TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIAO THÔNG VẬN TẢI THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA CƠ BẢN – BỘ MÔN TOÁN

BÀI GIẢNG GIẢI TÍCH 1

CHƯƠNG I. GIỚI HẠN VÀ SỰ LIÊN TỤC CỦA HÀM MỘT BIẾN

§3. Hàm số liên tục

GV: Đinh Tiến Dũng

NỘI DUNG CHÍNH

- *Các định nghĩa về hàm số liên tục tại một điểm, trên một khoảng, đoạn, nửa đoạn.*
- *Các tính chất của hàm số liên tục.*
- *Phân loại điểm gián đoạn.*

§4. Hàm số liên tục

1. Các định nghĩa

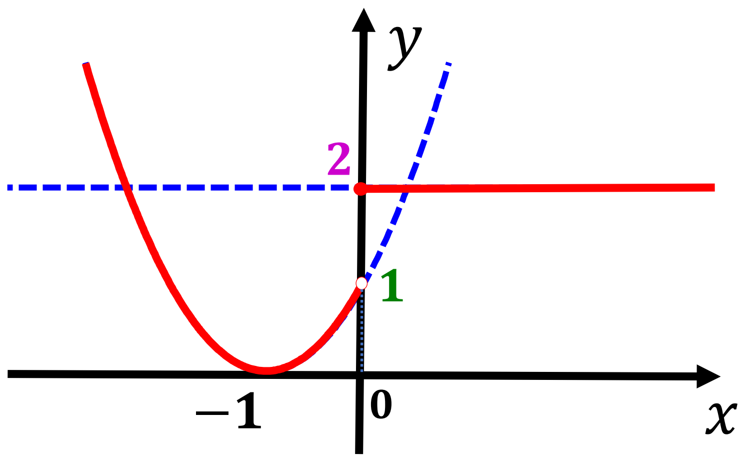
❖ *Ví dụ mở đầu*

Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2, nếu\ x<0\\ 2, \quad\quad nếu\ x\geq 0\end{cases}$. Hãy vẽ đồ thị hàm số. Tính $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$; $f(0)$. So sánh các giá trị trên để lý giải nguyên nhân đồ thị hàm số bị gián đoạn tại $x_0=0$.

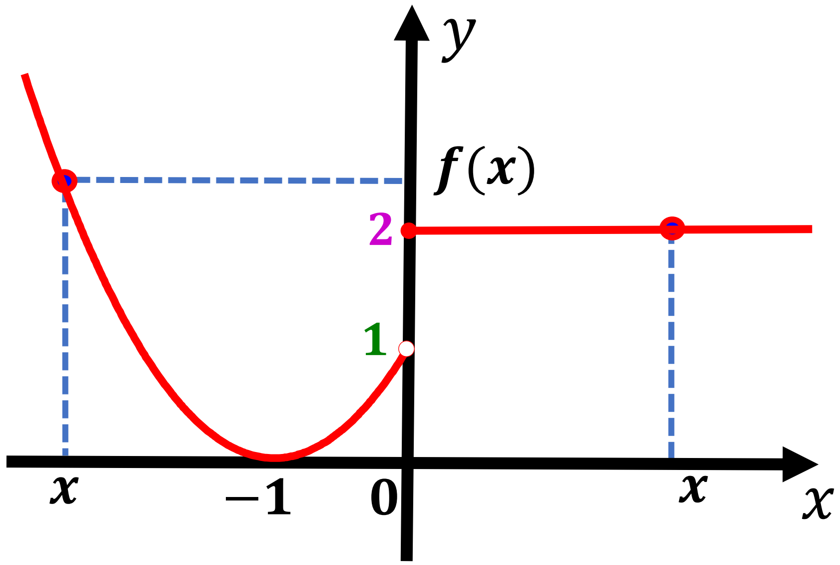
Giải

Đồ thị hàm số là hợp của hai đồ thị:

$$y=x^2+2x+1, x<0$$
$$y=2, x\geq 0$$



$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, \text{nếu } x < 0 \\ 2 \quad , \quad \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$$



Ta có:

- $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} (x+1)^2 = 1$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} 2 = 2$
- $f(0) = 2$

Suy ra $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$

Sự khác nhau của giới hạn trái và giới hạn phải tại x_0=0 là nguyên nhân dẫn đến sự đứt (gián đoạn) của hàm số tại x_0=0.

