Критерий Вилкоксона W для проверки однородности выборок. v. 1.0

А. Б. Сергиенко

5 октября 2013 г.

Аннотация

В данном документе дано описание критерия Вилкосона W по справочнику «Таблицы математической статистики» [1, с. 93] и методика его применения.

Содержание

| 1 | Введение | 2 |
|----|--------------------------------------------------------|----|
| 2 | Для чего использовать | 2 |
| 3 | Постановка задачи | 2 |
| 4 | Методика применения критерия | 3 |
| 5 | Применения критерия для случая с несколькими выборками | 7 |
| 6 | Табличные значения критических значений | 8 |
| Cı | писок литературы | 17 |

1 Введение

Критерий Вилкосона W берется из справочника «Таблицы математической статистики» [1, с. 93].

Данный документ представляет его версию 1.0 от 5 октября 2013 г.

Последнюю версию документа можно найти по адресу:

https://github.com/Harrix/Wilcoxon-W-Test

Программу для проверки двух выборок по критерию Вилкосона можно найти тут:

https://github.com/Harrix/HarrixWilcoxonW

Реализация алгоритма критерия Вилкосона можно найти в авторской библиотеке HarrixMathLibrary в виде функции MHL_WilcoxonW на языке C++:

https://github.com/Harrix/HarrixMathLibrary

С автором можно связаться по адресу sergienkoanton@mail.ru или http://vk.com/harrix.

Сайт автора, где публикуются последние новости: http://blog.harrix.org/, а проекты располагаются по адресу http://harrix.org/.

2 Для чего использовать

Часто этот критерий используют, чтобы сравнить две методики (или два способа производства чего-то и др.), и сказать, что одна методика (или способ и др.) лучше другой. Например, в своем исследовании человек предлагает новый алгоритм оптимизации, который по его предположению лучшего старого, или предлагает новый способ выплавки стали, и хочет показать, что он лучше старого способа.

Сравнивают две методики (два способа и др.) по некоторому параметру. При этом сравнить две методики по единичному эксперименту нельзя, так как любая разница между значениями параметра может лежать в области статистической ошибки. Нужно провести некоторое множество экспериментов с одной и другой методикой, и после две полученные выборки сравнить. Критерий Вилкосона служит для сравнения этих двух выборок, при условии, что мы не знаем законы распределения (что чаще всего и бывает) случайных величин, по которым выборки формировались.

3 Постановка задачи

Имеется две выборки:

$$\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)^{\mathrm{T}},$$
 $\bar{b} = (b_1, b_2, \dots, y_n)^{\mathrm{T}}.$
(1)

При этом $\bar{a}_i \in \mathbb{R}, \ i=\overline{1,m}, \ \bar{b}_j \in \mathbb{R}, \ j=\overline{1,n}.$ Предполагается, что $m \leq n.$ Если m>n, то меняем выборки местами.

Выдвигается гипотеза об однородности выборок:

$$H_0: P(a < x) \equiv P(b < x), (|x| < \infty).$$
 (2)

a — случайное число того же закона распределения, что и элементы выборки $\bar{a}; b$ соотвественно определяется для выборки $\bar{b}; P(a < x), P(b < x)$ — функции распределения случайных величин соответствующих выборок.

То есть проверяется гипотеза о равенстве законов распределения выборок. Если гипотеза при выбранном уровне значимости Q подтвердится, то делается вывод, что выборки \bar{a} и \bar{b} были сформированы по одному и тому же закону распределения случайных чисел, а, значит, системы, которые генерировали данные выборки по данному параметру не отличаются с точки зрения выбранного уровня значимости. Например, если рассматривалось сравнение двух алгоритмов: старого и нового, то это означает, что алгоритмы не отличаются друг от друга. В противном случае можно говорить о статистическом различии алгоритмов.

4 Методика применения критерия

Опишем методику применения критерия, сопровождая каждый шаг примером. Пусть, решаем для примера задачу сравнения двух алгоритмов A и B по некоторому параметру эффективности E, в результате чего получили выборки для алгоритмов A и B соответственно:

$$ar{a} = \{50; 41; 45; 12; 74; 56\};$$

 $ar{b} = \{13; 78; 50; 50; 46; 70; 90\}.$

При этом m = 6, n = 7.

1. **Сформировать объединенный массив из двух выборок**. Формируем объединенный массив D как множество кортежей:

$$D = \{(z^k; s^k)\}, k = \overline{1, m + n};$$
 $z^k = \begin{cases} a_k, \text{ если } k = \overline{1, m}; \\ b_{k-m}, \text{ если } k = \overline{m + 1, m + n}. \end{cases}$
 $s^k = \begin{cases} 1, \text{ если } k = \overline{1, m}; \\ 2, \text{ если } k = \overline{m + 1, m + n}. \end{cases}$

Фактически мы берем все элементы первой выборки и приписываем к ним номер выборки, а именно 1. Потом добавляем элементы второй выборки и приписываем к ним номер второй выборки, а именно 2. Для рассмотренного выше примера получим:

$$D = \{(50; 1); (41; 1); (45; 1); (12; 1); (74; 1); (56; 1); (13; 2); (78; 2); (50; 2); (50; 2); (46; 2); (70; 2); (90; 2)\}.$$

2. Отсортировать объединенный массив в порядке возрастания.

Сортировка производится в порядке возрастания значений z_k $(k = \overline{1, m+n})$.

В нашем примере получим следующее упорядоченное множество:

$$D^* = \langle (12;1); (13;2); (41;1); (45;1); (46;2); (50;1); (50;2); (50;2); (56;1); (70;2); (74;1); (78;2); (90;2) \rangle.$$

3. **Проставить ранги элементам объединенного массива**. Присвоим ранги каждому элементу в упорядоченном множестве D^* , где ранг r^k $(k = \overline{1, m+n})$ равен номеру кортежа в D^* . Получим множество $D^{**} = \{(z^k; s^k; r^k)\}, k = \overline{1, m+n}$.

Для примера получим:

$$D^{**} = \langle (12;1;1); (13;2;2); (41;1;3); (45;1;4); (46;2;5); (50;1;6); (50;2;7); (50;2;8); (56;1;9); (70;2;10); (74;1;11); (78;2;12); (90;2;13) \rangle.$$

Для одинаковых элементов с одинаковым значениям первой компоненты (одинаковые значения в первоначальных выборках) ранги пересчитаем, как среднеарифметические ранги этих элементов (при этом могут получаться дробные значения). Получим множество $D^{***} = \left\{ \left(z^k; s^k; r^k \right) \right\}, k = \overline{1, m+n}$.

В примере есть одна группа элементов, одинаковых по первой компоненте: (50;1;6);(50;2;7);(50;2;8). Присвоим каждому из элементов ранги, равные:

$$\frac{6+7+8}{3} = 7.$$

В итоге получим множество:

$$D^{***} = \langle (12;1;1); (13;2;2); (41;1;3); (45;1;4); (46;2;5); (50;1;7); \\ (50;2;7); (50;2;7); (56;1;9); (70;2;10); (74;1;11); (78;2;12); (90;2;13) \rangle.$$

4. **Посчитать значение статистики** W. В качестве статистики W критерия Вилкосона используется сумма рангов из D^{***} элементов выборки с меньшим количеством элементов, то есть первой выборки:

$$W = \sum_{k=1}^{m+n} r^k \cdot \left(2 - s^k\right) \tag{3}$$

Множитель $(2-s^k)$ используется таким, потому что при $s^k=2$ (элементы второй выборки) получим $(2-s^k)=0$, и ранги второй выборки не будут суммироваться. А при $s^k=1$ (элементы первой выборки) получим $(2-s^k)=1$, и ранги первой выборки будут учитываться, умножаясь на 1.

