

安徽大学 2018—2019 学年第二学期

《高等数学 A (二)》期中考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (本题共五小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得分

- 平面 $x - \sqrt{2}y + z = 1$ 与平面 $x + z = 3$ 的夹角为 _____.
- 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2y) - x^2y}{x^6y^3} =$ _____.
- 三元函数 $u(x, y, z) = xy^2e^z$ 在点 $(1, -1, 0)$ 处的全微分为 $du|_{(1,-1,0)} =$ _____.
- 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6, \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在 $(2, -1, -1)$ 处的法平面方程为 _____.
- 点 $(1, 2, 3)$ 到直线 $x = y = z$ 的距离为 _____.

二、选择题 (本题共五小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得分

- 直线 $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{2} = z+2$ 与直线 $\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{-2} = z$ 的位置关系是 ()
A. 相交于一点; B. 平行; C. 异面; D. 重合.
- 设二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的某个领域内有定义. 则下列说法不正确的是 ()
A. 若 $f_{xy}(x_0, y_0)$ 与 $f_{yx}(x_0, y_0)$ 存在, 则必有 $f_{xy}(x_0, y_0) = f_{yx}(x_0, y_0)$;
B. 若 $f_{xy}(x, y)$ 与 $f_{yx}(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续, 则必有 $f_{xy}(x_0, y_0) = f_{yx}(x_0, y_0)$;
C. 若 $f_x(x, y)$ 与 $f_y(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续, 则 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处可微;
D. 若 $f_x(x, y)$ 与 $f_y(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续, 则 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处连续.

8. 二次曲面 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$ 的形状是 ()

- A. 单叶双曲面; B. 双叶双曲面; C. 椭圆抛物面; D. 双曲抛物面.

9. 设二元函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某个领域内有二阶连续偏导数. 若 $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$, $f_{xx}(0, 0) = 0$, $f_{xy}(0, 0) = -2$, $f_{yy}(0, 0) = 3$. 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处 ()

- A. 取极大值; B. 要么取极大值, 要么取极小值;
C. 取极小值; D. 不可能取极大值, 也不可能取极小值.

10. 设有二阶常系数齐次线性微分方程 $y'' + py' + qy = 0$. 若 $\alpha \pm i\beta$ 为特征方程 $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ 的根, 其中 α, β 为实数, 且 $\beta \neq 0$, i 为虚数单位, C_1, C_2 为任意常数. 则原方程的通解为 ()

- A. $y = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{\beta x}$; B. $y = C_1 e^{\alpha x} + C_2 x e^{\beta x}$;
C. $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x))$; D. $y = e^{\beta x} (C_1 \cos(\alpha x) + C_2 \sin(\alpha x))$.

三. 计算题 (本题共六小题, 每小题 8 分, 共 48 分)

得 分	
-----	--

11. 设直线 L 的方程为 $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{6} = z-1$, 曲面 S 的方程为 $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$. 求曲面 S 上一点 P , 使得直线 L 平行于 S 在点 P 的法线, 并求出 S 在点 P 的法线方程.

学号

姓名

线
订
装
起
勿
题
答

线

订

装

12. 设二元函数 $z = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$. 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 在点 $(2, \frac{1}{\pi})$ 处的值.

13. 设 $z = f(x^2 + y^2, e^{xy})$, 其中二元函数 f 具有二阶连续偏导数. 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

14. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z = e^{2x-3z} + 2y$ 所确定. 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

15. 设 $\begin{cases} u = u(x, y), \\ v = v(x, y) \end{cases}$ 是函数组 $\begin{cases} x = e^u + u \sin v, \\ y = e^u - u \cos v \end{cases}$ 的反函数组. 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}$.

16. 求微分方程 $y'' - 6y' + 9y = 18x - 3$ 的通解.

四、应用题（本题共 10 分）

得 分

17. 利用 Lagrange 乘数法, 求函数 $z = xy$ 在条件 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ ($x, y \geq 0$) 下的最大值.

学号

姓名

答 题 勿 超 装 订 线

线

订

装

五、证明题 (本题共两小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

得 分	
-----	--

8. 利用定义证明: 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处不可微.

9. 设函数 $f(u)$ 有二阶连续导数, 且二元函数 $z = f(e^x \sin y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{2x} z$.

证明: $f''(u) = f(u)$.