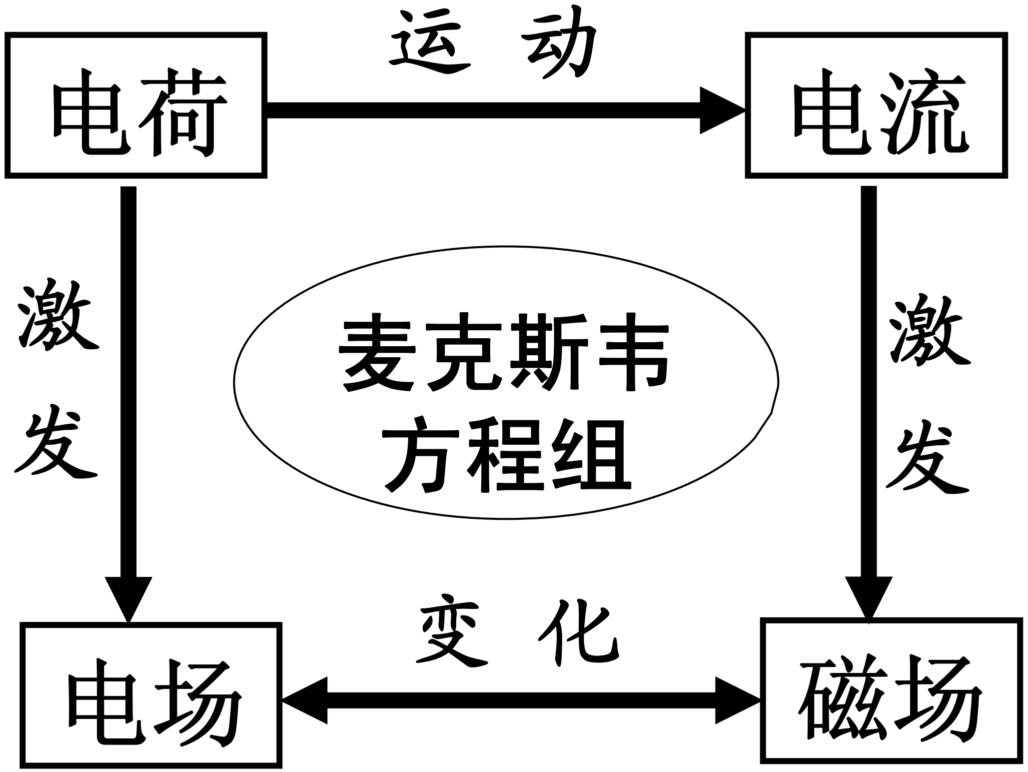

大学物理学
电磁学部分

● 稳恒电流

● 带电体在真空中产生的静电场

● 静电场中的导体

● 静电场中的电介质



● 稳恒电流在真空中产生的磁场

● 磁场对电流和运动电荷的磁场力

● 磁场中的磁介质

● 电磁感应

● 位移电流

01:30:54

第一章 真空中的静电场

01:30:54

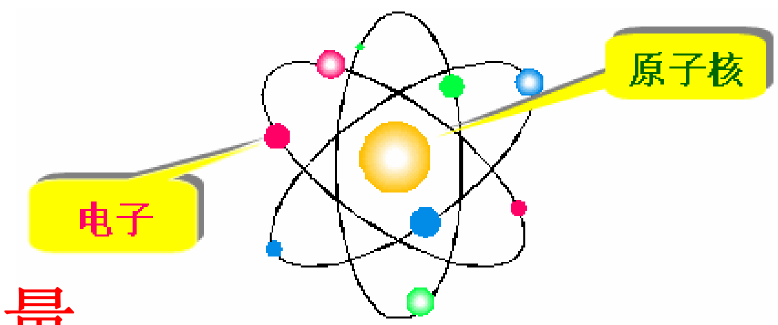
§1 电荷 库仑定律

1.1 电荷

1、物体带电

摩擦起电：经过毛皮或丝绸等摩擦后，能够吸引轻小的物体。
它们带了电，或者说带有电荷。

原子
- 原子核
  - 质子(+)
  - 中子
- 电子(−)



摩擦起电是两种物体间发生了电子的转移。

物体所带电荷的多少叫作**电(荷)量**。

01:30:54

2、电荷量子化

任何带电体所带的电量是电子电量的整数倍。

电子电量 e

带电体电量 $q=\pm ne,\ n=1,2,3,\ldots$

电子的电荷e称为基元电荷，或电荷的量子。

1911年，密立根通过油滴实验测定了电子的电荷。

1986年国际推荐值 $e = 1.602\ 177\ 33(49)\times 10^{-19}C$

电子的电量非常小，宏观上涉及到的带电粒子数目非常大，可以认为带电体上的电荷是连续分布的。

1964年美国物理学家盖尔—曼提出夸克模型,预言基本粒子是由若干种夸克或反夸克组成的，每一种夸克可能带有±e/3或±2e/3的分数电荷，然而单独存在的自由夸克至今任未在实验中发现。

01:30:54

3、电荷的运动不变性

电荷的电量与它的运动速度和加速度无关。
即电荷与参考系无关。

4、电荷守恒定律

实验表明：在一个孤立系统中，不管系统中的电荷如何迁移，系统所具有的正负电荷的代数和保持不变。

电荷守恒定律适用于一切宏观和微观过程，是物理学中普遍的基本定律之一。

在粒子的相互作用过程中，电子是可以产生和消失的。

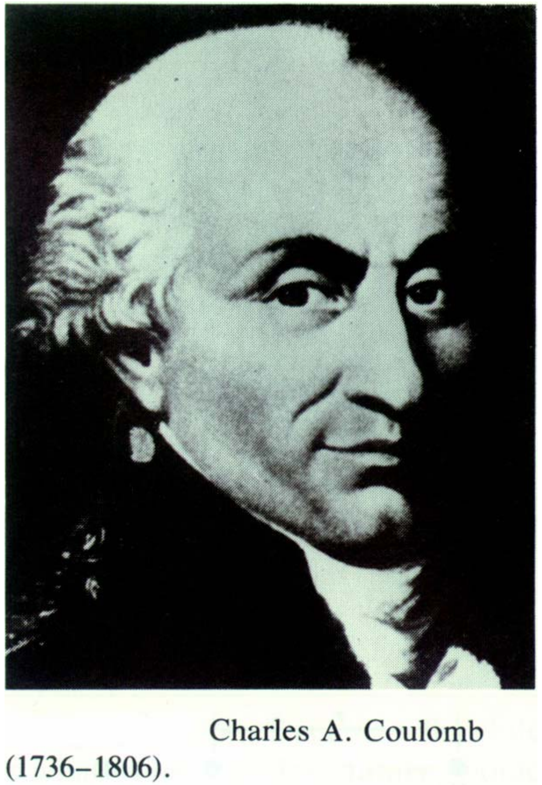
例如：电子对的"产生" $\gamma \rightarrow e^{+} + e^{-}$

电子对的"湮灭" $e^{+} + e^{-} \rightarrow 2\gamma$

正负电荷总是成对出现或成对消失的。电荷守恒并未因此而遭到破坏。

01:30:54

1.2 库仑定律



Charles A. Coulomb (1736–1806).

法国物理学家

•1773年提出的计算物体上应力和应变分布情况的方法。

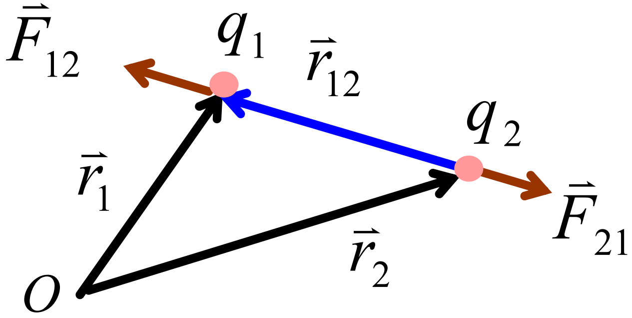
•1781年，库仑发表了重要论文《简单机械理论》，提出了摩擦力与法向正压力成正比的关系，提出了关于润滑的重要理论。

•1785~1789年，库仑在进行磁力和电力实验过程中，利用**库仑扭秤**测量了两个带电球体之间的作用力，提出了著名的**库仑定律**。

库仑扭秤

01:30:54

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{e}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$



点电荷：　理想模型

具有电量，无大小和形状的几何点。

若带电体的线度<<带电体间的距离，带电体→点电荷

真空中两个静止的点电荷之间的静电力或库仑力。
大小：平方反比，方向：沿着两个点电荷的连线，
同号电荷相斥，异号电荷相吸。

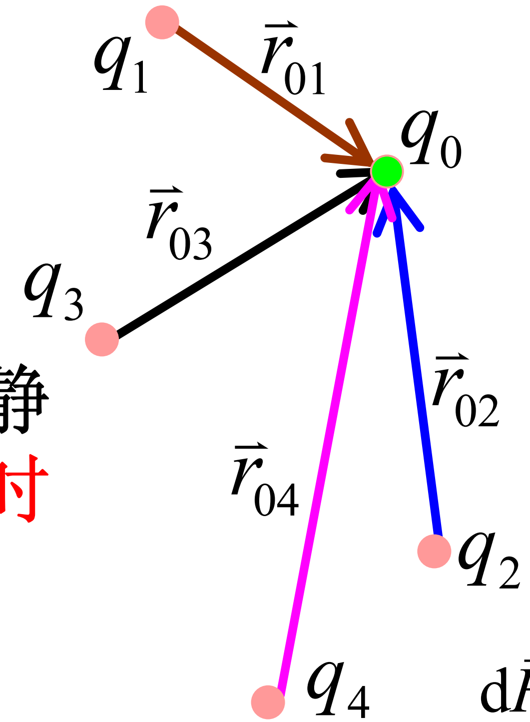
实验测得 $\boldsymbol{k} = 8.9880\times10^{9}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2} \approx 9\times10^{9}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$

真空介电常数 $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2\cdot N^{-1}m^{-2}}$

$$\boldsymbol{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\vec{e}_{12} \qquad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

01:30:54

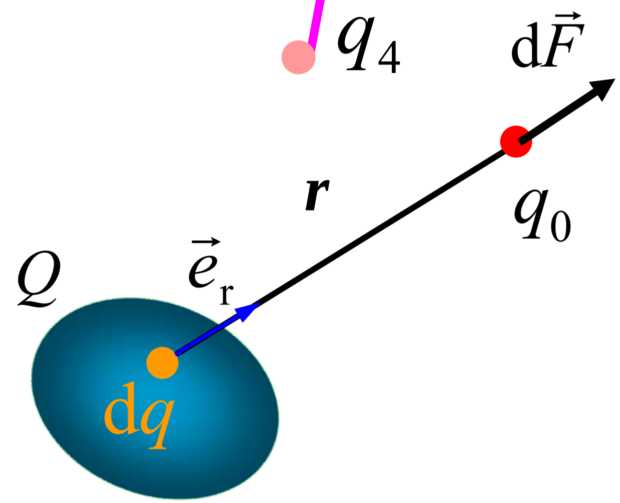
•库仑力满足线性叠加原理，即不因第三者的存在而改变两者之间的相互作用。



$$\vec{F}_0=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{0i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0q_i}{r_{0i}^2}\vec{e}_{0i}$$

某点电荷受到来自其它点电荷的总静电力等于所有其它点电荷单独存在时的静电力的矢量和。

•对电荷连续分布的带电体



$$\mathrm{d}\vec{F}=\frac{q_0\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\vec{e}_\mathrm{r}$$

$$\vec{F}=\int_Q\frac{q_0\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\vec{e}_\mathrm{r}$$

01:30:54

§2 静电场 电场强度

2.1 静电场

•早期“超距作用”学说：无需媒介，瞬时作用。
实验表明，静电作用需要时间，且与电介质有关。

•法拉第提出场的思想：电荷 ⟺ 电场 ⟺ 电荷

任何电荷都在自己的周围空间激发电场。

处在电场中的其他带电体会受到电场力的作用。

电荷之间的相互作用就是一个电荷激发的电场对另一个电荷的电场力。

•近代观点：两个点电荷是通过交换场量子而相互作用的，电磁场的场量子就是光子。

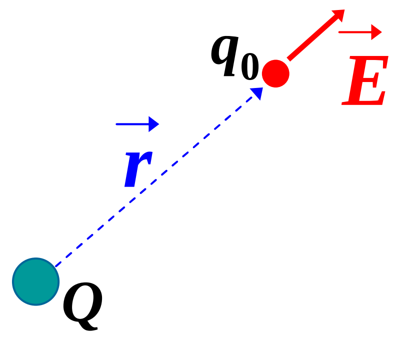
•静电场：相对于观察者静止的电荷所激发的电场。

01:30:54

2.2 电场强度

场源电荷Q在周围激发了静电场

放入检验电荷q_0，要求



$\begin{cases} \text{点电荷：研究各场点的性质} \\ \text{带电量足够小：不影响原来的电场} \end{cases}$

实验发现，q_0受到的电场力F与q_0的位置和大小有关。

F/q_0只与此电场中的位置有关，反映不同位置处电场本身的性质，与检验电荷的大小、存在与否无关。

电场强度矢量 $\vec{E} = \vec{F} / q_0$

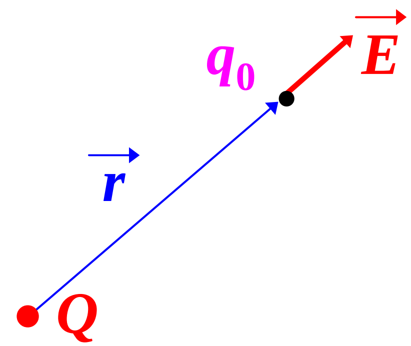
大小等于单位电荷在该点受力的大小，
其方向为正电荷在该点受力的方向。

01:30:54

2.3 点电荷的电场强度

场源电荷**Q**为点电荷，由库仑定律可知检验电荷受到的电场力为

$$\vec{F} = \frac{Qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$



点电荷的场强 $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

- $Q>0$，电场强度E与e_r同向
- $Q<0$，电场强度E与e_r反向

若r→0，E→∞？距离太近，不能看作点电荷。

01:30:54

判断题： #T2101.

电荷在电场中某点受到的电场力很大，
则该点的场强E一定很大。

01:30:54

判断题： #T2102.

根据点电荷的场强公式 $\vec{E}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$

虽说$\boldsymbol{r}\rightarrow\mathbf{0}$时，**E**并不是∞；

但可以看出离带电体越近，场强一定越大。

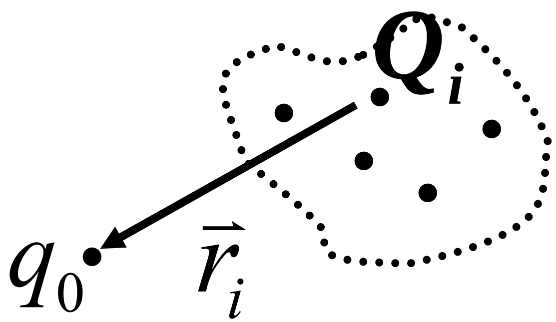
01:30:54

2.4 电场强度叠加原理

1、电荷离散分布

在点电荷系$Q_1,Q_2,\ldots,Q_n$的电场中，在P点放一检验电荷q_0，根据库仑力的叠加原理，检验电荷受到的作用力

$$\vec{F}=\sum\vec{F}_i=\sum\frac{Q_i q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{e}_i$$



P点的电场强度

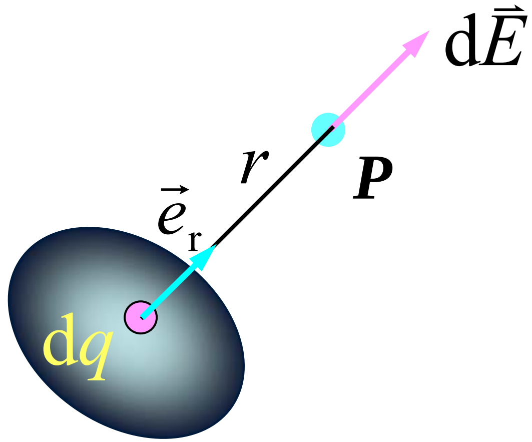
$$\vec{E}=\frac{\sum\vec{F}_i}{q_0}=\sum\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{e}_i=\sum\vec{E}_i$$

点电荷系电场中某点的场强等于各个点电荷单独存在时在该点的场强的矢量和。

01:30:54

2、电荷连续分布

将带电区域分成许多电荷元**d*q***



$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{e}_\mathrm{r}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

电荷体分布，**d*q*=ρdV**

$$\vec{E} = \iiint_V \frac{\rho\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dV = \int_V \frac{\rho\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dV$$

电荷面分布，**d*q*=σd*S***

$$\vec{E} = \iint_S \frac{\sigma\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dS = \int_S \frac{\sigma\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dS$$

电荷线分布，**d*q*=λd*l***

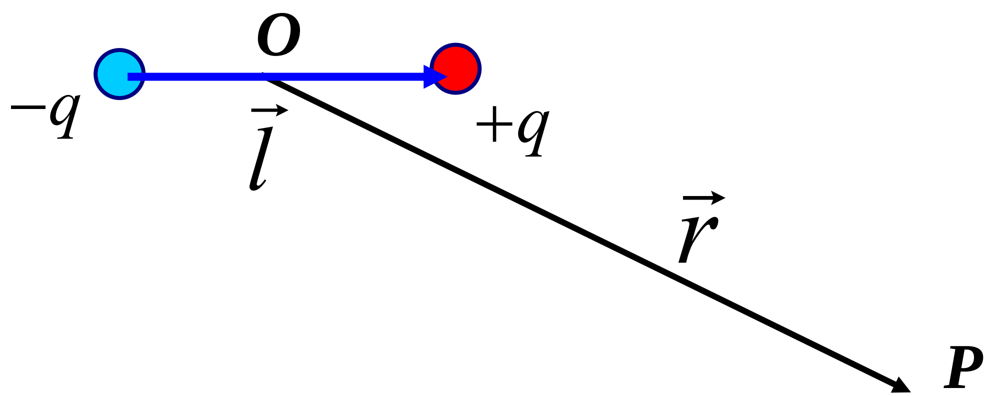
$$\vec{E} = \int_L \frac{\lambda\vec{e}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dl$$

01:30:54

2.5 电偶极子的电场强度

1、电偶极子（Electric Dipole）

等量异号电荷**+*q***、**-*q***，相距为***l***



若***l*** 相对于电偶极子中心**O**到所求场点**P**的距离***r***很小，

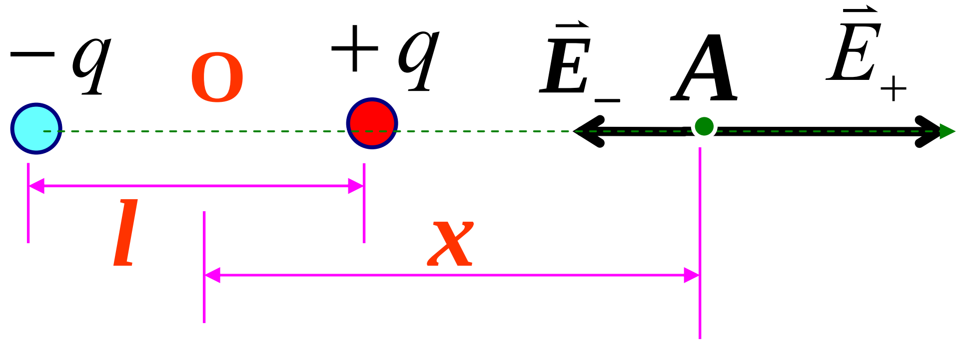
l<<***r***

称这个点电荷系为电偶极子。

电偶极矩： $\vec{p} = q\vec{l}$ 　方向：从**-*q*** 指向**+*q***

01:30:54

2、电偶极子轴线延长线上一点的电场强度



$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x-l/2)^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x+l/2)^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}=\vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(x-l/2)^2}-\frac{q}{(x+l/2)^2}\right]\vec{i} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xl}{(x^2-l^2/4)^2}\right]\vec{i}$$