При программировании критерия или при ручном подсчете можно не использовать эту формулу, а только сложить ранги элементов первой выборки.

В рассматриваемом примере получим:

$$W = 1 + 3 + 4 + 7 + 9 + 11 = 35.$$

5. Выберем уровень значимости.

Уровень значимости Q — вероятность отклонить гипотезу H_0 , если на самом деле она верна (ошибка первого рода).

Выбрать значение значимости можно из следующих значений:

$$Q = 0.002;$$
 (4)
 $Q = 0.01;$
 $Q = 0.02;$
 $Q = 0.05;$
 $Q = 0.1;$
 $Q = 0.2.$

При уменьшении значения Q критические границы статистики W будут «разъезжаться», потому что, если выборки однородны на самом деле, то нам с меньшей вероятностью разрешено пропустить подтверждение их однородности, и поэтому мы увеличиваем «площадку» для «ловли» однородности. При этом при большой разнице выборок по статистике W мы подтвердим однородность выборок.

Для большего понимания рассмотрим критические значения Q, которые не участвуют в методике применения критерия Вилкосона, но помогут лучше разобраться в принципе выставления критических границ статистики W.

Если Q=0, то нам никогда нельзя ошибиться и сказать, что выборки неоднородны, хотя на самом деле они однородны. Поэтому мы всегда будем говорит, что выборки однородны. С точки зрения критических границ статистики W, это будет означать, что границы будут максимально разнесены, и какое бы значение статистики W мы не подсчитали в критерии, то всегда оно попадет в границы интервала.

Если Q=1, то мы можем всегда ошибаться в однородности выборок, поэтому для критических границ статистики W можем указать самые узкие значения.

Теперь рассмотрим рекомендации для применяемых значений Q.

Если хотим, чтобы «с максимальной точностью» (в смысле рассматриваемого множества значений Q) проверить наличие неоднородности между выборками, то выбираем Q=0.002. Если при данном уровне критерий выдаст результат, что выборки неоднородны, то при других значений Q (4) и подавно будет подтверждено наличие неоднородности. Например, нам нужно показать, что новый алгоритм оптимизации очень хорош и точно отличается от старого алгоритма.

Если хотим, чтобы с большей вероятностью было сказано, что выборки неоднородны (например, сравниваемые алгоритмы оптимизации довольно похожи, но нам нужно показать, что различия есть), то выбираем значение Q=0.2. При этом критические границы статистики W будут максимально (в смысле рассматриваемого множества значений Q) сжаты.

Для рассматриваемого примера выберем Q = 0.05.

6. Получить критические границы статистики W.

Если $m \leq 25$ и $n \leq 25$, то критические границы W_{Left} , W_{Right} статистики W получаем из Таблицы 1 (стр. 8), где для разных размеров выборки и уровня значимости даны значения критических границ. Если для какого-то набора значений размеров выборки и уровня значимости нет данных, то значит, что с указанным уровнем значимости провести проверку гипотезы не представляется возможным.

Обратите внимание, что если сопоставлять таблицы критических значений в других источниках с Таблицей 1, то одинаковые нижние границы (или верхние) будут даны для уровня значимости в два раза ниже, чем в Таблице 1. Это связано с тем, что

в других источниках указываются критические границы отдельно для нижних или верхних границ, и фактически проверяется одностороння гипотеза. Но при переводе на гипотезу H_0 мы проверяем уже двухстороннюю гипотезу, и уровень значимости надо повысить в два раза. В Таблице 1 даны значения сразу для нижней (левой) и верхней (правой) границы, поэтому уровень значимости дается сразу увеличенный в два раза, который и используется в проверке гипотезы H_0 .

Если m > 25 или n > 25 (при этом $m, n \ge 5$), то используем приближенные формулы [1, c. 95]:

$$W_{Left} \approx int \left(\frac{m(m+n+1)-1}{2} - \Psi(1-Q) \cdot \sqrt{\frac{mn(m+n+1)}{12}} \right); \tag{5}$$

$$W_{Right} \approx m \left(m + n + 1 \right) - W_{Left}.$$
 (6)

Тут $\Psi\left(1-Q\right)$ — значение обратной функции нормального распределения с параметрами (0,1). Так как мы рассматриваем шесть различных уровня значимости, то ниже даны значения $\Psi\left(1-Q\right)$ для этих шести значений Q [1, с. 136]:

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.002) = \Psi (0.999) = 3.090232;$$

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.010) = \Psi (0.995) = 2.575829;$$

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.020) = \Psi (0.990) = 2.326348;$$

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.050) = \Psi (0.975) = 1.959964;$$

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.100) = \Psi (0.950) = 1.644854;$$

$$\Psi (1 - Q) = \Psi (1 - 0.200) = \Psi (0.900) = 1.281552.$$
(7)

Обратите внимание, что для случая, когда m>25, а n<5 (или наоборот), в данной работе не приводятся данные о сравнении таких выборок. Табличные данные отсутствуют, а предложенные формулы недостаточно точны для таких объемов выборок.

В рассматриваемом примере $m=6,\ n=7,$ поэтому критические значения статистики находим по Таблице 1 при Q=0.05:

$$W_{Left} = 27;$$

$$W_{Right} = 57.$$

7. Сделать вывод по проверке гипотезы.

Если $W \in [W_{Left}; W_{Right}]$, то делаем вывод, что при уровне значимости Q выборки **однородны** по критерию Вилкосона W.

Если $W \notin [W_{Left}; W_{Right}]$, то делаем вывод, что при уровне значимости Q выборки **неоднородны** по критерию Вилкосона W.

В рассматриваемом примере W=35, и это значение попадает в интервал [27;57]. Поэтому делаем вывод, что при Q=0.05 выборки \bar{a} и \bar{b} однородны. Поэтому два алгоритмов A и B при параметру E статистически неразличимы.

8. Сравнить среднеарифметические значения при неоднородности выборок. Данный шаг не обязателен.

В случае, когда мы сравниваем, например, два алгоритма, кроме вывода о неоднородности выборок нам нужен вывод о том, какой алгоритм лучше. Для этого сравниваем средние арифметические выборок и делаем вывод о том, какая из выборок по параметру

«лучше» или «хуже» согласно смыслу, вкладываемого в параметр, который заключен в выборках.

5 Применения критерия для случая с несколькими выборками

Предлагается следующая методика для случая, когда нужно сравнить не две, а несколько выборок:

$$As = \left\{ \bar{a}^1; \bar{a}^2; \dots; \bar{a}^N; \right\}. \tag{8}$$

Тут
$$N>2,\; \bar{a}^j=\left(\bar{a}^j_1;\bar{a}^j_2;\dots;\bar{a}^j_{m_j}\right)^{\mathrm{T}},\; j=\overline{1,N}.$$
 Итак, каждая выборка имеет m_j элементов.

