VẤN ĐỀ 1: MA TRẬN

1/ Các phép toán trên ma trận

. Phép cộng - trừ: cùng cỡ $m \times n$

$A = [a_{ij}]_{m\times n}$; $B = [b_{ij}]_{m\times n}$

$$A \pm B = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{m\times n}$$

. Phép nhân với 1 số: $KA = [ka_{ij}]_{m\times n}$

. Phép nhân 2 ma trận: số cột ma trận đứng trước bằng số dòng ma trận đứng sau.

$A = [a_{ij}]_{m\times n}$; $B = [b_{ij}]_{n\times p}$

$A.B = C = [c_{ij}]_{m\times p}$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{bmatrix}$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

. Một số tính chất:

$(A+B)^T = A^T + B^T$

$(KA)^T = k.A^T$

$(AB)^T = B^T.A^T$

Phép nhân ma trận không có tính chất giao hoán.

. Phép luỹ thừa:

$A^0 = I_n$; $A^2 = A.A$; $A^p = A^{p-1}.A$

$(I_n)^p = I_n$; $0^p = 0$ $\forall p \in \mathbb{N}$.

Ma trận đường chéo → Luỹ thừa đường chéo.

2/ Tìm ma trận nghịch đảo A^{-1}:

. A khả nghịch ⟺ $\det(A) \neq 0$ và $r(A) = n$.

. A không khả nghịch ⟺ $\det(A) = 0$ và $r(A) < n$

. A khả nghịch B ⟹
$$\begin{cases} A^{-1} \text{ khả nghịch và } (A^{-1})^{-1} = A \\ (A^m)^{-1} \text{ khả nghịch và } (A^m)^{-1} = (A^{-1})^m \\ kA \text{ khả nghịch và } (kA)^{-1} = \frac{1}{k}.A^{-1} \\ (AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1} \end{cases}$$

* phương pháp phần bù đại số:

⊛ phần bù đại số của dòng viết lên cột.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

* phương pháp biến đổi sơ cấp: (Gauss)

$$[A \mid I_n] \xrightarrow{\text{BĐSC trên dòng}} [I_n \mid A^{-1}] \to \text{KL}$$

. Phép biến đổi sơ cấp:

a) Đổi chỗ 2 dòng (cột) bất kỳ.

b) Nhân 1 dòng (cột) nào đó với 1 số k

c) Nhân 1 dòng (cột) với 1 số k bất kỳ rồi cộng vào dòng khác.

$$a h_i + b h_j \to h_i \text{ với } \begin{cases} a \neq 0 \\ b \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

3/ Định thức:

. $n = 1$: $A = [a_{11}] \Rightarrow \det(A) = a_{11}$: $|(-5)| = -5$

. $n = 2$: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$

. $n = 3$: $|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

$= (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{32}a_{23}a_{11})$

. n tuỳ ý: Khai triển theo dòng, cột nhiều số 0.

Khai triển theo dòng 1:

$$\det(A) = \underset{\substack{\text{vị trí chẵn} \\ 1+1=2 \\ \text{dấu } (+)}}{a_{11}}|M_{11}| - \underset{\substack{\text{vị trí lẻ} \\ 1+2=3 \\ \text{dấu } (-)}}{a_{12}}|M_{12}| + \dots + (-1)^{1+n}a_{1n}|M_{1n}|$$

. Một số tính chất:

+ $\det(A) = \det(A^T)$

+ Định thức ma trận Δ bằng tích các số trên đường chéo chính.

+ $\det(AB) = \det(A).\det(B)$

+ $\det(A^n) = [\det(A)]^n$.

. Tìm $\det(A^n)$ cấp 3, 4, có tham số: Vận dụng các tính chất định thức.

