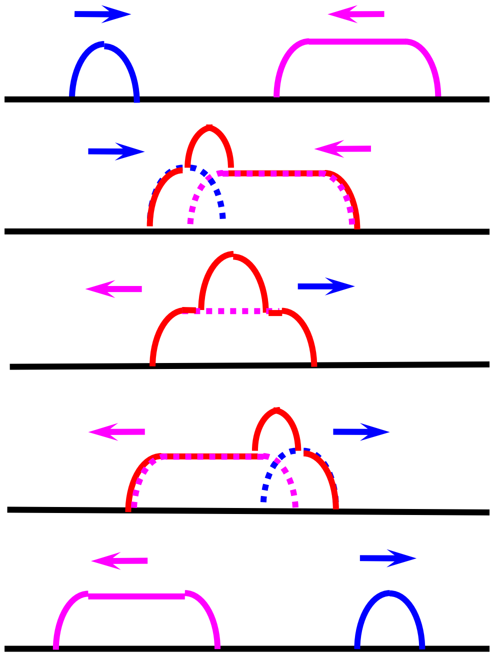
1850年傅科测量了水中的光速，

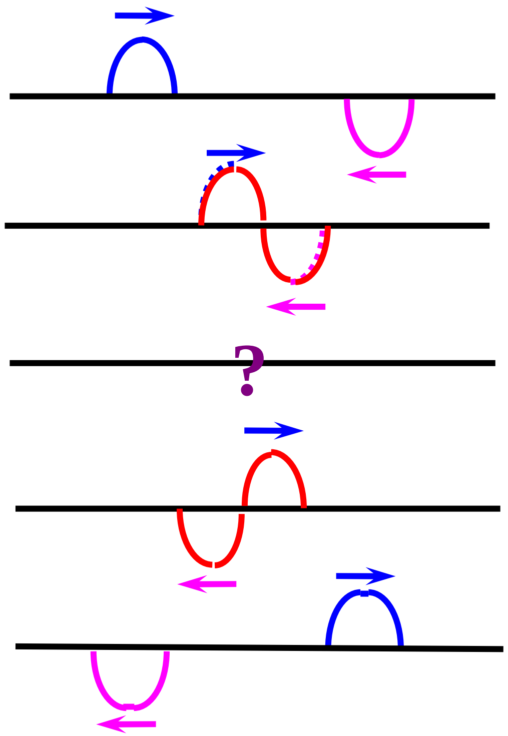
发现光在空气中传播的速度$\boldsymbol{u_1}$ > 水中的速度$\boldsymbol{u_2}$

支持了光的波动说，否定了光的微粒说。

§5 波的叠加与干涉

5.1 波的叠加原理





两个不同形状的正脉冲　　大小形状一样的正负脉冲

演示1　　演示2

01:35:30

•波的叠加原理（波传播的独立性）

几列波可以保持各自的特点（方向、振幅、波长、频率）同时通过同一媒质;
在它们相遇处，质元的位移为各波单独在该处产生位移的合成。

•现象：

▲ 红、绿光束空间交叉相遇后
红仍是红、绿仍是绿

▲ 听交响乐队演奏
仍可辨出不同乐器的音色、旋律

▲ 空中无线电波很多
仍能分别接收不同的电台广播

5.2 波的干涉

满足一定条件的波叠加时，在空间出现稳定的振动加强和减弱的分布。

- 相干条件：

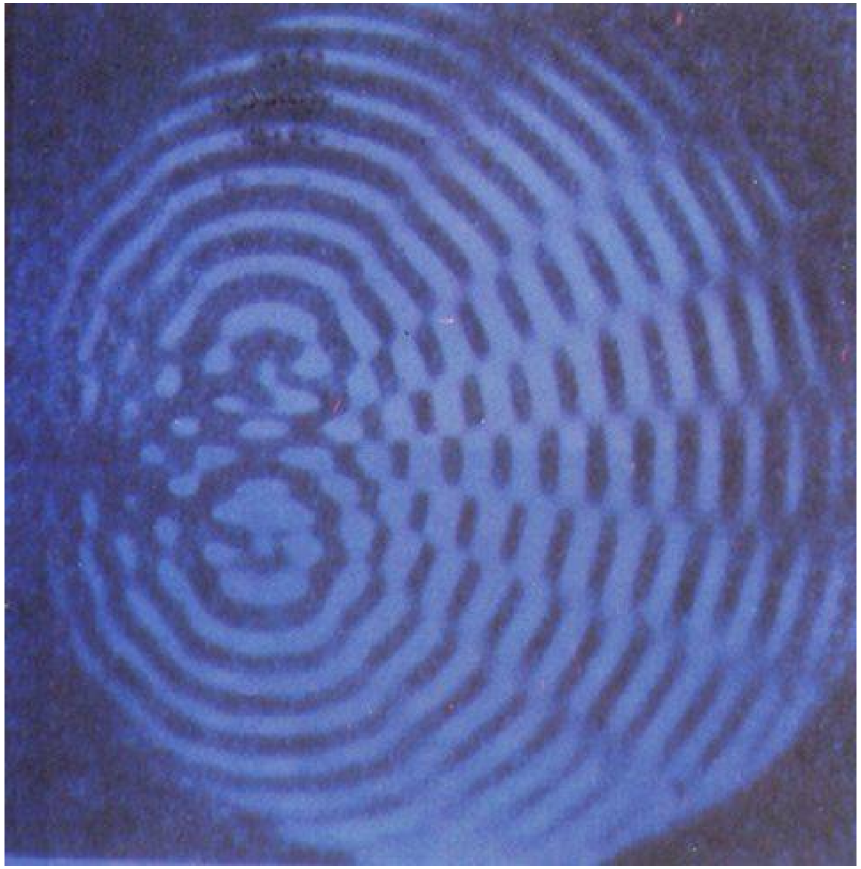
① 频率相同;

② 振动方向相同;

③ 有固定的相位差。

•相干波：
能够产生干涉的两列波

•相干波源：
相干波的波源



水波的干涉

01:35:30

判断题： #T4205.

根据相干条件，频率不同，振动方向不同，相位差不恒定的两列波，不是相干波，因而不能叠加。

判断题： #T4206.

若两列波不是相干波，则当相遇时相互穿过且互不影响；若为相干波，则相互影响。

01:35:30

判断题： #T4207.