Рассматривается случай, когда нужно выбрать выборку с максимальным значением параметра и определить статистическое различие с другими выборками.

1. Вычислить для каждой выборки среднее арифметическое.

$$a_{\text{cp}}^{j} = \frac{\sum_{i=1}^{m_{j}} \bar{a}_{i}^{j}}{m_{j}}, j = \overline{1, N}.$$
 (9)

2. Выбрать выборку с максимальным значением среднего арифметического.

$$\bar{a}^{max} = \bar{a}^k, \tag{10}$$

$$k = \arg\max_{j} a_{\text{cp}}^j, j = \overline{1, N}.$$

- 3. Сравнить по критерию Вилкосона данную выборку со всеми остальными выборками.
- 4. Сделать вывод о сравнении выборок.

Если по всем выборкам выборка \bar{a}^{max} неоднородна, то делается вывод неоднородности выборки по отношению ко всем остальным. Если выборки обозначают эффективность алгоритмов, то алгоритм, который соотвествует выборке \bar{a}^{max} , статистически различен по отношению к другим алгоритмам.

Другие варианты пока не рассматриваются в данной методике.

Аналогично рассматривается случай, когда нужно выбрать выборку с минимальным значением параметра и определить статистическое различие с другими выборками.

6 Табличные значения критических значений

В таблице ниже даны критические значения статистики W для опреденных размеров выборок.