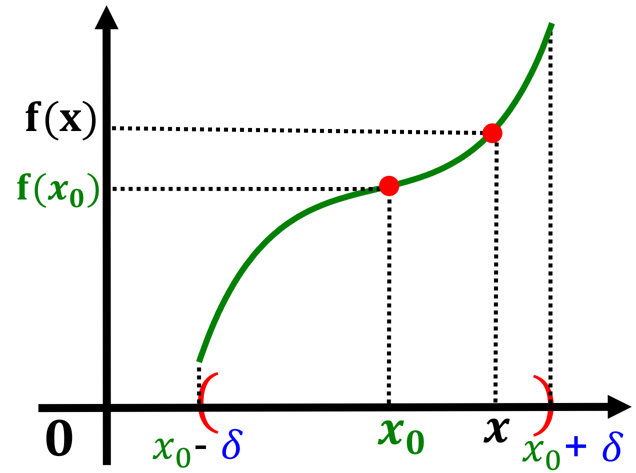
❖ ***Hỏi:*** ***Cần điều chỉnh công thức hàm số như thế nào để hàm số liên tục tại $x_0 = 0$?***

NX: f(x) liên tục tại $x = x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$.

hay $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

❖ Định nghĩa 1

- Hàm số f(x) gọi là liên tục tại điểm $\boldsymbol{x_0}$ nếu f xác định trong một lân cận $(\boldsymbol{x_0}-\delta; \boldsymbol{x_0}+\delta)$ và $\lim\limits_{x\to \boldsymbol{x_0}} f(x) = f(\boldsymbol{x_0})$.
- Hàm số f(x) gọi là gián đoạn tại $\boldsymbol{x_0}$ nếu nó không liên tục tại $\boldsymbol{x_0}$. Khi đó $\boldsymbol{x_0}$ gọi là điểm gián đoạn của hàm số f.



$\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x_0}$ **thì** $\mathbf{f}(\boldsymbol{x}) \to f(\boldsymbol{x_0})$

❑ Tóm tắt:

$$\text{f}(x) \text{ liên tục tại } \boldsymbol{x_0} \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow} \lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$\text{Hay: f}(x) \text{ liên tục tại } \boldsymbol{x_0} \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow} \lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

❑ Lưu ý:

- *Nếu f liên tục tại x_0 thì đồ thị hàm y=f(x) liền nét tại x_0.*
- *f gián đoạn tại x_0 nếu $\lim\limits_{x\to \boldsymbol{x_0}} f(x)$ không tồn tại hữu hạn hoặc $f(\boldsymbol{x_0})$ không tồn tại (f không xác định tại x_0) hoặc hai giá trị ấy khác nhau.*

❖ Định nghĩa 2

- f(x) ***liên tục phải tại*** $\boldsymbol{x_0} \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow} \lim\limits_{x \to \boldsymbol{x_0}^+} f(x) = f(\boldsymbol{x_0})$.
- f(x) ***liên tục trái tại*** $\boldsymbol{x_0} \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow} \lim\limits_{x \to \boldsymbol{x_0}^-} f(x) = f(\boldsymbol{x_0})$.

❖ ***Nhận xét:*** f ***liên tục tại*** $\boldsymbol{x_0}$ $\Leftrightarrow$ f liên tục trái và liên tục phải ***tại*** $\boldsymbol{x_0}$.