相干叠加服从波的叠加原理，
非相干叠加不服从波的叠加原理。

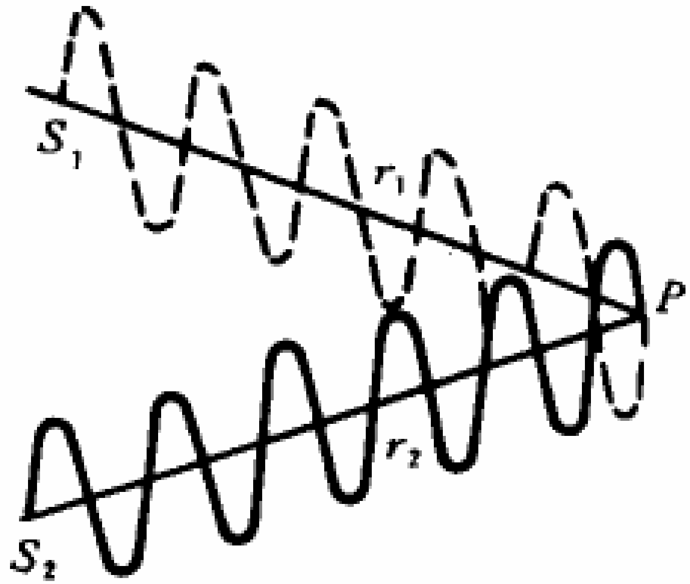
01:35:30

•相长与相消

考虑两相干(频率相同、振动方向相同、有固定的相位差)波源S_1和S_2，其振动表达式为：

$$y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_{10})$$

$$y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_{20})$$



设它们产生的波在距离波源分别为r_1和r_2的P点相遇叠加

两列波各自在P点引起的振动为：

$$y_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}r_1)$$

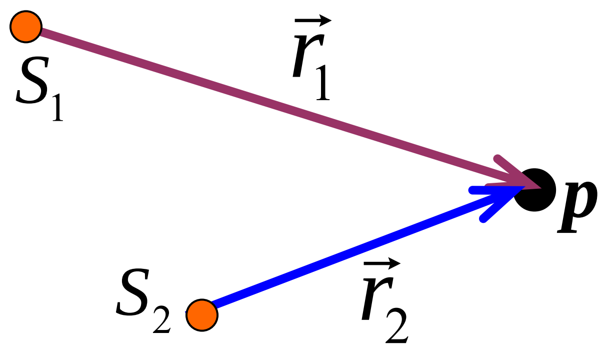
$$y_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_{20} - \frac{2\pi}{\lambda}r_2)$$

在P点的合振动为两个同方向、同频率振动的合成

01:35:30

在***P***点的合振动为： $y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$



$I \propto A^2$，$I_1 \propto A_1^2$，$I_2 \propto A_2^2$

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$

$\Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$ 相位差恒定**(**不随时间变化**)**

若 $\Delta\varphi = [\varphi_{10}(t) - \varphi_{20}(t)] - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\,\overline{\cos\Delta\varphi}$

若初相位随时间随机变化　$\overline{\cos\Delta\varphi} = 0$

非相干叠加　$\boldsymbol{I=I_1+I_2}$

01:35:30

$$\Delta\varphi = (\varphi_{10} - \varphi_{20}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \qquad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

干涉相长的条件：$\Delta\varphi = \pm 2n\pi \quad n = 0,1,2\ldots\ldots$ 同相

$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \qquad A = A_1 + A_2$$

干涉相消的条件：$\Delta\varphi = \pm(2n+1)\pi \quad n = 0,1,2\ldots\ldots$ 反相

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \qquad A = |A_1 - A_2|$$

若两相干波源为同相波源时 $\varphi_{10} - \varphi_{20} = 0$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \qquad \delta\text{——}波程差$$

干涉相长的条件：$\delta = \pm n\lambda, \qquad n = 0,1,2,\ldots$

干涉相消的条件：$\delta = \pm(2n+1)\dfrac{\lambda}{2}, \qquad n = 0,1,2,3,\ldots$

01:35:30

判断题： #T4208.

两列波在空间**P**点相遇，如果在某一时刻，**P**点合振动的振幅等于两个波的振幅之和，则这两列波是相干波。

判断题： #T4209.

两相干波，振幅相同，因而能量相同。
根据能量守恒定律，两者相干叠加后，在加强点的能量为每列波在此点的能量的2倍。

01:35:30

判断题： #T4210.

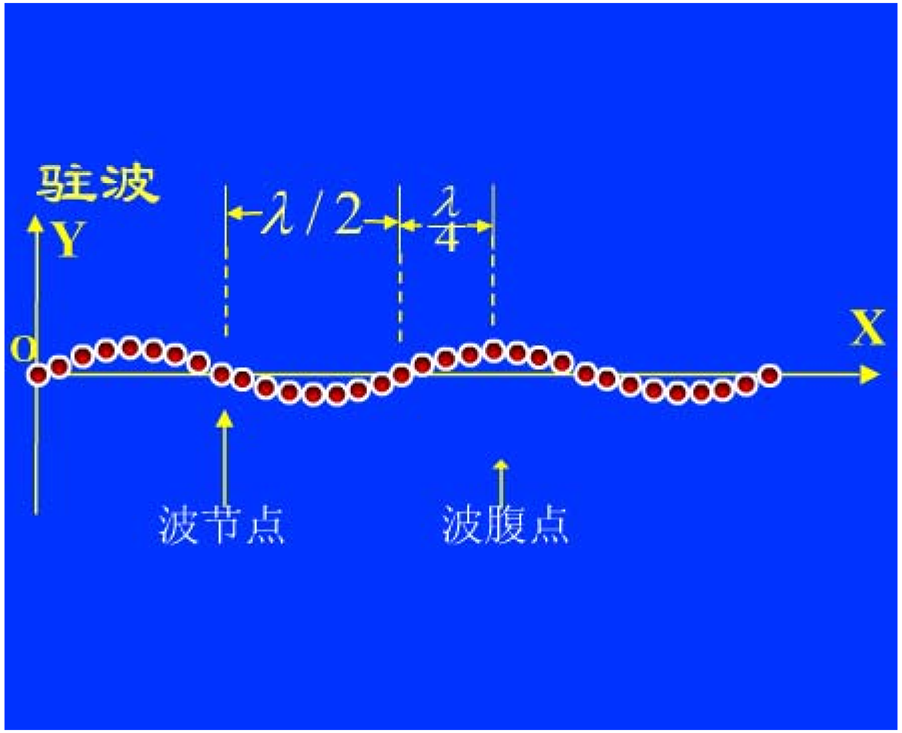
礼堂有两个喇叭，由同一话筒驱动，以相同的功率向前发送声波，则在礼堂的某些位置有可能干涉相消，从而听不见喇叭的声音。

