Минцифры

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 13.

Ряд Фурье

Выполнила: студент 2 курса группы ИП-013

Иванов Леонид Дмитриевич

Преподаватель: Храмова Татьяна Викторовна

Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \dfrac{x-1}{4}$, $x \in [-3; 3)$, $f(x+6) = f(x)$.

Результат проиллюстрируйте в desmos.com.

Скрин графика вставьте в работу, ссылку на график - в комментарий к работе.

- a. данная функция общего вида
- b. данная функция нечётная
- c. данная функция чётная

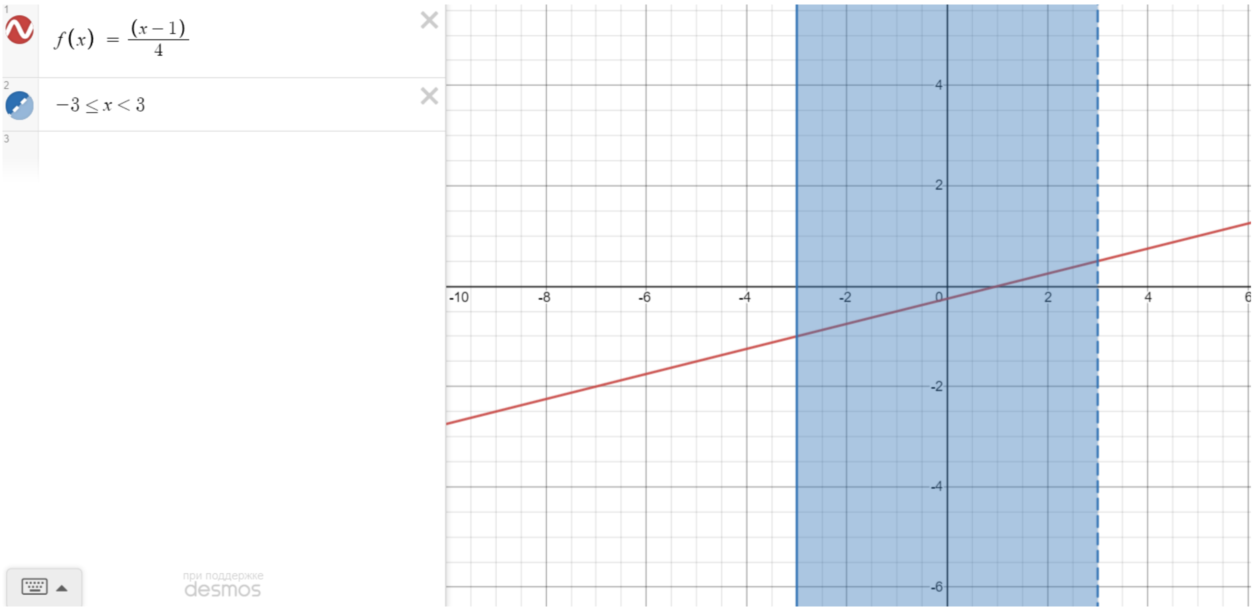
Определим периодичность функции:

$$f(x) = \frac{x-1}{4}$$

$f(x) = \frac{-x-1}{4}$ -из этого можно сделать вывод, что у нас функция общего видан(ничетная, ни нечетная)

Период равен $T = |b - a| = |3 + 3|$=6

Скрин графика



$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-l}^{l} f(x)dx$$
$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\left(\frac{\pi nx}{T}\right)\, dx$$
$$b_n = \frac{1}{T}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\left(\frac{\pi nx}{T}\right) dx$$

***Найдём a_0* :**

$$a_0 = \frac{1}{6}\int_{-3}^{3}\left(\frac{x-1}{4}\right)\mathrm{dx} = \frac{1}{6}\left(\frac{x^2}{8} - \frac{x}{4}\right)\Bigg|_{-3}^{3} = \frac{1}{6}\left(\frac{3}{8} - \left(\frac{15}{8}\right)\right) = -\frac{1}{4}$$