❖ Định nghĩa 3

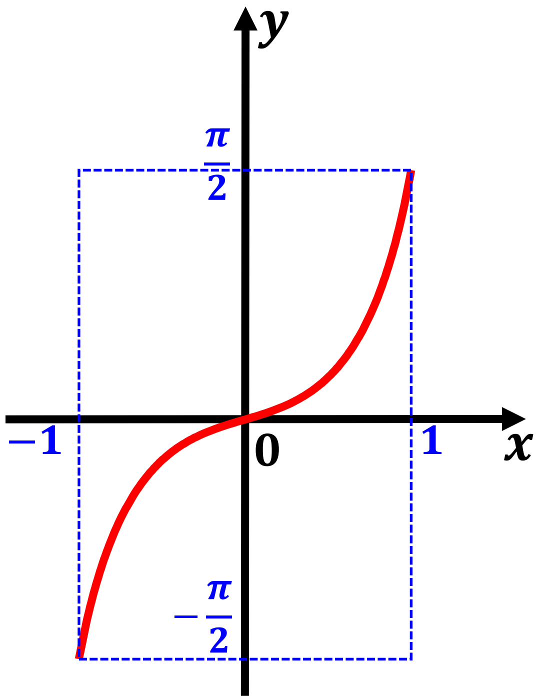
- f(x) ***liên tục trên*** $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow}$ f(x) liên tục tại mọi điểm $\boldsymbol{x_0} \in (a; b)$.
- f(x) ***liên tục trên*** $(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}] \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow}$ f(x) liên tục trên $(a; b)$ đồng thời *liên tục trái tại b.*
- f(x) ***liên tục trên*** $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow}$ f(x) liên tục trên $(a; b)$ đồng thời *liên tục phải tại a.*
- f(x) ***liên tục trên*** $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}] \overset{\text{đn}}{\Leftrightarrow}$ f(x) liên tục trên $(a; b)$ đồng thời *liên tục phải tại a và liên tục trái tại b.*

❖ Ví dụ:

Hàm $f(x) = \arcsin x$ liên tục trên $[-1;1]$ vì:

- f liên tục tại mọi điểm thuộc $(-1;1)$;
- f không liên tục tại -1 mà chỉ liên tục phải -1
- f không liên tục tại 1 mà chỉ liên tục trái tại 1;

Ngoài ra $f(x)$ không $x$ác định ngoài $[-1;1]$ nên nó gián đoạn tại mọi x không thuộc $[-1;1]$.



$y = arcsinx$

2. Tính chất của hàm số liên tục tại một điểm

❖ *Định lý 1*

Giả sử các hàm f(x) và g(x) cùng liên tục tại điểm $\mathbf{x_0}$, khi đó:

a) $f(x) \pm g(x)$, $C.f(x)$, $f(x).g(x)$, $[f(x)]^n$ liên tục tại điểm $\mathbf{x_0}$;

b) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $\mathbf{x_0}$ nếu $\mathbf{g(x_0)} \neq 0$;

c) $\sqrt[n]{f(x)}$ cũng liên tục tại $\mathbf{x_0}$ nếu biểu thức $\sqrt[n]{f(x)}$ *x*ác định trong một lân cận nào đó của điểm $\mathbf{x_0}$.

3. Tính liên tục của các hàm số sơ cấp

❖ *Định nghĩa 1 (Hàm sơ cấp cơ bản)*

Các hàm số đơn giản nhất khi kết hợp với các phép toán giải tích ta có thể xây dựng nên mọi hàm sơ cấp, ta gọi chúng là ***các hàm sơ cấp cơ bản****. Hiện nay các hàm sơ cấp cơ bản đã được tạo lập trên hầu hết các thế hệ máy tính bỏ túi, phần mềm tính toán và được giảng dạy kỹ trong chương trình phổ thông. Đó là:*

1) *Hàm số hằng* $f(x) = C$ (với mọi $x \in R$).
2) *Hàm số luỹ thừa* $f(x) = x^{\alpha}$ $(\alpha \in R)$.
3) *Hàm số mũ* $y = a^{x}; (0 < a \neq 1)$.
4) *Hàm số logarit* $y = \log_{a} x, (0 < a \neq 1)$.
5) *Hàm lượng giác cơ bản:* $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$, $f(x)=\tan x$, $f(x)=\cot x$.
6) *Các hàm lượng giác ngược:* $f(x)=\arcsin x$, $f(x)=\arccos x$, $f(x)=\arctan x$, $f(x)=\text{arccot}\, x$.
7) *Hàm hyperbolic, hàm hyperbolic ngược (Xem GT)*

❖ *Định nghĩa 2 (Hàm sơ cấp)*

Hàm số sơ cấp làm số số được cho bằng một biểu thức giải tích và được xây dựng từ các hàm số sơ cấp cơ bản bằng một số phép toán số học cộng, trừ, nhân, chia, phép lấy hàm hợp.

