

# 安徽大学 2019—2020 学年第二学期

## 《高等数学 A (二)》考试试卷 (A 卷) (闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

### 一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

- 方程  $y' = -y + xe^{-x}$  是 ( ).  
(A) 一阶非齐次线性方程 (B) 一阶齐次线性方程  
(C) 齐次方程 (D) 可分离变量方程
- 向量场  $\vec{a} = (x^2y + y^3)\vec{i} + (x^3 - xy^2)\vec{j}$  的散度为 ( ).  
(A) 2 (B)  $2x^2 - 4y^2$  (C)  $2xy$  (D) 0
- 设  $f(x, y) = \sqrt{xy}$ , 则在  $(0, 0)$  处  $f(x, y)$  ( ).  
(A) 偏导数不存在 (B) 不连续 (C) 不可微 (D) 可微
- 设  $L: y = x^2 (0 \leq x \leq \sqrt{2})$ , 则  $I = \int_L x ds =$  ( ).  
(A) 2 (B) 0 (C)  $\frac{13}{6}$  (D)  $\frac{5}{6}$
- 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p+1}}$  发散的充分必要条件是 ( ).  
(A)  $p > 0$  (B)  $p \leq 0$  (C)  $p \leq 1$  (D)  $p < 1$

### 二、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

- 已知  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$ , 则  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为 \_\_\_\_\_.
- 若  $z = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.
- 计算  $I = \int_0^1 dx \int_x^1 e^{y^2} dy =$  \_\_\_\_\_.

9. 设  $L: x^2 + y^2 = 9$ , 方向为逆时针方向,  $\oint_L (2xy - 2y)dx + (x^2 - 4x)dy =$  \_\_\_\_\_.

10. 函数  $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ , 以  $2\pi$  为周期的傅里叶级数在点  $x = \pi$  处收敛于 \_\_\_\_\_.

### 三、计算题 (每小题 9 分, 共 54 分)

得分	
----	--

11. 设  $z = f(u), u = \sqrt{x^2 + y^2}$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ .

12. 求微分方程  $4y'' + 4y' + y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2, y'|_{x=0} = 0$  的特解.

13. 计算三重积分  $\iiint_V (x^2 + y^2)dv$ , 其中  $V$  由  $x^2 + y^2 = 2z$  与平面  $z = 2$  所围成.

14. 求过点  $Q(3, -1, 3)$  及直线  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  的平面方程.

15. 计算第二类曲面积分  $\iint_{\Sigma} xdydz$ , 其中  $\Sigma$  是柱面  $x^2 + y^2 = 1$  被平面  $z = 0, z = 3$  所截得的在第一卦限内的部分的前侧.

16. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$  的收敛域及和函数.

### 四、应用题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

17. 求  $z = x^2 + y^2 + 5$  在约束条件  $x + y = 1$  下的极值, 并说明是极小值还是极大值.

18. 设一三角形薄片, 顶点分别为  $(0, 0), (a, 0), (0, a)$ , 其薄片上各点处的面密度为  $\rho(x, y) = x + y$ , 求该薄片的质量.

### 五、证明题 (每小题 6 分, 共 6 分)

得分	
----	--

19. 证明: 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(1+n)}$  是条件收敛.