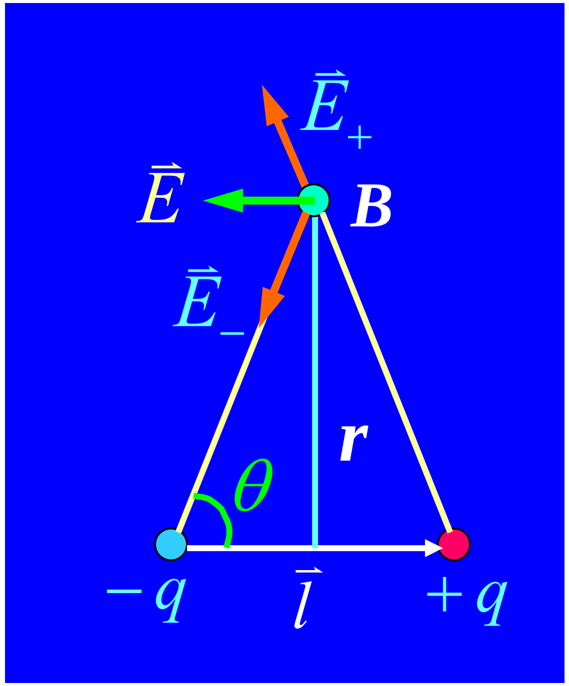
若$l \ll x$，则 $x^2-l^2/4 \approx x^2$ $\quad \vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2ql}{x^3}\vec{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}$

01:30:54

3、电偶极子中垂线上一点的电场强度

对于中垂线上任一点

$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r^2 + l^2/4)}$$



$$E = 2E_+ \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}}$$

$$\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0(r^2 + l^2/4)^{3/2}}$$

◆ 若$l << r$， $\vec{E} = -\dfrac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

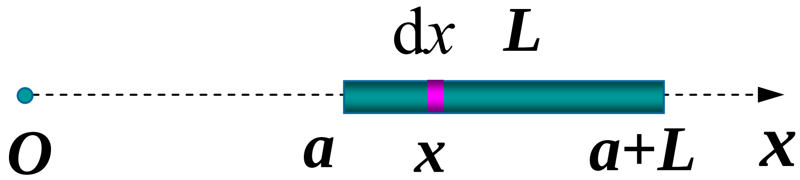
◆ 若$r = 0$， $\vec{E} = -\dfrac{2\vec{p}}{\pi\varepsilon_0 l^3}$

01:30:54

例：细杆均匀带电，电量为**q**，长度为***L***

求：**O**点的电场强度

解：在***x*** 处取一个电荷元



$$dq = \lambda dx$$

细杆的电荷线密度 $\lambda = q / L$

该点电荷在***O***点的场强大小为 $dE = \dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$

各电荷元在**O**点的场强方向一致，场强大小直接相加

$$E = \int_a^{a+L} \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a}\right)$$

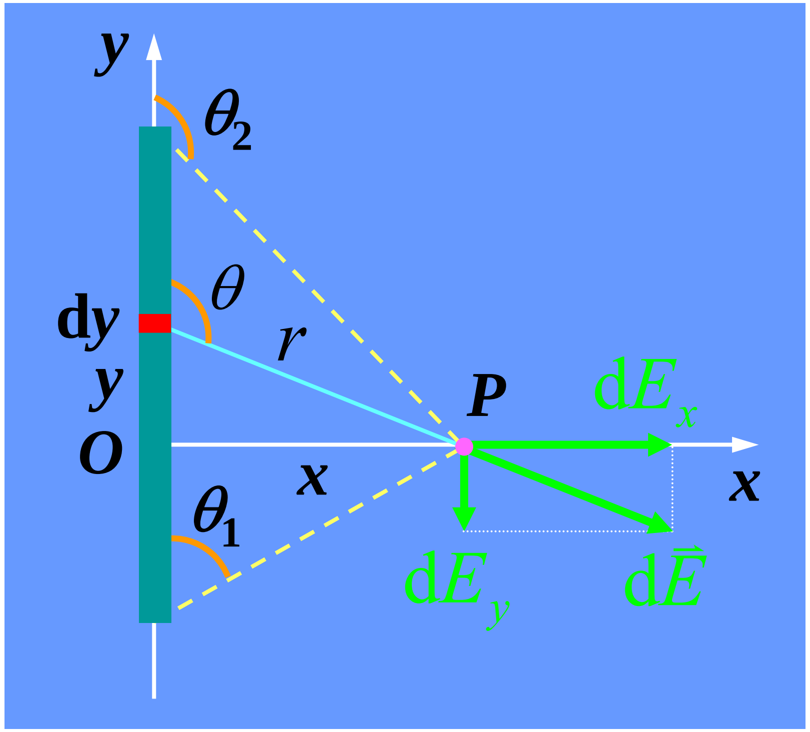
$$= \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 a(a+L)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a(a+L)}$$

01:30:54

例：长为L，带电量为q的均匀带电直杆

求：带电直杆在点P处产生的电场强度

解：电荷线密度$\lambda = q/L$



$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}y \qquad \mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}y}{r^2}$$

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\sin(\pi-\theta) = \mathrm{d}E\sin\theta$$

$$\mathrm{d}E_y = -\mathrm{d}E\cos(\pi-\theta) = \mathrm{d}E\cos\theta$$

$$r^2 = x^2/\sin^2\theta$$

$$y = x\cot(\pi-\theta) = -x\cot\theta \qquad \mathrm{d}y = x\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{r^2} = \frac{\mathrm{d}\theta}{x} \qquad \mathrm{d}E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta\mathrm{d}\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

01:30:54

$$E_x=\int \mathrm{d}E_x=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta\mathrm{d}\theta=-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$$

$$E_y=\int \mathrm{d}E_y=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$$

(1)若$\theta_1+\theta_2=\pi$　中垂线上

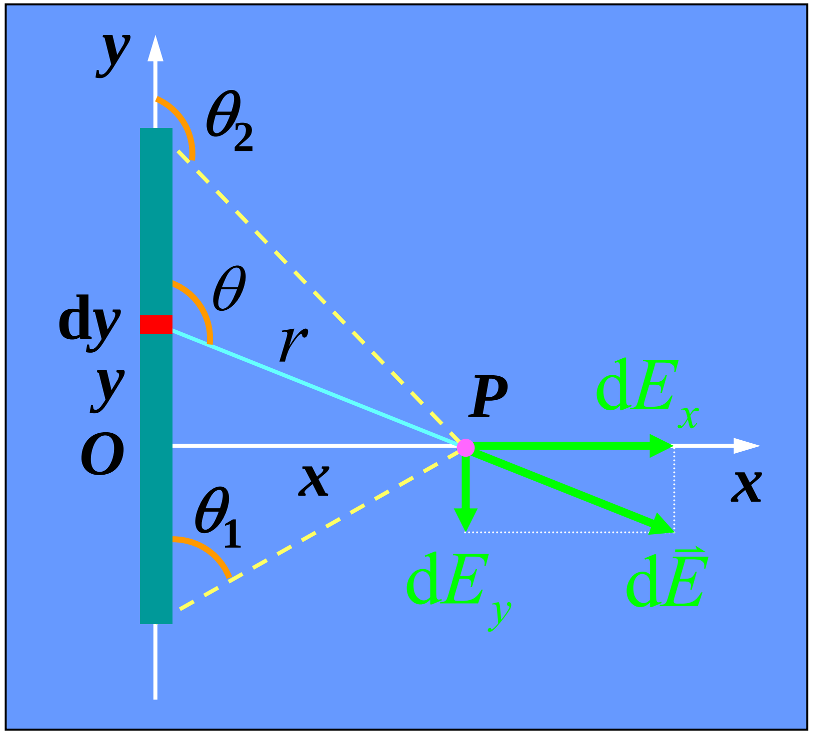
$$\sin\theta_1=\sin\theta_2,\quad \cos\theta_1=-\cos\theta_2$$

$$\vec{E}=E_x\hat{i}=\frac{\lambda\cos\theta_1}{2\pi\varepsilon_0 x}\hat{i}$$　沿*x*方向

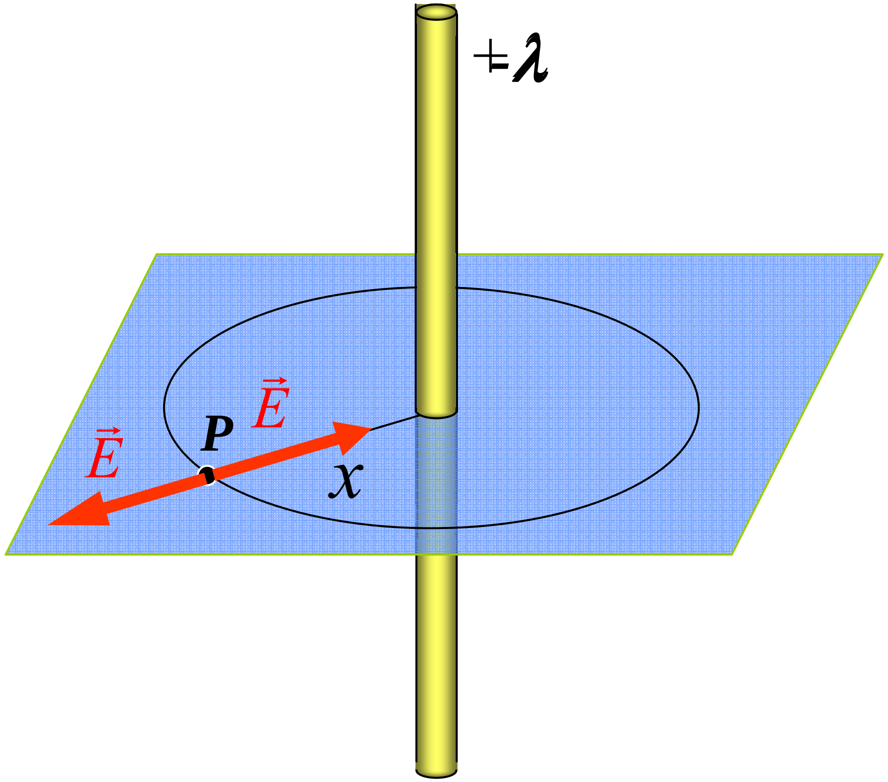
(2)无限长带电直线 *L>>x*

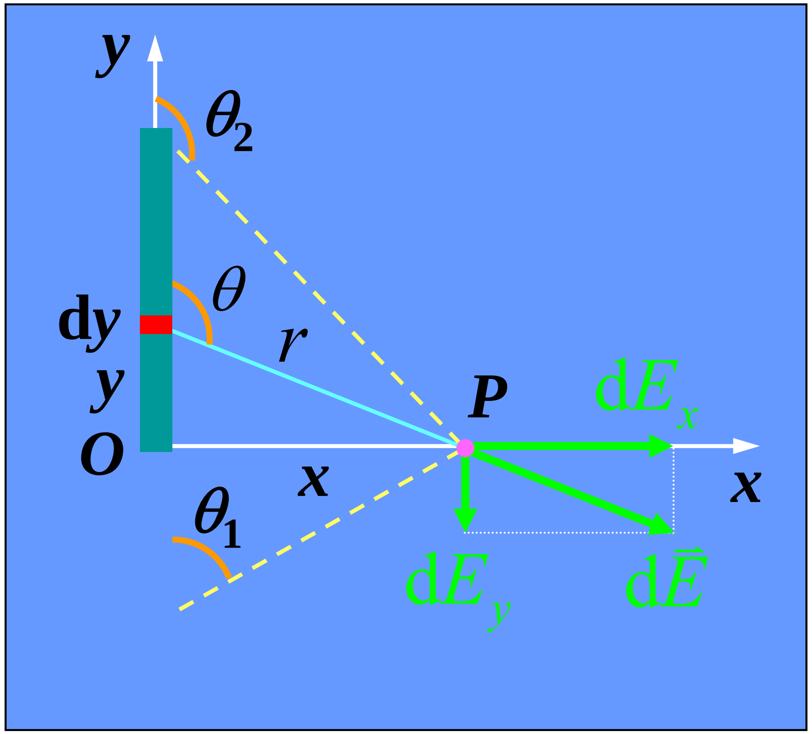
$$\theta_1=0\qquad \theta_2=\pi$$

$$E_x=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\qquad E_y=0$$



01:30:54





(3)半无限长均匀带电直导线 $\theta_1=\pi/2$, $\theta_2=\pi$

$$E_x = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

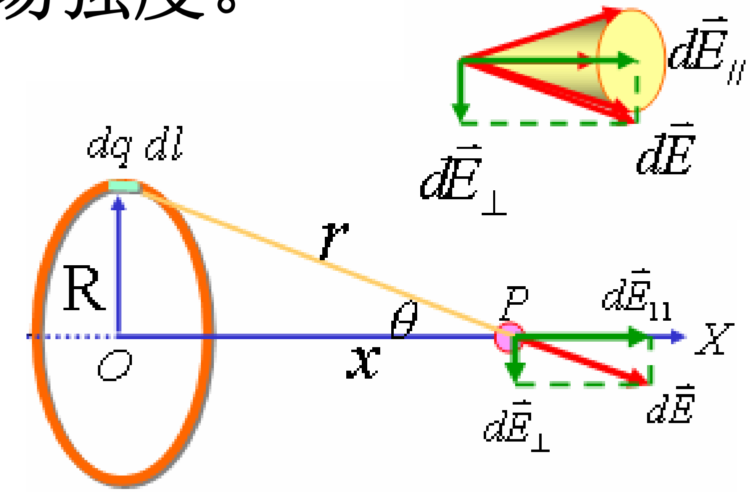
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\hat{i} - \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\hat{j}$$

01:30:54

例：半径为**R** 的均匀带电细圆环，带电量为**q**

求：圆环轴线上任一点**P** 的电场强度。

解：$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l \qquad \mathrm{d}E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathrm{d}q}{r^2}$



$$\mathrm{d}E_{\perp} = \mathrm{d}E\sin\theta \qquad E_{\perp} = 0$$

$$\mathrm{d}E_{\parallel} = \mathrm{d}E\cos\theta$$

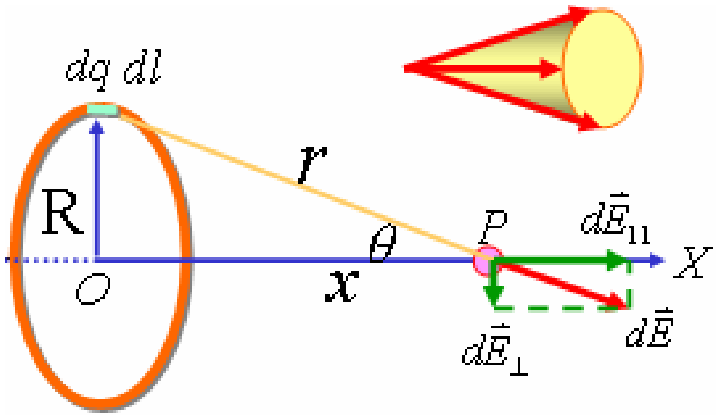
由电荷分布对称性可知，**P**点总场强只有**x**分量

$$E = \int_q dE_{\parallel} = \int dE\cdot\cos\theta = \int_L \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_L dq$$

$$= \frac{q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

01:30:54

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$



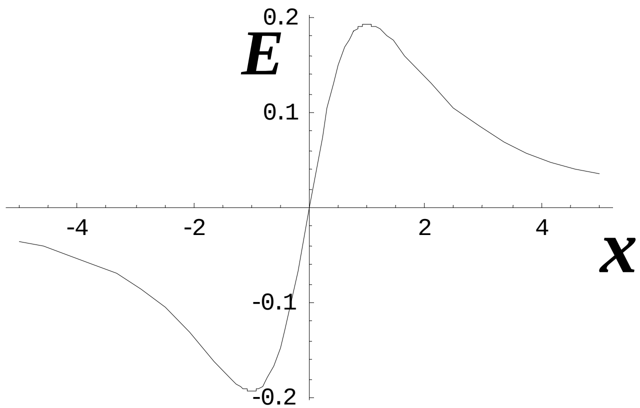
(1) 当*R*<< *x*时 $E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{x^2}$

带电圆环→点电荷，点电荷实际并不是一个点。

(2) 当 *x* = 0（即***P***点在圆环中心处）时， $E=0$

此时不能看作点电荷。

(3) *E*=*E*(*x*)　*E*的极值条件



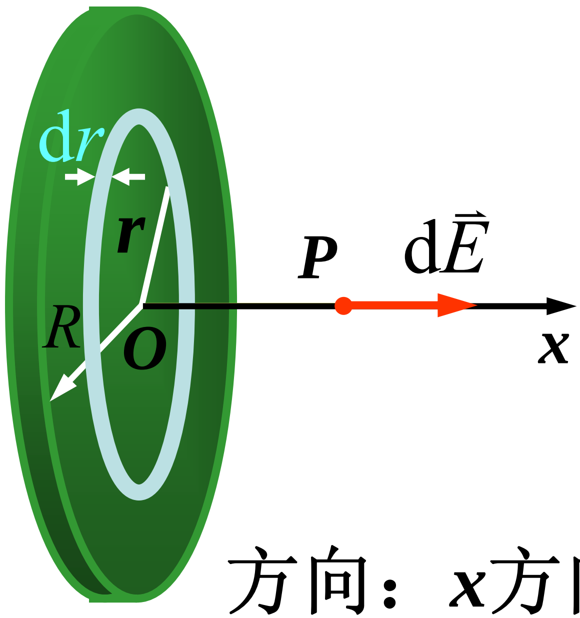
$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(R^2-2x^2)}{(R^2+x^2)^{5/2}}=0$$

$$2x^2=R^2$$

$$x=\pm\sqrt{2}R/2$$

01:30:54

例：电荷面密度为σ，半径为R 的均匀带电圆盘
求：在轴线上任一点的电场强度。



解：圆盘可看成许多不同半径的同心的圆环组成

在半径为r处，取一宽度为**dr** 的细圆环，其带电量

$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

方向：x方向

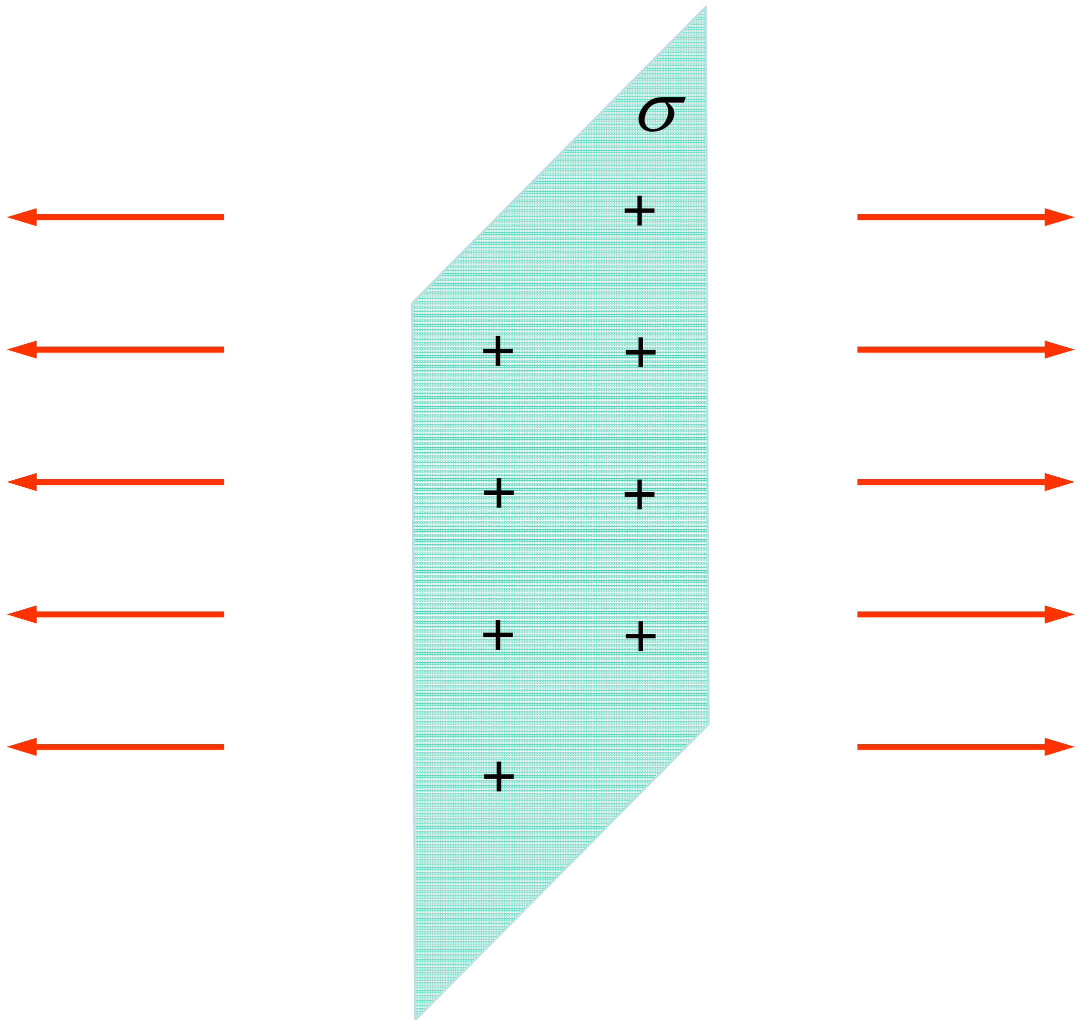
$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\mathrm{d}q}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E = \int \mathrm{d}E = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\mathrm{d}r}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}]$$

