**TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIAO THÔNG VẬN TẢI THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**
**KHOA CƠ BẢN – BỘ MÔN TOÁN**


# BÀI GIẢNG GIẢI TÍCH 1

## CHƯƠNG I. GIỚI HẠN VÀ SỰ LIÊN TỤC CỦA HÀM MỘT BIẾN

## §2. Vô cùng bé và vô cùng lớn

*ThS. Đinh Tiến Dũng*

# NỘI DUNG CHÍNH

- *Khái niệm vô cùng bé và vô cùng lớn và ứng dụng.*
- *Các tính chất của VCB, VCL*
- *Cách khử giới hạn các dạng vô định.*

# §3. Vô cùng bé và vô cùng lớn

## 1. Vô cùng bé và vô cùng lớn

### 1.1 Định nghĩa về vô cùng bé (VCB) và vô cùng lớn (VCL):

*Cho hàm số $f(x)$ xác định trong một lân cận của điểm $x_0$, có thể trừ tại $x_0$. Ta gọi:*

- *$f(x)$ là một VCB khi $x \to x_0$ nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$.*
- *$f(x)$ là một VCL khi $x \to x_0$ nếu $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = \infty$.*

❖ **Ví dụ.**

- $x^2, \sin(3x), e^x - 1$ là các vô cùng bé khi $x \to 0$.
- $\frac{1}{x-2}$ là các VCL khi $x \to 2$.
- $3x^2 - 2x + 1$ là VCL khi $x \to \infty$.

❖ **Chú ý:** *Nếu $f(x)$ là một VCB khi $x \to x_0$ thì $\frac{1}{f(x)}$ là một VCL khi $x \to x_0$ và ngược lại.*

## 1.2 So sánh hai vô cùng bé

**Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai VCB khi $x \to x_0$. Muốn so sánh $f(x)$ và $g(x)$ ta xét:**

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = k$$

- **$k \neq 0, k \neq \pm\infty$: $f(x)$ và $g(x)$ đồng bậc.**
- **$k = 1$: $f(x)$ và $g(x)$ là tương đương**
  **Kí hiệu $f(x) \sim g(x), x \to x_0$.**
- **$k = 0$: $f(x)$ là VCB bậc cao hơn $g(x)$**
  **ký hiệu $f(x) = o\big(g(x)\big), x \to x_0$.**

**VD:**

- $f(x) = 3x^2 + x^3$ và $g(x) = x^2$ là hai VCB đồng bậc khi $x \to 0$ vì: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^2 + x^3}{x^2} = \lim\limits_{x \to 0} (3 + x) = 3$.
- $f(x) = \sin x$ và $g(x) = x$ là hai VCB tương đương khi $x \to 0$ vì: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
- $f(x) = x^3$ là VCB bậc cao hơn VCB $g(x) = 5x$ khi $x \to 0$ vì: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3}{5x} = \frac{1}{5} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0$.

## 1.3 So sánh hai vô cùng lớn

*Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai VCL khi $x \to x_0$. Muốn so sánh $f(x)$ và $g(x)$ ta xét:*

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = k$$

- $k \neq 0, k \neq \pm\infty$: $f(x)$ và $g(x)$ đồng bậc.
- $k = 1$: $f(x)$ và $g(x)$ là tương đương
  Kí hiệu $f(x) \sim g(x), x \to x_0$.
- $k = \pm\infty$ : $f(x)$ là VCL bậc cao hơn $g(x)$
  ký hiệu $f(x) \gg g(x), x \to x_0$.

**VD:**

- Xét hàm $f(x) = 3x^2 + x$ và $g(x) = x^2$ khi $x \to \infty$, ta thấy:
  $$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+x}{x^2} = \lim_{x\to\infty}\left(3+\frac{1}{x}\right) = 3.$$
  Vậy f(x) và g(x) là hai VCL đồng bậc khi $x \to \infty$.
- Xét hàm $f(x) = 3x^2 + x$ và $g(x) = 3x^2$ khi $x \to -\infty$:
  $$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2+x}{3x^2} = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{3x}\right) = 1 \Rightarrow f(x) \sim g(x), x \to -\infty.$$
- Xét hàm $f(x) = x^3$ và $g(x) = 2x^2 + 3$ khi $x \to \infty$, ta thấy:
  $$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{2x^2+3} = \lim_{x\to\infty}\frac{x}{2+\frac{3}{x^2}} = \infty \Rightarrow f(x) \gg g(x), x \to \infty.$$