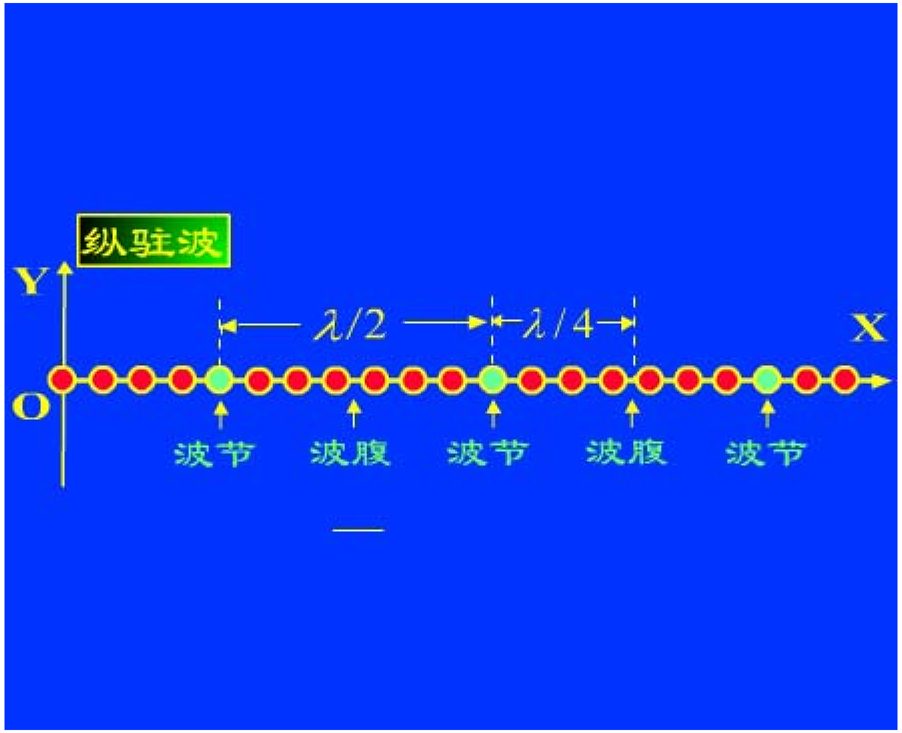
§6 驻波

6.1 驻波的形成及特点

驻波是一种常见的重要干涉现象。

两列相干(频率相同、振动方向相同、有固定的相位差)的行波沿相反方向传播而叠加时，就形成驻波。





01:35:30

1. 驻波的描述

设两列振幅相同的行波分别沿 **x** 轴的正向和反向传播，设在 **x = 0** 处两波的初相均为 **0**，其波函数分别为

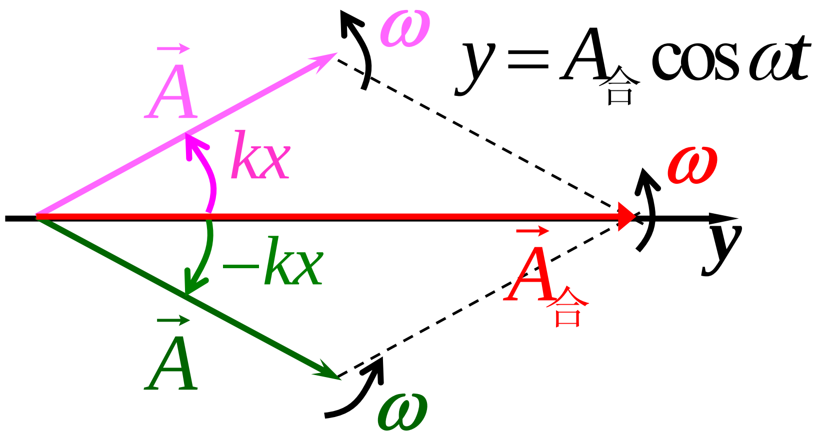
$$y_1 = A\cos(\omega t - kx) \qquad y_2 = A\cos(\omega t + kx) \qquad \Delta\varphi = 2kx$$

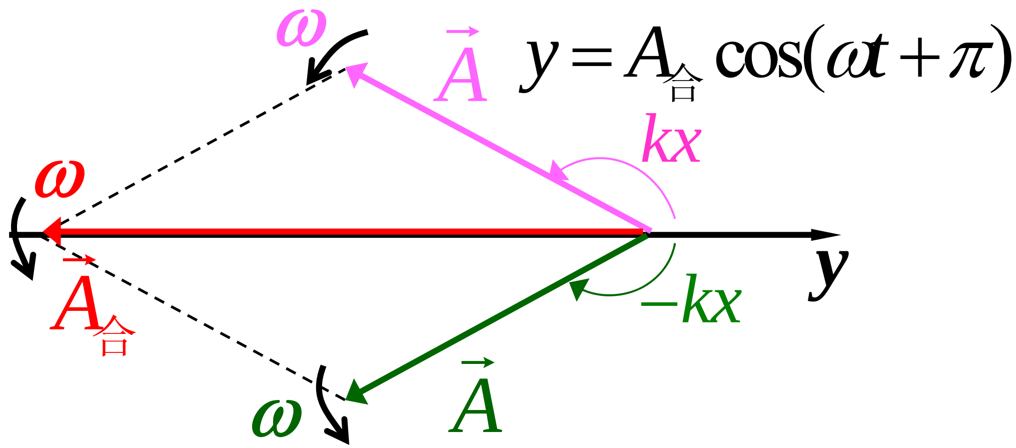
在 **x** 处的合振动 $y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx)$

$$= 2A\cos kx \cos\omega t \quad \text{——驻波方程}$$

各点均为角频率为ω的简谐振动，振幅随位置**x**而不同

x处的合振动的振幅为 $A_{合} = |2A\cos kx| > 0$



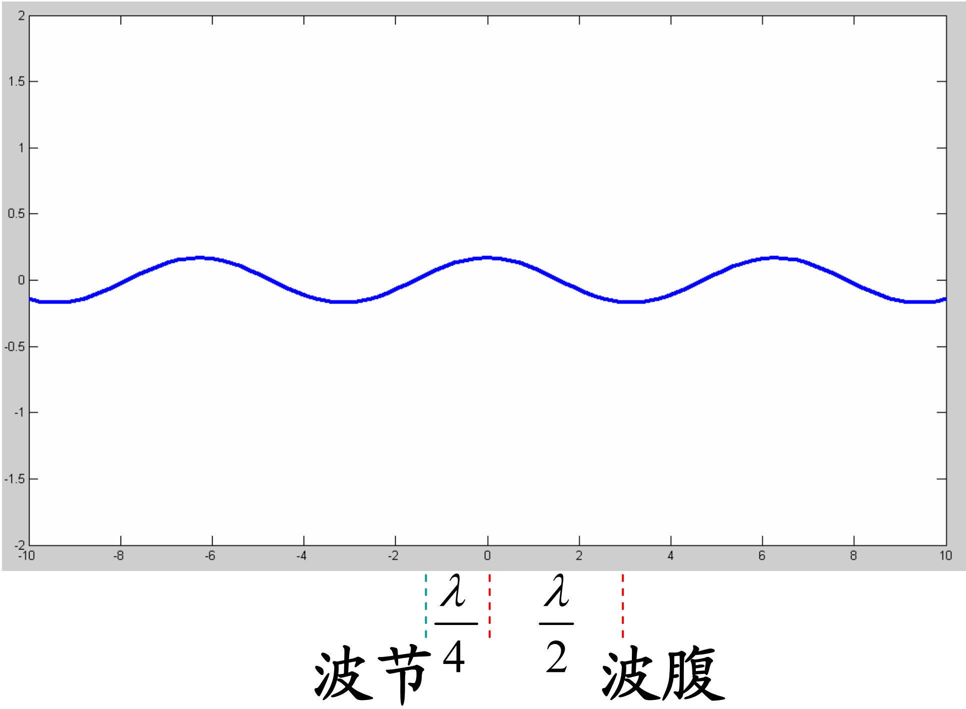


01:35:30

2. 驻波的特点

(1) 振幅 $A_{合} = |2A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}x|$

当 $\dfrac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \qquad n = 0, \pm 1 \cdots$



$A_{合} = 2A$ 波腹 $x = n\dfrac{\lambda}{2}$

$\Delta\varphi = 2\dfrac{2\pi}{\lambda}x = 2n\pi$ 相长

当 $\dfrac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\dfrac{\pi}{2} \qquad n = 0, \pm 1 \cdots \qquad A_{合} = 0$ 波节

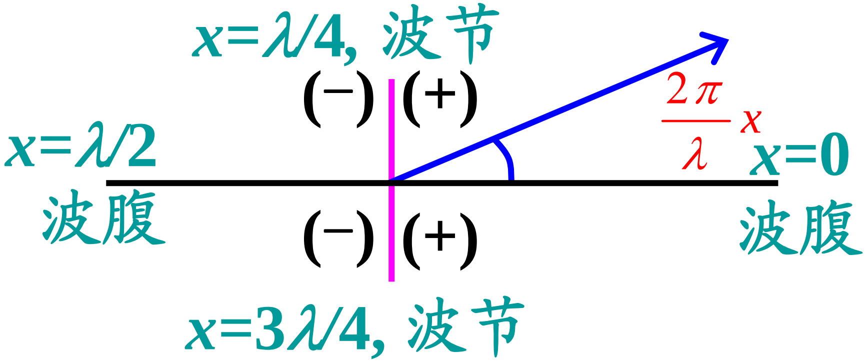
$x = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4} \qquad \Delta\varphi = 2\dfrac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\pi$ 相消