01:30:54

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}]\vec{i}$$

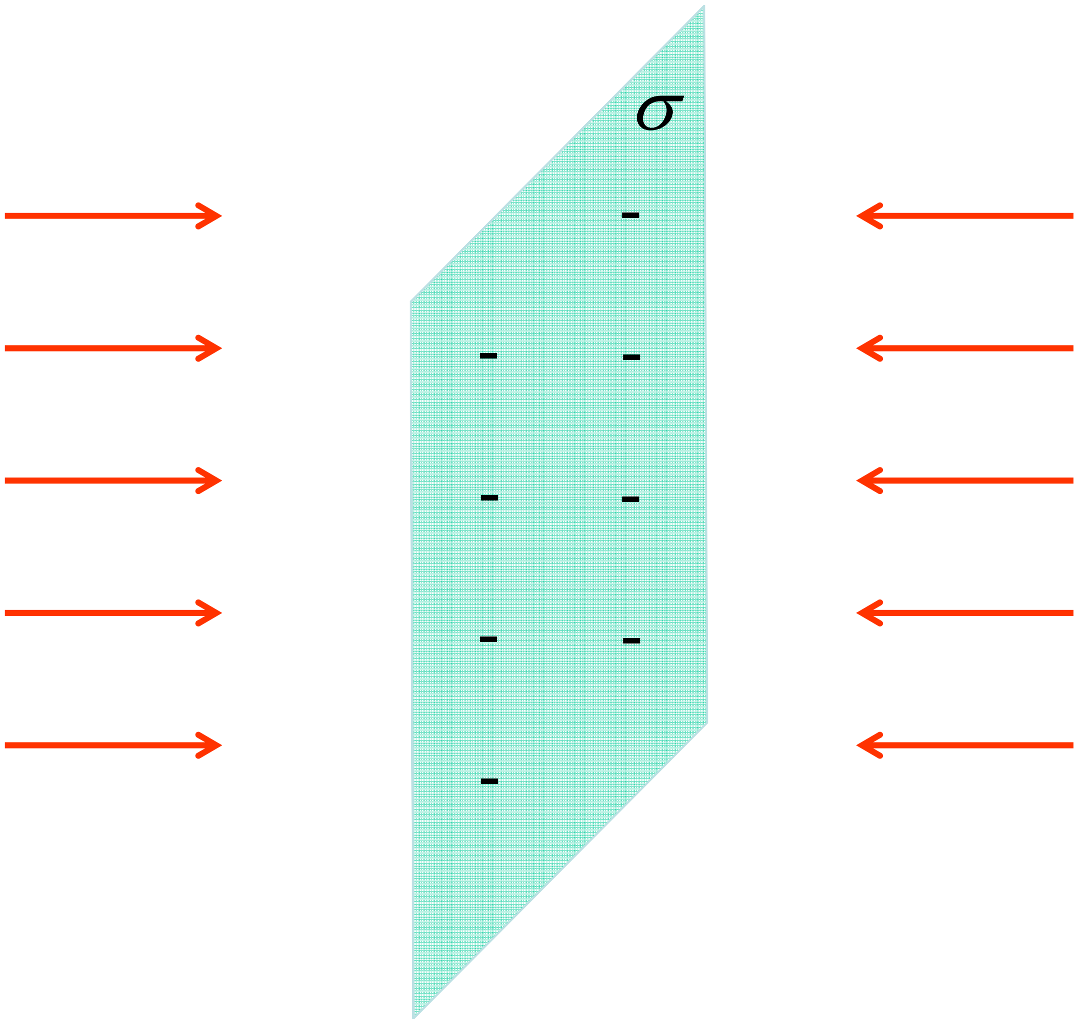
(1) 当$\boldsymbol{R} >> \boldsymbol{x}$， 圆盘→无限大薄板 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 均匀场



电场强度垂直带电平面

01:30:54

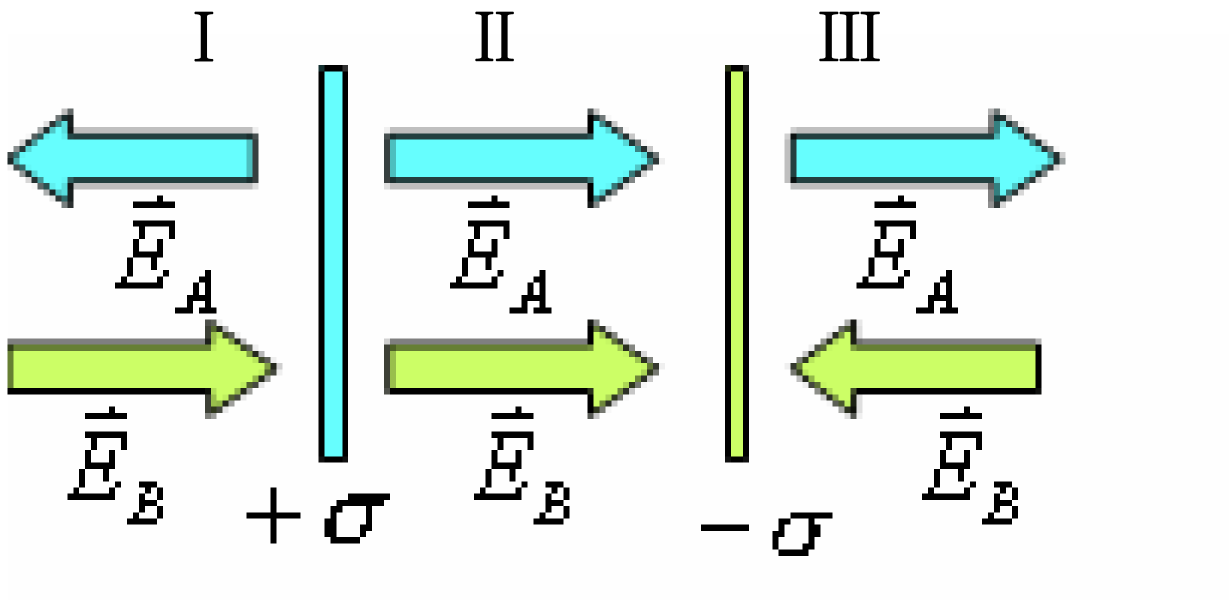
●无限大带负电平面附近的电场 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



电场强度垂直带电平面

01:30:54

(2)将两块无限大薄板平行放置(板间距离<<板面线度)，
两板带等量异号电荷，面密度为σ，
两板间、外场强=？（平行板电容器）



$$E_{\mathrm{I}}=E_B-E_A=0 \qquad E_{\mathrm{II}}=E_A+E_B=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E_{\mathrm{III}}=E_A-E_B=0$$

01:30:54

选择题： #S2101.

平行板电容器，两板带电量±**q**，电荷面密度±**σ**，相距为**d**，板面积为**S**，则一板对另一板的电场力为

(1) $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$

(2) $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 S}$

(3) $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$

01:30:54

(3)体密度为ρ厚度为e的无限大均匀带电厚板

薄板的电荷面密度为 $\mathrm{d}\sigma$

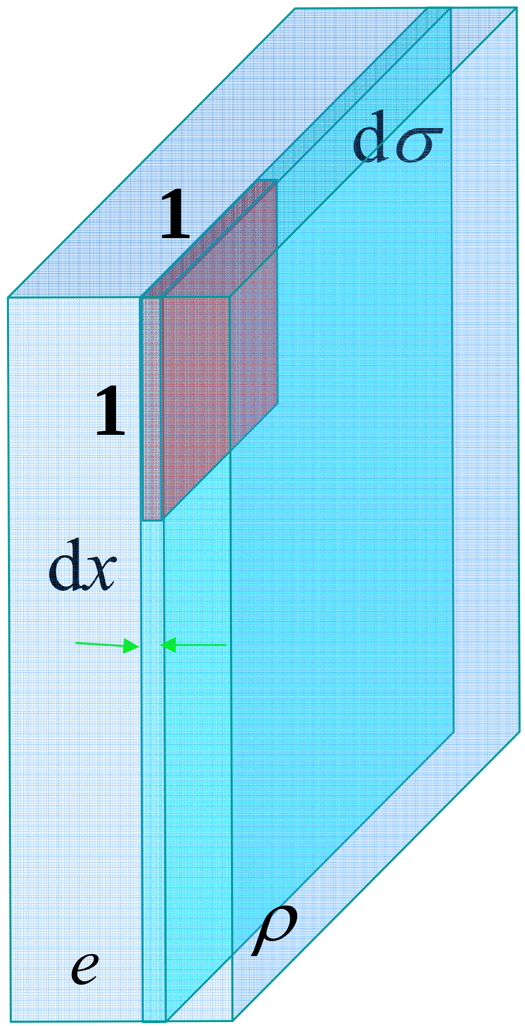
即单位面积薄板的电量

体积 $\mathrm{d}V = 1 \cdot 1 \cdot \mathrm{d}x = \mathrm{d}x$

带电量 $\mathrm{d}\sigma = \rho \mathrm{d}V = \rho \mathrm{d}x$

$$E = \int \mathrm{d}E = \int \frac{\mathrm{d}\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$= \int \frac{\rho \mathrm{d}x}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho e}{2\varepsilon_0}$$



$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}\sigma}{2\varepsilon_0}$$

均匀带电圆板在轴线上任一点的电场强度

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}]\vec{i}$$

(4)当*R*<< *x*

$$\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}=\frac{1}{(\frac{R^2}{x^2}+1)^{1/2}}$$

$$(1+\frac{R^2}{x^2})^{-\frac{1}{2}}\approx 1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{x^2}$$

$$E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-(1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{x^2})]=\frac{\sigma R^2}{4\varepsilon_0 x^2}=\frac{\pi R^2\sigma}{\pi 4\varepsilon_0 x^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

在远离带电圆面处，相当于点电荷的场强。

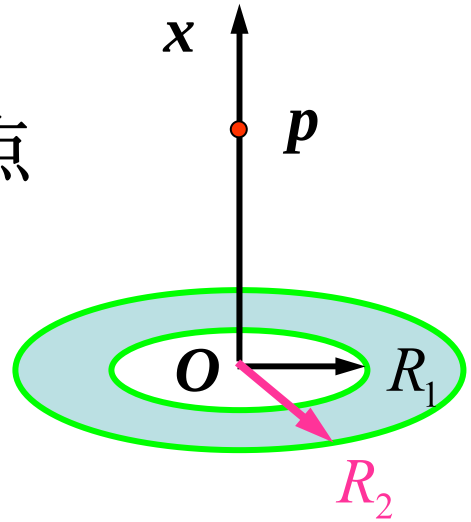
01:30:54

均匀带电圆板在轴线上任一点的电场强度

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}}]\vec{i}$$

(5)补偿法：

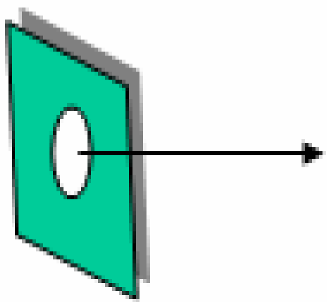
有一圆孔的均匀带正电圆盘轴线上一点



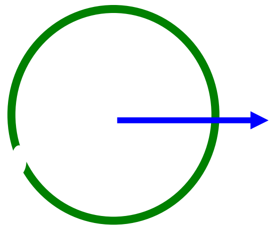
$$\vec{E}=\vec{E}_{R_2}-\vec{E}_{R_1}$$

$$=\frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}[\frac{1}{(R_1^2+x^2)^{1/2}}-\frac{1}{(R_2^2+x^2)^{1/2}}]\vec{i}$$

无限大均匀带电平板的中间有一圆孔:



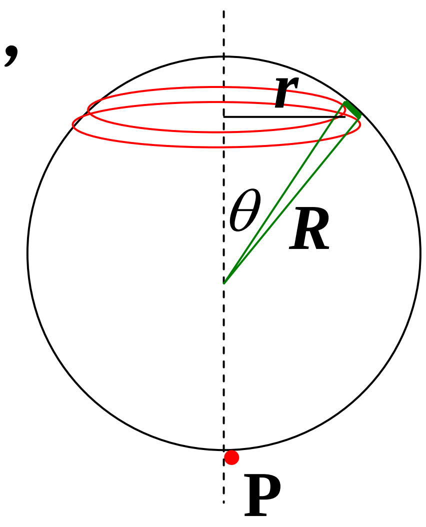
圆环缺一点：
圆环减去点电荷



01:30:54

例：电荷**Q**均匀分布在半径为***R***的球面上，

求：球面上某点**P**的电场强度。



解：过**P**作直径，把球面分成无穷多个垂直于该直径的圆环

半径为**r**处的圆环所带的电量为：

$$dq = \sigma 2\pi r dl = \sigma 2\pi r R d\theta = \sigma 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$$

圆环电荷在其几何轴线上产生的电场强度公式

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$R \to r = R\sin\theta \qquad q \to dq$$

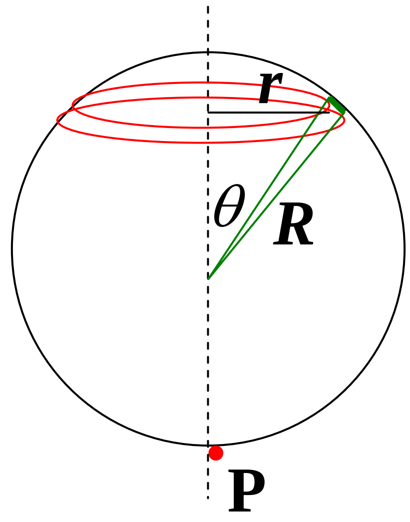
$$x \to R\cos\theta + R \qquad E \to dE$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R + R\cos\theta}{\left[(R\sin\theta)^2 + (R + R\cos\theta)^2\right]^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\theta d\theta}{2\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\theta}}$$

01:30:54

半径为r处的圆环在P点产生的电场强度为

$$dE = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{\sin\theta d\theta}{2\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\theta}}$$



整个带电球面在P点产生的电场强度

$$E = \int dE = \int_0^{\pi}\frac{\sigma}{4\sqrt{2}\varepsilon_0}\frac{\sin\theta d\theta}{\sqrt{1+\cos\theta}}$$

$$= -\frac{\sigma}{2\sqrt{2}\varepsilon_0}\sqrt{1+\cos\theta}\Big|_0^{\pi} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

