

1. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A=2$ м/с, $B=3$ м/с² и $C=4$ м/с³. Найти: а) зависимость скорости v и ускорения a от времени t ; б) расстояние s , пройденное телом, скорость v и ускорение a тела через время $t=2$ с после начала движения. [(а) $v=2-6t+12t^2$ м/с; б) $a=-6+24t$, м/с²; $s=24$ м; $V=38$ м/с; $a=48$ м/с²]

Дано:

Решение:

$$S = At - Bt^2 + Ct^3$$

$$A = 2 \text{ м/с}$$

$$B = 3 \text{ м/с}^2$$

$$C = 4 \text{ м/с}^3$$

$$0 \leq t \leq 3 \text{ с}$$

$$\Delta t = 0,5 \text{ с}$$

$$S(t) - ?$$

а) Мгновенная скорость – это первая производная от перемещения во времени

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(At - Bt^2 + Ct^3)}{dt} = A - 2Bt + 3Ct^2 = 2 - 6t + 12t^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Мгновенное ускорение – это первая производная от скорости по времени

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(A - 2Bt + 3Ct^2)}{dt} = -2B + 6Ct = -6 + 24t \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

б) расстояние s , пройденное телом через время $t = 2$ с после начала движения

$$S = At - Bt^2 + Ct^3 = 2 \times 2 - 3 \times 2^2 + 4 \times 2^3 = 24 \text{ м}$$

Скорость v через время $t = 2$ с после начала движения

$$V = A - 2Bt + 3Ct^2 = 2 - 2 \times 3 \times 2 + 3 \times 4 \times 2^2 = 38 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad V(t) - ?$$

ускорение a через время $t = 2$ с после начала движения

$$a(t) - ?$$

$$a = -2B + 6Ct = 2 \times 3 + 6 \times 4 \times 2 = 48 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\text{Ответ: (а) } V = 2 - 6t + 12t^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \text{ (б) } -6 + 24t \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, S = 24 \text{ м}, V = 38 \frac{\text{м}}{\text{с}}, a = 48 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

2. Найти угловую скорость ω

а) суточного вращения Земли; [$\omega = 72,7 \cdot 10^{-6}$ рад/с]

б) часовой стрелки на часах; [$\omega = 145,4 \cdot 10^{-6}$ рад/с]

в) минутной стрелки на часах; [$\omega = 1,74 \cdot 10^{-6}$ рад/с]

Решение:

Угловая скорость $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период обращения.

$$\text{а) } T = 24 \text{ ч} = 86,4 \times 10^3 \text{ с}; \omega = 72,7 \times 10^{-6} \text{ рад/с}$$

$$\text{б) } T = 12 \text{ ч} = 43,2 \times 10^3 \text{ с}; \omega = 145,4 \times 10^{-6} \text{ рад/с}$$

$$\text{в) } T = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}; \omega = 1,74 \times 10^{-6} \text{ рад/с}$$

3. Камень массой $m=1\text{ кг}$ брошен вертикально вверх с начальной скоростью $V_0=9.8\text{ м/с}$. Построить график зависимости от времени кинетической W_k , потенциальной W_{Π} и полной W энергий камня для интервала 0-2 сек.

Дано:

Решение:

$$m=1\text{ кг} \quad \text{Кинетическая энергия } v_0=9,8\text{ м/с} \quad W_k=\frac{mv^2}{2};$$

$$0 \leq t \leq 2\text{ с} \quad \text{Зависимость скорости от времени для равнозамедленного движения при подъёме вверх}$$

$$\Delta t=2\text{ с} \quad v=v_0 - \dot{v}; \quad \text{Зависимость скорости от времени для равноускоренного}$$

~~движения при падении вниз~~

$$W_k(t) - ? \quad v=\dot{v}; W_{\Pi}(t) - ? \quad \text{Зависимость высоты подъема от времени } W(t) - ?$$

$$h = \frac{-gt^2}{2} + v_0 t ;$$

$$W_k = m\dot{v}\dot{v};$$

Потенциальная энергия

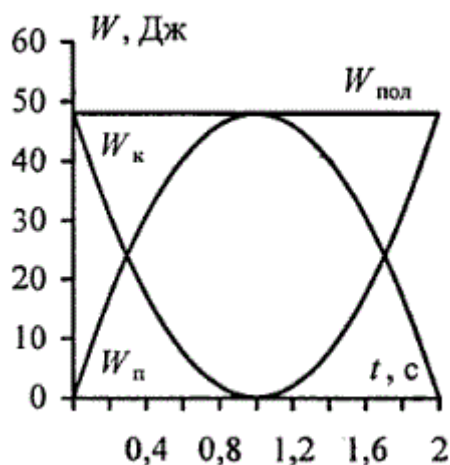
$$W_{\Pi} = mg \left(v_0 t - \frac{gt^2}{2} \right);$$

$$W_k = \frac{(9,8 - 9,8t)^2}{2};$$

$$W = W_k + W_{\Pi} = \text{const}; \quad W_{\Pi} = 9,8(9,8t - 4,9t^2) = 96t - 48t^2.$$

Характер зависимости кинетической, потенциальной и полной энергии камня от времени дан на графике.

$t, \text{с}$	$W_k, \text{Дж}$	$W_{\Pi}, \text{Дж}$
0	48	0
0,2	30,7	17,3
0,4	17,3	30,7
0,6	7,7	40,3
0,8	1,9	46,1
1	0	48
1,2	1,9	46,1
1,4	7,7	40,3
1,6	17,3	30,7
1,8	30,7	17,3
2	48	0



5. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2 \text{ м/с}$, $C = 1 \text{ м/с}^2$. Найти линейную скорость v точки, ее тангенциальное a_t , нормальное a_n и полное a ускорение через время $t = 3 \text{ с}$ после начала движения, если известно, что при $t^* = 2 \text{ с}$ нормальное ускорение точки $a_n^* = 0.5 \text{ м/с}^2$.

Дано:

Решение:

$$S = A - Bt + Ct^2$$

Линейная скорость точки

$$B = 2 \text{ м/с}$$

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(A - Bt + Ct^2)}{dt} = -B + 2Ct; V = 4 \text{ м/с}$$

$$C = 1 \text{ м/с}^2$$

Тангенциальное ускорение $\Delta t = 3 \text{ с}$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(-B + 2Ct)}{dt} = 2C; a_t = 2 \text{ м/с}^2; a_n = 0.5 \text{ м/с}^2$$

$$v = ?$$

Нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$. Через время $t' = 2 \text{ с}$

$$a_t = ?$$

точка будет иметь линейную скорость $v' = -B + 2Ct; v' = 2 \text{ м/с}$ $a_n = ?$

Радиус окружности можно выразить следующим образом: $R = \frac{(v')^2}{a_n'}$.

$$\text{Тогда получим } a_n = \frac{v'^2 a_n'}{(v')^2}; a_n = 2 \text{ м/с}^2$$

$$\text{Полное ускорение } a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 2.8 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Ответ: } V = 4 \text{ м/с}, a_t = 2 \text{ м/с}^2, a_n = 2 \text{ м/с}^2, a = 2.8 \text{ м/с}^2.$$