4/ giải phương trình ma trận:

. Tìm ma trận 2x2 thoả AB = BA:

1.8 Tìm tất cả ma trận B thoả AB = BA biết $A = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2}$

$A_{2\times 2} \times B_{2\times p}$ $\quad B_{2\times 2} \times A_{2\times 2}$

Vì AB = BA mà A vuông cấp 2

→ B cấp $\boxed{2\times 2}$. Đặt $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$A.B = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5a+7c & -5b+7d \\ 3a+4c & 3b+4d \end{pmatrix}$$

$$B.A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5a+3b & 7a+4b \\ -5c+3d & 7c+4d \end{pmatrix}$$

$$AB = BA \Leftrightarrow \begin{cases} -5a+7c = -5a+3b \\ -5b+7d = 7a+4b \\ 3a+4c = -5c+3d \\ 3b+4d = 7c+4d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7c = 3b \\ 9b+7d = 7a \\ 3a = -9c+3d \\ 3b = 7c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3b+7c = 0 \\ -7a-9b+7d = 0 \quad (*) \\ 3a+9c-3d = 0 \end{cases}$$

$r(A) = r(\bar{A}) = 3$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -3 & 7 & 0 & 0 \\ -7 & -9 & 0 & 7 & 0 \\ 3 & 0 & 9 & -3 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{d_2 \leftrightarrow d_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -3 & 7 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 9 & -3 & 0 \\ -7 & 9 & 0 & 7 & 0 \end{array}\right]$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -3b+7c = 0 \\ a+3c-d = 0 \\ 7a+9b-7d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3b}{7} \\ d = a+\frac{9b}{7} \end{cases}$$

$7a+9b-7a-9b = 0$ (đ)

Vậy có vô số ma trận B thoả AB = BA với $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ \frac{3b}{7} & a+\frac{9b}{7} \end{pmatrix}$ $(a, b \in \mathbb{R})$

. Dạng $AX = B \Leftrightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}.B$

$\Leftrightarrow (A^{-1}A)X = A^{-1}.B \Leftrightarrow I_n.X = A^{-1}.B$

$\Leftrightarrow X = A^{-1}.B \Leftrightarrow X = \dots$ (SDMT)

VẤN ĐỀ 2: HẠNG MA TRẬN - HỆ PTTT

1/ Tìm m để hệ pt thuần nhất có nghiệm không tầm thường: $\det(A) = 0 \to m = \dots$

2/ giải hệ phương trình:

* phương pháp gauss:

$\boxed{\begin{array}{l} \cdot r(A) < r(\bar{A}): \text{ptvn} \\ \cdot r(A) = r(\bar{A}) = \text{số ẩn}: \text{nghiệm duy nhất} \end{array}}$

. Lập $\bar{A} = [A | B]$, sử dụng BĐSC trên DÒNG để đưa về dạng bậc thang

. Biện luận số nghiệm theo $r(A)$ và $r(\bar{A})$

. giải ngược từ pt cuối lên pt đầu bằng cách lấy nghiệm pt dưới thế dần lên trên.

* $\bar{A}$ có 2 dòng giống nhau/tỷ lệ nhau → Xoá bỏ 1 dòng.

* $\bar{A}$ có 1 dòng toàn số 0 → Xoá dòng đó

* $\bar{A}$ có 1 dòng $(0\ 0 \dots 0 | b)$ $(b \neq 0)$ thì hpt VN.

* Hệ đã bậc thang → giải ngược từ pt ít ẩn đến pt nhiều ẩn.

$\boxed{\begin{array}{l} r(A) = r(\bar{A}) = r < n: \\ \text{hệ VSN, } n-r \text{ tham số} \end{array}}$

* phương pháp ma trận: Giải hệ vuông, A^{-1}.

. Biến đổi hệ về dạng $\boxed{AX = B}$

A là ma trận hệ số, X là ma trận cột của ẩn, B là ma trận cột hệ số tự do.

. giải theo dạng $AX = B \to X = \dots$

3/ Hạng ma trận:

. Tìm r(A): đưa về ma trận bậc thang

- Dòng khác không phía trên dòng không (nếu có). Dòng bằng không (nếu có) thì nằm dưới cùng.

- Trên 2 dòng khác không, chữ số ≠ 0 đầu tiên của hàng trên nằm phía trái so với chữ số ≠ 0 đầu tiên của dòng dưới.

- Không có 2 dòng nào có chữ số ≠ 0 đầu tiên cùng nằm trên 1 cột.

* Hạng ma trận bậc thang đúng bằng số dòng khác không.

* Các phép BĐSC không làm thay đổi rank.