❖ *Ví dụ*

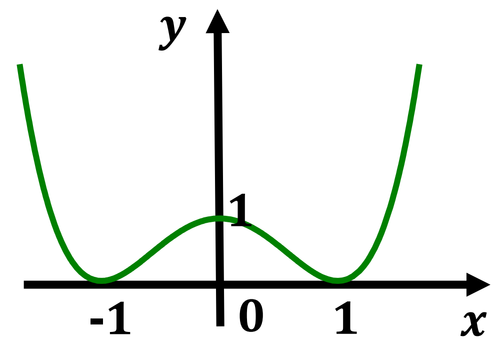
- Hàm đa thức $y = x^3 + x - 3$ là tổng-hiệu các hàm lũy thừa và hàm hằng nên nó một hàm số sơ cấp.
- Hàm số $y = \sin(e^x)$ là hợp của hàm y= sinx với hàm $y = \mathrm{e}^x$ nên nó cũng là hàm sơ cấp.
- Hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x-1}} + 2\mathrm{x}.\tan(2^x)$ là hàm sơ cấp.
- Hàm số $f(x) = |x| = \begin{cases} x\text{ , nếu } x \geq 0 \\ -x\text{ , nếu } x < 0 \end{cases}$ nhiều hơn một công thức nên không phải là hàm số sơ cấp.

❖ Định lý 2

Các hàm số sơ cấp liên tục trên từng khoảng *xác* định của chúng.

Ví dụ 1: Xét tính liên tục các hàm số:

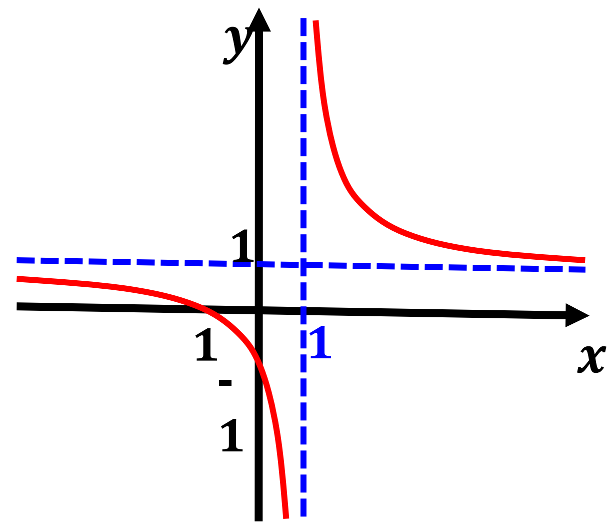
a) $f(x)=x^4-2x^2+1$ **b)** $g(x)=\frac{x+1}{x-1}$



Giải

a) f(x) là hàm sơ cấp *xác* định trên $R=(-\infty;\infty)$. Suy ra f(x) liên tục trên R.

b) g(x) là hàm sơ cấp *xác* định trên $(-\infty,1)$, $(1,+\infty)$. Vậy g(x) liên tục trên từng khoảng $(-\infty,1)$, $(1,+\infty)$ và gián đoạn tại $x=1$.



Ví dụ 2. Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm *x*=0:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2}-cos(2x)}{ln(1+x^2)}, x\neq 0\\ 3x-1, x=0\end{cases}.$$

Giải

AD Định nghĩa: f(x) liên tục tại $\boldsymbol{x_0} \overset{Đn}{\Leftrightarrow} \lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

- Txđ: D = R. Ta có :f(0) = −1;

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos(2x)}{\ln(1+x^2)}=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1+1-\mathrm{COS}2x}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{x^2}+\lim_{x\to 0}\frac{1-\mathrm{COS}2x}{x^2}.$$

$$\overset{VCB}{=}\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x^2}+\lim_{x\to 0}\frac{2x^2}{x^2}=\lim_{x\to 0}1+\lim_{x\to 0}2=3.$$

- Ta thấy: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)\neq f(0) \Rightarrow$ f gián đoạn tại điểm x=0.

