

安徽大学 2012—2013 学年第 2 学期

《信号与系统》考试试卷（A 卷）
 （闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

得 分	
-----	--

一、填空题（每小题 1.5 分，共 15 分）

- 利用单位冲激信号 $\delta(t)$ 的性质，有 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3t-1} \delta(t-1) dt =$ _____。
- 连续时间信号 $f(t)$ 进行移位运算 $f(t-2)$ 后，从频率域来看信号的幅频特性 _____。（变化还是不变）
- 已知信号 $f(t)$ 单边拉普拉斯变换 $F(s) = \frac{s}{s+1}$ ，则该信号的傅里叶变换为 _____。
- 全通系统的系统函数 $H(s) = \frac{s-a}{s+1}$ ，则 a 取值为_____。
- 已知信号 $f(t)$ 的单边拉普拉斯变换 $F(s) = \frac{s+6}{(s+2)(s+5)}$ ，则时域初始值 $f(0_+) =$ _____。
- 微分方程求解过程中确定齐次解系数的条件是_____（ $r^{(k)}(0_-)$ 还是 $r^{(k)}(0_+)$ ）。
- 离散时间序列 $x(n)$ 的 Z 变换收敛域是 $|z| > 1$ ，则 $x(n)$ 一定是_____（左边序列、右边因果序列或双边序）。
- 一阶系统的上升时间与截止频率成_____（正比还是反比）。
- s 平面上的虚轴对应 z 平面上的_____。
- 离散时间系统数字频率的单位为 _____（赫兹、弧度/秒、弧度）。

二、填空题（每小题 1 分，共 5 分）

得 分

1. 下列系统是线性时不变因果系统的是（ ）

A. $r(t) = e(2t)$ B. $r(t) = e^2(t)$ C. $r(t) = \frac{de(t)}{dt}$ D. $r(t) = \int_{-\infty}^{5t} e(\tau) d\tau$

2. 若 $x(t)$ 是已录制声音的磁带, 则下列表述错误的是（ ）

- A. $x(-t)$ 表示将此磁带倒转播放产生的信号;
- B. $x(2t)$ 表示将此磁带放音速度降低一半播放;
- C. $x(t-t_0)$ 表示将此磁带延迟 t_0 时间播放;
- D. $2x(t)$ 表示将磁带的音量放大一倍播放。

3. 线性时不变系统响应满足的规律性为（ ）。

- A. 若起始状态为零, 则零输入响应为零;
- B. 若起始状态为零, 则零状态响应为零;
- C. 若系统的零状态响应为零, 则强迫响应也为零;
- D. 若系统的起始状态为零, 则系统的自由响应为零。

4. 已知 $f(t)$ 的频带宽度为 $\Delta \omega$, 则 $f(2t-4)$ 的频带宽度为（ ）

A. $2\Delta \omega$ B. $\frac{1}{2}\Delta \omega$ C. $2(\Delta \omega-4)$ D. $2(\Delta \omega-2)$

5. 一个因果稳定的连续时间系统, 其 $H(s)$ 的全部极点须分布在 s 平面的（ ）

- A. 左半平面 B. 右半平面 C. 虚轴上 D. 虚轴或左半平面

三、论述题（第 1、2 题每题 6 分，第 3 题 8 分，共 20 分）

得 分

(1) 常用信号分解方法有哪些? 结合你熟悉的一种分解方法, 简述你对信号分解的理解。

2. 简述对 $h(n)$ 的定义及其在系统分析中的作用?

