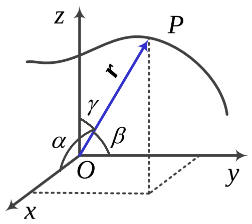
第 1、2 章 知识点归纳与总结

（一）描述质点运动的物理量

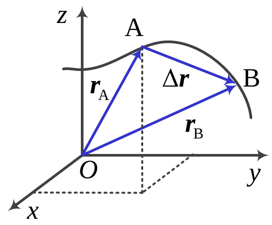
1．位置矢量：$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$



大小：$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

方向余弦：$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$　　$\cos\beta=\dfrac{y}{r}$　　$\cos\gamma=\dfrac{z}{r}$

2．位移：$\Delta\boldsymbol{r}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$



位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 在数值上等于位置矢量的增量。

3．速度和速率

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

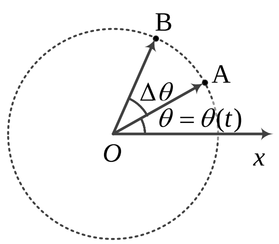
4．加速度：$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

特别注意：矢量书写的规范性，手写体必须加矢量符号，即便是单位矢量也需如此， $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$、$\vec{n}$、$\vec{\tau}$

（二）、圆周运动中的角量



1．角位置：$\theta=\theta(t)$

2．角位移：$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$ ，$\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$

3．角速度：$\boldsymbol{\omega}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t}$

4．角加速度：$\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t^2}$

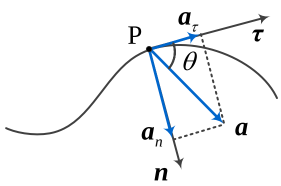
注意：有限大小的角位移$\Delta\theta$不是矢量，但无限小的角位移$\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$是矢量，其方向由右手螺旋法则确定，同样角位移和角加速度也是矢量，它们的方向沿圆周的轴线方向

5．切向加速度与法向加速度

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\quad,\quad a_n=\frac{v^2}{\rho}$$

$$\boldsymbol{a}=a_\tau\boldsymbol{\tau}+a_n\boldsymbol{n}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$



6．角量与线量的关系

$$\Delta s=R\Delta\theta\quad,\quad v=R\omega\quad,\quad a_\tau=R\alpha\quad,\quad a_n=R\omega^2$$

匀变速圆周运动的规律：（当α为定值是可直接使用的）

$$\omega=\omega_0+\alpha t\qquad\theta=\theta_0+\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2\qquad\omega^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta-\theta_0)$$

7．牛顿运动定律

$$F_x=ma_x=m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$F_y=ma_y=m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$F_z=ma_z=m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

在自然坐标系中的分量式为

$$F_\tau=ma_\tau=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho}$$

（三）、相对运动

$$\boldsymbol{r}_{PO} = \boldsymbol{r}_{PO'} + \boldsymbol{r}_{O'O}$$

$$\boldsymbol{v}_{PO} = \boldsymbol{v}_{PO'} + \boldsymbol{v}_{O'O}$$

$$\boldsymbol{a}_{PO} = \boldsymbol{a}_{PO'} + \boldsymbol{a}_{O'O}$$

（四）、非惯性系中的动力学方程 惯性力（大物 B 不考）

若质点相对于某个非惯性系的加速度为$\boldsymbol{a}'$，该参照系相对于惯性参照系的加速度为$\boldsymbol{a}_0$，则质点在该非惯性参照系中的动力学方程为

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{惯} = m\boldsymbol{a}'$$

式中：$\boldsymbol{F}_{惯} = -m\boldsymbol{a}_0$称为惯性力。

在平动参照系中，$\boldsymbol{F}_{惯} = -m\boldsymbol{a}_0$，称为平动惯性力。

在转动参照系中，$\boldsymbol{F}_{惯} = m\omega^2\boldsymbol{r} + 2m\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{\omega}$，第一项惯性离心力，第二项科里奥利力。

（五）两类基本问题

1．第一类：求导类问题

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

切向加速度：$a_\tau = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

法向加速度：$a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$

2．第二类：积分类问题

$$\int_{\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{v}} \mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_{t_0}^{t} \boldsymbol{a}(t)\mathrm{d}t \quad 和 \quad \int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{t_0}^{t} \boldsymbol{v}(t)\mathrm{d}t$$

在一维直线运动和圆周运动中的常用变换： $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \qquad \alpha=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\omega\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}$

要求：熟练掌握用微积分和矢量代数求解运动学和动力学中的两类基本问题

第 3 章 运动的守恒定律

知识点归纳与总结

（一）功与功率 质点的动能定理

1．变力做功的计算

元功： $\mathrm{d}A=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=F\cos\alpha\left|\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right|$

总功： $A=\int\mathrm{d}A=\int_{a(L)}^{b}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_{a(L)}^{b}F_x\mathrm{d}x+F_y\mathrm{d}y+F_z\mathrm{d}z$

2．瞬时功率

$$P=\mathrm{d}A/\mathrm{d}t=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}=Fv\cos\alpha$$

3．质点的动能定理

作用于质点上的合外力对质点做的功等于质点动能的增量，即

$$A=E_{kb}-E_{ka}=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

要求：能熟练掌握变力做功的计算及动能定理的应用

（二）保守力与非保守力 势能

1．保守力与势能

若物体在保守力场中从 a 点沿任意路径运动到 b 点，则**保守力对物体所做的功等于系统势能的减少量**，即

$$\int_a^b\boldsymbol{F}_{\text{保守}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=E_{pa}-E_{pb}$$