## 1.4 Các VCB tương đương thường dùng

❖ **Định lý 10.** *(Bảng công thức VCB tương đương)*

| | |
|---|---|
| 1) $\sin x \sim x, x \to 0$ | 6) $e^x - 1 \sim x, x \to 0$ |
| 2) $\arcsin x \sim x, x \to 0$ | 7) $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x, x \to 0$ |
| 3) $\tan x, x \to 0$ | 8) $\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \frac{1}{n}x, x \to 0$ |
| 4) $\arctan x \sim x, x \to 0$ | 9) $a^x - 1 \sim x\ln a, x \to 0$ |
| 5) $1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}, x \to 0$ | 10) $\ln(1+x) \sim x, x \to 0$ |

❖ **Hệ quả:** *Giả sử $u(x) \to 0$ khi $x \to x_0$. Khi đó:*

| | |
|---|---|
| 1) $\sin u(x) \sim u(x),\ x \to x_0$ | 6) $e^{u(x)} - 1 \sim u(x),\ x \to x_0$ |
| 2) $\arcsin u(x) \sim u(x),\ x \to x_0$ | 7) $(1+u(x))^\alpha - 1 \sim \alpha.u(x),\ x \to x_0$ |
| 3) $\tan u(x) \sim u(x),\ x \to x_0$ | 8) $\sqrt[n]{1+u(x)} - 1 \sim \frac{1}{n}u(x), x \to x_0$ |
| 4) $\arctan u(x) \sim u(x),\ x \to x_0$ | 9) $a^{u(x)} - 1 \sim u(x)\ln a, x \to x_0$ |
| 5) $1 - \cos u(x) \sim \frac{u^2(x)}{2},\ x \to x_0$ | 10) $\ln(1+u(x)) \sim u(x), x \to x_0$ |

## *1.5 Tính chất của VCB-VCL*

❖ **Định lý 11.** Cho các VCB (VCL): $f(x), \bar{f}(x), g(x), \bar{g}(x)$ khi $x \to x_0$. Giả sử $f(x) \sim \bar{f}(x)$ và $g(x) \sim \bar{g}(x)$. Khi đó:

a) $f(x) \cdot g(x) \sim \bar{f}(x) \cdot \bar{g}(x)$, khi $x \to x_0$;

*b)* $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{\bar{f}(x)}{\bar{g}(x)}$.

❖ ***Hệ quả:*** ***Quy tắc thay thế VCB-VCL tương đương khi tính giới hạn dạng tích thương:***

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x).h(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{\bar{f}(x).\,\bar{h}(x)}{\bar{g}(x)}$$

(Với $f(x) \sim \bar{f}(x)$ ; $g(x) \sim \bar{g}(x), h(x) \sim \bar{h}(x), x \to x_0$ )

**VD.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x.\sin x}{\tan^2 x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x.\sin x}{(\tan x)^2} \overset{VCB}{=} \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x.x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3}{1} = 3.$

❖ ***Chú ý:*** Muốn dùng VCB-VCL tính giới hạn dạng $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)\pm g(x)}{h(x)}$ ta thường biến tổng $f(x)\pm g(x)$ thành tích hoặc tách "lim tổng" thành "tổng các lim" nếu các lim sau khi tách đều hữu hạn.

Giả sử kết quả $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\overline{f}(x)}{\overline{h}(x)}$ và $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\overline{g}(x)}{\overline{h}(x)}$ cùng hữu hạn thì:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)\pm g(x)}{h(x)} = \lim_{x\to x_0}\left[\frac{f(x)}{h(x)}\pm\frac{g(x)}{h(x)}\right] = \lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{h(x)}\pm\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{h(x)}$$

$$= \lim_{x\to x_0}\frac{\overline{f}(x)}{\overline{h}(x)}\pm\lim_{x\to x_0}\frac{\overline{g}(x)}{\overline{h}(x)}.$$

# BÀI TẬP THẢO LUẬN

**Lời giải nào đúng, lời giải nào sai? Hãy giải lại.**

**Lời giải 1:**

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x-\tan x}{x^2}\overset{\text{VCB}}{=}\lim_{x\to 0^+}\frac{x-x}{x^2}=\lim_{x\to 0^+}\frac{0}{x^2}=\lim_{x\to 0^+}0=0.$$

