Федеральное агентство связи

ФГБОУ«СибГУТИ»

Кафедра физики

Расчетно-графическая работа № 1

Колебания и волны.

Выполнил: студент 1 курса
ИВТ, гр. ИП-013
Иванов.Л.Д
Проверил преподаватель:
Лубский.В.В

Измерения сняты:

Отчёт принят:

Защита:

Новосибирск 2021

Задача №1

Скорость распространения упругой волны в среде 300 м/с. Найти разность фаз колебаний точек *M* и *P*, отстоящих от источника колебаний на расстоянии 60 м и 45 м. Фаза колебаний точки *M* в момент времени 0,3 с после начала колебаний равна π. Начальная фаза колебаний источника равна нулю.

Дано	Решение
$v = 300$ м/с $x_M = 60$ м $x_P = 45$ м $t_1 = 0{,}3$ с $\varphi_M(t_1) = \pi$ $\varphi_0 = 0$	Уравнение плоской волны $\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/v)$, где $\xi(x, t)$ — смещение точек среды с координатой x в момент t; ω — круговая частота; v — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).
$\Delta\varphi$ — ?	Фаза колебаний — это аргумент функции косинус в уравнении волны: $\varphi = \omega(t - x/v)$.

В точке *M* в момент времени t_1 фаза равна

$$\varphi_M(t_1) = \omega(t_1 - x_M/v),$$

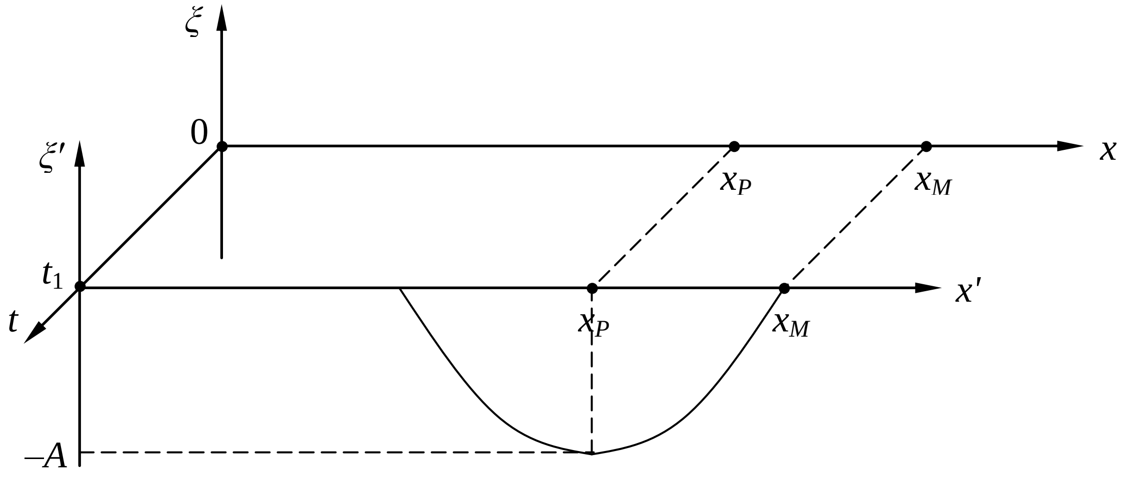
$$\omega = \frac{\varphi_M(t_1)}{t_1 - x_M/v}.$$

Разность фаз колебаний точек *M* и *P*:

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_P = \omega(t - x_M/v) - \omega(t - x_P/v) = \omega\cdot\frac{x_P - x_M}{v} =$$

$$= \frac{\varphi_M(t_1)}{t_1 - x_M/v}\cdot\frac{x_P - x_M}{v} = \frac{\varphi_M(t_1)}{vt_1 - x_M}\cdot(x_P - x_M) = \frac{\pi}{300\cdot 0{,}3 - 60}\cdot(45 - 60) =$$

$$= -\frac{\pi}{2}.$$



Ответ: $\Delta\varphi = -\pi/2$.