3. 结合线性时不变系统的微分方程特征方程和特征根, 以及系统函数的零点和极点, 简述它们对系统响应的时域特性, 以及与系统响应各种分类的对应关系。

四、计算题 (第 1、2 题各 5 分, 第 3、4 题各 10 分, 共 30 分)

得 分	
-----	--

1. 已知 $f_1(t) = 2[u(t+1) - u(t-1)]$, $f_2(t) = \delta(t+5) - \delta(t-5)$, 计算卷积 $f_1(t) * f_2(t)$ 。

2. 已知序列 $x(n]=4\delta(n)+2\delta(n-1)+8\delta(n-2)+2\delta(n-3)$, $y(n)=3\delta(n)+\delta(n-1)+5\delta(n-2)$, 计算 $x(n)*y(n)$ 。

3. 已知信号 $f(t)$ 波形如图 1 所示, 计算该信号的傅里叶变换 $F(j\omega)$ 。

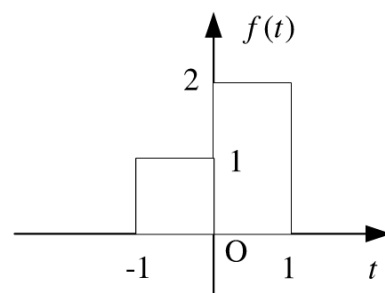


图 1

4. 周期单位冲激序列信号 $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$, 周期为 T_1 , 计算此周期单位冲激

序列信号的傅里叶级数和傅里叶变换。

五、综合题（每小题 15 分，共 30 分）

得 分	
-----	--

1. 已知某连续时间系统的微分方程为

$$\frac{d^2 r(t)}{dt^2} + 4 \frac{dr(t)}{dt} + 3r(t) = \frac{de(t)}{dt} + 0.5e(t)$$

试求（1）系统函数 $H(s)$ ；（2）系统的冲激响应；（3）讨论系统的稳定性；（4）分析系统的频响特性，并粗略画出幅频与相频特性的曲线。

2. 离散时间系统如图 2 所示，试求：

- (1) 离散时间系统的差分方程；(2) 系统函数 $H(z)$ ；(3) 系统单位样值响应 $h(n)$ ；
(4) 当激励 $x(n)=u(n)$ 时，系统零状态响应 $y(n)$ 。

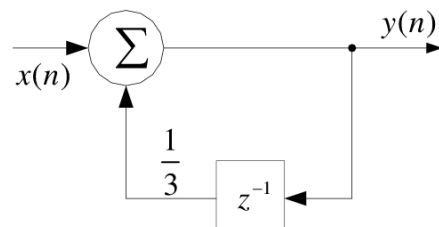


图2

安徽大学 2012—2013 学年第 2 学期信号与系统考试 A 卷答案

一、填空题（每小题 1.5 分，共 15 分）

1. e^{-4} ; 2. 不变; 3. $F(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega+1}$; 4. 1; 5. 1

6. $r^{(k)}(0_+)$; 7. 右边因果序列; 8. 反比; 9. 单位圆; 10. 弧度

二、填空题（每小题 1 分，共 5 分）

1. C; 2. B; 3. A; 4. A; 5. A

三、论述题（第 1、2 题每题 6 分，第 3 题 8 分，共 20 分）

1. 常用的分解方法有：直流分量与交流分量；偶分量与奇分量；无穷多个时刻具有不同幅度的阶跃函数的和；无穷多个时刻具有不同强度的冲激函数的和；实部分量与虚部分量；正交函数分量。（+3 分）

从研究信号经某系统的传输和处理的问题，比方说三极管放大电路、传感器等系统幅频和相频特性和信号分解成不同频率的角度理解。从研究对有限带宽的时域信号进行采样的角度来谈信号分解的理解。从通信系统频谱搬移技术来谈信号分解的理解。也可以从正弦函数和复指数分解来理解。

答案不止一种，阅卷老师根据学生回答知识要点酌情给分，叙述完整正确的（+3 分）。

2. 定义：单位样值响应 $h[n]$ 定义为离散时间系统在输入信号为单位样值信号时的零状态响应。（+2 分）

它在离散时间系统中的地位和作用等同于单位冲激响应在连续时间系统中的地位和作用：（1）系统的零状态响应为： $y[n] = h[n] * x[n]$ ；（2）系统稳定性的充分必要条件是：