式中：E_{pa} 和 E_{pb} 分别是物体在 a 点和 b 点时系统具有的势能。

注意：势能的大小具有相对性，零势能点的位置可以任意选定。

若以 b 点为零势能点，则物体在 a 点时系统具有的势能为

$$E_{pa}=E_{pa}-E_{pb}=\int_a^b \boldsymbol{F}_{保守}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

2．力学中三种常见的保守力的功及其势能

重力的功和重力势能： $A_{ab}=mgh_a-mgh_b$

$$E_p=mgh+C$$

万有引力的功和万有引力势能： $A_{ab}=\left(-G\dfrac{Mm}{r_a}\right)-\left(-G\dfrac{Mm}{r_b}\right)$

$$E_p=-G\frac{Mm}{r}+C$$

弹性力的功和弹性势能： $A_{ab}=\dfrac{1}{2}kx_a^2-\dfrac{1}{2}kx_b^2$

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2+C$$

注：常数 C 的大小取决于零势能点的取值

（三）质点系的动能定理、功能原理和机械能守恒定律

1．质点系的动能定理

作用于质点系上所有的外力和内力对质点系做的总功等于系统总动能的增量，即

$$\sum_i A_{i\,外力}+\sum_i A_{i\,内力}=\sum_i \Delta E_{ik}=\sum_i E_{ik}-\sum_i E_{ik_0}$$

2．质点系的功能原理

作用于质点系上所有的外力和非保守内力做的总功等于系统机械能的增量，即

$$A_{外力}+A_{非保守内力}=E-E_0=\left(E_k+E_p\right)-\left(E_{k0}+E_{p0}\right)$$

式中 $E=E_k+E_p$ 称为系统的机械能。

3．机械能守恒定律

在一个力学过程中，如果作用于质点系上所有的外力和非保守内力均不做功，或做的总功为零，则系统的机械能守恒，即

$$如果\quad A_{外力}+A_{非保守内力}=0\quad ，\quad 则\quad E_k+E_p=恒量$$

（四）动量与冲量 质点（系）的动量定理 动量守恒定律

1．动量与冲量

冲量：冲量是描述力对时间的积累作用的物理量。力 $\boldsymbol{F}(t)$ 在 $\mathrm{d}t$ 时间内的元冲量为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{I}=\boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t=F_x(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{i}+F_y(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{j}+F_z(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{k}$$

冲量的计算：

$$\boldsymbol{I}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t=\int_{t_1}^{2}F_x(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{i}+F_y(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{j}+F_z(t)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{k}$$

平均冲力：在打击、碰撞类问题中，常用平均冲力 $\overline{\boldsymbol{F}}$ 来表示冲击力的大小，其定义为

$$\overline{\boldsymbol{F}}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t}{t_2-t_1}$$

2．质点或质点系的动量定理

作用于质点或质点系上合外力的冲量等于质点或质点系的总动量的增量，即

$$\boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{P}\qquad \text{或} \qquad \int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t=\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1$$

质点系的动量定理表明，系统的内力不会改变系统的总动量，内力的作用只能使系统的动量从系统内的一个物体转移到另一个物体上。

3．质点或质点系的动量守恒定律

如果一个质点或系统不受外力作用，或所受的合外力为 0，则该质点或系统的总动量恒定不变，即

$$\text{若}\ \sum_i\boldsymbol{F}_{\text{外}i}=0\ \text{，则}\ \boldsymbol{P}=\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i=\text{恒矢量}$$

应用动量守恒定律的注意事项：

（1） 动量守恒定律仅在惯性系中成立；

（2） 当合外力不等于零时，系统的总动量不守恒。但如果在某个方向上，合外力的分量为零，则系统的总动量在该方向上的分量守恒。

（3） 当系统受合外力为零时，系统的总动量守恒，但内力的作用可以使系统的动量从系统内部的一个物体转移到另一个物体上；

（4） 在碰撞、炸弹凌空爆炸等过程中，因外力的冲量可以忽略不计，可近视认为在这些过程中系统的动量守恒。

（五）质点或质点系的角动量、角动量定理和角动量守恒定律

1．质点的角动量

若在某一时刻，从参考点O到质点的矢径为$\boldsymbol{r}$，质点的动量为$\boldsymbol{P}=m\boldsymbol{v}$，则该质点对参考点$O$的角动量为

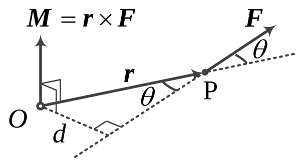
$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{P}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ x & y & z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix}$$

大小：$L=rP\sin\theta=rmv\sin\theta$

方向：垂直于$\boldsymbol{r}$与$\boldsymbol{P}$组成的平面，且与$\boldsymbol{r}$和$\boldsymbol{P}$成右手螺旋关系。

2．力矩　冲量矩

力矩：若从参考点O到力$\boldsymbol{F}$的作用点P的矢径为$\boldsymbol{r}$，则该力对参考点O的力矩为



$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$$

大小：$M=Fr\sin\theta=Fd$，式中$d=r\sin\theta$是参考点O到力的作用线的垂直距离，称为力臂。

方向：垂直于$\boldsymbol{r}$与$\boldsymbol{F}$组成的平面，且与$\boldsymbol{r}$和$\boldsymbol{F}$成右手螺旋关系。

冲量矩：力矩对时间的积累作用$\boldsymbol{M}_{合外}\mathrm{d}t$或$\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{M}_{合外}\mathrm{d}t$称为冲量矩。

3．质点或质点系的角动量定理

作用于质点或质点系上的合外力矩的冲量矩等于质点或质点系的角动量的增量，即

$$\boldsymbol{M}_{合外}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{L}\qquad 或\qquad \int_{t_0}^{t}\boldsymbol{M}_{合外}\mathrm{d}t=\int_{\boldsymbol{L}_0}^{\boldsymbol{L}}\mathrm{d}\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}-\boldsymbol{L}_0$$

