

安徽大学电子信息工程学院 2018—2019 学年第 1 学期

《高等数学 A (一)》咸鱼班学业水平检测试卷

(闭卷 时间 120 分钟)

考场座位号_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 曲线若 $y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)(x-2)}$ 的渐近线有_____条。
- 设 $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$, 则 $f'(0) =$ _____。
- 若曲线 $L_1: y = x^2 + ax + b$ 与 $L_2: 2y = -1 + xy^3$ 在 $(1, -1)$ 处相切, 则 $a =$ ____, $b =$ ____。
- 设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点个数为_____。
- 设 $f(x) = e^{2x}(x^2 + 2x + 2)$, 则 $f^{(n)}(x) =$ _____。

二、单项选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 设在 $[0, 1]$ 上 $f''(x) > 0$, 则 $f'(0)$, $f'(1)$, $f(1) - f(0)$ 和 $f(0) - f(1)$ 四个数的大小顺序为 ()

- A、 $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ B、 $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$
- C、 $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ D、 $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

- 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$, 则点 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的 ()

- A、连续点 B、可去间断点 C、跳跃间断点 D、第二类间断点

8. 设 $f(x)$ 在 R 上有一阶导数, 记 $\Gamma(x) = f(x)x^2$, 则 $\Gamma(x)$ 在 $x=0$ 点有 () 导数。

A、1 阶 B、2 阶 C、不存在 3 阶 D、不能确定

9. 设 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, 则下列正确的表述为 ()

A、 $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值 B、 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

C、 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点 D、 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

10. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+f(x)\sin 2x} - 1}{e^{3x} - 1} = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ ()

A、6 B、3 C、1 D、2

三、计算题 (11、12、15 题每题 10 分, 13、14 每题 12 分, 共 54 分)

得分	
----	--

11. 已知 $x_{n+1} = \sqrt{2+x_n}$ ($n \in N_*$), 且 $x_1 = \sqrt{2}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 。(10 分)

12. 求下列函数的极限。(10 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x \right)^x$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right]$

13. 求下列函数的导数。(12 分)

(1) 已知 $y = \sqrt{x \sin x} \sqrt{1 - e^x}$ ，求 y 的一阶导数；

(2) 设 $y = y(x)$ 是由 $e^y + xy = e$ 所确定，求 y 的二阶导数；

14. 计算下列不定积分。(12 分)

(1) $I = \int \frac{xe^x dx}{\sqrt{1+e^x}};$

(2) 设 $\frac{\sin x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $I = \int d[f(x)x^2];$

15. 判断 $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$ 的敛散性，若收敛，计算它的值；若发散，给出理由。(10 分)

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	
----	--

16. 设有曲线 $y = \sqrt{x-1}$ ，过原点做其切线，求由此曲线、切线及 x 轴围成平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的表面积。(8 分)

17. 在单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的第二象限部分上求一点 P ，使过该点的切线、单位圆以及两坐标轴所围成的图形的面积最小，写出切线方程，并求出最小面积。要求：画图示意+公式理论求解。（8分）

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

18. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，且 $f(a) = f(b) = 0$ ，试证：存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $f'(\xi) = \lambda f(\xi)$ 。（5分）

温馨提示：背面还有一题

19. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$, 试证: 存在 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{1-\xi}$ 。

(5 分)