

安徽大学 20 19 —20 20 学年第 一 学期

《 概率论与数理统计 A 》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 设事件  $A$  与  $B$  互不相容, 则下列选项正确的是 ( ).  
 (A)  $P(\overline{A}\overline{B}) = 0$  (B)  $P(AB) = P(A)P(B)$   
 (C)  $P(A) = 1 - P(B)$  (D)  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$
- 设  $f(x)$  和  $F(x)$  分别为  $X$  的概率密度函数和分布函数, 则下列选项正确的是 ( ).  
 (A)  $P(X=x) = f(x)$  (B)  $P(X=x) \leq F(x)$   
 (C)  $0 \leq f(x) \leq 1$  (D)  $P(X=x) = F(x)$
- 设  $f_1(x)$  为标准正态分布的概率密度函数,  $f_2(x)$  为  $[-1, 1]$  上均匀分布的概率密度函数. 若  $f(x) = \begin{cases} af_1(x), & x \leq 0, \\ bf_2(x), & x > 0, \end{cases}$  ( $a > 0, b > 0$ ) 为概率密度函数, 则  $a, b$  应满足 ( ).  
 (A)  $2a + 3b = 4$  (B)  $3a + 2b = 4$  (C)  $a + b = 1$  (D)  $a + b = 2$
- 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a + b \arcsin x, & -1 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$$
 则  $a, b$  的值分别为 ( ).  
 (A)  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\pi}$  (B)  $a = 0, b = 0$  (C)  $a = 0, b = \frac{1}{\pi}$  (D)  $a = \frac{1}{2}, b = 0$
- 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ ), 则此人第四次射击恰好第二次命中目标的概率为 ( ).  
 (A)  $3p(1-p)^2$  (B)  $6p(1-p)^2$  (C)  $3p^2(1-p)^2$  (D)  $6p^2(1-p)^2$

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6. 设  $P(A)=0.3, P(B|A)=0.5, P(A|B)=0.25$ ，则  $P(B)=$ \_\_\_\_\_.

7. 设随机变量  $X$  的分布列为

$$P(X=k)=a\frac{\lambda^k}{k!} \quad (k=0,1,2,\cdots),$$

其中  $a$  为常数， $\lambda > 0$  为参数，则  $a=$ \_\_\_\_\_.

8. 设随机变量  $X$  服从指数分布  $E(\lambda)$  ( $\lambda > 0$ )，且二次方程  $y^2 + 2y + X = 0$  无实根的概率为  $e^{-1}$ ，则  $\lambda=$ \_\_\_\_\_.

9. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x)=\begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1/2, & 0 \leq x < 1, \\ 1-e^{-x}, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $P(X=1)=$ \_\_\_\_\_.

10. 设随机变量  $X$  在区间  $(2,5)$  上服从均匀分布，现对  $X$  进行三次独立观测，则至少有两次观测值大于 3 的概率为\_\_\_\_\_.

三、计算题（每小题 12 分，共 72 分）

得分	
----	--

11. 12 个乒乓球中有 9 个新球，3 个旧球，第一次比赛时取出 3 个球，用完后放回，第二次比赛又从中取出 3 个球.

(1) 求第二次取出的 3 个球中有 2 个新球的概率；

(2) 若第二次取出的 3 个球中有 2 个新球，求第一次取到的 3 个球中恰有一个新球的概率.

12. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} k\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

其中  $k$  为常数， $\theta > 0$  为未知参数，且  $P(X > 1) = 0.5$ . 求：

(1)  $k$  和  $\theta$  的值；(2) 随机变量  $X$  的分布函数  $F_X(x)$ .

13. 某地区 18 岁的女青年的血压（收缩压）服从正态分布  $N(110, 10^2)$ ，从该地区任选一名女青年，测量她的血压是  $X$ .

(1) 求  $P(100 \leq X \leq 120)$ ；(2) 试确定最小的  $x$ ，使得  $P(X > x) \leq 0.05$ .

(已知  $\Phi(0.1) = 0.5398, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.65) = 0.95, \Phi(1.96) = 0.975$ .)

14. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Cx^2y, & x^2 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

其中  $C$  为常数. 求: (1) 常数  $C$  的值; (2)  $P(X > Y)$ .

15. 设  $G$  是平面上由曲线  $y = x^2$  及直线  $y = x$  所围成的区域, 二维随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $G$  上的均匀分布. 求: (1)  $(X, Y)$  的联合密度函数  $f(x, y)$ ; (2)  $X$  与  $Y$  的边缘密度函数.

16. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	$a$	0	0.1

其中  $a$  为常数. 求: (1) 常数  $a$  的值; (2)  $X, Y$  的边缘分布律; (3)  $P(XY = 0)$ .

#### 四、证明题 (每小题 8 分, 共 8 分)

得分	
----	--

17. 设连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

$F(x)$  为  $X$  的分布函数. 令  $Y = F(X)$ , 求证: 随机变量  $Y$  在  $[0, 1]$  上服从均匀分布.