Программа курса механики

- **Элементы кинематики**
- **1. Модели в механике. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения.**
- **2. Скорость. Ускорение и его составляющие.**
- **3. Угловая скорость и угловое ускорение.**
- **Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела**
- **Первый закон Ньютона. Масса. Сила.**
- **Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Силы Трения.**
- **Закон сохранения импульса.**
- **Работа и энергия**
- **Энергия, работа, мощность.**
- **Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения энергии.**
- **Механика твердого тела**
- **Момент инерции. Кинетическая энергия вращения.**
- **Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения.**
- **Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.**
- **Сравнительные характеристики поступательного и вращательного движений.**

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ КУРСА механики

Классическая механика

V«C

Кинематика

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

Динамика

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Статика

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

V~C

Релятивистская механика

Квантовая механика

$$\Delta x \Delta v_x \geqslant h/m.$$

Механика делится на три раздела: I) кинематику; 2) динамику; 3) статику.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обусловливают.

Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Статика изучает законы равновесия системы тел.

Элементы кинематики

Модели в механике. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения

Механика — часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие это движение.

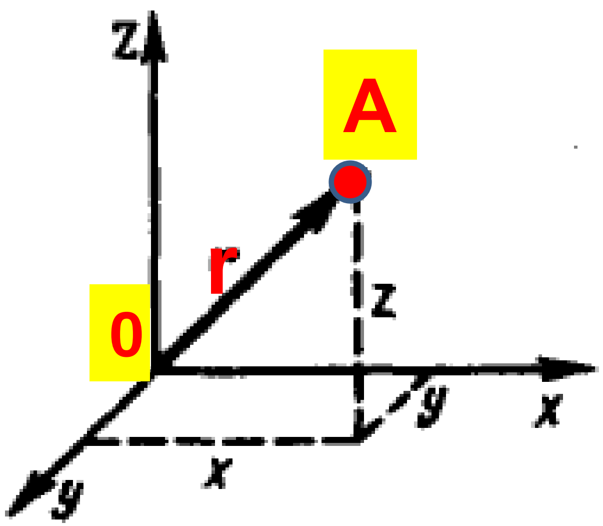
Механическое движение — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Простейшей моделью является материальная точка — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь

Произвольное макроскопическое тело можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка.

Система отсчета- совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.

При движении материальной точки **А** ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$



Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений.

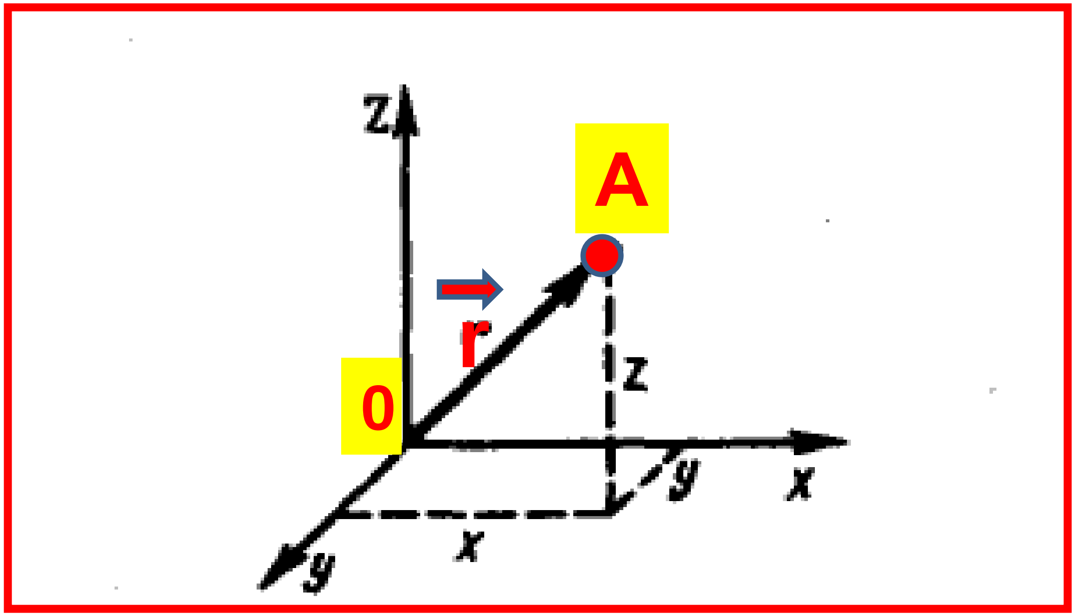
Поступательное движение — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

При движении материальной точки A ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$,

эквивалентными векторному уравнению $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Уравнения называются кинематическими уравнениями движения материальной точки.



Исключая *t* в уравнениях движения получим уравнение траектории движения материальной точки.

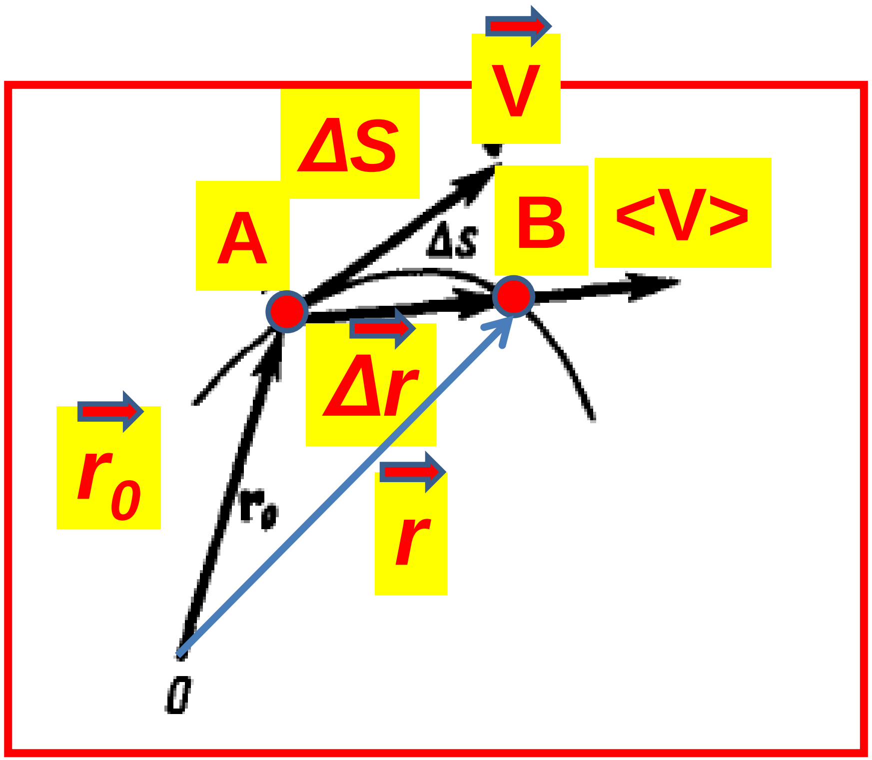
Траектория движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве.

В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории .

Длина участка траектории ***AB***, *называется* ***длиной пути*** Δs *и является скалярной функцией времени:* $\Delta s = \Delta s(t)$.

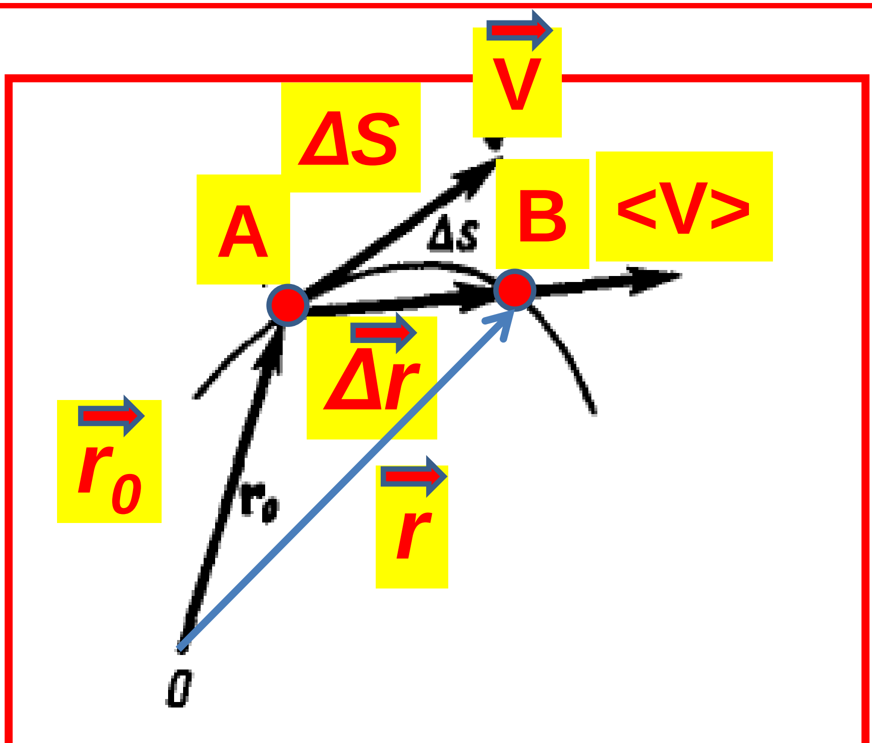
Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, (**приращение радиуса-вектора** точки за **рассматриваемый промежуток времени**), называется **перемещением.**



Скорость

Для характеристики движения материальной точки вводится **векторная величина — скорость**, которой определяется как ***быстрота движения***, *так и его* ***направление*** *в данный момент времени.*

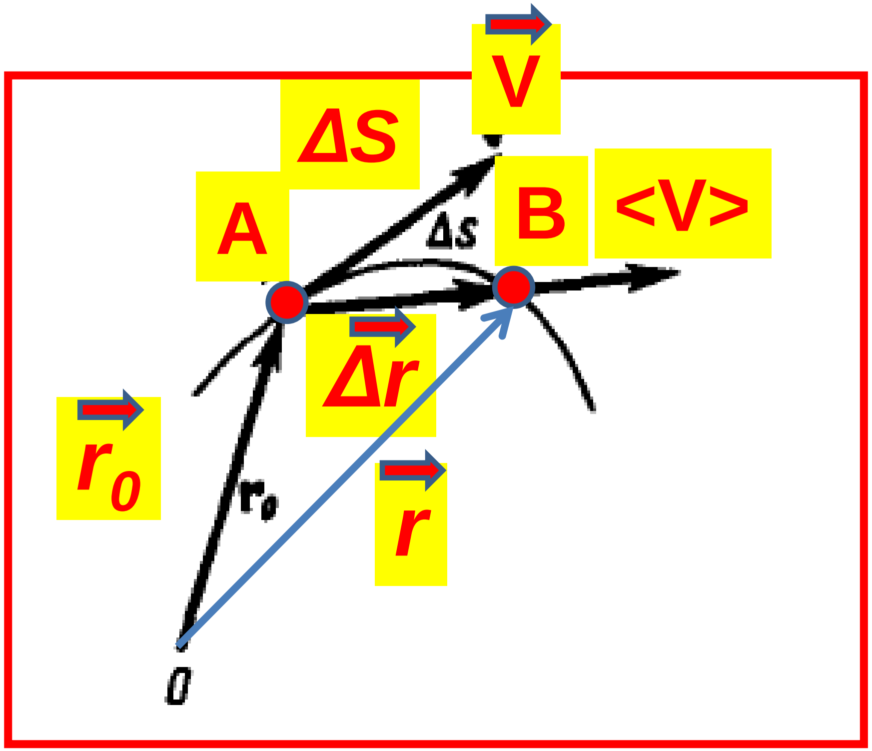
Вектором средней скорости $\langle v \rangle$ называется отношение приращения Δr радиуса-вектора точки к промежутку времени Δt:



$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}.$$

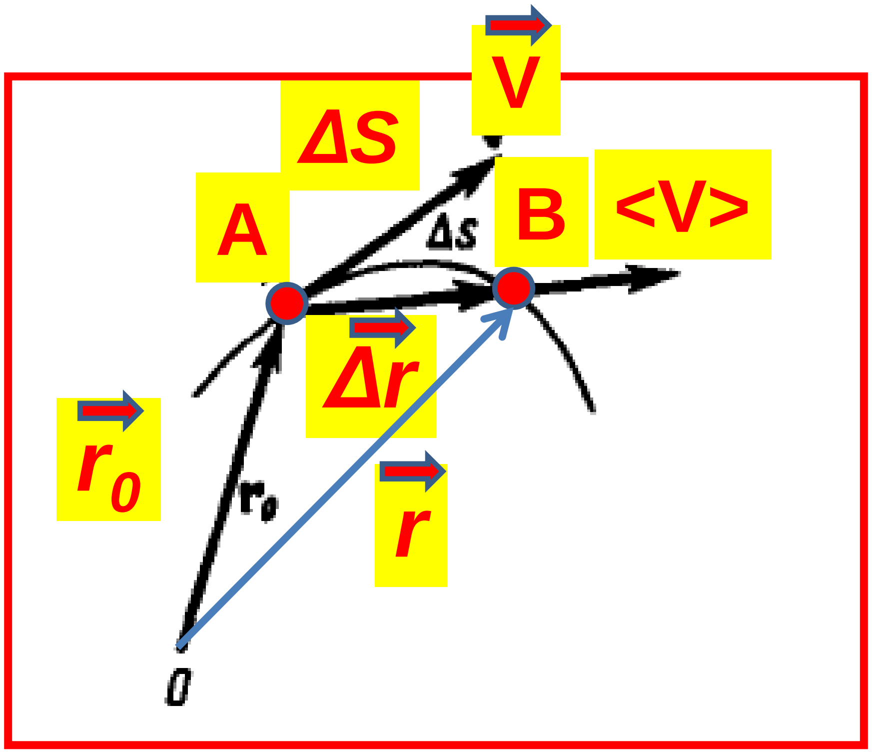
Направление вектора средней скорости совпадает с направлением Δr. При уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью v:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$