**Lời giải 2:**

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{sinx-tanx}{x^2}=\lim_{x\to 0^+}\frac{sinx}{x^2}-\lim_{x\to 0^+}\frac{tanx}{x^2}$$

$$\overset{VCB}{=}\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x^2}-\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}-\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=\infty-\infty=0.$$

# ĐÁP ÁN

❖ ***Định lý 12.*** *(Ngắt bỏ vô cùng bé bậc cao)*

Giả sử $g(x)$ là VCB cấp cao hơn VCB $f(x)$ khi $x \to x_0$. Khi đó: $f(x) \pm g(x) \sim f(x), x \to x_0$ do đó:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x) \pm g(x)}{h(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{h(x)}$$

## ❖ Tổng quát: Quy tắc ngắt bỏ VCB bậc cao khi tính giới hạn

$$\lim_{x\to x_0} \frac{\mathrm{VCB}_1 + \mathrm{VCB}_2 + \cdots + \mathrm{VCB}_n}{\mathrm{VCB}_{n+1} + \mathrm{VCB}_{n+2} + \cdots + \mathrm{VCB}_{n+m}} = \lim_{x\to x_0} \frac{\text{VCB } \textbf{bậc thấp nhất} \text{ của tử thức}}{\text{VCB } \textbf{bậc thấp nhất} \text{ của mẫu thức}}$$

**Ví dụ.** $\lim_{x\to 0^+} \frac{2x^2 + 3x\sqrt{x}}{x^3 - 5sinx} \overset{VCB}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{3x\sqrt{x}}{-5sinx} = \lim_{x\to 0^+} \frac{3x\sqrt{x}}{-5x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{3\sqrt{x}}{-5} = 0.$

(Do $\sin x \sim x, x \to 0^+$)

## ❖ ***Định lý 13.*** *(Ngắt bỏ vô cùng lớn bậc thấp)*

Giả sử $g(x)$ là VCL bậc thấp hơn VCL $f(x)$ khi $x \to x_0$. Khi đó: $f(x) \pm g(x) \sim f(x), x \to x_0$ do đó:

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x) \pm g(x)}{h(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{h(x)}$$

❖ **Tổng quát:** Quy tắc ngắt bỏ VCL bậc thấp

$$\lim_{x\to x_0} \frac{\mathrm{VCL}_1 + \mathrm{VCL}_2 + \cdots + \mathrm{VCL}_n + \text{Hàm bị chặn} + C_1}{\mathrm{VCL}_{n+1} + \mathrm{VCL}_{n+2} + \cdots + \mathrm{VCL}_{n+m} + \text{Hàm bị chặn} + C_2} = \lim_{x\to x_0} \frac{\text{VCL } \textbf{bậc cao nhất} \text{ của } \textit{tử}}{\text{VCL } \textbf{bậc cao nhất} \text{ của mẫu}}$$

**Ví dụ.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3 + 4x^2 - sinx + 4}{3x^3 - cos(x^2) + 5x - 1} \overset{VCL}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3}{3x^3} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3}$.

## 2. Các ví dụ về khử giới hạn vô định

*Khi tính* $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x) \pm g(x)]$ , $\lim\limits_{x \to x_0} f(x).g(x)$ , $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ , $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)^{g(x)}$ *chúng ta thường quy về việc tính* $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ *và* $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$. *Có 7 dạng sau đây không thể áp dụng trực tiếp các tính chất và quy tắc tính giới hạn:* $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty , \infty.0 , 1^{\infty}, \infty^0, 0^0$ *ta gọi đó là các dạng vô định. Việc biến đổi bài toán giới hạn làm mất đi dạng vô định, ta gọi là khử dạng vô định.*

### a) Khử dạng vô định phân thức $\frac{0}{0}$

**VD1. Tính giới hạn bằng** $A = \lim\limits_{x \to 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{x^2 - 9}$ **(Dạng** $\frac{0}{0}$**)**

**Giải.**

$$A = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x^2+2)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \to 3} \frac{x^2+2}{x+3} = \frac{11}{6}.$$ *(Phương pháp đại số)*

**VD2. Tính giới hạn** $B = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{\sqrt{x^2+3x} - 2}$ **(Dạng** $\frac{0}{0}$**)**