. Biện luận r(A) theo tham số:

+ Đưa ma trận về dạng bậc thang

+ Đưa tham số về góc phải ma trận (nếu được)

+ Biện luận hạng theo tham số $(m = 0; \neq 0)$

VẤN ĐỀ 3: KHÔNG GIAN CON

1/ Kiểm tra W là không gian con của $\mathbb{R}^n$.

Có 2 cách:

cách 1: → Dễ thấy $W \neq \emptyset$ của $\mathbb{R}^n$ (1)

→ Lấy bất kỳ $\alpha \in \mathbb{R}$ và $u, v \in W$

→ $u + v \in W \Rightarrow W$ đóng kín phép (+) (2)

→ $\alpha u \in W \Rightarrow W$ đóng kín phép nhân ngoài (3)

(1)(2)(3) $W \subset \mathbb{R}^n$

Cách 2: $W = span(S) \to W \subseteq \mathbb{R}^n$
với $S = \{u_1, u_2, \dots u_n\}$ là 1 họ vectơ lấy ra từ W;

$span(S) = \{\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_n u_n \mid \lambda_1, \dots \lambda_n \in \mathbb{R}\}$ (bao tuyến tính)

4/ Tổ hợp tuyến tính _ pttt & đltt:

. Tổ hợp tuyến tính:

$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_n u_n$

Nếu $v = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_n u_n$ thì v biểu thị tuyến tính được qua S.

VD: $S = \{v = (1;-1;2), w = (2,0;-3)\} \subset \mathbb{R}^3$
Tìm biểu diễn tuyến tính của $u = (-1;-3;12)$ qua S.

Giả sử $u = x.v + y.w$ với $x, y \in \mathbb{R}$

$(-1;-3;12) = x.(1;-1;2) + y(2;0;-3)$

$(-1;-3;12) = (x+2y; -x; 2x-3y)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = -1 \\ -x = -3 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy $u = 3v - 2w$.

. Xét độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính

ĐLTT $rank(S) = \lvert S \rvert$	PTTT $rank(S) < \lvert S \rvert$
$x_1 u_1 + x_2 u_2 + \dots + x_n u_n = 0$	
nghiệm duy nhất tầm thường $x_1 = \dots = x_n = 0$	nghiệm không tầm thường $x_i = 0$, $i = \overline{1,n}$
$det(A) \neq 0$	$det(A) = 0$
A: ma trận dòng toạ độ của hệ vectơ S.	
Trong $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$	
. 2 vectơ không cùng phương	. 2 vectơ cùng phương (2 vectơ tỷ lệ nhau)
. 3 vectơ không đồng phẳng	. 3 vectơ đồng phẳng (giá cùng // 1 mp)
Trong hệ S chỉ chứa 1 vectơ khác vectơ-không.	. Trong hệ S có 1 vectơ biểu thị tuyến tính được qua n-1 vectơ còn lại của hệ. . Trong hệ S chứa vectơ-không . 1 bộ phận của hệ pttt

Không gian vectơ n chiều:
- Tồn tại 1 họ có đúng n vectơ → đltt
- Mọi họ nhiều hơn n vectơ → pttt.

* 3 mô hình KGVT cơ bản:

① $\mathbb{R}^n = \{x = (x_1, x_2 \dots x_n) \mid x_1, x_2, \dots x_n \in \mathbb{R}\}$

Giả sử $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ $\in \mathbb{R}$ và $\lambda \in \mathbb{R}$

. $x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n) \in \mathbb{R}^n$

. $\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3, \dots, \lambda x_n) \in \mathbb{R}^n$.

$0_{\mathbb{R}^n} = (0, 0, \dots, 0)$

② Ma trận vuông cấp 2:

$M_2[\mathbb{R}] = \left\{ u = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$

$0_{M_2[\mathbb{R}]} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

. Phép cộng: như cộng 2 ma trận với nhau.
. phép nhân: như nhân ma trận với 1 số.

③ Đa thức bậc không vượt quá n:

$P_n[x] = \{p(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \mid a_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1,n}\}$

giả sử $p(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$, $q(x) = b_0 + b_1 x + \dots + b_n x^n \in P_n[x]$ và $\lambda \in \mathbb{R}$.