По мере уменьшения ***Δt*** *путь* ***Δs*** *все больше будет приближаться к* **| Δ r|**, ***поэтому модуль мгновенной скорости***

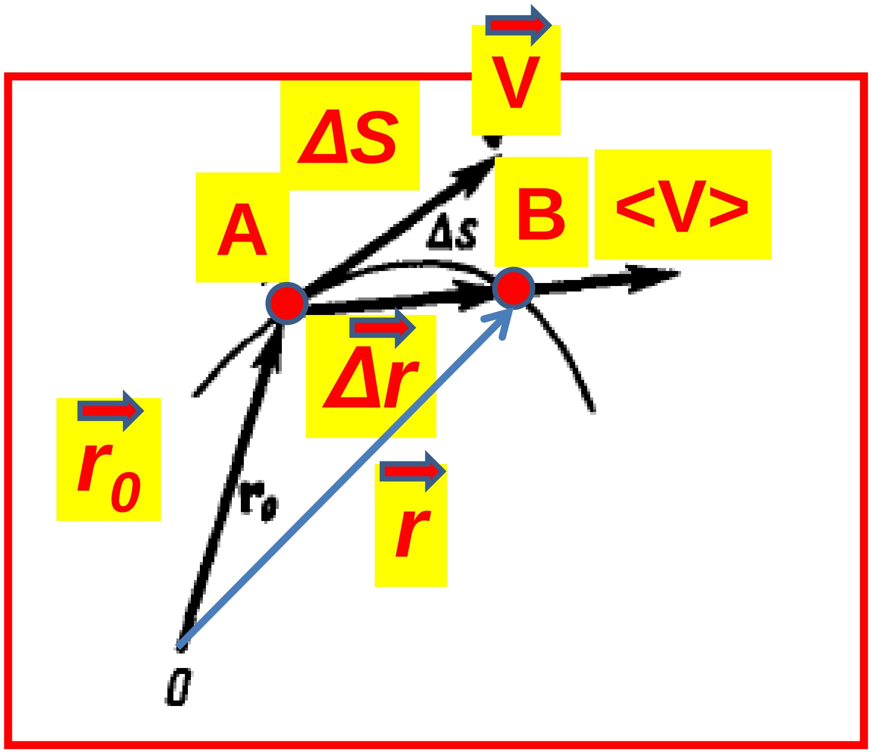
$$v = |\mathbf{v}| = \left|\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$



$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Мгновенная скорость v, есть векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени.

Так как секущая в пределе совпадает с касательной, то вектор скорости v направлен по касательной к траектории в сторону движения .



$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Если выражение $ds = vdt$ проинтегрировать по времени в пределах от t_1 до t_2, то найдем длину пути, пройденного точкой за время $t_2 - t_1$:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,\mathrm{d}t.$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки

При V=const

$$S = S_0 + v(t_2 - t_1) = S_0 + v\,t$$

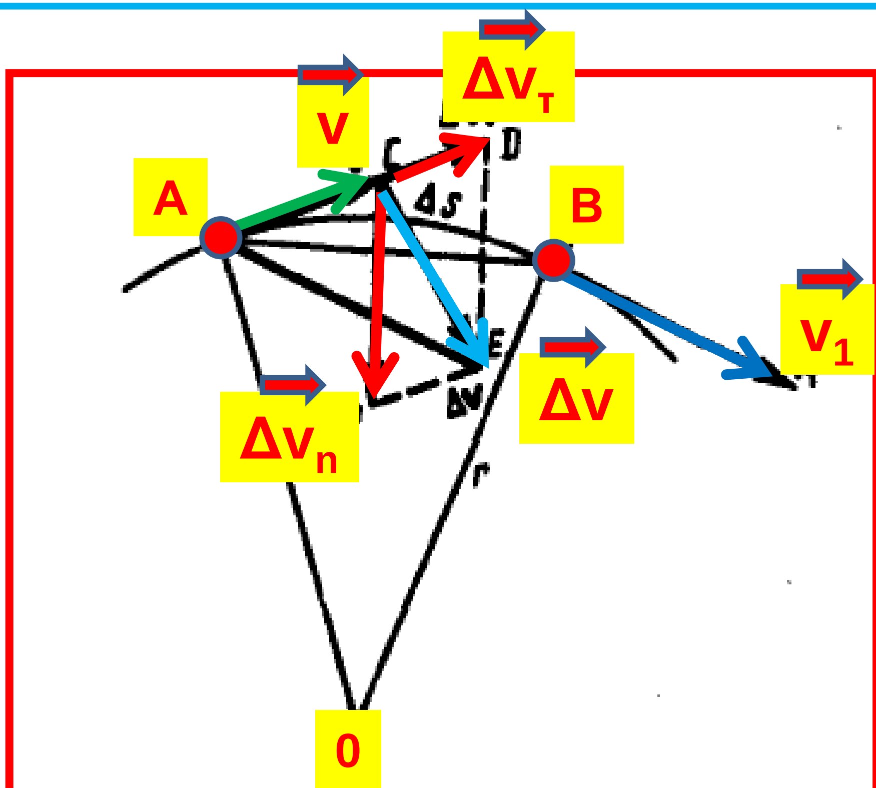
Где $t = t_2 - t_1$,

S_0 - координаты точки начала пути в момент времени $t=0$.

Ускорение и его составляющие

Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является ускорение.

Рассмотрим плоское движение, т.е. движение, при котором все участки траектории точки лежат в одной плоскости. Пусть вектор $\vec{v}$ задает скорость точки A *в* момент времени t. За время Δt движущаяся точка перешла в положение B и приобрела скорость, отличную от v как по модулю, так и направлению и равную v1 = v + Δv. Перенесем вектор v1 в точку A и найдем Δv



