

学号

姓名

1

亦多

年级

院/系

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

得分	
----	--

1. 在下述公式中是重言式为 ()
- A. $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$; B. $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$;
C. $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$; D. $P \leftrightarrow (P \vee Q)$.
2. 设 $S = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}\}$, 则 2^S 有 () 个元素。
- A. 3; B. 6; C. 7; D. 8.
3. 下列各项中, 右侧结论不能从其左侧前提有效推出的是 ()
- A. $\forall x(M(x) \rightarrow G(x)), \exists x M(x) \Rightarrow \exists x G(x)$;
B. $\forall x(\neg F(x) \rightarrow B(x)), \forall x \neg B(x) \Rightarrow \exists x F(x)$;
C. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$;
D. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$.
4. 对任意集合 A, B, C, D , 下列结论不正确的是 ()
- A. $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$; B. $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$;
C. $(A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D)$; D. $(A \cup B) - (C \cup D) = (A - C) \cup (B - D)$.
5. 量词的约束范围称为量词的 ()
- A. 定义域; B. 个体域; C. 辖域; D. 值域。
6. 设个体域为 $A = \{a, b\}$, 公式 $\forall x P(x) \wedge \exists x S(x)$ 在 A 上消去量词后应为 ()
- A. $P(a) \wedge S(a)$; B. $P(a) \wedge P(b) \wedge (S(a) \vee S(b))$;
C. $P(a) \wedge P(b)$; D. $P(a) \wedge P(b) \wedge S(a) \vee S(b)$.
7. 设 $X = \{a, b, c\}$, I_X 是 X 上恒等关系, 要使 $I_X \cup \{<a, b>, <b, c>, <c, a>, <a, c>\} \cup R$ 为 X 上的等价关系, R 应取 ()

- A. $\{<b, a>, <b, c>\}$; B. $\{<b, a>, <c, a>\}$;
C. $\{<b, a>, <c, b>\}$; D. $\{<a, c>, <b, a>\}$ 。

8. 集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的下列关系矩阵中符合等价关系条件的是 ()

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。

9. 关于 $X = \{1, 2, 3\}$ 到 $Y = \{a, b, c, d\}$ 的函数 $f = \{<3, b>, <1, a>, <4, b>\}$, 下列结论错误的是 ()

- A. $f(\{3, 4\}) = \{b\}$; B. $f(\{1\}) = a$; C. $f^{-1}(\{b\}) = \{3, 4\}$; D. $f(3) = b$ 。

10. 设 N 和 R 分别为自然数和实数集合, 则下列集合中与其他集合的基数不同的集合是 ()

- A. $\rho(N)$; B. N^N ; C. $N \times N$; D. R 。

二、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 命题公式 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ 是一个矛盾式。()
- 若集合 A 上的关系 R 是对称的, 则 R^{-1} 也是对称的。()
- 数集上的不等关系 (\neq) 可确定 A 的一个划分。()
- 设集合 A 、 B 、 C 为任意集合, 若 $A \times B = A \times C$, 则 $B = C$ 。()
- 有理数集合的基数是最小的无限集基数。()

三、填空题 (每小空 2 分, 共 20 分)

得分	
----	--

- 若 R 为集合 A 上的对称关系, 则 $t(R)$ 一定具有_____特性。
- 集合 $A = \{p, q\}$, 则 $\rho(A) =$ _____。
- 设 $S = \{a, b, c\}$, $T = \{p, q\}$, 作 $f: S \rightarrow T$, 则函数 f 有_____个, 其中满射有_____个。
- 设 R 为 A 上的关系, 则 R 的自反闭包 $r(R) =$ _____, 对称闭包 $s(R) =$ _____。
- 设 P 是命题“天下雪”; Q 是命题“我去镇上”; R 是命题“我有时间”。则“如果天不下雪和我有时间, 那么我去镇上”符号化为_____。
- 设 $U = [0, 1]$, $A = (0.2, 0.6]$, $B = [0, 0.5]$, 则特征函数 $\psi_{A \cap B}(x) =$ _____。
- 设 N 为自然数集, I 为整数集, R 为实数集, 则 $|N \times I|$ _____ $|R - N|$, $|\rho(I)|$ _____ $|N^N|$ (填 $=$, $>$, $<$)。

四、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

1. 求下列公式的主析取范式和主合取范式
 $(P \vee Q \rightarrow Q \wedge R) \rightarrow P \wedge \neg R$

2. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 24, 48, 54\}$ ， R 是集合 A 上的整除关系；
- (1) 画出偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图；
 - (2) 集合 A 的极大元和极小元分别是什么？
 - (3) 令 $B = \{2, 3, 4, 6\}$ ，则 B 的极大元、极小元、最大元、最小元分别是什么？
 - (4) 令 $C = \{3, 6, 9\}$ ，则 C 的上界、下界、上确界和下确界分别是什么？

$$(P \vee \neg Q \rightarrow R) \vee (\neg P \vee Q \rightarrow \neg R)$$

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	
-----	--

1. 集合 $A = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle, \dots \}$, $R = \{ \langle \langle x_1, y_1 \rangle, \langle x_2, y_2 \rangle \rangle \mid x_1 + y_2 = x_2 + y_1 \}$ 。

(1) 证明 R 是 A 上的等价关系

(2) 求出 A / R

2. 证明 $|R - Q| = c$ 。

3. 符号化下列命题，并论证其结论：

甲、乙、丙、丁四人争夺乒乓球单打冠军，已知情况如下：

前提：若甲获冠军，则乙或丙获亚军；若乙获亚军，则甲不能获冠军；

若丁获亚军，则丙不能获亚军。

事实：甲获得冠军。

结论：丁没有获亚军。

请证明此结论是有效结论。