BÀI TẬP

Tìm số chiều không gian nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ 4x - 2y + 2z = 0 \\ 6x - 3y + 3z = 0 \end{cases}$.

ĐÁP ÁN

Hệ phương trình $\Leftrightarrow 2x - y + z = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \\ z = -2\alpha + \beta \end{cases}$

Suy ra tập nghiệm của hệ phương trình là

T= $\{(\alpha; \beta; -2\alpha + \beta): \alpha, \beta \in R\} = \{\alpha(1; 0; -2) + \beta(0; 1; 1): \alpha; \beta \epsilon R\}$.

Vậy, không gian nghiệm của hệ là $T = \langle\{(1; 0; -2), (0; 1; 1)\}\rangle$.

Rõ ràng hệ $\{(1; 0; -2), (0; 1; 1)\}$ đltt nên dim(T)=2.

Được quét bằng CamScanner

a) Xét ma trận $A = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

Ta thấy $\det(A) = -3 \neq 0 \Rightarrow$ S đltt.

Mặt khác $\dim(R^3) = 3 = |S|$ nên S là cơ sở của R^3.

b) Giả sử $u = xu_1 + yu_2 + zu_3;\ (x, y, z \in R)$

$$\Leftrightarrow (2; -1; 1) = x(1; 0; 0) + y(1; -1; 0) + z(1; 2; 3)$$

$$\Leftrightarrow (2; -1; 1) = (x; 0; 0) + (y; -y; 0 + (z; 2z; 3z)$$

$$\Leftrightarrow (2; -1; 1) = (x + y + z; -y + 2z; 3z)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2z - y = -1 \\ 3z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5/3 \\ z = 1/3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của u đối với cơ sở S là $(u)_S = \left(0; \frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Được quét bằng CamScanner

BÀI TẬP NHÓM

Trên không gian đa thức $P_3[x]$. *Cho tập hợp:*

$$S = \{u_1 = x^3 + x + 1, u_2 = x^2 + 1, u_3 = 2x + 1, u_4 = 2\}.$$

a) *CMR:* S *là một cơ sở của* $P_3[x]$.

b) *Tìm toạ độ của vecto* $p = 3x^3 + 4x - 1$ *đối với cơ sở* S.

Được quét bằng CamScanner