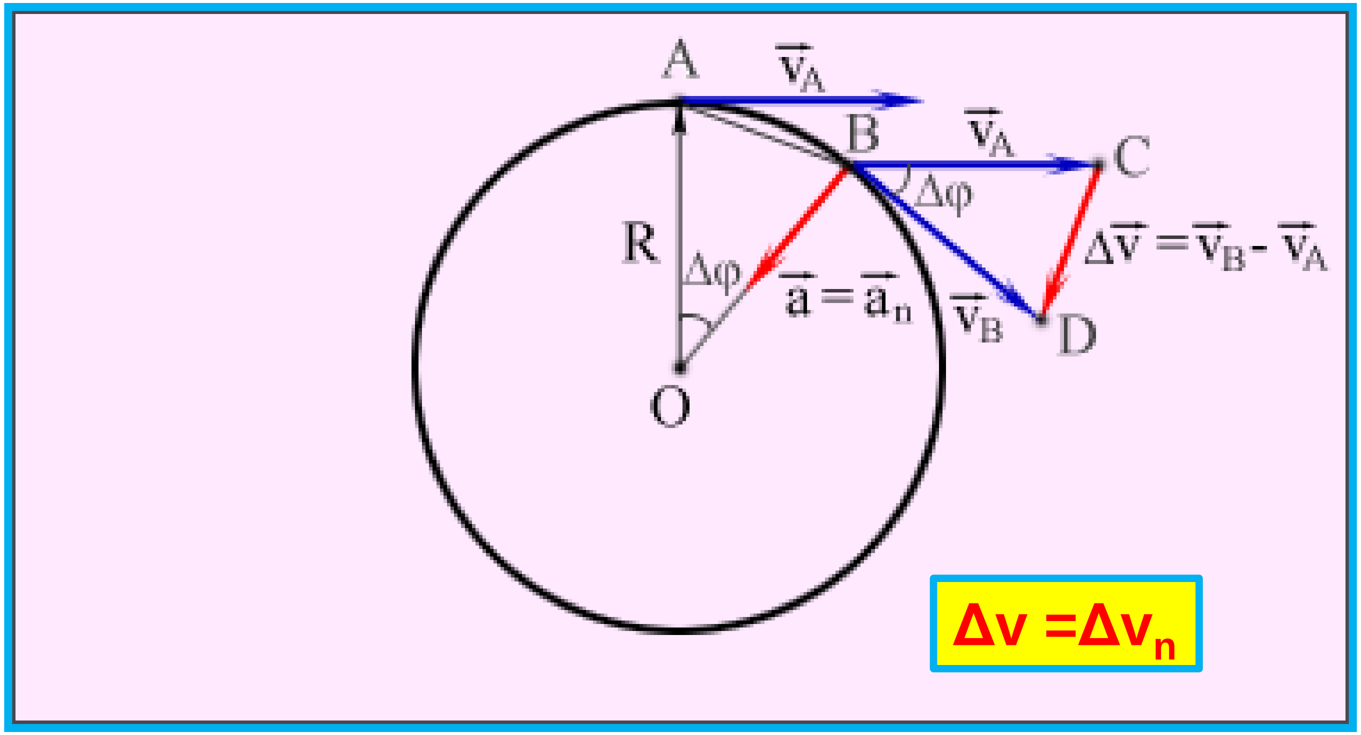
$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \Delta\vec{v}$$

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_n + \Delta\vec{v}_\tau$$

Расмотрим частный случай, *равномерное* движение по окружности .

***Скорость* по модулю не изменяется $\Delta v_\tau = 0$,**

***а изменяется по направлению* $\Delta v_n > 0$.**



Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до t + Δt называется **векторная величина**, равная **отношению изменения скорости Δv к интервалу времени Δt**

$$\boxed{\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.}$$

Мгновенным ускорением $\vec{a}$ (ускорением) материальной точки в момент времени *t* *будет предел среднего ускорения:*

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Таким образом, ускорение $\vec{a}$ есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

$$\vec{a}=d\vec{v}/dt$$

Тангенциальная составляющая ускорения :

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt},$$

т. е. равна **первой производной по времени от модуля скорости**, определяя тем самым **быстроту изменения скорости по модулю**.

Вторая составляющая ускорения, равная

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r},$$

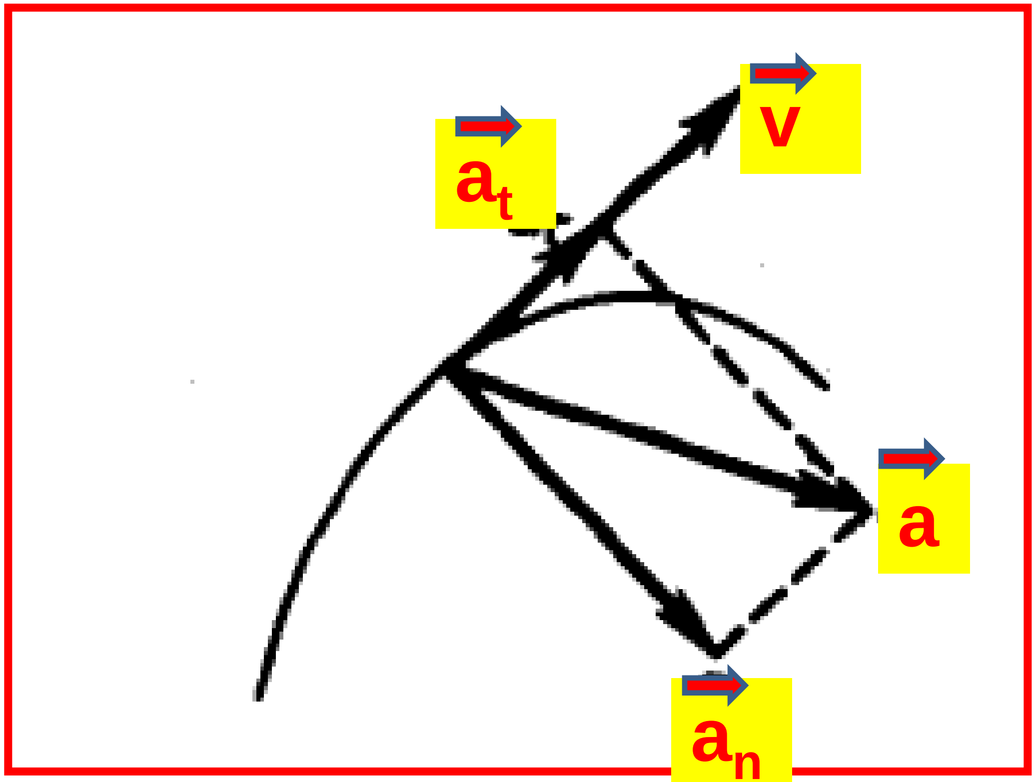
называется **нормальной составляющей ускорения** и направлена **по нормали** к траектории к центру ее кривизны

(поэтому ее называют также **центростремительным ускорением**).