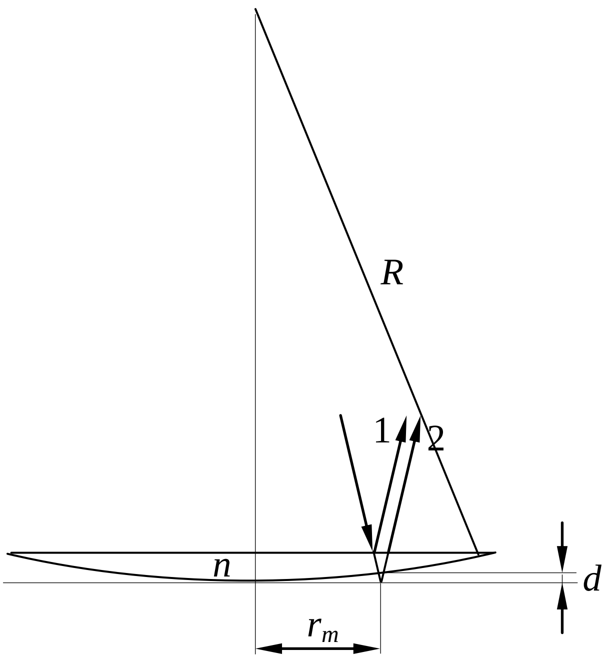
Задача №3

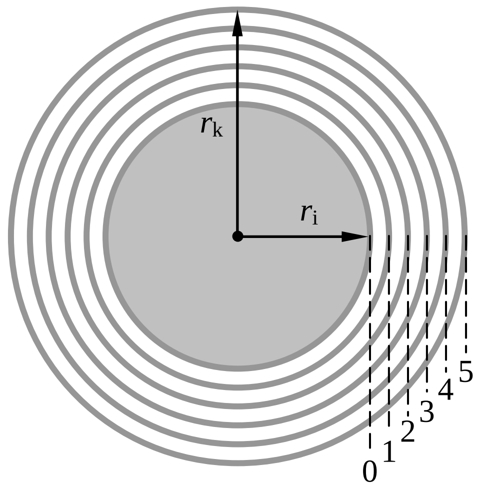
Расстояние между 4-ым и 9-ым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 3 мм. Радиус кривизны линзы 25 м. Вычислите радиусы колец.

$i = 4$
$k = 9$
$\Delta r = 3$ мм $= 3\cdot 10^{-3}$ м
$R = 25$ м

r_4 — ?
r_9 — ?

При нормальном падении света геометрическая разность хода лучей 1 и 2 равна $2d$. В случае наблюдения в отражённом свете у луча 2 изменяется фаза колебаний на π при отражении от оптически более плотной среды (пластины). Это соответствует удлинению (или укорочению) оптического пути луча 2 на $\lambda/2$. Поэтому при вычислении разности хода лучей 1 и 2 нужно учесть слагаемое $\lambda/2$.





В результате разность хода равна

$$\Delta = 2d + \lambda/2.$$

Чтобы в этом месте был минимум интерференции лучей, должно выполняться условие

$$\Delta = 2m\cdot\lambda/2 = m\lambda,\ \ m = 0, 1, 2, 3, ...$$

Приравняем выражения для Δ:

$$2d + \lambda/2 = m\lambda;$$

$$d = \frac{2m\lambda - \lambda}{4} = \frac{(2m-1)\lambda}{4}.$$

Из рисунка:

$$(R-d)^2 + r_m^2 = R^2;$$

$$R - d = \sqrt{R^2 - r_m^2};$$

$$d = R - \sqrt{R^2 - r_m^2}.$$

Приравняем выражения для d:

$$\frac{(2m-1)\lambda}{4} = R - \sqrt{R^2 - r_m^2};$$

$$R^2 - r_m^2 = \left(R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2;$$

$$r_m = \sqrt{R^2 - \left(R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2} = \sqrt{2R\cdot\frac{(2m-1)\lambda}{4} - \left(\frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda}{4}\cdot\left(2R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)}.$$

Учитывая, что

$$2R >> \frac{(2m-1)\lambda}{4},$$

равенство упростится:

$$r_m = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda}{4}\cdot 2R} = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2}}.$$

Для колец с номерами i и k соответственно имеем

$$r_i = \sqrt{\frac{(2i-1)\lambda R}{2}}; \quad r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)\lambda R}{2}};$$

$$\Delta r = r_k - r_i = \sqrt{\frac{(2k-1)\lambda R}{2}} - \sqrt{\frac{(2i-1)\lambda R}{2}} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}\cdot\left(\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}\right);$$

$$\sqrt{\frac{\lambda R}{2}} = \frac{\Delta r}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}}.$$

Тогда

$$r_i = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}\cdot\sqrt{2i-1} = \frac{\Delta r\cdot\sqrt{2i-1}}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}} = \frac{3\cdot 10^{-3}\cdot\sqrt{2\cdot 4-1}}{\sqrt{2\cdot 9-1} - \sqrt{2\cdot 4-1}} =$$

$$= 5{,}37\cdot 10^{-3}\text{ м} = 5{,}37\text{ мм};$$

$$r_k = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}\cdot\sqrt{2k-1} = \frac{\Delta r\cdot\sqrt{2k-1}}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}} = \frac{3\cdot 10^{-3}\cdot\sqrt{2\cdot 9-1}}{\sqrt{2\cdot 9-1} - \sqrt{2\cdot 4-1}} =$$

$$= 8{,}37\cdot 10^{-3}\text{ м} = 8{,}37\text{ мм}.$$

Ответ: r_4 = 5,37 мм; r_9 = 8,37 мм.