系统的角动量定理表明：只有系统的合外力矩才能改变系统的总角动量。

4．质点（系）的角动量守恒定律

在某个过程中，若作用于质点或质点系的合外力矩为零，则质点或质点系的总角动量恒定不变，即

$$若\quad \boldsymbol{M}_{合外}=0\quad，\quad 则\quad \boldsymbol{L}=恒矢量$$

推论：当质点仅在有心力作用下运动时，因$\boldsymbol{M}=0$，质点对该“心”的角动量守恒。例如太阳系中行星绕太阳运动时，原子中核外电子绕核运动时，行星对太阳中心的角动

量、电子对核的角动量都是恒定不变的。

要求：能熟练应用角动量守恒定律求解相关问题

（六）质心 质心运动定律（大物 B 不考）

1、质心

质心是物体的质量中心，是物体的质量集中于此的一个假想点。

质心的位置的计算式

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2 + \cdots + m_n\boldsymbol{r}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{\sum_i m_i\boldsymbol{r}_i}{m}$$

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} = \frac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{m} \qquad \begin{cases} x_c = \dfrac{\int x\mathrm{d}m}{m} \\ y_c = \dfrac{\int y\mathrm{d}m}{m} \\ z_c = \dfrac{\int z\mathrm{d}m}{m} \end{cases}$$

2、质心运动定律

质心的运动，就如同一个质点的运动，该质点的质量等于整个质点系的质量，此质点所受的力是系统内各质点所受的所有外力的矢量和，即

$$\sum_i \boldsymbol{F}_{i外} = m\boldsymbol{a}_C$$

在直角坐标中的分量式：$\sum_i F_{ix外} = ma_{Cx}$ 、 $\sum_i F_{iy外} = ma_{Cy}$

式中 $\boldsymbol{a}_C$ 是质心的加速度。

第 4 章 刚体力学

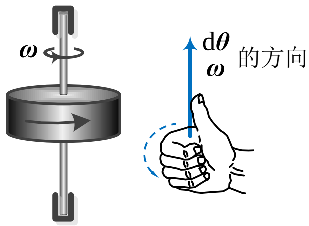
知识点归纳与总结

（一）刚体定轴转动运动学

1．描述刚体定轴转动运动学的物理量——角量——与圆周运动的角量相同

角位置 θ、角位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$、角速度 $\boldsymbol{\omega}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t}$、角加速度 $\boldsymbol{\alpha}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}$。

注意：$\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$、$\boldsymbol{\omega}$、$\boldsymbol{\alpha}$ 均为矢量，其中 $\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$、$\boldsymbol{\omega}$ 的方向均由右手螺旋法则确定。



在定轴转动中，由于 $\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$、$\boldsymbol{\omega}$、$\boldsymbol{\alpha}$ 的方向永远沿转轴方向，所以在实际应用中，先规定转轴的正方向，然后用相应的代数量 $\mathrm{d}\theta$、ω、α 来表示这些矢量，矢量的方向用正负号表示。当 $\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$、$\boldsymbol{\omega}$、$\boldsymbol{\alpha}$ 的实际方向与转轴正方向相同时，取正值，否则取负值。

2、匀变速定轴转动的规律

$$\omega=\omega_0+\alpha t \quad,\quad \theta-\theta_0=+\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \quad,\quad \omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0)$$

3、角量与线量的关系

$$v=r\omega \quad,\quad a_n=r\omega^2 \quad,\quad a_\tau=r\alpha$$

（二）刚体的定轴转动定律

1、力对转轴的力矩——刚体在定轴转动中，可以使刚体的转动状态发生变化（或有变化趋势）的力矩。

计算式：　　$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}_\perp$

式中 $\boldsymbol{r}$ 是转轴到力的作用点的垂直矢径，$\boldsymbol{F}_\perp$ 是作用力 $\boldsymbol{F}$ 在垂直于刚体转轴方向上的分力，

力矩的大小：$M=rF_\perp\sin\theta=F_\perp d$

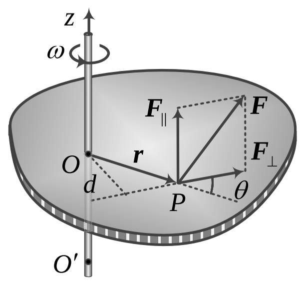


图 4.2 对转轴的力矩

力矩的方向：一定沿转轴方向。

2、转动惯量——描述刚体绕固定轴转动时转动惯性大小的物理量。

①计算式：

分离质点组成的刚体：$I=\sum_i r_i^2\Delta m_i$

质量连续分布的刚体：$I=\int_m r^2\mathrm{d}m=\int_V r^2\rho\mathrm{d}V$

②影响转动惯量大小的 3 个因素：刚体的总质量、质量分布、转轴的位置及取向。

③两个常用定理

平行轴定理：$I=I_c+md^2$

垂直轴定理：$I_z=I_x+I_y$

要求：熟练应用转动惯量的定义（积分法、求和法）和两个定理求转动惯量。

3、转动定律——刚体做定轴转动时获得的角加速度大小与刚体所受的合外力矩的大小成正比，与刚体转动惯量的大小成反比，方向与合外力矩的方向相同，即

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{M}{I}\quad 或\quad M=I\alpha$$

要求：熟练应用转动定律求解相关问题

（三）角动量定理、角动量守恒定律

1、刚体定轴转动的角动量 $\boldsymbol{L}$——刚体上所有质元绕转轴做圆周运动时对转轴的角动量的矢量和

计算式：$\boldsymbol{L}=\sum_i r_i^2\Delta m_i\boldsymbol{\omega}=I\boldsymbol{\omega}$

