

《高等数学A(一)、B(一)》考试试卷(A卷)

(闭卷 时间120分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题3分, 共15分)

得分

1. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 4$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{f(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}} =$ _____.
2. 曲线 $C: y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$ 的斜渐近线方程为 _____.
3. $\frac{d}{dx} \int_0^x \sin[(x-t)^2] dt =$ _____.
4. 设 $f(x) = (x-a)^5 \varphi(x)$, $\varphi(x)$ 在点 $x=a$ 处有 5 阶连续导数, 且 $\varphi(a) = 2$. 则 $f^{(5)}(a) =$ _____.
5. 设 $y = y(x)$ 为由方程 $y = 1 + xe^y$ 确定的隐函数, 则 $dy =$ _____.

二、选择题。(每小题3分,共15分)

得分

6. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^n}$ ($x > -1$), 则函数 $f(x)$ ()
- (A) 连续. (B) 仅有间断点 $x = 0$.
- (C) 仅有间断点 $x = 1$. (D) 有两个间断点 $x = 0$ 和 $x = 1$.
7. 设 $a^2 - 3b < 0, c > 0$, 则实系数方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ()
- (A) 没有实根. (B) 只有唯一的正实根.
- (C) 有三个互异实根. (D) 只有唯一的负实根.

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{5}{2}} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

()

(A) 二阶可导.

(B) 一阶可导, 且 $x = 0$ 为导函数 $f'(x)$ 的连续点.

(C) 一阶可导, 且 $x = 0$ 为导函数 $f'(x)$ 的可去间断点.

(D) 一阶可导, 且 $x = 0$ 为导函数 $f'(x)$ 的无穷间断点.

9. 设函数 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续. 则积分中值定理 “存在 $\xi \in [a, b]$, 使得 $\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$ ” 成立的条件是

()

(A) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上不变号.

(B) $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上不变号.

(C) $\int_a^x f(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上不变号.

(D) $\int_a^x g(t)dt$ 在 $[a, b]$ 上不变号.

10. 广义积分 $\int_0^{+\infty} x^{s-1} e^{-x} dx$ 收敛的充分必要条件是

()

(A) $s \in (0, +\infty)$.

(B) $s \in [0, +\infty)$.

(C) $s \in (1, +\infty)$.

(D) $s \in (0, 1]$.

三、计算题 (每小题7分, 共49分)

得分

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} - \frac{2}{n} + \frac{3}{n} - \frac{4}{n} + \cdots + (-1)^n \frac{n}{n} \right|$

答案 题 勿 超 装 订 线

13. 求曲线 $\begin{cases} x = e^t, \\ y = \sin t, \end{cases} (t \in [0, \pi])$ 的拐点.

14. 设 $\int xf(x)dx = \arcsin x + C$. 求 $\int \frac{dx}{f(x)}$.

15. $\int \frac{x^6}{1+x^2} dx.$

16. $\int_{-2}^2 (|x| + x) e^{-|x|} dx.$

17. 求微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 5y = e^{2x}$ 的通解.

四、应用题(每小题8分,共16分)

得分

18. 设某支股票价格 p 在时间段 $[0, 5]$ 内关于时间 t 的函数为 $p(t) = \sqrt[3]{(t^2 - 4t + 3)^2 + 3}$. 求最佳买入时间和最佳卖出时间.

19. 设有形状为 $\begin{cases} x = R \cos \theta, \\ y = R \sin \theta, \end{cases} (|\theta| \leq \frac{\pi}{3})$ 的圆弧形细棒, 且其具有均匀密度. 求该细棒的重心坐标.

五、证明题(每小题5分, 共5分)

得分	
----	--

20. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 且对任意 $x \in (-\infty, +\infty)$, $f''(x) > 0$. 证明: $f(x) > x$.