第十三章 历年考题节选

1. 设$f(x)$是以2π为周期的函数，它在区间$(-\pi,\pi]$上的表达式为：

$$f(x)=\begin{cases}\pi, & -\pi<x\le 0\\ x, & 0<x\le\pi\end{cases}$$

，则$f(x)$的Fourier级数在$x=4\pi$处收敛于____.

2. 设f是以2为周期的函数，且在区间$(-1,1]$上的定义为$f(x)=\begin{cases}\pi, & -1<x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1\end{cases}$

则$f(x)$的Fourier级数在$x=3$处收敛于____.

3. 设有两个数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，若$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，则下列命题正确的是：

(A) 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$收敛.

(B). 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty}|b_n|$收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$收敛.

(C). 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$发散.

(D). 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty}|b_n|$发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$发散.

4. 设$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$是正项级数，下列结论中正确的是：

A. 若$\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=0$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛.

B. 若存在非零常数a，使得$\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=a$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$发散.

C. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则$\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=0$.

D. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$发散，则存在非零常数$a$，使得$\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=a$.

5. 函数 $y=\arctan x \ (x\in[-1,1])$ 展开成 x 的幂级数为：（　　）

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cdot\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

(C.) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$ (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$

6. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，且 $f(x)=|x|$，$x\in(-\pi,\pi]$.
将 $f(x)$ 展开成 Fourier 级数，并求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n-1)^2}$ 的和.

扫描全能王 创建

7. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n}x^{n-1}$的收敛域与和函数.

8. 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{\sqrt{n}}{n+2018}$条件收敛.

9. 证明：级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n-\ln n}$条件收敛.

10. 将函数 $f(x)=\arctan x$ 展开成 x 的幂级数，并求级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和.

11. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\frac{n+1}{n}$ 条件收敛.

12. (1). 将函数 $f(x)=\ln x$ 展开为 $(x-2)$ 的幂级数. 并确定所求幂级数的收敛域.

(2). 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$ 的和.

13. 将 $f(x)=\frac{1}{1+2x}$ 展开为 $(x+2)$ 的幂级数. 并求该幂级数的收敛域.

14. 设数列 $\{a_n\}$ 单调减小, 且 $a_n \geq 0$ $(n=1,2,\cdots)$. 又级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散.

证明: $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+a_n}\right)^n$ 收敛.

15. 将 $f(x)=\ln(2+x)$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$ 的和.

16. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{u_n}{n}$ 收敛.

1. 设$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$为正项级数，且$\lim_{n\to\infty}\frac{u_n}{u_{n+1}}=\rho$. 则下列说法正确的是（　）.

A. 当$\rho<1$时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛.　　B. 当$\rho>1$时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛.

C. 当$\rho\le1$时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛.　　D. 当$\rho\ge1$时，级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛.

2. 下列级数中，绝对收敛的是（　）.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$　　(B). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$

(C). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$　　(D). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}$

3. 若$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则下列级数收敛的是（　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+1)$.

(C). $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+|u_n|)$.

4. 下列级数中条件收敛的是（　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$.　　(B). $\sum_{n=1}^{\infty}(-\frac{2}{3})^n$.

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\sin\frac{1}{n}$

5. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$的收敛域是（　）.

(A) $[-1,1)$　(B) $(-1,1)$　(C) $[0,2)$　(D) $(0,2)$