

考场登记序号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

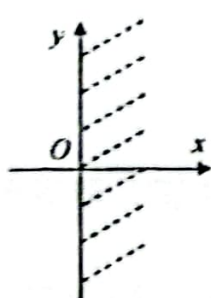
得分

一、单项选择题 (每小题 2 分,共 20 分)

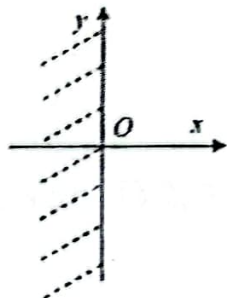
1. 对于复数 $z = x + jy$, 其中 $x < 0, y < 0$, 则其辐角主值为()

- A. $\arctan \frac{y}{x}$; B. $-\arctan \frac{y}{x}$; C. $\arctan \frac{y}{x} + \pi$; D. $\arctan \frac{y}{x} - \pi$.

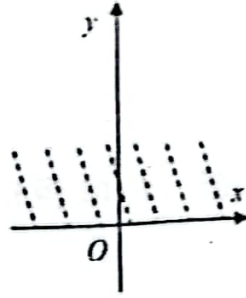
2. $\operatorname{Re}(z) > 0$ 表示下面哪个图中虚线所示的区域()



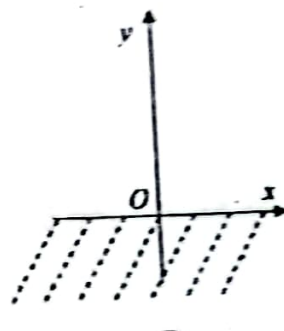
A



B



C



D

3. 关于复数的运算, 下面描述不正确的是()

- A. $(z_1 + z_2)^* = z_1^* + z_2^*$; B. $(z_1 z_2)^* = z_1^* z_2^*$;
C. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$; D. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.

4. 下面对函数的描述不正确的是()

- A. $e^z \neq 0$; B. 正弦函数 $\sin z$ 为无界函数
C. 当 $z \rightarrow 0$ 时, 函数 $e^{\frac{1}{z}}$ 的极限不存在; D. 对数函数 $\operatorname{Ln} z$ 是以 $j2\pi$ 为周期的函数。

5. 下面说法不正确的是()

- A. 若 $f(z)$ 在 z_0 点解析, 则 $f(z)$ 在 z_0 点存在任意阶导数;
B. 若 $f(z)$ 在 z_0 点可导, 则 $f(z)$ 必在 z_0 点解析;
C. $f(z)$ 在简单闭曲线 C 所包围的区域 G 内解析, 在 C 上连续, 则有 $\oint_C f(z) = 0$;
D. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n$ 在收敛圆内收敛到和函数 $f(z)$, 则 $f(z)$ 为该收敛圆内的解析函数。

6. 设 C 圆周 $|z|=1$, 取逆时针方向, 则积分 $\oint_C \frac{1}{z^2} dz = (\quad)$

- A. $j2\pi$; B. $j4\pi$; C. 0; D. 1.

7. 若函数 $f(z)$ 在环形区域 $R_1 < |z - z_0| < R_2$ 内展开为罗朗级数, 即 $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z - z_0)^n$, 则下面说法不正确的是()

A. z_0 可能是也可能不是 $f(z)$ 的奇点; B. $f(z)$ 在环形区域内解析;

C. 罗朗级数在环形区域内绝对且一致收敛;

D. 罗朗级数的系数 $c_n = \frac{1}{j2\pi} \oint_C \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z_0)^{n+1}} d\zeta$, 其中 C 为环形区域内绕 z_0 的任一简单闭合曲线.

由高阶导数公式可知 $c_n = \frac{1}{n!} f^{(n)}(z_0)$.

8. 判断 0 为函数 $f(z) = \frac{z \sin z}{(1 - e^z)^3}$ 的什么类型的孤立奇点()

- A. 可去奇点; B. 一阶极点; C. 三阶极点; D. 本性奇点.

9. 下面不能判断 z_0 为函数 $f(z)$ 的一阶极点的是()

A. $f(z)$ 以 z_0 为中心的罗朗级数展开式为 $f(z) = \sum_{n=-1}^{\infty} c_n (z - z_0)^n$;

B. $\frac{1}{f(z)} \Big|_{z=z_0} = 0$, 但 $\frac{d}{dz} \left[\frac{1}{f(z)} \right] \Big|_{z=z_0} \neq 0$, 即 z_0 为 $\frac{1}{f(z)}$ 的一阶零点;

C. $f(z)$ 在 z_0 点有界;

D. $f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$, 函数 $P(z)$ 和 $Q(z)$ 都在 z_0 点解析, z_0 为 $Q(z)$ 的一阶零点, 且 $P(z_0) \neq 0$.

10. $\text{Res} \left[\frac{e^z}{z^2 - z}, 1 \right] = (\quad)$

- A. e ; B. 1; C. 0; D. $j2\pi$.

得 分	
-----	--

二、填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

1. 复数 $z = 1 + j\sqrt{3}$ 的三角式是 _____, 指数式是 _____.

2. $e^{1+j\frac{\pi}{4}}$ 的模是 _____, 辐角主值是 _____.

3. 计算 $\left(\frac{1 - j\sqrt{3}}{2} \right)^3 =$ _____, $\cos j =$ _____, $\text{Ln}(-1) =$ _____, j^j 的主值是 _____.

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} (z - j)^n$ 的收敛半径 $R =$ _____, 收敛圆是 _____.

5. 设 C 为逆时针方向沿圆周 $|z-2|=1$ 的闭合曲线, 则回路积分 $\oint_C \frac{1}{z-2} dz = \underline{\hspace{2cm}}$. 到题形

分 $\oint_C \frac{1}{z+2} dz = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 函数 $f(z) = \frac{e^z}{z^2}$ 以 $z_0 = 0$ 为中心的罗朗级数展开式是 $\underline{\hspace{2cm}}$

7. $z=0$ 为 $\frac{\sin z}{z^2}$ 的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 阶极点(填数字), 且留数 $\text{Res}\left[\frac{\sin z}{z^2}, 0\right] = \underline{\hspace{2cm}}$

三、辨析题 (10 分)

已知解析函数 $f(z)$ 的实部为 $u(x, y) = x^2 - y^2$, 且 $f(0) = 0$,

试求 $f(z)$ 的虚部 $v(x, y)$ 以及 $f(z)$.

得 分	
-----	--

四、计算题 (第 1 题 8 分, 第 2, 3 题每题 10 分, 第 4 题 12 分, 共 40 分)

1. 解方程 $z^3 + 8j = 0$.

得 分	
-----	--

2. 把函数 $\frac{1}{z^2}$ 以 $z_0 = 1$ 为中心展开为泰勒 (Taylor) 级数.

3. 把函数 $\frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ 以 $z_0 = 0$ 为中心在环形区域 $1 < |z| < 2$ 内展开为罗朗级数.

4. 计算积分 $I = \oint_C \frac{e^z}{(2z+1)(z-2)} dz$, 其中 C 为逆时针方向沿圆周 $|z|=1$ 的闭合曲线.