大小：$L=I\omega$

方向：与角速度的方向相同

2、角动量定理——作用于刚体上的合外力矩的冲量矩等于刚体的角动量的增量，即

微分形式：$\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\boldsymbol{L}$（或 $\boldsymbol{M}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$）

积分形式：$\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{M}\mathrm{d}t=\int_{\boldsymbol{L}_1}^{\boldsymbol{L}_2}\mathrm{d}\boldsymbol{L}=\boldsymbol{L}_2-\boldsymbol{L}_1$

3、角动量守恒定律

$$\text{若：}\ \boldsymbol{M}=0\text{，则：}\ \boldsymbol{L}=\text{恒矢量}$$

角动量定理和角动量守恒定律不仅适用于单个质点、单个刚体，对于非刚体、质点系、以及“刚体+质点”组成的**共轴系统**都是适用的。

要求：熟练应用角动量守恒定律求解相关问题

（四）力矩做功、刚体定轴转动的动能定理、功能原理

1、力矩的功

$$\text{元功：}\ \mathrm{d}A=\boldsymbol{M}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}\qquad\text{总功：}\ A=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\boldsymbol{M}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$$

注意：力矩对定轴转动刚体做的功在数值上恰好等于该力矩对应的力对刚体做的功，在实际问题中注意不要重复计算。

2、刚体做定轴转动的动能定理——作用于定轴转动刚体上的合外力矩对刚体做的功，等于刚体转动动能的增量，即

$$A_{\text{合外力矩}}=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\boldsymbol{M}_{\text{合外力}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}=\frac{1}{2}I\omega^2-\frac{1}{2}I\omega_0^2$$

3、功能原理——对于由多个质点和刚体组成的系统，作用于系统上所有外力或外力矩和非保守内力或非保守内力矩做的总功等于系统机械能的增量，即

$$A_{\text{外力（矩）}}+A_{\text{非保守内力（矩）}}=\left(E_k+E_p\right)-\left(E_{k0}+E_{p0}\right)$$

式中的动能 E_k 是系统内各质点的平动动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 和定轴转动刚体的转动动能 $\frac{1}{2}I\omega^2$ 的总和，刚体的重力势能可由其质心的位置来确定。

在一个过程中，如果所有外力或外力矩和非保守内力或非保守内力矩均不做功，或做的总功为零，则系统的机械能守恒，即

$$\text{若：}\ A_{\text{外力（矩）}}+A_{\text{非保守内力（矩）}}=0\text{，则：}\ E_k+E_p=\text{恒量}$$

（五）刚体的平面平行运动（大物 B 不考）

处理方法：将刚体的平面平行运动看成是刚体上任一参考点（称为基点）的平动 + 刚体绕基点的转动。

特点：基点可任意选取，基点的平动与基点的选择有关，但是刚体绕基点的转动与

基点的选择无关。

如果以刚体的质心为基点（常用处理方法），则质心的平动满足质心运动定律，即

$$F_{合外力} = ma_{\mathrm{C}}$$

刚体绕质心的转动满足转动定律，即

$$M_{合外力矩} = I_{\mathrm{C}}\alpha$$

刚体的总动能为

$$E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{C}}^2 + \frac{1}{2}I_{\mathrm{C}}\omega^2$$

当刚体在地面上做纯滚动时，刚体与地面的接触点就是转动瞬心，且有

$$a_{\mathrm{C}} = R\alpha \quad , \quad v_{\mathrm{C}} = R\omega$$

要求：熟练求解刚体的平面平行运动的相关问题，大物 A 的考试热点

（六）刚体的进动（大物 B 不考）

具有轴对称分布的回转体（陀螺）在绕自身轴转动时，在重力矩的作用下，转轴 绕竖直轴旋转的现象称为进动。进动角速度为

$$\omega_p = \frac{M}{I\omega\sin\theta}$$

要求：要求会利用角动量定理 $\boldsymbol{M}\mathrm{d}t = \mathrm{d}\boldsymbol{L}$ 分析进动的方向，大物 A 常考的考点

第 6、7 章 振动与波动

知识点归纳与总结

（一）、简谐振动的动力学特征

物体做简谐振动时，受到的合外力（或合外力矩）的大小与物体相对平衡位置的位移（或角位移）的大小成正比，方向相反。

证明物体做简谐振动并求振动周期的一般步骤（要求掌握）：

（1）找出物体的平衡位置和平衡条件，并以平衡位置为坐标原点，建立坐标系；

（2）当物体离开平衡位置的位移为 x（或角位移为 θ）时，对整个系统用隔离体法进行受力分析，画出受力分析图；

（3）用 $F = ma$ 及 $M = I\alpha$ 列动力学方程组；

（4）求解方程组，并证明物体的加速度（或角加速度）具有如下形式

$$a = -\omega^2 x \quad （或\ \alpha = -\omega^2\theta\ ） \quad 则证明完毕；$$

（5）振动周期：$T = 2\pi/\omega$。

（二）、简谐振动的振动表达式 相位和相位差（熟练掌握、重点内容一）

（1）振动表达式的基本形式：$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos(2\pi\nu t + \varphi)$

振动速度和加速度分别为：$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ ， $a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

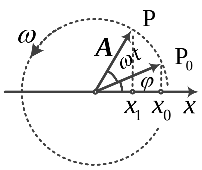
（2）振幅和振动初相位的求解方法——由初始振动状态（x_0、v_0）确定，即由

$$x_0 = A\cos\varphi \qquad v_0 = -A\omega\sin\varphi$$

可得：$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad \varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