Задача №4

Точечный источник монохроматического света с длиной волны 0,55 мкм помещен на расстоянии 5 м от круглой диафрагмы. По другую сторону от диафрагмы на расстоянии 1 м от неё находится экран. Определите радиус диафрагмы, если освещённость центра экрана наименьшая.

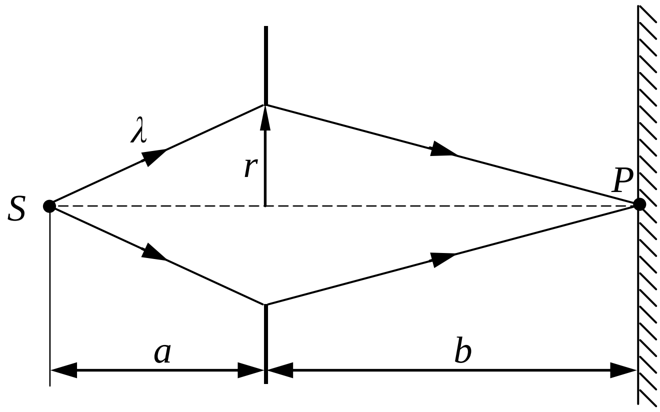
$\lambda = 0{,}55$ мкм $= 5{,}5\cdot10^{-7}$ м
$a = 5$ м
$b = 1$ м
освещенность центра наименьшая

r — ?

Радиус k-той зоны Френеля определяется по формуле

$$r = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\cdot k\lambda},$$

где k — число зон Френеля, которые видны в отверстии диафрагмы из точки P.



Чтобы в центре экрана было темное пятно, число зон Френеля должно быть четным: $k = 2, 4, 6, ...$ Наименьшая освещенность получается при $k = 2$. Тогда радиус диафрагмы равен

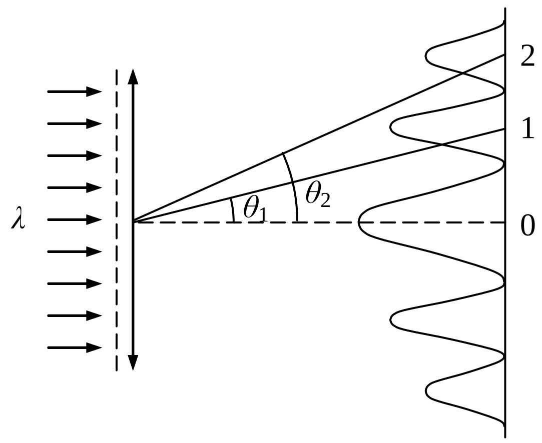
$$r = \sqrt{\frac{5\cdot1}{5+1}\cdot2\cdot5{,}5\cdot10^{-7}} = 9{,}57\cdot10^{-4}\ \text{м} = 957\ \text{мкм}.$$

Ответ: $r = 957$ мкм.

Задача №5

Монохроматический свет с длиной волны 500 нм падает нормально на дифракционную решетку. Вычислите период решетки, если угол между направлениями на максимумы первого и второго порядка равен 10°.

$\lambda = 500$ нм $= 5\cdot10^{-7}$ м $\Delta\theta = 10°$	Направления главных максимумов, создаваемых дифракционной решеткой, определяются формулой $d\sin\theta = \pm k\lambda.$ В данном случае k имеет значения 1 и 2.
d — ?	



Соответствующие уравнения запишутся следующим образом:

$$d\sin\theta_1 = \lambda, \quad (1)$$

$$d\sin\theta_2 = 2\lambda, \quad (2)$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1.$$

Перепишем уравнения (1) и (2) следующим образом:

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{d};$$

$$\sin\theta_2 = \frac{2\lambda}{d}.$$

Складывая и вычитая эти уравнения и используя тригонометрические соотношения для суммы и разности синусов, получаем:

$$\sin\theta_2 - \sin\theta_1 = 2\cos\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\sin\frac{\theta_2-\theta_1}{2} = 2\cos\left(\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\right)\sin\frac{\Delta\theta}{2} =$$

$$= \frac{2\lambda}{d} - \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d};$$

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\cos\frac{\theta_2-\theta_1}{2} = 2\sin\left(\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\right)\cos\frac{\Delta\theta}{2} =$$

$$= \frac{\lambda}{d} + \frac{2\lambda}{d} = \frac{3\lambda}{d};$$

$$\cos\left(\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\right)=\frac{\lambda}{2d\sin\frac{\Delta\theta}{2}};$$

$$\sin\left(\frac{\theta_2+\theta_1}{2}\right)=\frac{3\lambda}{2d\cos\frac{\Delta\theta}{2}}.$$