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| m | n | Q | | | | | | | | |
|---|---------------|-------|------|---------|-------------|-------------|----------|--|--|--|
| m | $\mid n \mid$ | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 1 | 9 | | | | | | [1; 10] | | | |
| 1 | 10 | | | | | | [1; 11] | | | |
| 1 | 11 | | | | | | [1; 12] | | | |
| 1 | 12 | | | | | | [1; 13] | | | |
| 1 | 13 | | | | | | [1; 14] | | | |
| 1 | 14 | | | | | | [1; 15] | | | |
| 1 | 15 | | | | | | [1; 16] | | | |
| 1 | 16 | | | | | | [1; 17] | | | |
| 1 | 17 | | | | | | [1; 18] | | | |
| 1 | 18 | | | | | | [1; 19] | | | |
| 1 | 19 | | | | | [1; 20] | [2; 19] | | | |
| 1 | 20 | | | | | [1; 21] | [2; 20] | | | |
| 1 | 21 | | | | | [1; 22] | [2; 21] | | | |
| 1 | 22 | | | | | [1; 23] | [2; 22] | | | |
| 1 | 23 | | | | | [1; 24] | [2; 23] | | | |
| 1 | 24 | | | | | [1; 25] | [2; 24] | | | |
| 1 | 25 | | | | | [1; 26] | [2; 25] | | | |
| 2 | 3 | | | | | | [3; 9] | | | |
| 2 | 4 | | | | | | [3; 11] | | | |
| 2 | 5 | | | | | [3; 13] | [4; 12] | | | |
| 2 | 6 | | | | | [3; 15] | [4; 14] | | | |
| 2 | 7 | | | | | [3; 17] | [4; 16] | | | |
| 2 | 8 | | | | [3; 19] | [4; 18] | [5; 17] | | | |
| 2 | 9 | | | | [3; 21] | [4; 20] | [5; 19] | | | |
| 2 | 10 | | | | [3; 23] | [4; 22] | [6; 20] | | | |
| 2 | 11 | | | | [3; 25] | [4; 24] | [6; 22] | | | |
| 2 | 12 | | | | [4; 26] | [5; 25] | [7; 23] | | | |
| 2 | 13 | | | [3; 29] | [4; 28] | [5; 27] | [7; 25] | | | |
| 2 | 14 | | | [3; 31] | [4; 30] | [6; 28] | [8; 26] | | | |
| 2 | 15 | | | [3; 33] | [4; 32] | [6; 30] | [8; 28] | | | |
| | | | | Продо | лжение на о | следующей о | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| | | | Q | | | | | | | |
|---|----|---------|----------|----------|-------------|-------------|----------|--|--|--|
| m | n | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 2 | 16 | | | [3; 35] | [4; 34] | [6; 32] | [8; 30] | | | |
| 2 | 17 | | | [3; 37] | [5; 35] | [6; 34] | [9; 31] | | | |
| 2 | 18 | | | [3; 39] | [5; 37] | [7; 35] | [9; 33] | | | |
| 2 | 19 | | [3; 41] | [4; 40] | [5; 39] | [7; 37] | [10; 34] | | | |
| 2 | 20 | | [3; 43] | [4; 42] | [5; 41] | [7; 39] | [10; 36] | | | |
| 2 | 21 | | [3; 45] | [4; 44] | [6; 42] | [8; 40] | [11; 37] | | | |
| 2 | 22 | | [3; 47] | [4; 46] | [6; 44] | [8; 42] | [11; 39] | | | |
| 2 | 23 | | [3; 49] | [4; 48] | [6; 46] | [8; 44] | [12; 40] | | | |
| 2 | 24 | | [3; 51] | [4; 50] | [6; 48] | [9; 45] | [12; 42] | | | |
| 2 | 25 | | [3; 53] | [4; 52] | [6; 50] | [9; 47] | [12; 44] | | | |
| 3 | 3 | | | | | [6; 15] | [7; 14] | | | |
| 3 | 4 | | | | | [6; 18] | [7; 17] | | | |
| 3 | 5 | | | | [6; 21] | [7; 20] | [8; 19] | | | |
| 3 | 6 | | | | [7; 23] | [8; 22] | [9; 21] | | | |
| 3 | 7 | | | [6; 27] | [7; 26] | [8; 25] | [10; 23] | | | |
| 3 | 8 | | | [6; 30] | [8; 28] | [9; 27] | [11; 25] | | | |
| 3 | 9 | | [6; 33] | [7; 32] | [8; 31] | [10; 29] | [11; 28] | | | |
| 3 | 10 | | [6; 36] | [7; 35] | [9; 33] | [10; 32] | [12; 30] | | | |
| 3 | 11 | | [6; 39] | [7; 38] | [9; 36] | [11; 34] | [13; 32] | | | |
| 3 | 12 | | [7;41] | [8; 40] | [10; 38] | [11; 37] | [14; 34] | | | |
| 3 | 13 | | [7;44] | [8; 43] | [10; 41] | [12; 39] | [15; 36] | | | |
| 3 | 14 | | [7; 47] | [8; 46] | [11; 43] | [13; 41] | [16; 38] | | | |
| 3 | 15 | | [8; 49] | [9; 48] | [11; 46] | [13; 44] | [16; 41] | | | |
| 3 | 16 | | [8; 52] | [9; 51] | [12; 48] | [14; 46] | [17; 43] | | | |
| 3 | 17 | [6; 57] | [8; 55] | [10; 53] | [12; 51] | [15; 48] | [18; 45] | | | |
| 3 | 18 | [6; 60] | [8; 58] | [10; 56] | [13; 53] | [15; 51] | [19; 47] | | | |
| 3 | 19 | [6; 63] | [9; 60] | [10; 59] | [13; 56] | [16; 53] | [20; 49] | | | |
| 3 | 20 | [6; 66] | [9; 63] | [11; 61] | [14; 58] | [17; 55] | [21; 51] | | | |
| 3 | 21 | [7; 68] | [9; 66] | [11; 64] | [14; 61] | [17; 58] | [21; 54] | | | |
| 3 | 22 | [7;71] | [10; 68] | [12; 66] | [15; 63] | [18; 60] | [22; 56] | | | |
| 3 | 23 | [7; 74] | [10; 71] | [12; 69] | [15; 66] | [19; 62] | [23; 58] | | | |
| 3 | 24 | [7; 77] | [10; 74] | [12; 72] | [16; 68] | [19; 65] | [24; 60] | | | |
| 3 | 25 | [7; 80] | [11; 76] | [13; 74] | [16; 71] | [20; 67] | [25; 62] | | | |
| 4 | 4 | | | | [10; 26] | [11; 25] | [13; 23] | | | |
| 4 | 5 | | | [10; 30] | [11; 29] | [12; 28] | [14; 26] | | | |
| | | | | Продо | лжение на о | следующей с | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| m | n | Q | | | | | | | |
|-----|----|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|--|--|
| 110 | | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | |
| 4 | 6 | | [10; 34] | [11; 33] | [12; 32] | [13; 31] | [15; 29] | | |
| 4 | 7 | | [10; 38] | [11; 37] | [13; 35] | [14; 34] | [16; 32] | | |
| 4 | 8 | | [11; 41] | [12; 40] | [14; 38] | [15; 37] | [17; 35] | | |
| 4 | 9 | | [11; 45] | [13; 43] | [14; 42] | [16; 40] | [19; 37] | | |
| 4 | 10 | [10; 50] | [12; 48] | [13; 47] | [15; 45] | [17; 43] | [20; 40] | | |
| 4 | 11 | [10; 54] | [12; 52] | [14; 50] | [16; 48] | [18; 46] | [21; 43] | | |
| 4 | 12 | [10; 58] | [13; 55] | [15; 53] | [17; 51] | [19; 49] | [22; 46] | | |
| 4 | 13 | [11; 61] | [13; 59] | [15; 57] | [18; 54] | [20; 52] | [23; 49] | | |
| 4 | 14 | [11; 65] | [14; 62] | [16; 60] | [19; 57] | [21; 55] | [25; 51] | | |
| 4 | 15 | [11; 69] | [15; 65] | [17; 63] | [20; 60] | [22; 58] | [26; 54] | | |
| 4 | 16 | [12; 72] | [15; 69] | [17; 67] | [21; 63] | [24; 60] | [27; 57] | | |
| 4 | 17 | [12; 76] | [16; 72] | [18; 70] | [21; 67] | [25; 63] | [28; 60] | | |
| 4 | 18 | [13; 79] | [16; 76] | [19; 73] | [22; 70] | [26; 66] | [30; 62] | | |
| 4 | 19 | [13; 83] | [17; 79] | [19; 77] | [23; 73] | [27; 69] | [31; 65] | | |
| 4 | 20 | [13; 87] | [18; 82] | [20; 80] | [24; 76] | [28; 72] | [32; 68] | | |
| 4 | 21 | [14; 90] | [18; 86] | [21; 83] | [25; 79] | [29; 75] | [33; 71] | | |