特别注意：由于所有的反三角函数都是多值函数，故必须首先由 x_0、v_0 的正负来判断 φ 所在的象限，再来确定其数值。

（3）简谐振动的旋转矢量表示法：旋转矢量在逆时针旋转过程中，矢量端点 P 在 x 轴上的投影点的运动代表了一个简谐振动。



旋转矢量的优点：可将振动相位和相位变化在旋转矢量图中直

观地用角度表示出来。

（三）、简谐振动的能量

以光滑水平面上的弹簧振子为例，振子动能和系统的势能分别为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)\quad,\quad E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

振动系统的总机械能为

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)+\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}kA^2$$

这表明：简谐振动系统的机械能守恒，且振动系统的总能量与振幅的平方成正比。

（四）、简谐振动的合成

1. 两个同方向、同频率的简谐振动的合成（重点内容二）

设一个质点同时参与两个同方向、同频率的简谐振动

$$x_1=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)\qquad x_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$$

则该质点合运动仍然为简谐振动：$x_{合}=x_1+x_2=A_{合}\cos\left(\omega t+\varphi_{合}\right)$

$$A_{合}=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(\varphi_2-\varphi_1\right)}\qquad \tan\varphi_{合}=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$$

若相位差 $\varphi_2-\varphi_1=\pm2k\pi$，$k=0$，1，2，…，则 $A_{合}=A_1+A_2$，合振动振幅最大；

若相位差 $\varphi_2-\varphi_1=\pm(2k+1)\pi$，$k=0$，1，2，…，则 $A_{合}=\left|A_1-A_2\right|$，合振动振幅最小。

2. 两个同方向不同频率的简谐振动的合成　拍

若一个质点同时参与振动方向相同、振幅相等、但频率不同的两个简谐振动

$$x_1=A\cos\left(2\pi\nu_1t+\varphi\right)\qquad x_2=A\cos\left(2\pi\nu_2t+\varphi\right)$$

则质点合振动的表达式为

$$x=2A\cos\left[\pi\left(\nu_2-\nu_1\right)t\right]\cos\left[\pi\left(\nu_2+\nu_1\right)t+\varphi\right]$$

当 $\left|\nu_2-\nu_1\right|$ 远小于 ν_1 和 ν_2 时，由上式给出的合成运动可看成是频率为 $\frac{\nu_2+\nu_1}{2}$、振幅为 $\left|2A\cos\left[\pi\left(\nu_2-\nu_1\right)t\right]\right|$ 的振动。显然，这样的振动其振幅将随时间作缓慢地、周期性的变化，这样的现象称为拍现象。振幅强弱变化的频率称为拍频，其值为

$$\nu=|\nu_2-\nu_1|$$

3．两个相互垂直的同频率简谐振动的合成

设一个质点同时参与两个振动方向互相垂直、频率相同的简谐振动

$$x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \qquad y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$$

则质点合运动的轨迹方程为

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-2\frac{xy}{A_1A_2}\cos\left(\varphi_2-\varphi_1\right)=\sin^2\left(\varphi_2-\varphi_1\right)$$

一般情况下，质点的运动轨迹是一个椭圆，其形状由两个振动的相位差决定。

（五）、阻尼振动、受迫振动、共振（大物 B 不考）

1. 阻尼振动

由于阻力等因素引起能量耗散，使振幅随时间逐渐衰减的振动称为阻尼振动。阻尼振动的动力学微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+2\beta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2x=0$$

式中 β 称为阻尼系数。当阻尼较小，即 $\beta<\omega_0$ 时，上述方程的通解为

$$x=A_0\mathrm{e}^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)$$

式中 $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ ，称为阻尼振动的角频率。

注：如何求解阻尼振动的微分方程，乃数学问题，了解即可。

2. 受迫振动与共振

物体在周期性外力的作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性外力叫策动力。

要求：1、了解受迫振动的稳定后的频率特征——与外界周期性策动力的频率相同。

2、了解什么是共振，共振的频率条件和共振振幅，即：当

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$$

时，发生共振，该频率成为共振频率，共振振幅为

$$A_{\max}=\frac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$$

（六）、平面简谐波的传播特征

当平面简谐波在无限大、没有吸收的均匀介质中传播时，

（1）媒质中各点的振动频率相同、振幅相等、振动方向相同；

（2） 沿波的传播方向各点的振动相位依次落后，每隔一个波长的距离，相位落后 2π。当波从 A 点传播到 B 点时，A、B 两点的振动相位差为：$\varphi_A-\varphi_B=\frac{2\pi}{\lambda}\overline{AB}$

（七）、平面简谐波的波动表达式（波函数）（重点内容三，要求熟练掌握求解波函数的方法及波函数的物理意义。求解的关键就是如何求解 $x=0$ 处质点的振动初相位 φ_o）

1、波函数的常用形式

$$y(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t\mp\frac{x}{u}\right)+\varphi_o\right]=A\cos\left(\omega t\mp\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_o\right)$$

式中 $y(x,t)$ 表示波线上 x 处的质点在 t 时刻离开平衡位置的位移。若波沿 x 轴正方向传播，取“－”号；若波沿 x 轴负方向传播，取“＋”号。φ_o 是坐标原点（即 $x=0$）处质点的振动初相位。

若已知 $x=d$ 处质点的振动初相位 φ_d，则利用坐标平移可得波动表达式为

$$y(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t\mp\frac{x-d}{u}\right)+\varphi_d\right]=A\cos\left[\omega t\mp\frac{2\pi}{\lambda}(x-d)+\varphi_d\right]$$

2、波函数的物理意义

（1）当 x 给定时，波动表达式就表示了波线上 x 处质点的振动表达式，式中 $\left(\pm\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi_o\right)$ 就是该质点的振动初相位。对应的曲线就是波线上给定点的振动曲线，曲线上任意一点的斜率就是该质点的振动速度。

