学号____________ 姓名____________ 专业____________ 年级____________ 院/系____________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学2012—2013学年第 1 学期

《 数理方法》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

得 分	

一、填空题（每小题 2 分，共 20 分。**每题错一空不得分**）

1．复数 $z=-4-i3$ 的辐角主值为______________，三角表达式为______________。

2.计算 $e^{-3+i\frac{\pi}{4}}$ 的值为______________________。

3．计算幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$ 的收敛半径 R＝____________________。

4.函数 $f_1(t), f_2(t)$ 的 Fourier 卷积 $f_1(t)*f_2(t)$ 的定义式为_______________________。

5．拉普拉斯变换 $L[1]=$_________________，$L[4t]=$_________________。

6．$z=0$ 为 $\frac{\sin z}{z^3}$ 的____________阶极点。(填数字)

7．$(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2})^2+(\frac{\partial u}{\partial y})^2=\sin x\cos y$ 为二阶、_________、__________ 偏微分方程。(填线性或非线性，齐次或非齐次)

8．在分离变量法过程中得到函数 $u_n(x,t)=E_n\cos(\omega_n t-\theta_n)\times(\sin\frac{n\pi}{l}x)$，代表驻波，其振幅依赖于点 x 的位置为 ______________，波 u_n 的节点或波节点为_________________________。

9．考虑具有统一边界条件的泊松方程问题，即定解问题为

$$\begin{cases}\nabla^2 u(\mathbf{r}) = -f(\mathbf{r}) \\ [\alpha u + \beta \dfrac{\partial u}{\partial n}]\Big|_S = \varphi(\mathbf{r}_S)\end{cases}$$

为求解此定解问题，可以定义一个与此问题相应的格林函数 $G(\mathbf{r},\mathbf{r}_0)$ ，写出 $G(\mathbf{r},\mathbf{r}_0)$ 满足的定解问题为：______________________________。

10. 设Ω∈R^{3}是分片光滑的闭曲面Σ所围成的区域，函数$u(x,y,z)$和$v(x,y,z)$在Ω+Σ上具有一阶连续偏导数，在Ω内具有连续的所有二阶偏导数，则u与v满足的第二格林公式为

$\iiint_\Omega u\nabla^2 v - v\nabla^2 u \, d\Omega =$ ______________________________。

二、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

得　分	

1. 求 $f(t) = te^{s_0 t}$ 的拉普拉斯变换。

2. 计算积分 $I = \oint\limits_{|z|=3} \dfrac{2z^2 - z + 1}{(z-1)^3} dz$ 。

3. 试分别以 $z_0=0$ 及 $z_0=1$ 为中心将 $f(z)=\dfrac{z-1}{z+1}$ 展开成 Taylor 级数，并指出其收敛半径。

4. 一根长为 l 的两段固定的弦，用手将它的中点横向拉开距离为 h，如图 1 所示，然后放手任其自由振动。写出它的初始条件、边界条件；并利用分离变量法求解此定解问题。

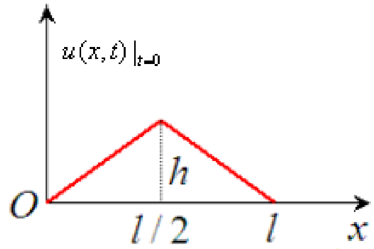

图 1

5．求解初值问题：

$$\begin{cases} u_{tt}-a^2u_{xx}=0 \\ u(x,0)=\cos x \quad (-\infty<x<+\infty, t>0, a>0) \\ u_t(x,0)=e \end{cases}$$ 。

6. 已知勒让得多项式系$\{P_n(x)\}$满足如下关系式

$$\int_{-1}^{1} P_m(x)P_n(x)dx=\frac{2}{2n+1}\delta_{m,n} \triangleq \begin{cases} 0, \ m\neq n \\ \frac{2}{2n+1}, m=n \end{cases}$$ 。

试将 $f(x)=x^2$ 按$\{P_n(x)\}$展开为广义傅立叶级数。

得　分	

三、证明题（共 10 分）

证明函数 $f(z)=|z|^2$ 在 $z=0$ 处可导但 $f(z)$ 在复平面上处处不解析。

线

答 题 勿 超 装 订 线

订

装

四、简答题（共 10 分）

得 分	

试叙述《数理方法》课程中，求解偏微分方程的几种常见方法，并说明各种方法的适用类型(包括：方程类型与边界类型及初始条件)与特点。