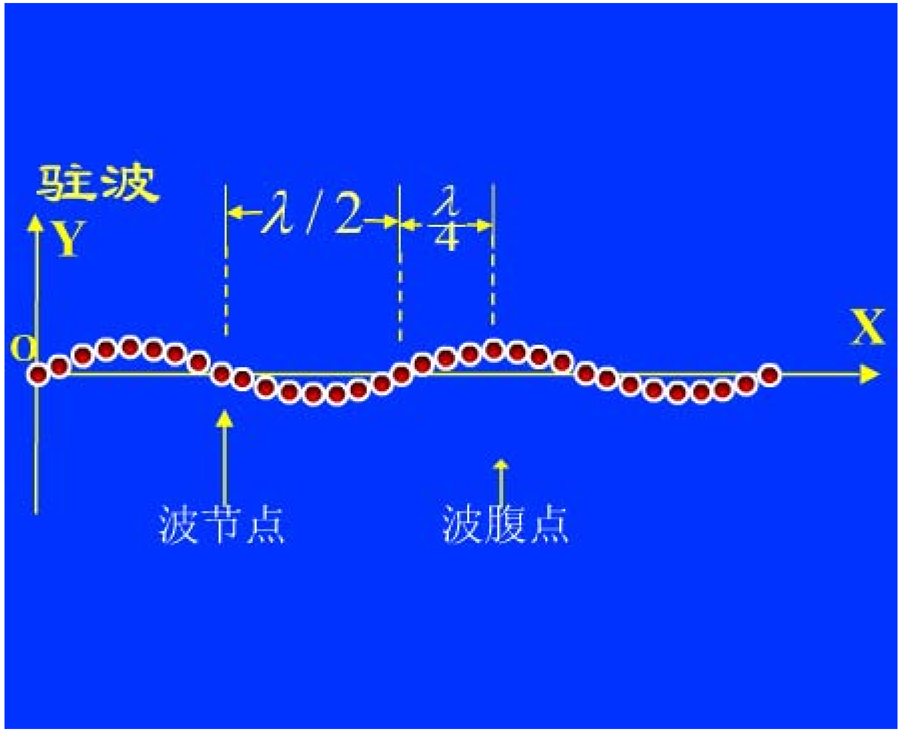
相邻波节(波腹)间距 $\triangle x = \lambda/2$，测波节间距→行波波长

01:35:30

(2) 相位

$$y = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t$$





$$y = \left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|\cdot\cos\omega t \qquad y = \left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|\cdot\cos(\omega t+\pi)$$

同一段振动相位相同，相邻段振动相位相反

以两相邻波节间为一段，分段振动

驻波没有相位的传播

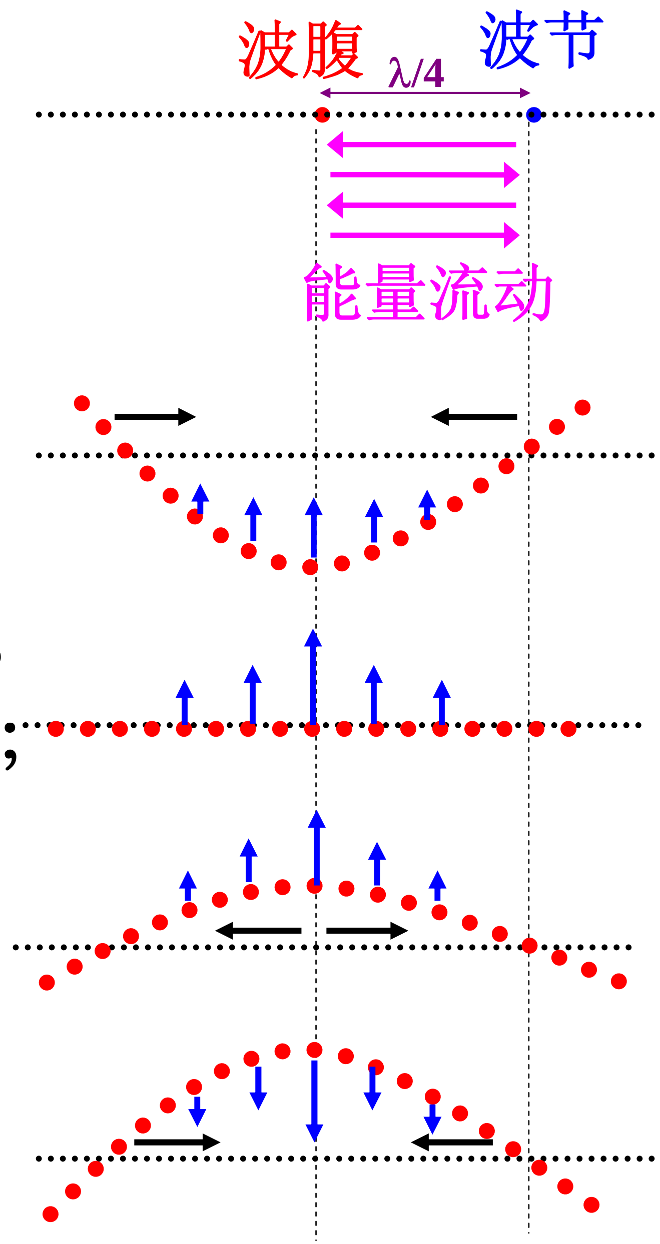
01:35:30

(3) 能量

合平均能流密度为 $\overline{w}\cdot\vec{u}+\overline{w}\cdot(-\vec{u})=0$

平均说来没有能量的传播，

但各质元间仍有能量的交换



波节附近的势能→波腹附近的动能，
能量由两端向中间传，

各质元均处于平衡位置，势能均为0，
动能均最大，其中波腹处的动能最大；

波腹附近的动能→波节附近的势能，
能量由中间向两端传；

波节附近的势能→波腹附近的动能，
能量由两端向中间传。

01:35:30

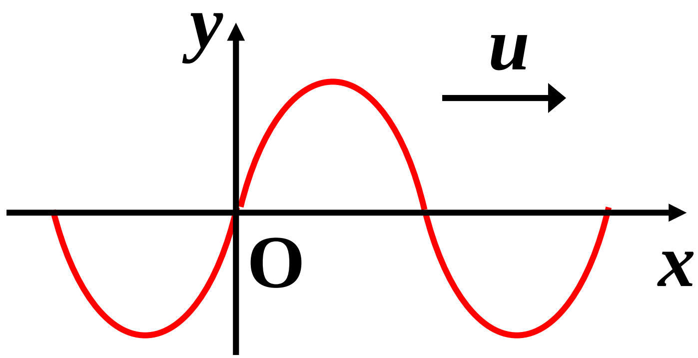
判断题： #T4211.