***Найдём a_n* :**

$$a_n = \frac{1}{3}\int_{-3}^{3}\left(\frac{x-1}{4}\right) * \cos\left(\frac{\pi nx}{3}\right) dx = -\frac{\sin(\pi n)}{2\pi n}$$

***Найдём b_n* :**

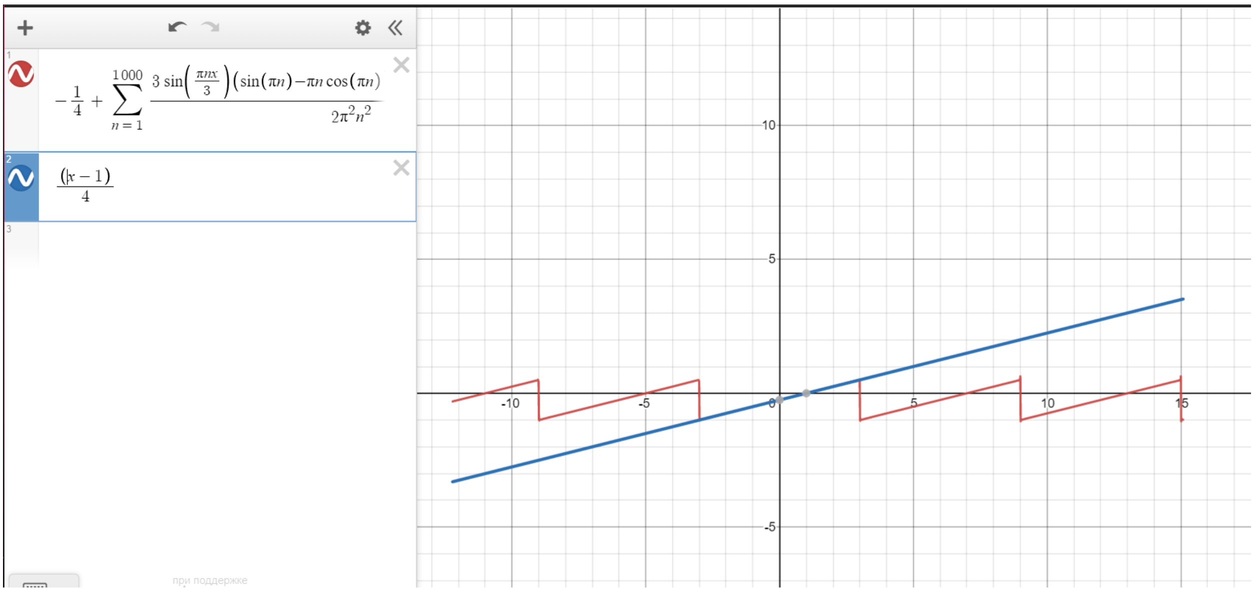
$$b_n = \frac{1}{3}\int_{-3}^{3}\left(\frac{x-1}{4}\right) * \sin\left(\frac{\pi nx}{3}\right) dx = \frac{3(\sin(\pi n) - \pi n cos(\pi n))}{2\pi^2 n^2}$$

$$fx = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n * \cos\left(\frac{\pi nx}{T}\right) + b_n * \sin\left(\frac{\pi nx}{T}\right)$$

$$fx = -\frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{\sin(\pi n)}{2\pi n}\right) * \cos\left(\frac{\pi nx}{3}\right) + \left(\frac{3\big(\sin(\pi n) - \pi n cos(\pi n)\big)}{2\pi^2 n^2}\right) * \sin\left(\frac{\pi nx}{3}\right) =$$

Упростил:

$$fx = -\frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3\sin\left(\frac{\pi nx}{3}\right)\big(\sin(\pi n) - \pi n cos(\pi n)\big) - \pi n sin(\pi n)\cos(\frac{\pi nx}{3})}{2\pi^2 n^2}$$



$-\frac{1}{4}+\sum_{n=1}^{1000}\frac{3\sin\left(\frac{\pi n x}{3}\right)\left(\sin(\pi n)-\pi n\cos(\pi n)\right)}{2\pi^2 n^2}$
$\frac{(x-1)}{4}$
10
5
-5
-10
-5
0
5
10
15
при поддержке