

Mô hình toán tối ưu và ứng dụng

Nguyễn Văn Huy

UTC

Ngày 19 tháng 3 năm 2024

Outline

- 1 Giới thiệu
- 2 Một số bài toán
 - Assignment problem
 - Bài toán Knapsack
- 3 Cài đặt thực nghiệm trên solver

Tại sao phải mô hình?

- Đặc tả bài toán bằng lời.
- Đặc tả bằng mô hình

- Biến quyết định(Decision variable)
- Hàm mục tiêu(Objective function)

$$\sum_{i=1}^n C_i X_i \longrightarrow \text{Max}(\text{Min}) \quad (1)$$

- Các ràng buộc(Constraints)

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} X_i \leq b_j \quad (2)$$

Các bước xây dựng mô hình

- ➊ Khảo sát vấn đề thực tế.
- ➋ Phát biểu các ràng buộc và hàm mục tiêu.
- ➌ Lựa chọn xác định các biến quyết định, sau đó xây dựng ràng buộc và hàm mục tiêu.
- ➍ Thu thập số liệu.
- ➎ Cài đặt mô hình toán trên các solver.
- ➏ Đánh giá, kiểm tra kết quả dữ liệu chạy trên solver có phù hợp với thực tế hay không.

Ví dụ minh họa

Một nhà máy sản xuất hai loại sản phẩm (I) và (II) từ hai loại nguyên liệu A và B. Biết rằng mỗi sản phẩm loại I cần 4 đơn vị nguyên liệu A và 2 đơn vị nguyên liệu B; mỗi sản phẩm loại (II) cần 2 đơn vị nguyên liệu A và 4 đơn vị nguyên liệu B. Khi bán một sản phẩm loại I lãi 8 đơn vị tiền, khi bán 1 sản phẩm loại (II) lãi 6 đơn vị tiền. Hãy lập kế hoạch sản xuất sao cho thu lãi nhiều nhất với số dự trữ nguyên liệu có hạn: 60 đơn vị nguyên liệu A và 48 đơn vị nguyên liệu B.

- Biến quyết định x_1, x_2 là tổng số sản phẩm loại (I),(II).
- Hàm mục tiêu

$$f(x_1, x_2) = 8x_1 + 6x_2 \longrightarrow \max \quad (3)$$

- Ràng buộc


$$4x_1 + 2x_2 \leq 60 \quad (4)$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 48 \quad (5)$$

Assignment problem

Có n kỹ sư và n công việc. Mỗi kỹ sư làm mỗi công việc sẽ được trả công lao động khác nhau. Bài toán yêu cầu thuê mỗi công nhân thực thi một công việc sao cho tổng tiền công phải trả là thấp nhất

Kỹ sư	Dự án		
	An Cư	An Điền	An Hòa
An	11	14	6
Dư	8	10	11
Kỳ	9	12	7



Kỹ sư	Dự án		
	An Cư	An Điền	An Hòa
An			6
Dư		10	
Kỳ	9		

- Biến quyết định

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{Nếu công nhân } i \text{ thực hiện công việc } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Tham số: C_{ij} tiền công phải trả cho công nhân i để làm công việc thứ j
- Hàm mục tiêu

$$f(x_{i,j}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{i,j} \times x_{ij} \longrightarrow \min \quad (7)$$

- Mỗi công nhân chỉ thực hiện một việc

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1, \forall i \quad (8)$$

- Mỗi công việc chỉ giao cho một công nhân.

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1, \forall j \quad (9)$$

- Biến nhị phân

$$x_{i,j} \in 0, 1 \quad (10)$$

Bài toán Knapsack

Có n đồ vật, mỗi đồ vật có giá trị v_i , trọng lượng w_i . Một người có khả năng mang được trọng lượng W , hãy lựa chọn các đồ vật sao cho tổng trọng lượng các đồ vật nhỏ hơn W và tổng giá trị các đồ vật lớn nhất có thể.

Math Model

- Biến quyết định

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{Chọn đồ vật } i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Tham số: v_i giá trị đồ vật thứ i , w_i trọng lượng đồ vật thứ i
- Ràng buộc

$$\sum_{i=1}^n w_i \times x_i \leq W \quad (11)$$

- Hàm mục tiêu

$$f(x_{i,j}) = \sum_{i=1}^n v_i \times x_i \longrightarrow \max \quad (12)$$

Bài toán vận chuyển

Lập phương án vận chuyển xăng từ 4 kho xăng đến 5 trạm tiêu thụ với chi phí vận chuyển, lượng xăng dự trữ tại mỗi kho và nhu cầu tiêu thụ xăng tại mỗi trạm được cho như bảng dưới đây sao cho **tổng chi phí vận chuyển là nhỏ nhất**.

		Chi phí vận chuyển					dự trữ
		Tram1	Tram2	Tram3	Tram4	Tram5	
	kho1	30	27	26	9	23	4
	kho2	13	4	22	3	1	6
	kho3	3	1	5	4	24	10
	kho4	16	30	17	10	16	10
Nhu cầu tiêu thụ		7	7	7	7	2	

Kho 1 chuyển hết thì chuyển kho khác --> tính chi phí --> tìm chi phí min
Greedy: trạm nào có nhu cầu nhiều nhất, kho nào có chi phí thấp nhất.

Demo