

Мин цифры  
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и  
Информатики  
СибГУТИ  
Кафедра высшей математики

РГР 2  
Интеграл по дуге

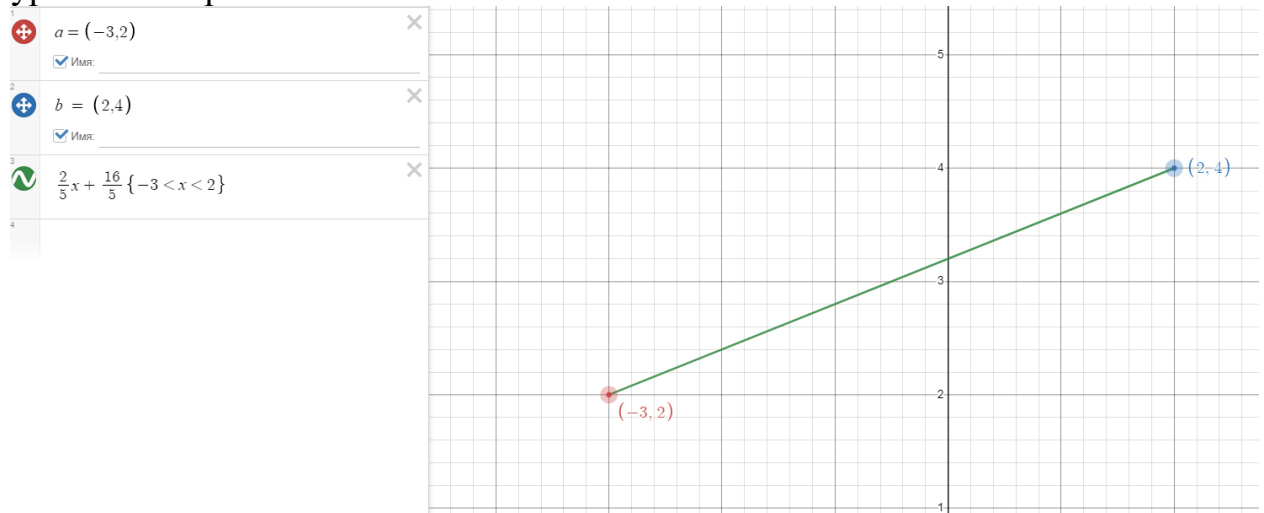
Выполнил: студент 2 курса группы ИП-013  
Иванов Леонид Дмитриевич

Новосибирск 2022.г

Вычислить  $\int_L \bar{z} + \operatorname{Im}(z^2 + i) dz$  вдоль прямой от точки  $z = -3 + 2i$  до точки  $z = 1 + 3i$ .

Решение:

Даны 2 точки  $z = -3 + 2i$  и  $z = 2 + 4i$ . Обозначим их на рисунке, и найдём уравнение прямой



Для нахождения уравнения прямой воспользуемся каноническим уравнением прямой:

$$\frac{x - x_a}{x_b - x_a} = \frac{y - y_a}{y_b - y_a} = \frac{x + 3}{2 + 3} = \frac{y - 2}{4 - 2} = \frac{x + 3}{5} = \frac{y - 2}{2} = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$$

Будем подставлять данное значение  $y$  в наш интеграл при дальнейшем решении

Приступим к раскрытию интеграла:

$$\int_L \bar{z} + \operatorname{Im}(z^2 + i) dz = \int_L (\overline{(x + iy)} + \operatorname{Im}(z^2 + i)) dz =$$

$$\int_L (x - iy) + idz = \int_L (x - iy) + id(x + iy)$$

Именно сюда будем подставлять  $\frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$  найденное ранее

$$\int_L \left( x - i \left( \frac{2}{5}x + \frac{16}{5} \right) \right) + id \left( x + i \left( \frac{2}{5}x + \frac{16}{5} \right) \right)$$

$$\int_L \left( x - \frac{2}{5}ix - \frac{16}{5}i \right) d \left( x + \frac{2}{5}ix + \frac{16}{5}i \right)$$

Воспользуемся  $dz = z' dx$

$$\int_L \left( x - \frac{2}{5}ix - \frac{16}{5}i \right) \left( 1 + \frac{2}{5}i \right) dx$$

Раскроем скобки

$$\int_L \left( x - \cancel{\frac{2}{5}ix} - \frac{16}{5}i + \cancel{\frac{2}{5}ix} + \frac{4}{25}x + \frac{32}{25} \right) dx =$$

$$\int_L \left( \frac{29}{25}x - \frac{16}{5}i + \frac{32}{25} \right) dx$$

На рисунке видно, что функция вдоль нашей прямой изменяется по значению  $x$  с -3 до 2. Обозначим пределы интеграла:

$$\int_{-3}^2 \left( \frac{29}{25}x - \frac{16}{5}i + \frac{32}{25} \right) dx = \frac{29x^2}{50} - \frac{16}{5}i + \frac{32}{25}x \bigg|_{-3}^2 =$$

$$\left( \frac{29 \cdot 2^2}{50} - \frac{16}{5}i + \frac{32}{25} \cdot 2 \right) - \left( \frac{29 \cdot (-3)^2}{50} - \frac{16}{5}i + \frac{32}{25} \cdot (-3) \right) =$$

$$\frac{58}{50} - \cancel{\frac{16}{5}i} + \frac{64}{25} - \frac{261}{50} + \cancel{\frac{16}{5}i} - \frac{96}{25} = -5,34$$

Ответ: -5,34