Ví dụ 3. Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{sin(1-x)}{ln(2-x^2)}, x<1\\ \dfrac{\sqrt[3]{3x-2}-1}{x-1}, x>1\\ 2m\ , \qquad x=1\end{cases}$ **liên tục trên R.**

Giải

- Txđ: D = R.
- Trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ thì $f(x)$ là hàm sơ cấp nên f liên tục trên từng khoảng ấy. Để f liên tục trên R thì chỉ cần nó liên tục tại x=1.
- Tại $x=1$:

$$f(1)=2m;$$

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{\sin(1-x)}{\ln(1+1-x^2)}\overset{VCB}{=}\lim_{x\to1^-}\frac{1-x}{1-x^2}=\lim_{x\to1^-}\frac{1}{1+x}=1;$$

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt[3]{1+(3x-3)}-1}{x-1}\overset{VCB}{=}\lim_{x\to1^+}\frac{\frac{1}{3}(3x-3)}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{1}{1}=1.$$

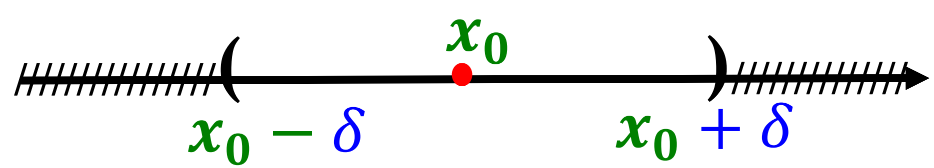
- YCBT $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=f(1)\Leftrightarrow 2m=1\Leftrightarrow m=1/2.$

❖ *Hệ quả 1: (Qui tắc tính giới hạn hàm sơ cấp)*

Cho f(x) là ***hàm số sơ cấp***. Khi đó:

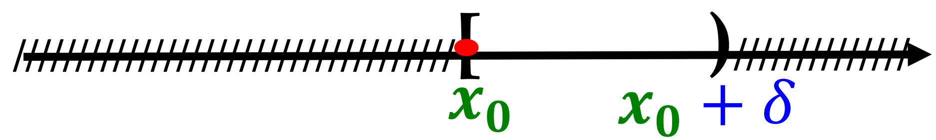
- Nếu f(x) xác định trong một lân cận bất kỳ $(x_0-\delta; x_0+\delta)$ của điểm $\mathbf{x_0}$ thì:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0).$$



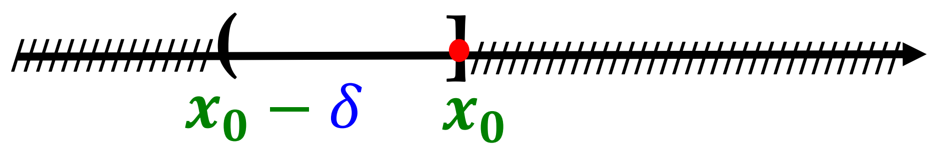
- Nếu f(x) xác định trên nửa lân cận phải $[x_0; x_0+\delta)$ thì:

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = f(x_0).$$



- Nếu f(x) xác định trên nửa lân cận trái $(x_0-\delta; x_0]$ thì:

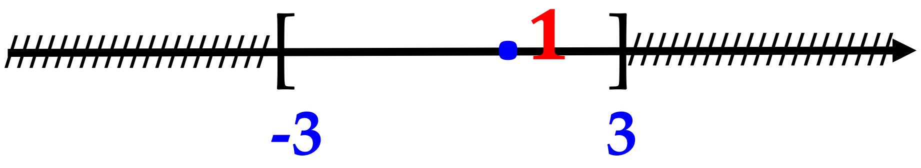
$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0).$$



VD. Cho hàm $f(x)=\sqrt{9-x^2}$. Tính $\lim\limits_{x\to 1} \boldsymbol{f(x)}$; $\lim\limits_{x\to 3} \boldsymbol{f(x)}$; nếu có.

Giải

Tập xác định $D=[-3;3]$.



