

安徽大学 2019—2020 学年第 2 学期

《离散数学》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

1. 设集合 $S = \{a, b, c, d\}$, S 上的运算 “*” 由右边的运算表给出, 回答下列问题:

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

(1) 代数 $\langle S, * \rangle$ 中, 幺元和零元分别是哪个元素? (如不存在则写 “不存在”);

(2) 代数 $\langle S, * \rangle$ 中, 每个元素的逆元分别是哪个元素? (如不存在则写 “不存在”);

(3) 代数 $\langle S, * \rangle$ 中, 运算 “*” 是否满足交换律? 如果是, 请说明理由, 如果不是, 请举出反例;

(4) 代数 $\langle S, * \rangle$ 中, 是否存在等幂元素? 如果存在, 请指出。

2. 设 $f: N \times N \rightarrow N$, $f(\langle x, y \rangle) = x + y + 1$, 回答下列问题:

(1) 指出 f 是否为单射、满射、双射。

(2) 令 $A = \{\langle x, y \rangle / x, y \in N, f(\langle x, y \rangle) = 3\}$, 用列举法写出 A 。

(3) 令 $B = \{f(\langle x, y \rangle) / x, y \in \{1, 2, 3\}, x = y\}$, 用列举法写出 B 。

(4) 给出下列映射的结果:

①若 $C = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle\}$, 写出 $f^{-1}(f(C))$ 的结果;

②若 $D = \{0, 1, 2\}$, 写出 $f(f^{-1}(D))$ 的结果。

二、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

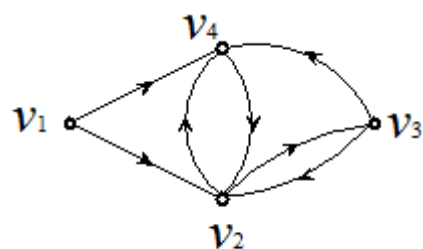
得 分	
-----	--

1 计算命题公式 $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$ 的主析取范式和主合取范式（结果中的极大/小项必须编号）

2. 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上关系 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle \}$ ，求解如下问题：

- （1）写出 R 的关系矩阵；
- （2）求出关系 R 的幂 R^0, R^2, R^3, R^4 的关系矩阵；
- （3）求出 R 的自反闭包 $r(R)$ 、对称闭包 $s(R)$ 、传递闭包 $t(R)$ 的关系矩阵；
- （4）求出 R 诱导的等价关系的关系矩阵，并写出其所有等价类。

(4) 求出各强分图的顶点集。



三、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

得分	
----	--

1. 用推理规则证明：

前提 $\forall x(F(x) \rightarrow G(x) \wedge H(x)), \exists x(F(x) \wedge R(x))$

结论 $\exists x(F(x) \wedge R(x) \wedge G(x))$

2. 在布尔代数中，证明恒等式

$$(a \oplus b') * (b \oplus c') * (c \oplus a') = (a' \oplus b) * (b' \oplus c) * (c' \oplus a)$$

学号

姓名

专业

年级

院/系

四、综合分析题（每小题 10 分，共 20 分）

得分

1. 已知 $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, \times_7 为模 7 乘法, 求解如下问题:

- (1) 构造 $\langle G, * \rangle$ 的运算表;
- (2) 证明 $\langle G, * \rangle$ 是群;
- (3) $\langle G, * \rangle$ 是否为循环群? 若是, 请证明。
- (4) 写出群 $\langle G, * \rangle$ 的所有子群。

2. 对于集合 $S = \{a, b, c\}$, 求解如下问题:

- (1) $\rho(S)$ 表示 S 的幂集合, $\pi(S)$ 表示 S 所有划分构成的集合, 分别写出集合 $\rho(S)$ 与 $\pi(S)$;
- (2) 分别画出偏序 $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$ 与 $\langle \pi(S), F \rangle$ 的哈斯图 (F 表示细分);
- (3) 分别基于偏序 $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$ 与 $\langle \pi(S), F \rangle$, 在下表中填入集合 $\rho(S)$ 与 $\pi(S)$ 的最大元素、极大元素、下界和最小上界;

集合	最大元素	极大元素	下界	最大下界
$\rho(S)$				
$\pi(S)$				

- (4) 判断偏序 $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$ 与 $\langle \pi(S), F \rangle$ 是否为格?
- (5) 判断偏序 $\langle \rho(S), \subseteq \rangle$ 与 $\langle \pi(S), F \rangle$ 是否为布尔代数? 如果是, 请指出其所有子布尔代数的载体。

五、应用题（每小题 10 分，共 10 分）

得分	
----	--

如图给出的赋权图表示八个城市 $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8$ 及在城市间修建直接通讯线路的预测造价。试给出一个设计方案使得各城市间能够通讯且总造价最小（要求给出详细的算法过程），计算出最小总造价，并画出设计的通讯网络。