. $p(x) + q(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n \in P_n[x]$

. $\lambda p(x) = \lambda a_0 + \lambda a_1 x + \dots + \lambda a_n x^n \in P_n[x]$

$0_{P_n[x]} = 0 + 0x + \dots + 0x^n$

3/ Tìm $r(S)$, span(S), cơ sở và dim (S)

. $r(S)$: Xét ma trận dòng toạ độ của họ S, đưa về dạng bậc thang → Hạng

. span(S): Đã trình bày ở phần 1/.

. cơ sở và số chiều: Tìm nếu chứa có dạng 3 mô hình KGVT

⊕ $W = span(S)$, $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\} \subset W$

⊕ Đặt A là ma trận dòng toạ độ của S
→ BĐSC trên hàng → Bậc thang
→ $r(A) = r(S) = k \Rightarrow k$ vectơ đltt là 1 cơ sở của W (các hàng $\neq$ không của ma trận bậc thang)

③ ⊕ $dim(W) = k = r(S)$

* Tìm cơ sở, số chiều không gian nghiệm hệ thuần nhất:

giải hệ phương trình → Tập nghiệm (có chứa tham số tự do) → span (T)

→ Tìm cơ sở & số chiều.

1/. Tìm điều kiện để S là 1 cơ sở:

+ $|S| = \dim(V) = n$ (ĐK luôn đúng khi đề bài cho n vectơ trong không gian n chiều).

+ S độc lập tuyến tính → $\det(A) \neq 0$.

. Tìm $(u)_S$; $[u]_S$:

* $(u)_S$: Dạng DÒNG * $[u]_S$: Dạng CỘT

giả sử $u = xu_1 + yu_2 + zu_3 + tu_4 \dots$ với $x, y, z, t \dots \in \mathbb{R}$

⇒ Thay tọa độ / các thành phần vào pt

→ Lập hpt → Tìm nghiệm - tọa độ của u đ/v cơ sở S.

→ KL dạng $(u)_S$ hay $[u]_S$.

* Chứng minh S là 1 cơ sở của V:

+ $|S| = \dim(V) = n$

+ S độc lập tuyến tính ⇔ $\det(A) \neq 0$ (Xét ma trận dòng tọa độ A)

VẤN ĐỀ 4: HỌ TRỰC GIAO - TRỰC CHUẨN GRAM - SCHMIDT

1/ Tìm họ trực giao - trực chuẩn bằng G-S

* Quá trình trực giao hoá:

Đặt $f_1 = u_1$

$$f_2 = u_2 - \frac{\langle u_2, f_1\rangle}{\|f_1\|^2} \cdot f_1$$

$$f_3 = u_3 - \frac{\langle u_3, f_1\rangle}{\|f_1\|^2} \cdot f_1 - \frac{\langle u_3, f_2\rangle}{\|f_2\|^2} \cdot f_2$$

Vậy $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ là 1 cơ sở (họ) trực giao.

* Quá trình trực chuẩn hoá:

Đặt $e_i = \dfrac{f_i}{\|f_i\|}$ với $i = \overline{1,n}$, khi đó

$S' = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ là cơ sở trực chuẩn

. Tích vô hướng $\langle u, v\rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$ với $u = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

. Chuẩn (độ dài) vectơ: $\|u\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

2/ Tìm cơ sở - số chiều của không gian bù trực giao $W^\perp$: → $S = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$

B_1: Tìm $W = \text{span}(S)$ (nếu chưa có)

B_2: Giả sử $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in W^\perp$

$$\Leftrightarrow x \perp W \Leftrightarrow \begin{cases} x \perp u_1 \\ x \perp u_2 \\ \dots \\ x \perp u_n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \langle x, u_1\rangle = 0 \\ \langle x, u_2\rangle = 0 \\ \dots \\ \langle x, u_n\rangle = 0 \end{cases}$$

giải hpt thuần nhất → Tập nghiệm

⇒ $W^\perp$ là kgian nghiệm của hpt.

B_3: Tìm cơ sở và số chiều của kgian nghiệm.

