

Consider $F = \{ AB \rightarrow CD, A \rightarrow BE, BH \rightarrow DK, H \rightarrow BC \}$

Prove by Armstrong: $F \models AH \rightarrow CK$

$AH \rightarrow C$

$\square, \forall \square, I = (f.r)$

$AH \rightarrow K$

$AH \rightarrow C$: $H \rightarrow BC \stackrel{f.r}{\models} H \rightarrow C$

$\stackrel{f.r}{\models} AH \rightarrow AC \stackrel{f.r}{\models} AH \rightarrow C \quad (1)$

$AH \rightarrow K$ $\left. \begin{array}{l} A \rightarrow BE \stackrel{f.r}{\models} A \rightarrow B \\ BH \rightarrow DK \stackrel{f.r}{\models} BH \rightarrow K \end{array} \right\} \stackrel{h.s.r}{\models}$

$AH \rightarrow K \quad (2) \mid (1) \wedge (2) \stackrel{h}{\models} AH \rightarrow CK \quad \blacksquare$