Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 6.

Методы интегрирования

Выполнила: студентка 1 курса группы ИП-013

Иванов Леонид Дмитриевич

Преподаватель: Терещенко Анастасия Федоровна

Вопрос **1**

Неверно

Баллов: 0,00 из 1,00

Отметить вопрос

Вычислите интеграл $\int \frac{5x\,dx}{4+x^2}$.

В процессе вычисления вы последовательно используете ровно две формулы из таблицы интегралов*

В ответ запишите их номера в порядке использования в решении, через запятую.

Ответ: 2

Правильный ответ: 1,8

Вопрос **2**

Верно

Баллов: 1,00 из 1,00

Отметить вопрос

Вычислить, используя приём интегрирования по частям, интеграл $\int \frac{x \sin 2x}{\sin^3 x}\,dx$.

В ответ запишите сколько раз вам пришлось применить приём интегрирования по частям в процессе решения (число).

Ответ: 1

Правильный ответ: 1

Вопрос **3**

Верно

Баллов: 1,00 из 1,00

Отметить вопрос

Используя универсальную тригонометрическую подстановку, взять интеграл $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$.

В ответ записать номер формулы в таблице интегралов, к которой сводится интеграл в процессе решения. Если формул несколько, выбирайте самую "дальнюю".*

Ответ: 8

1)$\int \frac{5xdx}{4+x^2}$

Преобразуем интеграл используя подстановку t =$4+x^2$

$$\int \frac{5xdx}{4+x^2} = \frac{5}{2t}dt$$

Используйте свойство интегралов

$$\int a \times f(x)dx = a \times \int f(x)dx$$

$$\frac{5}{2t}dt = \frac{5}{2}\int \frac{1}{t}dt$$

Используем $\int \frac{1}{x}dx = \ln(|x|)$, найдём интеграл

$$\frac{5}{2} \times \ln(|t|)$$

Сделаем обратную замену t =$4+x^2$

$$\frac{5}{2} \times \ln(4+x^2)$$

Ответ : $\frac{5}{2} \times \ln(4+x^2) + C$

2)$\int \frac{x\sin 2x}{\sin^3 x}dx$

Используем $sin(2t) = 2sin(t)\cos(t)$ и запишем в развёрнутом виде

$$\int \frac{x\sin 2x}{\sin^3 x}dx = \int \frac{x2sin(x)\cos(x)}{\sin^3 x}dx = \int \frac{2x\cos(x)}{\sin^2 x}dx$$

Вынесем 2 за интеграл

Свойство $\int a \times f(x)dx = a\int f(x)dx$

$$2\int \frac{x\cos x}{\sin^2 x}dx$$

Используем метод интегрирование по частям

$$\int udv = uv - \int vdu$$

$$2\int \frac{x\cos x}{\sin^2 x}dx = \begin{bmatrix} & u = x & du = dx \\ 2\int \frac{x\cos x}{\sin^2 x}dx = dv & & \end{bmatrix}$$

Найдем $\int dv$

$$2\int \frac{x\cos x}{\sin^2 x}dx = 2\int \frac{d\ \mathrm{sinx}}{\sin^2 x}dx = 2\int \sin^{-2} x\, d\sin x$$

Используем формулу (1) $x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}$

$$2\int \frac{\sin^{-1}}{-1} + C \Rightarrow v = -\frac{1}{\sin x}$$

Теперь подставляем в формулу $\int udv = uv - \int vdu$

$$-\frac{2x}{\sin x} + \int \frac{1}{\sin x}dx$$

Умножим дробь на $\frac{\sin x}{\sin x}$

$$-\frac{2x}{\sin x} + \int \frac{1}{\sin x}\times\frac{\sin x}{\sin x}dx = -\frac{2x}{\sin x} + \int \frac{\sin x}{\sin(x)^2}dx$$

Используем $\sin(x)^2 = 1 - \cos(x)^2$

$$-\frac{2x}{\sin x} + \int \frac{\sin x}{1 - \cos(x)^2}dx = \begin{bmatrix} t = cosx & \end{bmatrix}$$

Используем подстановку $t = cosx$

$$-\frac{2x}{\sin x}+\int\frac{1}{1-t^2}dt$$

Воспользуемся формулой (10) $\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C$

$$-\frac{2x}{\sin x}+\frac{1}{2}ln\left|\frac{t-a}{t+a}\right|$$

Сделаем обратную замену t=cos(x)

$$-\frac{2x}{\sin x}+\frac{1}{2}ln\left|\frac{1-cosx}{1+cosx}\right|+C$$

Ответ$-\frac{2x}{\sin x}+\frac{1}{2}ln\left|\frac{1-cosx}{1+cosx}\right|+C$

3) $\int \frac{dx}{5+3\cos x} = \left| \begin{matrix} dx = \frac{2dt}{1+t^2} & \frac{x}{2} = t \\ cosx = \frac{1-t^2}{1+t^2} & \end{matrix} \right|$ теперь подставим значения

$$\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{5+3\frac{1-t^2}{1+t^2}} = 2\int \frac{\frac{dt}{1+t^2}}{5+3\frac{1-t^2}{1+t^2}}$$

Приведём к общему знаменателю

$$2\int \frac{\frac{dt}{1+t^2}}{5+3\frac{1-t^2}{1+t^2}} = 2\int \frac{dt}{5(1+t^2)+3(1-t^2)}$$

В знаменателе раскрываем скобки

$$2\int \frac{dt}{5+5t^2+3-3t^2} = 2\int \frac{dt}{2t^2+8}$$

Вынесем за скобки общий множитель 2 и сократим

$$2 \times \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t^2+4} = \int \frac{dt}{t^2+4}$$

Используем формулу (8) $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$

$$\int \frac{dt}{t^2+4} = \frac{1}{2} \times arctg \frac{t}{2} + C$$

Обратная замена $t = tg\ \frac{x}{2}$

$$\frac{1}{2} \times arctg \frac{tg\ \frac{x}{2}}{2} + C$$

Ответ : $\frac{1}{2} \times arctg \frac{tg\frac{x}{2}}{2} + C$