电荷面密度

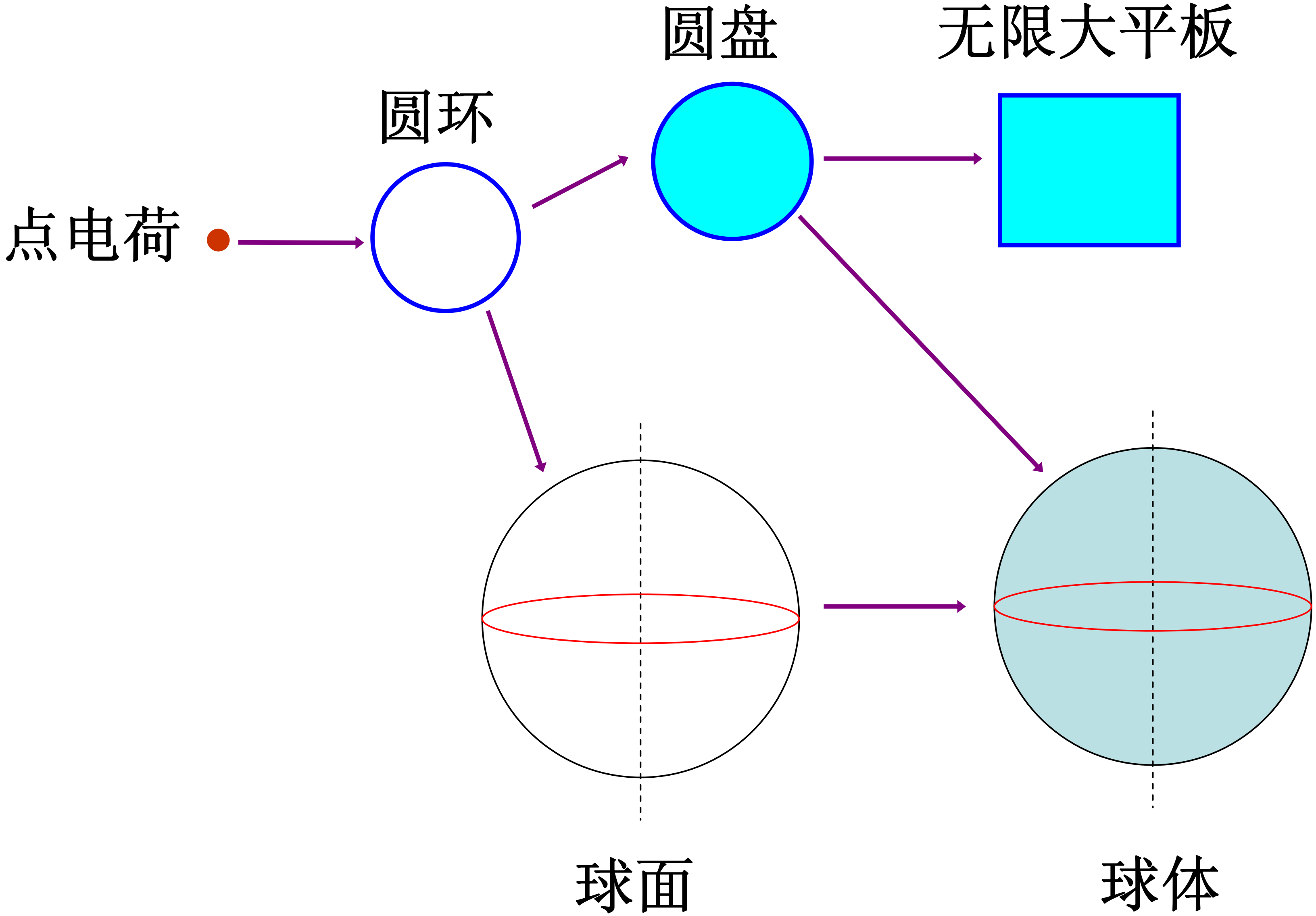
$$\sigma = Q/4\pi R^2$$

$$E = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$$

方向：沿过P点的直径方向

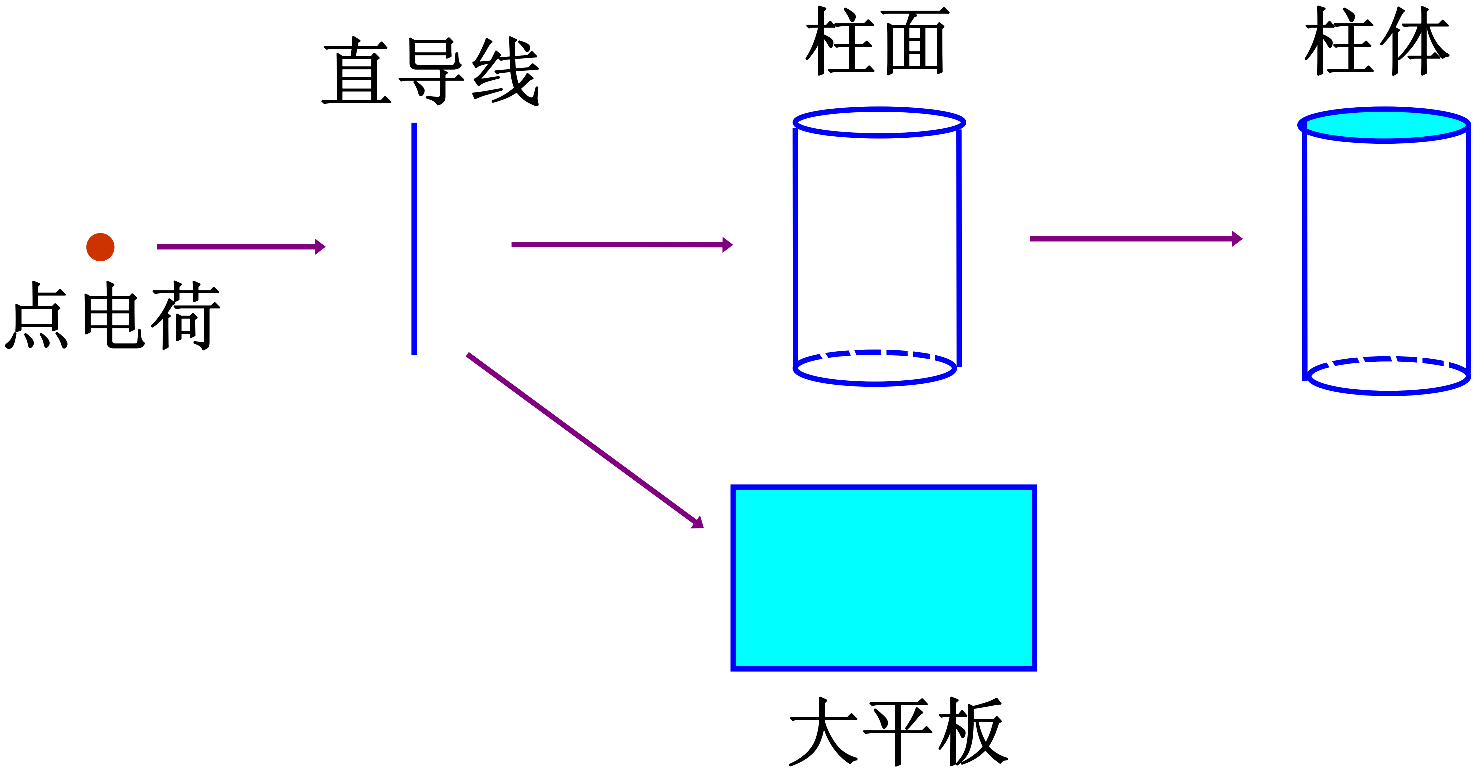
01:30:54

叠加原理



01:30:54

叠加原理

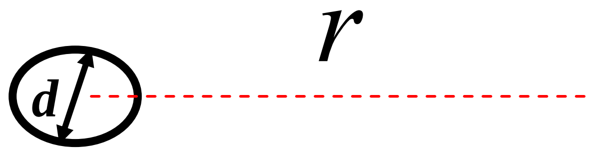


01:30:54

理想模型

远处

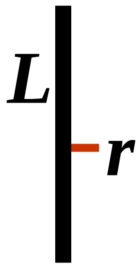
- 点电荷 $r \gg d$



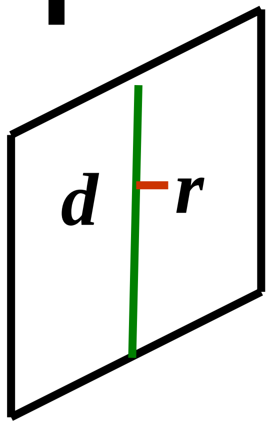
- 电偶极子 $r \gg l$

近处

- 无限长带电线 $r \ll L$



- 无限大带电面 $r \ll d$

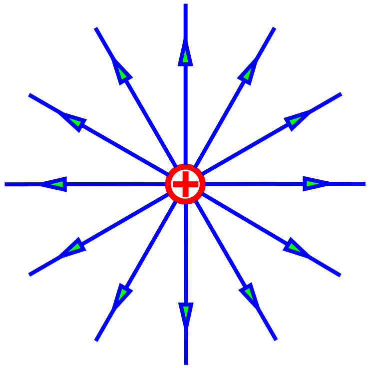


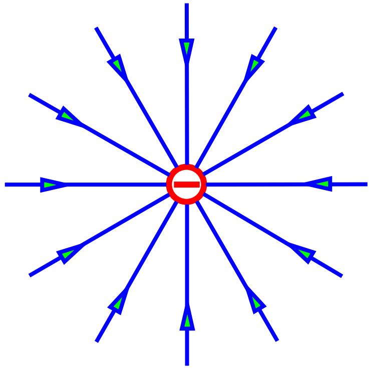
01:30:54

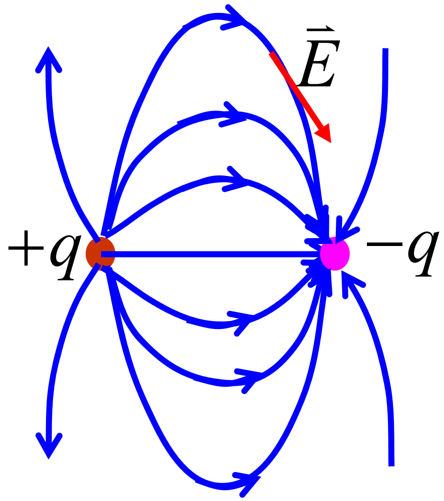
§3 电通量 高斯定理

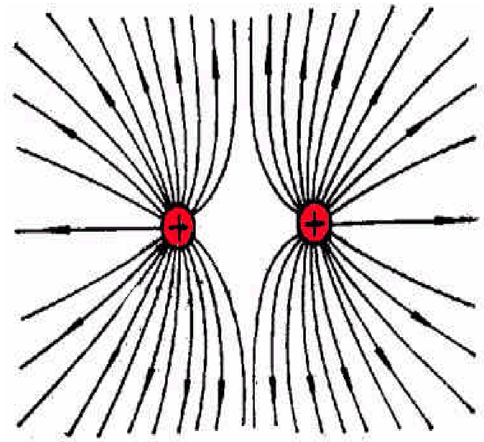
3.1 电场线

为了**形象地**描述电场的分布，法拉第引入了电场线：描述电场强度大小和方向的曲线簇。









- 曲线上每一点的**切线方向**表示该点场强的方向，
- 曲线的**疏密**表示该点场强的大小。

- 电场线是**人为画出的**，在实际电场中并不存在；

电场线图形可以用实验演示出来。

判断题： #T2103.

点电荷**q**如果只受电场力的作用，
则电荷将沿电场线运动。

01:30:54

判断题： #T2104.

电力线描述空间各点电场的方向，并不表示质量为m电量为q的质点在电场中受力运动的轨迹。

只有当电力线为直线时，或质点初速为0时，

电力线才是带电质点的运动轨迹。

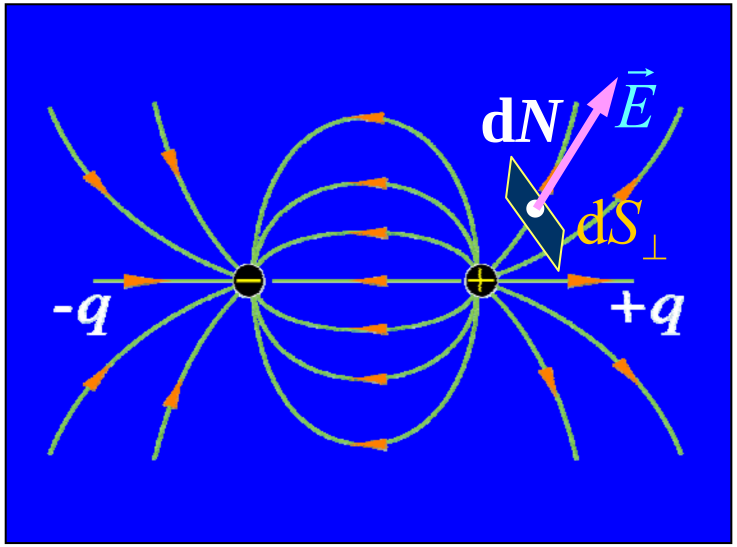
01:30:54

➢静电场的电场线特点

•起始于正电荷(或无穷远)，
终止于负电荷(或无穷远)，
有头有尾，不是闭合曲线；

•不会在没有电荷处中断。

•任何两条电场线都不能相交。
(总场强方向唯一)



➢电场线密度

经过电场中一点，作一垂直于电场线的面积元$\mathrm{d}S_{\perp}$，由于$\mathrm{d}S_{\perp}$很小，其上各点的E可认为是相同的。

若通过$\mathrm{d}S_{\perp}$面的电场线条数为$\mathrm{d}N$，则电场线密度为

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_{\perp}} \propto E \qquad E = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_{\perp}} \qquad \mathrm{d}N = E\mathrm{d}S_{\perp}$$

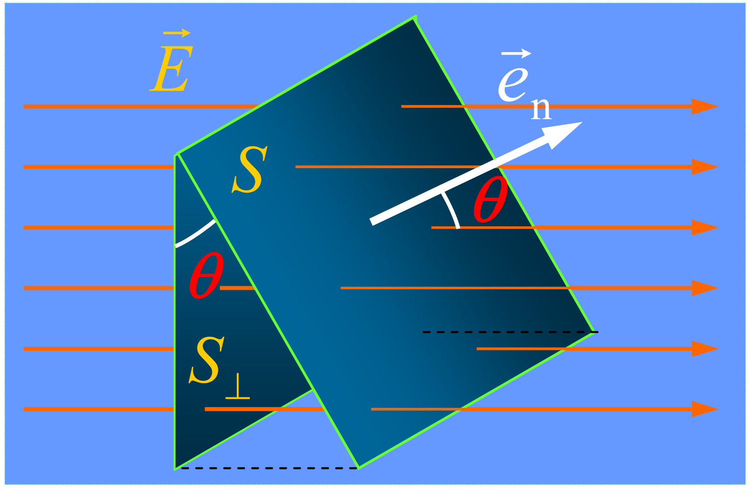
01:30:54

3.2 电场强度通量（Electric Flux）

穿过任意曲面 **S** 的电场线条数：穿过该面的电通量($\boldsymbol{\Phi_e}$)

1、均匀电场的电通量

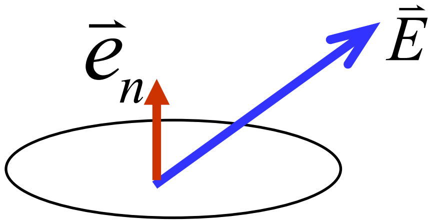
对于匀强电场，电场线密度处处相等，方向处处一致。



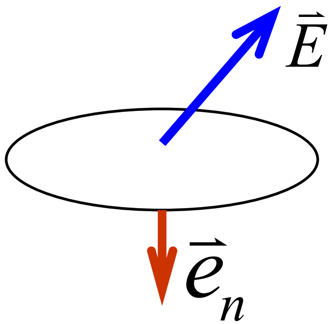
$$\Phi_e = ES_\perp = ES\cos\theta = \vec{E}\cdot\vec{e}_n S$$

引入面积矢量 $\vec{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{S}\vec{\boldsymbol{e}}_n$

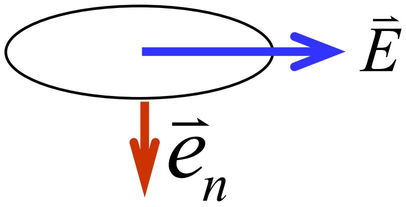
$\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S}$ 单位：**N·m²·C⁻¹**，电通量是标量，有正负。



$\Phi_e > 0$



$\Phi_e < 0$



$\Phi_e = 0$

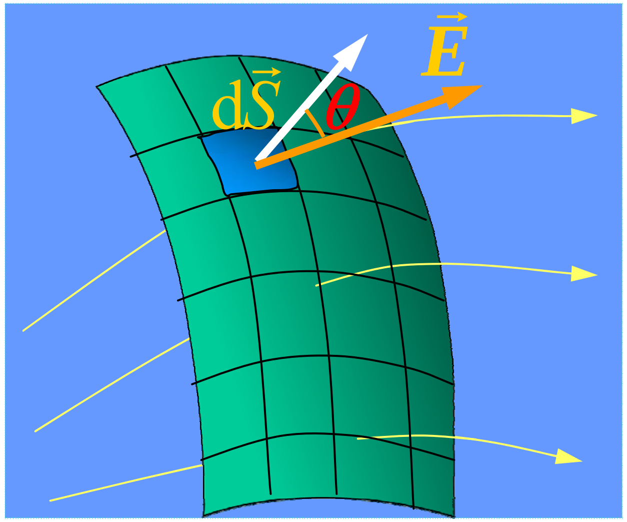
01:30:54

2、非均匀电场的电通量

取微元**dS** $\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

对闭合曲面 $\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$



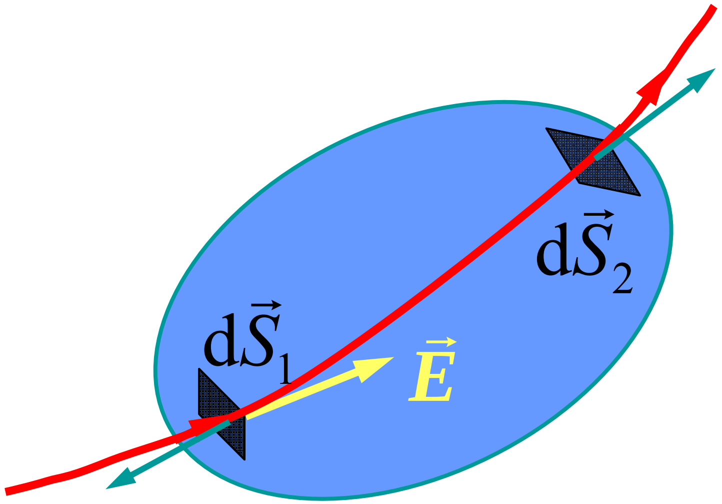
$d\vec{S}$ 方向的规定

非闭合曲面：左或右

闭合曲面：外法线方向

$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e1}} = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 < 0$ 穿入为负

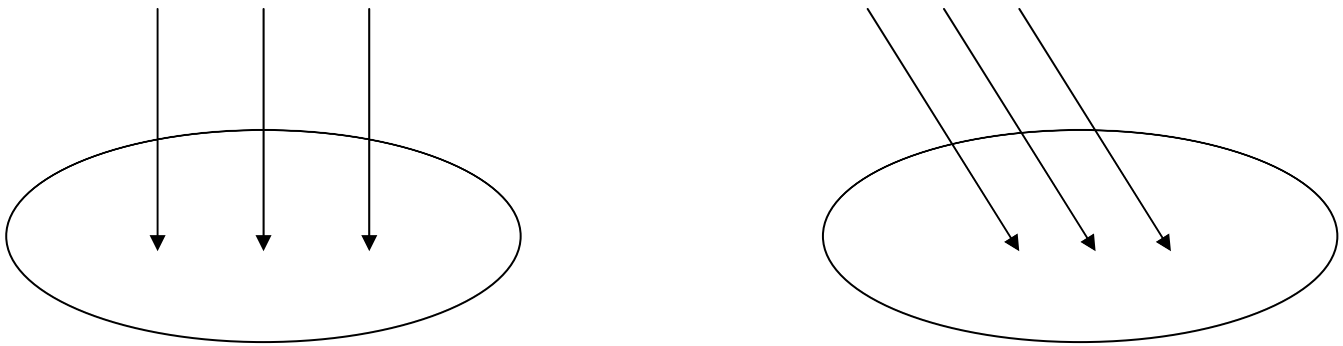
$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e2}} = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 > 0$ 穿出为正



01:30:54

判断题： #T2105.

有两相同平面，通过它们的电力线总数相等，
若一为垂直穿过，一为倾斜穿过，如图，
则垂直穿过的电通量较大。

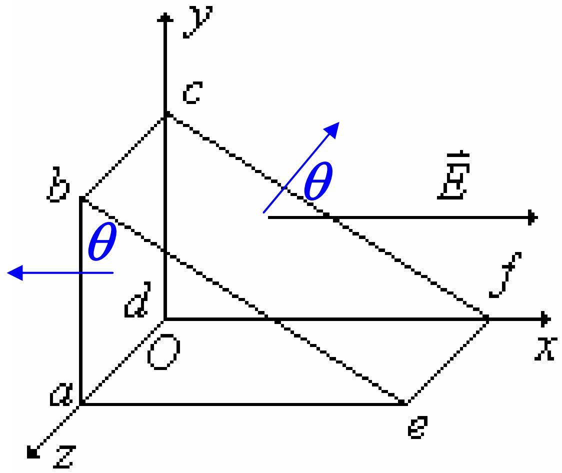


01:30:54

例：有一三棱柱放在电场强度为 $\vec{E}=200\vec{i}\,N\cdot C^{-1}$ 的均匀电场中。求：通过此三棱柱的电通量。

解：三棱柱的由五个面组成

通过各个面的电场强度通量为



S_1：$abcda$ $\Phi_1=ES_1\cos\pi=-ES_1$

S_2：$abea$ $\Phi_2=ES_2\cos\pi/2=0$

S_3：$dcfd$ $\Phi_3=ES_3\cos\pi/2=0$

S_4：$adfea$ $\Phi_4=ES_4\cos\pi/2=0$

S_5：$befcb$ $\Phi_5=ES_5\cos\theta=ES_1$

通过闭合三棱柱的电通量为零。

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5=-ES_1+ES_1=0$$

01:30:54

3.3 静电场的高斯定理

高斯（Carl Friedrich Gauss 1777~1855）

德国数学家、天文学家和物理学家。有“数学王子”美称。

- 利用几何学知识研究光学系统近轴光线行为和成像，建立高斯光学。
- 结合试验数据的测算，发展了概率统计理论和误差理论，发明了最小二乘法，引入高斯误差曲线。
- 关于静电学、温差电和摩擦电的研究、利用绝对单位（长度、质量和时间）法则量度非力学量以及地磁分布的理论研究；
- 天文学和大地测量学中：小行星轨道的计算，地球大小和形状的理论研究等。

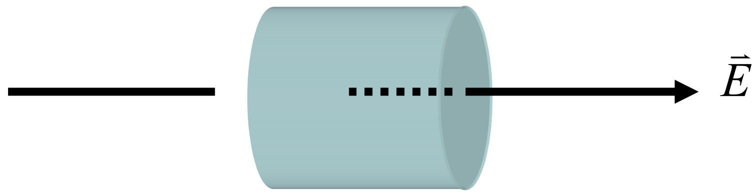
01:30:54

静电场的高斯定理：真空中的任何静电场中，穿过任一闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围的电荷的代数和除以ε_0，与闭合曲面外的电荷无关。

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{内}$$

- 定理中的**E**是曲面上的场强，由所有电荷共同产生。
- 若面内无电荷，Φ_{e}**=0**，但曲面上**E**不一定也为零。
- 正电荷：穿出，负电荷：穿入→静电场是有源场。
- 证明：电力线在没有电荷的地方不会中断。

反证法：$q_{内}=0$，但$\phi_{\mathrm{e}}>0$
与高斯定理矛盾！



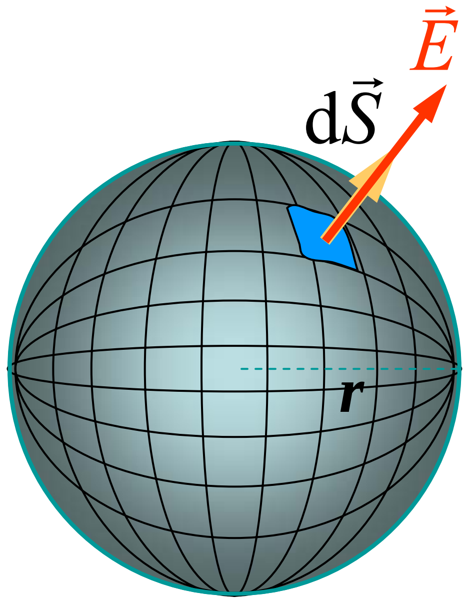
- 库仑定律只适用于静电场，高斯定理也适用于运动电荷产生的电场，是电磁理论的基本方程之一。

01:30:54

➢高斯定理的导出：库仑定律+场强叠加原理

◆ 单个点电荷

(1) ***q*** 在球心处，球面S的电通量

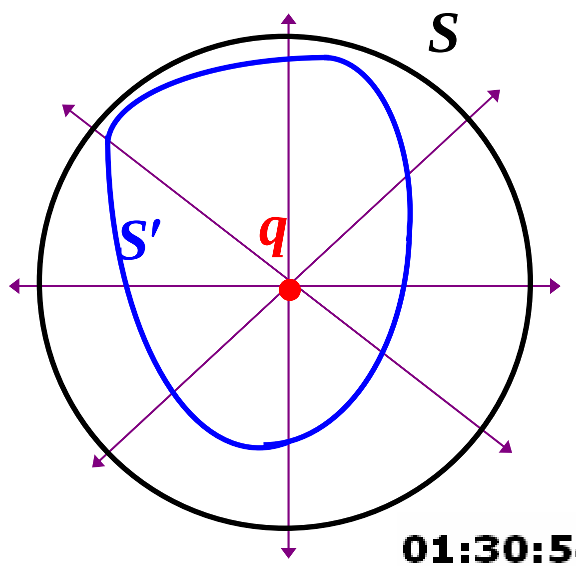


$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\mathrm{d}S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_S \mathrm{d}S$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

