

Федеральное агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики
СибГУТИ
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 10.

Приложения кратных интегралов.

Выполнила: студентка 1 курса группы ИП-013

Иванов Леонид Дмитриевич

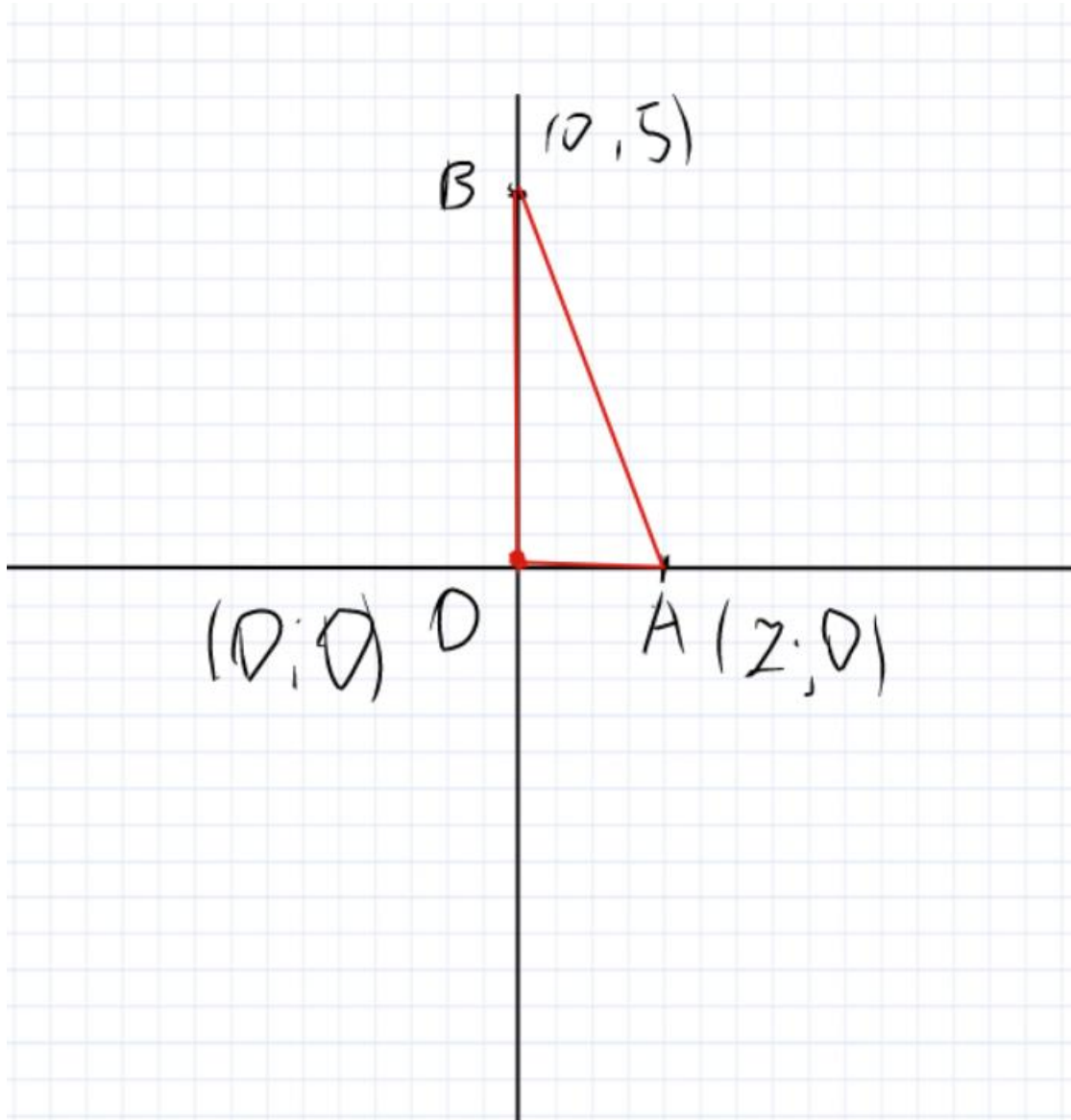
Преподаватель: Терещенко Анастасия Федоровна

Новосибирск 2021.г

Используя формулу Грина, вычислите криволинейный интеграл $\oint_{\Delta OAB} xy dx + y^2 dy$, $O(0; 0)$, $A(2; 0)$, $B(0; 5)$.

В ответ запишите получившееся значение, округленное до сотых.

Формула Грина: $\oint_L P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{dQ}{dx} - \frac{dP}{dy} \right) - dx dy$



Решение:

$$\oint_{\Delta OAB} xydx + y^2 dy$$

Возьмём производную d по x, d по y

$$\frac{d(y^2)}{dx} = 0$$

$$\frac{d(xy)}{dy} = x$$

Найдём приделы по x и по y

Используем уравнение прямой по двум точкам A(2;0), B(0;5)

$$y=kx+b$$

Подставил значения и найдём k

$$\begin{cases} 0 = 2k + b \\ 5 = 0 \times k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2k \\ 5 = 0 \times k + (-2k) \end{cases}$$

$$5 = 0 \times k + (-2k)$$

$$5 = -2k$$

$$k = -\frac{5}{2}$$

Теперь найдём b, для этого подставим k в $b = -2k$

$$b = -2 \times \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$b=5$$

Тогда получим

$$y = -\frac{5}{2}x + 5$$

$$D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq -\frac{5}{2}x + 5 \right\}$$

$$\oint_{\Delta OAB} xydx + y^2 dy = \iint_D (0 - x) dx dy = - \iint_D x dx dy = - \int_0^2 x dx \int_0^{-\frac{5}{2}x+5} dy =$$

$$-\int_0^2 x \left(-\frac{5}{2}x + 5 \right) dx$$

Осталось вычислить интеграл $-\int_0^2 x \left(-\frac{5}{2}x + 5 \right) dx$

Раскроем скобки

$$-\int_0^2 \left(-\frac{5}{2}x^2 + 5x \right) dx$$

Используем свойства интегралов $\int f(x) \pm g(x)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

$$-\int_0^2 \left(-\frac{5}{2}x^2 \right) dx + \int_0^2 (5x) dx$$

Найдём неопределённый интеграл

$$-\left(-\frac{5x^3}{2} + \frac{5x^2}{2} \right) \bigg|_0^2 \quad \text{подставили пределы интеграла}$$

$$\left(-\frac{5 \times 2^3}{2} + \frac{5 \times 2^2}{2} - \left(-\frac{5 \times 0^3}{2} + \frac{5 \times 0^2}{2} \right) \right) = -\frac{10}{3} \approx 3,33$$

$$\oint_{\Delta OAB} xy dx + y^2 dy = \iint_D (0 - x) dx dy = - \iint_D x dx dy = - \int_0^2 x dx \int_0^{-\frac{5}{2}x+5} dy =$$

$$-\int_0^2 x \left(-\frac{5}{2}x + 5 \right) dx = -\frac{10}{3} \approx 3,33$$