Transformada de Fourier y su aplicación en tratamiento de audio

javier Oswaldo Alvarez Reyes , Rony Rodrigo Sicos Barrera , Pablo Cesar Yucra Ccolqque

19 de junio de 2022

Resumen

En este articulo presentaremos la representación del sonido mediante Series de Fourier. En principio se explicara la teoria de Fourier para despues explicar como la computadora reconoce el sonido para finalmente mostrar la representación del sonido mediante Fourier.

1. Introduction

La 'Transformada rápida de Fourier' (FFT) es un método de medición importante en la ciencia de la medición de audio y acústica. Convierte una señal en componentes espectrales individuales y, por lo tanto, proporciona información de frecuencia sobre la señal. Las FFT se utilizan para el análisis de fallas, el control de calidad y el monitoreo de condiciones de máquinas o sistemas.

2. Modelo matematico de Fourier

La transformada de Fourier se les aplica a las señales primordialmente, sabemos que si la función es par entonces su transformada es real y si es impar, entonces su transformada es imaginaria, estas señales pueden ser senoidales, triangulares, cuadradas, etc.

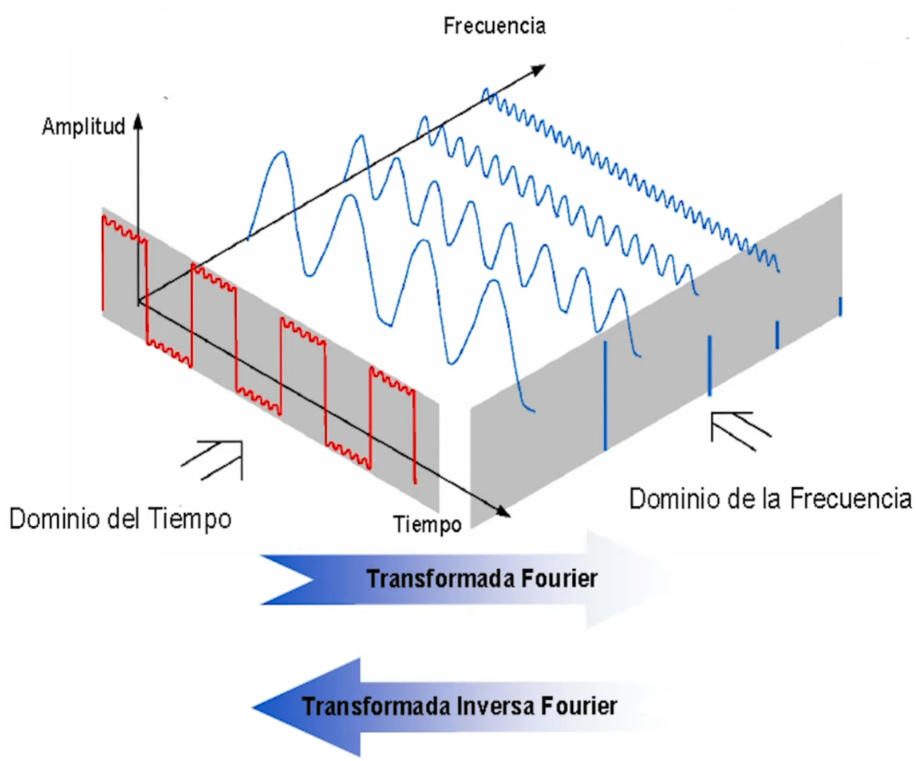
Todas las señales tienen frecuencia. Y esta es el número de ciclos por segundo que tiene una señal, a su vez los ciclos son el patrón que se repite en una señal. Generalmente se analizan las ondas senoidales, la frecuencia puede ser alta o baja. Por lo que no serán iguales una señal de 10 Hertz con una de 1 Hertz. Las señales pueden estar formadas por una o más señales y lo que hará la FFT es separar las funciones de una señal para saber por cuales está conformada.

La FT es una expresión matemática que nos permite pasar del dominio de una señal respecto al tiempo al dominio frecuencial de una señal y esto nos puede servir mucho para identificar cuáles son las ondas de senos y cosenos que integran la señal y cuales son su frecuencias.

Todas las señales están conformadas por una serie de señales de senos y cosenos que posee cada una, una frecuencia y que para las señales periódicas cada una de estas se denominaba armónico.

los armónicos son múltiplos de la frecuencia más baja que posee esta señal y que se iba a ser por así decirlo una sumatoria de estos armónicos, respecto a algunas funciones que nos llevan que teniendo todos los armónicos iba a ser posible reconstruir la señal que integra a todas las frecuencias, a todos estos armónicos. Pero esto lo descubrió para las señales periódicas. Para las señales no periódicas el definió que la operación no se iba a tratar de una sumatoria de armónicos, ya que para una señal no periódica no hay como tal un orden, puede haber muchas frecuencias y se podría decir que todas esas frecuencias son armónicos que integran a la señal por lo que ella no definición que aquí se utilizaba una sumatoria de todos estos armónicos sino que se iba a usar una integral continua.