通过不同半径球面的电场线条数相等。
从 ***q***发出的电场线连续延伸到无穷远。

(2) ***q*** 在任意闭合面S'内，电通量为

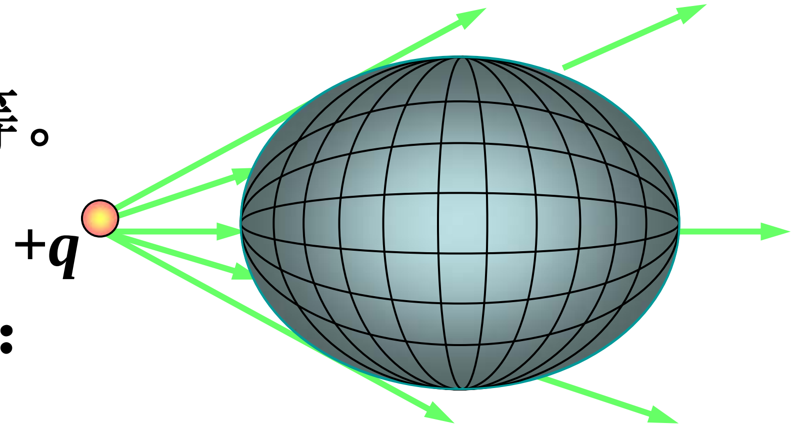


$$\Phi_e = \oint_{S'} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

01:30:54

(3) **q** 在闭合面外 $\Phi_e = 0$

穿出、穿入的电场线条数相等。



◆ 点电荷系

由场强叠加原理，**P**点总场强：

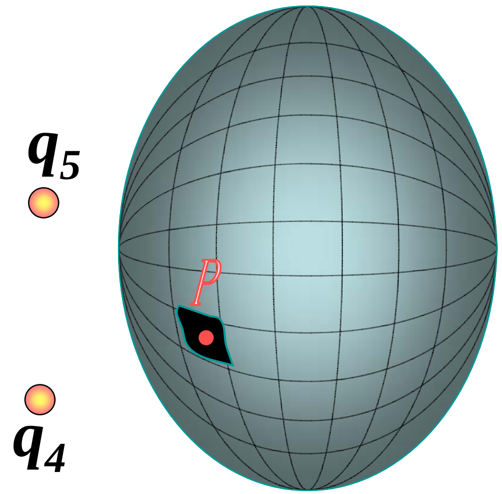
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_5$$

任意闭合面电通量为

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_5) \cdot d\vec{S}$$

$$= \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} + \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} + \ldots + \oint \vec{E}_5 \cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \frac{q_2}{\varepsilon_0} + \frac{q_3}{\varepsilon_0} + 0 + 0$$



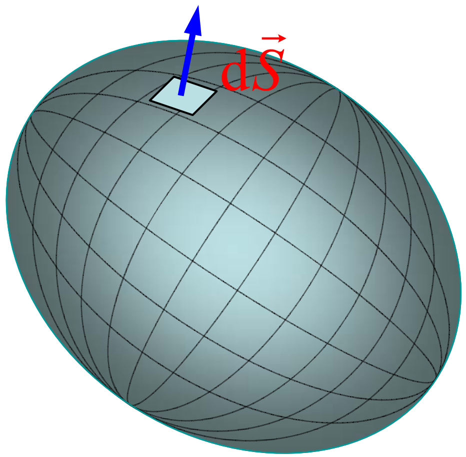
$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{内}$$

$\vec{E}$ 是所有电荷产生的;

Φ_e 只与内部电荷有关。

01:30:54

◆ 对于连续分布的源电荷



$$\Phi_e = \oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\int dq}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho \mathrm{d}V$$

➢高斯定理的微分形式

高斯公式 $\iiint\limits_{\Omega} \nabla\bullet\vec{A}dV = \oiint\limits_{S} \vec{A}\bullet d\vec{S}$ 通量

散度 $\nabla \bullet \vec{A} = div\vec{A}$ $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

$$\iiint\limits_{\Omega} \nabla\bullet\vec{E}dV = \oint_s \vec{E}\bullet \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho \mathrm{d}V$$

$$\boxed{\nabla\bullet\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

01:30:54

判断题： #T2106.

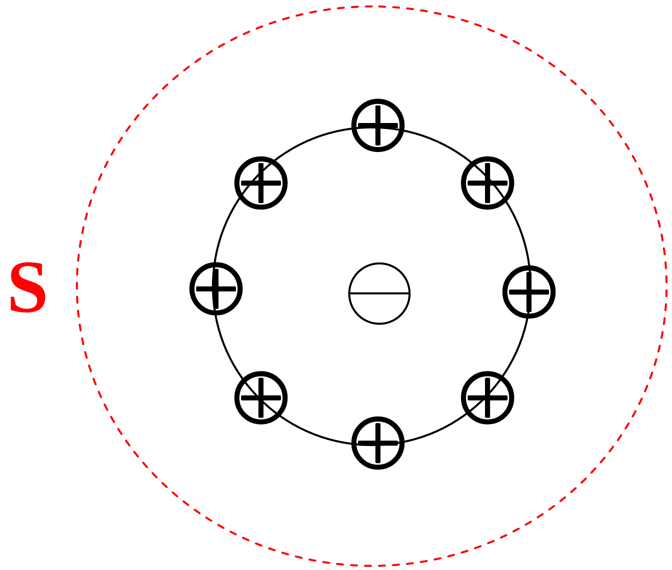
如果通过闭合面**S**的电通量为**0**，
则面内没有包围净电荷，面上各点场强为**0**

01:30:54

判断题： #T2107.

如果闭合面**S**上场强**E**处处为**0**，

则穿过此面的电通量为**0**，面内没有电荷。

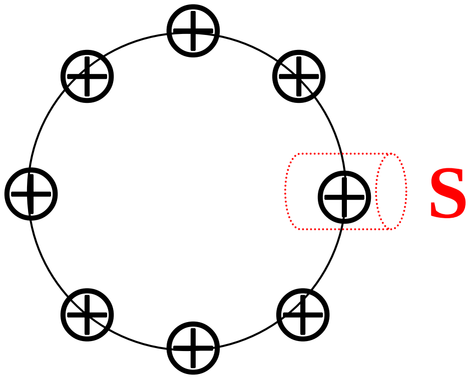


01:30:54

判断题： #T2108.

若穿过闭合面S的电通量不为0，

则面上的场强E处处不为0

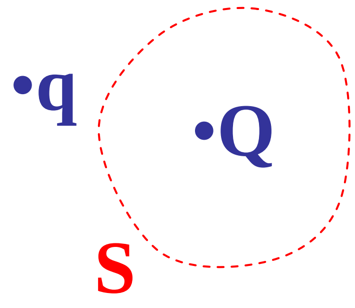


均匀带电球面，或导体球

内部场强为0

选择题：　#S2102.

做一闭合曲面S包围点电荷Q，若从无穷远处搬来另一点电荷q，则下列说法正确的是：



① 若电荷q处于高斯面外，则穿过闭合面的电通量不变，闭合面上的场强也不变；

② 若电荷q处于高斯面内，则穿过闭合面的电通量改变，闭合面上的场强也改变；

③ 若电荷Q在面内改变位置，则穿过闭合面的电通量改变，闭合面上的场强也改变；

④ 若电荷q处于面内，且与Q等量异号，则面上场强为0

01:30:54

选择题： #S2103.

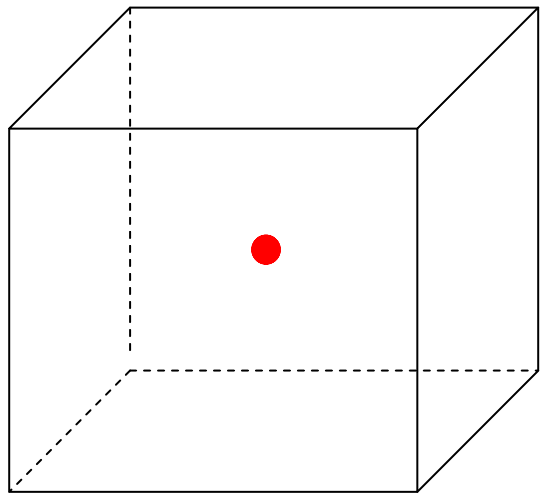
一点电荷**q**位于一立方体的中心，立方体边长为**a**，则通过立方体一面的***E***通量为：

(1) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$

(2) $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$

(3) $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$

(4) $\dfrac{qa^2}{\varepsilon_0}$



01:30:54

选择题： #S2104.

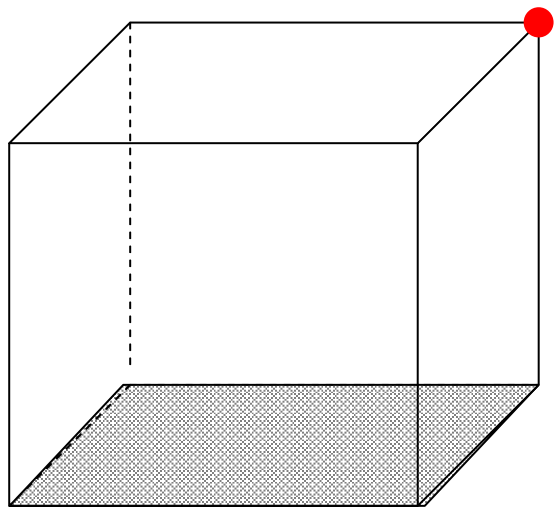
一点电荷**q**位于一立方体的一角，立方体边长为**a**，则通过立方体一面的***E***通量为：

(1) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$

(2) $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$

(3) $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$

(4) $\dfrac{qa^2}{\varepsilon_0}$



01:30:54

3.4 高斯定理的应用

计算带电体周围电场的电场强度。

$$\Phi_e = \oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} \qquad \Phi_\mathrm{e} = \oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\int dq}{\varepsilon_0}$$

选取适当的闭合曲面——高斯面

要求高斯面上各面元的法线方向与场强方向

•平行，而且***E***的大小要求处处相等

$$\Phi_\mathrm{e} = \oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_s E\cdot \mathrm{d}S = ES$$

•部分垂直，部分平行且大小处处相等

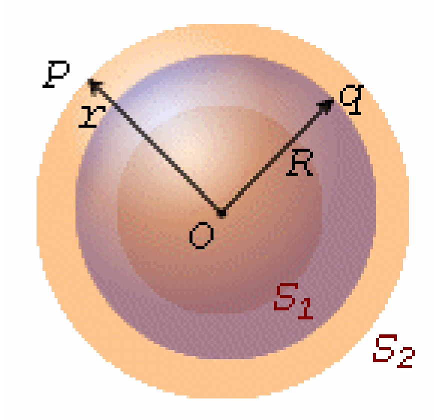
$$\vec{E}\perp \mathrm{d}\vec{S} \Rightarrow d\Phi_\mathrm{e} = \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \Phi_\mathrm{e} = \int_{S_{\parallel}} E\cdot \mathrm{d}S = ES_{\parallel}$$

01:30:54

只有在场强分布具有一定的对称性时，才能用高斯定理求场强。

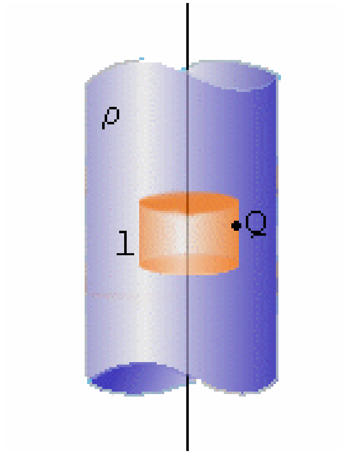
常见的对称性分布的带电体有：

球对称分布



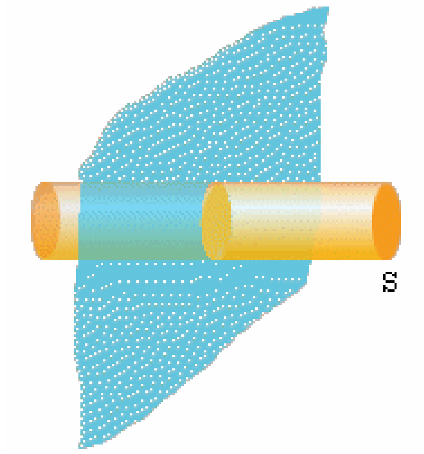
均匀带电的
球面、
球体、
多层同心球壳

轴对称分布



无限长均匀带电的
直线、
圆柱面、
圆柱体

面对称分布



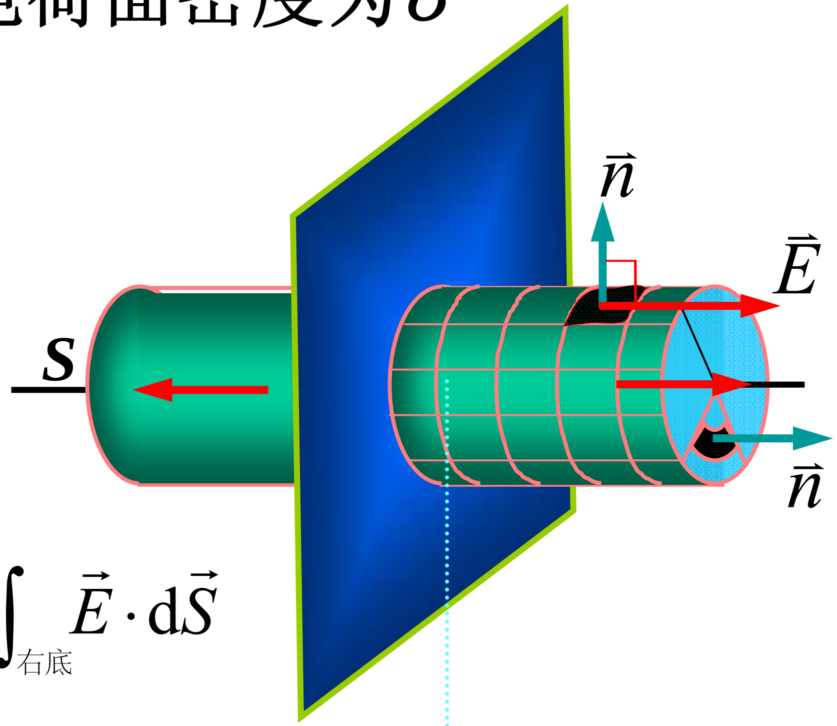
无限大的
均匀带电
平面、
平板

01:30:54

例：无限大均匀带电平面，电荷面密度为σ

求：电场强度分布。

解：电荷分布对于所求场点到平面的垂线是对称的，所以场强垂直于带电平面。



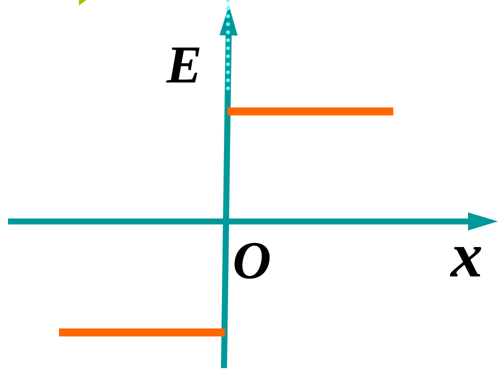
取垂直平面的圆柱形高斯面

$$\Phi_e = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{侧} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{左底} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{右底} \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$= 0 + \int_{左底} E dS + \int_{右底} E dS$$

$$= 0 + E_1 S + E_2 S$$ 两个底面左右对称

$$= 2ES$$



由高斯定理 $2ES = \sigma S/\varepsilon_0 \Rightarrow E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

•平面上E=?

01:30:54

➢ 无限大均匀带电平板（电荷体密度为ρ，厚度为d）

取关于平板对称的圆柱面为高斯面

$$\Phi_e = 2ES$$

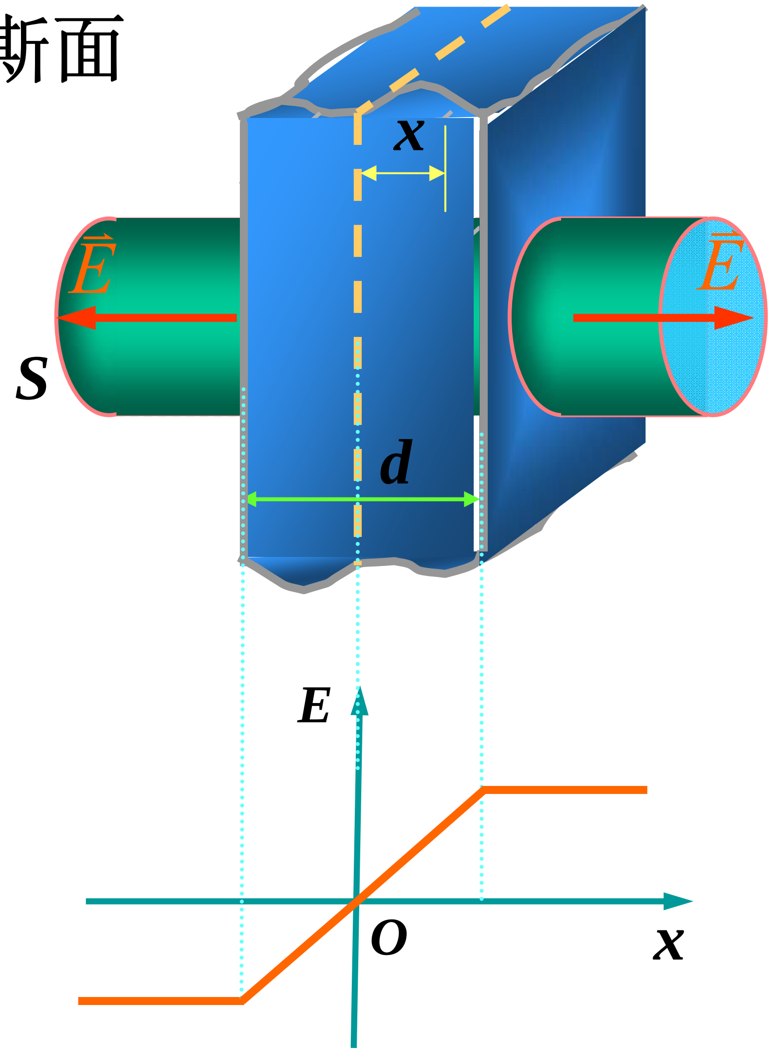
根据高斯定理 $2ES = \dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$

板外：

$$\sum q = \rho S d \quad \Rightarrow E = \frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$$

板内：

$$\sum q = \rho S \cdot 2x \Rightarrow E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$$



电场分布曲线

01:30:54

例：均匀带电球面，电量Q，半径R

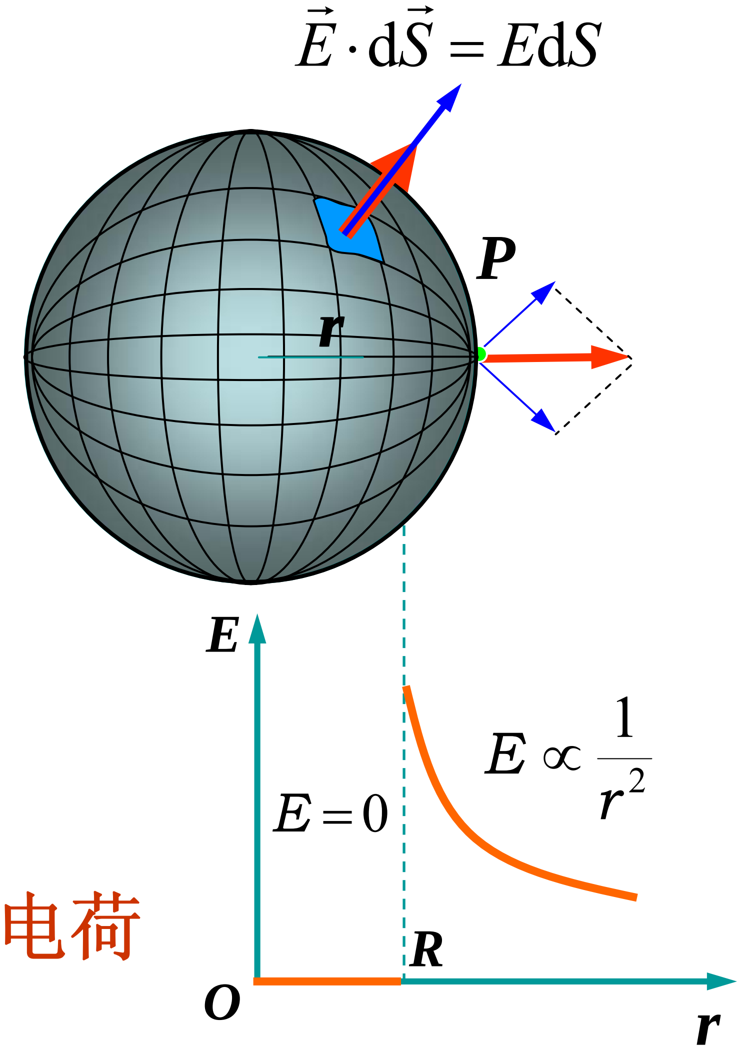
求：电场强度分布。

解：电场沿球面法线方向

取过P点的同心球面为高斯面

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint E dS = E\oint dS = E4\pi r^2$$

