

РГР №8  
Вариант №12

$$1) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x}$$

1) 0 2 3

$$x^2 - 2x \neq 0$$

$$x(x - 2) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad x \neq 2$$

2) Четная или нечетная

$$y(-x) = \frac{-x^2 - 1}{-x^2 + 2x} = \frac{-x - 1}{x^2 + 2} \neq y(x) \neq y(-x) \Rightarrow \text{ф-ция не явл.}$$

нечетной, ни чет-

ной

3) Пересечение с осями координат

$$O_x (y=0) \dots$$

$$0 = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}$$

$$x = 0$$

$$(0; 0)$$

$$O_y (x=0) \dots$$

$$y = \frac{0 - 1}{0^2 - 2 \cdot 0}$$

$$y = \frac{-1}{0} = 0$$

$$(0; 0)$$

#### 4) Экстремумы

$$y' = \left( \frac{x-1}{x^2-2x} \right)' \neq$$

$$y' = \frac{-x^2+2x-2}{x^4-4x^3+4x^2} = 0 \text{ или } \emptyset$$

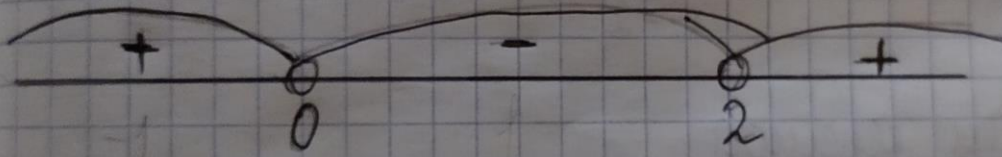
$$-x^2+2x-2=0$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = 4 - 8 = -4 \text{ (нет корней)}$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$$

$$(x-0) \quad (x-2)$$



0 - мин

2 - max



5) Асимптоты

Наклонные асимптоты

$$y = kx + b$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y(x)}{x}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x-1}{x^2-2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^3-2x} = 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} yx - kx$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2-2x} - 0x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2-2x} = 0$$

Вертикальные асимптоты

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

6) Точки перегиба

$$y'' = \frac{2x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3(x-2)^3}$$

Находим корни уравнения

$$\cancel{2x^3} \frac{2x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3(x-2)^3} = 0$$

$$\frac{2x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3(x-2)^3} = \frac{2x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{(x^2 - 2x)^3}$$

$$2x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$$

$$2(x^3 - 3x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$2(x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + 4x - 4) = 0$$