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\mathrm{e}^{-2i\pi\omega x}\,dx \tag{1}$$

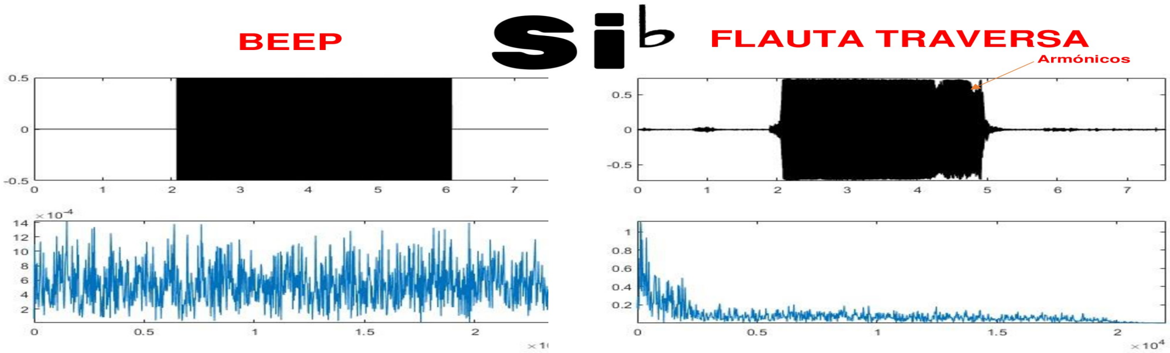


3. El sonido

El sonido se define como la interpretación que hace nuestro cerebro de las variaciones de presión que genera un objeto vibrante en determinado medio, habitualmente, el aire. Para que esta vibración sea audible para un ser humano, el objeto debe oscilar aproximadamente entre 20 y 20,000 veces por segundo (ya que las frecuencias de ondas que somos capaces de escuchar van de 20Hz - Hertz - a 20 KHZ – kilo Hertz). Ahora bien, para describir un sonido musical se utilizan tres términos: altura, timbre e intensidad. La altura está directamente relacionada con la frecuencia de oscilación, aunque algunos sonidos, como los percusivos, no tienen una altura definida. Lo que hace que un sonido posea o no una altura clara es la periodicidad de la señal. Es decir, que para que lleguemos a percibir su altura es necesario que la frecuencia de oscilación (la cual se mide en Hertz) no varié dentro de un determinado lapso mínimo de tiempo. Mientras más alta sea la frecuencia de la señal, más agudo será el sonido, y viceversa.

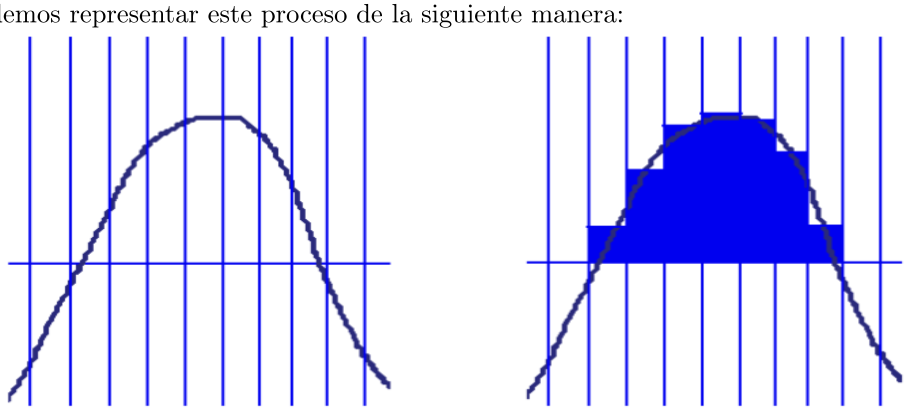
3.1. Armònicos del sonido

Son los componentes de un sonido que se definen como las frecuencias secundarias que acompañan a una frecuencia fundamental o generadora. Los sonidos armónicos son producidos por la naturaleza, al recibir cuerpos capaces de vibrar las ondas sonoras que emite un sonido fundamental al espacio y se han utilizado como base de los sistemas de temperamento justo. El armónico de una onda es un componente sinusoidal de una señal. Su frecuencia es un múltiplo de la fundamental.