由高斯定理 $E4\pi r^2 = \dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$



- 球面外 ($r > R$)

$$\sum q_{内} = Q \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

与电荷集中在球心时形成的点电荷在该区的电场强度分布一样。

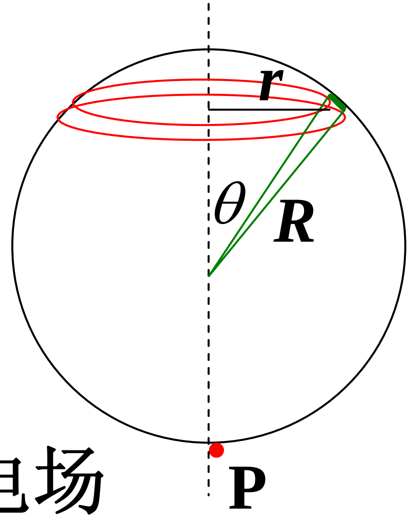
- 球面内 ($r < R$) $\sum q_{内} = 0 \Rightarrow E = 0$

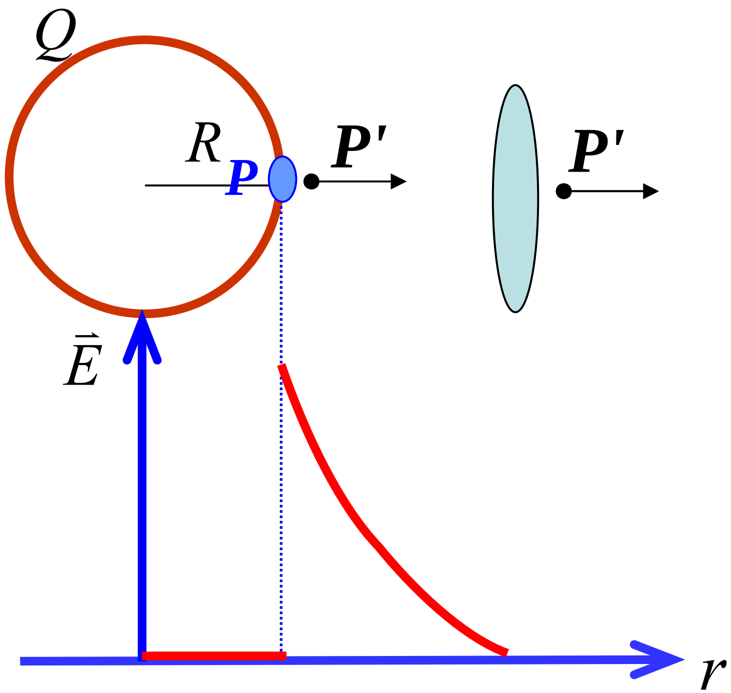
- 球面上 $E=$？

01:30:54

• 球面上 ($r = R$)　$E=$ ？

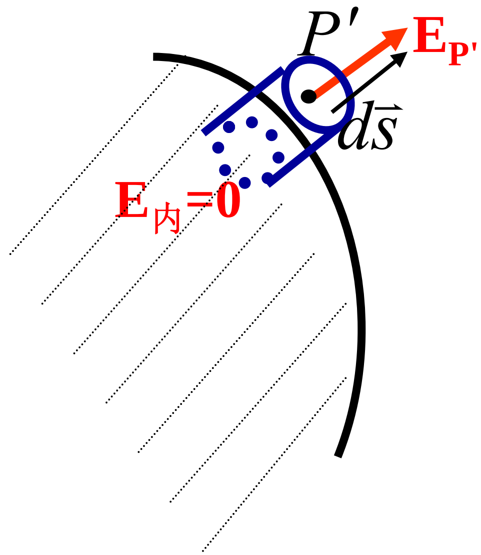
$$E_P = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$





由高斯定理，
球面附近P'处的总电场

$$\cancel{E_{内} ds} + E_{P'} ds = \frac{\sigma ds}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_{P'} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi R^2 \varepsilon_0}$$



P处电荷在其附近点P'产生的场强可看作无限大平面附近的场强：$\sigma/(2\varepsilon_0)$

$$E_P = E_{P'} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$$

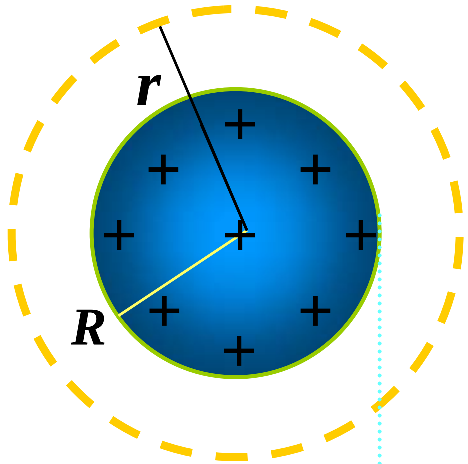
01:30:54

例：均匀带电球体，半径为$\boldsymbol{R}$，电荷体密度为ρ

求：电场强度分布。

解：电场沿球面法线方向

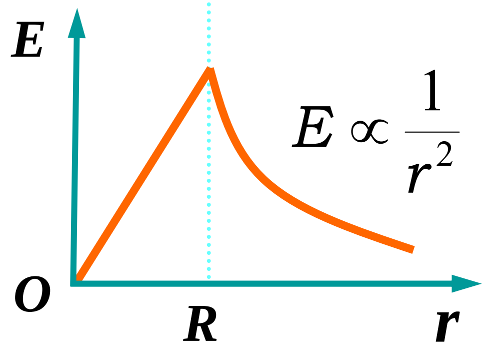
取同心球面为高斯面



$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E4\pi r^2 = \frac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$$

• 球外($\boldsymbol{r} > \boldsymbol{R}$)

$$\sum q_{内} = Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \qquad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}$$



• 球内 ($\boldsymbol{r} < \boldsymbol{R}$)

$$\sum q_{内} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \qquad E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{r}$$

球心处 $\boldsymbol{r} = 0$，$\boldsymbol{E} = 0$

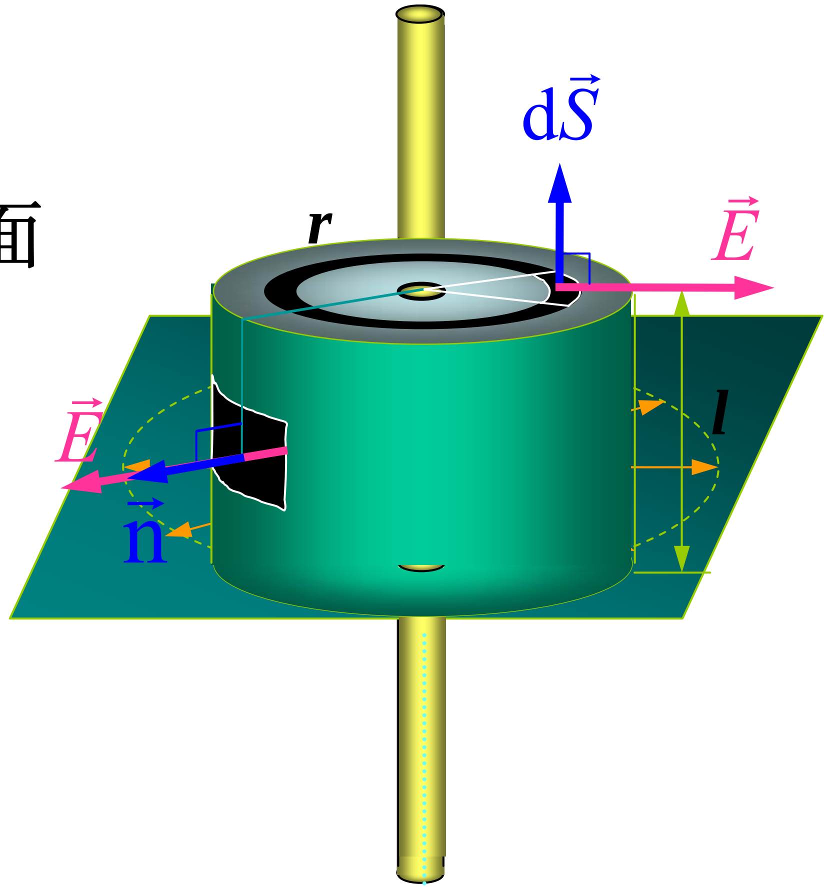
01:30:54

例：无限长均匀带电直线，电荷线密度为$+\lambda$

求：电场强度分布

解：电场分布具有轴对称性

作高为l 的同轴圆柱面为高斯面



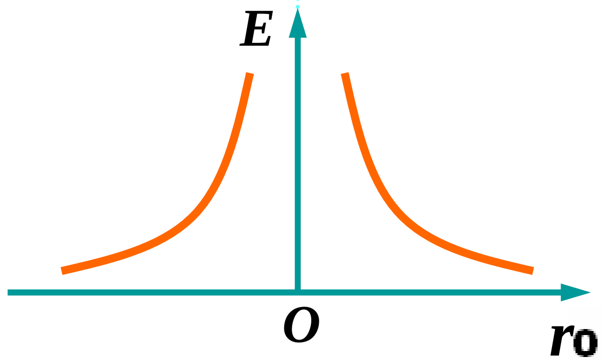
$$\Phi_e = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \int_{侧} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{上底} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{下底} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$= \int_{侧} E\mathrm{d}S = E\cdot 2\pi r l$$

根据高斯定理　$E\cdot 2\pi r l = \lambda l/\varepsilon_0$

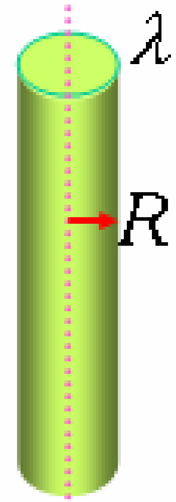
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$　若r→0，E→∞？



01:30:54

➢半径为**R** 的无限长均匀带电圆柱体，沿轴线方向电荷线密度λ

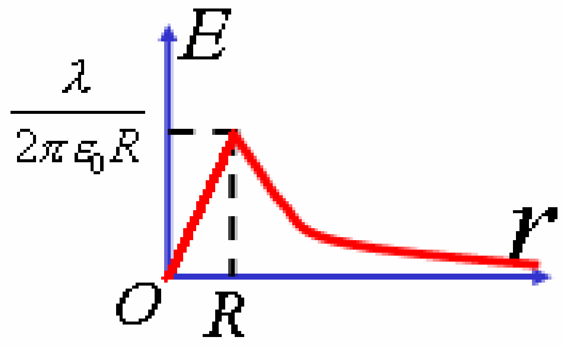
$$(r<R)\quad E=\frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2},\qquad (r>R)\quad E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



圆柱体轴线处 **r = 0，E = 0**

取一段长为**h**的圆柱体，所带电荷为

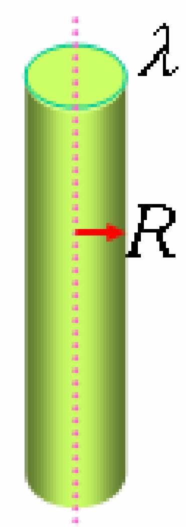
$$q=\rho\pi R^2 h \qquad \lambda=\frac{q}{h}=\rho\pi R^2$$



$$(r<R)\quad E=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0},\qquad (r>R)\quad E=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

01:30:54

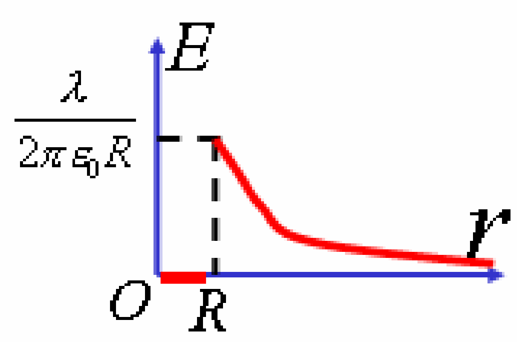
➢半径为***R*** 的无限长均匀带电圆柱面，沿轴线方向电荷线密度λ



$$(r<R)\ \ E=0, \quad (r>R)\ \ E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$$

圆柱面上**(*r* = *R*)**，***E*=?**

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



取一段长为**h**的圆柱面，所带电荷为

$$q=\sigma 2\pi Rh \qquad \lambda=\frac{q}{h}=\sigma 2\pi R \qquad \sigma=\frac{\lambda}{2\pi R}$$

圆柱面上 $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

01:30:54

选择题： #S2105.

关于高斯定理，

下列说法正确的是：

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{内}$$

① 只对具有某种对称性的静电场才成立；

② 积分式中的**E**是面内外所有电荷在高斯面内产生的总场强；

③ 右端本应是所有电荷的代数和，但面外的电荷相互抵销了；

④ 若面内没有自由电荷，也没有极化电荷，则没有电场线穿过闭合面；

⑤ 闭合面**S**的形状可以任意。

01:30:54

§4 静电场的环路定理 电势

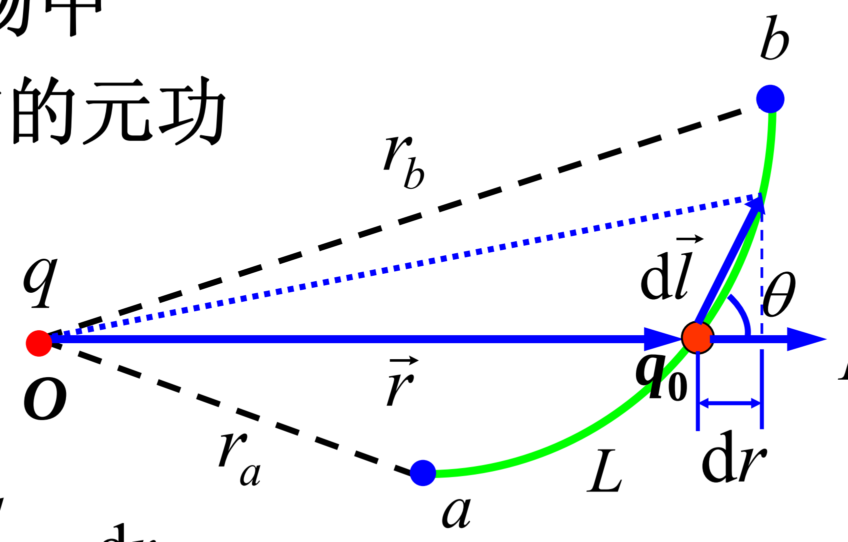
4.1 静电场力的功

- 单个点电荷**q**产生的静电场中

点电荷 **q** 的电场对 $\boldsymbol{q_0}$ 所作的元功

$$\mathrm{d}W=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=q_0E\,\mathrm{d}l\cos\theta=q_0E\mathrm{d}r$$



$$\boldsymbol{\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r}\qquad \mathrm{d}W=q_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r$$

移动 $\boldsymbol{q_0}$ 从 $\boldsymbol{a\rightarrow b}$，静电场力所作的功

$$W=\int_{a(L)}^{b}\mathrm{d}W=\int_{r_a}^{r_b}\frac{q_0q}{4\pi\varepsilon_0r^2}\mathrm{d}r=\frac{q_0q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

类似万有引力，电场力也是保守力，作功与路径无关

01:30:54

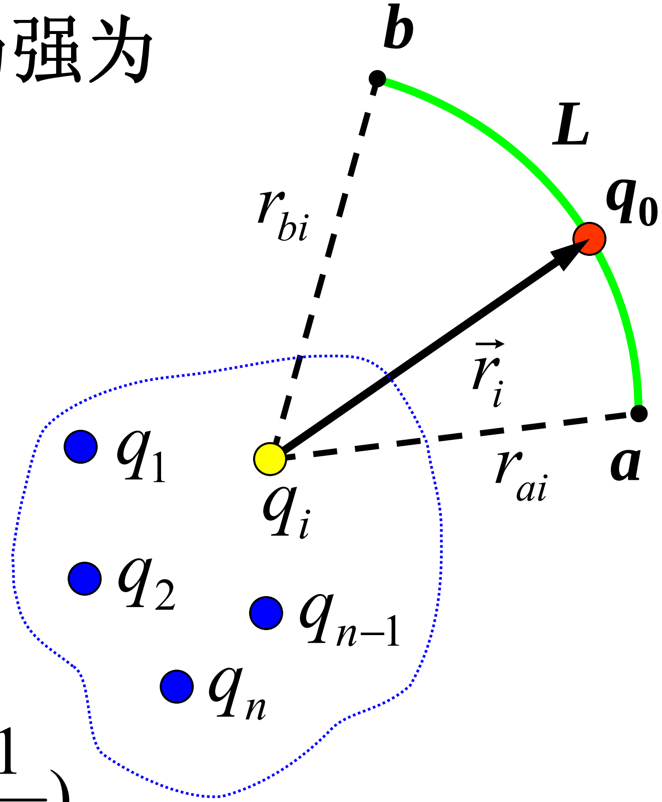
- 任意带电体系产生的电场中

看成由许多点电荷q_1、q_2、…、q_n组成的点电荷系

根据叠加原理，点电荷系的总场强为

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

将q_0从a移动到b



$$W_{ab}=\int_{a(L)}^{b}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{a(L)}^{b}q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_{a(L)}^{b}q_0(\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n)\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\int_{a(L)}^{b}q_0\vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\sum_{i}\frac{q_0q_i}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{ai}}-\frac{1}{r_{bi}}\right)$$

静电场力作功只与始末位置有关，与路径无关，

静电场力是保守力，静电场是保守力场。

01:30:54

4.2 静电场的环路定理

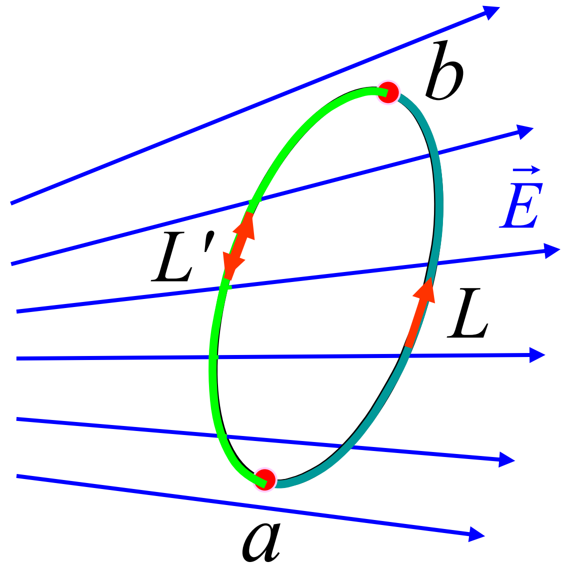
在静电场中，沿闭合路径移动q_0，电场力作功

$$W=\oint \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\oint q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_{a(L)}^{b} q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_{b(L')}^{a} q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_{a(L)}^{b} q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}-\int_{a(L')}^{b} q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=0$$



$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$ —— 静电场的环路定理

在静电场中，电场强度的环流为零。

01:30:54

斯托克斯公式 $\iint\limits_{\Sigma}(\nabla\times\vec{A})\bullet d\vec{S}=\oint\limits_{L}\vec{A}\bullet d\vec{l}$ 环流量

旋度 $\nabla\times\vec{A}=\mathrm{rot}\,\vec{A}$ $\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

$\iint\limits_{\Sigma}(\nabla\times\vec{E})\bullet d\vec{S}=\oint_{L}\vec{E}\bullet d\vec{l}=0$ $\nabla\times\vec{E}=0$ 无旋

