Минцифры

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 12.

Степенные ряды.

Выполнила: студент 2 курса группы ИП-013

Иванов Леонид Дмитриевич

Преподаватель: Храмова Татьяна Викторовна

Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n}+n}$.

В ответ укажите радиус сходимости ряда. Если ряд сходится везде, то пишите в ответ 100500.

Ответ: 1

Правильный ответ: 1

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n}+n}, \sum_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(x+2)^n}{\sqrt{n}+n}\right|$$

Применяем радикальный метод Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n}+n} = \sqrt[n]{\frac{|(x+2)^n|}{\sqrt{n}+n}} = |x+2| < 1$$

$$-1 < x+2 < 1$$
$$-3 < x < -1$$

Дополнительное исследование:

$$x_1 = -3$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1^n}{\sqrt{n}+n}$$

Решаем по признаку Лейбинца:

По первому признаку:

Каждый следующий член ряда должен быть меньше предыдущего, в этом случае условие подходит.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}+2} > \frac{1}{\sqrt{3}+3}$$

По второму признаку предел должен стремиться к 0:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}+n} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Второе условие выполняется.

И поэтому ряд сходится.

$x_2 = -1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^n}{\sqrt{n} + n}$$

Упрощаем исходное выражение:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n} + n = n$$

Выражение в следующем виде:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}$$

Исследуем сходимость ряда с помощью интегрального признака сходимости Коши.

Рассмотрим интеграл:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{n} dn = \ln(n) \Bigg| \frac{\infty}{1} = \lim_{n\to\infty} \ln(n) - 0 = \infty - 0 = \infty$$

Так как интеграл расходится, то расходится и исследуемый ряд.

Ответ: [-3;-1)