在驻波中，某一时刻波线上各点的位移都为**0**，此时波的能量也为**0.**

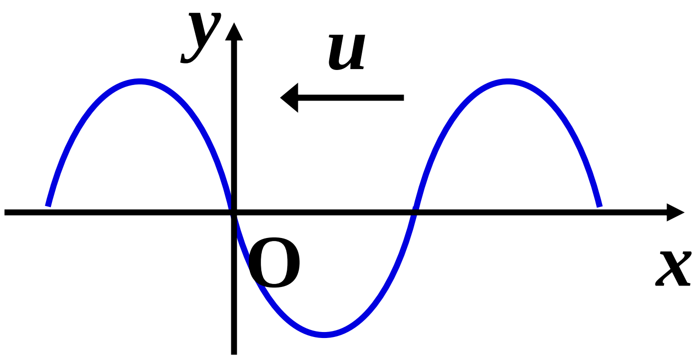
01:35:30

选择题： #S4204.

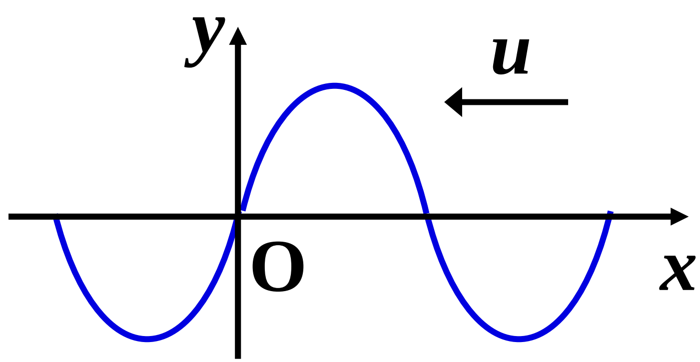
一行波沿*x*轴正向传播，右图为*t*时刻的波形图，若欲沿*x*轴形成驻波，且使O点为波节，则*t* 时刻另一行波的波形图应该为：



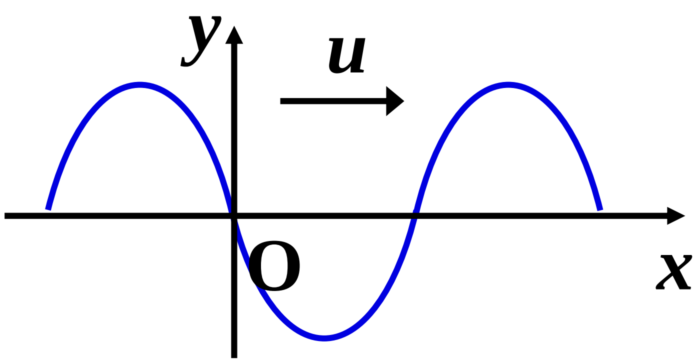
(1)



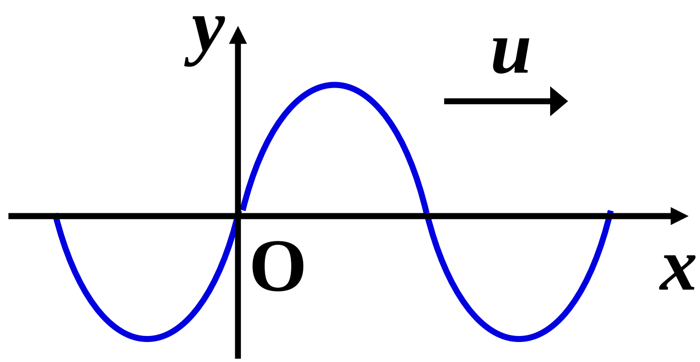
(2)



(3)



(4)



01:35:30

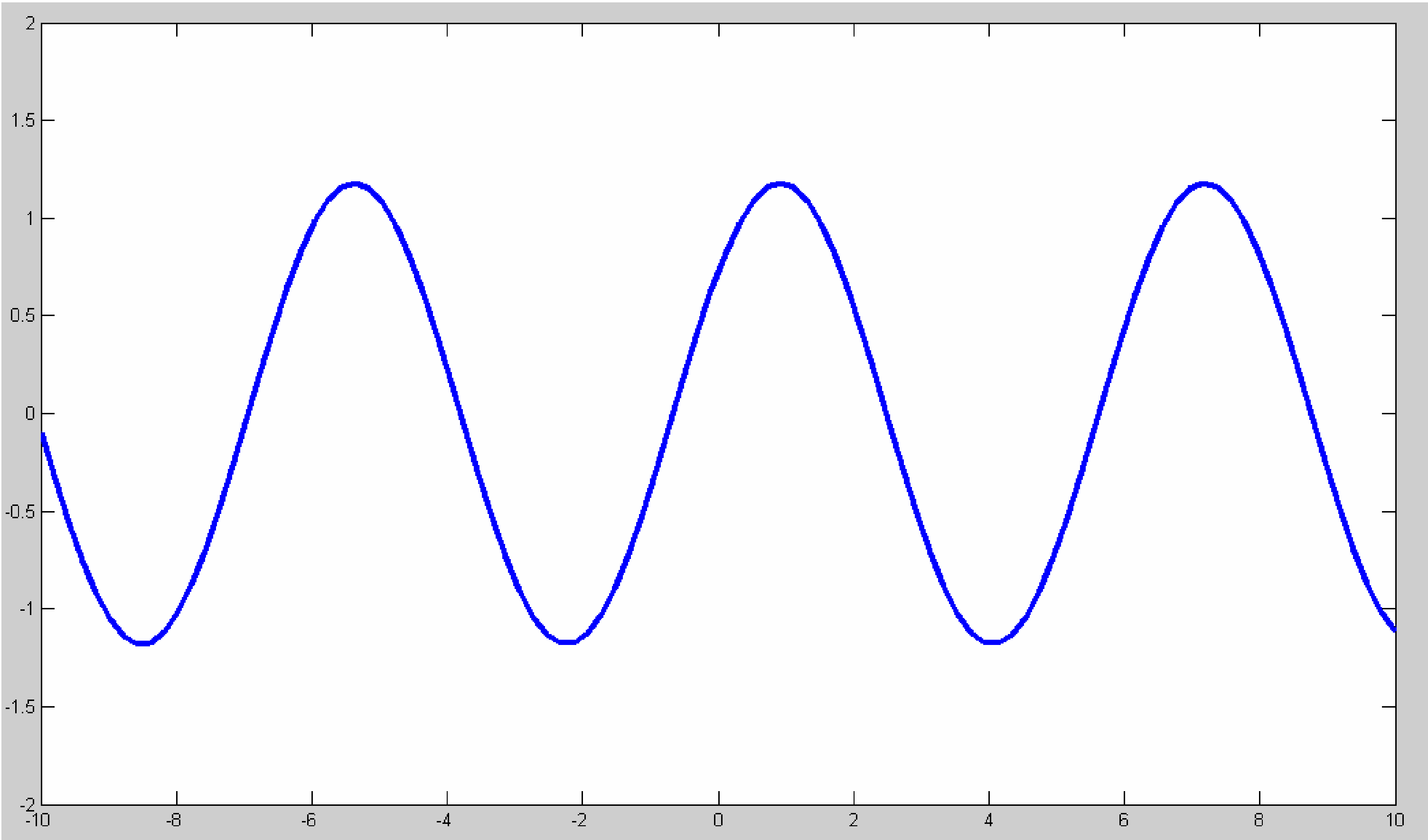
3. $A_1 \neq A_2$的情形

$$y_1 = A_1 \cos(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t + kx)$$

设 $A_1 = A_2 + \Delta A > A_2$ 则有

$$y = \underbrace{2A_2 \cos kx \cdot \cos \omega t}_{\text{驻波}} + \underbrace{\Delta A \cos(\omega t - kx)}_{\text{行波}}$$



