
CHƯƠNG V: **PHỤ THUỘC HÀM**

Nội dung chi tiết

1. Phụ thuộc hàm
2. Hệ tiên đề Amstrong
3. Bao đóng phụ thuộc hàm, tập thuộc tính
4. Bài toán thành viên
5. Tập PTH tương đương
6. Tập PTH tối thiểu – Phủ tối thiểu
7. Khóa của quan hệ

I. Phụ thuộc hàm

■ Định nghĩa:

Cho $R(U)$, với R là quan hệ và U là tập thuộc tính.

Cho $X, Y \subseteq U$, phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ (đọc là X xác định Y) được định nghĩa là:

$$\forall t, t' \in R \text{ nếu } t.X = t'.X \text{ thì } t.Y = t'.Y$$

(Có nghĩa là: Nếu hai bộ có cùng trị X thì có cùng trị Y

■ Cách đọc: X xác định Y hay Y phụ thuộc hàm vào X

- X gọi là vế trái của PTH, Y là vế phải của PTH

■ Phụ thuộc hàm thường được ký hiệu là FD hay F (Functional Dependencies)

Ví dụ 1:

- Trong quan hệ $SV(\underline{MaSV}, Ten, Diachi, Ngaysinh)$, mỗi thuộc tính Ten , $Diachi$, $Ngaysinh$ đều phụ thuộc hàm (pth) vào thuộc tính $MaSV$.
- Mỗi giá trị $MaSV$ xác định duy nhất một giá trị tương ứng đối với từng thuộc tính đó. Khi đó, có thể viết :
 - $MaSV \rightarrow DIACHI$
 - $MaSV \rightarrow TEN$
 - $MaSV \rightarrow NGAYSINH$

- **Ví dụ 2:** Cho quan hệ $R(A,B,C,D)$ như sau:

R	(A	B	C	D)
	a	1	x	2
	a	1	y	2
	b	2	x	1
	b	2	y	1

- Cho biết các phụ thuộc hàm nào liệt kê dưới đây được thoả trong quan hệ R ở trên?
 - **f1: $A \rightarrow A$**
 - **f2: $A \rightarrow B$**
 - **f3: $A \rightarrow C$**
 - **f4: $AC \rightarrow C$**
 - **f5: $A \rightarrow D$**
 - **f6: $D \rightarrow A$**

■ Nhận xét:

- Phụ thuộc hàm là công cụ để biểu diễn một cách hình thức các ràng buộc.
- PTH được ứng dụng giải quyết các bài toán tìm khoá, tìm phủ tối thiểu và chuẩn hoá các quan hệ trong cơ sở dữ liệu.
- *Nếu $X \rightarrow Y$ thì không thể nói gì về $Y \rightarrow X$.*
- Ví dụ:
 - Có **$MSV \rightarrow Tên$** thì không thể khẳng định **$Tên \rightarrow MSV$** vì có thể có nhiều sinh viên cùng tên
 - Có **$MSV \rightarrow Ngaysinh$** thì không thể khẳng định **$Ngaysinh \rightarrow MSV$** vì có thể có nhiều sinh viên sinh cùng ngày

- **Biểu diễn phụ thuộc hàm:**

- *Dùng đường nối mũi tên từ các thuộc tính về trái đến các thuộc tính về phải của tất cả các phụ thuộc hàm*

- Ví dụ:

MƯỢN(Sốthẻ, Mã số sách, Tên người mượn, Tên sách, Ngày mượn)

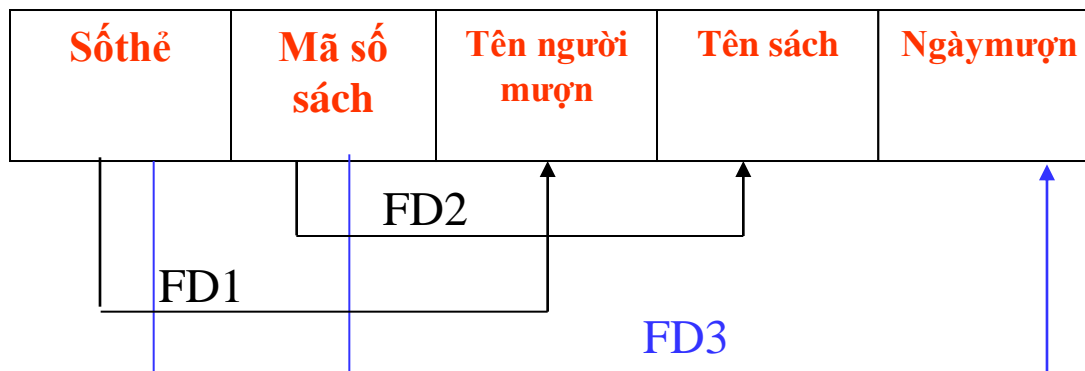
- Với các phụ thuộc hàm:

FD1: Sốthẻ → Tên người mượn

FD2: Mã số sách → Tên sách

FD3: Sốthẻ, Mã số sách → Ngày mượn

- Có sơ đồ phụ thuộc hàm như sau: MƯỢN



II. Hệ tiên đề Amstrong

- Năm 1974, Amstrong đưa ra **hệ luật dẫn** hay các **tính chất của phụ thuộc hàm**, gọi là hệ tiên đề Amstrong \Leftrightarrow các *nguyên tắc biến đổi của pth*
- **Định nghĩa:**
 - F là tập pth trên quan hệ $R(U)$ và $A \rightarrow B$ là một pth với $A, B \subseteq U$. Nói rằng, pth **$A \rightarrow B$** được suy diễn logic từ F nếu với mỗi quan hệ r xác định trên R thỏa các phụ thuộc hàm trong F thì cũng thỏa phụ thuộc hàm **$A \rightarrow B$** .
- Ví dụ:
 - Tập phụ thuộc hàm $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$
 - Ta có phụ thuộc hàm $A \rightarrow C$ là phụ thuộc hàm được suy dẫn từ tập F

* Hệ tiên đề Amstrong:

■ Cho $X, Y, Z, W \subseteq U$. Ký hiệu: $XY = X \cup Y$. Ta có các luật sau :

1. Luật phản xạ: Nếu $Y \subseteq X$ thì $X \rightarrow Y$

VD: $ABC \rightarrow BC$

2. Luật bổ sung - tăng trưởng: Nếu $X \rightarrow Y$ thì $XZ \rightarrow YZ$

VD: Nếu $C \rightarrow D$ thì $ABC \rightarrow ABD$

3. Luật bắc cầu: Nếu $X \rightarrow Y$ và $Y \rightarrow Z$ thì $X \rightarrow Z$

VD: Nếu có $AB \rightarrow C$, $C \rightarrow EG$ thì $AB \rightarrow EG$

4. Luật hợp: Nếu $X \rightarrow Y$ và $X \rightarrow Z$ thì $X \rightarrow YZ$

VD: Nếu $AB \rightarrow CD$ và $AB \rightarrow EF$ thì $AB \rightarrow CDEF$

5. Luật tách: Nếu $X \rightarrow Y$ và $Z \subseteq Y$ thì $X \rightarrow Z$

VD: Nếu $AB \rightarrow CDEF$ thì $AB \rightarrow CD$ và $AB \rightarrow EF$

6. Luật tựa bắc cầu:

Nếu $X \rightarrow Y$ và $WY \rightarrow Z$ thì $XW \rightarrow Z$

VD: Nếu $AB \rightarrow EF$ và $DEF \rightarrow G$ thì $ABD \rightarrow G$

■ **Ví dụ 1:** Cho $R = ABC$ và tập $F = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A \}$.

Áp dụng hệ tiên đề Amstrong CMR: **$BC \rightarrow ABC$**

- **Ví dụ 2:** Cho lược đồ quan hệ $R(A, B, C, D, E, G, H)$ và tập phụ thuộc hàm $F = \{B \rightarrow D, AB \rightarrow C, CD \rightarrow E, EC \rightarrow GH, G \rightarrow A\}$. Áp dụng hệ tiên đề Amstrong để tìm chuỗi suy diễn cho: $AB \rightarrow E$ và $AB \rightarrow G$

Thực hiện:

1. $AB \rightarrow C$ (gt)
2. $AB \rightarrow BC$ (tăng cường thêm B)
3. $B \rightarrow D$ (gt)
4. $BC \rightarrow DC$ (t/c thêm C)
5. $CD \rightarrow E$ (gt)
6. $BC \rightarrow E$ (bắc cầu 4 và 5)
7. **$AB \rightarrow E$ (bắc cầu 2 và 6)**
8. $AB \rightarrow EC$ (hợp 1 và 7)
9. $EC \rightarrow GH$ (gt)
10. $AB \rightarrow GH$ (bắc cầu 8 và 9)
11. $AB \rightarrow G$ (tách)

■ **Ví dụ 3:** Cho $R = \{A, B, C, E, F\}$

Và $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow B, ABC \rightarrow E, F \rightarrow A\}$. Áp dụng hệ tiên đề Amstrong. CMR: **$FB \rightarrow E$**

Thực hiện:

1. $F \rightarrow A$ (gt)
2. $FB \rightarrow AB$ (tăng cường)
3. $AB \rightarrow C$ (gt)
4. $ABC \rightarrow C$ (tc)
5. $ABC \rightarrow E$ (gt)
6. $ABC \rightarrow EC$ (hợp 4 và 5)
7. $AB \rightarrow E$ (tách 6)
8. $FB \rightarrow E$ (bắc cầu 2 và 7)

■ Ví dụ 4:

- Hãy dùng hệ tiên đề Armstrong để chứng minh:
- Nếu $X \rightarrow Y$ và $U \rightarrow V$ thì **$XU \rightarrow YV$**

■ Chứng Minh:

1. Từ $X \rightarrow Y$ (gt)
2. Có $XU \rightarrow YU$, (tăng trường U vào (1))
3. Từ $U \rightarrow V$ (gt)
4. Có $YU \rightarrow YV$ (tăng trường Y vào (3))
5. Có $XU \rightarrow YV$ (bắc cầu (2) và (4))

III. Bao đóng

1. Các khái niệm cơ bản

- Gọi F là tập các pth trên tập thuộc tính U , $X \subseteq U$.
- **Bao đóng của phụ thuộc hàm:** là tập tất cả các PTH được suy diễn logic từ tập pth F , kí hiệu là F^+

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y \}$$

Nhận xét: Nếu $F^+ = F$ thì F là họ đầy đủ của các pth

- **Bao đóng của tập thuộc tính X:** là tất cả các thuộc tính A mà phụ thuộc hàm $X \rightarrow A$ có thể được suy diễn logic từ F nhờ hệ tiên đề Amstrong. Kí hiệu: X^+

$$X^+ = \{ A \in U \mid X \rightarrow A \in F^+ \}$$

- **Nhận xét:**

- $X \subseteq X^+$
- $X \rightarrow Y \in F^+ \Leftrightarrow Y \subseteq X^+ \Rightarrow$ Có nghĩa là: $X \rightarrow Y$ được suy diễn từ hệ tiên đề Amstrong khi và chỉ khi $Y \subseteq X^+$

2. Thuật toán tìm bao đóng của tập thuộc tính

■ Cho $X \subset U$ là tập thuộc tính \Rightarrow Tìm X^+

■ Thuật toán **CLOSURE(X,F)**.

-Input: Tập thuộc tính X và tập phụ thuộc hàm F

-Output: Tìm bao đóng X^+ của F

-Thực hiện: Lần lượt tính các X^0, X^1, X^2, \dots , theo các bước sau:

- **Bước 1:** Đặt $X^0 = X$
- **Bước 2:** Lần lượt xét các phụ thuộc hàm của F nếu tồn tại pth $Y \rightarrow Z \in F$ mà $Y \subset X^i$ thì $X^{i+1} = X^i \cup \{Z\}$, ngược lại, đặt $X^{i+1} = X^i$
- **Bước 3:** Nếu ở bước 2 mà không tính được X^{i+1} thì X^i chính là bao đóng của tập thuộc tính X , ngược lại lặp lại bước 2.

Ví dụ 1:

- Cho $R = (A, B, C, D, E, G)$ và
pth $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, ACD \rightarrow B, D \rightarrow EG, BE \rightarrow C,$
 $CG \rightarrow BD, CE \rightarrow AG\}$. Tính: **$(BD)^+$**

Ví dụ 2:

- Cho $R = (A, B, C, D, E, H)$ và
- $F = \{ AB \rightarrow C, BC \rightarrow AD, D \rightarrow E, CE \rightarrow B \}$
- Tính **$(AB)^+$** ?

- **Ví dụ 3:** $U = (ABCDEFGH)$ và tập pth $F = \{A \rightarrow D, AB \rightarrow DE, CE \rightarrow G, E \rightarrow H\}$.

- Tính bao đóng X^+ với $X = (AB)$

- **Ví dụ 4:** Cho $R = \{A, B, C, D, E\}$

Và $F = \{A \rightarrow C, B \rightarrow C, C \rightarrow D, DE \rightarrow C, CE \rightarrow A\}$

- Tính bao đóng X^+ với $X = (AE)$

Bài tập áp dụng:

- Cho LĐQH $p = (U, F)$ với $U = ABCDE$,
- $F = \{ A \rightarrow C, BC \rightarrow D, D \rightarrow E, E \rightarrow A \}$. Tính:
 - $(AB)^+$
 - $(BD)^+ - (D)^+$
 - Kiểm tra xem $CE \rightarrow A$; $DE \rightarrow A$ có là thành viên của F