

Федерально агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций
и Информатики

СибГУТИ

Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа № 2
Электричество и Магнетизм

Выполнил: студент 1 курса группы ИП-013
Иванов Леонид Дмитриевич

Преподаватель: Тяпкин Павел Юрьевич

Вариант № 12
НОВОСИБИРСК 2020

Раздел "Электричество 2": Вариант №12, Задача №1

Дано

$$\begin{array}{ll} a = 12 \text{ см} & 0,12 \text{ м} \\ q_1 = -6 \text{ нКл} & -6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q_2 = -6 \text{ нКл} & -6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q_3 = -6 \text{ нКл} & -6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q = -0,4 \text{ нКл} & -0,4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \end{array}$$

$E_M = ?$

$\varphi_M = ?$

$W = ?$

$A = ?$

Решение

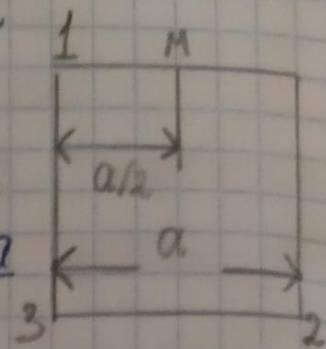
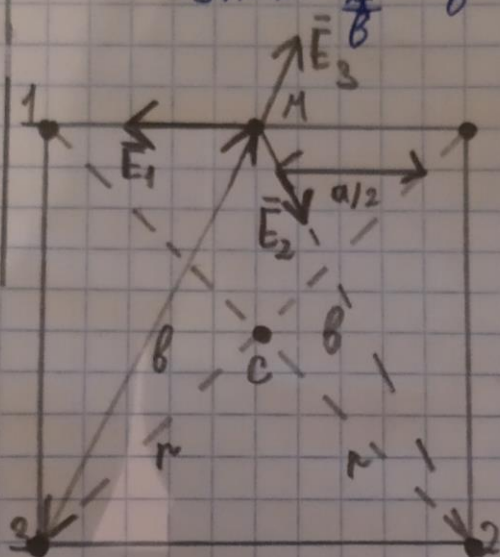
Из рисунка:

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$b = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2}$$

$$\cos d = \frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin d = \frac{a/2}{b} = \frac{a/2}{\frac{\sqrt{5}a}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$



Напряженность электрического поля, созданного зарядами q_1, q_2, q_3 в точке М.

$$E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\epsilon_0(a/2)^2} = \frac{|q_1|}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$E_3 = \frac{|q_3|}{4\pi\epsilon_0 b^2} = \frac{q_3}{5\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 b^2} = \frac{|q_2|}{5\pi\epsilon_0 a^2}$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная

Результирующую напряженность в точке М найдем по принципу суперпозиции полей.

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

или в проекции на ось координат

$$E_x = E_1 - (E_2 + E_3) \sin \alpha = \frac{|q_1|}{\pi \epsilon_0 a^2} - \frac{|q_2| + q_3}{5\pi \epsilon_0 a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\pi \epsilon_0 a^2} \cdot$$

$$(|q_1| - \frac{|q_2| + q_3}{5\sqrt{5}})$$

$$E_y = (E_2 - E_3) \cos \alpha = \frac{|q_2| - q_3}{5\pi \epsilon_0 a^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\pi \epsilon_0 a^2} \cdot \frac{2(|q_2| - q_3)}{5\sqrt{5}} =$$

$$\frac{1}{\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12^2} \cdot \sqrt{(6 \cdot 10^{-9} - \frac{6 \cdot 10^{-9} + 6 \cdot 10^{-9}}{5\sqrt{5}})^2 + \frac{2 \cdot (6 - 6) \cdot 10^{-9}}{5\sqrt{5}}^2} =$$

$$2,64 \cdot 10^6 \text{ В/м} = 2,64 \text{ МВ/м}$$

Потенциал в вершине 2, созданный положительными зарядами q_3 и q_1 :

$$\varphi_{23} = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{21} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r} = \frac{q_1}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi = \varphi_{23} + \varphi_{21} = \frac{q_3 + q_1/\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Потенциал в вершине 3, созданный по отдельности зарядами q_2 и q_1

$$\varphi_{23} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{31} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_3 = \varphi_{23} + \varphi_{31} = \frac{q_2 + q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Потенциал в вершине 1, созданный зарядами q_2 и q_3

~~$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r}$$~~

$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2r} = \frac{q_2}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{13} = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_1 = \varphi_{12} + \varphi_{13} = \frac{q_2/\sqrt{2} + q_3}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Потенциальная энергия взаимодействия системы точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n .

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i$$

где φ_i - потенциал электрического поля создаваемого всеми $(n-1)$ зарядами (за исключением i -того) в точке, где расположен заряд q_i .