01:35:30

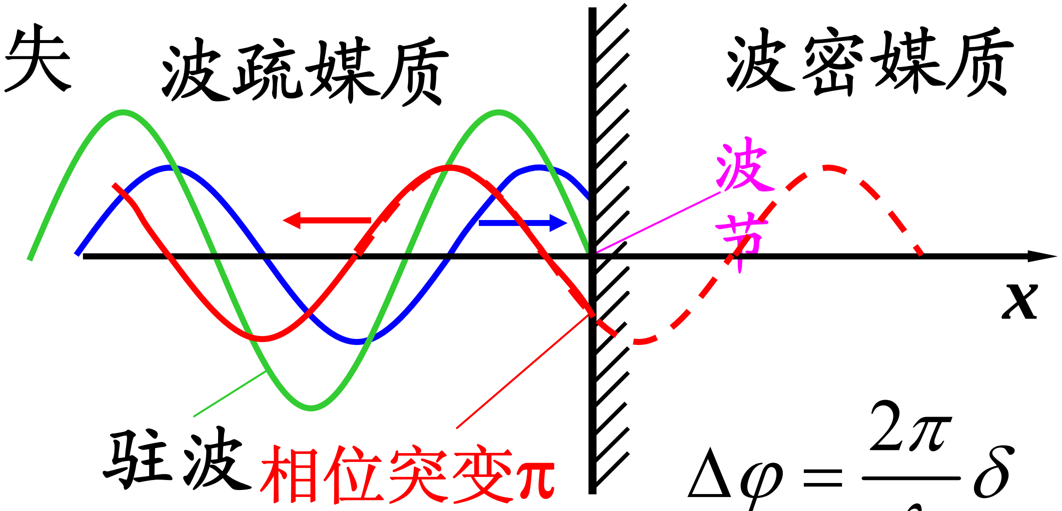
6.2 反射波及半波损失

$Z_1 < Z_2$ 反射波有半波损失

界面上总是波节

绳波在固定端的反射也有半波损失

固定端点总是波节



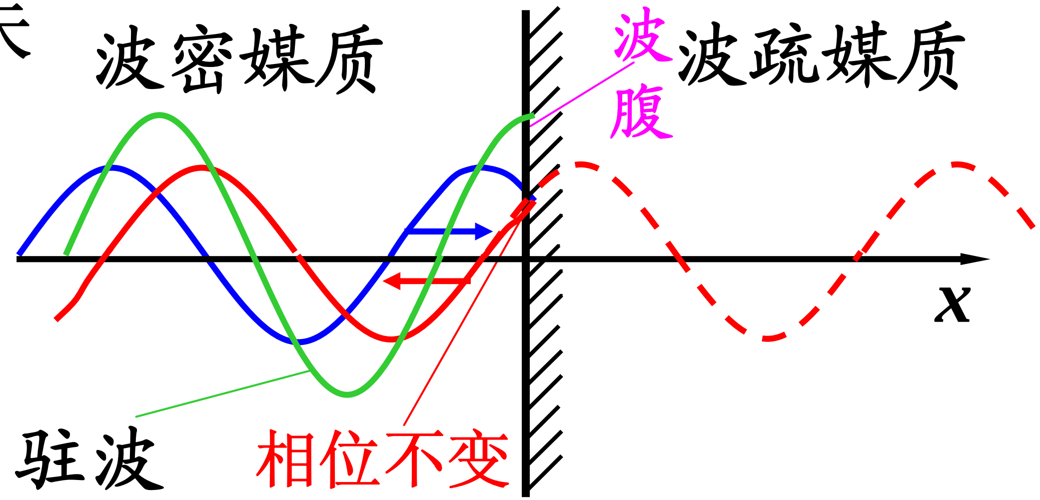
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

$Z_1 > Z_2$ 反射波无半波损失

界面上总是波腹

绳波在自由端的反射没有半波损失

自由端点总是波腹



01:35:30

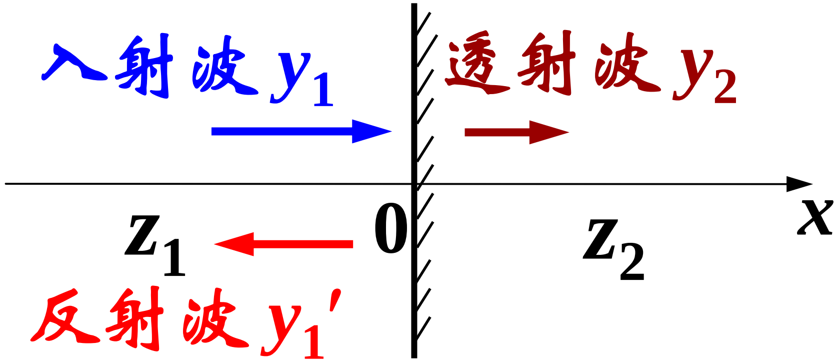
➢半波损失的解释

以界面处为坐标原点，设三者的波函数分别为

入射波 $y_1 = A_1\cos(\omega t - k_1 x)$

反射波 $y_1' = A_1'\cos(\omega t + k_1 x)$

透射波 $y_2 = A_2\cos(\omega t - k_2 x)$



设机械波垂直界面入射，有界面关系：

(1)界面两侧质元位移相同←接触 $[y_1+y_1']_{x=0}=[y_2]_{x=0}$

(2)界面两侧应力相等←牛顿第三定律

$$\left[\frac{F_1}{S}+\frac{F_1'}{S}\right]_{x=0}=\left[\frac{F_2}{S}\right]_{x=0}\Rightarrow E_1\left[\frac{\partial y_1}{\partial x}+\frac{\partial y_1'}{\partial x}\right]_{x=0}=E_2\left[\frac{\partial y_2}{\partial x}\right]_{x=0}$$

