

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1: Cho các ma trận: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. Tính $\det(A)$, $\det(A^1)$, $\det(A^{10})$.

Câu 2: Tính định thức: $\begin{vmatrix} m & 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 1 & 0 \\ 0 & 1 & m & 1 \\ 0 & 0 & 1 & m \end{vmatrix}$.

Câu 3: Giải phương trình: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & x \\ 4 & 9 & 16 & x^2 \\ 8 & 27 & 64 & x^3 \end{vmatrix} = 0$

Câu 4: Cho ma trận: $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. Tìm $\det(A^2)$.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Cho các ma trận: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. Tính $\det(A)$, $\det(A^t)$, $\det(A^{10})$.

Giải:

SV phải trình bày sử dụng quy tắc để tính: $\det A = -10$

Suy ra $\det(A^t) = -10$; $\det(A^{10}) = [\det(A)]^{10} = (-10)^{10} = 10^{10}$.

Câu 2: Tính định thức

$$\begin{vmatrix} m & 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 1 & 0 \\ 0 & 1 & m & 1 \\ 0 & 0 & 1 & m \end{vmatrix} \xrightarrow{d_1 - m \cdot d_2 \rightarrow d_1} \begin{vmatrix} 0 & 1 - m^2 & -m & 0 \\ 1 & m & 1 & 0 \\ 0 & 1 & m & 1 \\ 0 & 0 & 1 & m \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 - m^2 & -m & 0 \\ 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & m \end{vmatrix}$$

$$= - [(1 - m^2)(m^2 - 1) - 1(-m^2)]$$

$$= (m^2 - 1)^2 - m^2 = m^4 - 3m^2 + 1.$$

Câu 3:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & x \\ 4 & 9 & 16 & x^2 \\ 8 & 27 & 64 & x^3 \end{vmatrix} \xrightarrow[\underline{c_2 - c_1 \rightarrow c_2}]{\substack{c_4 - c_3 \rightarrow c_4 \\ c_3 - c_2 \rightarrow c_3}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & x - 4 \\ 4 & 5 & 7 & x^2 - 16 \\ 8 & 19 & 37 & x^3 - 64 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & x - 4 \\ 5 & 7 & x^2 - 16 \\ 19 & 37 & x^3 - 64 \end{vmatrix}$$

$$= (x - 4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & x + 4 \\ 19 & 37 & x^2 + 4x + 16 \end{vmatrix} = (x - 4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & x - 3 \\ 19 & 18 & x^2 + 4x - 21 \end{vmatrix}$$

$$= (x - 4) \begin{vmatrix} 2 & x - 3 \\ 18 & x^2 + 4x - 21 \end{vmatrix} = (x - 4) \begin{vmatrix} 2 & x - 3 \\ 18 & (x + 7)(x - 3) \end{vmatrix}$$

$$= (x - 4)(x - 3) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 18 & x + 7 \end{vmatrix} = (x - 4)(x - 3)(2x + 14 - 18)$$

$$= 2(x - 4)(x - 3)(x - 2).$$

$$PT \Leftrightarrow 2(x - 2)(x - 3)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 3; x = 4.$$

$$\begin{aligned}
 \text{Câu 4: } \det(A) &= \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{c_4 + c_3 + c_2 + c_1 \rightarrow c_1} \begin{vmatrix} 9 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & 3 & 2 & 2 \\ 9 & 2 & 3 & 2 \\ 9 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \\
 &= 9 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{-d_1 + d_4 \rightarrow d_4 \\ -d_1 + d_2 \rightarrow d_2 \\ -d_1 + d_3 \rightarrow d_3}} 9 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 9.
 \end{aligned}$$