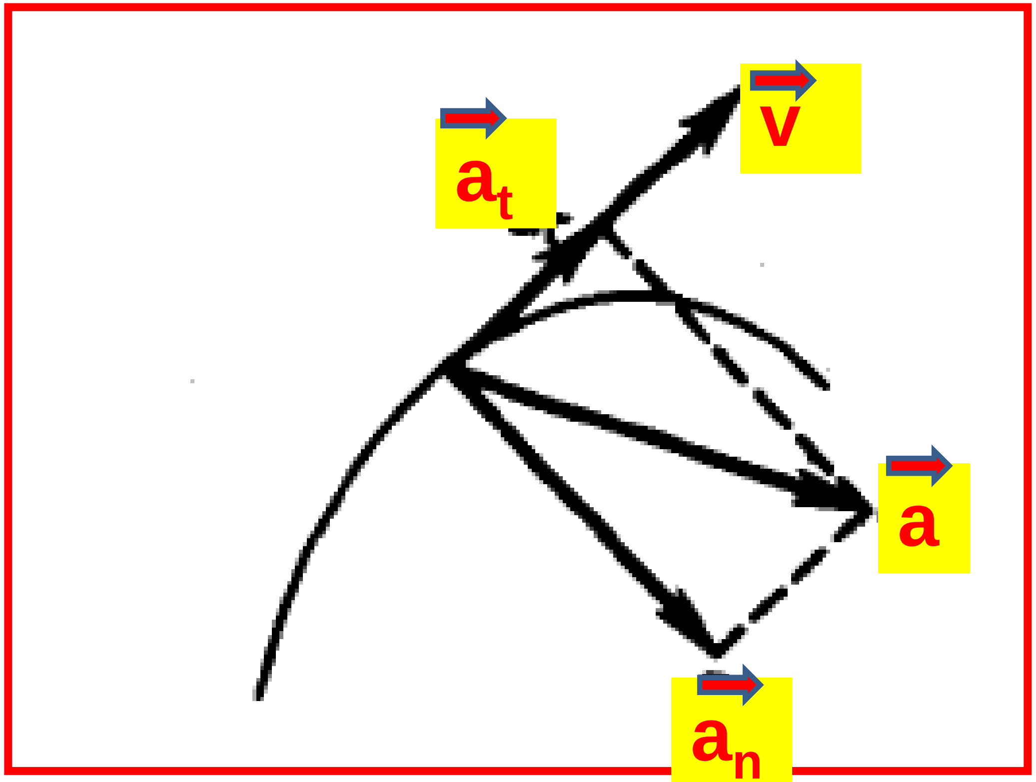
Полное ускорение тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

$$A^2 = a_t^2 + a_n^2$$



Итак, **тангенциальная составляющая** ускорения характеризует **быстроту изменения скорости по модулю** (*направлена по касательной к траектории*), а **нормальная составляющая** ускорения — **быстроту изменения скорости по направлению** *(направлена к центру кривизны траектории).*



В зависимости от тангенциальной a_τ и нормальной a_n составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

1) $a_n = 0$, $a_\tau = 0$ – прямолинейное равномерное движение;

$$s = s_0 + vt$$

2) $a_\tau = a = const$, $a_n = 0$ — прямолинейное равноускоренное (равнозамедленное) движение.

$$a_\tau = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

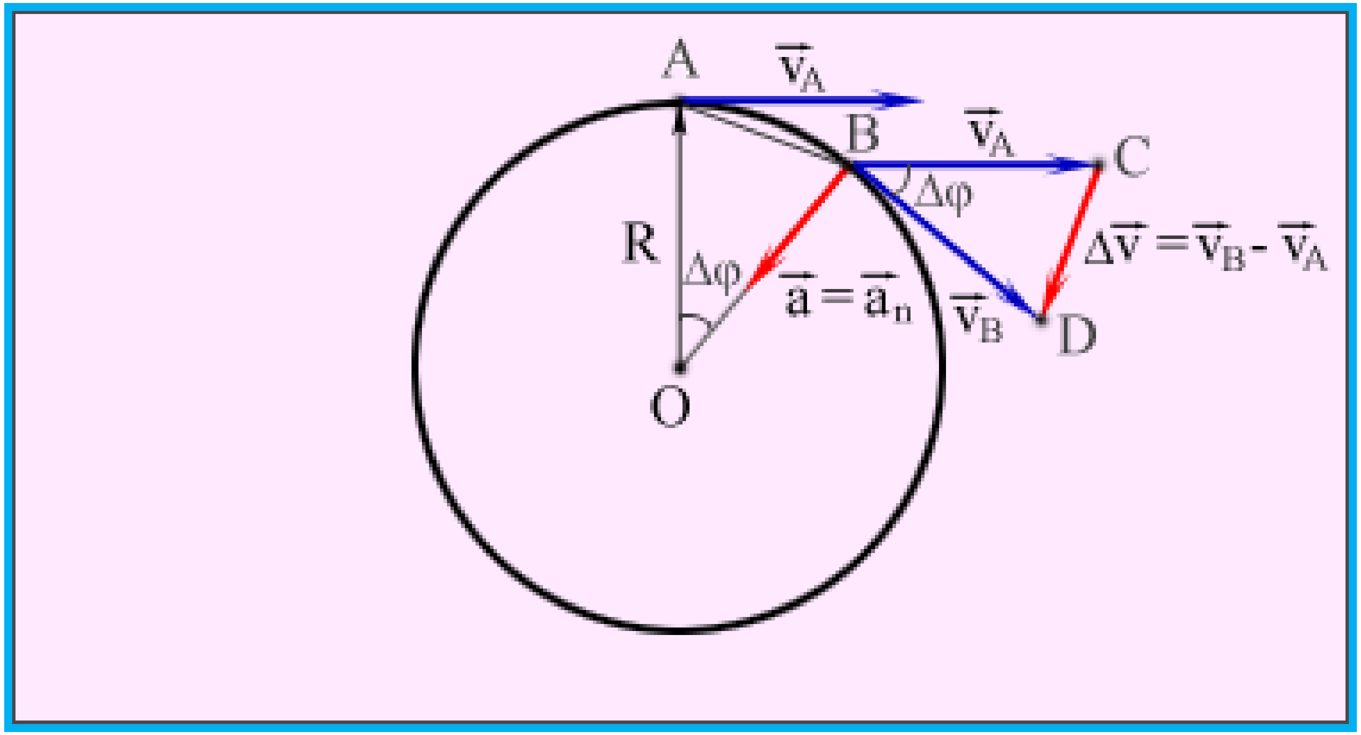
Если начальный момент времени $t_1=0$, а начальная скорость $v_1=v_0$, то, обозначив $t_2=t$ и $v_2=v$, получим , $a = (v-v_0) / t$ откуда

$$v = v_0 + at.$$

$$s = \int_0^t v\,dt = \int_0^t (v_0 + at)\,dt = v_0 t + at^2/2;$$

3) $a_\tau = 0$, $a_n = const$. ***При $a_\tau = 0$ скорость по модулю не изменяется, а изменяется по направлению. Из формулы $a_n = v^2/r$ следует,*** *что* **радиус кривизны должен быть постоянным.**

Следовательно, мы имеем дело с ***равномерным движением по окружности;***



4) $a_\tau = f(t)$, $a_n = 0$ — *прямолинейное движение с переменным ускорением;*