（2）当 t 给定时，波动表达式就表示了 t 时刻的波形函数，所画出的曲线 $y=y(x)$ 称为给定时刻的波形曲线。

注：要求能够利用给定时刻的波形图及波的传播方向判断波线上各点的运动方向。

（八）、简谐波的能量

1、简谐波的能量特征

波在传播时，各质元中的**动能和势能**（形变势能）**总是同步变化的**，在平衡位置处

同时达到最大值，在波峰和波谷处同时达到最小值，且任意时刻质元内的动能与势能总是相等的。

2、平面简谐波的平均能量密度和平均能流密度（波的强度）

波的平均能量密度：$\bar{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

波的平均能流密度（波的强度）：$I=\bar{w}u=\frac{1}{2}\rho u\omega^2 A^2$

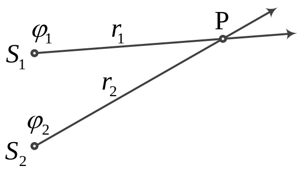
（九）、波的干涉（重点内容四）

1、波的相干条件

两个波源的振动频率相同、振动方向相同、振动相位差恒定不变。

3、干涉加强和干涉减弱的条件

如图所示，设有两个相干波源 S_1 和 S_2，它们的振动初相位分别为 φ_1 和 φ_2，到相遇点 P 的距离分别为 r_1 和 r_2，它们单独在 P 点产生的振幅分别为 A_1 和 A_2，则 P 点合振动的振幅为



波的干涉

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

式中 $\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$，是两列波在 P 点引起的两个振动的相位差。

当 $\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\pm 2k\pi$ 时，$A=A_{\max}=A_1+A_2$，干涉加强。

当 $\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=\pm(2k+1)\pi$ 时，$A=A_{\min}=|A_1-A_2|$，干涉减弱。

（十）、驻波 半波损失（重点内容五，也是难点）

1、驻波的形成

驻波是由两列振幅相同的相干波在同一直线上沿相反方向传播时相干叠加所产生的。驻波是干涉的特例。

2、驻波的特点

（1）波线上有位置固定的波腹和波节。相邻两个波节或相邻两波腹之间的距离都是波长的一半，即 $\lambda/2$。

（2）在相邻的两个波节之间，各质点的振动相位相同；在一个波节的两侧，各质点的振动相位相反。

（3）波线上没有波形与能量的传播。

从干涉的角度看，在波节处两列波满足相消干涉条件；在波腹处，满足相长干涉条件。

3、驻波方程

设两列相干波分别为

$$y_1(x,t)=A\cos\left(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_1\right)\quad,\quad y_2(x,t)=A\cos\left(\omega t+\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi_2\right)$$

由余弦函数的和差化积公式，可得合成的驻波方程为

$$y_{合}(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)=2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)\cos\left(\omega t+\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2}\right)$$

令 $\left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)\right|=0$ 或 1，可求得波节和波腹的位置。

4、半波损失

通常驻波由在同一条直线上传播的入射波和反射波相干叠加而成。

如果反射端是固定端（波节），则反射波与入射波在反射端引起的两个振动的相位差为 π，这表明反射波在反射时出现了相位突变。这种相位突变相当于反射波在反射时突然“多走了”半个波长的距离，故称为半波损失。

要求能够熟练地根据反射条件，由入射波的波函数求出反射波的波函数（最难的难点），并由此求出驻波方程和波腹、波节的位置。

（十一）、多普勒效应（大物 B 不考）

1、什么是多普勒效应——当波源或观察者相对于媒质运动时，观察者接收到的频率与波源的频率不同的现象称为多普勒效应。

2、三种情况

①若波源不动，观察者向着波源以速率 v_R 运动，则：$\nu_R=\frac{u+v_R}{u}\nu_S$

②若观测者不动，波源向着观察者以速率 v_S 运动，则：$\nu_R = \frac{u}{u - v_S}\nu_S$

③若波源和观察者相向运动，速率分别为 v_S 和 v_R，则：$\nu_R = \frac{u + v_R}{u - v_S}\nu_S$

要求能够根据波源和接收器的运动情况进行分析。

第 8、9 章 热学

知识点归纳与总结

（一）、理想气体的物态方程的三种常用形式

$$pV = \frac{m}{M}RT \qquad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad p = nkT$$

（二）、理想气体的压强公式和温度公式

$$p = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t} \qquad \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

（三）、自由度、能量均分定理、理想气体的内能公式

1、自由度——**决定一个物体的空间位置所需要的独立坐标数**，用符号 i 表示。

单原子分子 $i = t = 3$、刚性双原子分子 $i = t + r = 5$、刚性多原子分子 $i = t + r = 6$

2、理想气体处于热平衡时，分子的每个自由度上都具有相同的平均动能：$\frac{1}{2}kT$

3、平均平动动能：$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$

平均转动动能 $\overline{\varepsilon_r} = \frac{r}{2}kT$

刚性分子平均动能：$\bar{\varepsilon}_k = \bar{\varepsilon}_t + \bar{\varepsilon}_r = \frac{1}{2}(t + r)kT = \frac{i}{2}kT$

4、理想气体的内能：

$$E = N \cdot \frac{i}{2}kT = \nu N_{\mathrm{A}} \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$$

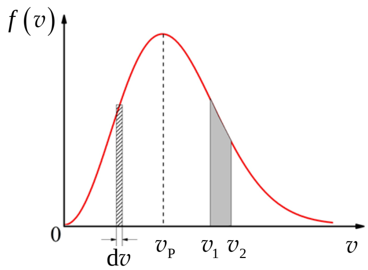
（四）、麦克斯韦气体分子速率分布律

1、速率分布函数：$f(v) = \frac{\mathrm{d}N}{N \cdot \mathrm{d}v}$

物理意义——**分子速率处于 v 附近单位速率间隔内的分子数占总分子数的比率**。

2、归一化条件：$\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1$

3、如何由 $f(v)$ 求平均速率和方均速率



$$\overline{v}=\frac{\int v\mathrm{d}N}{N}=\int_0^{\infty}v f(v)\mathrm{d}v$$

$$\overline{v^2}=\frac{\int v^2\mathrm{d}N}{N}=\int_0^{\infty}v^2 f(v)\mathrm{d}v$$