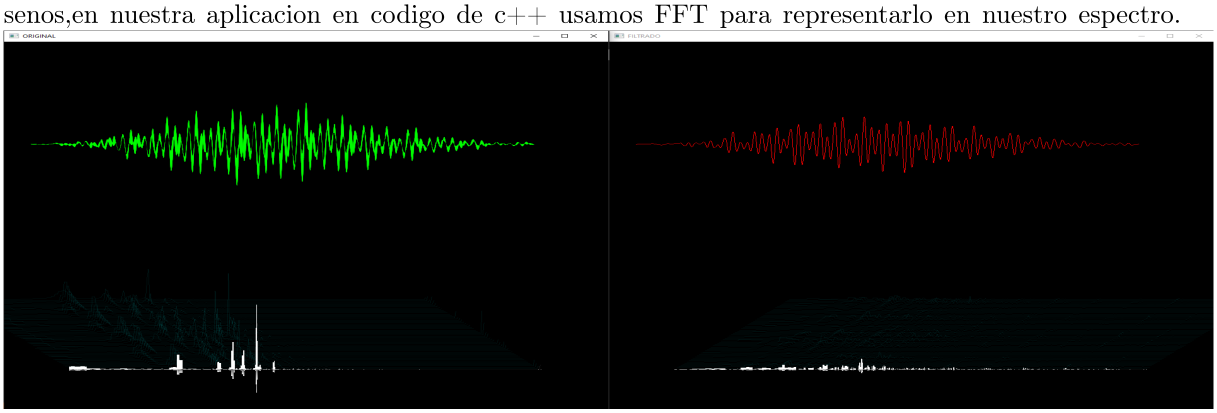
3.2. Almacenamiento

El proceso de introducir en una computadora cualquier elemento externo a ella se denomina digitalización. Por ende, para digitalizar el sonido se pueden utilizar diversos dispositivos, pero la solución más económica, en el caso de una PC, generalmente consiste en utilizar una placa o tarjeta de sonido y un micrófono conectado a ella. El micrófono convierte la variación de la presión de aire ejercida sobre su membrana en una señal eléctrica analógica (continua) que varía en el tiempo. Esta señal es introducida en la computadora, por ejemplo, mediante el cable que conecta el micrófono a la entrada correspondiente de la placa de sonido. El dispositivo digitalizador (en nuestro caso la placa de sonido de la PC) muestrea la señal analógica que recibe, una gran cantidad de veces por segundo. Luego, el proceso contrario, de reproducción del sonido almacenado, consiste en leer estas secuencias de ceros y unos y reproducir el sonido de cada muestra tan rápido como cuando se las tomó. Gráficamente, podemos representar este proceso de la siguiente manera:



4. Representación del sonido mediante Series de Fourier

Las series de Fourier nos permite representar el sonido en una funcion de sumas de senos y consenos,en nuestra aplicacion en codigo de c++ usamos FFT para representarlo en nuestro espectro.



```
/*
```

```
* FAST FOURIER TRANSFORM
* ----------------------
* calcula la DISCRETE FOURIER TRANSFORM en O(nlogn) aplicando divide y vencer s
*/
void ClaseFourier::fft(CArray& x, CArray& fx)
{
    const int N = x.size();
    if (N <= 1) return; //regresa al elemento anterior de la pila

    //Pares
    CArray Pares = x[slice(0, N / 2, 2)]; //cortamos (offset, n mero de elementos en
    el nuevo corte, pasos entre elementos de array)
    CArray fPares = fx[slice(0, N / 2, 2)];

    //Impares
    CArray  Impares = x[slice(1, N / 2, 2)];
    CArray fImpares = fx[slice(1, N / 2, 2)];

    fft(Pares, fPares);
    fft(Impares, fImpares);


    for (int k = 0; k < N / 2; k++)
    {
        Complex t = polar(1.0, -2 * PI * k / N) * Impares[k];
        //cout << t;;
        Complex ft = polar(1.0, -2 * PI * k / N) * fImpares[k];
        //cout << "\t" << ft << endl;

        x[k] = Pares[k] + t;
        fx[k] = fPares[k] + ft;

        x[k + N / 2] = Pares[k] - t;
        fx[k + N / 2] = fPares[k]; -ft;
    }
}
```

Listing 1: FFT

Referencias

[1] Angie Vanessa Jaramillo Castrillón. Fast Fourier Transform and its application in image processing and audio .

[2] Aarón Farías Palma . UNIDAD II CREACIÓN Y EDICIÓN DE AUDIO Y VIDEO https://silo.tips/download/unidad-ii-creacion-y-edicion-de-audio-y-video.

[3] Fast Fourier transform . https://cp-algorithms.com/algebra/fft.html

[4] Muzkaw . https://www.youtube.com/watch?v=LqUuMqfW1PE

[5] Transformada rápida de Fourier . http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/datos/fourier/fourier_1.html

[6] TRANSFORMADA DE FOURIER en 5 TRUCOS . https://www.youtube.com/watch?v=LqUuMqfW1PE

[7] ¿Qué es la Transformada de Fourier? Una introducción visual . https://www.youtube.com/watch?v=h4PTucW3Rm0

[8] SFML :Playing sounds and music . https://www.sfml-dev.org/tutorials/2.5/audio-sounds.php