•静电场是有源、无旋场

•环路定理是静电场的另一重要定理，它与高斯定理一起构成描述静电场的完备理论体系。

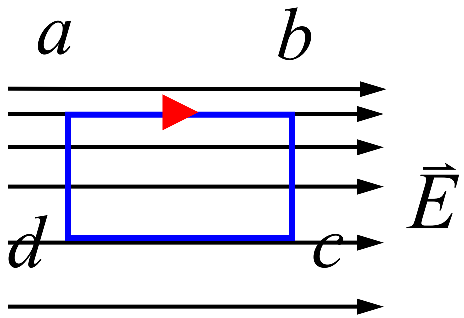
•用环路定理证明：静电场线不能闭合。

反证：假设电场线闭合，沿此电场线移动正电荷一周

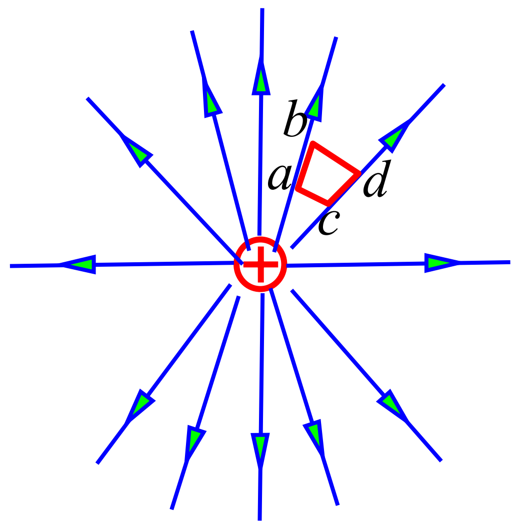
$\vec{E}\,//\,\mathrm{d}\vec{l}\rightarrow\mathrm{d}W=q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=q_0E\mathrm{d}l>0$ $\oint_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$ 矛盾

01:30:54

• 可用环路定理检验一个电场是不是静电场。



$$E_1 \neq E_2$$



$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_b^c \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_c^d \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_d^a \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_a^b E_1 \mathrm{d}l + \int_c^d -E_2 \mathrm{d}l = E_1 l - E_2 l \neq 0$$

不能满足静电场的基本定理，因而不是静电场。

01:30:54

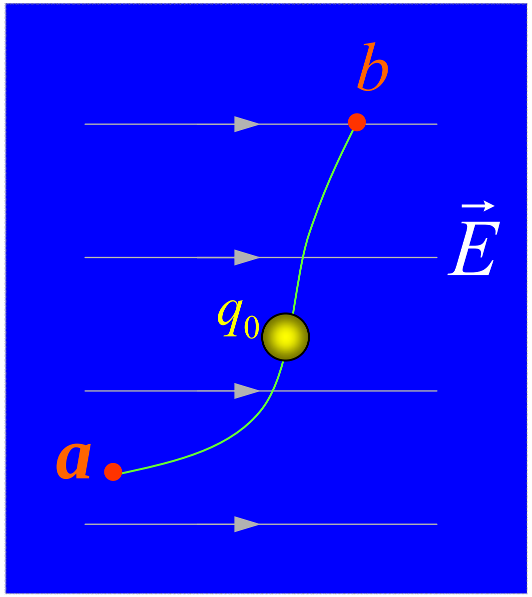
4.3 电势能

静电场 ⟶ 保守场 ⟶ 引入静电势能

- 电势能的差

q_0在电场中***a***、***b*** 两点电势能之差等于把 **q_0** 自 ***a*** 点移至 ***b*** 点过程中电场力所作的功

$$W_{ab}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=E_{pa}-E_{pb}$$



$$W_{ab}=-(E_{pb}-E_{pa})$$

- 电势能

取势能零点 $E_{\mathrm{p}0}=0$

q_0 在电场中某点 ***a*** 的电势能：$E_{pa}=W_{a\to"0"}=\int_a^{"0"} q_0\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

01:30:54

➢ 讨论

(1) 选势能零点的原则：

●当(源)电荷分布在有限范围内时，势能零点一般选在无穷远处（类似于万有引力势能）。

●但是对“无限大”或“无限长”带电体，此时无穷远处也有电荷分布，势能零点应选在有限远处。

●实际应用中取大地、仪器外壳等为势能零点。

(2) 电荷在某点电势能的值与零点选取有关，而两点的电势能的差值与零点选取无关。

(3) 电势能应属于 q_0 和产生电场的源电荷系统共有。

(4) 电势能不能用来描述电场本身的性质。

01:30:54

4.4 电势

比值E_{pa}/q_0与q_0无关，只决定于场源的性质及场点的位置，反映了电场本身性质。

电势 $V_a = \dfrac{E_{pa}}{q_0} = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 单位正电荷在电场中的电势能

静电场力把单位正电荷自a(所求点) 移到电势零点过程中所作的功。

(1) 电势零点的选择：

•当源电荷分布在有限空间时，选无穷远处电势为零；

•但对于“无限大”或“无限长”的带电体，只能根据具体问题在有限范围内选取电势零点。

•实际应用中，通常可选择地面的电势为零。

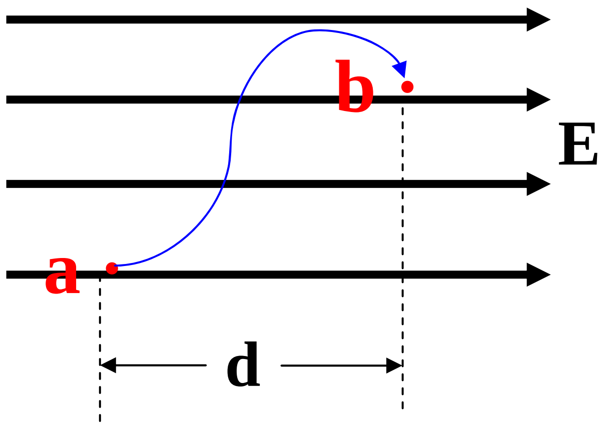
(2) 在静电场中，任意两点之间的电势之差，称为**电势差**，也叫**电压**。

$$U_{ab}=V_a-V_b=\int_a^{"0"}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}-\int_b^{"0"}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_a^b\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\frac{W_{ab}}{q_0}$$

静电场力对**单位正电荷**自 ***a→b*** 过程中所作的功。

•匀强电场中

$$U_{ab}=\int_a^b\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\vec{E}\cdot\int_a^b \mathrm{d}\vec{l}=Ed$$



•微分形式： $dV=\vec{E}\cdot d\vec{l}$

•电势和电势差都是标量，有正有负

•单位：伏特 **1V=1J·C^{-1}**

01:30:54

选择题： #S2106.

静电场中关于电势和电势能的下列说法正确的是：

① 电势高的地方电势能也高；

② 沿着电场线搬运电荷，电场力做功为正；

③ 正电荷产生的电场，电势为正；

④ 不带电的物体电势为0；

⑤ 同一电场线上任意两点的电势不可能相等

01:30:54

4.5 电势的计算

1、点电荷电场中的电势

选择无穷远处的电势为零

$$V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

正电荷的电势为正，离电荷越远，电势越低；
负电荷的电势为负，离电荷越远，电势越高。

•思考：$r\to 0$处，电势$\to\infty$？

2、点电荷系电场中的电势

设有 n 个点电荷$q_1, q_2, \ldots, q_n$，产生的电场强度

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n$$

则电场中某点 **a** 的电势可写成

$$V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^{\infty} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_a^{\infty} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_a^{\infty} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cdots + \int_a^{\infty} \vec{E}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \int_a^{\infty} \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{i=1}^{n} V_{ai}$$

在点电荷系产生的电场中，任一点的电势等于每一个点电荷单独存在时在该点产生的电势的代数和。

—— 电势叠加原理

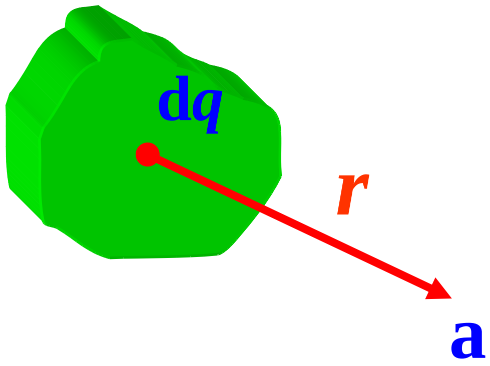
电荷离散分布： $V_{ai} = \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$ $\qquad V_a = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$

01:30:54

3. 电荷连续分布的带电体电场中的电势

把带电体分为无限多**dq**

$$dV=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad V_a=\int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



◆ 计算电势的两种方法

- 已知场强分布，利用电势的定义式

$$V_a=\int_a^{"0"}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

对空间积分，选取适当的积分路径，使积分易求

- 已知电荷分布，利用电势叠加原理

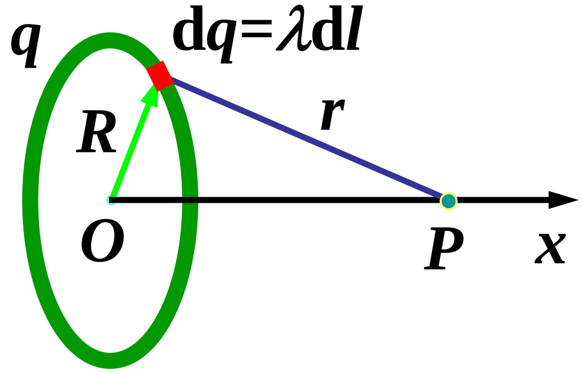
$$V_a=\int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对带电体积分

01:30:54

例：半径为R，带电荷为 q 的均匀带电圆环。

求：圆环轴线上任一点 P 的电势。

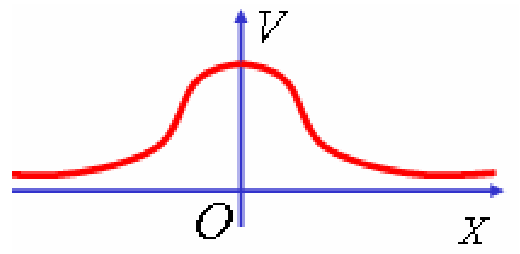


解：选取电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$

以无穷远为电势零点

$$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{q}{2\pi R}dl$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{q}{2\pi R}\int_0^{2\pi R}dl=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{R^2+x^2}}$$



• $x \gg R$ → 点电荷 $V_P=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$ • $x=0$ $V_O=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\neq 0$

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

场强为零处，电势不一定为零

•由电势的定义 $V=\int_x^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_x^{\infty}E\cdot dx=\ldots$

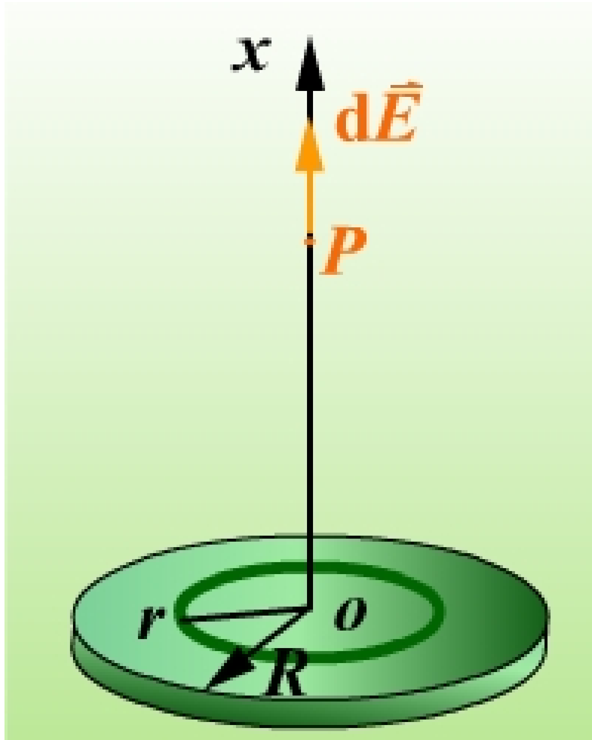
01:30:54

例：电荷q均匀分布在半径为R的圆盘上

求：圆盘的轴线上任一点P的电势

解：取半径为r，宽度为dr的圆环，其电量为

$dq=\sigma 2\pi r dr$，在P点的电势为



$$dV=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{x^2+r^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{r dr}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$V_P=\int_0^R\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{r dr}{\sqrt{x^2+r^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2}-x\right)$$

•当$x>>R$时 $\sqrt{x^2+R^2}\approx x+\frac{R^2}{2x}$

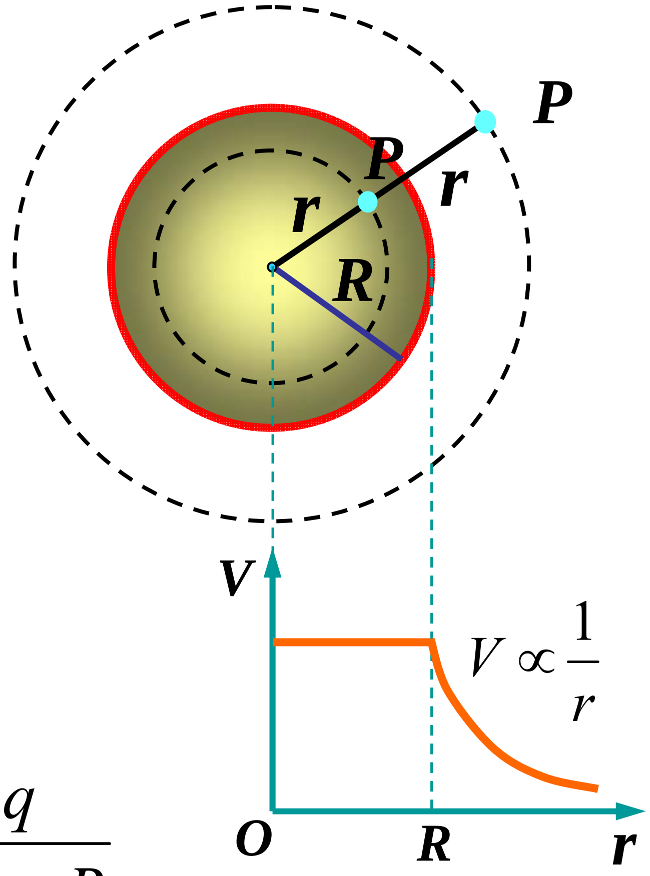
$$V_P=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{R^2}{2x}=\frac{q}{\pi R^2}\frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{R^2}{2x}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}\rightarrow \text{点电荷}$$

01:30:54

例：半径为R，带电为q的均匀带电球面的电势分布

解：根据高斯定理可得

$$\begin{cases} E_1 = 0 & (r < R) \\ E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R) \end{cases}$$



对球面外任一点P （$r > R$）

$$V_{\text{out}} = \int_p^{\infty} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{\infty} \frac{q\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对球面内任一点P （$r < R$）

$$V_{\text{in}} = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{R} E_1 \mathrm{d}r + \int_R^{\infty} E_2 \mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

球内各点和球面上各点均等势！

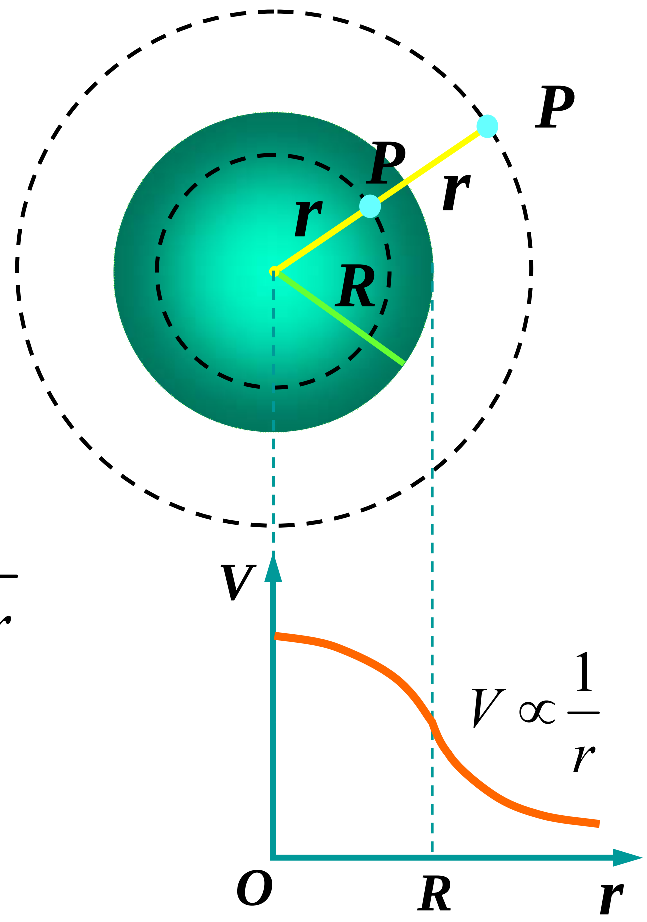
若非均匀带电，球心处的电势=？

$$U_O = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

01:30:54

➢ 对于半径为**R**，带电量为**q** 的均匀带电球体

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & r < R \\[2ex] E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r > R \end{cases}$$



对球外任一点**P**（***r*** > ***R***）

$$V_{\text{out}} = \int_p^{\infty} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对球内任一点**P**（***r*** < ***R***）

$$V_{\text{in}} = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{R} E_1 \mathrm{d}r + \int_R^{\infty} E_2 \mathrm{d}r$$

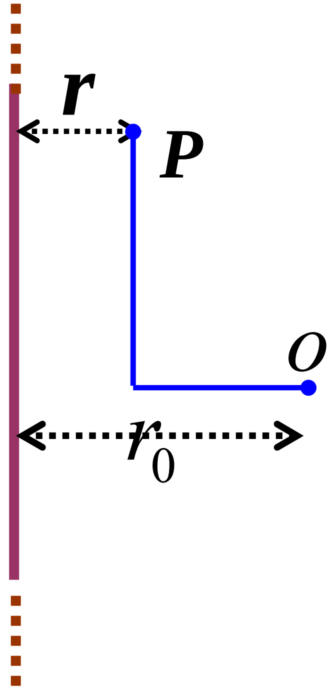
$$= \frac{q(R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2 - r^2)$$

01:30:54

例：电荷线密度为λ的无限长均匀带电直线。

求：其电势分布。

解：场强分布为 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ 垂直于直线



若仍以无穷远为电势零点，则由积分

$$V_P=\int_r^{\infty}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\infty}{r}=\infty$$ 无意义

若选取某一距带电直导线为$\mathbf{r_0}$的**O**点为电势零点，则**P**点的电势：

$$V_P=\int_r^{r_0}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0}{r}$$

若 $\mathbf{r_0=1}$ $V_P=-\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r$

•当电荷分布到无穷远时，电势零点不能再选无穷远。

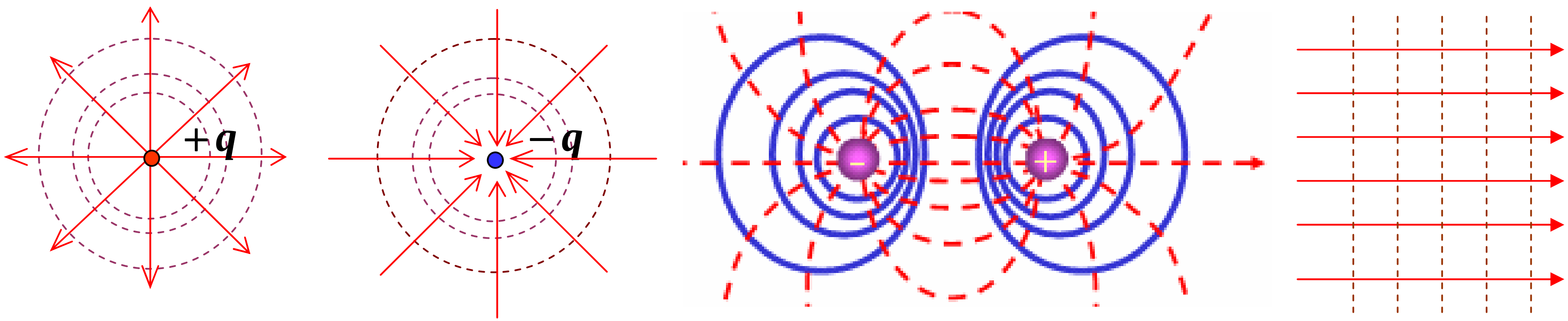
•**O**点电势为零，场强不为零 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_0}$