**Giải.**

$$B = \lim_{x \to 1} \frac{(x^3 - 3x^2 + 2x).(\sqrt{x^2+3x} + 2)}{(\sqrt{x^2+3x} - 2).(\sqrt{x^2+3x} + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x^3 - 3x^2 + 2x).(\sqrt{x^2+3x} + 2)}{x^2 + 3x - 4}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x).(\sqrt{x^2+3x} + 2)}{(x-1)(x+4)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x^2 - 2x).(\sqrt{x^2+3x} + 2)}{(x+4)} = -\frac{4}{5}.$$

*(Phương pháp đại số)*

**VD3. Tính giới hạn sau:** $I = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{7+x^2} - 2\sqrt[5]{2-x^3}}{x-1}$. (Dạng $\frac{0}{0}$)

$$I = \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt[3]{7+x^2}-2\right)-\left(2\sqrt[5]{2-x^3}-2\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^2}-2}{x-1} - \lim_{x\to 1} \frac{2\sqrt[5]{2-x^3}-2}{x-1}$$

- $\sqrt[3]{7+x^2} - 2 = \sqrt[3]{8+(x^2-1)} - 2 = \sqrt[3]{8\left(1+\frac{x^2-1}{8}\right)} - 2 = 2\sqrt[3]{1+\frac{x^2-1}{8}} - 2$

$$= 2\left[\sqrt[3]{\left(1+\frac{x^2-1}{8}\right)} - 1\right] \sim 2\left(\frac{1}{3}.\frac{x^2-1}{8}\right) = \frac{(x-1)(x+1)}{12}, \ x \to 1$$

- $2\sqrt[5]{2-x^3} - 2 = 2\sqrt[5]{1+(1-x^3)} - 2 = 2\left[\sqrt[5]{1+(1-x^3)} - 1\right]$

$$\sim 2\left[\frac{1}{5}\left(1-x^3\right)\right] = \frac{2}{5}(1-x)\left(1+x+x^2\right), x \to 1$$

Vậy $I = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{(x-1)(x+1)}{12}}{x-1} - \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\frac{2}{5}(1-x)\left(1+x+x^2\right)}{x-1}$

$$= \frac{1}{12}\lim_{x\to 1}(x+1) + \frac{2}{5}\lim_{x\to 1}\left(1+x+x^2\right) = \frac{1}{6} + \frac{6}{5} = \frac{41}{30}.$$ *(P. pháp giải tích)*

**VD4. Tính các giới hạn:**

**a)** $A = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ **b)** $B = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2+\sin^3 x}$ **c)** $C = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{\ln(1+x\tan x)}$

**Giải**

a) Ta có: $1-\cos x \sim \frac{x^2}{2}, x\to 0$; $\sin x \sim x, x\to 0$ nên:

$$A = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x} \overset{VCB}{=} \lim_{x\to 0} \frac{x^2/2}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

b) Ta có: $\ln(1+x^2) \sim x^2, khi\ x\to 0$; $\sin^3 x \sim x^3, khi\ x\to 0.$

$x^2+\sin^3 x \sim x^2; khi\ x\to 0$ *(Ngắt bỏ VCB bậc cao)*

Do đó $B = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} 1 = 1.$

c) Ta có: $\ln(\cos x) = \ln(1+\cos x - 1) \sim \cos x - 1 \sim \frac{-x^2}{2}, khi\ x\to 0.$

$\ln(1+x\tan x) \sim x\tan x \sim x^2, khi\ x\to 0.$

Do đó $C = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{-x^2}{2}}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{-1}{2}\right) = -\frac{1}{2}.$

*(Phương pháp giải tích)*

## b) Khử dạng vô định phân thức $\frac{\infty}{\infty}$

**VD.** Tính giới hạn $I = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^2+4x-1}{3x^2+x-5}$. (Dạng $\frac{\infty}{\infty}$)

**Giải.**

**Cách 1:** $I = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2\left(2+\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(3+\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2+\frac{4}{x}-\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}}$

$= \dfrac{2+0-0}{3+0-0} = \dfrac{2}{3}$. *(Phương pháp đại số)*

**Cách 2:** $I = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2+4x-1}{3x^2+x-5} \overset{VCL}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2}{3x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3}$.