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2 + q_3 \varphi_3) =$$
$$\frac{1}{8\pi\epsilon_0 a} (q_1 (q_3 + \frac{q_2}{\sqrt{2}}) + q_2 (q_3 + \frac{q_1}{\sqrt{2}}) + q_3 (q_1 + q_2)) =$$

$$\frac{1}{8\pi\epsilon_0 a} (2 \frac{q_2 q_1}{\sqrt{2}} + 2 q_3 q_1 + 2 q_3 q_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} (\frac{q_1 q_2}{\sqrt{2}} + q_3 q_1 +$$

$$q_3 q_2) = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12} \cdot (\frac{6 \cdot 6}{\sqrt{2}} + 6 \cdot (-6) + 6 \cdot (-6)) \cdot (10^{-9})^2 =$$

$$\left[\frac{1}{\dots} \right] - 3,49 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = -3,49 \text{ мкДж}$$

Потенциал электрического поля, создаваемого точечными зарядами в точке M .

$$\varphi_{1M} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a/2} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{2M} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 b} = \frac{q_2}{2\sqrt{5}\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{3M} = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 b} = \frac{q_3}{2\sqrt{5}\pi\epsilon_0 a}$$

Результирующий потенциал в точке М
находим по принципу суперпозиции
полей

$$\varphi_M = \varphi_{1M} + \varphi_{2M} + \varphi_{3M} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_2}{2\sqrt{5}\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_3}{2\sqrt{5}\pi\epsilon_0 a} =$$

$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0 a} \left(q_1 + \frac{q_2}{\sqrt{5}} + \frac{q_3}{\sqrt{5}} \right) = \frac{1}{2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12} \cdot$$

$$\left(-6 \cdot 10^{-9} + \frac{-6 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{5}} + \frac{6 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{5}} \right) = -899 \text{ В}$$

Потенциал электрического поля, созданного
точечным зарядом в точке С:

$$\varphi_{1C} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sqrt{2} q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{2C} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sqrt{2} q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_{3C} = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sqrt{2} q_3}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Результирующий потенциал в точке С:

$$\varphi_c = \varphi_{1c} + \varphi_{2c} + \varphi_{3c} = \frac{\sqrt{2}q_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{\sqrt{2}q_2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{\sqrt{2}q_3}{4\pi\epsilon_0 a} =$$

$$\frac{\sqrt{2}(q_1 + q_2 + q_3)}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{\sqrt{2}(-6 + 6 + 6) \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12} = -636 \text{ В}$$

Работа совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_c , равна

$$A = q(\varphi_H - \varphi_c) = -0,4 \cdot 10^{-9} \cdot (-899 - (-636)) = 1,05 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} = 105 \text{ нДж}$$

Ответ: $\epsilon_H = 2,67 \text{ кВ/м}$; $\varphi_H = -899 \text{ В}$; $W = -3,49 \text{ нкДж}$; $A = 105 \text{ Дж}$.

Раздел "Электричество 2": Вариант №12, Задача № 2

Дано

$\varepsilon = 4$

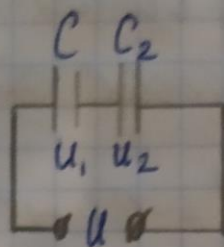
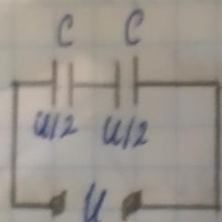
$n_1 = ?$

Решение

Сначала

Вначале разность потенциалов на пластинах каждого конденсатора равно

$$E = \frac{U}{2}$$



Начальная емкость каждого конденсатора равно

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

где ε_0 - электрическая постоянная

S - площадь пластины конденсатора

d - расстояние между пластинами конденсатора.

После того, как второй конденсатор заменили диэлектриком с диэлектрической

проницаемостью ϵ , ее емкость стала равной

$$C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \epsilon C.$$

Рассмотрим вторую схему. При последовательном соединении заряды конденсаторов одинаковы:

$$Q_1 = Q_2$$

$$C U_1 = C_2 U_2$$

$$U_2 = \frac{C U_1}{C_2} = \frac{U_1}{\epsilon}$$

Суммарное напряжение на двух конденсаторах U :

$$U = U_1 + U_2 = U_1 + \frac{U_1}{\epsilon} = \frac{\epsilon + 1}{\epsilon} U_1$$

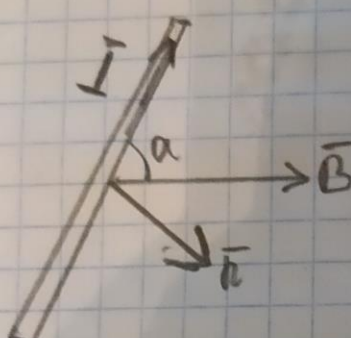
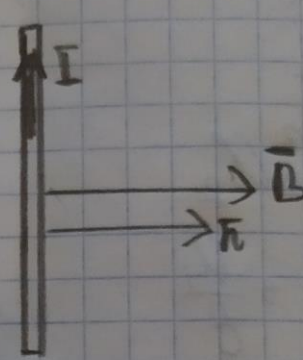
$$U_1 = \frac{\epsilon U}{\epsilon + 1}$$

Измеряем разности потенциалов

$$n_1 = \frac{U_1}{U/2} = \frac{\epsilon U}{\epsilon + 1} \cdot \frac{2}{U} = \frac{2\epsilon}{1 + \epsilon} = \frac{2 \cdot 4}{1 + 4} = 1,45$$

Ответ: разность потенциалов возрастет в 1,45.

