

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

imp TEE

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+z \\ 2y-z \\ y+z \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \left( \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$B_2 = \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$v = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = ? \text{ image?}$$

$$[T(v)]_{B_2} = [T]_{B_1}^{B_2} [v]_{B_1}$$

$$\frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2}$$

$[v]_B$  = co-ordinate of  $v$  wrt  $B_1$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[v]_{B_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]_{B_1}^{B_2} = \begin{bmatrix} (Te_1)_{B_2} & (Te_2)_{B_2} & (Te_3)_{B_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Now,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = 1 \quad c_2 = -1 \quad c_3 = -1$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = 3, \quad c_2 = 3, \quad c_3 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = 2, \quad c_2 = 0, \quad c_3 = -1$$

$$[T]_{B_1}^{B_2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[V]_{B_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{So, } W = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$w_1 = 6, \quad w_2 = 2, \quad w_3 = 1$$

$$\text{So, } T \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = 6 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$