| 4 | 22 | [14; 94] | [19; 89] | [21; 87] | [26; 82] | [30; 78] | [35; 73] | | |
| 4 | 23 | [14; 98] | [19; 93] | [22; 90] | [27; 85] | [31; 81] | [36; 76] | | |
| 4 | 24 | [15; 101] | [20; 96] | [23; 93] | [27; 89] | [32; 84] | [38; 78] | | |
| 4 | 25 | [15; 105] | [20; 100] | [23; 97] | [28; 92] | [33; 87] | [38; 82] | | |
| 5 | 5 | | [15; 40] | [16; 39] | [17; 38] | [19; 36] | [20; 35] | | |
| 5 | 6 | | [16; 44] | [17; 43] | [18; 42] | [20; 40] | [22; 38] | | |
| 5 | 7 | | [16; 49] | [18; 47] | [20; 45] | [21; 44] | [23; 42] | | |
| 5 | 8 | [15; 55] | [17; 53] | [19; 51] | [21; 49] | [23; 47] | [25; 45] | | |
| 5 | 9 | [16; 59] | [18; 57] | [20; 55] | [22; 53] | [24; 51] | [27; 48] | | |
| 5 | 10 | [16; 64] | [19; 61] | [21; 59] | [23; 57] | [26; 54] | [28; 52] | | |
| 5 | 11 | [17; 68] | [20; 65] | [22; 63] | [24; 61] | [27; 58] | [30; 55] | | |
| 5 | 12 | [17; 73] | [21; 69] | [23; 67] | [26; 64] | [28; 62] | [32; 58] | | |
| 5 | 13 | [18; 77] | [22; 73] | [24; 71] | [27; 68] | [30; 65] | [33; 62] | | |
| 5 | 14 | [18; 82] | [22; 78] | [25; 75] | [28; 72] | [31; 69] | [35; 65] | | |
| 5 | 15 | [19; 86] | [23; 82] | [26; 79] | [29; 76] | [33; 72] | [37; 68] | | |
| 5 | 16 | [20; 90] | [24; 86] | [27; 83] | [30; 80] | [34; 76] | [38; 72] | | |
| 5 | 17 | [20; 95] | [25; 90] | [28; 87] | [32; 83] | [35; 80] | [40; 75] | | |
| 5 | 18 | [21; 99] | [26; 94] | [29; 91] | [33; 87] | [37; 83] | [42; 78] | | |
| 5 | 19 | [22; 103] | [27; 98] | [30; 95] | [34; 91] | [38; 87] | [43; 82] | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| - m | | Q | | | | | | | | |
|-----|----|-----------|-----------|-----------|-------------|-------------|-----------|--|--|--|
| m | n | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 5 | 20 | [22; 108] | [28; 102] | [31; 99] | [35; 95] | [40; 90] | [45; 85] | | | |
| 5 | 21 | [23;112] | [29; 106] | [32; 103] | [37; 98] | [41; 94] | [47; 88] | | | |
| 5 | 22 | [23;117] | [29; 111] | [33; 107] | [38; 102] | [43; 97] | [48; 92] | | | |
| 5 | 23 | [24; 121] | [30; 115] | [34; 111] | [39; 106] | [44; 101] | [50; 95] | | | |
| 5 | 24 | [25; 125] | [31; 119] | [35; 115] | [40; 110] | [45; 105] | [51; 99] | | | |
| 5 | 25 | [25; 130] | [32; 123] | [36; 119] | [42; 113] | [47; 108] | [53; 102] | | | |
| 6 | 6 | | [23; 55] | [24; 54] | [26; 52] | [28; 50] | [30; 48] | | | |
| 6 | 7 | [21; 63] | [24; 60] | [25; 59] | [27; 57] | [29; 55] | [32; 52] | | | |
| 6 | 8 | [22; 68] | [25; 65] | [27; 63] | [29; 61] | [31; 59] | [34; 56] | | | |
| 6 | 9 | [23; 73] | [26; 70] | [28; 68] | [31; 65] | [33; 63] | [36; 60] | | | |
| 6 | 10 | [24; 78] | [27; 75] | [29; 73] | [32; 70] | [35; 67] | [38; 64] | | | |
| 6 | 11 | [25; 83] | [28; 80] | [30; 78] | [34; 74] | [37; 71] | [40; 68] | | | |
| 6 | 12 | [25; 89] | [30; 84] | [32; 82] | [35; 79] | [38; 76] | [42;72] | | | |
| 6 | 13 | [26; 94] | [31; 89] | [33; 87] | [37; 83] | [40; 80] | [44; 76] | | | |
| 6 | 14 | [27; 99] | [32; 94] | [34; 92] | [38; 88] | [42; 84] | [46; 80] | | | |
| 6 | 15 | [28; 104] | [33; 99] | [36; 96] | [40; 92] | [44; 88] | [48; 84] | | | |
| 6 | 16 | [29; 109] | [34; 104] | [37; 101] | [42; 96] | [46; 92] | [50; 88] | | | |
| 6 | 17 | [30; 114] | [36; 108] | [39; 105] | [43; 101] | [47; 97] | [52; 92] | | | |
| 6 | 18 | [31; 119] | [37; 113] | [40; 110] | [45; 105] | [49; 101] | [55; 95] | | | |
| 6 | 19 | [32; 124] | [38; 118] | [41; 115] | [46; 110] | [51; 105] | [57; 99] | | | |
| 6 | 20 | [33; 129] | [39; 123] | [43; 119] | [48; 114] | [53; 109] | [59; 103] | | | |
| 6 | 21 | [33; 135] | [40; 128] | [44; 124] | [50; 118] | [55; 113] | [61; 107] | | | |
| 6 | 22 | [34; 140] | [42; 132] | [45; 129] | [51; 123] | [57; 117] | [63; 111] | | | |
| 6 | 23 | [35; 145] | [43; 137] | [47; 133] | [53; 127] | [58; 122] | [65; 115] | | | |
| 6 | 24 | [36; 150] | [44; 142] | [48; 138] | [54; 132] | [60; 126] | [67; 119] | | | |
| 6 | 25 | [37; 155] | [45; 147] | [50; 142] | [56; 136] | [62; 130] | [69; 123] | | | |
| 7 | 7 | [29; 76] | [32; 73] | [34; 71] | [36; 69] | [39; 66] | [41; 64] | | | |
| 7 | 8 | [30; 82] | [34; 78] | [35; 77] | [38; 74] | [41; 71] | [44; 68] | | | |
| 7 | 9 | [31; 88] | [35; 84] | [37; 82] | [40; 79] | [43; 76] | [46; 73] | | | |
| 7 | 10 | [33; 93] | [37; 89] | [39; 87] | [42; 84] | [45; 81] | [49; 77] | | | |
| 7 | 11 | [34; 99] | [38; 95] | [40; 93] | [44; 89] | [47; 86] | [51; 82] | | | |
| 7 | 12 | [35; 105] | [40; 100] | [42; 98] | [46; 94] | [49; 91] | [54; 86] | | | |
| 7 | 13 | [36; 111] | [41; 106] | [44; 103] | [48; 99] | [52; 95] | [56; 91] | | | |
| 7 | 14 | [37; 117] | [43; 111] | [45; 109] | [50; 104] | [54; 100] | [59; 95] | | | |
| 7 | 15 | [38; 123] | [44; 117] | [47; 114] | [52; 109] | [56; 105] | [61; 100] | | | |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей с | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| *** | | Q | | | | | | | | |
|------------|---------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|------------|--|--|--|
| m | $\mid n \mid$ | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 7 | 16 | [39; 129] | [46; 122] | [49; 119] | [54; 114] | [58; 110] | [64; 104] | | | |
| 7 | 17 | [41; 134] | [47; 128] | [51; 124] | [56; 119] | [61; 114] | [66; 109] | | | |
| 7 | 18 | [42; 140] | [49; 133] | [52; 130] | [58; 124] | [63; 119] | [69; 113] | | | |
| 7 | 19 | [43; 146] | [50; 139] | [54; 135] | [60; 129] | [65; 124] | [71; 118] | | | |
| 7 | 20 | [44; 152] | [52; 144] | [56; 140] | [62; 134] | [67; 129] | [74; 122] | | | |
| 7 | 21 | [46; 157] | [53; 150] | [58; 145] | [64; 139] | [69; 134] | [76; 127] | | | |
| 7 | 22 | [47; 163] | [55; 155] | [59; 151] | [66; 144] | [72; 138] | [79; 131] | | | |
| 7 | 23 | [48; 169] | [57; 160] | [61; 156] | [68; 149] | [74; 143] | [81; 136] | | | |
