

Федеральное агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики
СибГУТИ
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 8.
Дифференциал и приращение функции двух переменных.

Выполнила: студентка 1 курса группы ИП-013
Иванов Леонид Дмитриевич
Преподаватель: Терещенко Анастасия Федоровна

Для функции $z = -2x^2 - 5y + x - 4y^2 + yx$ и точек $A(0; -2)$, $B(0, 1; -2, 05)$ найти:

а) приращение Δf при переходе от A к B ,

б) дифференциал df при переходе от A к B ,

в) вектор нормали \vec{n}_A к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $(A, z(A))$, запишите уравнение касательной плоскости в точке A ,

г) экстремумы $z = f(x, y)$

В ответ запишите число точек экстремума функции.

Решение:

А) $z = -2x^2 - 5y + x - 4y^2 + yx$ $A(0; -2)$, $B(0, 1; -2, 05)$

По формуле, найдем приращение Δf при переходе от A к B :

$$\Delta z = z(B) - z(A)$$

$$z(B) = -2 \times (0,1)^2 - 5 \times (-2,05) + 0,1 - 4 \times (-2,05)^2 + (-2,05) \times 0,1 = -6,685$$

$$z(A) = -2 \times 0^2 - 5 \times (-2) + 0 - 4 \times (-2)^2 + (-2) \times 0 = -6 \text{ — третья координата (z0)}$$

$$\Delta z = -6,685 - (-6) = -0,685$$

Б) Воспользуемся формулой нахождения дифференциала при переходе:

$$dz = z'_x dx + z'_y dy$$

Найдем $z'_x, y - const$:

$$z'_x = -4x + y + 1$$

Найдем $z'_x, x - const$:

$$z'_y = x - 8y - 5$$

$$dz = (-4x + y + 1)dx + (x - 8y - 5)dy$$

Найдем дифференциал в точке:

$$dz|_A = (-4 \times 0 + (-2) + 1)dx + (0 - 8 \times (-2) - 5)dy = -1dx - 21dy$$

Найдем dx и dy :

$$dx = 0 - 0,1 = -0,1$$

$$dy = -2 - (-2,05) = 0,05$$

Теперь, найдем дифференциал при переходе из точки в точку:

$$dz|_{A \rightarrow B} = -1 \times (-0,1) - 21 \times 0,05 = -0,95$$

В) Вектор нормали, возьмем из предыдущих вычислений:

$$\vec{n}_A = (-1; -21; -1)$$

$$P: \vec{n}_x(x - x_0) + \vec{n}_y(y - y_0) + \vec{n}_z(z - z_0) = 0$$

$$-1(x-0) -21(y+2) -(z-6)= 0$$

Составим и решим систему из уравнений:

$$\begin{cases} -4x + y + 1 = 0 \\ x - 8y - 5 = 0 \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения значение y :

$$y = 4x - 1$$

Подставим значение y во второе уравнение, раскроем скобки, приведём подобные, найдем значение x :

$$x - 8(4x - 1) - 5 = 0$$

$$x - 32x + 8 - 5 = 0$$

$$-31x = -3$$

$$x = \frac{3}{31}$$

Подставим полученное значение x в выраженное значение y , приведём к общему знаменателю, найдем значение y :

$$y = 4 \times \frac{3}{31} - 1$$

$$y = \frac{12}{31} - 1$$

$$y = \frac{12}{31} - \frac{31}{31}$$

$$y = -\frac{19}{31}$$

$$x = \frac{3}{31}; y = -\frac{19}{31}$$

Получаем точку $M(\frac{3}{31}; -\frac{19}{31})$

Найдем производные второго порядка:

$$z''_{xx} = -4; \quad z''_{xy} = 1; \quad z''_{yx} = -5; \quad z''_{yy} = -8;$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -5 & -8 \end{vmatrix} = -4 \times (-8) - 1 \times (-5) = 32 + 5 = 37 > 0 \text{ и } \frac{3}{31} > 0 \text{ отсюда следует что}$$

$$M(\frac{3}{31}; -\frac{19}{31}) \text{ минимум}$$

Т.к. определитель матрицы больше нуля, то точка M -экстремум.

Ответ: **А)-0,685,Б)-0,95,В)** $-1(x-0) -21(y+2) -(z-6)= 0,Г)$)Один экстремум в точке $M(\frac{3}{31}; -\frac{19}{31})$