$$2(x^2(x-1) - 2x(x-1) + 4(x-1)) = 0$$

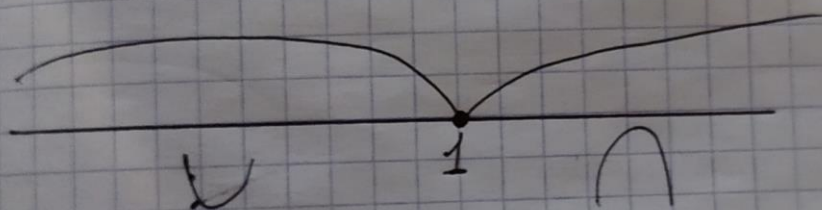
$$2(x-1)(x^2 - 2x + 4) = 0$$

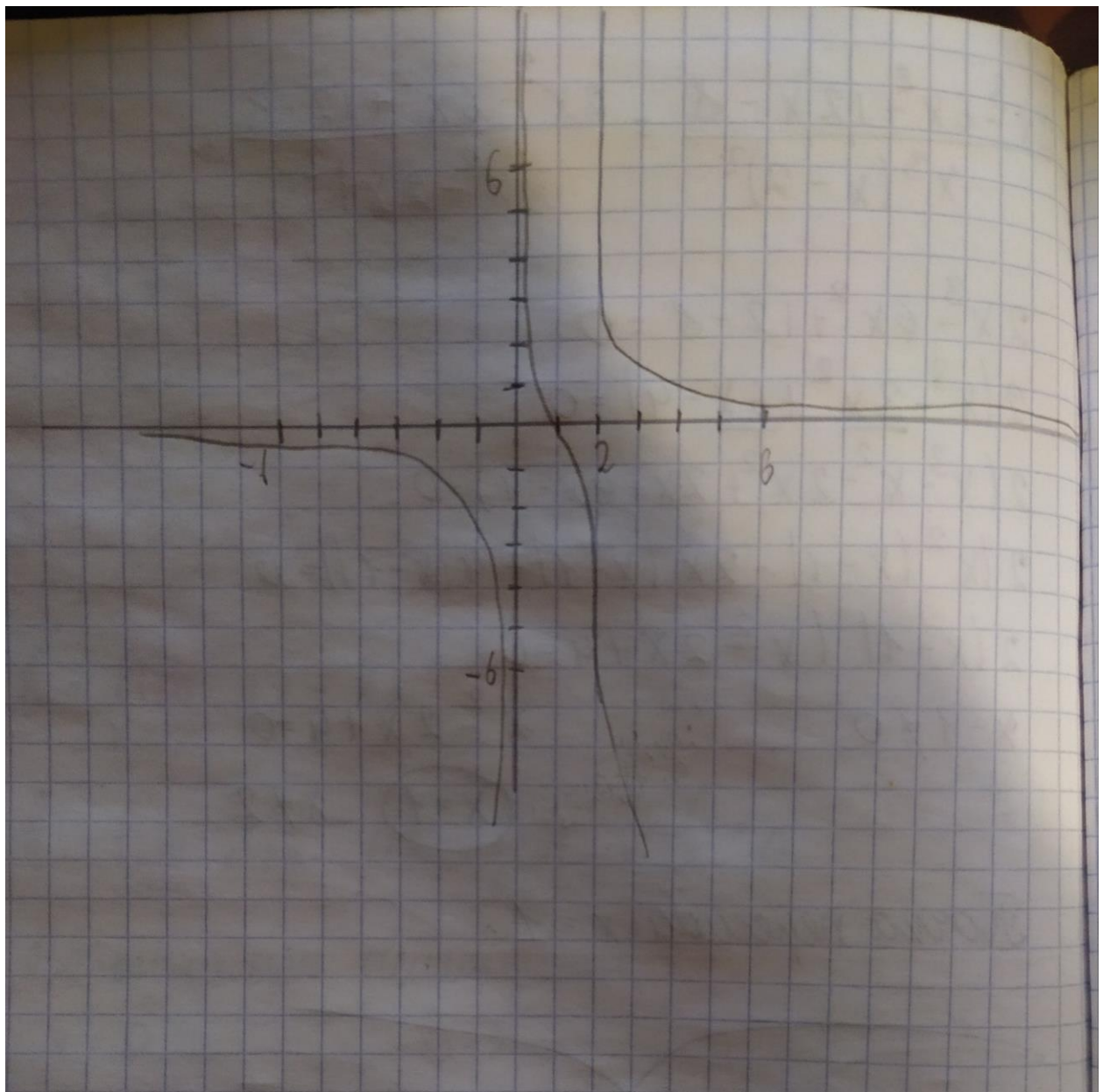
$$x-1 \neq 0$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$(x=1) \quad x \neq 2$$

Точка перегиба  $= x = 1$







$$2) y = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

$$1) 0 \neq 3$$

$$e^{-\frac{1}{x^2}} \neq 0$$

$$\frac{1}{x^2} \neq 0$$

$$x^2 \neq 0$$

$$x \neq 0$$

2) Четность и нечетность

$$y(-x) = e^{-\frac{1}{(-x)^2}} = e^{-\frac{1}{x^2}} \text{ четная}$$

3) Асимптоты

Вертикальные

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x^2}}$$

$$x \rightarrow 0$$

Вычислим пределы по отдельности

$$\lim_{x \rightarrow 0} e = e$$

$$= \left[ \frac{e}{\infty} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -\frac{1}{x^2} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = -(+\infty) = -\infty$$

Поскольку выражение  $a^{-\infty}$ ,  $a > 1$  определено как 0,

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x^2}} = 0 \text{ (нет вертикальных асимптот)}$$

Наклонная асимптота

$$y = kx + b$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} kx + b - (yx) \stackrel{?}{=}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{yx}{x}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{xe^{\frac{1}{x^2}}} = 0$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} yx - kx$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\frac{1}{x^2}} - 0x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{\frac{1}{x^2}}} = 1$$

1) Пересечение с осями координат

Пересечение с  $Ox$ ;  $y = 0$

$$0 = e^{-\frac{1}{x^2}}$$



$$e^{-\frac{1}{x^2}} = 0 \quad (0; 0)$$

Утверждение ложное для моды значений;  
 поскольку функции всегда принимают  
 значения положительной

Пересечение с  $Oy$ ;  $x=0$

$$y = e^{-\frac{1}{0}}$$

$$y = e^0 = 1$$

$$(0; 1)$$

5) Дистрибуция.

$$y' = \frac{2e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3}$$

$$\frac{2e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3} = 0$$

избавимся от  $-$ ;

$$\frac{2}{x^3 e^{\frac{1}{x^2}}} = 0$$

$$2 = 0$$

$$x \in \emptyset$$



б) Точки перегиба

$$y'' = \frac{4 - 6x^2}{x^6 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}}$$

$$\frac{4 - 6x^2}{x^6 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}} = 0$$

$$4 - 6x^2 = 0$$

$$-6x^2 = -4$$

$$x^2 = \frac{2}{3}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$$