| 7 | 24 | [49; 175] | [58; 166] | [63; 161] | [70; 154] | [76; 148] | [84; 140] | | | |
| 7 | 25 | [50; 181] | [60; 171] | [64; 167] | [72; 159] | [78; 153] | [86; 145] | | | |
| 8 | 8 | [40; 96] | [43; 93] | [45; 91] | [49; 87] | [51; 85] | [55; 81] | | | |
| 8 | 9 | [41; 103] | [45; 99] | [47; 97] | [51; 93] | [54; 90] | [58; 86] | | | |
| 8 | 10 | [42; 110] | [47; 105] | [49; 103] | [53; 99] | [56; 96] | [60; 92] | | | |
| 8 | 11 | [44; 116] | [49; 111] | [51; 109] | [55; 105] | [59; 101] | [63; 97] | | | |
| 8 | 12 | [45; 123] | [51; 117] | [53; 115] | [58; 110] | [62; 106] | [66; 102] | | | |
| 8 | 13 | [47; 129] | [53; 123] | [56; 120] | [60; 116] | [64; 112] | [69; 107] | | | |
| 8 | 14 | [48; 136] | [54; 130] | [58; 126] | [62; 122] | [67; 117] | [72; 112] | | | |
| 8 | 15 | [50; 142] | [56; 136] | [60; 132] | [65; 127] | [69; 123] | [75; 117] | | | |
| 8 | 16 | [51; 149] | [58; 142] | [62; 138] | [67; 133] | [72; 128] | [78; 122] | | | |
| 8 | 17 | [53; 155] | [60; 148] | [64; 144] | [70; 138] | [75; 133] | [81; 127] | | | |
| 8 | 18 | [54; 162] | [62; 154] | [66; 150] | [72; 144] | [77; 139] | [84; 132] | | | |
| 8 | 19 | [56; 168] | [64; 160] | [68; 156] | [74; 150] | [80; 144] | [87; 137] | | | |
| 8 | 20 | [57; 175] | [66; 166] | [70; 162] | [77; 155] | [83; 149] | [90; 142] | | | |
| 8 | 21 | [59; 181] | [68; 172] | [72; 168] | [79; 161] | [85; 155] | [92; 148] | | | |
| 8 | 22 | [60; 188] | [70; 178] | [74; 174] | [81; 167] | [88; 160] | [95; 153] | | | |
| 8 | 23 | [62; 194] | [71; 185] | [76; 180] | [84; 172] | [90; 166] | [98; 158] | | | |
| 8 | 24 | [64; 200] | [73; 191] | [78; 186] | [86; 178] | [93; 171] | [101; 163] | | | |
| 8 | 25 | [65; 207] | [75; 197] | [81; 191] | [89; 183] | [96; 176] | [104; 168] | | | |
| 9 | 9 | [52; 119] | [56; 115] | [59; 112] | [62; 109] | [66; 105] | [70; 101] | | | |
| 9 | 10 | [53; 127] | [58; 122] | [61; 119] | [65; 115] | [69; 111] | [73; 107] | | | |
| 9 | 11 | [55; 134] | [61; 128] | [63; 126] | [68; 121] | [72; 117] | [76; 113] | | | |
| 9 | 12 | [57; 141] | [63; 135] | [66; 132] | [71; 127] | [75; 123] | [80; 118] | | | |
| 9 | 13 | [59; 148] | [65; 142] | [68; 139] | [73; 134] | [78; 129] | [83; 124] | | | |
| 9 | 14 | [60; 156] | [67; 149] | [71; 145] | [76; 140] | [81; 135] | [86; 130] | | | |
| 9 | 15 | [62; 163] | [69; 156] | [73; 152] | [79; 146] | [84; 141] | [90; 135] | | | |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| 222 | | Q | | | | | | | | |
|-----|----|------------|------------|------------|-------------|-------------|------------|--|--|--|
| m | n | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 9 | 16 | [64; 170] | [72; 162] | [76; 158] | [82; 152] | [87; 147] | [93; 141] | | | |
| 9 | 17 | [66; 177] | [74; 169] | [78; 165] | [84; 159] | [90; 153] | [97; 146] | | | |
| 9 | 18 | [68; 184] | [76; 176] | [81; 171] | [87; 165] | [93; 159] | [100; 152] | | | |
| 9 | 19 | [70; 191] | [78; 183] | [83; 178] | [90; 171] | [96; 165] | [103; 158] | | | |
| 9 | 20 | [71; 199] | [81; 189] | [85; 185] | [93; 177] | [99; 171] | [107; 163] | | | |
| 9 | 21 | [73; 206] | [83; 196] | [88; 191] | [95; 184] | [102; 177] | [110; 169] | | | |
| 9 | 22 | [75; 213] | [85; 203] | [90; 198] | [98; 190] | [105; 183] | [113; 175] | | | |
| 9 | 23 | [77; 220] | [88; 209] | [93; 204] | [101; 196] | [108; 189] | [117; 180] | | | |
| 9 | 24 | [79; 227] | [90; 216] | [95; 211] | [104; 202] | [111; 195] | [120; 186] | | | |
| 9 | 25 | [81; 234] | [92; 223] | [98; 217] | [107; 208] | [114; 201] | [123; 192] | | | |
| 10 | 10 | [65; 145] | [71; 139] | [74; 136] | [78; 132] | [82; 128] | [87; 123] | | | |
| 10 | 11 | [67; 153] | [73; 147] | [77; 143] | [81; 139] | [86; 134] | [91; 129] | | | |
| 10 | 12 | [69; 161] | [76; 154] | [79; 151] | [84; 146] | [89; 141] | [94; 136] | | | |
| 10 | 13 | [72; 168] | [79; 161] | [82; 158] | [88; 152] | [92; 148] | [98; 142] | | | |
| 10 | 14 | [74; 176] | [81; 169] | [85; 165] | [91; 159] | [96; 154] | [102; 148] | | | |
| 10 | 15 | [76; 184] | [84; 176] | [88; 172] | [94; 166] | [99; 161] | [106; 154] | | | |
| 10 | 16 | [78; 192] | [86; 184] | [91; 179] | [97; 173] | [103; 167] | [109; 161] | | | |
| 10 | 17 | [80; 200] | [89; 191] | [93; 187] | [100; 180] | [106; 174] | [113; 167] | | | |
| 10 | 18 | [82; 208] | [92; 198] | [96; 194] | [103; 187] | [110; 180] | [117; 173] | | | |
| 10 | 19 | [84; 216] | [94; 206] | [99; 201] | [107; 193] | [113; 187] | [121; 179] | | | |
| 10 | 20 | [87; 223] | [97; 213] | [102; 208] | [110; 200] | [117; 193] | [125; 185] | | | |
| 10 | 21 | [89; 231] | [99; 221] | [105; 215] | [113; 207] | [120; 200] | [128; 192] | | | |
| 10 | 22 | [91; 239] | [102; 228] | [108; 222] | [116; 214] | [123; 207] | [132; 198] | | | |
| 10 | 23 | [93; 247] | [105; 235] | [110; 230] | [119; 221] | [127; 213] | [136; 204] | | | |
| 10 | 24 | [95; 255] | [107; 243] | [113; 237] | [122; 228] | [130; 220] | [140; 210] | | | |
| 10 | 25 | [98; 262] | [110; 250] | [116; 244] | [126; 234] | [134; 226] | [144; 216] | | | |
| 11 | 11 | [81; 172] | [87; 166] | [91; 162] | [96; 157] | [100; 153] | [106; 147] | | | |
| 11 | 12 | [83; 181] | [90; 174] | [94; 170] | [99; 165] | [104; 160] | [110; 154] | | | |
| 11 | 13 | [86; 189] | [93; 182] | [97; 178] | [103; 172] | [108; 167] | [114; 161] | | | |
| 11 | 14 | [88; 198] | [96; 190] | [100; 186] | [106; 180] | [112; 174] | [118; 168] | | | |
| 11 | 15 | [90; 207] | [99; 198] | [103; 194] | [110; 187] | [116; 181] | [123; 174] | | | |
| 11 | 16 | [93; 215] | [102; 206] | [107; 201] | [113; 195] | [120; 188] | [127; 181] | | | |
| 11 | 17 | [95; 224] | [105; 214] | [110; 209] | [117; 202] | [123; 196] | [131; 188] | | | |
| 11 | 18 | [98; 232] | [108; 222] | [113; 217] | [121; 209] | [127; 203] | [135; 195] | | | |
