BÀI TẬP NHÓM

Trong R^4 cho:

$\boldsymbol{S = \{u_1 = (1, -1, 2, 0); u_2 = (2, 1, 3, 0); u_3 = (-1, 5, 0, 0)\}}$

*Dùng quá trình Gram-Schmidt biến đổi **S** thành một hệ vectơ trực chuẩn **S'** sao cho $< S' > = < S >$.*

ĐÁP ÁN

Đặt $f_1 = u_1 = (1,-1,2,0)$; $f_2' = u_2 - \frac{\langle u_2, f_1\rangle}{\|f_1\|^2} = (2,1,3,0) - \frac{7}{6}(1,-1,2,0)$.

Chọn $f_2 = 6f_2' = (12,6,18,0) - (7,-7,14,0) = (5;13;4;0)$.

$$f_3' = u_3 - \frac{\langle u_3, f_1\rangle}{\|f_1\|^2}\cdot f_1 - \frac{\langle u_3, f_2\rangle}{\|f_2\|^2} = (-1,5,0,0) - \frac{-6}{6}(1;-1,2,0) - \frac{60}{210}(5,13,4,0).$$

$$= (-1,5,0,0) + 1(1,-1,2,0) - \frac{2}{7}(5,13,4,0)$$

Chọn $f_3 = 7.f_3' = 7(-1,5,0,0) + 7(1,-1,2,0) - 2(5,13,4,0)$

$$= (-7,35,0,0) + (7,-7,14,0) - (10,26,8,0) = (-10,2,6,0).$$

Suy ra $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ là họ trực giao.

Chia lần lượt f_1, f_2, f_3 cho độ dài của nó ta được họ trực chuẩn cần tìm

$$S' = \left\{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}; -\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}; 0\right); \left(\frac{5}{\sqrt{210}}; \frac{13}{\sqrt{210}}; \frac{4}{\sqrt{210}}; 0\right); \left(\frac{-10}{2\sqrt{35}}; \frac{2}{2\sqrt{35}}; \frac{6}{2\sqrt{35}}; 0\right)\right\}$$

BÀI TẬP NHÓM

Trên không gian $\mathbb{R}^3$ với tích vô hướng Euclide, cho tập hợp W= $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 + x_2 + x_3 = 0, 2x_1 + x_2 - x_3 = 0\}$.

a) CMR: W là một kgvt con của không gian $\mathbb{R}^3$.

b) Tìm cơ sở và số chiều của $W^{\perp}$.

ĐÁP ÁN

Giải hệ: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ \quad - x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 = -3a \\ x_3 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2a \\ x_2 = -3a, (a \in R) \\ x_3 = a \end{cases}$

$\Longrightarrow$ W= $\{(2a, -3a, a\ )|a \in R\}$ = span$\{(2; -3; 1)\}$.

Vậy W là không gian con sinh sinh bởi $\{u = (2, -3,1)\}$.

Giả sử: $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{x_3}\ ) \in \boldsymbol{W^{\perp}} \Leftrightarrow \boldsymbol{x} \perp \boldsymbol{W} \Leftrightarrow \boldsymbol{x} \perp \boldsymbol{u} \Leftrightarrow \langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{u} \rangle = \boldsymbol{0} \Leftrightarrow 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = b \\ x_3 = -2a + 3b \end{cases}, (a, b \in R)$$

Vậy $W^{\perp} = \{(a, b, -2a + 3b)/a, b \in R\}$

$= \{a(1,0,-2) + b(0,1,3)\ /a, b \in R\}$

$= span(\{v_1 = (1,0,-2); v_2(0,1,3)\ \})$.

Dễ thấy $rank\{v_1; v_2\}$=2. *Vậy* $\{v_1; v_2\}$ *là một cơ sở của* $W^{\perp} \Rightarrow dim(W^{\perp})$=2.