Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций
и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 4

Векторы

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-013
Иванов Леонид Дмитриевич

Преподаватель: Храмова Татьяна Викторовна

Вариант № 12

НОВОСИБИРСК 2020

Даны вектора: $\overline{a_1}(2;2;-1)\overline{a_2}(-1;-4;2)\ \overline{a_3}(-4;2;-4)$

a) $\cos(\overline{a_1}, \overline{a_2})$;

b) проекцию $\overline{a_1}$ на $\overline{a_2}$

c) $\overline{a_1} \times \overline{a_2}$;

d) площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a_1}, \overline{a_2}$;

e) объём пирамиды, построенной на векторах $\overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3}$;

a) $\cos(\overline{a_1}, \overline{a_2})$;

Формула чтобы найти угол между векторами:

$$\cos a = \frac{\overline{a} \cdot \overline{b}}{|\overline{a}||\overline{b}|}$$

Решение:

Найдем скалярное произведение векторов:

$$\overline{\overline{a_1}} \cdot \overline{a}_2 = 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 = -2 - 8 - 2 = -12$$

Найдем длины векторов:

$$|\overline{a}|_1 = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$$
$$|\overline{a}|_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 16 + 4} = \sqrt{21}$$

Найдем угол между векторами:

$$\cos a = \frac{\overline{a}_1 \cdot \overline{a}_2}{|\overline{a}|_1 |\overline{a}|_2} = \frac{-12}{3 \times \sqrt{21}} = -\frac{4\sqrt{21}}{21} \approx -0{,}87$$

b) Найти проекцию $\overline{a_1}$ на $\overline{a_2}$;

Решение:

$$\text{Пр}_{\bar b}\bar a = \frac{\bar a \cdot \bar b}{|\bar b|}$$

Найдем скалярное произведение векторов:

$$\overline{\overline{a_1}} \cdot \bar a_2 = 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 = -2 - 8 - 2 = -12$$

Найдем модуль вектора:

$$|\bar a|_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 16 + 4} = \sqrt{21}$$

$$\text{Пр}_{\bar b}\bar a = \frac{-12}{\sqrt{21}} = -\frac{4\sqrt{21}}{7} \approx -2{,}61$$

c)Найти $\bar a_1 \cdot \bar a_2$

$$\overline{a_1} \times \bar a_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \end{vmatrix} =$ **i** (2·2 - (-1)·(-4)) - **j** (2·2 - (-1)·(-1)) + **k** (2·(-4) - 2·(-1)) =

= **i** (4 - 4) - **j** (4 - 1) + **k** (-8 + 2) = {0; -3; -6} d)Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$;

Решение:

$$S = \frac{1}{2} \, \overline{a_1} \times \bar{a}_2$$

Найдем <u>векторное произведение векторов</u>:

$$c = \overline{a_1} \times \bar{a}_2$$

$$\overline{a_1} \times \bar{a}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$ = **i** (2·2 - (-1)·(-4)) - **j** (2·2 - (-1)·(-1)) + **k** (2·(-4) –

2·(-1)) = **i** (4 - 4) - **j** (4 - 1) + **k** (-8 + 2) = {0; -3; -6}

Найдем <u>модуль вектора</u>:

$$|\bar{c}| = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{0 + 9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Найдем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \, \overline{a_1} \times \bar{a}_2 = \frac{1}{2} 3\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \approx 3{,}35$$

е)Найти объём пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}_1$, $\bar{a}_2$, $\bar{a}_3$;

$$\overline{a_1} \cdot (\overline{a_2} \times \bar{a}_3) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -4 & 2 \\ -4 & 2 & -4 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-4) \cdot (-4) + 2 \cdot 2 \cdot (-4) + (-1) \cdot (-1) \cdot 2 -$$

$$(-1) \cdot (-4) \cdot (-4) - 2 \cdot (-1) \cdot (-4) - 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 - 16 + 2 +$$

$$16 - 8 - 8 = 18$$

Найдем объем пирамиды:

$$V = \frac{1}{6} \overline{a_1} \cdot (\overline{a_2} \times \bar{a}_3) = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3$$