5) $a_\tau = 0$, $a_n \neq 0$ — *равномерное криволинейное движение;*

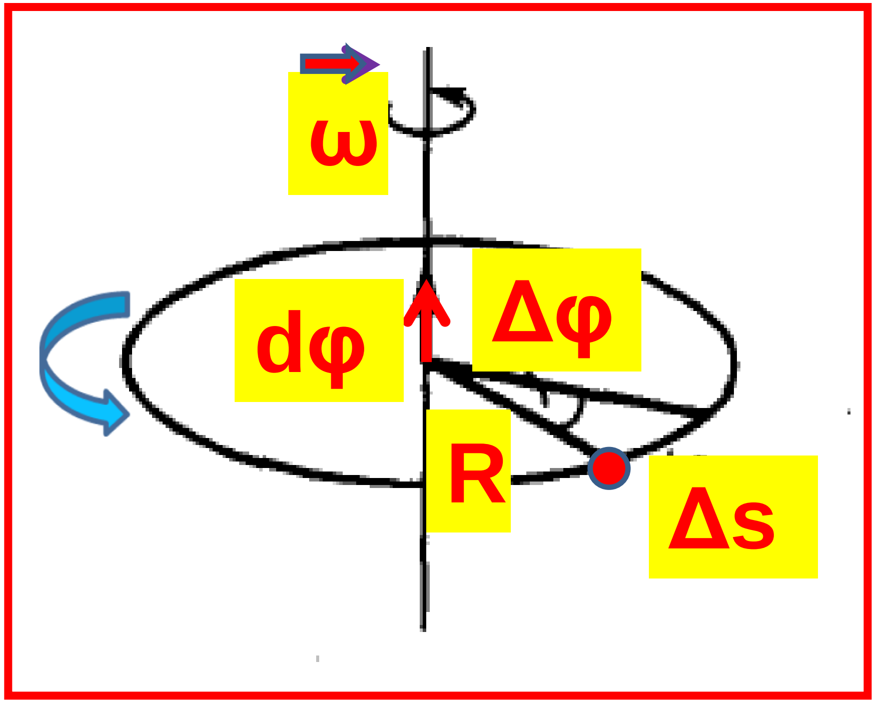
6) $a_\tau = const$, $a_n \neq 0$ — *криволинейное равнопеременное движение;*

7) $a_\tau = f(t)$, $a_n \neq 0$ — *криволинейное движение с переменным ускорением.*

Угловая скорость и угловое ускорение

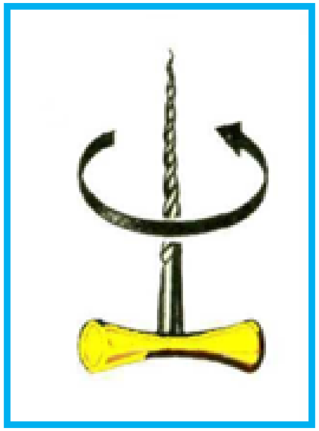
- Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса ***R*** .
- **Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:**

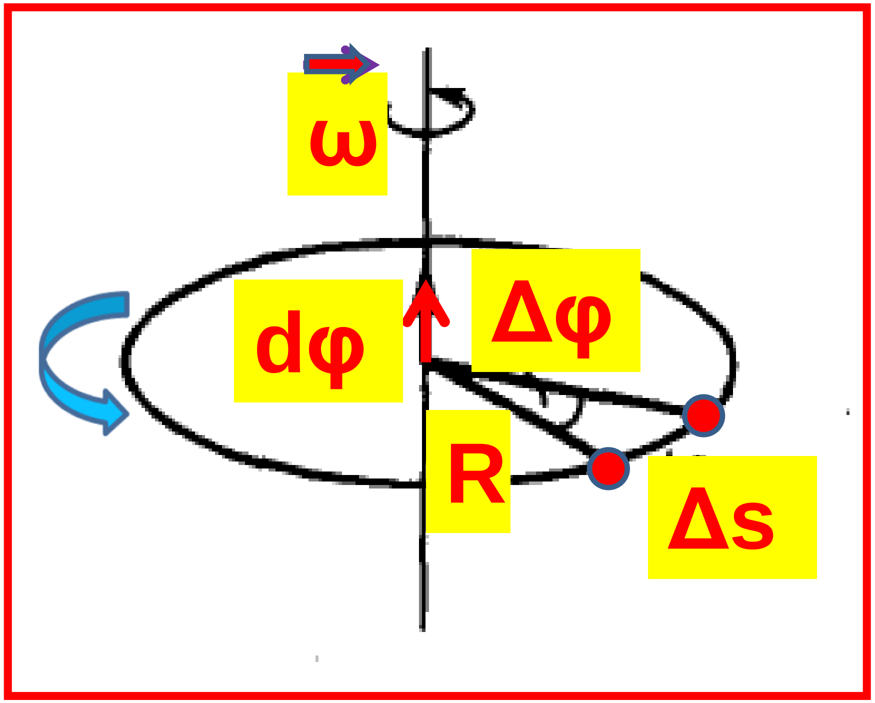
$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$



Угловая скорость ω

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$





Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта. Размерность угловой скорости dim ω $= T^{-1}$, *а ее единица — радиан в секунду (рад/с).*

Линейная скорость точки

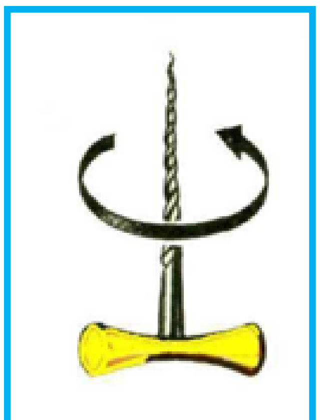
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega,$$