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$ ；（3）系统是因果系统的充分必要条件是： $h[n] = 0, n < 0$ ；（4）离散时间系

统的系统函数： $H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n}$ ；（5）离散时间系统的频率响应为： $H(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\Omega n}$ 。

五点中答对四点的，给+4 分，否则答对一点+1 分。

3. 线性时不变系统的微分方程特征方程的特征根，是系统的固有频率，（1）特征根决定了微分方程的齐次方程解的形式，非齐次微分方程解由齐次方程的通解和非齐次方程的特

解构成；（2）非齐次微分方程解也可分解为固有响应分量和强迫响应分量，固有响应分量的形式和微分方程的特征根是对应的；（3）对于稳定系统，其微分方程特征根均位于 s 平面的左半平面，非齐次微分方程解可分解为暂态响应分量和稳态响应分量，一般其暂态响应分量由特征根确定。

系统函数与系统时域解的关系：（1）由微分方式在零状态下的拉氏变换得到，变换过程中，可能出现零极点相互抵消的情况，所以系统函数极点反映系统零状态的全部信息；

（2）系统响应分为固有响应分量和强迫响应分量，函数的极点决定了系统响应的固有响应分量；（3）系统解的形式由极点确定，零点影响系统响应的幅值与相位；（4）系统函数的极点分布决定系统响应的稳定性。

阅卷老师根据学生回答知识要点酌情给分，叙述较完整正确的（+8 分）。

四、计算题（第 1、2 题各 5 分，第 3、4 题各 10 分，共 30 分）

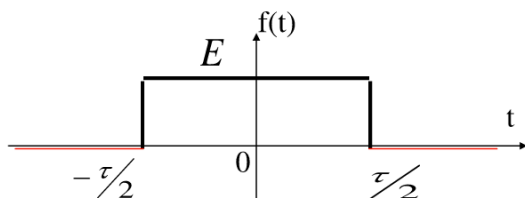
1. 解: $f_1(t) * f_2(t) = 2[u(t+1) - u(t-1)] * [\delta(t+5) - \delta(t-5)]$ (+5 分)
 $= 2u(t+6) - 2u(t+4) - 2u(t-4) + 2u(t-6)$

2. 解:

		$x(n)$	4	2	8	2
		$y(n)$		3	1	5
			20	10	40	10
			4	2	8	2
	12	6	24	6		
$x(n) * y(n)$	12	10	46	24	42	10

(+5 分)

3. 解: 对于如下图关于 y 轴对称分布的矩形脉冲信号，其傅里叶变换为



$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} Ee^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{2E}{\omega} \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = E\tau \left(\frac{\sin(\frac{\omega\tau}{2})}{\frac{\omega\tau}{2}} \right) = E\tau \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

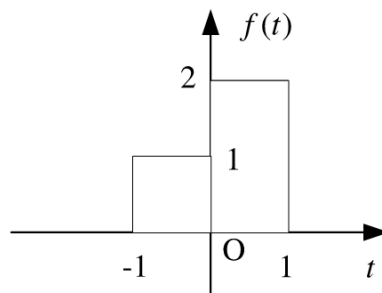


图 1 (+4 分)

令 $E=1, \tau=1$ ，此矩形脉冲信号左移和一个和放大 2 倍的矩形脉冲信号右移 0.5

叠加，利用傅里叶变换的线性和时移特性， $F\left[\sum_{i=1}^n a_i f_i(t)\right] = \sum_{i=1}^n a_i F_i(\omega)$ ，

$$F[f(t-t_0)] = F(\omega)e^{-j\omega t_0}, \quad (+4 \text{ 分})$$

得到所求傅里叶变换为

$$F(\omega) = Sa\left(\frac{\omega}{2}\right)e^{j0.5\omega} + 2Sa\left(\frac{\omega}{2}\right)e^{-j0.5\omega} = Sa\left(\frac{\omega}{2}\right)[e^{j0.5\omega} + 2e^{-j0.5\omega}] \quad (+3 \text{ 分})$$

