院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 20 18 —20 19 学年第 2 学期

《 离散数学(下） 》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

得分	

1、设 N_k 是前 k 个自然数的集合，$N_k=\{0,1,2\cdots,k-1\}$，定义模 k 加法 $+_k$ 如下：对每一 $x,y\in N_k$，有 $x+_k\ y=\begin{cases}x+y, & \mathrm{x+y<k}\\ x+y-k, & \mathrm{x+y\geq k}\end{cases}$，则关于运算 $+_k$ 的幺元以及非 0 元素 x 的逆元分别为（　　　）。

A. 0 和 $-x$；　B. 0 和 $k-x$；　C. k 和 $x-2k$；　D. $-k$ 和 $k-x$。

2、在集合 $\{0,1\}$ 上可定义（　　　）个不同的二元运算。

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

3、设 $<\mathrm{A},+,\cdot>$ 是代数系统，其中 $+$，$\cdot$ 为普通的加法和乘法，则 $\mathrm{A}=$（　　）时 $<\mathrm{A},+,\cdot>$ 是整环。

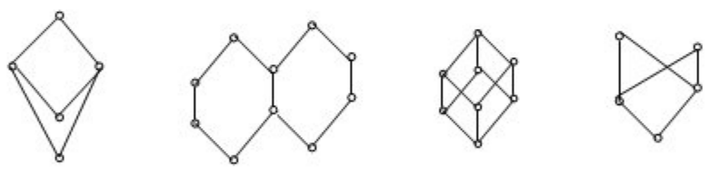
A. $\{x\mid x=2n,n\in Z\}$；　B. $\{x\mid x=2n+1,n\in Z\}$；

C. $\{x\mid x\geq 0,且x\in Z\}$；　D. $\{x\mid x=a+b\sqrt[4]{5},\quad a,b\in R\}$。

4、若 $<\mathrm{G},*>$ 是一个 13 阶群，则运算“*”一定满足（　　　）。

A. 交换律　　B. 消去律　　C. 等幂律　　D. 分配律

5、下面哈斯图中，是格的有（　　　）。



A.　　　B.　　　C.　　　D.

6、在布尔代数 $\langle B,*,\oplus,',0,1\rangle$ 中任取两元素 a,b，下列命题与 $a*b=a$ 一定等价的是（　　　）

A. $a<b$；　B. $a'*b=0$；　C. $a\oplus b'=1$；　D. $a*b'=0$.

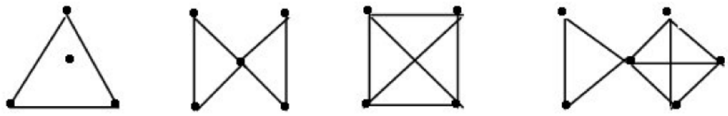
7、布尔代数$<B,*,\oplus,',0,1>$上定义的n元布尔表达式所对应的不同主合取范式总个数为（　　　　）

A. 2^n；　　　　B. $|B|^{2^n}$；　　　　C. $|B|^{|B|^n}$；　　　　D. $|B|^n$.

8、一棵无向树 T 有 8 个顶点，4 度、3 度、2 度的分枝点各 1 个，其余顶点均为树叶，则 T 中有（　　　　）片树叶。

A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

9、如下所示各图，其中存在哈密顿回路的图有（　　　　）



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

10、设$D=<V,E>$为有向图，$V=\{a,b,c,d,e,f\}$, $E=\{<a,b>, <b,c>, <a,d>, <d,e>, <f,e>\}$是（　　　　）

A. 强连通图　　　　B. 单向连通图　　　　C. 弱连通图　　　　D. 非连通图

二、判断题（对的打√，错的打×，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 设f是由群$<G,☆>$到群$<G,*>$的同态映射，则$\ker(f)$是 G 的子群。（　　）
2. 一个质数阶的群必定为循环群。（　　）
3. 在布尔代数$<A,\vee,\wedge,->$中，$b\wedge\bar{c}=0$当且仅当$\bar{c}\le b$。（　　）
4. 设$<A,\vee,\wedge,->$是布尔代数，若 f 是从 A^n 到 A 的函数，则 f 是布尔代数。（　　）
5. 哈密尔顿图中每一顶点的度数$\ge\frac{1}{2}n\ (n\ge3)$。（　　）

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设集合$S=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\zeta\}$，S 上的运算*定义为

*	α	β	γ	δ	ζ
α	α	β	γ	δ	ζ
β	β	δ	α	γ	δ
γ	γ	α	β	α	β
δ	δ	α	γ	δ	γ
ζ	ζ	δ	α	γ	ζ

则代数系统$<S,*>$中幺元是______，β左逆元是_____，无左逆元的元素是____________。

2. 设$<G,*>$是由元素$a\in G$生成的循环群，且$|G|=n$，则$G=$________________________。

3. 布尔代数 $<\rho(\{\phi,\{\phi\},\{\{\phi\},\{\{\phi\}\}\}\}),\cup,\cap,->$ 中，原子为________________，$\{\phi\}$ 的补元为__________。