将y和$E=\rho u^2$代入界面关系，得：

01:35:30

•反射波与入射波振幅之比 $\dfrac{A_1'}{A_1}=\dfrac{z_1-z_2}{z_1+z_2}$

(1)若$z_1>z_2$，即从波密→波疏介质，则A_1'和A_1同号

反射波和入射波引起界面质点(x=0)的振动同相→波腹

(2)若$z_1<z_2$，即从波疏→波密介质，则A_1'和A_1异号

负号→相位突变π，即有半波损失

反射波和入射波引起界面质点的振动反相→波节

•透射波与入射波振幅之比 $\dfrac{A_2}{A_1}=\dfrac{2z_1}{z_1+z_2}$ A_2和A_1总同号

透射波和入射波引起界面质点的振动总是同相

透射波不会产生半波损失

01:35:30

6.3 简正模式

波在一定边界内传播时由于边界处的反射会形成驻波

◆长为L，两端固定(波节)的弦

两相邻波节的间距为$\lambda/2$

形成驻波的条件：

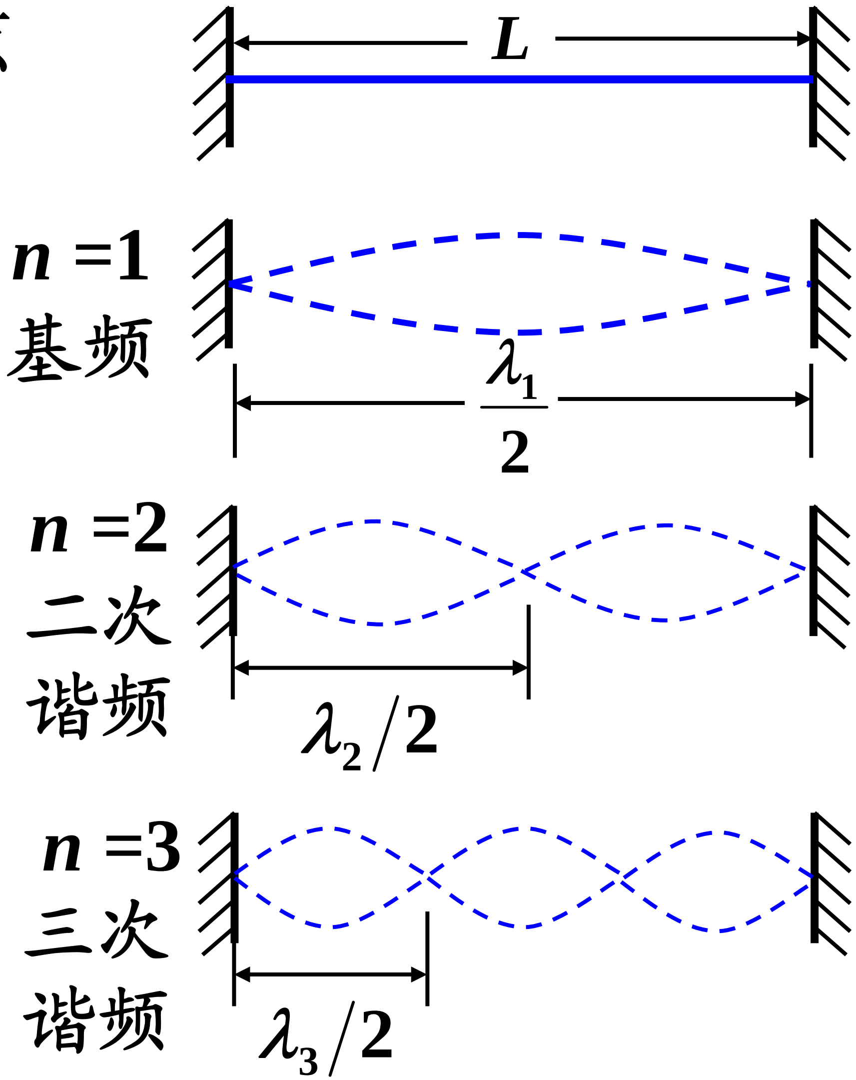
$$L = n\frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3\ldots$$

或者说，波长应满足：

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad \nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L}$$

此驻波系统的固有频率

每个ν_n对应一种稳定振动方式，称作系统的一个简正模式



01:35:30

测量频率

•驻波实例： 鱼洗喷水之谜

$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}} \leftarrow u = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

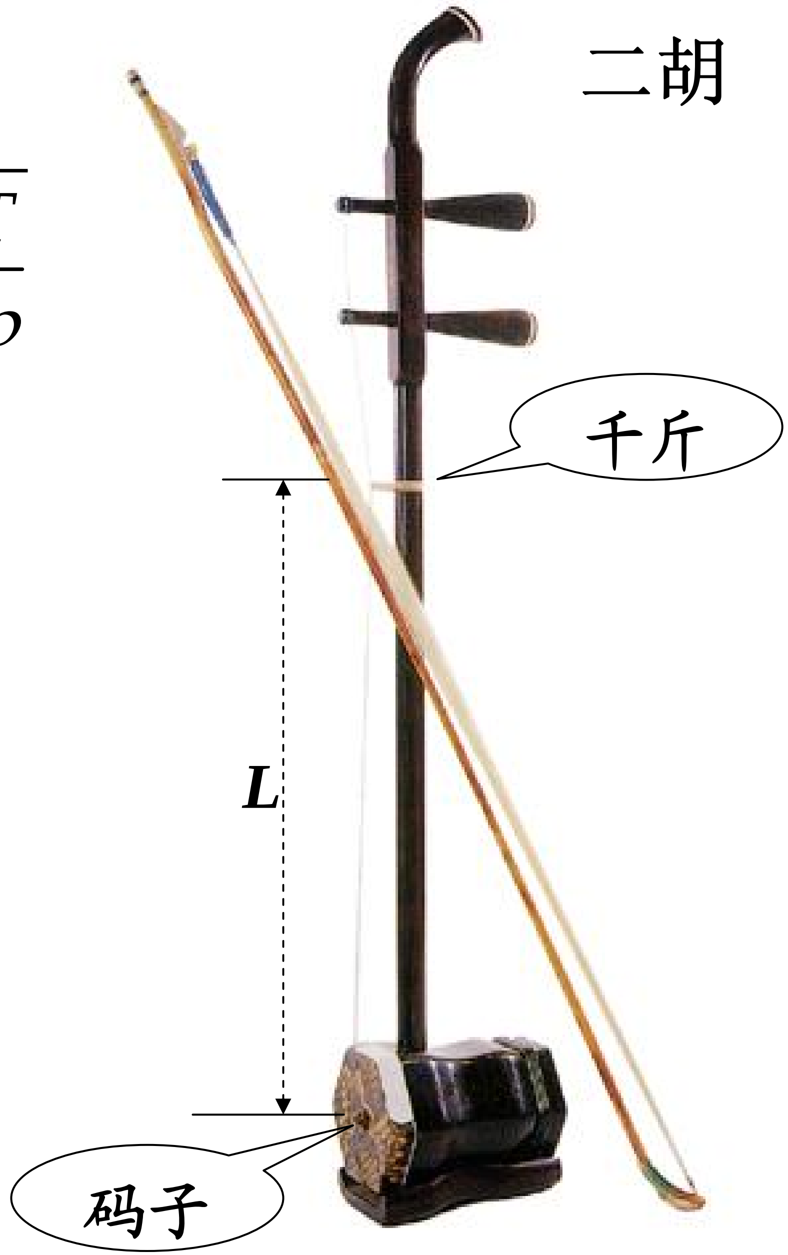
$\boldsymbol{T}$——弦中的张力

ρ——弦的线密度

基频 $\nu_1 = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

二次谐频 $\nu_2 = \dfrac{2}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

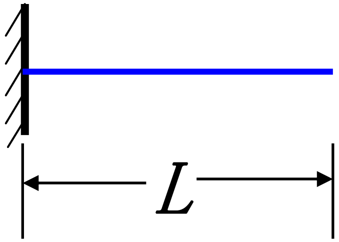
三次谐频 $\nu_3 = \dfrac{3}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$