3/ Tìm tham số để S trực giao:

Các vectơ trong họ S đôi một vuông góc nhau

Nghĩa là $\begin{cases} \langle u_1, u_2\rangle = 0 \\ \langle u_2, u_3\rangle = 0 \\ \langle u_3, u_4\rangle = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m = \dots$

VẤN ĐỀ 5: TRỊ RIÊNG - KHÔNG GIAN RIÊNG - CHÉO HOÁ MA TRẬN

1/ Tìm trị riêng - Không gian con riêng:

. giải pt đặc trưng $\det(A - \lambda I_n) = 0$ (Thêm $-\lambda$ vào đường chéo chính của ma trận A)

Tính pt đặc trưng: (Áp dụng CẤP 3)

$$-\lambda^3 + \begin{pmatrix}\text{Tổng 3 phần tử trên} \\ \text{đ/c chính}\end{pmatrix}\lambda^2 - \begin{bmatrix}\det\begin{pmatrix}\text{4 số góc} \\ \text{trái trên}\end{pmatrix} + \det\begin{pmatrix}\text{4 số góc} \\ \text{phải dưới}\end{pmatrix} \\ + \det\begin{pmatrix}\text{4 số 4 góc} \\ \text{ma trận}\end{pmatrix}\end{bmatrix}\lambda$$

$+ \det(A) = 0 \Leftrightarrow \lambda_1, \lambda_2 = \dots$

KL: Các trị riêng của A là $\lambda_1 = \dots$ (BĐS = ...)

$\lambda_2 = \dots$ (BĐS = ...)

λ là nghiệm đơn → BĐS = 1 $(1-\lambda)^3 = 0$

λ là nghiệm kép → BĐS = 2 $\Leftrightarrow \lambda = 1$ (bội 3)

. Tìm kgc riêng ứng với mỗi λ: Thế λ_i vào pt $(A - \lambda_i I_n)[x] = 0 \Leftrightarrow$ giải hệ tìm nghiệm x ⇒ KGC riêng $E\lambda$.

→ span(S) → $\begin{cases} S \text{ đltt} \to S \text{ là cơ sở} \\ \dim(E_{\lambda_i}) = \dots \end{cases}$

2/ Chéo hoá ma trận:

• **ĐK để ma trận A chéo hoá được:**

+ A có đủ n trị riêng (kể cả BĐS)
+ $\dim[E\lambda_i]$ = BĐS của λ_i

• **Thuật toán chéo hoá ma trận vuông A:**
(Tìm ra ma trận P sao cho $P^{-1}AP = D$, D là ma trận chéo)

B1: giải pt đặc trưng tìm trị riêng - xác định BĐS từng trị riêng

B2: Tìm KGC ứng với từng trị riêng, suy ra cơ sở của mỗi KGC

B3: Ma trận P làm chéo hoá ma trận A là: $P = [u_1]\ [u_2]\ \cdots\ [u_n]$

với $[u_i]$, $i=\overline{1,n}$ là các vectơ đltt lấy ra từ các KGC, viết dạng cột.

Suy ra ma trận chéo
$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

* Lưu ý xét đk chéo hoá của ma trận.

3/ Chứng tỏ ma trận P làm chéo hoá ma trận A

Tính $P^{-1}.A.P = D$ (ma trận chéo) hay không

→ Trị riêng của A là các số trên đ/c chính của ma trận D.

4/ Vectơ $[x]$ có là vectơ riêng của ma trận A tương ứng với trị riêng nào đó hay không?

* **Định nghĩa**: $\exists x \neq \theta$, $\lambda \in \mathbb{R}$, mt vuông A
λ gọi là trị riêng của A nếu tồn tại x:
$\boxed{A[x] = \lambda[x]}$. Khi đó x gọi là vectơ riêng của A ứng với trị riêng λ

→ Xét pt $A[x] = \lambda[x]$:
nếu $\exists \lambda \in \mathbb{R}$ thì x là vectơ riêng của A và ngược lại.

• Tìm m để $x = x_i$ là 1 trị riêng của A

Để x_i là 1 trị riêng của A thì x_i là nghiệm pt đặc trưng $\det(A - xI_n) = 0$

⇒ Thế x vào pt tìm được m.

* **Tìm nghiệm đơn-kép xác định BĐS: pt bậc 3**

$$\frac{d}{dx}\left(ax^3 + bx^2 + cx + d\right)\Big|_{x=X}$$

với X là nghiệm tìm được khi giải pt b3

⊗ KQ = 0 : X là nghiệm kép

⊗ KQ ≠ 0 : X là nghiệm đơn