*(Phương pháp giải tích)*

**c) Khử dạng vô định $\infty - \infty$**

**VD.** **Tính giới hạn** $J = \lim_{x \to \infty} \left(x - 2 - \sqrt{x^2 - x}\right)$ **(Dạng $\infty - \infty$)**

**Giải.**

$$J = \lim_{x \to \infty} \frac{\left(x - 2 - \sqrt{x^2 - x}\right)\left(x - 2 + \sqrt{x^2 - x}\right)}{x - 2 + \sqrt{x^2 - x}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{(x-2)^2 - (x^2 - x)}{x - 2 + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{-3x + 4}{x - 2 + \sqrt{x^2 - x}}$$

$$\overset{VCL}{=} \lim_{x \to \infty} \frac{-3x}{x + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{-3x}{x + x} = \lim_{x \to \infty} \frac{-3x}{2x} = \lim_{x \to \infty} \frac{-3}{2} = \frac{-3}{2}.$$

## d) Khử dạng vô định 0.∞

Muốn khử dạng vô định **0.∞** ta đưa về dạng $\frac{0}{0}$ hoặc $\frac{\infty}{\infty}$ bằng một trong các biến đổi hình thức sau:

$$0.\infty = \frac{0}{\left(\frac{1}{\infty}\right)} = \frac{0}{0} \text{ hoặc } 0.\infty = \frac{\infty}{\left(\frac{1}{0}\right)} = \frac{\infty}{\infty}$$

**VD. Tính giới hạn** $K = \lim\limits_{x\to 0^+}(x.\cot x)$. (Dạng 0.∞)

$$K = \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\left(\frac{1}{\cot x}\right)} \qquad \left(\text{Dạng } \frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\tan x} \overset{VCB}{=} \lim_{x\to 0^+}\frac{x}{x} = \lim_{x\to 0^+} 1 = 1.$$

## e) Khử dạng vô định mũ $1^{\infty}$

**Ví dụ:** $A=\lim_{x\to 2}(5-x^2)^{\frac{x+3}{x-2}}$ (Dạng $1^{\infty}$) ADCT: $\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}=e$

$$A=\lim_{x\to 2}[1+(4-x^2)]^{\frac{4-x^2}{4-x^2}\cdot\frac{(x+3)}{x-2}}=\lim_{x\to 2}\left(\{[1+(4-x^2)]^{\frac{1}{4-x^2}}\}^{\frac{(4-x^2)(x+3)}{x-2}}\right)$$

$$=\{\lim_{x\to 2}[1+(4-x^2)]^{\frac{1}{4-x^2}}\}^{\lim_{x\to 2}\frac{(4-x^2)(x+3)}{x-2}}$$

Đặt $t=4-x^2$, khi $x\to 2$ thì $t\to 0$ nên:

$$\lim_{x\to 2}[1+(4-x^2)]^{\frac{1}{4-x^2}}=\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}=e$$

Mặt khác $\lim_{x\to 2}\frac{(4-x^2)(x+3)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)(2+x)(x+3)}{x-2}=\lim_{x\to 2}[-(2+x)(x+3)]=-20$

Vậy $A=e^{-20}$.

- ***Chú ý***: *Cách chung để khử các dạng vô định mũ $1^{\infty},\infty^0,0^0$ ta sẽ sẽ được hoàn chỉnh khi có quy tắc L'Hôpital và tính liên tục.*

# BÀI TẬP NHÓM

**Tính các giới hạn:**

$$A = \lim_{x \to +\infty}\left[x \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right];\quad B = \lim_{x \to +\infty}\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{\frac{x^2+1}{x-1}}.$$

# ĐÁP ÁN

# BÀI TẬP NHÓM

Tính các giới hạn:

$$A = \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} \qquad B = \lim_{x \to 0} \frac{e^{\sin 5x} - 1}{\ln(1+2x)}$$

# BÀI TẬP VỀ NHÀ
# (VCB-VCL)

Tính các giới hạn:

$$A=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-3x)}{e^{2x}-1};\qquad B=\lim_{x\to\infty}(x+1).\ln\left(\frac{2x+3}{2x+1}\right);$$

$$C=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+\sin x}{1+x^2}\qquad D=\lim_{x\to 0^-}\frac{2}{x^2}.\ln(1+3x)$$

$$E=\lim_{x\to 3}\frac{3^x-8x-3}{x-3}\qquad F=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos(2x)}{\ln(1+x^2)}$$

$$G=\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{3x+4}-1}{x+1}\qquad H=\lim_{x\to 0}\frac{9^x-7^x}{2x+5x^3}$$

# ĐÁP ÁN