安徽大学《离散数学》
2022-2023 学年第一学期期末试卷

一、单项选择题： (每小题 1 分，本大题共 10 分)

1. 命题公式 $P \to (Q \vee P)$ 是（　　　　　）。

　A、　矛盾式；　B、可满足式；　C、重言式；　D、等价式。

2. 下列各式中哪个不成立（　　　　）。

　A、$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$；

　B、$\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$；

　C、$\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$；

　D、$\forall x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge Q$。

3. 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee \exists yR(y)) \to Q(x)$ 中的 x 是（　　　　　）。

　A、自由变元；　　　　　　　B、约束变元；

　C、既是自由变元又是约束变元；　D、既不是自由变元又不是约束变元。

4. 在 0 _______ Φ 之间应填入（　　　　）符号。

　A、= ；　B、$\subset$ ；　C、$\in$ ；　D、$\notin$ 。

5. 设< A ,　　> 是偏序集，$B \subseteq A$，下面结论正确的是（　　　　　）。

　A、B 的极大元 $b \in B$ 且唯一；　　B、B 的极大元 $b \in A$ 且不唯一；

　C、B 的上界 $b \in B$ 且不唯一；　　D、B 的上确界 $b \in A$ 且唯一。

6. 在自然数集 N 上，下列（　　　　）运算是可结合的。

　　(对任意 $a, b \in N$)

　A、$a * b = a - b$ ；　B、$a * b = \max(a, b)$ ；

　C、$a * b = a + 5b$ ；　D、$a * b = |a - b|$。

7. Q 为有理数集 N，Q 上定义运算*为 a*b = a + b – ab ,则<Q，*>的幺元为（　　　　）。

　A、a；　B、b；　C、1；　D、0。

8. 给定下列序列，（　　　　　）可以构成无向简单图的结点次数序列。

A、（1，1，2，2，3）；　　　B、（1，1，2，2，2）；

C、（0，1，3，3，3）；　　　D、（1，3，4，4，5）。

9. 设 G 是简单有向图，可达矩阵 P(G)刻划下列（　　　　）关系。

A、点与边；　B、边与点；　C、点与点；　D、边与边。

10. 一颗树有两个 2 度结点，1 个 3 度结点和 3 个 4 度结点，则 1 度结点数为（　　　　）。

A、5；　B、7；　C、9；　D、8。

二、填空：（每空 1 分，本大题共 15 分）

1. 在自然数集中，偶数集为 N_1、奇数集为 N_2，则 $\overline{N_1} \cap N_2 =$ ________________ ；

$\overline{N_1 \cup N_2}$ = ________________ 。

2. 设 $X = \{1,2,3,4\}$ ，$R = \{<1,2>, <2,4>, <3,3>\}$，则

r (R) = ____________ ；s (R) = ____________ ；t (R) = ____________ 。

3. 设 R 为集合 A 上的等价关系，对 $\forall a \in A$，集合 $[a]_R =$ ________________ ，

称为元素 a 形成的 R 等价类，$[a]_R \neq \Phi$，因为 ________________ 。

4. 任意两个不同小项的合取为 ____________ ，全体小项的析取式为 ____________ 。

5. 设 $Q(x): x$为偶数，$P(x): x$为素数，则下列命题：（1）存在唯一偶素数；（2）至多有一个偶素数；分别形式化：（1）________________________ ；

（2）________________________ 。

6. 设 T 为根树，若 ________________ ，则称 T 为 m 元树；

若 ________________ 则称 T 为完全 m 叉树。

7. 含 5 个结点，4 条边的无向连通图（不同构）有 ____________ 个，

它们是 ________________________ 。

三、判断改正题：（每小题 2 分，本大题共 20 分）

1. 命题公式 $(A \wedge (A \to B)) \to B$ 是一个矛盾式。（　　）

2. 任何循环群必定是阿贝尔群，反之亦真。（　　）

3. 根树中最长路径的端点都是叶子。（　　）

4. 若集合 A 上的关系 R 是对称的，则 R^{-1} 也是对称的。 (　　)

5. 数集合上的不等关系（≠）可确定 A 的一个划分。 (　　)

6. 设集合 A、B、C 为任意集合，若 A×B = A×C，则 B = C。 (　　)

7. 函数的复合运算“。”满足结合律。 (　　)

8. 若 G 是欧拉图，则其边数 e 合结点数 v 的奇偶性不能相反。 (　　)

9. 图 G 为（n , m）图，G 的生成树 T_G 必有 n 个结点。 (　　)

10. 使命题公式 $P \to (Q \vee R)$ 的真值为 F 的真值指派的 P、Q、R 值分别是 T、F、F。

(　　)

四、简答题（每小题 5 分，本大题共 25 分）

1. 设 $<H,\circ>$ 和 $<K,\circ>$ 都是群 $<G,\circ>$ 的子群，问 $<H \cap K,\circ>$ 和 $<H \cup K,\circ>$ 是否是 $<G,\circ>$ 的子并说明理由。

2. 设 $A = \{2, 3, 4, 9\}$， $B = \{2, 4, 7, 10, 12\}$，从 A 到 B 的关系

$R = \{<a, b> | a \in A, b \in B, 且 a 整除 b\}$，试给出 R 的关系图和关系矩阵，并说明此关系是否为函数？为什么？

3. 设 $<S, \star>$ 是半群， O_L 是左零元，对任 $x \in S$, $x \star O_L$ 是否是左零元？为什么？

4. 某次会议有 20 人参加，其中每人至少有 10 个朋友，这 20 人拟围一桌入席，用图论知识说明是否可能每人邻做的都是朋友？（理由）

5. 通过主合取范式，求出使公式 $\neg(\neg P \to Q) \vee R$ 的值为 F 的真值指派。

五、证明题：（共 30 分）

1. 设 R 为集合 A 上的二元关系，如果 R 是反自反的和可传递的，则 R 一定是反对称的。

2. 试证明若 $<G,\star>$ 是群，$H \subseteq G$，且任意的 $a \in H$，对每一个 $x \in G$，有 $a \star x = x \star a$，则 $<H,\star>$ 是 $<G,\star>$ 的子群。

3. 设 G 是每个面至少由 k （$k \geq 3$）条边围成的连通平面图，试证明 $e \leq \dfrac{k(v-2)}{k-2}$，其中 v 为结点数，e 为边数。

4. 符号化下列各命题，并说明结论是否有效（用推理规则）。任何人如果他喜欢美术，他就不喜欢体育。每个人或喜欢体育，或喜欢音乐，有的人不喜欢音乐，因而有的人不喜欢美术。