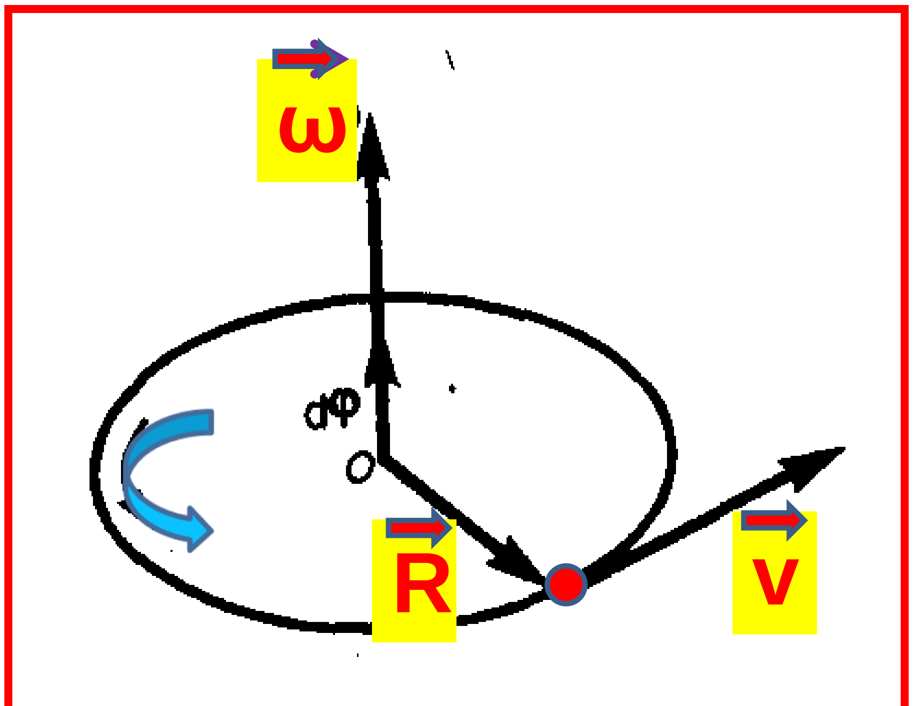
$$\boxed{v = \omega R.}$$

Линейная скорость точки в векторном виде

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}].$$

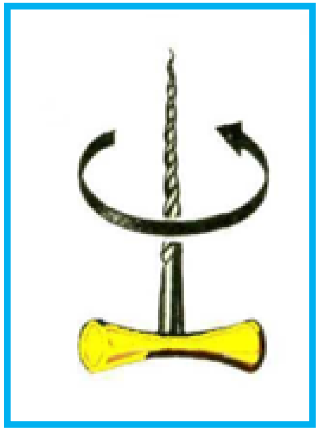


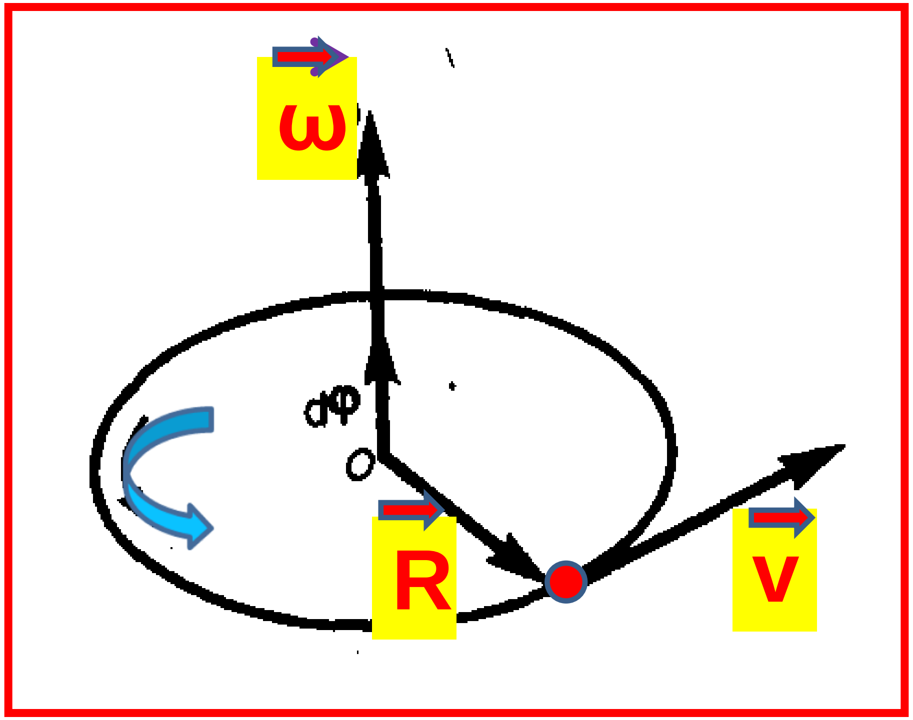


При этом **модуль векторного произведения**, по определению, равен

$$\omega R \sin(\widehat{\vec{\omega}\,\vec{R}})$$

, а **направление** совпадает с направлением поступательного движения **правого винта** при его вращении от **ω** к **R**.





Если $\omega = const$, то вращение **равномерное** и его можно характеризовать **периодом вращения T — временем, за которое точка совершает один полный оборот**, т.е. поворачивается на угол 2π.

Так как промежутку времени

$\Delta t = T$ соответствует $\Delta\varphi = 2\pi$

то $\omega = 2\pi/T$, откуда

$$\boxed{T = 2\pi/\omega.}$$

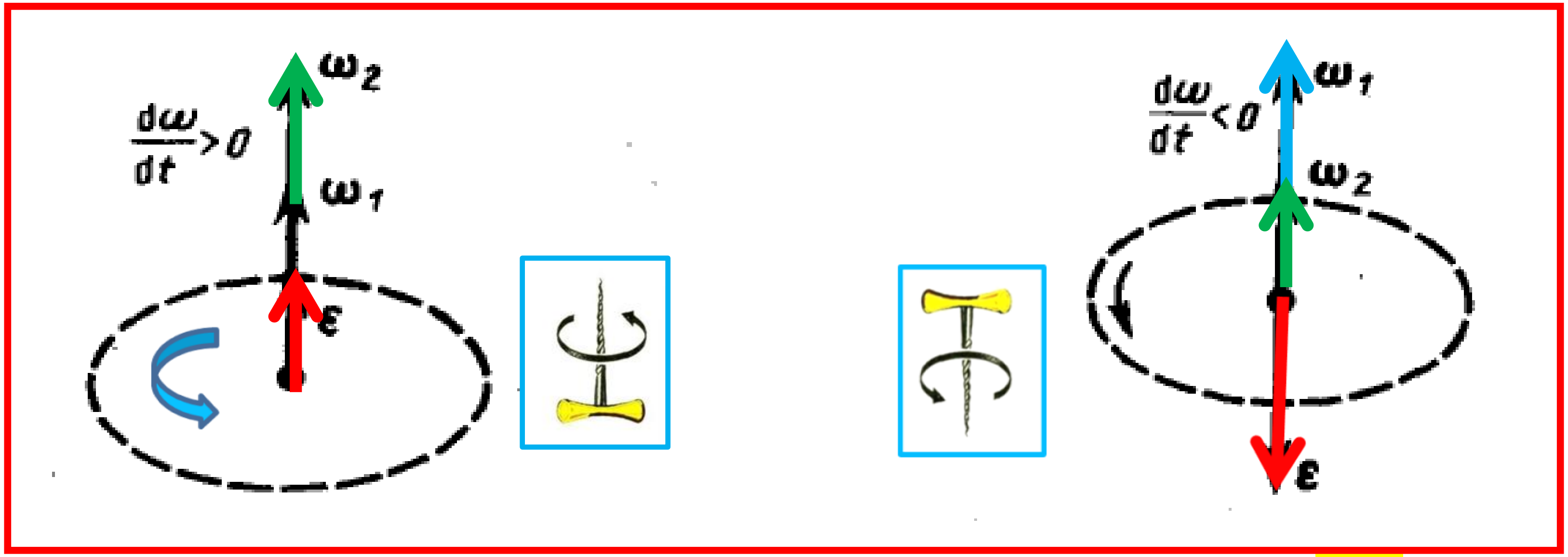
Число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени называется **частотой вращения:**