Возведем эти уравнения в квадрат и сложим их:

$$1=\frac{9\lambda^2}{4d^2\cos^2\frac{\Delta\theta}{2}}+\frac{\lambda^2}{4d^2\sin^2\frac{\Delta\theta}{2}};$$

$$4d^2\sin^2\frac{\Delta\theta}{2}\cos^2\frac{\Delta\theta}{2}=9\lambda^2\sin^2\frac{\Delta\theta}{2}+\lambda^2\cos^2\frac{\Delta\theta}{2};$$

$$4d^2\sin^2\frac{\Delta\theta}{2}\cos^2\frac{\Delta\theta}{2}=8\lambda^2\sin^2\frac{\Delta\theta}{2}+\lambda^2;$$

$$d^2\sin^2\Delta\theta=8\lambda^2\cdot\frac{1-\cos\Delta\theta}{2}+\lambda^2;$$

$$d^2\sin^2\Delta\theta=4\lambda^2(1-\cos\Delta\theta)+\lambda^2;$$

$$d^2\sin^2\Delta\theta=\lambda^2(5-4\cos\Delta\theta);$$

$$d=\frac{\lambda}{\sin\Delta\theta}\sqrt{5-4\cos\Delta\theta}=\frac{5\cdot10^{-7}}{\sin10^\circ}\cdot\sqrt{5-4\cos10^\circ}=2{,}97\cdot10^{-6}\text{ м}=$$

$$=2{,}97\text{ мкм}.$$

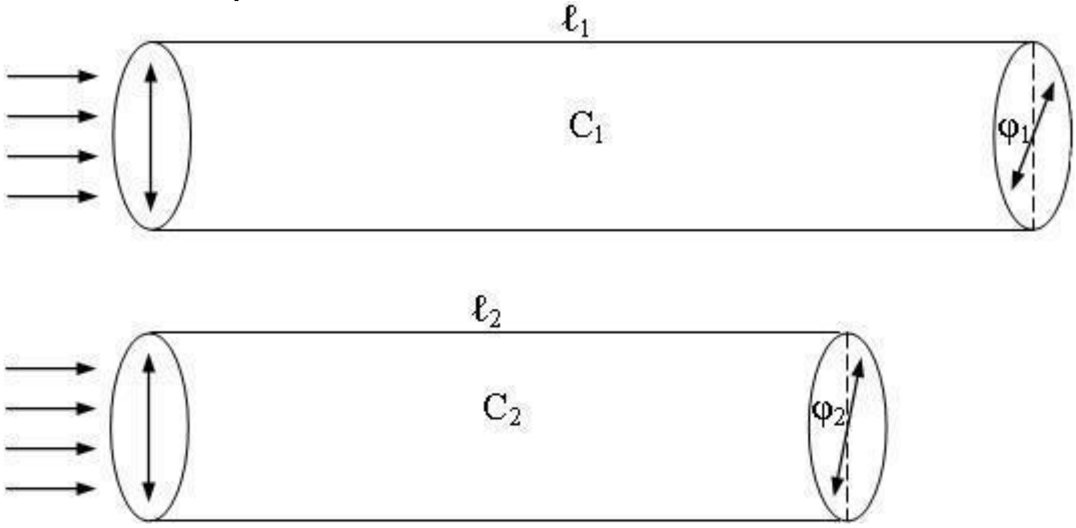
Ответ: $d = 2{,}97$ мкм.

Задача №6

При прохождении света через трубку длиной ℓ_1 = 20 см, содержащую раствор сахара концентрацией C_1 = 10%, плоскость поляризации света повернулась на угол φ_1 = 13,3°. В другом растворе сахара, налитом в труду длиной ℓ_2 = 15 см, плоскость поляризации повернулась на угол φ_2 = 5,2°. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

ℓ_1 = 20 см = 0,2 м
C_1 = 10%
φ_1 = 13,3°
ℓ_2 = 15 см = 0,15 м
φ_2 = 5,2°

C_2 — ?



Угол поворота плоскости поляризации света равен

$$\varphi_1 = [\alpha]\rho_1 l_1;$$

$$\varphi_2 = [\alpha]\rho_2 l_2,$$

где [α] — удельное вращение;

ρ_1, ρ_2 — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Разделим почленно первое уравнение на второе:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\rho_1 l_1}{\rho_2 l_2},$$

откуда

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot l_1/l_2 \cdot \varphi_2/\varphi_1.$$

$$C_1 = \rho_1 \cdot 100\%;$$

$$C_2 = \rho_2 \cdot 100\% = \rho_1 l_1/l_2 \cdot \varphi_2/\varphi_1 \cdot 100\% = C_1 \cdot l_1/l_2 \cdot \varphi_2/\varphi_1;$$

$$C_2 = 0{,}1 \cdot 0{,}2/0{,}15 \cdot 5{,}2/13{,}3 \cdot 100\% = 5{,}2\%.$$

Ответ: C_2 = 5,2%.