01:35:30

➢边界情况不同，简正模式也不同：

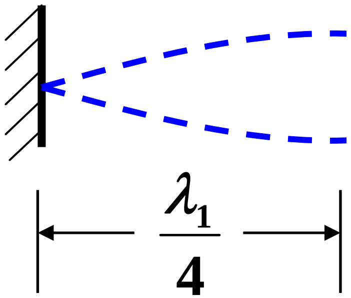
◆一端固定
一端开放



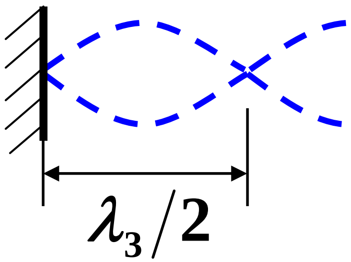
波腹与波节的间距为$\lambda/4$

$$L = n\frac{\lambda_n}{4},\quad n = 1, 3 \ldots\ldots$$

***n*=1** 基频



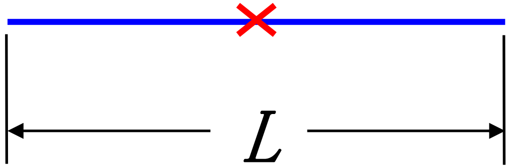
***n*=3**
三次谐频



◆中间固定、两端开放

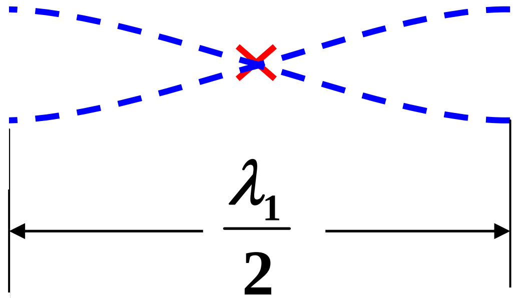
中间为波节，两端为波腹

$$L = n\frac{\lambda_n}{2},$$

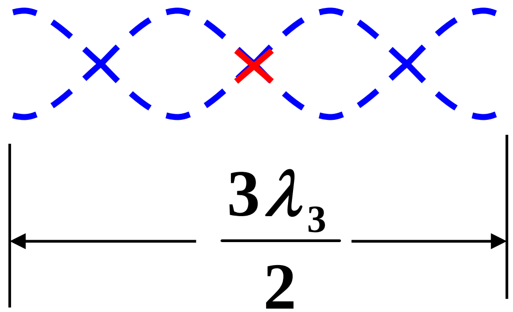


$$n = 1, 3 \ldots\ldots$$

***n*=1** 基频

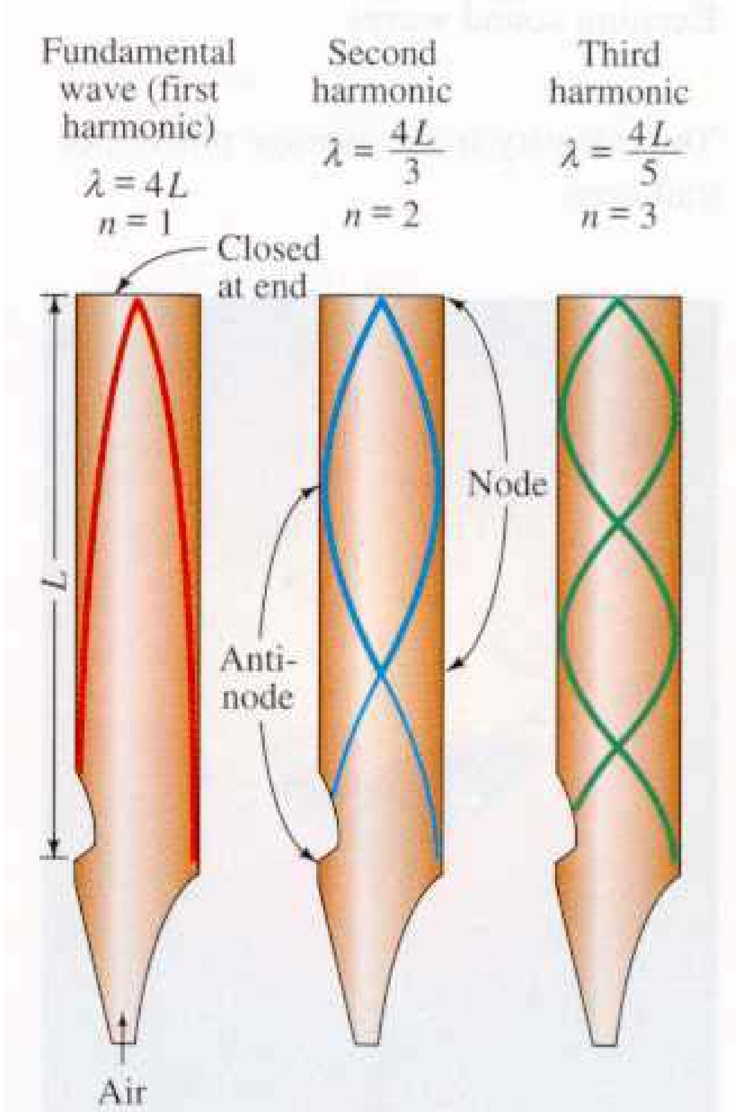


***n*=3**
三次谐频

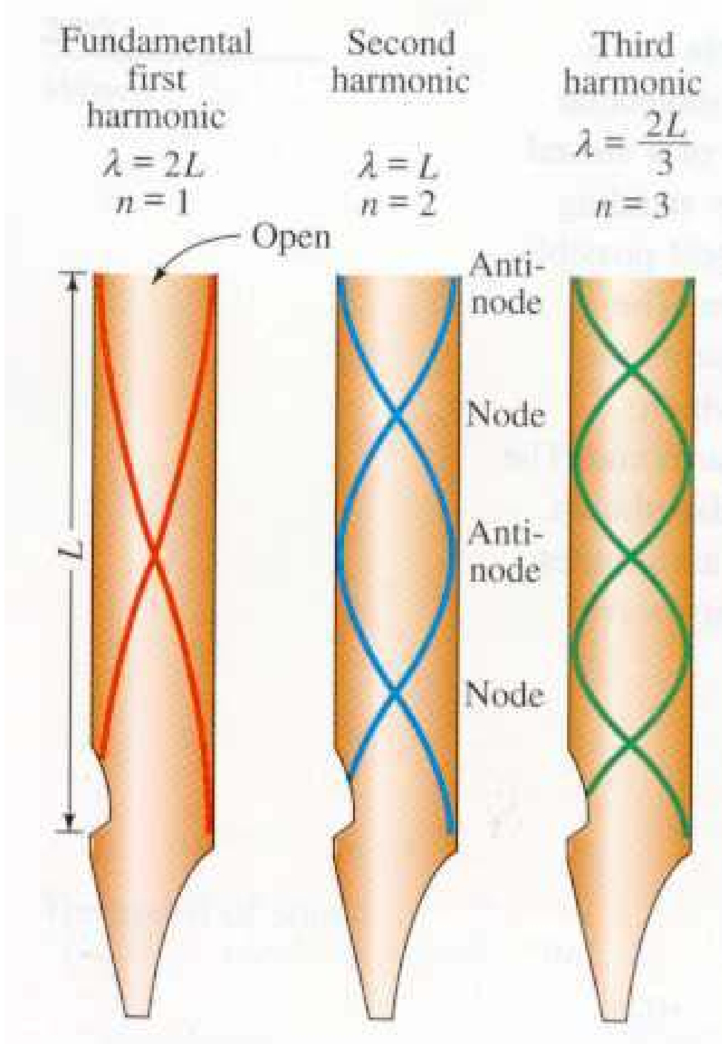


01:35:30

• 笛子中的驻波



末端封闭的笛中的驻波



末端开放的笛中的驻波

01:35:30

本章内容

★★★熟悉★★★

◆平面简谐波的波函数：波长、波数、波速

◆波的能量，能量密度，能流密度，波的强度

◆惠更斯作图法：子波，波的衍射

★★理解★★

◆波的叠加，波的干涉

◆驻波，简正模式

◆反射波及半波损失

★了解★

◆柱面波函数、球面波函数

物理学教程

P176 7，8, 17 13, 15

01:35:30