

安徽大学 2019—2020 学年第 1 学期

《复变函数》期中考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

得分

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1、集合 $D = \{z | 1 < |z-1| < 2\}$, 则 D 是 ()。

A、无界区域 B、多连通区域 C、单连通区域 D、闭域

2、下列命题正确的是 ()

A、 $i < 2i$ B、如果 $f'(a)$ 存在, 那么 $f(z)$ 在 a 解析C、 $\frac{1}{i}\bar{z} = i\bar{z}$ D、函数 $f(z) = \bar{z}$ 在 z 平面上处处解析3、根式 $\sqrt[3]{-1}$ 的值之一是 ()A、 $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B、 $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ C、 $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ D、 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4、设 $f(z) = 1 - \bar{z}$, $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 5 - i$ 则 $f(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) =$ ()。A、 $-4 - 4i$ B、 $4 + 4i$ C、 $4 - 4i$ D、 $-4 + 4i$ 5、设 n 为整数, 则 $\operatorname{Ln}(-ie)$ ()。A、 $1 - \frac{\pi}{2}i$ B、 $1 + (2n - \frac{1}{2})\pi i$ C、 $(2n - \frac{1}{2})\pi i$ D、 $1 + (2n + \frac{1}{2})\pi i$ 6、下列积分之值不等于 0的是 ()

A、 $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z - \frac{3}{2}}$ B、 $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z - \frac{1}{2}}$ C、 $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 + 2z + 4}$ D、 $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{\cos z}$

二、填空题（每题 3 分, 共 30 分）

得 分	
-----	--

- 1、复数 $\frac{1}{i} + \frac{1}{1-i}$ 的模是_____，辐角主值是_____。
- 2、以方程 $z^4 + 1 = 0$ 的根为顶点的四边形面积为_____。
- 3、函数 $f(z) = (x^2 - y^2 - x) + i(xy - y^2)$ 在_____处可导，
在_____解析。
- 5、函数 $w = z^2$ 将单位圆位于第一象限的圆弧映射成曲线_____。
- 6、若 $shz = i$, 则 $z =$ _____。
- 7、函数 $w = e^{iz}$ 的基本周期是_____。
- 8、设 $f(z)$ 在 $|z| < 1$ 内解析, 则 $\oint_{|z|=r<1} \frac{f'(z)}{z^2} dz =$ _____。
- 9、积分 $\oint_C \frac{dz}{(z - \frac{i}{2})(z + 2)}$ = _____, 其中, C 为正向圆周 $|z| = 1$ 。

三、判断题（每题 2 分, 共 10 分）

得 分	
-----	--

- 1、对任何复数 z , $z^2 = |z|^2$ 成立。 ()
- 2、若 a 是 $f(z)$ 和 $g(z)$ 的一个奇点, 则 a 也是 $f(z) + g(z)$ 的奇点。 ()
- 3、函数 $f(z)$ 在 z_0 点可导与函数 $f(z)$ 在 z_0 点解析等价。 ()
- 4、对任何复数 z , $e^{iz} = e^{i(z+2k\pi)}$ 均成立。 ()
- 5、据闭路变形原理可知 $\oint_{|z|=2} \frac{\bar{z}}{|z|} dz = \oint_{|z|=4} \frac{\bar{z}}{|z|} dz$ 。 ()

四、计算题（共 38 分）

得 分	
-----	--

1、已知解析函数 $f(x) = x^2 + axy + by^2 + i(cx^2 + dxy + y^2)$, (10 分)

(1)、求 a, b, c, d 的值;

(2)、求 $f'(1+i)$ 。

2、已知 $f(z) = \oint_C \frac{\xi e^{\xi}}{\xi - z} d\xi$, 其中 C 为正向圆周 $|\xi|=4$, 但 $|z| \neq 4$, (12 分)

(1)、求 $f(\pi i)$ 与 $f(1+4i)$;

(2)、求 $f'(\pi i)$ 。

3、计算积分 $\oint_C \frac{\sin z}{z(z - \frac{\pi}{2})^2} dz$ ，其中 C 为不经过 $0, \frac{\pi}{2}$ 的任意正向简单闭曲线。(16 分)

五、分析题（第 1 小题 2 分，第 2 小题 8 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

在复数域中， $f(z) = \sin z$ 与 $g(z) = \cos z$ 是有界函数。

- 1、上述命题是否正确？
- 2、若命题成立，给出证明；若命题不成立，说明理由。