4、麦克斯韦速率分布律：要求认得公式，掌握曲线的形状和特点

5、真实气体分子的 3 种统计速率

$$v_{\mathrm{p}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}\qquad \overline{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}\qquad \sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

（五）、玻尔兹曼能量分布律（大物 B 不考）

1、分子按势能的分布规律

$$n=n_0\mathrm{e}^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}$$

n_0 表示在势能 ε_p 为零的地方，单位体积内具有各种速度的分子总数

2、重力场中分子按高度（重力势能）的分布规律

在高度为 z 的地方，分子数密度为 n，分子的重力势能为 $\varepsilon_p=mgz$，有

$$n=n_0\mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$$

3、重力场中的等温气压公式：利用 $p=nkT$，忽略气体温度随高度的变化，以及重力加速度随高度的变化，有

$$p=p_0\mathrm{e}^{-\frac{mg}{kT}z}$$

（六）、分子的平均碰撞频率和平均自由程（大物 B 不考）

$$\overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{Z}}\qquad \overline{Z}=\sqrt{2}\pi d^2 n\overline{v}\qquad \overline{\lambda}=\frac{\overline{v}}{\overline{Z}}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

（七）、热力学第一定律及其应用

$$Q=A+\left(E_2-E_1\right)=A+\Delta E$$

$$\mathrm{d}Q=\mathrm{d}A+\mathrm{d}E$$

系统对外做功： $\mathrm{d}A = p\mathrm{d}V$　　$A = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V$（$P$–$V$ 图上过程曲线下的面积）

$$A_V = 0$$

$$A_P = P\left(V_2 - V_1\right) = \frac{m}{M} R\left(T_2 - T_1\right)$$

$$A_T = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$A_Q = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} = -\Delta E = -\frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1\right)$$

吸收的热量： $Q_V = \frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1\right) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R\left(T_2 - T_1\right)$

$$Q_P = \frac{m}{M} C_P \left(T_2 - T_1\right) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i+2}{2} R\left(T_2 - T_1\right)$$

$$Q_T = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

内能增量： $\mathrm{d}E = \frac{m}{M}\frac{i}{2} R\mathrm{d}T = \frac{m}{M} C_V \mathrm{d}T$　——与过程无关

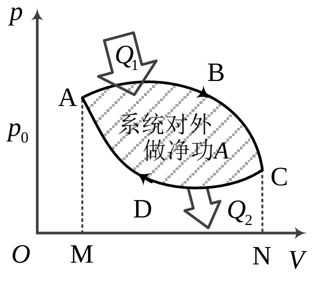
绝热过程方程：　$pV^{\gamma} =$ 常数 ，$TV^{\gamma-1} =$ 常数 ，$p^{\gamma-1}T^{-\gamma} =$ 常数

（七）循环过程　热机及其效率　制冷机及制冷系数

1、循环特点：$\Delta E = 0$

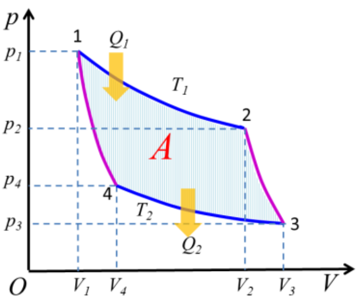
$$Q_1 - Q_2 = A \qquad 或 \qquad Q_1 = Q_2 + A$$

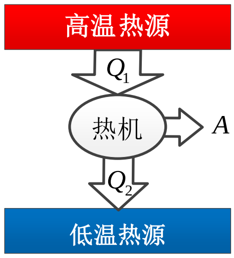
2、正循环　热机效率：$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$



3、卡诺循环 卡诺热机：由两个等温过程和绝热过程构成的循环过程

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$



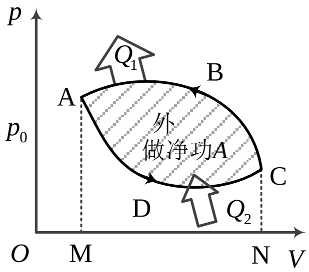


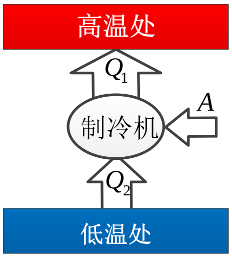
4、逆循环 制冷机的制冷系数

$$w = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

卡诺制冷机

$$w = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$





（八）热力学第二定律及其统计意义（一般不会出计算题）

（1）第二定律的两种表述

克劳修斯表述——不可能把热量从低温物体传到高温物体而不引起其他变化

开尔文表述——不可能从单一热源吸收热量，使之完全变为有用功而不产生其他影响。

（2）**热力学过程的不可逆性**

（3）**热力学第二定律的统计意义**：在一个孤立系统（不受外界影响的系统）内，发生的一切实际过程总是由出现概率小（包含微观态数目少，或热力学概率小）的宏观态向出现概率大（包含微观态数目多，或热力学概率大）的宏观态进行的。

（4）卡诺定理——在相同的高温热源T_1和相同的低温热源T_2之间工作的一切热机的效率

$$\eta \le 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad （可逆 \quad \eta_{可逆} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad ，不可逆 \quad \eta_{不可逆} < 1 - \frac{T_2}{T_1}）$$