| 11 | 19 | [100; 241] | [111; 230] | [116; 225] | [124; 217] | [131; 210] | [139; 202] | | | |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей с | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| | | | | (| Q | | |
|----|----|------------|------------|------------|-------------|-------------|------------|
| m | n | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
| 11 | 20 | [103; 249] | [114; 238] | [119; 233] | [128; 224] | [135; 217] | [144; 208] |
| 11 | 21 | [106; 257] | [117; 246] | [123; 240] | [131; 232] | [139; 224] | [148; 215] |
| 11 | 22 | [108; 266] | [120; 254] | [126; 248] | [135; 239] | [143; 231] | [152; 222] |
| 11 | 23 | [111; 274] | [123; 262] | [129; 256] | [139; 246] | [147; 238] | [156; 229] |
| 11 | 24 | [113; 283] | [126; 270] | [132; 264] | [142; 254] | [151; 245] | [161; 235] |
| 11 | 25 | [116; 291] | [129; 278] | [136; 271] | [146; 261] | [155; 252] | [165; 242] |
| 12 | 12 | [98; 202] | [105; 195] | [109; 191] | [115; 185] | [120; 180] | [127; 173] |
| 12 | 13 | [101; 211] | [109; 203] | [113; 199] | [119; 193] | [125; 187] | [131; 181] |
| 12 | 14 | [103; 221] | [112; 212] | [116; 208] | [123; 201] | [129; 195] | [136; 188] |
| 12 | 15 | [106; 230] | [115; 221] | [120; 216] | [127; 209] | [133; 203] | [141; 195] |
| 12 | 16 | [109; 239] | [119; 229] | [124; 224] | [131; 217] | [138; 210] | [145; 203] |
| 12 | 17 | [112; 248] | [122; 238] | [127; 233] | [135; 225] | [142; 218] | [150; 210] |
| 12 | 18 | [115; 257] | [125; 247] | [131; 241] | [139; 233] | [146; 226] | [155; 217] |
| 12 | 19 | [118; 266] | [129; 255] | [134; 250] | [143; 241] | [150; 234] | [159; 225] |
| 12 | 20 | [120; 276] | [132; 264] | [138; 258] | [147; 249] | [155; 241] | [164; 232] |
| 12 | 21 | [123; 285] | [136; 272] | [142; 266] | [151; 257] | [159; 249] | [169; 239] |
| 12 | 22 | [126; 294] | [139; 281] | [145; 275] | [155; 265] | [163; 257] | [173; 247] |
| 12 | 23 | [129; 303] | [142; 290] | [149; 283] | [159; 273] | [168; 264] | [178; 254] |
| 12 | 24 | [132; 312] | [146; 298] | [153; 291] | [163; 281] | [172; 272] | [183; 261] |
| 12 | 25 | [135; 321] | [149; 307] | [156; 300] | [167; 289] | [176; 280] | [187; 269] |
| 13 | 13 | [117; 234] | [125; 226] | [130; 221] | [136; 215] | [142; 209] | [149; 202] |
| 13 | 14 | [120; 244] | [129; 235] | [134; 230] | [141; 223] | [147; 217] | [154; 210] |
| 13 | 15 | [123; 254] | [133; 244] | [138; 239] | [145; 232] | [152; 225] | [159; 218] |
| 13 | 16 | [126; 264] | [136; 254] | [142; 248] | [150; 240] | [156; 234] | [165; 225] |
| 13 | 17 | [129; 274] | [140; 263] | [146; 257] | [154; 249] | [161; 242] | [170; 233] |
| 13 | 18 | [133; 283] | [144; 272] | [150; 266] | [158; 258] | [166; 250] | [175; 241] |
| 13 | 19 | [136; 293] | [148; 281] | [154; 275] | [163; 266] | [171; 258] | [180; 249] |
| 13 | 20 | [139; 303] | [151; 291] | [158; 284] | [167; 275] | [175; 267] | [185; 257] |
| 13 | 21 | [142; 313] | [155; 300] | [162; 293] | [171; 284] | [180; 275] | [190; 265] |
| 13 | 22 | [145; 323] | [159; 309] | [166; 302] | [176; 292] | [185; 283] | [195; 273] |
| 13 | 23 | [149; 332] | [163; 318] | [170; 311] | [180; 301] | [189; 292] | [200; 281] |
| 13 | 24 | [152; 342] | [166; 328] | [174; 320] | [185; 309] | [194; 300] | [205; 289] |
| 13 | 25 | [155; 352] | [170; 337] | [178; 329] | [189; 318] | [199; 308] | [211; 296] |
| 14 | 14 | [137; 269] | [147; 259] | [152; 254] | [160; 246] | [166; 240] | [174; 232] |
| 14 | 15 | [141; 279] | [151; 269] | [156; 264] | [164; 256] | [171; 249] | [179; 241] |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей (| странице |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| 222 | | Q | | | | | | | | |
|-----|---------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|------------|--|--|--|
| m | $\mid n \mid$ | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 | | | |
| 14 | 16 | [144; 290] | [155; 279] | [161; 273] | [169; 265] | [176; 258] | [185; 249] | | | |
| 14 | 17 | [148; 300] | [159; 289] | [165; 283] | [174; 274] | [182; 266] | [190; 258] | | | |
| 14 | 18 | [151; 311] | [163; 299] | [170; 292] | [179; 283] | [187; 275] | [196; 266] | | | |
| 14 | 19 | [155; 321] | [168; 308] | [174; 302] | [183; 293] | [192; 284] | [202; 274] | | | |
| 14 | 20 | [159; 331] | [172; 318] | [178; 312] | [188; 302] | [197; 293] | [207; 283] | | | |
| 14 | 21 | [162; 342] | [176; 328] | [183; 321] | [193; 311] | [202; 302] | [213; 291] | | | |
| 14 | 22 | [166; 352] | [180; 338] | [187; 331] | [198; 320] | [207; 311] | [218; 300] | | | |
| 14 | 23 | [169; 363] | [184; 348] | [192; 340] | [203; 329] | [212; 320] | [224; 308] | | | |
| 14 | 24 | [173; 373] | [188; 358] | [196; 350] | [207; 339] | [218; 328] | [229; 317] | | | |
| 14 | 25 | [177; 383] | [192; 368] | [200; 360] | [212; 348] | [223; 337] | [235; 325] | | | |
| 15 | 15 | [160; 305] | [171; 294] | [176; 289] | [184; 281] | [192; 273] | [200; 265] | | | |
| 15 | 16 | [163; 317] | [175; 305] | [181; 299] | [190; 290] | [197; 283] | [206; 274] | | | |
| 15 | 17 | [167; 328] | [180; 315] | [186; 309] | [195; 300] | [203; 292] | [212; 283] | | | |
| 15 | 18 | [171; 339] | [184; 326] | [190; 320] | [200; 310] | [208; 302] | [218; 292] | | | |
| 15 | 19 | [175; 350] | [189; 336] | [195; 330] | [205; 320] | [214; 311] | [224; 301] | | | |
| 15 | 20 | [179; 361] | [193; 347] | [200; 340] | [210; 330] | [220; 320] | [230; 310] | | | |
| 15 | 21 | [183; 372] | [198; 357] | [205; 350] | [216; 339] | [225; 330] | [236; 319] | | | |
| 15 | 22 | [187; 383] | [202; 368] | [210; 360] | [221; 349] | [231; 339] | [242; 328] | | | |
| 15 | 23 | [191; 394] | [207; 378] | [214; 371] | [226; 359] | [236; 349] | [248; 337] | | | |
| 15 | 24 | [195; 405] | [211; 389] | [219; 381] | [231; 369] | [242; 358] | [254; 346] | | | |
