

Федерально агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций
и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 7
Вычислить площадь фигуры

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-013
Иванов.Л.Д

Преподаватель:

Вариант № 12

НОВОСИБИРСК 2021

Вопрос 4

Нет ответа

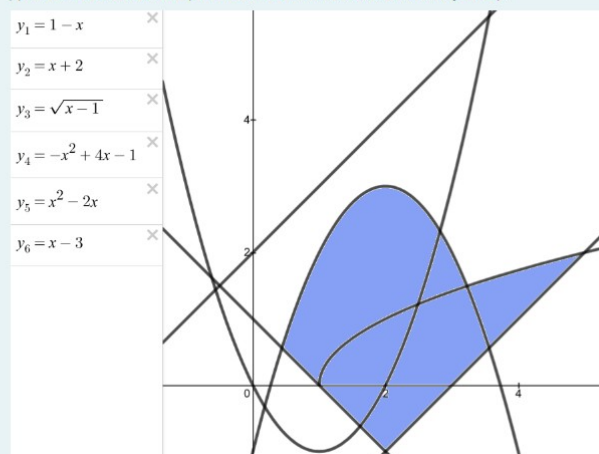
Балл: 1,00

Отметить вопрос

Найдите площадь фигуры, указанной на рисунке.

В ответ запишите наименьшее количество областей, на которые требуется разбить заштрихованную область

Для вычисления точек пересечения можно использовать калькулятор.



Уравнения функции

$$y_1 = 1 - x; y_2 = \sqrt{x - 1}; y_3 = -x^2 + 4x - 1; y_4 = x - 3; y_5 = x^2 - 2x;$$

Найдём точки пересечения:

$$y_2 = \sqrt{x - 1} \text{ и } y_4 = x - 3;$$

Запишем уравнение :

$$\sqrt{x - 1} = x - 3 \quad \text{Возведём обе стороны в квадрат.}$$

$$\sqrt{x - 1}^2 = (x - 3)^2 \quad \text{теперь избавимся от корня и разложим} \\ (x - 3)^2, \text{ перенесём всё в одну сторону.}$$

$$x - 1 - x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$-x^2 + 7x - 10 = 0 \quad \text{Запишем } 7x \text{ в виде разности}$$

$$-x^2 - 2x - 5x - 10 = 0 \quad \text{выносим общий множитель}$$

$$x(x - 2) - 5(x - 2) = 0 \quad \text{общий множитель } (x - 2) \text{ выносим.}$$

$$(x - 2) \times (x - 5) = 0$$

$$x = 2; x = 5;$$

$$y_3 = -x^2 + 4x - 1 \text{ и } y_1 = 1 - x$$

$$-x^2 + 4x - 1 = 1 - x$$

$$-x^2 + 5x - 2 = 0 \text{ Решим через дискриминант}$$

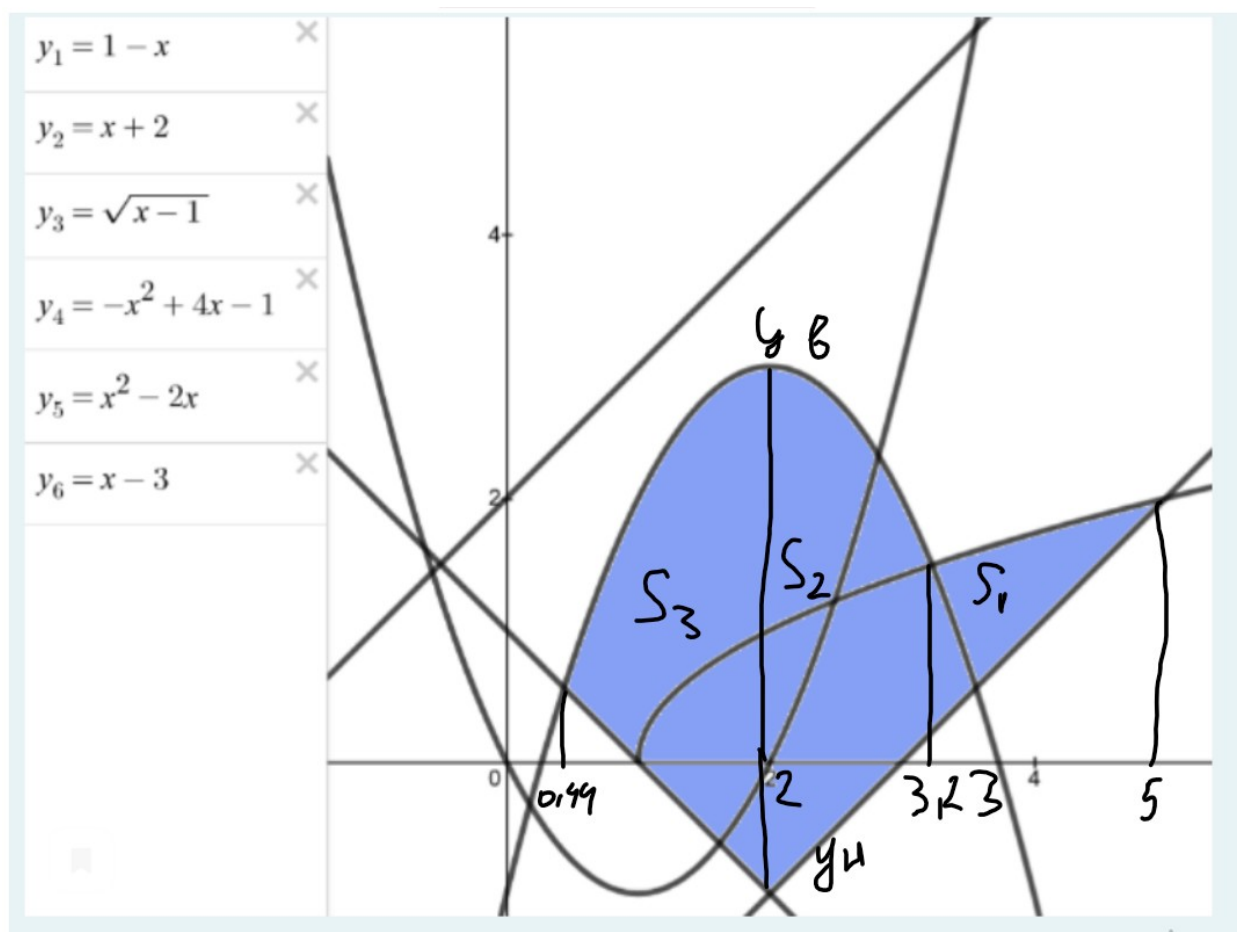
$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \approx 0.44 \quad x_2 = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \approx 4.56$$