（九）熵　熵增加原理

（1）熵与热力学概率　　$S = k \ln \Omega$

（2）熵的统计意义：熵是系统内粒子运动无序性（即混乱程度）的量度。

（3）熵增加原理：　在孤立系统内部发生的一切宏观过程中，系统的熵总是增加的。可逆过程熵不变，不可逆过程熵增加。

（4）熵变的计算：（大物 B 不考）

从宏观的角度来看，熵和内能一样，是系统状态的单值函数。即系统在某个状态的熵的数值只与系统的状态有关。

熵的变化只与系统的始末状态有关，与系统经历的具体过程无关。如系统经历一个可逆过程从状态 A 变化到状态 B，则状态 A、B 之间熵的增量为

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

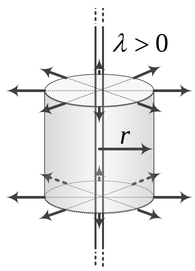
第 10、11 章　静电场、导体、电介质

知识点归纳与总结

这两章中，除了电介质极化的微观机制之外，所有其他内容都属于理解和掌握的内容。

（一）、用叠加原理求真空中的场强分布和电势分布

基本公式：$\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^{\mathrm{o}}$　　　$V = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$



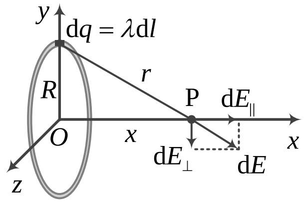
注意：场强是矢量叠加，　　　　电势是标量叠加

常用公式（结论）（需记忆，可直接套用）

（1）无限长均匀带电直线外的场强分布：$\boldsymbol{E} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\boldsymbol{r}_0$

（2）均匀带电圆环轴线上的场强和电势分布

$$\boldsymbol{E} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}\boldsymbol{i} \quad , \quad V_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$



（3）无限大均匀带电平面外的场强分布：$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

（4）半径为R、总电量为Q的均匀带电球面的场强和电势分布

$$\boldsymbol{E}=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}_0 & r>R\\ 0 & r<R\end{cases}\qquad V=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r>R\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} & r\le R\end{cases}$$

要求：熟练掌握、灵活应用

（二）、用高斯定理求场强分布

$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum q_0$ ——真空、介质都适用

$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q$ ——只能求真空中的场强分布

适用条件：球对称、无限长的轴对称、无限大的面对称、导体表面

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\begin{cases}4\pi r^2\cdot D=\sum q_0 & \text{球对称}\\ 2\pi rh\cdot D=\sum q_0 & \text{轴对称}\\ 2\Delta S\cdot D=\sum q_0 & \text{面对称}\\ \Delta S\cdot D=\sum q_0 & \text{导体表面}\end{cases}$$

再由 $\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}=\varepsilon\boldsymbol{E}$ ，求电场分布：$E=\dfrac{D}{\varepsilon}=\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$

$$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\boldsymbol{E}=\varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}$$

$$\sigma'=\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{e}_n=P\cos\theta$$

再由 $V_a=\int_a^{P(0)}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 或 $U_{AB}=\int_A^B\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ ，求电势分布或电势差

要求：熟练掌握、灵活应用

注意：要严格区分ε和ε_r， $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$

（三）、电场与电势的微分关系

$$\boldsymbol{E}=E_x\boldsymbol{i}+E_y\boldsymbol{j}+E_z\boldsymbol{k}=-\left(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$$

（四）、静电场中导体

1．导体的静电平衡：当导体上所有的自由电荷只有热运动、没有定向运动时导体所

处的状态称为导体的静电平衡状态。

2．导体静电平衡的条件：①导体内部场强出处为零；②导体表面的常常处处与导体表面垂直。

3．导体静电平衡时的性质：导体内部是等势体、导体表面是等势面。

4．静电平衡时导体上的电荷分布

（1）实心导体——导体内部处处没有净电荷，电荷（包括感应电荷）只能分布在导体的表面上；

（2）空腔导体，腔内无电荷时——导体内部、及空腔内表面处处没有净电荷，电荷只能分布在空腔的外表面上；

（3）空腔导体，腔内有电荷时——若空腔导体自身带电荷 Q，腔内有电量 q 为的带电体，则静电平衡时，空腔内表面上出现感应电荷 $-q$，外表面上的净电荷为 $Q+q$。如图 11.1 所示。

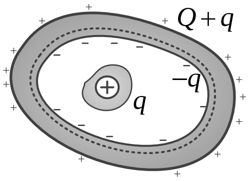


图 11.1 空腔导体上的电荷分布

5．静电平衡时导体表面的电场强度： $\boldsymbol{E}_{表面}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\boldsymbol{n}$

要求：熟练掌握、灵活应用

（五）、电容和电容器

1．电容器的电容 $C=\dfrac{Q}{U}$　　平行板电容器的电容：$C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$

求电容器的电容的基本步骤：

（1）假设两极板上分别带电：$\pm Q$

（2）用高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{S}=\sum q_0$，求 D 的分布，然后用 $E=\dfrac{D}{\varepsilon}$ 求 E 分布

（3）用 $U=\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r}$ 求两极板之间的电势差

（4）用 $C=\dfrac{Q}{U}$ 求电容

2．电容器的串并联公式

（1）串联：$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots+\frac{1}{C_n}$

（2）并联：$C=C_1+C_2+\ldots+C_n$

要求：熟练掌握估算电容器电容的基本方法，并会根据电容器中介质的击穿场强计算电容器的最大耐压值，极板上可带的最大电荷量。

（六）、电场能量

1. 电容器的储能公式 $W_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU$

2. 电场的能量密度公式 $w_e=\frac{1}{2}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$

3. 给定体积中电场的总能量为

$$W_e=\int_V w_e \mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}\mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

要求：熟练掌握电容器充电后储存的能量以及给定电场空间中的电场能量