4. 解： $\delta_T(t)$ 是周期函数，展开为傅里叶级数为 $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_1 t}$

$$F_n = \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} \delta_T(t) \cdot e^{-jn\omega_1 t} dt = \frac{1}{T_1}$$

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_1 t} \quad (+5 \text{ 分})$$

$\delta_T(t)$ 的傅里叶变换为：

$$F[\delta_T(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_1)$$

$$F(\omega) = F[\delta_T(t)] = \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_1) \quad (+5 \text{ 分})$$

五、综合题（每小题 15 分，共 30 分）

1. 解：（1）设系统起始状态为零，对微分方程两边取拉氏变换得到

$$s^2 R(s) + 4sR(s) + 3R(s) = sE(s) + 0.5E(s)$$

$$\text{变换得到系统函数为 } H(s) = \frac{R(s)}{E(s)} = \frac{s+0.5}{s^2+4s+3} \quad (+4 \text{ 分})$$

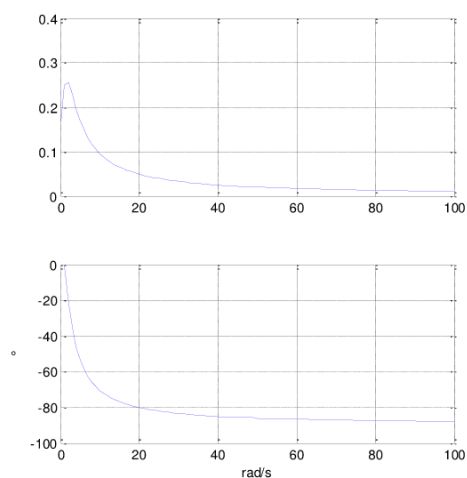
（2）对 $H(s)$ 展开成部分分式 $H(s) = \frac{1.25}{s+3} - \frac{0.25}{s+1}$ ，系统的冲激响应为

$$h(t) = 1.25e^{-3t} - 0.25e^{-t}, t > 0_+ \quad (+4 \text{ 分})$$

（3）由于系统函数 $H(s)$ 的极点 $p_1 = -3, p_2 = -1$ 均位于 s 平面的左半平面，所以该系统是稳定的。 (+3 分)

（4）系统的频响特性

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{j\omega + 0.5}{-\omega^2 + j4\omega + 3} \quad (+2 \text{ 分})$$



(+2 分)

2. 解：(1) 由系统框图可直接写出离散时间系统的差分方程为

$$y(n) - \frac{1}{3}y(n-1) = x(n) \quad (+4 \text{ 分})$$

(2) 设系统零状态下对 (1) 中的差分方程两边取 z 变换：

$$Y(z) - \frac{1}{3}z^{-1}Y(z) = X(z)$$

$$\text{整理得到系统函数为 } H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \quad (+4 \text{ 分})$$

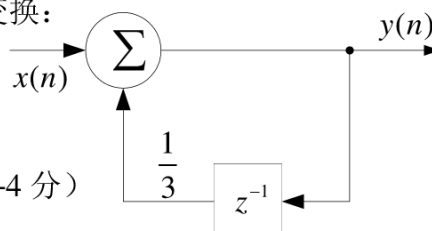


图2

(3) 对系统函数 $H(z)$ 逆 z 变换得到系统单位样值响应为： $h(n) = (\frac{1}{3})^n u(n)$ (+3 分)

(4) 当激励 $x(n) = u(n)$ 时，系统零状态响应的 z 变换为

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}}, \text{ 对其进行部分分式展开}$$

$$\frac{Y(z)}{z} = -\frac{0.5}{z - \frac{1}{3}} + \frac{1.5}{z - 1}, \text{ 逆 } z \text{ 变换 } y(n) = [1.5 - 0.5(\frac{1}{3})^n]u(n) \quad (+4 \text{ 分})$$