| 15 | 25 | [199; 416] | [216; 399] | [224; 391] | [237; 378] | [248; 367] | [260; 355] | | | |
| 16 | 16 | [184; 344] | [196; 332] | [202; 326] | [211; 317] | [219; 309] | [229; 299] | | | |
| 16 | 17 | [188; 356] | [201; 343] | [207; 337] | [217; 327] | [225; 319] | [235;309] | | | |
| 16 | 18 | [192; 368] | [206; 354] | [212; 348] | [222; 338] | [231; 329] | [242; 318] | | | |
| 16 | 19 | [196; 380] | [210; 366] | [218; 358] | [228; 348] | [237; 339] | [248; 328] | | | |
| 16 | 20 | [201; 391] | [215; 377] | [223; 369] | [234; 358] | [243;349] | [255; 337] | | | |
| 16 | 21 | [205; 403] | [220; 388] | [228; 380] | [239; 369] | [249; 359] | [261; 347] | | | |
| 16 | 22 | [209; 415] | [225; 399] | [233; 391] | [245; 379] | [255; 369] | [267; 357] | | | |
| 16 | 23 | [214; 426] | [230;410] | [238; 402] | [251; 389] | [261; 379] | [274; 366] | | | |
| 16 | 24 | [218; 438] | [235; 421] | [244; 412] | [256;400] | [267; 389] | [280; 376] | | | |
| 16 | 25 | [222; 450] | [240; 432] | [249; 423] | [262; 410] | [273; 399] | [287; 385] | | | |
| 17 | 17 | [210; 385] | [223; 372] | [230; 365] | [240; 355] | [249; 346] | [259; 336] | | | |
| 17 | 18 | [214; 398] | [228; 384] | [235; 377] | [246; 366] | [255; 357] | [266; 346] | | | |
| 17 | 19 | [219; 410] | [234; 395] | [241; 388] | [252; 377] | [262; 367] | [273; 356] | | | |
| 17 | 20 | [223; 423] | [239; 407] | [246; 400] | [258; 388] | [268; 378] | [280; 366] | | | |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей с | странице | | | |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| | | | | (| 2 | | |
|----|---------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|------------|
| m | $\mid n \mid$ | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
| 17 | 21 | [228; 435] | [244; 419] | [252; 411] | [264; 399] | [274; 389] | [287; 376] |
| 17 | 22 | [233;447] | [249; 431] | [258; 422] | [270; 410] | [281; 399] | [294; 386] |
| 17 | 23 | [238; 459] | [255; 442] | [263; 434] | [276; 421] | [287; 410] | [300; 397] |
| 17 | 24 | [242; 472] | [260; 454] | [269; 445] | [282; 432] | [294; 420] | [307; 407] |
| 17 | 25 | [247; 484] | [265; 466] | [275; 456] | [288; 443] | [300; 431] | [314; 417] |
| 18 | 18 | [237; 429] | [252; 414] | [259; 407] | [270; 396] | [280; 386] | [291; 375] |
| 18 | 19 | [242; 442] | [258; 426] | [265; 419] | [277; 407] | [287; 397] | [299; 385] |
| 18 | 20 | [247; 455] | [263; 439] | [271; 431] | [283; 419] | [294; 408] | [306; 396] |
| 18 | 21 | [252; 468] | [269; 451] | [277; 443] | [290; 430] | [301; 419] | [313; 407] |
| 18 | 22 | [257; 481] | [275; 463] | [283; 455] | [296; 442] | [307; 431] | [321; 417] |
| 18 | 23 | [262; 494] | [280; 476] | [289; 467] | [303; 453] | [314; 442] | [328; 428] |
| 18 | 24 | [267; 507] | [286; 488] | [295; 479] | [309; 465] | [321; 453] | [335; 439] |
| 18 | 25 | [273; 519] | [292; 500] | [301; 491] | [316; 476] | [328; 464] | [343; 449] |
| 19 | 19 | [267; 474] | [283; 458] | [291; 450] | [303; 438] | [313; 428] | [325; 416] |
| 19 | 20 | [272; 488] | [289; 471] | [297; 463] | [309; 451] | [320; 440] | [333; 427] |
| 19 | 21 | [277; 502] | [295; 484] | [303; 476] | [316; 463] | [328; 451] | [341; 438] |
| 19 | 22 | [283; 515] | [301; 497] | [310; 488] | [323; 475] | [335; 463] | [349; 449] |
| 19 | 23 | [288; 529] | [307; 510] | [316; 501] | [330; 487] | [342; 475] | [357; 460] |
| 19 | 24 | [294; 542] | [313; 523] | [323; 513] | [337; 499] | [350; 486] | [364; 472] |
| 19 | 25 | [299; 556] | [319; 536] | [329; 526] | [344; 511] | [357; 498] | [372; 483] |
| 20 | 20 | [298; 522] | [315; 505] | [324; 496] | [337; 483] | [348; 472] | [361; 459] |
| 20 | 21 | [304; 536] | [322; 518] | [331; 509] | [344; 496] | [356; 484] | [370; 470] |
| 20 | 22 | [309; 551] | [328; 532] | [337; 523] | [351; 509] | [364; 496] | [378; 482] |
| 20 | 23 | [315; 565] | [335; 545] | [344; 536] | [359; 521] | [371; 509] | [386; 494] |
| 20 | 24 | [321; 579] | [341; 559] | [351; 549] | [366; 534] | [379; 521] | [394; 506] |
| 20 | 25 | [327; 593] | [348; 572] | [358; 562] | [373; 547] | [387; 533] | [403; 517] |
| 21 | 21 | [331; 572] | [349; 554] | [359; 544] | [373; 530] | [385; 518] | [399; 504] |
| 21 | 22 | [337; 587] | [356; 568] | [366; 558] | [381; 543] | [393; 531] | [408; 516] |
| 21 | 23 | [343;602] | [363; 582] | [373; 572] | [388; 557] | [401; 544] | [417; 528] |
| 21 | 24 | [349;617] | [370; 596] | [381; 585] | [396; 570] | [410; 556] | [425; 541] |
| 21 | 25 | [356; 631] | [377; 610] | [388; 599] | [404; 583] | [418; 569] | [434; 553] |
| 22 | 22 | [365; 625] | [386; 604] | [396; 594] | [411; 579] | [424; 566] | [439; 551] |
| 22 | 23 | [372; 640] | [393; 619] | [403; 609] | [419; 593] | [432; 580] | [448; 564] |
| 22 | 24 | [379; 655] | [400; 634] | [411; 623] | [427; 607] | [441; 593] | [457; 577] |
| 22 | 25 | [385; 671] | [408; 648] | [419; 637] | [435; 621] | [450; 606] | [467; 589] |
| | | | | Продо | лжение на с | следующей (| странице |

Таблица 1. Нижние и верхние критические значения статистики W критерия Вилкосона

| m | m | | | | | | |
|-----|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 116 | $\mid n \mid$ | 0.002 | 0.01 | 0.02 | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
| 23 | 23 | [402; 679] | [424; 657] | [434; 647] | [451; 630] | [465; 616] | [481; 600] |
| 23 | 24 | [402; 702] | [431; 673] | [443; 661] | [459; 645] | [474; 630] | [491; 613] |
| 23 | 25 | [416; 711] | [439; 688] | [451; 676] | [468; 659] | [483; 644] | [500; 627] |
| 24 | 24 | [440; 736] | [464;712] | [475; 701] | [492; 684] | [507; 669] | [525; 651] |
| 24 | 25 | [448; 752] | [472; 728] | [484; 716] | [501; 699] | [517; 683] | [535; 665] |
| 25 | 25 | [480; 795] | [505; 770] | [517; 758] | [536; 739] | [552; 723] | [570; 705] |

Список литературы

1. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. 416 с.