01:30:54

§5 场强与电势的关系

5.1 等势面

电场中电势相等的点连成的面称为等势面。



正点电荷　　负点电荷　　电偶极子　　匀强电场

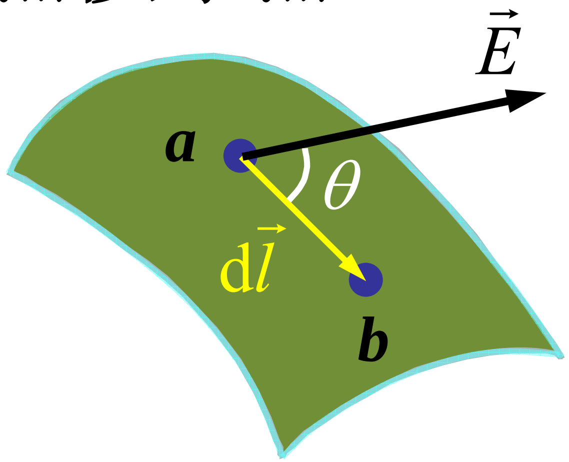
•画法规定：两个相邻等势面的电势差相等　$U_{ab}=Ed$

等势面较密集的地方，场强较大；
等势面较稀疏的地方，场强较小。

•电场线与等势面正交

01:30:54

证明：将单位正电荷在等势面上从***a***点移到***b***点，



$$\mathrm{d}V_{ab} = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = E\mathrm{d}l\cos\theta$$

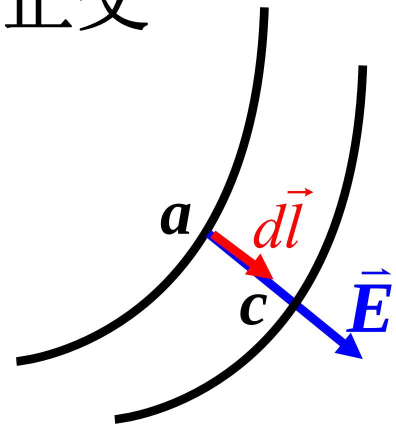
等势面上 $V_a = V_b$　　$\mathrm{d}V_{ab} = (V_a - V_b) = 0$

$E\cos\theta\mathrm{d}l = 0$　　$\boldsymbol{E \neq 0}$　　$\mathbf{d}\boldsymbol{l}\mathbf{\neq 0}$

$\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \pi/2$　　电场线与等势面处处正交

•在等势面上移动电荷时，电场力不作功

•电场线的方向指向电势降落的方向

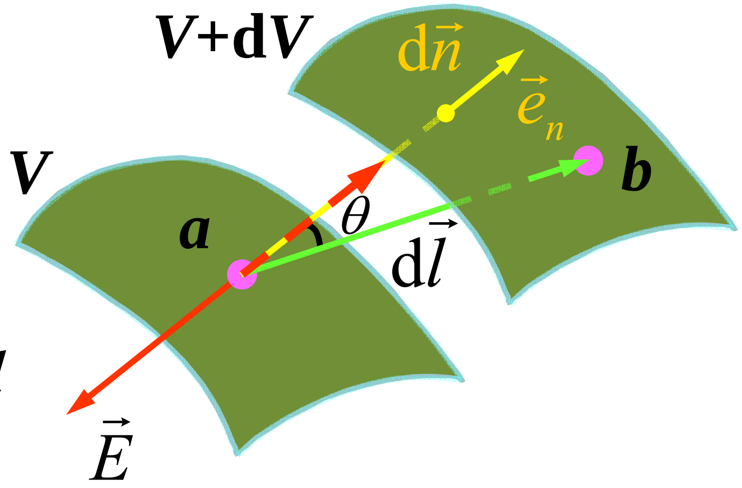


$\mathrm{d}V_{ac} = E\mathrm{d}l > 0$　　$\mathrm{d}V_{ac} > 0 \Rightarrow V_a > V_c$

•测量电势分布，得到等势面，再根据等势面与电场强度的关系，画出电场线。

01:30:54

5.2 电场强度与电势的微分关系



取两相邻的等势面

把单位正电荷从 ***a*** 移到 ***b***

$$\mathrm{d}V_{ab}=\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=E\cos(\pi-\theta)\mathrm{d}l=-E\cos\theta\mathrm{d}l$$

$$\left.\begin{array}{l} E_l=-E\cos\theta \qquad \mathrm{d}V_{ab}=E_l\mathrm{d}l \\ \mathrm{d}V_{ab}=V-(V+\mathrm{d}V)=-\mathrm{d}V \end{array}\right\}\Longrightarrow E_l\mathrm{d}l=-\mathrm{d}V \qquad E_l=-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}l}$$

场强在$\mathrm{d}\vec{l}$方向的投影等于电势沿该方向变化率的负值

$$\mathrm{d}V_{ab}=\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{n}=-E\mathrm{d}n=E_n\mathrm{d}n=-\mathrm{d}V \qquad \vec{E}=E_n\vec{e}_n=-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n$$

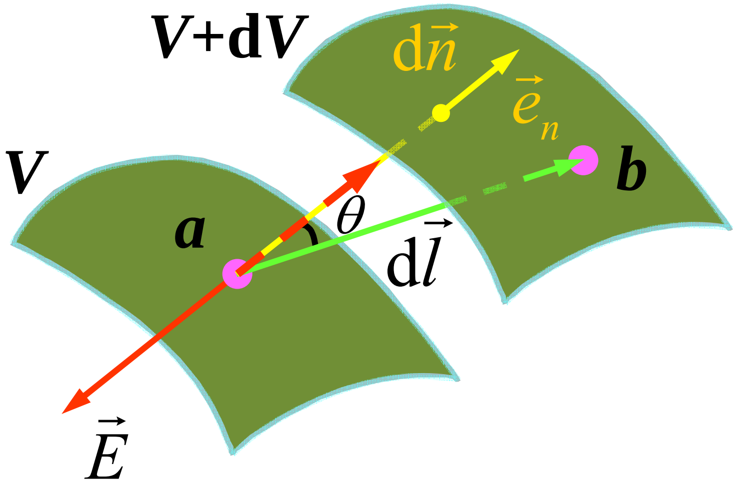
$$\mathrm{d}l\geq\mathrm{d}n \quad\Longrightarrow\quad \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}l}\leq\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}$$

电势沿等势面法线方向的变化率最大.

场强的方向指向电势降落最快的方向.

01:30:54

$$E_l = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}l}$$ 电势函数的方向导数



在直角坐标系中

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\nabla V = -\mathrm{grad}\, V = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}n}\vec{e}_n$$

某点的电场强度等于该点电势梯度的负值。

梯度的方向就是最大方向导数的方向，沿梯度方向电势变化最快，即最陡峭。

保守力等于相关势能梯度的负值 $\vec{F}_{保} = -\nabla E_p \Rightarrow \vec{E} = -\nabla V$

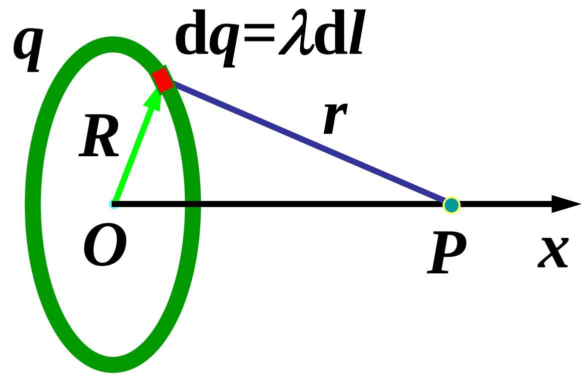
电势是标量，容易计算。可以先计算电势→电场强度，避免用场强叠加原理计算矢量运算。

01:30:54

例：求均匀带电细圆环轴线上一点的场强。

解：细圆环轴线上一点的电势为

$$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$$



轴线上一点的场强为

$$E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

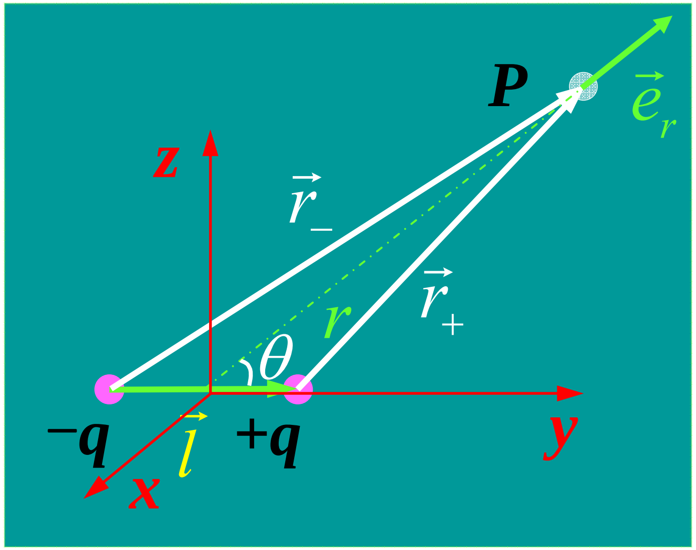
$$E_y=0$$

$$E_z=0$$

01:30:54

例：求电偶极子电场中任一点的电势和电场强度。

解：任一点 ***P*** 的电势为



$$V = V_+ + V_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right) = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

电偶极矩 $\vec{p} = q\vec{l}$ $\quad \cos\theta = \frac{y}{r}$ $\quad \because r >> l$ $\quad r_+ \approx r - \frac{l}{2}\cos\theta$

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ $\quad r_- \approx r + \frac{l}{2}\cos\theta$

y=0处即xz平面上(中垂面)V=0

$$V = \frac{py}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

$r_- - r_+ \approx l\cos\theta,\quad r_+ r_- \approx r^2$

电场强度为 $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ $\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

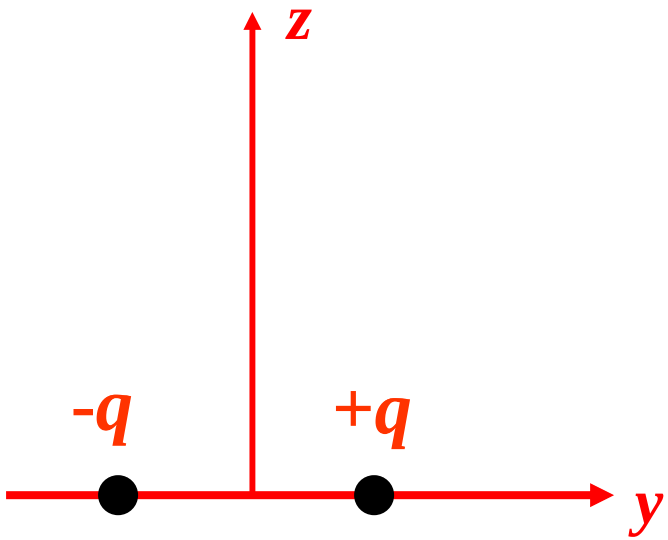
01:30:54

P 点电场强度的分量

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{3pxy}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5}\right)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{3pzy}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$$



电偶极子的延长线上

$$x = 0, \quad y = r, \quad z = 0$$

$$E_x = 0 \qquad E_z = 0$$

$$E_y = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y^3}$$

电偶极子的中垂线上

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = r$$

$$E_x = 0 \qquad E_z = 0$$

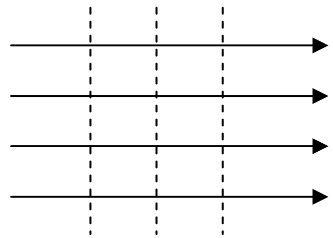
$$E_y = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z^3}$$

01:30:54

选择题：　#S2107.

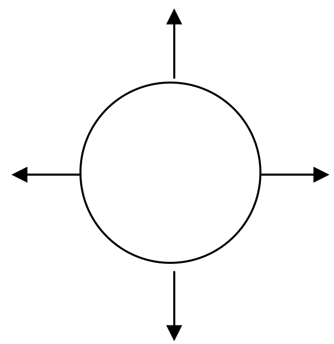
静电场中关于场强和电势关系的下列说法正确的是：

① 场强大的地方电势也高；←负点电荷



② 场强相等的各点电势也相等；

③ 电势相等的各点场强也相等；

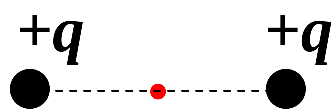


④ 场强为**0**的地方电势也为**0**；

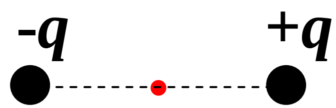
⑤ 电势为**0**的地方场强也为**0**；

⑥ 知道某点的电势，就可算出其场强；

⑦ 知道某点的场强，就可算出其电势；



⑧ 匀强电场的电势也为常数；



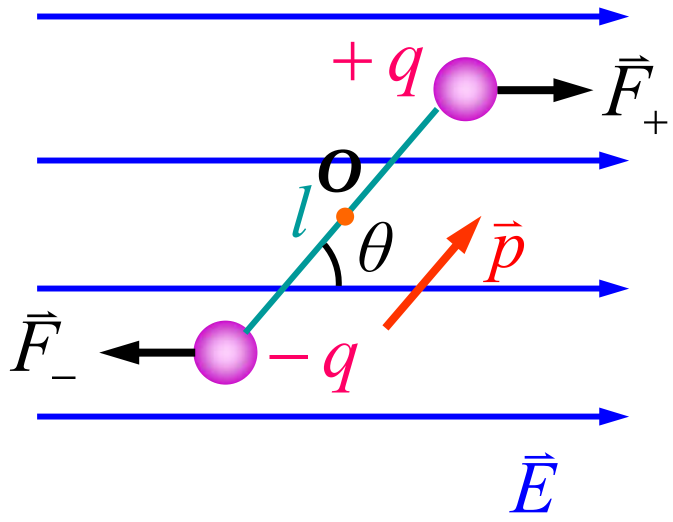
⑨ 电势为常数的空间区域场强为**0**

01:30:54

§6 静电场中的电偶极子

6.1 电偶极子受到的力矩

1、匀强电场中



$\vec{F}_+ = q\vec{E} \qquad \vec{F}_- = -q\vec{E}$

电偶极子没有平动，但有转动

相对于O点的力矩

$$M = F_+ \cdot \frac{1}{2} l \sin\theta + F_- \cdot \frac{1}{2} l \sin\theta = qlE\sin\theta = pE\sin\theta$$

方向向内 $\qquad F_+ = F_- = qE \qquad \vec{M} = q\vec{l} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$

01:30:54

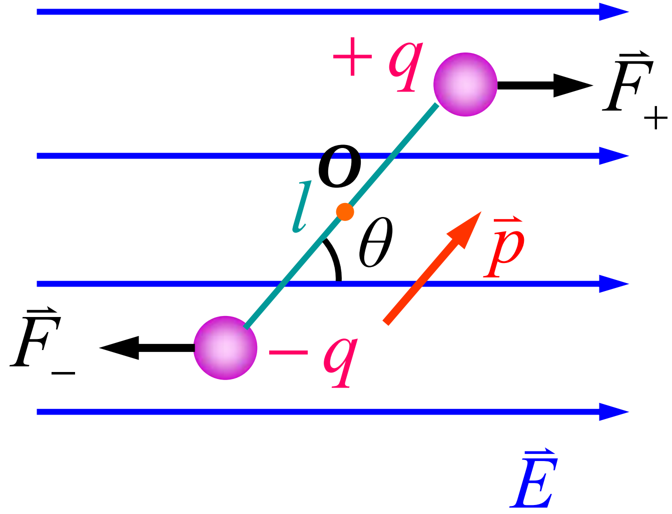
$$M = pE\sin\theta$$

➢ 讨论

(1) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ 力矩最大

(2) $\theta = 0$ 力矩为零(稳定平衡)

(3) $\theta = \pi$ 力矩为零（非稳定平衡）



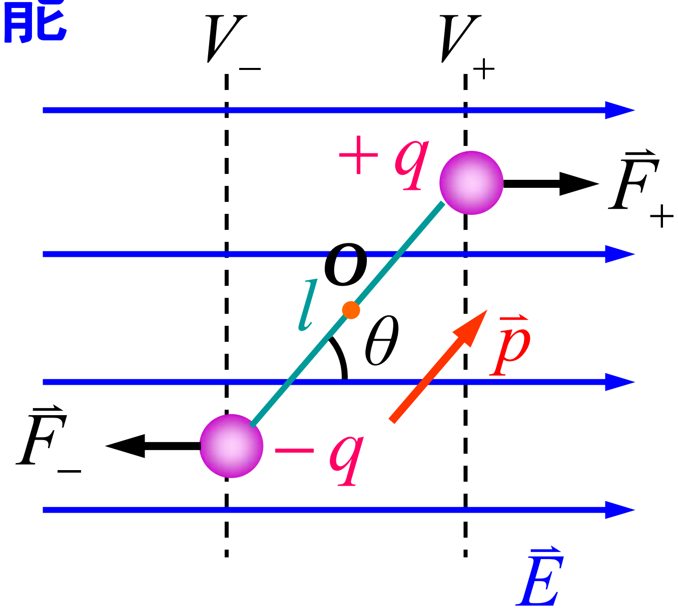
2、非均匀电场中

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = q\vec{E}_1 - q\vec{E}_2 \neq 0$$

电偶极子不仅转动，而且还有平动

01:30:54

6.2 电偶极子在匀强电场中的电势能



$$E_p = E_{p+} + E_{p-}$$

$$= qV_+ - qV_- = -q(V_- - V_+)$$

$$V_- > V_+ \ , \ V_- < V_+ \quad ?$$

$(V_- - V_+)$为 -q 和 +q 处的电势差

$$V_- - V_+ = \int_-^+ \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = El\cos\theta \qquad E_p = -qEl\cos\theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

- 当θ=π/2时，**cosθ=0**，电势能为零
- 当θ=0时，**cosθ=1**，**$E_p=-pE$**，电势能最低(稳定)
- 当θ=π时，**cosθ=-1**，**$E_p=pE$**，电势能最高(非稳定)

能量越低，状态越稳定。

01:30:54

本章小结

描述静电场基本性质的两个物理量 $\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{电场强度 } \vec{E} \\ \text{电势 } V \end{cases}$

两个基本定理 $\begin{cases} \text{静电场的高斯定理} \\ \text{静电场的环路定理} \end{cases}$

1. 电场强度

(1) 定义式 $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$

电场强度是描述静电场性质的物理量，其是空间点坐标的单值函数，是一个矢量。

真空中的库仑定律 $\vec{F}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$

01:30:54

(2) 点电荷 ***q*** 产生的电场强度 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$

(3) 电场强度的叠加原理

$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i=\sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{\mathrm{r}i}$$

对于带电体(电荷连续分布)，其电场强度

$$\vec{E}=\int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$$

注意：电场强度的积分是矢量积分。

(4) 电通量

在电场中穿过任意曲面 ***S*** 的电场线条数

—— (穿过该面的) 电通量($\boldsymbol{\Phi}_{\mathbf{e}}$)

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\int_S \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}=\int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

01:30:54

对于闭合曲面 $\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 取外法线方向

(5) 静电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$$

在真空中的静电场中，通过任一闭合曲面的电通量等于该曲面所包围的电荷电量的代数和除以ε_0

高斯定理指出静电场是有源场，电荷就是它的源。

用高斯定理求电场强度的步骤:

(a) 由电荷分布的对称性，分析电场强度分布的对称性;

(b) 根据对称性选取适当的高斯面;

(c) 计算通过高斯面的电通量及其内包围的电荷量;

(d) 根据高斯定理求电场强度。

01:30:54

2. 电势

(1) 静电场的环路定理

$$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

静电场是保守场。

(2) 电势能

$\boldsymbol{q_0}$ 在电场中某点 $\boldsymbol{a}$ 的电势能： $W_a = \int_a^{"0"} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

(3) 电势

定义 $$V_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

电势差 $$U_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

01:30:54

(4) 点电荷电场中某点的电势

$$V_a = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(5) 电势叠加原理

$$V_a = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

电荷连续分布的带电体电场中，其电势

$$V_a = \int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(6) 电势的计算方法

已知电荷分布 $V_a = \int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

已知场强分布 $V_a = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

01:30:54

3. 电场强度与电势的微分关系

$$E_l = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}l}$$

在直角坐标系中

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

表示成矢量形式

$$\vec{E} = -(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}) = -\nabla V$$

4. 电场中的电偶极子

电偶极子在均匀电场中受到的力矩为 $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

在均匀电场中所具有的电势能为 $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

01:30:54

作业：物理学教程 第二版 下册 P38

8、9、11、12、15、20、23、26

01:30:54