$$y_3 = -x^2 + 4x - 1 \text{ и } y_2 = \sqrt{x-1}$$

Решил через калькулятор получил ответ $x=3.23$

$$y_5 = x^2 - 2x;$$

$$x(x-2)x=0; x=2;$$



Мы нашли точки пересечения и поделив площади на сегменты.

Будем использовать точки пересечения как пределы наших интегралов.

По формуле $S_{\phi} = \int_b^a (y_6 - y_n) dx$ будем искать площадь.

$$S_1 = \int_{3.23}^5 (\sqrt{x-1} - (x-3)) dx$$

Чтобы вычислить определённый интеграл сначала найдём неопределённый

$$\int (\sqrt{x-1} - (x-3)) dx = \int (\sqrt{x-1} - x + 3) dx$$

Используем свойства интегралов

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int (\sqrt{x-1}) dx - \int (x) dx + \int (3) dx$$

$$\text{Используем } \int (x) dx = \frac{x^2}{2}, \int (a) dx = a \times x$$

Подставляем пределы интегрирования

$$\left(\frac{2(x-1)\sqrt{x-1}}{3} - \frac{x^2}{2} + 3x \right) \Bigg|_{3.23}^5 = \frac{557}{300} - \frac{223\sqrt{223}}{1500} + \frac{323^2}{20000} \approx 1.1$$

$$S_2 = \int_2^{3.23} (-x^2 + 4x - 1 - (x-3)) dx$$

Чтобы вычислить определённый интеграл сначала найдём неопределённый

$$\int (-x^2 + 4x - 1 - (x-3)) dx = \int (-x^2 + 4x - 1 - x + 3) dx =$$

$$\int (-x^2 + 3x + 2) dx$$

Используем свойства интегралов и вынесем — за интеграл.

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$- \int (x^2) dx - \int (3x) dx + \int (2) dx$$

$$\text{Используем } \int (x^n) dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \int (a) dx = a \times x$$

$$\left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Bigg|_2^{3.23} = \frac{-323^3}{3 \times 100^3} - \frac{3 \times 323^2}{20000} + \frac{131}{150} \approx 3.54$$

2

$$S_3 = \int_{3,23}^5 (-x^2 + 4x - 1 - (1 - x)) dx$$

Чтобы вычислить определённый интеграл сначала найдём неопределённый

$$\int (-x^2 + 4x - 1 - 1 + x) dx = \int (-x^2 + 4x - 1 - x + 3) dx =$$

$$\int (-x^2 + 5x - 2) dx$$

Используем свойства интегралов и вынесем $-$ за интеграл.

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$- \int (x^2) dx + \int (5x) dx - \int (2) dx$$

$$\text{Используем } \int (x^n) dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \int (a) dx = a \times x$$

2

$$\left(\frac{-x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{3,23}^5 = \frac{117429}{31250} - 3 \frac{23679}{21250} \approx 3.76$$

0.44

Теперь сложим все площади:

$$S_1 + S_2 + S_3 = 1.1 + 3.54 + 3.76 = 8.4$$