<p>Дано</p> <p>$a = 0,1 \text{ м}$</p> <p>$B = 0,9 \text{ Тл}$</p> <p>$\alpha = 60^\circ$</p> <p>$I = 5 \text{ А}$</p> <p>А-?</p>	<p>Решение</p> <p>Контуры пронизывает магнитный поток Φ</p> <p>$\Phi_1 = B_n S_1 = BS_1 \sin \alpha$</p> <p>Площадь квадратной рамки</p> <p>$S_1 = a^2$</p> <p>$\Phi_1 = Ba^2 \sin \alpha$</p>
---	---

Периметр рамки равен $4a$

Радиус круглой рамки найдем из равенства периметров

$$2\pi R = 4a$$

$$R = \frac{2a}{\pi}$$

Площадь круглой рамки

$$S_2 = \pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 = \frac{4a^2}{\pi}$$

После поворота и изменения формы контура его промываем магнитный поток

$$\Phi_2 = BS_2 = \frac{4a^2}{\pi} B$$

При повороте и изменении формы контура будет совершена работа.

$$A = I |\Phi_2 - \Phi_1| = IB \cdot \left| \frac{4a^2}{\pi} - a^2 \sin \alpha \right| = IBa^2$$

$$\left(\frac{4}{\pi} - \sin \alpha \right) = 5 \cdot 0,9 \cdot 0,1^2 \cdot \left(\frac{4}{\pi} - \sin 60^\circ \right) =$$

$$0,0183 \text{ Дж} = 18,3 \text{ мДж}$$

$$\text{Ответ: } A = 18,3 \text{ мДж.}$$

Дано

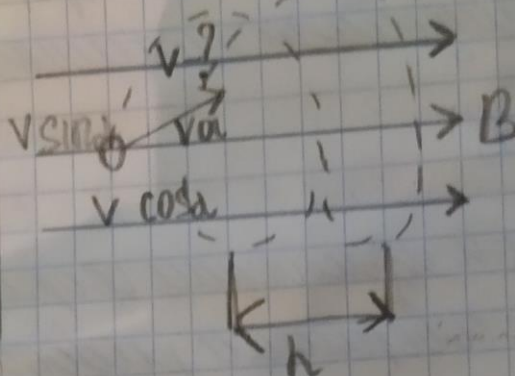
$$B = 2 \text{ мТл}$$

$$R = 2 \text{ см}$$

$$h = 5 \text{ см}$$

$$U = ?$$

Решение



Поскольку электрон движется в магнитном поле по винтовой линии, значит он влетел в него под некоторым углом α к линии индукции. Электрон в это поле совершает сложное движение, состоящее из:

- 1) равномерного прямолинейного движения по окружности со скоростью $v \cos \alpha$ вдоль линии индукции магнитного поля
- 2) равномерного π движения по окружности со скоростью $v \sin \alpha$ в плоскости, перпендикулярной линии индукции магнитного поля.

$$L = u \cdot \cos \alpha \cdot T \quad (1)$$

L - это расстояние, которое пройдет электрон вдоль линии индукции магнитного поля за время, равное периоду вращения электрона T

~~$$L = u \cos \alpha \cdot T$$~~

$$T = \frac{2\pi R}{u \sin \alpha} \quad (2)$$

Зная скорость движения электрона по окружности, можно найти период вращения электрона T .

$$(L = u \cos \alpha \cdot T) \quad L = u \cos \alpha \cdot \frac{2\pi R}{u \sin \alpha}$$

$$L = \frac{2\pi R}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi R}{L}$$

$$\alpha = \arctg \left(\frac{2\pi R}{L} \right) \quad (3)$$

На электрон движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца F_L , которую определяет следующая формула:

$$F_{\perp} = B u e \sin \alpha \quad (4)$$

B - индукция магнитного поля

u - скорость электрона

e - модуль заряда электрона

α - угол между вектором скорости и вектором магнитной индукции.

Сила F_{\perp} сообщает электрону центростремительное ускорение a_y ; поэтому из 2 закона Ньютона:

$$F_{\perp} = m e a_y \quad (5)$$

Центростремительное ускорение a_y можно определить через скорость равно $u \sin \alpha$ и радиус кривизны траектории R

$$a_y = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{R} \quad (6)$$

$$F_{\perp} = \frac{m e u^2 \sin^2 \alpha}{R} \quad (7)$$

$$Be \sin \alpha = \frac{me u^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

$$Be = \frac{me u \sin \alpha}{R}$$

$$u = \frac{Be R}{me \sin \alpha}$$

В полученную формулу подставляем
пакет констант и вычисляем для на-
хождения u и α :

$$u = \frac{Be R}{me \sin(\arctg(\frac{2\pi R}{\lambda}))}$$

$$u = \frac{0,002 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,02}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot \sin(\arctg(\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,02}{0,05}))}$$

$$= 4,57 \cdot 10^6 \text{ м/с} = 4570 \text{ км/с.}$$

Ответ: 4570 км/с.