$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\sqrt{9-\boldsymbol{x}^2}=\sqrt{9-\mathbf{1}}=\sqrt{\mathbf{8}}.$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}\sqrt{9-x^2}=\sqrt{9-\mathbf{3}^2}=\mathbf{0}.$$

Hàm số không xác định khi $x>3$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ vậy $\lim\limits_{x\to 3} \boldsymbol{f(x)}$ cũng không tồn tại.

❖ Hệ quả 2. *(Quy tắc tính giới hạn hàm số hợp)*

Giả sử khi $x \to x_0$ thì $t = g(x) \to a$ và hàm f(t) liên tục tại $t = a$.
Khi đó:

$$\lim_{x \to x_0} f[g(x)] = \lim_{t \to a} f(t) = f(a).$$

Ví dụ 1. Tính $A = \lim_{x \to 1} \cos\left(\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1}\right)$.

Giải

Đặt $t = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Ta thấy: $\lim_{x \to 1} t = \lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2-1)}{x-1} = \lim_{x \to 1}(x^2 - 1) = 0.$

Vậy khi $x \to 1$ thì $t \to 0$. Do đó: $A = \lim_{t \to 0} \cos(t) = \cos(0) = 1.$

(Do cost liên tục tại t = 0)

❖ **Chú ý**: Ta có thể giải vắn tắt

$$A = \lim_{x \to 1} \cos\left(\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x - 1}\right) = \cos\left(\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2-1)}{x-1}\right)$$ *(Do cost liên tục trên R)*

$$= \cos\left[\lim_{x \to 1}(x^2 - 1)\right] = \cos 0 = 1.$$

Ví dụ 2. Tính $A = \lim\limits_{x\to 2}\left(5 - x^2\right)^{\frac{1}{2-x}}$. **(Dạng: 1^{∞})**

Giải

$$A = \lim_{x\to 2}\left[e^{ln\left(5-x^2\right)^{\frac{1}{2-x}}}\right]$$ **(ADCT: a = $e^{\ln a}$ với a>0)**

$$= e^{\lim\limits_{x\to 2}\left[\frac{1}{2-x}\ln\left(5-x^2\right)\right]}$$ **(Vì e^x là hàm số liên tục trên R)**

$$= \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 2}\left[\frac{\ln\left(1+4-x^2\right)}{2-x}\right]}$$ **(ADCT: $\ln(1+u) \sim u, u \to 0$)**

$$\overset{VCB}{=} \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 2}\frac{4-x^2}{2-x}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 2}\frac{(2+x)(2-x)}{2-x}} = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 2}(2+x)} = \mathrm{e}^4.$$

3. Phân loại điểm gián đoạn

Cho x_0 là điểm gián đoạn của đồ thị hàm số f(x). Muốn phân loại x_0 ta tính giới hạn hoặc giới hạn một phía tại x_0:

$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = k$ (hữu hạn)

(Tức là $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = k$ (hữu hạn))

→ x_0 là điểm gián đoạn bỏ được

$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ (hữu hạn) $\neq \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ (hữu hạn)

→ x_0 là điểm gián đoạn bước nhảy

$h = \left|\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) - \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)\right|$

$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \pm\infty$ hoặc $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \pm\infty$

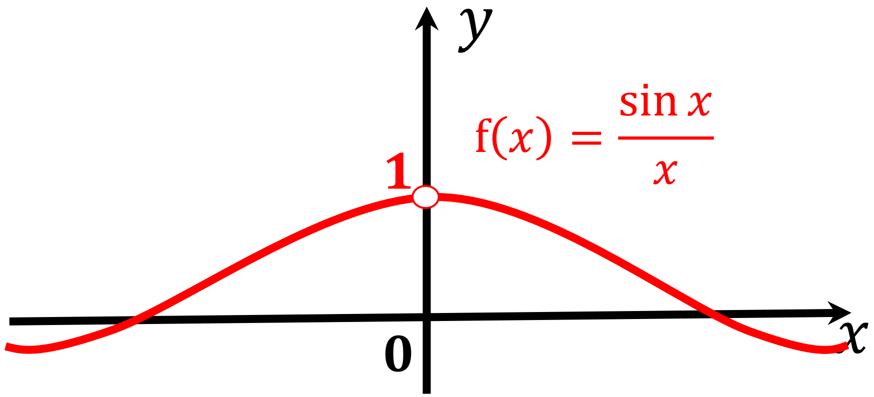
→ x_0 là điểm gián đoạn vô hạn

Ví dụ 1.

Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$.

Giải

- Txđ: $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
- f là hàm sơ cấp nên nó liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (0; +\infty)$.
- f không xác định tại $x = 0$ đó chính là điểm gián đoan.
- Xét tại $x = 0$: $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\sin x}{x}\right) = 1$



Vậy hàm số có một điểm gián đoạn là $x = 0$ và đó là điểm gián đoạn bỏ được.

Ví dụ 2. **Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số:**

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & khi\ x < 1 \\ -x^2 + 4x - 5, & khi\ x \geq 1 \end{cases}$$

Giải

- Txđ: $D = R$.

Rõ ràng f liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

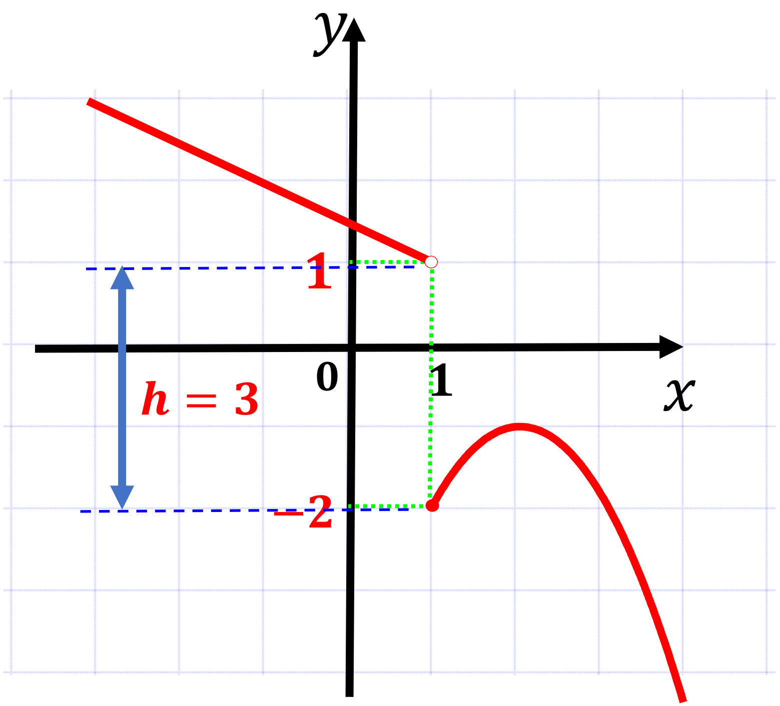
Xét tại x=1:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 1;$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}(-x^2 + 4x - 5) = -2$$

Suy ra f(x) gián đoạn tại điểm x=1 và điểm này là điểm nhảy, với bước nhảy:

$$h = |1 - (-2)| = 3.$$



Ví dụ 3. **Xét tính liên tục, tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số:** $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}, x < 1 \\ \mathbf{1} \quad , x \geq 1 \end{cases}$.

Giải

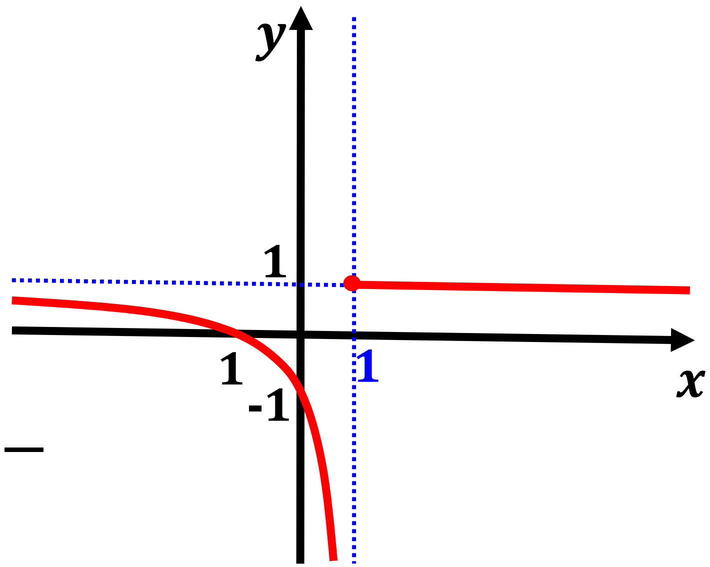
- Txđ: $D = R$.