$$\boxed{n = 1/T = \omega/(2\pi),}$$

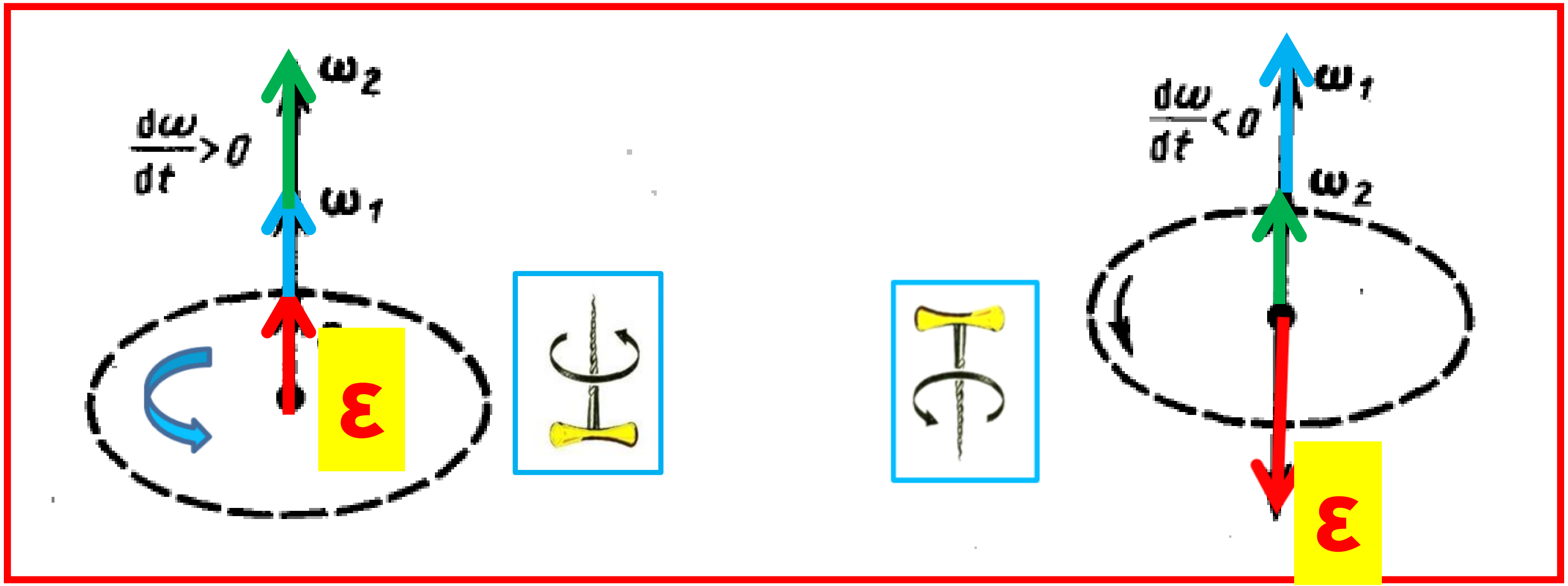
$$\boxed{\omega = 2\pi n.}$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$



При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$, при замедленном — противонаправлен ему.

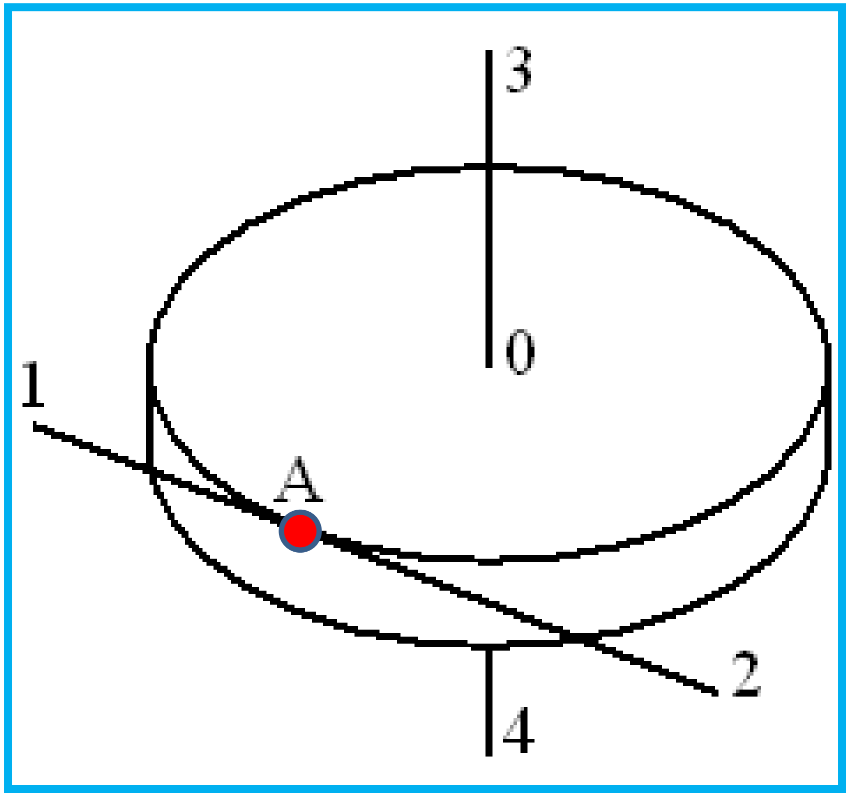


При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости.

При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$, при замедленном — противонаправлен ему.

Диск радиуса **R** вращается вокруг вертикальной оси равноускоренно по часовой стрелке. Укажите направление вектора углового ускорения.

a)- 2, b)- 1, c)- 3, d)- 4.



Тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \; v = \omega R \text{ и}$$

$$a_\tau = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Нормальная составляющая ускорения

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.}$$

Связь между **линейными** (длина пути ***s***, *пройденного точкой по дуге окружности радиуса* **R**, *линейная скорость* ***v***, *тангенциальное ускорение* a_τ, *нормальное ускорение* a_n) *и* **угловыми величинами**

(угол поворота φ, угловая скорость ω , угловое ускорение ε)

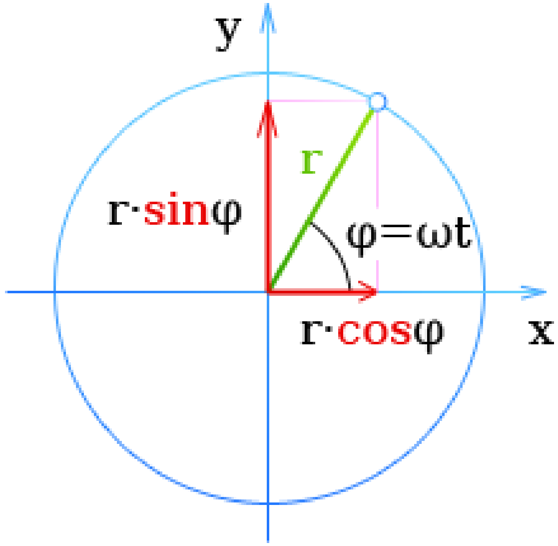
выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В случае ***равноускоренного (равнозамедленного)*** движения точки по окружности (ε =const)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.



При равномерном движение тела по окружности $\varphi = \omega t$

$x = r\cos(\phi)$
$y = r\sin(\phi)$

Ускорение представляет собой вторую производную перемещения по времени. Продифференцировав дважды координаты точки *P*, найдем ускорения в направлении осей координат:

$\dot{x} = -\omega r \sin(\omega t)$ $\quad \ddot{x} = -\omega^2 r\cos(\omega t)$

$\dot{y} = \omega r\cos(\omega t)$ $\quad \ddot{y} = -\omega^2 r\sin(\omega t)$

$a_p^2 = (-\omega^2 r\cos(\omega t))^2 + (-\omega^2 r\sin(\omega t))^2$

$a_p^2 = \omega^4 r^2(\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))$

$$\boxed{a_p = \omega^2 r}$$