4. 已知 $<\{0,a,b,1\},\oplus,*,'>$ 上的布尔函数 $f(x_1,x_2,x_3)=a*x_1'*x_2\oplus x_3*(x_1\oplus b)$，则 $f(a,0,b)=$______________。

5. 具有 5 个结点的有向完全图有____________条边，无向完全二部图 $K_{8,9}$ 有_____________条边。

6. 一棵树有 n_1 个结点的度为 1，n_2 个结点的度为 $2,\cdots,n_{k-1}$ 个结点的度为 $\mathrm{k}-1$，结点最大的度为 k，则度为 k 的结点有__________。

四、解答题（每小题 10 分, 共 30 分）

得 分	

1. 记“开”为 1，“关”为 0，反映电路规律的代数系统 $<\{0,1\},+,\cdot>$ 的加法运算和乘法运算，如下：

+	0	1
0	0	1
1	1	0

•	0	1
0	0	0
1	0	1

证明它是一个环。

答 题 勿 超 装 订 线

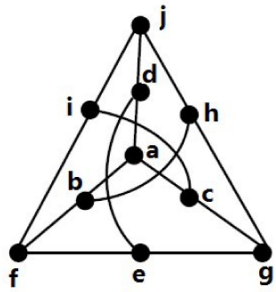
装 订 线

2. 证明$<A,\oplus,*>$是一个分配格，当且仅当对$\forall a,b,c\in A$，有：

$$(a\oplus b)*c\le a\oplus(b*c)$$

3. 求图G（如下图所示）的支配数$\gamma_0(G)$、点覆盖数$\alpha_0(G)$、边覆盖数$\alpha_1(G)$、独立数$\beta_0(G)$、匹配数$\beta_1(G)$、点连通度$\kappa_0(G)$、边连通度$\kappa_1(G)$、点色数$\chi_0(G)$、边色数$\chi_1(G)$，结果填入下表。并给出图G的邻接矩阵A（结点与自身邻接，结点次序按字母顺序）。

$\gamma_0(G)$	$\alpha_0(G)$	$\alpha_1(G)$	$\beta_0(G)$	$\beta_1(G)$	$\kappa_0(G)$	$\kappa_1(G)$	$\chi_0(G)$	$\chi_1(G)$



五、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 设 $<G,*>$ 是群，其运算表如下：

$*$	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
1	1	-1	i	$-i$	j	$-j$	k	$-k$
-1	-1	1	$-i$	i	$-j$	j	$-k$	k
i	i	$-i$	-1	1	k	$-k$	$-j$	j
$-i$	$-i$	i	1	-1	$-k$	k	j	$-j$
j	j	$-j$	$-k$	k	-1	1	i	$-i$
$-j$	$-j$	j	k	$-k$	1	-1	$-i$	i
k	k	$-k$	j	$-j$	$-i$	i	-1	1
$-k$	$-k$	k	$-j$	j	i	$-i$	1	-1

（1）证明 $<H,*>$ 是正规子群，其中 $H=\{1,-1,j,-j\}$ 。

（2）写出关于 H 的陪集划分。

（3）写出商群 $<G/H,\otimes>$ 。

2. 设 G 是阶数不小于 11 的简单图，则 G 或 $\bar{G}$ 中至少有一个是非平面图。

Microsoft 公式 3.0

答案:

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. B；2. D；3. D；4. B；5. C；6. D；7. B；8. C；9. C；10. C.

五、证明题

1、（1）易见 $<H,*>$ 是 $<G,*>$ 的子群，当 $a=1,-1,j,-j$ 时，$aH=Ha=H$；

当 $a=i,-i$ 时，$aH=Ha=\{i,-i,k,-k\}$；当 $a=k,-k$ 时，$aH=Ha=\{i,-i,k,-k\}$，

因此 $\forall a\in G$，有 $aH=Ha$，故 $<H,*>$ 是正规子群。　　（4 分）

（2）陪集划分为 $\{\{1,-1,j,-j\},\{i,-i,k,-k\}\}$　　（2 分）

（3）商群 $<G/H,\otimes>$ 为 $<\{\{1,-1,j,-j\},\{i,-i,k,-k\}\},\otimes>$，其运算表为

$\otimes$	$\{1,-1,j,-j\}$	$\{i,-i,k,-k\}$
$\{1,-1,j,-j\}$	$\{1,-1,j,-j\}$	$\{i,-i,k,-k\}$
$\{i,-i,k,-k\}$	$\{i,-i,k,-k\}$	$\{1,-1,j,-j\}$

（4 分）