Rõ ràng f liên tục trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Xét tại x=1:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty;$$

(Vì $\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1) = 2$; $\lim\limits_{x\to 1^-}(x-1) = 0$ và $x - 1 < 0$ khi $x \to 1^-$)



Suy ra f(x) gián đoạn tại điểm x=1 và điểm này là điểm gián đoạn vô cùng.

BÀI TẬP NHÓM

Tìm giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3^x - 8x - 3}{x - 3}, x \neq 3 \\ 27m - 8, x = 3 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 3$.

Đáp án:

BÀI TẬP VỀ NHÀ

<u>Câu 1</u>: Tìm giá trị của tham số thực m để hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2^x+4x-12}{x-2}, x\neq 2\\ 3m+2, x=2\end{cases}$$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

<u>Câu 2</u>: Tìm giá trị của a để $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x.sin(2x)}{ln(1+4x^2)}, x\neq 0\\ 1-a, x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

<u>Câu 3</u>: Tìm giá trị của tham số a để $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2}-cos(2x)}{ln(1+x^2)}, x\neq 0\\ a, x=0\end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

<u>Câu 4</u>: Tìm giá trị của tham số a để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+4}-1}{x+1}, x \neq -1 \\ a, \qquad\quad x = -1 \end{cases}$$ liên tục tại $x = -1$.

<u>Câu 5</u>: Tìm giá trị của tham số m để hàm

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sin(2x)}{x}, x > 0 \\ 2x - 3m, x \leq 0 \end{cases}$$ liên tục trên R.

<u>Câu 6</u>: Tìm giá trị của tham số m để hàm

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9^x-7^x}{2x+5x^3}, x \neq 0 \\ 2m - 1, x = 0 \end{cases}$$ liên tục tại $x = 0$.

<u>Câu 1</u>: Tìm giá trị của tham số thực m để hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2^x+4x-12}{x-2}, x\neq 2\\ 2m+2, x=2\end{cases}$$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

Giải:

Txđ: $D=R$.

Ta có: $f(2)=2m+2$.

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2^x+4x-12}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2^x-4+4x-8}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2^x-2^2}{x-2}+\lim_{x\to 2}\frac{4(x-2)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2^2(2^{x-2}-1)}{x-2}+\lim_{x\to 2}4$$

$$\overset{(VCB)}{=}\lim_{x\to 2}\frac{4\,(x-2).ln\,2}{x-2}+4=\lim_{x\to 2}(4\,ln\,2)+4=4\,ln\,2+4.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2 \Leftrightarrow f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)$

$$\Leftrightarrow 3m+2=4\,ln\,2+4. \Leftrightarrow m=2ln2+1.$$

Câu 2: Tìm giá trị a để $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x.sin(2x)}{ln(1+4x^2)}, x \neq 0 \\ 1 - a, x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Giải:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Câu 3</u>: Tìm giá trị của tham số a để $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2} - cos(2x)}{ln(1+x^2)}, x \neq 0 \\ a, x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

Giải:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Câu 4</u>: Tìm giá trị của tham số a để hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x+4}-1}{x+1}, & x\neq -1\\ a, & x=-1\end{cases}$$ liên tục tại $x=-1$.

Giải:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Câu 5</u>: Tìm giá trị của tham số m để hàm

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sin(2x)}{x}, x > 0 \\ 2x - 3m, x \leq 0 \end{cases}$$ liên tục trên R.

Giải:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>Câu 6</u>: Tìm giá trị của tham số m để hàm

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{9^x-7^x}{2x+5x^3}, x\neq 0\\ 2m-1, x=0\end{cases}$$ liên tục tại $x=0$.

Giải:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....